

# **Bestimmung ferromagnetischer Hysteresen jenseits normierter Messverfahren**

Inverse Rekonstruktion ferromagnetischer Hysteresen durch  
experimentelle Untersuchungen und numerische Modellierung

**Dissertation**

zur Erlangung des Grades  
des Doktors der Naturwissenschaften  
der Naturwissenschaftlich-Technischen Fakultät  
der Universität des Saarlandes

von

**Sascha Benjamin Thieltges**

Saarbrücken

2025

**Tag des Kolloquiums:**

23.02.2026

**Dekan:**

Prof. Dr.-Ing. Dirk Bähre

**Berichterstatter:**

Prof. Dr. Uwe Hartmann  
Prof. Dr. Andreas Schütze  
Prof. Dr. Günter Reiss

**Vorsitz:**

Prof. Dr. Frank-Wilhelm Mauch

**Akad. Mitglied:**

Dr. Thomas John

# Abstract

The objective of this work was to determine ferromagnetic hysteresis beyond conventional and standardized measurement methods by combining theoretical modeling with experimental analysis. For this purpose, a yoke-type sensor in surface-mounted configuration was applied to materials of high relevance for nuclear applications. Based on electrical measurements, the properties of the magnetic circuit were derived and used to reconstruct the hysteresis curves experimentally.

On the theoretical side, a physical model was developed that combines the Jiles-Atherton (JA) model with an FEM-based surrogate model to digitally replicate the experimental setup. This model was further extended by a differential evolution algorithm to optimize the JA-model parameters using real measurement data, such that the simulated signals closely match the experimental results.

A further focus was placed on the systematic analysis of different variants of the JA-model with respect to their derivation and structural inconsistencies. Based on this analysis, a consistent reference model was formulated. Finally, a harmonization of the model variants was carried out by parameter substitution, adjusting the model parameters in such a way that all variants yield identical  $B(H)$  curves.



# Kurzzusammenfassung

Ziel dieser Arbeit war die Bestimmung ferromagnetischer Hysteresen jenseits konventioneller und standardisierter Messverfahren durch die Verknüpfung theoretischer Modellierung mit experimenteller Analyse. Hierzu wurde ein Sensorjoch in Aufsatztechnik an Werkstoffen mit hoher Relevanz für kerntechnische Anwendungen appliziert. Aus elektrischen Messgrößen wurden die Eigenschaften des magnetischen Kreises abgeleitet und zur experimentellen Rekonstruktion der Hysteresekurven herangezogen.

Theoretisch wurde ein physikalisches Modell entwickelt, das das Jiles-Atherton (JA) Modell mit einem FEM-basierten Surrogatmodell kombiniert, um eine digitale Abbildung des experimentellen Aufbaus zu realisieren. Ergänzt wurde dieses Modell durch einen Differential-Evolution-Algorithmus, mit dem die JA-Parameter unter Einbeziehung realer Messdaten so optimiert wurden, dass experimentelle und simulierte Signalverläufe bestmöglich übereinstimmen.

Ein weiterer Schwerpunkt lag auf der systematischen Analyse verschiedener Varianten des JA-Modells hinsichtlich ihrer Herleitung und struktureller Inkonsistenzen. Auf dieser Grundlage wurde ein konsistentes Referenzmodell abgeleitet. Abschließend erfolgte eine Harmonisierung der Modellvarianten durch Parametersubstitution, wobei die Modellparameter so angepasst wurden, dass alle Varianten identische  $B(H)$ -Verläufe erzeugen.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>vii</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>xi</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>xiii</b>
<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>xiv</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>xv</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation . . . . .	1
1.2 Abgeleitete Fragestellung . . . . .	3
<b>2 Theorie und Konzepte des Ferromagnetismus</b>	<b>7</b>
2.1 Magnetismus . . . . .	7
2.2 Klassifizierung magnetischer Werkstoffe . . . . .	8
2.2.1 Diamagnetische Werkstoffe . . . . .	8
2.2.2 Paramagnetische Werkstoffe . . . . .	8
2.2.3 Ferromagnetische Werkstoffe . . . . .	9
2.2.4 Sonstige magnetische Werkstoffe . . . . .	10
2.3 Quantifizierung ferromagnetischer Werkstoffe . . . . .	11
2.3.1 Technische und physikalische Hysteresekurve . . . . .	11
2.3.2 Mittlere und differentielle Permeabilität . . . . .	12
2.3.3 Mittlere und differentielle Suszeptibilität . . . . .	12
2.3.4 Charakteristik der Hysteresekurve . . . . .	13
2.4 Maxwell-Gleichungen . . . . .	15
2.4.1 Gauss'sches Gesetz für das Magnetfeld (Magnetisches Flussgesetz) . . . . .	15
2.4.2 Faradaysches Induktionsgesetz . . . . .	15
2.4.3 Ampère-Maxwell-Gesetz . . . . .	15
2.4.4 Gauss'sches Gesetz für das elektrische Feld . . . . .	16
2.4.5 Werkstoffgleichungen und konstitutive Beziehungen . . . . .	16
2.4.6 Ausblick: Übergang zur Mikromagnetik . . . . .	16
2.5 Mikroskopischer Ursprung und makroskopische Modelle der ferromagnetischen Hysterese . . . . .	16
2.5.1 Mikroskopischer Ursprung - Energiebilanzgleichung . . . . .	16
2.5.2 Mikromagnetik und das LLG-Modell: Modelle zur Beschreibung der Magnetisierungsdynamik . . . . .	18

	Magnetische Domänen und Domänenwände . . . . .	19
2.5.3	Makroskopisches Modell: Loss-Separation Modell . . . . .	21
2.5.4	Makroskopisches Modell: Jiles-Atherton Modell . . . . .	24
2.6	Mechanische Spannungsabhängigkeit der ferromagnetischen Hysterese . . . . .	26
<b>3</b>	<b>Gegenwärtiger Stand von Wissenschaft und Technik</b>	<b>29</b>
3.1	Arten der Hysteresebestimmung . . . . .	29
3.2	Direkte Hysterese messverfahren . . . . .	31
3.2.1	Nachteile und Einschränkungen der direkten Hysterese messverfahren . . . . .	33
3.3	Indirekte Hysterese messverfahren . . . . .	34
3.3.1	Fraunhofer IZFP – 3MA-Technik . . . . .	35
3.3.2	Methodik der 3MA-Technik . . . . .	36
3.3.3	Einschränkungen der 3MA-Technik . . . . .	40
3.3.4	Bestimmung einer Hysterese kurve mittels 3MA-Technik . . . . .	41
3.3.5	Weitere Forschungsaktivitäten abseits des IZFP . . . . .	41
3.4	Numerische Modellierung der ferromagnetischen Hysterese mit dem JA-Modell . . . . .	47
3.4.1	Bestimmung der JA-Modellparameter aus experimentellen $B(H)$ -Kurven . . . . .	47
3.4.2	Numerische Simulationen zur Ergänzung experimenteller Untersuchungen . . . . .	51
3.4.3	Untersuchung des JA-Modells . . . . .	51
3.4.4	Erweiterungen des JA-Modells zur Berücksichtigung weiterer physikalischer Effekte . . . . .	53
<b>4</b>	<b>Proben, Messkonfigurationen und Simulationsrahmen</b>	<b>57</b>
4.1	Werkstoffe, Probenherkunft und mikrostrukturelle Charakterisierung . . . . .	57
4.1.1	Spannungs-Dehnungs-Diagramme . . . . .	59
4.1.2	Mikrostrukturelle Charakterisierung . . . . .	60
4.2	Experimentelle Konfigurationen und Sensorsysteme . . . . .	61
4.2.1	Ansteuerung und Datenerfassung . . . . .	62
4.2.2	Charakteristische Rohsignale . . . . .	63
4.3	Numerische Modellierung . . . . .	64
4.3.1	JA-Modell in MATLAB® . . . . .	64
4.3.2	Finite-Elemente-Simulation in COMSOL Multiphysics® . . . . .	64
4.4	Zusammenfassung . . . . .	65
<b>5</b>	<b>Bestimmung der Jochhysterese</b>	<b>67</b>
5.1	Experimentelle Jochcharakterisierung . . . . .	67
5.1.1	Versuchsaufbau und Methodik . . . . .	67
5.1.2	Aussteuerungsanalyse . . . . .	68
5.1.3	Neukurve und Anhysterese . . . . .	72
5.2	Numerische Jochcharakterisierung . . . . .	73
5.2.1	Einleitung und Zielsetzung . . . . .	73
5.2.2	Simulationsaufbau und Simulationsmessgrößen . . . . .	74
5.2.3	Surrogatmodellierung . . . . .	78

5.2.4	Inverse JA-Parameterbestimmung durch Differential Evolution . . .	81
5.3	Zusammenfassung und Ausblick . . . . .	84
5.3.1	Zusammenfassung zur experimentellen Jochcharakterisierung . . .	84
5.3.2	Zusammenfassung zur numerischen Jochcharakterisierung . . . .	85
5.3.3	Ausblick . . . . .	85
<b>6</b>	<b>Bestimmung der Rayleigh-Hysterese</b>	<b>87</b>
6.1	Reformulierung des Rayleigh-Gesetzes . . . . .	87
6.1.1	Das Rayleigh-Gesetz . . . . .	87
6.1.2	Reformulierung auf Basis elektrischer Messgrößen . . . . .	88
6.2	Experimentelles Vorgehen . . . . .	89
6.3	Signalverarbeitung . . . . .	90
6.4	Ergebnisse und Diskussion . . . . .	90
6.4.1	Impedanz und Phasenverschiebung . . . . .	90
6.4.2	Komplexe Permeabilität . . . . .	93
6.4.3	Rekonstruierte Hysteresekurven . . . . .	95
6.5	Zusammenfassung und Ausblick . . . . .	96
<b>7</b>	<b>Analyse und Harmonisierung von JA-Modellvarianten</b>	<b>97</b>
7.1	Analyse des physikalisch-mathematischen Ursprungs . . . . .	99
7.1.1	Definition des reversiblen Anteils im JA-Modell . . . . .	101
7.1.2	Definition des irreversiblen Anteils im JA-Modell . . . . .	103
7.1.3	Korrigiertes JA-Modell . . . . .	107
7.2	Bewertung numerischer Stabilität und Modellabweichung . . . . .	109
7.2.1	Numerische Stabilität . . . . .	110
7.2.2	Vergleich der Modellvorhersagen . . . . .	113
7.2.3	Zusammenfassung: Numerische Stabilität und Modellvergleich . .	114
7.3	Modellharmonisierung durch Parametertransformation . . . . .	115
7.3.1	Methodik der Modellharmonisierung . . . . .	115
7.3.2	Ergebnisse der Modellharmonisierung . . . . .	116
7.4	Zusammenfassung und Ausblick . . . . .	121
<b>8</b>	<b>Gesamtzusammenfassung, Gesamtfazit und -ausblick</b>	<b>125</b>
8.1	Gesamtzusammenfassung . . . . .	125
8.2	Gesamtausblick . . . . .	127
<b>A</b>	<b>Modellabweichungen in der <math>B(H)</math>-Vorhersage</b>	<b>129</b>
<b>B</b>	<b>Publikationsverzeichnis</b>	<b>131</b>
	<b>Literatur</b>	<b>133</b>



# Abbildungsverzeichnis

2.1	Verlauf einer $B(H)$ -Kurve mit Neukurve . . . . .	11
2.2	Charakteristik der Hystereseurve . . . . .	13
2.3	Einfluss mechanischer Spannungen auf die Neukurve . . . . .	27
3.1	Veranschaulichung des magnetischen Kreises . . . . .	29
3.2	Direkte Hysterese messverfahren . . . . .	32
3.3	Sensorvarianten der Joch-Methode . . . . .	34
3.4	Wirbelstromimpedanz- und Überlagerungspermeabilitätsanalyse der 3MA-X8-Technik . . . . .	38
3.5	Rekonstruierte Hystereseurve aus 3MA-X8-Daten . . . . .	42
3.6	Ersatzschaltbilddarstellung der Sensorvariante 1 . . . . .	45
3.7	Initiale JA-Parameterbestimmung anhand markanter Punkte auf der $B(H)$ -Kurve . . . . .	49
3.8	Mangetomechanischer Effekt: Änderung der magnetischen Flussdichte . . . . .	55
4.1	Fotografische und technische Aufnahme der Proben . . . . .	58
4.2	Spannungs-Dehnungs-Kennlinie für Ni5-5 und Cr3-7 . . . . .	59
4.3	Skizze der realisierten Versuchsaufbauten . . . . .	61
4.4	Schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus und Datenerfassung . . . . .	62
4.5	Exemplarische Darstellung der Rohsignale nach Versuchsaufbau-1 . . . . .	63
5.1	Bestimmung von Neukurve und Anhysterese anhand ausgesteuerter $B(H)$ -Kurven . . . . .	68
5.2	Rohsignale zur Aussteuerungsanalyse des Sensorjochs . . . . .	69
5.3	$B(I_{\text{mag}}(t))$ -Kurven zur Aussteuerungsanalyse des Sensorjochs . . . . .	70
5.4	Neukurve und Anhysterese des Sensorjochs im Jochschlussbetrieb . . . . .	72
5.5	Reduktion der Simulationsdomäne durch Symmetrieausnutzung . . . . .	74
5.6	Simulierte Signalverläufe . . . . .	75
5.7	Vergleich lokaler und integraler Hysteresekurven . . . . .	77
5.8	Flussdiagramm zum Ablauf des Surrogatmodells . . . . .	81
5.9	Flussdiagramm zum Ablauf des Surrogatmodells . . . . .	82
5.10	Ergebnisse der inversen Parametrierung . . . . .	83
6.1	Schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus und Datenerfassung zur Bestimmung der Rayleigh-Hysterese . . . . .	90
6.2	Beispielhafte Zeitverläufe der gemessenen Signale . . . . .	91
6.3	Frequenzabhängigkeit von Impedanz und Phasenverschiebung . . . . .	93
6.4	Frequenzabhängigkeit der komplexen Permeabilität für Ni5-5 und Cr3-7 . . . . .	94

6.5	Rekonstruktion der Hysteresekurven aus Impedanzparametern . . . . .	95
7.1	Verlauf der $B(H)$ -Kurven für unterschiedliche Zyklen für den weichmagnetischen JA-Parametersatz . . . . .	110
7.2	Verlauf der $B(H)$ -Kurven für unterschiedliche Zyklen für den hartmagnetischen JA-Parametersatz . . . . .	111
7.3	Anzahl der Zyklen bis zur Konvergenz . . . . .	112
7.4	Modellabweichungen in der $B(H)$ -Vorhersage . . . . .	113
7.5	Vergleich der $B(H)$ -Verläufe vor und nach Harmonisierung . . . . .	117
7.6	JA-Parameter in Abhängigkeit von der H-Feldamplitude nach der Modellharmonisierung . . . . .	118
A.1	Modellabweichungen in der $B(H)$ -Vorhersage . . . . .	130

# Tabellenverzeichnis

3.1	Anwendungsbereiche und Forschungsschwerpunkte der 3MA-Technik . . .	35
3.2	Ansteuerungs- und Messgrößen für 3MA-Verfahren . . . . .	39
3.3	Tabellarische Übersicht ausgewählter JA-Modelle . . . . .	52
4.1	Auslegungsparameter der Spulen . . . . .	62
5.1	Parameterbereich der DOE-Parameter für das Surrogatmodell . . . . .	79
5.2	Wertebereiche für JA-Parameter . . . . .	80
5.3	Optimierter JA-Parametersatz . . . . .	84
7.1	Verwendete JA-Parametersätze für einen hart- und weichmagnetischen Werkstoff . . . . .	109
7.2	Bestimmte Parameter für das Modell Annakkage00. . . . .	112
7.3	Fehlermaß nach JA-Modellharmonisierung . . . . .	117
7.4	Mittelwert und Standardabweichung der JA-Parameteridentifikation . . .	120

## Abkürzungsverzeichnis

---

<b>Abkürzung</b>	<b>Bedeutung</b>
3MA	Mikromagnetische Multiparameter-, Mikrostruktur- und Spannungsanalyse
DE	Differential Evolution
DNN	Deep Neural Network
EBS	Electron Backscatter Diffraction
FEM	Finite-Elemente-Methode
GAM	Grain Average Misorientation
IZFP	Fraunhofer-Institut für Zerstörungsfreie Prüfverfahren
JA	Jiles-Atherton
KAM	Kernel Average Misorientation
LHS	Latin Hypercube Sampling
LLG	Landau-Lifshitz-Gilbert
PINN	Physik-informiertes neuronales Netz
PUC	Pick-up-Coil
RMSE	Root Mean Square Error
SHM	Structural Health Monitoring
SST	Single-Sheet Tester
ZfP	Zerstörungsfreie Prüfung

---

## Symbolverzeichnis

Symbol	Bedeutung	Einheit
<b>1. Magnetische Größen</b>		
<b>B</b>	Magnetische Flussdichte	T
<b>H</b>	Magnetische Feldstärke	$\text{A m}^{-1}$
<b>M</b>	Magnetisierung	$\text{A m}^{-1}$
$M_S$	Sättigungsmagnetisierung	$\text{A m}^{-1}$
$M_{\text{irr}}$	Irreversible Magnetisierung	$\text{A m}^{-1}$
$M_{\text{rev}}$	Reversible Magnetisierung	$\text{A m}^{-1}$
$M_{\text{an}}$	Anhysterese-Magnetisierung	$\text{A m}^{-1}$
$B_r$	Remanente magnetische Flussdichte	T
$H_c$	Koerzitivfeldstärke	$\text{A m}^{-1}$
$H_0$	Amplitude der magnetischen Feldstärke	$\text{A m}^{-1}$
$H_a$	Externe magnetische Feldstärke	$\text{A m}^{-1}$
$H_{\text{eddy}}$	Feldstärke der Wirbelströme	$\text{A m}^{-1}$
$H_{\text{eff}}$	Effektive magnetische Feldstärke	$\text{A m}^{-1}$
$\phi_i$	Magnetischer Fluss	Wb
<b>2. Materialeigenschaften und Kenngrößen</b>		
$\mu$	Permeabilität	$\text{V s A}^{-1} \text{m}^{-1}$
$\mu_r$	Relative Permeabilität	–
$\mu_{\text{diff}}$	Differentielle Permeabilität	$\text{V s A}^{-1} \text{m}^{-1}$
$\mu_L$	Realteil der komplexen Permeabilität	–
$\mu_R$	Imaginärteil der komplexen Permeabilität	–
$\chi$	Suszeptibilität	–
$\chi_{\text{diff}}$	Differentielle Suszeptibilität	–
$\alpha$	Stärke der Domänenwechselwirkung	–
$a$	Domänenwanddichte	$\text{A m}^{-1}$
$k$	Energie zum Überwinden von Pinning-Stellen	$\text{A m}^{-1}$
$c$	Reversibilität der Magnetisierung	–
<b>3. Energetische Größen</b>		
$E_{EX}$	Austauschenergie	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$
$E_{AN}$	Magnetokristalline Anisotropieenergie	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$
$E_M$	Magnetostatische Energie	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$
$E_H$	Zeeman-Energie	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$
$G$	Gibbs-Energie	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$
$P$	Dissipierte Leistung	W
<b>4. Elektrische Größen</b>		
<b>E</b>	Elektrische Feldstärke	$\text{V m}^{-1}$
<b>J</b>	Stromdichte	$\text{A m}^{-2}$
$\rho$	Elektrische Ladungsdichte	$\text{A s m}^{-3}$
$\sigma$	Elektrische Leitfähigkeit	$\Omega^{-1} \text{m}^{-1}$
$R$	Elektrischer Widerstand	$\Omega$

<b>Symbol</b>	<b>Bedeutung</b>	<b>Einheit</b>
$L$	Induktivität	H
$Z$	Impedanz	$\Omega$
$\varphi$	Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung	$^\circ$
<b>5. Mess- und Modellgrößen</b>		
$N_{\text{mag}}$	Windungszahl der Magnetisierungsspule	–
$N_{\text{PUC}}$	Windungszahl der PUC	–
$U_{\text{mag}}$	Spannung über der Magnetisierungsspule	V
$U_{\text{PUC}}$	Spannung an der PUC	V
$U_0$	Spannungssignal der Spannungsquelle	V
$U_{\text{Hall}}$	Hallspannung	V
$V_{\text{exc}}$	Amplitude des Eingangssignals	V
$\omega$	Kreisfrequenz	$\text{s}^{-1}$
$f$	Frequenz	$\text{s}^{-1}$
$\delta_{\text{skin}}$	Skin-Tiefe	m
<b>6. Geometrische und Hilfsgrößen</b>		
$A_i$	Querschnittsfläche	$\text{m}^2$
$V$	Volumenelement	$\text{m}^3$
$\mathbf{m}$	Mittleres magnetisches Moment	T

## Kapitel 1

# Einleitung

### 1.1 Motivation

Der Werkstoff Stahl ist ein zentrales Element der modernen Industriegesellschaft und zählt zu den vielseitigsten und am häufigsten verwendeten Werkstoffen weltweit [1–3]. Stahl findet in nahezu allen Bereichen Anwendung [1]: Von der Bauwirtschaft über den Maschinenbau bis hin zur Automobilindustrie, der Medizin und der Energieerzeugung. Seine herausragenden mechanischen Eigenschaften, wie hohe Festigkeit, Formbarkeit und Langlebigkeit, machen ihn zu einem unverzichtbaren Werkstoff [1]. Darüber hinaus lassen sich durch gezielte Legierungen und Wärmebehandlungen die Eigenschaften von Stahl an spezifische Anforderungen anpassen, was seine Einsatzmöglichkeiten nahezu unbegrenzt macht [4–7].

In der vorliegenden Arbeit werden ferromagnetische Werkstoffe, wozu auch einige Stahllegierungen wie zum Beispiel 20MnMoNi5-5 oder 22NiMoCr3-7 zählen, betrachtet. Ferromagnetische Werkstoffe zeichnen sich insbesondere durch ihre magnetischen Eigenschaften aus. Aufgrund dessen sind sie heutzutage in zahlreichen technologischen Anwendungen unverzichtbar. Sie dienen unter anderem als Schlüsselwerkstoff in der Elektrotechnik, der Automatisierungstechnik und der Energieerzeugung [8].

Die industrielle Nutzung ferromagnetischer Werkstoffe ist eng mit ökologischen und ökonomischen Herausforderungen verbunden, denen die Stahlbranche<sup>1</sup> heute gegenübersteht [9, 10]. Die Notwendigkeit, den Klimawandel aufzuhalten und dessen Folgen umzukehren, erfordert eine grundlegende Überarbeitung emissionsintensiver Produktions- und Verarbeitungsverfahren. Angesichts ihres erheblichen Anteils an den globalen CO<sub>2</sub>-Emissionen steht die Stahlbranche unter besonderem Druck, ihre Prozesse nachhaltiger zu gestalten [11, 12].

Regulatorische Vorgaben wie die EU-Taxonomie und der Green Deal für nachhaltige Aktivitäten fördern diese Transformation, indem sie eine präzise Nachverfolgbarkeit der Emissionen entlang der gesamten Wertschöpfungskette sowie die Entwicklung innovativer Verfahren zur Prozessüberwachung und -optimierung vorschreiben [13, 14]. Solche Maßnahmen können zwar den ökologischen Fußabdruck der Branche verringern,

---

<sup>1</sup>Stahlerzeugende und -verarbeitende Unternehmen

erhöhen jedoch zugleich den Kostendruck, beispielsweise durch steigende Rohstoffpreise und verschärfte Umweltauflagen [15, 16]. Parallel dazu wächst der gesellschaftliche Druck: Verbraucher fordern zunehmend klimafreundliche Produkte, was die Branche zwingt, ökologische und ökonomische Anforderungen gleichermaßen zu erfüllen [15].

Trotz dieser Herausforderungen eröffnen sich neue wirtschaftliche Chancen. Investitionen in Forschung und Entwicklung, insbesondere in ressourceneffiziente Verfahren und digitale Technologien, können langfristig die Wettbewerbsfähigkeit der europäischen Stahlbranche stärken [17]. Ein besonderer Schwerpunkt liegt dabei auf der Sicherstellung einer konstanten Produktqualität bei der Einführung nachhaltiger Produktionsmethoden.

Die Produktions- und Zustandsüberwachung (Structural Health Monitoring, SHM) spielt in diesem Kontext eine Schlüsselrolle. Moderne Analyse- und Überwachungsverfahren ermöglichen nicht nur die Optimierung von Produktionsprozessen, sondern auch die Minimierung von Fehlproduktionen [18–20]. Durch kontinuierliche Qualitätskontrollen, datenbasierte Prozessverbesserungen und die Zustandsbewertung innerhalb des Produktlebenszyklus können sowohl ökologische als auch ökonomische Ziele erreicht werden [18–20].

Hier kommt die zerstörungsfreie Prüfung (ZfP) zum Einsatz, da sich in Serienfertigungsprozessen hohe Stückzahlen bis zu 100% des Produktionsvolumens prüfen lassen, ohne den Produktzustand zu beeinträchtigen [21–23]. Insbesondere die magnetische Prüfung hat sich als effektive Methode etabliert, um ferromagnetische Werkstoffe auf Fehler wie Risse oder Einschlüsse zu untersuchen [24]. Neben der Defekterkennung spielen jedoch auch die Bestimmung mechanischer Merkmale wie Härte, Zugfestigkeit und Elastizitätsmodul eine zentrale Rolle [25]. Traditionell werden diese Kenngrößen durch zerstörende Prüfverfahren ermittelt [26]. Magnetische Prüfmethode bieten in diesem Zusammenhang vielversprechende Alternativen, da ein direkter Zusammenhang zwischen magnetischen und mechanischen Parametern besteht [27, 28]. Dadurch ermöglichen es magnetische Verfahren, mechanische Werkstoffeigenschaften durch die Analyse magnetischer Parameter zu bewerten. Dies steigert nicht nur die Effizienz der Qualitätsprüfung, sondern erlaubt auch eine Charakterisierung von Erzeugnissen aus ferromagnetischen Werkstoffen in allen Phasen ihres Lebenszyklus [29].

Die Herausforderungen beim Einsatz magnetischer Prüfverfahren zur Charakterisierung der mechanischen Eigenschaften ferromagnetischer Werkstoffe sind vielfältig und betreffen sowohl theoretische als auch praktische Aspekte. Zu den zentralen Herausforderungen zählen [30, 31]:

- Komplexe Werkstoffwechselwirkungen: Die magnetischen Eigenschaften ferromagnetischer Werkstoffe resultieren aus dem Zusammenspiel unterschiedlicher mikroskopischer und makroskopischer Einflüsse. Dazu zählen insbesondere magnetokristalline Anisotropien, die durch Gitterstruktur und Textur bedingt sind, sowie Gradienten in Mikrostruktur, plastischer Verformung oder Eigenspannungen. Diese Inhomogenitäten erschweren eine eindeutige Korrelation zwischen mechanischen Eigenschaften und dem magnetischen Verhalten [32].

- Unterschiedliche Temperaturabhängigkeiten: Magnetische und mechanische Eigenschaften reagieren unterschiedlich auf Temperaturänderungen, was bei unzureichender Kalibrierung zu Fehlinterpretationen führen kann [31, 33].
- Einfluss von Magnetisierungsbedingungen: Faktoren wie der zeitliche Verlauf der Magnetisierung, die Magnetisierungsfrequenz, die Amplitude sowie die örtliche Verteilung der magnetischen Prüffelder beeinflussen die Messergebnisse erheblich [34].
- Messsignalinterpretation: Die Korrelation zwischen magnetischen und mechanischen Eigenschaften ist oft schwierig herzustellen, da umfangreiche, wohldefinierte Probensätze benötigt werden.

Diese Herausforderungen verdeutlichen, dass eine interdisziplinäre Herangehensweise erforderlich ist, um magnetische Prüfverfahren zuverlässig und aussagekräftig einsetzen zu können. Dies umfasst unter anderem die quantitative Modellierung des magnetischen Verhaltens unter mechanischer Beanspruchung, die präzise Kalibrierung temperaturabhängiger Effekte, die Entwicklung robuster Messprotokolle sowie die datenbasierte Interpretation komplexer Signalverläufe. Erst durch die enge Zusammenarbeit von Werkstoffwissenschaft, Physik und Ingenieurwissenschaften lassen sich diese Herausforderungen systematisch adressieren.

## 1.2 Abgeleitete Fragestellung

Magnetische Prüfverfahren, die an ferromagnetischen Werkstoffen angewendet werden, wie etwa:

- Analyse des magnetischen Barkhausenrauschens [35],
- Wirbelstromprüfung [36],
- Koerzitivfeldstärkemessung [37],
- Remanenzmessung [38],
- Hystereseschleifenmessung [34],

nutzen direkt oder indirekt die ferromagnetische Hysterese, wobei sie diese entweder vollständig oder punktuell abbilden.

Es liegt daher nahe, die ferromagnetische Hysterese umfassend zu analysieren, sowohl experimentell als auch theoretisch. Da sie zahlreiche relevante magnetische Parameter enthält, bietet sie die Grundlage für ein tieferes Verständnis der Wechselwirkungen zwischen magnetischen und mechanischen Eigenschaften von Werkstoffen. Dieses Verständnis kann durch den Einsatz numerischer Simulationsansätze weiter vertieft werden.

Das Fraunhofer-Institut für Zerstörungsfreie Prüfverfahren (IZFP) hat das Potenzial

der ferromagnetischen Hysterese früh erkannt und kann auf die erfolgreiche Entwicklung des 3MA-Ansatzes (Mikromagnetische Multiparameter-, Mikrostruktur- und Spannungsanalyse) zurückblicken [39]. Dieser Ansatz verwendet ein weichmagnetisches Joch (3MA-Sensor) in Aufsatztechnik, welches auf ferromagnetischen Werkstoffen appliziert wird. Durch diese Technik schließt der 3MA-Sensor einen zeitabhängigen magnetischen Kreis und regt die ferromagnetische Hysterese von Sensor und Werkstoffprobe simultan an [40]. Mithilfe zuvor ermittelter Kalibrierfunktionen werden die Messsignale des Sensors genutzt, um die mechanischen Eigenschaften des Probenwerkstoffs zu bestimmen [41–58].

Folgende Herausforderungen bestehen im 3MA-Ansatz:

- Ein wohldefinierter Probensatz mit bekannten mechanischen Eigenschaften ist zur Ermittlung der Kalibrierfunktionen erforderlich.
- Das Sensordesign (Geometrie und Ansteuerung) basiert weitgehend auf Erfahrungswerten, was die systematische Optimierung zwecks Messsignaloptimierung erschwert.
- Komplexe Geometrien oder inhomogene Werkstoffe können die Messsignalinterpretation erheblich erschweren.

Auf Grundlage der zuvor skizzierten Problemstellung ergibt sich folgende Zielsetzung der vorliegenden Arbeit: Ziel ist die experimentelle und numerische Bestimmung ferromagnetischer Hysteresekurven jenseits normierter Messverfahren. Hierzu wird der 3MA-Sensoransatz aufgegriffen, messtechnisch erweitert und um simulationsgestützte Verfahren zur inversen Bestimmung magnetischer Werkstoffparameter ergänzt. Im Zentrum der Arbeit steht die Entwicklung einer Methodenkette, die experimentelle Messdaten mit numerischen Modellen und datenbasierten Surrogatansätzen verknüpft, um eine Rekonstruktion der magnetischen Eigenschaften realer Werkstoffe zu ermöglichen.

Die Arbeit gliedert sich wie folgt: Kapitel 2 führt in die physikalischen Grundlagen der ferromagnetischen Hysterese ein, mit Fokus auf mikroskopische Domänenprozesse und makroskopische Modellansätze. In Kapitel 3 wird der Stand der Forschung zur quantitativen Beschreibung und Bestimmung ferromagnetischer Hysteresen dargestellt. Kapitel 4 beschreibt die realisierten experimentellen Aufbauten, die untersuchten Probenwerkstoffe sowie die verwendeten numerischen Simulationsansätze. Kapitel 5 widmet sich der messtechnischen Erweiterung des 3MA-Sensoransatzes und der experimentellen und numerischen Charakterisierung der ferromagnetischen Hysterese durch die Verknüpfung experimenteller Messdaten mit numerischen Modellen. In Kapitel 6 wird ein neues Verfahren zur Hysteresebestimmung mittels Impedanzmessung einer Magnetisierungsspule vorgestellt. Kapitel 7 vergleicht numerische Modelle zur Berechnung der ferromagnetischen Hysterese im Hinblick auf Stabilität, Parametrisierbarkeit und Modellabweichung. Kapitel 8 fasst die wesentlichen Ergebnisse der vorliegenden Arbeit zusammen und diskutiert die Übertragbarkeit der entwickelten Methoden auf industrielle Anwendungen.

---

Der wissenschaftliche Beitrag dieser Arbeit liegt in der systematischen Verknüpfung experimenteller und numerischer Verfahren zur magnetischen Werkstoffcharakterisierung unter realitätsnahen Randbedingungen. Dazu zählen die messtechnische Erweiterung des 3MA-Sensoransatzes, die Integration inverser Optimierungsalgorithmen zur Parametrisierung physikalischer Modelle sowie die Implementierung eines Surrogatmodells zur Reduktion numerischer Rechenzeiten in Simulationen. Diese Ansätze ermöglichen erstmals eine robuste und effiziente Ermittlung ferromagnetischer Hysteresekurven aus vereinfachten, nicht normierten Messverfahren.



## Kapitel 2

# Theorie und Konzepte des Ferromagnetismus

### 2.1 Magnetismus

Das physikalische Verständnis des Magnetismus beruht auf einer langen wissenschaftshistorischen Entwicklung, deren Ursprünge bis in die Antike zurückreichen. Ein ausführlicher Überblick über diese Entwicklung findet sich bei Kloss [59].

Magnetismus entzieht sich in vielen Aspekten einer unmittelbaren Anschauung, da er auf quantenmechanischen Phänomenen beruht, die nicht direkt beobachtbar sind [60]. Auf mikroskopischer Ebene resultiert magnetisches Verhalten aus dem intrinsischen Spin der Elektronen sowie deren orbitaler Bewegung um den Atomkern [61–63]. Die daraus resultierenden magnetischen Momente und ihre kollektive Wechselwirkung innerhalb eines Festkörpers führen zu verschiedenen magnetischen Ordnungszuständen wie Ferromagnetismus, Antiferromagnetismus oder Paramagnetismus [38]. Deren theoretische Beschreibung erfordert fortgeschrittene quantenmechanische Modelle [64, 65].

Ein zentrales Merkmal vieler magnetischer Werkstoffe ist ihr nichtlineares Verhalten in äußeren Magnetfeldern. Insbesondere ferromagnetische Werkstoffe zeigen Hystereseschleifen im  $B(H)$ - oder  $M(H)$ -Verlauf, die auf mikroskopische Prozesse wie die Bildung und Bewegung magnetischer Domänen zurückzuführen sind [30]. Innerhalb solcher Domänen sind die atomaren magnetischen Momente parallel ausgerichtet [30]. Die Dynamik von Domänenwänden, deren Pinning sowie irreversible Umklappvorgänge während eines Ummagnetisierungsvorgangs des Werkstoffs prägen die makroskopisch beobachtbaren Hystereseeffekte und machen eine modellhafte Beschreibung anspruchsvoll [30].

Auch die werkstoffspezifischen Eigenschaften spielen eine zentrale Rolle für das magnetische Verhalten. Atomare Gitterstruktur, chemische Zusammensetzung, Kristallanisotropie sowie thermische Eigenschaften beeinflussen maßgeblich die Ausprägung magnetischer Phänomene. Nanoskalige Systeme, Legierungen und komplexe keramische Strukturen erfordern hierzu eine interdisziplinäre Betrachtung unter Einbeziehung der Festkörperphysik und Werkstoffwissenschaft [38, 66].

Auf makroskopischer Ebene wird Magnetismus im Rahmen der klassischen Elektrodynamik durch die Maxwell-Gleichungen beschrieben [30]. Diese verknüpfen elektrische und magnetische Felder über gekoppelte partielle Differentialgleichungen für vektorielle Feldgrößen. Eine vollständige Beschreibung magnetischer Systeme erfordert daher häufig eine Kombination aus mikroskopischen quantenmechanischen Modellen und makroskopischen, feldtheoretischen Ansätzen [67, 68].

Insgesamt stellt der Magnetismus ein vielschichtiges und interdisziplinäres Forschungsfeld dar, das fundierte Kenntnisse in der Quantenmechanik, Elektrodynamik und Werkstoffphysik erfordert. In den folgenden Kapiteln wird auf eine detaillierte quantenmechanische Darstellung verzichtet. Stattdessen sei auf einschlägige Lehrwerke verwiesen [62, 69, 70].

## 2.2 Klassifizierung magnetischer Werkstoffe

Die Klassifizierung magnetischer Werkstoffe erfolgt auf Grundlage ihres Verhaltens in äußeren Magnetfeldern. Die wesentlichen Klassen umfassen dia-, para- und ferromagnetische Werkstoffe. Im Folgenden werden diese Klassen vorgestellt. Ergänzend erfolgt eine Übersicht weiterer magnetischer Werkstoffklassen, die insbesondere im industriellen Kontext von technischer Relevanz sind.

### 2.2.1 Diamagnetische Werkstoffe

#### Eigenschaften und Verhalten

Diamagnetische Werkstoffe zeigen bei Anlegen eines äußeren Magnetfeldes eine schwache, antiparallel zum äußeren Magnetfeld gerichtete Magnetisierung. Dieser Effekt verschwindet vollständig, sobald das äußere Feld entfernt wird. Da Diamagnetismus ein universelles Phänomen ist, tritt er grundsätzlich in allen Werkstoffen auf, wird jedoch nur beobachtbar, wenn keine stärkeren Effekte wie Para- oder Ferromagnetismus überlagern [31, 34, 71].

#### Physikalische Erklärung

Die Ursache des Diamagnetismus liegt in der Änderung der Elektronenbewegungen in ihren Bahnen um den Atomkern infolge des äußeren Magnetfeldes [61]. Diese Änderung entspricht einem induzierten Strom, welcher ein eigenes Magnetfeld erzeugt. Dieses Magnetfeld ist antiparallel zum äußeren Magnetfeld ausgerichtet [61]. Dieser Effekt ist schwach, temperaturunabhängig und hängt nicht von der mikroskopischen Struktur des Werkstoffs ab [31, 34, 71].

### 2.2.2 Paramagnetische Werkstoffe

#### Eigenschaften und Verhalten

Paramagnetische Werkstoffe weisen in äußeren Magnetfeldern eine schwache, aber messbare Magnetisierung auf, die parallel zur äußeren Feldrichtung orientiert ist. Die Magnetisierung verschwindet nach Entfernen des äußeren Feldes wieder [31, 72, 73].

### Physikalische Erklärung

In paramagnetischen Werkstoffen besitzen die Atome oder Ionen ungepaarte Elektronen mit einem resultierenden magnetischen Moment. Ohne äußeres Magnetfeld sind diese Momente statistisch verteilt, da die thermische Energie hoch genug ist, um eine gegenseitige Wechselwirkung und damit eine spontane magnetische Ordnung zu verhindern. Infolgedessen ist die Nettomagnetisierung im Mittel null. Erst durch Anlegen eines äußeren Magnetfeldes erfolgt eine teilweise Ausrichtung der Momente entlang der Feldrichtung [71, 72]. Mit steigender Temperatur nimmt die Magnetisierung ab, da die thermische Bewegung der Teilchen einer gerichteten Ausrichtung entgegenwirkt [31, 72, 73].

### Beispiele

Typische paramagnetische Werkstoffe sind Aluminium, Platin, Wolfram sowie molekularer Sauerstoff. Ferner zeigen viele Übergangsmetalle mit nicht vollständig gefüllten d-Schalen ebenfalls paramagnetisches Verhalten.

## 2.2.3 Ferromagnetische Werkstoffe

### Eigenschaften und Verhalten

Ferromagnetische Werkstoffe zeichnen sich durch eine spontane Magnetisierung aus, die auch ohne ein äußeres Feld bestehen bleibt. Unter Einfluss eines äußeren Magnetfeldes erfolgt eine starke Magnetisierung entlang der äußeren Feldrichtung, die charakteristisch mit Hysteresebildung einhergeht [31, 34, 71, 74].

### Physikalische Erklärung

Ferromagnetische Werkstoffe zeichnen sich durch eine spontane, kollektive Ausrichtung der magnetischen Momente benachbarter Atome aus. Diese Ordnung beruht auf der sogenannten Austauschwechselwirkung, einem quantenmechanischen Effekt, der aus dem Pauli-Prinzip und der Coulomb-Wechselwirkung resultiert [30, 71]. Sie bevorzugt eine parallele Ausrichtung der Spins benachbarter Elektronen, da dies zu einem niedrigeren Energiezustand des Gesamtsystems führt.

Diese Wechselwirkung ist bei Temperaturen unterhalb der Curie-Temperatur deutlich stärker als die thermische Energie, wodurch sich eine stabilisierte magnetische Ordnung ausbildet [31]: In bestimmten Volumenbereichen, den sogenannten Domänen, sind die magnetischen Momente lokal vollständig parallel ausgerichtet. Innerhalb einer Domäne ergibt sich somit eine einheitliche Magnetisierung. Um jedoch den magnetostatischen Energieeintrag zu minimieren, sind die Domänenrichtungen ohne ein äußeres Magnetfeld statistisch verteilt, sodass die makroskopische Magnetisierung verschwindet.

Wird ein äußeres Magnetfeld angelegt, vergrößern sich bevorzugt diejenigen Domänen, deren Magnetisierung parallel zum Feld orientiert ist. Dadurch entsteht eine makroskopisch messbare Magnetisierung entlang der Feldrichtung.

Mit zunehmender Temperatur steigt die thermisch induzierte Unordnung, die der Austauschwechselwirkung entgegenwirkt. Oberhalb der Curie-Temperatur ist die thermische Energie so groß, dass keine ferromagnetische Ordnung mehr aufrechterhalten werden kann [31, 34, 71, 74].

Ein charakteristisches Merkmal ferromagnetischer Werkstoffe ist die Hysterese: Unter Hysterese versteht man die Pfadabhängigkeit der Magnetisierung  $M$  beziehungsweise der magnetischen Flussdichte  $B$  in Abhängigkeit von der äußeren Feldstärke  $H$ . Der Verlauf bei zunehmender und abnehmender Feldstärke ist nicht identisch, was sich in einer geschlossenen Schleife im  $B(H)$ -Diagramm äußert [30].

### Beispiele

Technisch bedeutsame ferromagnetische Werkstoffe sind Eisen, Nickel, Kobalt und deren Legierungen [38]. Sie finden Anwendung in Elektromotoren, Transformatoren und Datenspeichermedien [75–77].

## 2.2.4 Sonstige magnetische Werkstoffe

### Antiferromagnetische Werkstoffe

In antiferromagnetischen Werkstoffen sind die magnetischen Momente benachbarter Atome antiparallel ausgerichtet, wodurch sich die makroskopische Magnetisierung gegenseitig kompensiert. Erst oberhalb der sogenannten Néel-Temperatur bricht diese Ordnung zusammen. Ein typisches Beispiel ist Manganoxid ( $\text{MnO}$ ) [74, 78].

### Ferrimagnetische Werkstoffe

Ferrimagnetismus tritt auf, wenn die antiparallelen magnetischen Momente in unterschiedlichen Untergittern ungleich groß sind, sodass eine resultierende Magnetisierung verbleibt. Klassische ferrimagnetische Werkstoffe sind Ferrite wie  $\text{ZnFe}_2\text{O}_4$  oder  $\text{NiZnFe}_2\text{O}_4$ , die breite Anwendung in der Hochfrequenztechnik finden [74, 78].

### Superparamagnetische Werkstoffe

In nanoskaligen Partikeln kann das magnetische Verhalten zwischen dem eines ferromagnetischen und eines paramagnetischen Werkstoffs liegen, ein Phänomen, das als Superparamagnetismus bezeichnet wird [74]. Solche Werkstoffe zeigen in einem äußeren Magnetfeld eine hohe Magnetisierung, ähnlich wie ferromagnetische Werkstoffe, verlieren diese jedoch wieder, sobald das Feld entfernt wird, ähnlich wie paramagnetische Werkstoffe. Diese Eigenschaften sind besonders in der Nanotechnologie und in medizinischen Anwendungen von großem Interesse [79].

## 2.3 Quantifizierung ferromagnetischer Werkstoffe

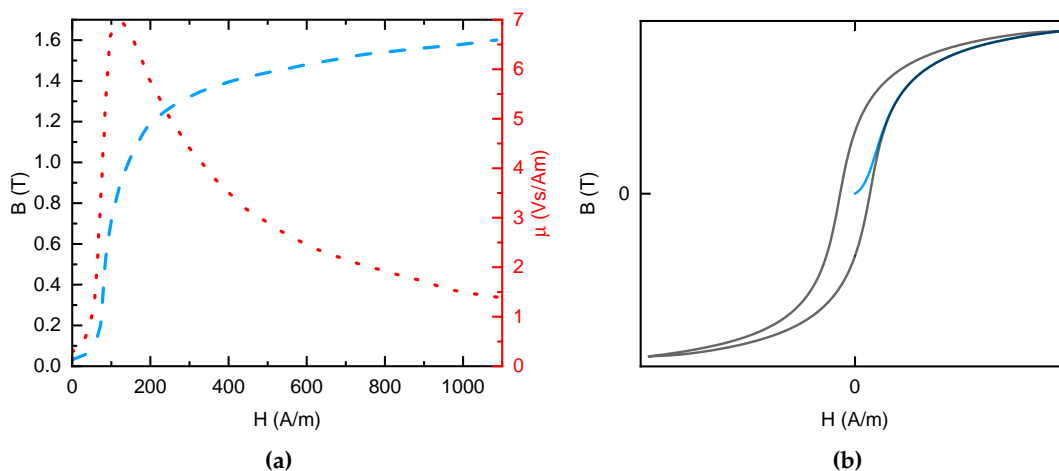
### 2.3.1 Technische und physikalische Hysteresekurve

Zur quantitativen Beschreibung des magnetischen Werkstoffverhaltens werden verschiedene experimentelle Techniken eingesetzt (siehe Kapitel 9.3 bei Cullity [31]), um die Magnetisierung  $M$  in Abhängigkeit von der externen Feldstärke  $H$  zu bestimmen. Diese Beziehung wird durch die sogenannte  $M(H)$ -Kurve dargestellt. Parallel dazu beschreibt die  $B(H)$ -Kurve den Zusammenhang zwischen magnetischer Flussdichte und externer Feldstärke. Letztere wird oft als technische Hysterese, erstere als physikalische Hysterese bezeichnet [37]. Beide Kurven sind über die Beziehung

$$B = \mu_0(H + M) \quad (2.1)$$

miteinander verknüpft, wobei  $\mu_0$  die magnetische Feldkonstante bezeichnet. Allgemein ist Gl. 2.1 vektoriell zu formulieren. Da im Folgenden jedoch ausschließlich uniaxiale Felder betrachtet werden, erfolgt die Darstellung in skalarem Formalismus.

Abbildung 2.1a zeigt die  $B(H)$ -Kurve für geglühtes Eisen [71]. Der blaue Abschnitt markiert die sogenannte Neukurve, ausgehend vom vollständig entmagnetisierten Zustand (Nettomagnetisierung Null) bis zur Sättigung (alle magnetischen Momente parallel zueinander ausgerichtet). Der charakteristische sigmoide Verlauf ist typisch für ferromagnetische Werkstoffe.



**Abbildung 2.1:** (a)  $B(H)$ -Magnetisierungskurve für geglühtes Eisen. Blauer Kurvenabschnitt: Initialer  $B(H)$ -Verlauf (Neukurve); Roter Kurvenabschnitt: Verlauf der mittleren Permeabilität. Daten entnommen aus [71]. (b)  $B(H)$ -Magnetisierungskurve. Blauer Kurvenabschnitt: Neukurve; Schwarzer Kurvenabschnitt: Charakteristische Hysteresekurve.

Wird nach Erreichen der Sättigung die Feldstärke zyklisch verändert, ergibt sich der in Abb. 2.1b dargestellte geschlossene Kurvenverlauf. Diese geschlossene Bahn beschreibt die Hysteresekurve, welche die Pfadabhängigkeit der Magnetisierung verdeutlicht: Bei gleicher Feldstärke können unterschiedliche Werte von  $B$  bzw.  $M$  auftreten, abhängig

von der Richtung der Feldänderung und dem vorangegangenen magnetischen Zustand des Werkstoffs.

Aus der Hysteresekurve lassen sich zentrale Werkstoffkenngrößen ableiten. Die remanente Flussdichte  $B_r$  beschreibt den Wert von  $B$  bei verschwindender Feldstärke:

$$B_r = \mu_0 M_r = \mu_0 M(H) \Big|_{H=0}. \quad (2.2)$$

Die Koerzitivfeldstärke beschreibt die Feldstärke, bei der entweder  $B$  (technisch) oder  $M$  (physikalisch) auf Null zurückgeht:

$$H_c^B = H \Big|_{B=0} \quad (2.3)$$

$$H_c^M = H \Big|_{M=0}. \quad (2.4)$$

Aus Gl. 2.1 folgt unmittelbar [37]:

$$H_c^B < H_c^M. \quad (2.5)$$

Dies bedeutet, dass  $H_c^M$  der korrekte Ausdruck für die zur vollständigen Entmagnetisierung notwendige Feldstärke ist. Der Punkt  $H_c^B$  beschreibt hingegen lediglich den Zustand, in dem der makroskopische magnetische Fluss null ist, obwohl die Werkstoffmagnetisierung noch nicht verschwunden ist. Sung et al. zeigen in ihrer Arbeit auf, dass in der Literatur fälschlicherweise fast ausnahmslos  $H_c^M$  und  $H_c^B$  gleichgesetzt werden [80].

### 2.3.2 Mittlere und differentielle Permeabilität

In der Elektrotechnik stellt die magnetische Permeabilität einen zentralen Werkstoffparameter dar, da sie die Fähigkeit eines Werkstoffs beschreibt, ein Magnetfeld zu leiten [31, 71, 72]. Analog zur elektrischen Leitfähigkeit für elektrische Ströme kann die Permeabilität daher als eine Art magnetische Leitfähigkeit verstanden werden. Die mittlere Permeabilität ist dabei als Quotient der aktuellen Werte von  $B$  und  $H$  definiert [34]:

$$\mu = \frac{B}{H}, \quad (2.6)$$

während die differentielle Permeabilität die lokale Steigung der  $B(H)$ -Kurve beschreibt [34]:

$$\mu_{\text{diff}} = \frac{dB}{dH}. \quad (2.7)$$

In Abb. 2.1a ist der Verlauf der mittleren Permeabilität exemplarisch durch den roten Kurvenabschnitt dargestellt.

### 2.3.3 Mittlere und differentielle Suszeptibilität

Ergänzend zur Permeabilität wird zur Beschreibung des Zusammenhangs zwischen Magnetisierung  $M$  und Feldstärke  $H$  die magnetische Suszeptibilität  $\chi$  herangezogen.

Analog zur Permeabilität ist auch hier eine mittlere [34]:

$$\chi = \frac{M}{H}, \quad (2.8)$$

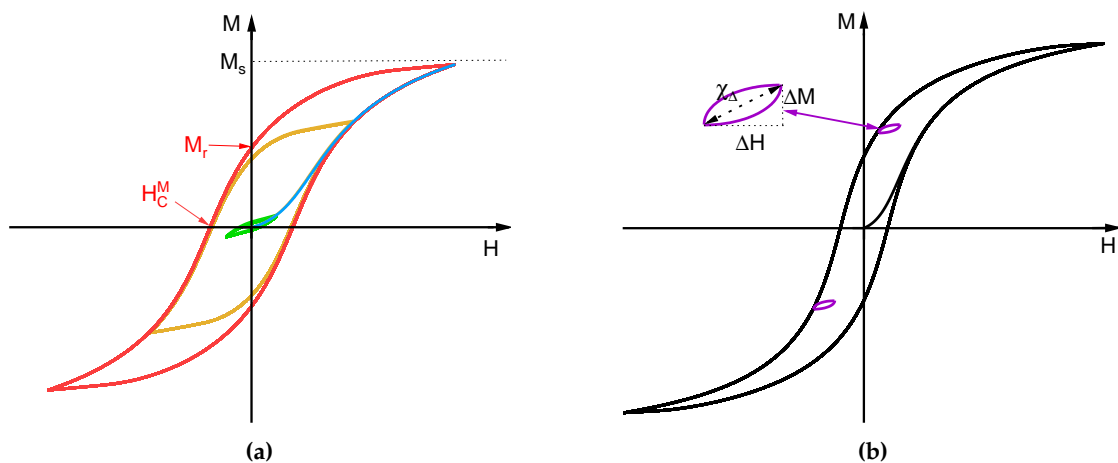
und eine differentielle Suszeptibilität [34]:

$$\chi_{\text{diff}} = \frac{dM}{dH}, \quad (2.9)$$

definiert, die die lokale Änderungsrate der Magnetisierung beschreibt.

### 2.3.4 Charakteristik der Hysteresekurve

Abbildung 2.2 zeigt charakteristische Verläufe verschiedener magnetischer Hysteresekurven. Typische Abschnitte wie Neukurve, Rayleigh-Bereich, Minor Loops und Sättigung werden im Folgenden erläutert. Eine vertiefte Darstellung finden sich bei Tumanski [34] oder Kneller [37].



**Abbildung 2.2:** (a) Darstellung verschieden stark ausgeprägter Hysteresekurven und ihrer charakteristischen Merkmale. Blau: Neukurve; Grün: Rayleigh-Hysteresis; Gelb und Rot: Unterschiedlich stark ausgeprägte Hysteresekurven. Zusätzlich sind die Schnittpunkte mit Ordinate und Abszisse markiert. (b) Darstellung von Minor Loops (violett), angeregt auf einer Hysteresekurve (Major Loop).

#### Neukurve

Die Neukurve beschreibt die erste Magnetisierung eines Werkstoffs ausgehend vom vollständig entmagnetisierten Zustand. Dieser Zustand ist dadurch charakterisiert, dass die makroskopische Magnetisierung  $M = 0 \text{ A m}^{-1}$  beträgt. Zu Beginn verläuft die Neukurve linear, bevor sie im nichtlinearen Bereich zur Sättigung (asymptotische Annäherung an  $M_s$  in Abb. 2.2a) strebt. In Abb. 2.2a ist die Neukurve in Blau dargestellt.

### Rayleigh-Hysterese

Im Feldbereich nahe  $H \approx 0 \text{ A m}^{-1}$  zeigt sich bei zyklischer Anregung die sogenannte Rayleigh-Hysterese. Ihr Verlauf lässt sich durch einen quadratischen Ansatz in der Feldstärke beschreiben [37]. Dieser Bereich ist in Abb. 2.2a grün dargestellt.

### Sättigungsmagnetisierung

Die Sättigungsmagnetisierung  $M_s$  ist erreicht, wenn eine weitere Erhöhung von  $H$  keine nennenswerte Änderung der Magnetisierung bewirkt. Sie stellt eine werkstoffspezifische Grenze dar. In Abb. 2.2a ist die Sättigungsmagnetisierung angedeutet durch die parallel zur H-Achse gestrichelte Linie. Physikalisch sind bei Erreichen der Sättigungsmagnetisierung alle magnetischen Momente parallel zueinander ausgerichtet [34, 38, 81].

### Remanente Magnetisierung

Die remanente Magnetisierung  $M_r$  ist der Wert, den die Magnetisierung nach Rückführung der Feldstärke auf Null beibehält. In Abb. 2.2a ist die remanente Magnetisierung auf der Ordinate gekennzeichnet.

### Koerzitivfeldstärke

Die Koerzitivfeldstärke  $H_c^M$  ist jene Feldstärke, die benötigt wird, um die integrale makroskopische Magnetisierung  $M$  wieder auf Null zu bringen. Sie ist ein Maß für die Entmagnetisierbarkeit eines Werkstoffs. In Abb. 2.2a ist die Koerzitivfeldstärke auf der Abszisse gekennzeichnet.

### Minor Loops

Minor Loops (kleinere Hystereseschleifen) treten auf, wenn dem extern angelegten, niederfrequenten Wechselmagnetfeld ein zusätzliches höherfrequentes Wechselmagnetfeld mit kleiner Amplitude überlagert wird. Diese Minor Loops bilden sich innerhalb der Haupthysteresekurve (Major Loop) und zeigen, wie der Werkstoff auf kleinere Schwankungen des Magnetfeldes reagiert [37]. Ihre Form entspricht der einer Rayleigh-Hysterese [37]. In Abb. 2.2b sind zwei Minor Loops in violett eingezeichnet und die Major Loop in schwarz. Die erste Minor Loop im ersten Quadranten ist zusätzlich im zweiten Quadranten vergrößert dargestellt, um die Überlagerungssuszeptibilität zu verdeutlichen (siehe nächster Abschnitt).

### Überlagerungssuszeptibilität

Die Überlagerungssuszeptibilität  $\chi_\Delta$  beschreibt die mittlere Steigung innerhalb einer Minor Loop und ist in Abb. 2.2b durch das Steigungsdreieck in der Minor Loop visualisiert.

## 2.4 Maxwell-Gleichungen

In der bisherigen Betrachtung wurden die magnetischen Eigenschaften ferromagnetischer Werkstoffe phänomenologisch beschrieben, insbesondere durch die  $M(H)$ -Kurve. Um das Verhalten ferromagnetischer Werkstoffe auf eine fundierte theoretische Grundlage zu stellen, ist es notwendig, die makroskopische Feldtheorie der klassischen Elektrodynamik heranzuziehen. Die Maxwell-Gleichungen bilden dabei den zentralen Rahmen, um elektrische und magnetische Felder sowie deren Wechselwirkungen mit Materie mathematisch zu beschreiben [82].

Für isotrope, uniaxiale Probleme, wie sie in dieser Arbeit betrachtet werden, genügt eine skalare Beschreibung, da alle relevanten Vektoren entlang einer gemeinsamen Richtung liegen. In der allgemeinen vektoriellen Form lauten die makroskopischen Maxwell-Gleichungen [82]:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.10)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.11)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (2.12)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}. \quad (2.13)$$

Im Folgenden werden Bedeutung und Relevanz dieser Gleichungen im Kontext ferromagnetischer Werkstoffe diskutiert. Für eine ausführliche Herleitung der Maxwell-Gleichungen sei auf die Standardwerke der Elektrodynamik verwiesen [61, 72, 83, 84].

### 2.4.1 Gauss'sches Gesetz für das Magnetfeld (Magnetisches Flussgesetz)

- **Gleichung 2.10:**  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
- **Physikalische Bedeutung:** Diese Gleichung drückt die Quellenfreiheit des magnetischen Feldes durch die magnetische Flussdichte  $\mathbf{B}$  aus. Es existieren keine isolierten magnetischen Ladungen, sodass magnetische Feldlinien stets geschlossen sind.

### 2.4.2 Faradaysches Induktionsgesetz

- **Gleichung 2.11:**  $\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$
- **Physikalische Bedeutung:** Ein zeitliche Änderung der magnetischen Flussdichte induziert ein elektrisches Feld  $\mathbf{E}$ , dessen Feldlinien geschlossene Wirbel bilden. Dieses Wirbelfeld bildet die physikalische Grundlage der elektromagnetischen Induktion.

### 2.4.3 Ampère-Maxwell-Gesetz

- **Gleichung 2.12:**  $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \partial \mathbf{E} / \partial t$

- **Physikalische Bedeutung:** Magnetfelder entstehen entweder durch elektrische Ströme  $\mathbf{J}$  oder durch zeitlich veränderliche elektrische Felder.

#### 2.4.4 Gaussches Gesetz für das elektrische Feld

- **Gleichung 2.13:**  $\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho / \epsilon_0$
- **Physikalische Bedeutung:** Quellen der elektrischen Felder sind elektrische Ladungen (hier Ladungsdichte  $\rho$ ). Die Feldlinien beginnen und enden an positiven bzw. negativen Ladungen.

#### 2.4.5 Werkstoffgleichungen und konstitutive Beziehungen

Zur Anwendung der Maxwell-Gleichungen auf ferromagnetische Werkstoffe ist eine zusätzliche Werkstoffgleichung erforderlich, die das Verhalten der magnetischen Flussdichte im Werkstoff beschreibt. Für ferromagnetische Werkstoffe gilt [34]:

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}), \quad (2.14)$$

wobei  $\mathbf{M}$  die Magnetisierung des Werkstoffs bezeichnet. In ferromagnetischen Werkstoffen ist die Magnetisierung  $\mathbf{M}$  eine Funktion von  $\mathbf{H}$ . Der Zusammenhang ist nichtlinear. Eine vollständige Beschreibung erfordert daher über die Maxwell-Gleichungen hinausgehende mikrophysikalische Modelle, die den Zusammenhang zwischen  $\mathbf{M}$  und  $\mathbf{H}$  explizit berücksichtigen.

#### 2.4.6 Ausblick: Übergang zur Mikromagnetik

Die Maxwell-Gleichungen beschreiben das makroskopische Verhalten elektromagnetischer Felder sowie deren Kopplung an Ströme und Ladungen. Für ferromagnetische Werkstoffe sind sie jedoch nicht hinreichend, da sie keine Aussagen über die mikroskopischen Mechanismen der Magnetisierung wie Domänenbildung, Domänenwandbewegung oder irreversible Prozesse zulassen [31]. Insbesondere die magnetische Hysterese, die aus solchen nichtlinearen Vorgängen in der Magnetisierungsdynamik hervorgeht, erfordert eine ergänzende mikrophysikalische Beschreibung.

Im folgenden Kapitel werden hierzu mikromagnetische Modelle vorgestellt, die auf Energiebilanzen beruhen. Auf dieser Grundlage lassen sich makroskopisch verwendbare Ansätze entwickeln, mit denen das beobachtete Hystereseverhalten theoretisch erklärt und numerisch vorhergesagt werden kann.

## 2.5 Mikroskopischer Ursprung und makroskopische Modelle der ferromagnetischen Hysterese

### 2.5.1 Mikroskopischer Ursprung - Energiebilanzgleichung

Die ersten mikroskopischen Erklärungsversuche des Ferromagnetismus gehen auf Ernst Ewing zurück, der ab 1885 ein Modell entwickelte, in dem die Atome eines Festkörpers

als orientierbare magnetische Dipole betrachtet wurden [85–87]. Das Modell basierte auf einer energetischen Betrachtung der potenziellen Energie dieser Dipole im äußeren Magnetfeld, konnte jedoch zentrale makroskopische Eigenschaften wie die Koerzitivfeldstärke oder die Remanenz nicht korrekt vorhersagen. Ein Vergleich der thermischen Energie  $k_B T$  mit der magnetischen Energie eines einzelnen Dipols zeigte zudem, dass die thermische Anregung bei Raumtemperatur um ein Vielfaches überwiegt. Dies machte deutlich, dass zusätzliche kollektive Wechselwirkungen zwischen benachbarten magnetischen Dipolen berücksichtigt werden müssen [66].

Pierre Weiss erweiterte diese Theorie durch zwei zentrale Konzepte [88]:

1. **Wechselwirkung zwischen magnetischen Momenten:** Weiss postulierte ein internes Molekularfeld, das durch eine effektive Wechselwirkung zwischen benachbarten Momenten entsteht. Diese Austauschwechselwirkung führt zur kollektiven parallelen Ausrichtung innerhalb sogenannter magnetischer Domänen.
2. **Magnetische Domänen:** Ferromagnetische Werkstoffe bestehen aus Domänen mit lokal homogener Magnetisierung, die makroskopisch entgegengesetzt orientiert sein können, sodass die Gesamtnettomagnetisierung verschwindet. Getrennt werden die Domänen durch sogenannte Domänenwände.

Die reine Austauschwechselwirkung erklärt jedoch nicht die Ausbildung und Größenverteilung der Domänen. Eine umfassendere Beschreibung ergibt sich erst durch energetische Betrachtung konkurrierender Beiträge. Die Gesamtenergie des Systems wird durch vier wesentliche Terme bestimmt [30]:

1. **Austauschenergie [30, 71]:** Die Austauschenergie beschreibt die Tendenz benachbarter magnetischer Momente, sich parallel zueinander auszurichten. In der kontinuierlichen Näherung führt diese Wechselwirkung zu einem Beitrag zur Gesamtenergie, der sich in einem Volumenelement  $\Delta V$  wie folgt schreiben lässt:

$$E_{\text{EX}} = A (\nabla \mathbf{m})^2 \Delta V, \quad (2.15)$$

wobei  $A$  die Stärke der Austauschwechselwirkung widerspiegelt und  $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_s$  die normierte Magnetisierungsrichtung des Volumenelements  $\Delta V$  mit der Sättigungsmagnetisierung  $M_s$  bezeichnet.

2. **Magnetokristalline Anisotropie [30, 71]:** Diese beschreibt die Richtungsabhängigkeit der Energie in Abhängigkeit von der Orientierung der Magnetisierung relativ zu den kristallographischen Achsen:

$$E_{\text{AN}} = f_{\text{AN}}[\mathbf{M}(\mathbf{r}); \mathbf{n}(\mathbf{r})] \Delta V. \quad (2.16)$$

$f_{\text{AN}}$  bezeichnet die Anisotropie-Energiedichte, abhängig von lokaler Magnetisierung und kristallographischer Richtung  $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ .

3. **Magnetostatische Energie [30, 71]:** Diese beschreibt die Energie des vom Werkstoff selbst erzeugten magnetischen Streufeldes:

$$E_M = -\frac{\mu_0}{2} \mathbf{H}_M \cdot \mathbf{M} \Delta V, \quad (2.17)$$

wobei  $\mathbf{H}_M$  das magnetische Eigenfeld ist, bestimmt durch Lösung der Maxwell-Gleichungen.

4. **Zeeman-Energie im äußeren Feld [30, 71]:** Diese beschreibt die Energie aufgrund des Vorhandenseins eines äußeren Magnetfeldes:

$$E_H = -\mu_0 \mathbf{H}_a \cdot \mathbf{M} \Delta V, \quad (2.18)$$

wobei  $\mathbf{H}_a$  das äußere Magnetfeld bezeichnet.

Die Summe dieser Beiträge ergibt die mikromagnetische Gibbs-Energie [30]:

$$G[\mathbf{M}(\cdot); \mathbf{H}_a] = \int_V A(\nabla \mathbf{m})^2 + f_{AN}(\mathbf{m}, \mathbf{n}) - \frac{\mu_0}{2} M_S \mathbf{H}_M \cdot \mathbf{m} - \mu_0 M_S \mathbf{H}_a \cdot \mathbf{m} \, d^3r \quad (2.19)$$

Diese Energiebilanz bildet die Grundlage mikromagnetischer Modellierung und liefert die physikalische Basis zur Beschreibung von Hystereseeffekten, wie sie in den folgenden Abschnitten behandelt werden.

### 2.5.2 Mikromagnetik und das LLG-Modell: Modelle zur Beschreibung der Magnetisierungsdynamik

Die Minimierung der Gibbs-Energie, Gl. 2.19, erklärt die Ausbildung magnetischer Domänen und das Auftreten stabiler oder metastabiler Zustände in ferromagnetischen Werkstoffen. Ein stabiles Gleichgewicht ist erreicht, wenn die Summe aller energetischen Beiträge der Magnetisierung minimal ist. Die Lösung dieser Bedingung ist jedoch nicht-trivial, da die Gibbs-Energie stark von der räumlichen Verteilung der Magnetisierung  $\mathbf{M}(\mathbf{r})$  und der äußeren Feldstärke  $\mathbf{H}_a$  abhängt. Drei Aspekte erschweren die Bestimmung eines globalen Minimums:

1. **Ortsabhängigkeit:** Die Magnetisierung ist eine Vektorfunktion des Ortes, wodurch sich ein hochdimensionaler Konfigurationsraum ergibt.
2. **Konkurrierende Energien:** Austausch, Anisotropie, magnetostatische Energie und äußere Felder wirken gegeneinander und erzeugen eine komplexe Energielandschaft mit vielen lokalen Minima.
3. **Metastabile Zustände:** Die Vielzahl lokaler Minima erschwert die Identifikation des global energetisch günstigsten Zustands.

Die Mikromagnetik adressiert diese Herausforderungen durch Kontinuumsmodelle zur

Beschreibung der Magnetisierungsverteilung. Wesentliche Grundlagen legte W. F. Brown [30, 89], dessen mikromagnetische Formulierung die Energiebeiträge aus Kapitel 2.5 integriert.

Ein dynamisches Modell zur Beschreibung der zeitlichen Entwicklung der Magnetisierung wurde durch Landau, Lifshitz und Gilbert formuliert [30, 90–92]. Die Landau-Lifshitz-Gilbert-Gleichung (LLG), Gl. 2.20, beschreibt die zeitliche Änderungsrate des ortsabhängigen magnetischen Momentes  $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_S$  im effektiven Feld  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  [30, 90–92]:

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = \gamma_G \mathbf{m} \times \left( \mathbf{H}_{\text{eff}} + \mathbf{H}_{\text{eddy}} - \alpha_G \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right) \quad (2.20)$$

Das effektive Feld ist die Summe aus dem äußeren Magnetfeld, dem magnetostatischen Feld sowie den Feldanteilen, die sich aus der magnetokristallinen Anisotropie, der Austauschwechselwirkung und gegebenenfalls durch Wirbelströme  $\mathbf{H}_{\text{eddy}}$  ergeben. Formal resultiert  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  aus der funktionalen Ableitung der Gesamtenergie, siehe Gl. 2.19, nach der Magnetisierung. In der LLG-Gleichung beschreibt  $\gamma_G$  das gyromagnetische Verhältnis und  $\alpha_G$  die Gilbert-Dämpfungs konstante.

Die LLG-Gleichung bildet die Grundlage für die Simulation dynamischer magnetischer Prozesse wie die Bewegung von Domänenwänden, die Relaxation unter Wechselfeldern sowie sprunghafte Magnetisierungsänderungen im Zusammenhang mit dem Barkhausen-Effekt [30, 34, 38]. Sie ist Bestandteil numerischer Simulationsframeworks wie OOMMF (Object Oriented MicroMagnetic Framework) [93] oder MuMax3 [94], mit denen sich mikromagnetische Prozesse auf Längenskalen von wenigen Nanometern bis hin zu mehreren Mikrometern untersuchen lassen [95–97].

Die Anwendung solcher Simulationen ist jedoch mit erheblichen Rechenkosten verbunden, insbesondere bei komplexer Geometrie oder großen Volumina [98, 99].

### Magnetische Domänen und Domänenwände

Die Ausbildung magnetischer Domänen ist das Ergebnis eines energetischen Minimierungsprozesses in ferromagnetischen Werkstoffen [30, 31]. Durch das Ausbilden von Domänen mit unterschiedlichen Magnetisierungsrichtungen, die durch Übergangsbereiche, den sogenannten Domänenwänden voneinander getrennt sind, wird die Gesamtenergie des Systems, siehe Gl. 2.19, minimiert [30].

Die Struktur und Breite solcher Domänenwände wird durch das Zusammenspiel zweier gegensätzlicher Energiebeiträge bestimmt [30, 31]: Die Austauschwechselwirkung begünstigt eine möglichst breite Wand, da sie parallele Ausrichtung benachbarter magnetische Momente energetisch bevorzugt und damit eine allmähliche Rotation der Magnetisierung zwischen zwei Domänen fördert. Die magnetokristalline Anisotropie hingegen wirkt dieser Tendenz entgegen, da Abweichungen von kristallographisch bevorzugten Richtungen energetisch ungünstig sind. Sie favorisiert daher eine schmale Wand mit rascher Umlenkung der Magnetisierung zwischen zwei Domänen.

Im thermodynamischen Gleichgewicht ergibt sich aus diesem Konkurrenzverhältnis eine endliche Wanddicke im Bereich von etwa 100 bis 1000 Atomlagen [30].

In massiven ferromagnetischen Werkstoffen (Werkstoff deutlich größer als Domänen) werden die auftretenden Domänenwände als Bloch-Wände bezeichnet [30, 31, 34]. Wird die Dicke des Werkstoffs vergleichbar mit der typischen Domänenwanddicke, etwa in dünnen Schichten, handelt es sich um sogenannte Néel-Wände [30, 31, 34]. Bloch- und Néel-Wände unterscheiden sich hinsichtlich der Ebene, in der die Magnetisierungsrotation zwischen benachbarten Domänen erfolgt.

### Magnetisierungsprozess ferromagnetischer Werkstoffe

Der Magnetisierungsprozess ferromagnetischer Werkstoffe vollzieht sich über die sukzessive Verlagerung von Domänenwänden und die Rotation der Magnetisierung innerhalb der Domänen infolge eines angelegten äußeren Magnetfeldes. Die dabei wirksamen mikroskopischen Mechanismen hängen von der Feldstärke, den energetischen Randbedingungen sowie den spezifischen Werkstoffeigenschaften ab. Eine theoretisch fundierte Gliederung des Magnetisierungsprozesses erfolgt anhand charakteristischer Bereiche des äußeren Magnetfeldes [30, 31, 34, 38, 71]:

- **Entmagnetisierter Ausgangszustand:** Im feldfreien Zustand besteht der ferromagnetische Werkstoff aus einer Vielzahl magnetischer Domänen, deren Magnetisierungsrichtungen zufällig verteilt sind. Die Vektorsumme der lokalen Magnetisierungen kompensiert sich makroskopisch, sodass die resultierende Gesamtmagnetisierung gegen null geht.
- **Domänenwandbewegung (niedrige Feldstärken):** Bei schwachem äußeren Feld vergrößern sich zunächst jene Domänen, deren Magnetisierungsrichtung annähernd parallel zur Feldrichtung des äußeren Feldes liegt. Dies erfolgt durch energetisch begünstigte Bewegung der Domänenwände auf Kosten ungünstig ausgerichteter Domänen. In diesem Bereich trägt die Wandbewegung maßgeblich zur Zunahme der Magnetisierung  $\mathbf{M}$  bei, da sie mit vergleichsweise geringem Energieaufwand verbunden ist.
- **Rotation der Magnetisierung (mittlere Feldstärken):** Sobald energetische Barrieren, etwa durch Versetzungen, Korngrenzen oder Eigenspannungen, die Domänenwandbewegung hemmen, setzt eine kontinuierliche Rotation der Magnetisierung innerhalb bestehender Domänen ein. Diese erfolgt entgegen der Vorzugsrichtung der magnetokristallinen Anisotropie und erfordert entsprechend höhere Feldstärken. Die Magnetisierung richtet sich dabei zunehmend entlang des äußeren Feldes aus.
- **Sättigung (hohe Feldstärken):** Mit weiterer Erhöhung des äußeren Feldes wird ein Zustand erreicht, in dem nahezu alle magnetischen Momente entlang der Feldrichtung ausgerichtet sind. Die Magnetisierung nähert sich asymptotisch der Sättigungsmagnetisierung  $M_s$ . Eine weitere Steigerung von  $H$  führt zu keiner signifikanten Änderung mehr.

Die zuvor beschriebenen Prozesse verlaufen nicht stetig, sondern zeichnen sich durch sprunghafte Änderungen der Magnetisierung aus. Dieser Effekt ist als Barkhausen-Effekt bekannt und tritt insbesondere im Bereich niedriger bis mittlerer Feldstärken auf [30, 34]. Ursache sind die energetischen Barrieren, welche auch Pinning-Stellen genannt werden, an denen die Bewegung von Domänenwänden zunächst gehindert und bei Überschreiten eines kritischen Feldes plötzlich freigesetzt werden [30, 34].

### 2.5.3 Makroskopisches Modell: Loss-Separation Modell

Wie im vorangegangenen Kapitel erläutert, erlaubt die mikromagnetische Modellierung mittels der LLG-Gleichung eine detaillierte Beschreibung der Magnetisierungsdynamik auf mikroskopischer Skala.

Für technische Anwendungen ist die direkte Anwendung der LLG-Gleichung jedoch oft unpraktikabel. Zum einen erfordert sie hohe Rechenressourcen, zum anderen ist sie in ihrem Gültigkeitsbereich auf kleine Längenskalen beschränkt [30, 90–92]. Industriübliche Komponenten mit makroskopischen Abmessungen und mesoskopischen Strukturierungen lassen sich auf diesem Weg nicht effizient modellieren [30, 90–92].

Daher besteht die Notwendigkeit für ein Modell, das a) die für Experimente erforderliche Zeitskala und b) die notwendige Größenskala von Experimenten erfassen kann und effizient die ferromagnetischen Eigenschaften abbildet. Ein solches Modell unterscheidet sich von der LLG-Gleichung, da es nicht jede magnetische Domäne und Domänenwand im Detail erfasst, sondern deren gemittelt Verhalten in äußeren Magnetfeldern und deren kollektiven Beitrag zur Gesamtmagnetisierung betrachtet. Durch eine solche Mittlung kann das Modell skalierbar und für praktische Anwendungen effizienter gestaltet werden.

Ein physikalisch fundierter makroskopischer Zugang zur Beschreibung der ferromagnetischen Hystereseverluste unter Berücksichtigung der durch Magnetisierungsänderungen induzierten Wirbelströme auf unterschiedlichen räumlichen und zeitlichen Skalen wird durch das sogenannte *Loss-Separation-Modell* nach Bertotti ermöglicht [30]. In diesem Modell ergibt sich die spezifische Verlustleistung  $P/f$  aus der räumlich-zeitlichen Integration der lokal dissipierten Energie [30]:

$$\frac{P}{f} = \frac{1}{V} \int_V d^3\mathbf{r} \int_0^{1/f} \frac{|\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)|^2}{\sigma} dt. \quad (2.21)$$

Hierbei bezeichnet  $V$  das betrachtete Volumen,  $\sigma$  die elektrische Leitfähigkeit und  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$  die lokal auftretende Wirbelstromdichte. Die praktische Anwendung dieser Beziehung ist jedoch durch die fehlende Kenntnis der exakten räumlichen und zeitlichen Verteilung der Stromdichten stark eingeschränkt. Aus diesem Grund wird in der Praxis auf eine phänomenologische Beschreibung zurückgegriffen, bei der die Gesamtverlustleistung als Summe separierbarer Beiträge modelliert wird. Diese Beiträge lassen sich drei charakteristischen Verlustmechanismen zuordnen, die jeweils auf unterschiedlichen physikalischen Prozessen beruhen und eine charakteristische Frequenzabhängigkeit aufweisen.

### Verlustklassifikation im Loss-Separation-Modell nach Bertotti [30]

Im Loss-Separation-Modell wird die Gesamtverlustleistung, also die Fläche innerhalb der  $B(H)$ -Kurve, in drei Komponenten unterteilt. Jede Komponente beruht auf Wirbelströmen, die auf unterschiedlichen Raum- und Zeitskalen entstehen, und weist charakteristische Frequenzabhängigkeiten auf:

1. **Hystereseverluste:** entstehen im Skalenbereich des Barkhausen-Effekts und resultieren aus dem sprunghaften Lösen von Domänenwänden an Pinning-Stellen.
2. **Klassische Wirbelstromverluste:** entstehen durch die Wechselwirkung des äußeren Magnetfeldes mit dem gesamten leitfähigen Werkstoff. Klassische Wirbelstromverluste lassen sich durch die Maxwell-Gleichungen beschreiben.
3. **Exzessverluste:** entstehen durch lokal induzierte Wirbelströme im Bereich bewegter Domänenwände. Bei höheren Frequenzen des äußeren Magnetfeldes bewegen sich die Domänenwände mit zunehmender Geschwindigkeit durch den Werkstoff, sodass in ihrer unmittelbaren Umgebung Wirbelströme induziert werden.

Diese Zusammenhänge lassen sich in folgender empirischer Beziehung zusammenfassen [30, 81, 100, 101]:

$$\frac{P}{f} = C_0 + C_1 f + C_2 \sqrt{f} \quad (2.22)$$

Die unterschiedliche Frequenzskalierung der einzelnen Terme ermöglicht eine experimentelle Separation der Verlustanteile durch Variation der Anregungsfrequenz. Im Folgenden werden die Terme in Gl. 2.22 nach der Darstellung bei Bertotti [30] erläutert.

#### $C_0$ : Hystereseverluste [30]

Diese frequenzunabhängigen Verluste entstehen durch irreversible Prozesse bei der Umlagerung magnetischer Domänen im Verlauf eines zeitlich variierenden äußeren Magnetfeldes. Während des periodischen Feldverlaufs ändern sich die Magnetisierungsrichtungen der Domänen innerhalb des Werkstoffs, wobei insbesondere die Bewegung von Domänenwänden eine zentrale Rolle spielt. An sogenannten Pinning-Stellen bleiben die Domänenwände vorübergehend haften und lösen sich sprunghaft. Diese unstetigen Umlagerungen manifestieren sich mikroskopisch im sogenannten Barkhausen-Effekt. Die abrupten Änderungen der Magnetisierung induzieren lokal Wirbelströme, deren ohmsche Verluste zur Wärmeentwicklung beitragen. Makroskopisch lässt sich dieses Verhalten als Barkhausenrauschen erfassen, beispielsweise mit Hilfe von Pick-up-Coils (PUCs) [34]. Die Höhe der Hystereseverluste hängt stark von der Mikrostruktur des Werkstoffs ab, insbesondere von Korngröße, Defektdichte und Legierungszustand. Obwohl diese Verluste idealisiert als frequenzunabhängig gelten, können bei sehr hohen Anregungsfrequenzen zusätzliche viskose Dämpfungsmechanismen zu Abweichungen führen.

#### $C_1 f$ : Klassische Wirbelstromverluste [30]

Dieser Anteil beschreibt die ohmschen Verluste infolge der Induktion makroskopischer

elektrischer Ströme im leitfähigen Volumen des Werkstoffs. Diese Wirbelströme entstehen gemäß des Faradayschen Induktionsgesetz aufgrund der zeitlichen Änderung des äußeren Magnetfeldes. Entsprechend den Maxwell-Gleichungen steigt dieser Verlustanteil linear mit der Frequenz des angelegten Feldes.

Die Höhe der klassischen Wirbelstromverluste hängt maßgeblich von der elektrischen Leitfähigkeit des Werkstoffs, der Geometrie des Bauteils sowie von der effektiven Eindringtiefe des magnetischen Feldes ab. Letztere wird durch den sogenannten Skin-Effekt beschrieben: Mit steigender Frequenz wird das magnetische Feld zunehmend auf oberflächennahe Bereiche des Werkstoffs verdrängt, sodass die effektive Eindringtiefe  $\delta_{\text{skin}}$  abnimmt. Diese Tiefe lässt sich näherungsweise durch [102]:

$$\delta_{\text{skin}} = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega'}} \quad (2.23)$$

abschätzen, wobei  $\mu$  die magnetische Permeabilität,  $\sigma$  die elektrische Leitfähigkeit und  $\omega = 2\pi f$  die Kreisfrequenz des äußeren Feldes ist.

#### $C_2\sqrt{f}$ : Exzessverluste [30]

Die Exzessverluste, auch Zusatzverluste genannt, erfassen dissipative Beiträge, die sich nicht durch klassische Wirbelströme oder irreversible Hystereseprozesse erklären lassen. Sie entstehen als kollektiver Effekt bei der zeitlich veränderlichen Bewegung vieler magnetischer Domänenwände, insbesondere bei hohen Frequenzen des äußeren Magnetfeldes. Die raschen Änderungen der Wandgeschwindigkeit führen zu lokal starken zeitlichen Gradienten der Magnetisierung, wodurch in der Umgebung der Wände mikroskopische Wirbelströme induziert werden. Diese führen zu zusätzlichen ohmschen Verlusten. Der empirische Zusammenhang  $\propto \sqrt{f}$  beschreibt diesen Beitrag näherungsweise, wobei seine Ausprägung stark von der Mikrostruktur, Textur und magnetokristallinen Anisotropie des Werkstoffs abhängt.

#### Einschränkungen des Loss-Separation-Modells

Trotz seiner breiten Anwendung [103–106] weist das Loss-Separation-Modell mehrere konzeptionelle und anwendungsbezogene Grenzen auf:

1. **Frequenzunabhängigkeit der Hystereseverluste:** Die Annahme einer konstanten Verlustleistung pro Zyklus basiert auf quasistatischer Magnetisierung, bei der irreversible Domänenwandbewegungen überwiegen. Bei höheren Frequenzen kann diese Annahme verletzt werden, da viskose Dämpfungsmechanismen innerhalb der Wandbewegung zu einer frequenzabhängigen Erhöhung der Hystereseverluste führen [30].
2. **Empirische Näherung der Exzessverluste:** Die Annahme einer  $\sqrt{f}$  Abhängigkeit basiert auf idealisierten Bedingungen und ist für anisotrope oder strukturkomplexe Werkstoffe (z. B. Mehrphasenlegierungen, nanokristalline Gefüge) oftmals nicht ausreichend [104, 106].

3. **Vernachlässigung geometrischer Effekte:** Feldinhomogenitäten, Randbedingungen oder realistische Bauteilgeometrien werden im Modell nicht berücksichtigt [30].
4. **Nichtlinearitäten bei hohen Feldstärken:** Das Loss-Separation-Modell basiert auf der Annahme einer linearen Superposition der einzelnen Verlustmechanismen. Diese Annahme ist jedoch nur in Feldbereichen gültig, in denen die einzelnen Beiträge unabhängig voneinander agieren. In der Nähe der magnetischen Sättigung kommt es zu komplexen Wechselwirkungen zwischen Domänenwandbewegung, Rotation und Feldverlauf, die zu einer nichtlinearen Kopplung führen. Dadurch verliert das Modell an Gültigkeit [30].

#### 2.5.4 Makroskopisches Modell: Jiles-Atherton Modell

Sowohl das mikroskopisch motivierte LLG-Modell als auch das phänomenologische Loss-Separation-Modell liefern wichtige Einblicke in das dynamische Verhalten der Magnetisierung auf unterschiedlichen Skalenebenen. Ihre direkte Anwendung zur quantitativen Beschreibung makroskopischer Hysteresekurven ist jedoch limitiert. Die Limitierung besteht aufgrund der hohen numerischen Komplexität (LLG) oder der empirischen Struktur ohne expliziten Bezug zu mikromagnetischen Mechanismen (Loss-Separation). Für praxisrelevante Anwendungen wird daher ein Modell benötigt, das wesentliche mikromagnetische Prozesse wie Domänenwandbewegung und -rotation abbildet, sich aber zugleich in ein konsistentes makroskopisches Modell übertragen lässt.

Das Jiles-Atherton-Modell (JA-Modell) [107] erfüllt diese Anforderungen. Es basiert auf energetischen Überlegungen und beschreibt die Hysteresekurve durch eine Differentialgleichung, welche die reversiblen und irreversiblen Magnetisierungsprozesse explizit berücksichtigt. Dadurch ermöglicht das Modell nicht nur die mathematische Beschreibung der Hysteresekurvenform, sondern auch deren Abhängigkeit von Werkstoffparametern und äußeren Einflussgrößen [108–113]. Aufgrund seiner physikalischen Fundierung und breiten Anwendbarkeit gilt es als etabliertes Standardmodell<sup>1</sup> zur Beschreibung ferromagnetischer Werkstoffe im quasistatischen und dynamischen Bereich von bis zu mehreren hundert kHz [114, 115].

Die folgenden Erläuterungen zum JA-Modell entstammen der Publikation von Jiles und Atherton [116].

##### Modellansatz und Grundannahmen

Die zentrale Annahme des Modells ist die additive Zerlegung der Gesamtmagnetisierung  $M$  in einen irreversiblen Anteil  $M_{\text{irr}}$ , der durch das Überwinden von Pinning-Stellen entsteht, und einen reversiblen Anteil  $M_{\text{rev}}$ , der elastischen Prozessen wie Domänenwandbiegungen zugeordnet wird:

$$M = M_{\text{irr}} + M_{\text{rev}} \quad (2.24)$$

<sup>1</sup>Eine Web-of-Science-Suche (Stand 31.07.2025) nach dem Begriff *Jiles Atherton* ergibt über 922 Treffer allein im Titel, was die weite Verbreitung des Modells unterstreicht.

**Reversibler Magnetisierungsanteil  $M_{\text{rev}}$ :** Der reversible Beitrag im JA-Modell entsteht durch elastische Auslenkungen magnetischer Domänenwände, die an Pinning-Zentren fixiert sind. Bei kleinen Änderungen des äußeren Magnetfelds reagieren diese Wände mit reversiblen Verschiebungen, ohne ihre Verankerung zu verlassen. Dadurch verändert sich das relative Volumen benachbarter Domänen, was eine Änderung der makroskopischen Magnetisierung zur Folge hat.

Formal wird der reversible Beitrag als lineare Rückstellkraft proportional zur Differenz zwischen der momentanen Magnetisierung  $M$  und der Anhysterese  $M_{\text{an}}$  formuliert:

$$M_{\text{rev}} = c(M_{\text{an}} - M), \quad (2.25)$$

wobei  $c$  eine dimensionslose Kopplungskonstante ist, die das Ausmaß reversibler Wanddeformation relativ zur Gesamtänderung der Magnetisierung beschreibt.

**Irreversibler Magnetisierungsanteil  $M_{\text{irr}}$ :** Der irreversible Anteil resultiert aus der diskontinuierlichen Bewegung von Domänenwänden über Pinning-Stellen hinweg. Dieser Vorgang ist dissipativ, da er mit Energieverlusten verbunden ist. Im JA-Modell wird dieser Prozess durch eine Relaxationsgleichung beschrieben, in der sich  $M_{\text{irr}}$  verzögert an die Anhysterese  $M_{\text{an}}$  annähert:

$$\frac{dM_{\text{irr}}}{dH_e} = \frac{M_{\text{an}} - M_{\text{irr}}}{\delta k}, \quad (2.26)$$

Dabei bezeichnet  $k$  eine Materialkonstante, die die Anzahl und notwendige Energie zum Überwinden von Pinning-Stellen erfasst.  $\delta \in \{+1, -1\}$  gibt die Richtung der Feldänderung (zunehmend oder abnehmend) an. Die effektive Feldstärke  $H_e$  ist definiert durch:

$$H_e = H + \alpha M, \quad (2.27)$$

wobei  $\alpha$  eine Kopplungskonstante darstellt, die die Rückwirkung der Magnetisierung auf das lokale Feld im Sinne einer mean-field-Näherung berücksichtigt.

**Anhysterese  $M_{\text{an}}$ :** Die Anhysterese  $M_{\text{an}}$  beschreibt den theoretischen Verlauf der Magnetisierung eines ferromagnetischen Werkstoffs im thermodynamischen Gleichgewicht, also ohne dissipative Effekte wie Hysterese- oder Wirbelstromverluste.

Mathematisch wird  $M_{\text{an}}$  durch eine Langevin-ähnliche Funktion des effektiven Magnetfeldes  $H_e$  beschrieben:

$$M_{\text{an}} = M_s \left[ \coth \left( \frac{H_e}{a} \right) - \frac{a}{H_e} \right], \quad (2.28)$$

wobei  $M_s$  die Sättigungsmagnetisierung ist und  $a$  ein thermisch motivierter Parameter, der die Steilheit der Anhysteresekurve bestimmt.

Zusammen beschreiben die drei Modellkomponenten  $M_{\text{rev}}$ ,  $M_{\text{irr}}$  und  $M_{\text{an}}$  die wesentlichen Mechanismen der Magnetisierung in ferromagnetischen Werkstoffen auf makroskopischer Ebene.

### Differentialgleichung der Gesamtmagnetisierung

Durch Differenzieren von Gl. 2.24 und dem Einsetzen der entsprechenden Modellterme resultiert eine nichtlineare Differentialgleichung für die Gesamtmagnetisierung:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{1}{1 + c} \frac{M_{\text{an}} - M}{\delta k / \mu_0 - \alpha(M_{\text{an}} - M)} + \frac{c}{1 + c} \frac{dM_{\text{an}}}{dH} \quad (2.29)$$

Diese Gleichung stellt den zentralen Ausdruck des JA-Modells dar. Bei bekanntem zeitabhängigen Verlauf der äußeren Feldstärke  $H(t)$  kann die Magnetisierung  $M(t)$  durch numerische Integration berechnet werden.

### Einschränkungen und Erweiterungspotential

Die Einschränkungen des JA-Modells betreffen insbesondere:

- die fehlende Berücksichtigung dynamischer Relaxationseffekte bei hohen Frequenzen [117],
- das Fehlen temperaturabhängiger Korrekturen (z.B. Änderung von  $M_s$ ,  $\alpha$ ,  $k$  mit  $T$ ) [118, 119],
- die Nichtberücksichtigung mechanischer Einflüsse wie Spannung oder plastische Verformung [120–122],
- sowie die Modellierung ausschließlich in 1D unter Vernachlässigung anisotroper Effekte [123].

## 2.6 Mechanische Spannungsabhängigkeit der ferromagnetischen Hysterese

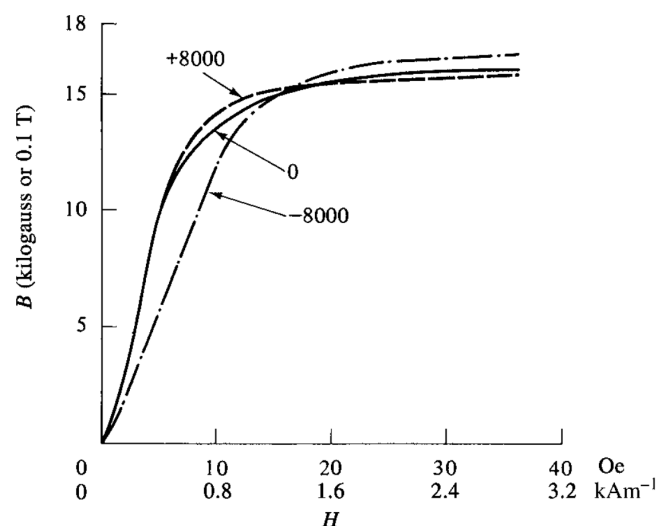
Bereits 1847 beobachtete Joule, dass ferromagnetische Werkstoffe bei Anlegen eines äußeren Magnetfeldes eine messbare Längenänderung erfahren [124]. Diese als Magnetostriktion bezeichnete Erscheinung beschreibt die relative Längenänderung  $\lambda$ , definiert durch:

$$\lambda = \frac{\Delta l}{l}, \quad (2.30)$$

wobei  $\Delta l$  die Längenänderung und  $l$  die ursprüngliche Länge ist. Die Sättigungsmagnetostriktion  $\lambda_S$ , also die maximale Längendehnung unter der Sättigung der Magnetisierung, liegt bei typischen Werkstoffen im Bereich von  $\lambda_S \approx 10^{-5}$  und entspricht etwa der thermischen Ausdehnung bei einer Temperaturerhöhung um 0.5 K [31].

Die größte Längenänderung tritt in jenem Abschnitt des Magnetisierungsprozesses auf, in dem die Rotation der Magnetisierung innerhalb bestehender Domänen dominiert [31]. Dies ist bei höheren äußeren Feldstärken der Fall, nachdem die Domänenwandbewegung weitgehend abgeschlossen ist. Die resultierende Längenänderung kann als Reaktion auf eine effektive mechanische Dehnung interpretiert werden und macht die enge Kopplung zwischen magnetischem und mechanischem Verhalten deutlich. Umgekehrt kann auch eine angelegte mechanische Spannung das magnetische Antwortverhalten des Werkstoffs beeinflussen. Dieses Phänomen wird als inverse Magnetostraktion oder magnetomechanischer Effekt bezeichnet [31].

Abbildung 2.3 zeigt die Veränderung der Neukurve von Eisen unter Zug- und Druckspannungen im Vergleich zum spannungsfreien Zustand. Für Feldstärken unterhalb eines werkstoffspezifischen Punktes, dem sogenannten Villari-Punkt [31], steigt die Permeabilität unter Zugspannung und sinkt unter Druck. Jenseits dieses Punktes kehrt sich das Verhalten um, was die komplexe, nichtlineare Kopplung zwischen Spannung und Magnetisierung verdeutlicht. In Abb. 2.3 ist dieses Verhalten durch die Neukurve



**Abbildung 2.3:** Einfluss von Zugspannung (+8000 lb/in<sup>2</sup>) und Druckspannung (−8000 lb/in<sup>2</sup>) auf die Neukurve von Eisen (8000 lb/in<sup>2</sup> ≈ 55 MPa). Entnommen aus [31].

wiedergegeben: Vor dem Schnittpunkt der drei Graphen (Villari-Punkt) ist die Neukurve für den zugbelasteten Fall oberhalb der Referenz- und druckbeanspruchten Kurve. Nach dem Villari-Punkt kehrt sich das Verhalten um.

Wird die mechanische Spannung so groß, dass sie plastische Deformationen verursacht, treten bleibende Änderungen im Gefüge auf: Die Versetzungsdichte kann sich um einen Faktor von bis zu 10<sup>4</sup> erhöhen, und zusätzlich entstehen Mikroeigenstressungen [31]. Beide Effekte erhöhen die Anzahl der Pinning-Zentren für Domänenwände signifikant, was die Koerzitivfeldstärke und die Gestalt der Hysteresekurve verändert. Dieser Zusammenhang wird technologisch beispielsweise beim Kaltwalzen genutzt, um eine gezielte Gefüge- und Eigenschaftsmodifikation durch mechanische Härtung zu erzielen [66].



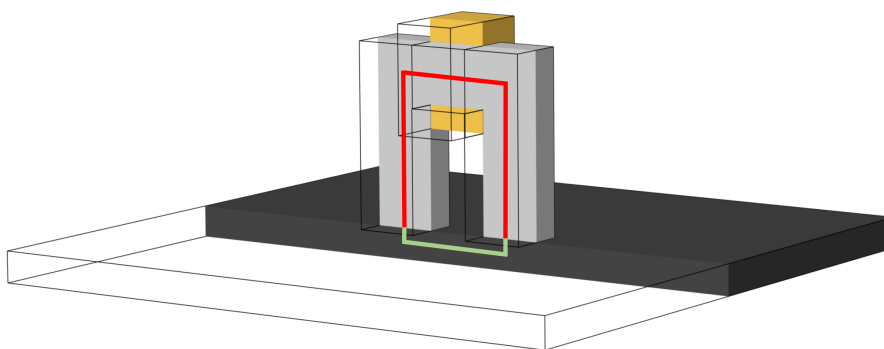
## Kapitel 3

# Gegenwärtiger Stand von Wissenschaft und Technik

Kapitel 3 widmet sich dem aktuellen Stand der Wissenschaft und Technik zur Bestimmung der ferromagnetischen Hysterese. Im Mittelpunkt stehen dabei die experimentelle Bestimmung der Hysteresekurve sowie die numerische Modellierung mithilfe des JA-Modells.

### 3.1 Arten der Hysteresebestimmung

Die Bestimmung der  $B(H)$ -Kurve erfolgt durch einen geometrisch geschlossenen Kreis. Dieser Kreis kann entweder ausschließlich durch den Probenwerkstoff oder durch die Kombination aus Probenwerkstoff und zusätzlichen Komponenten, wie beispielsweise einem Joch, realisiert werden. Eine exemplarische Darstellung zeigt Abb. 3.1, in der der magnetische Kreisanteil im Joch (rot) und derjenige im Probenwerkstoff (grün) hervorgehoben sind.



**Abbildung 3.1:** Veranschaulichung des magnetischen Kreises. Rot: magnetischer Kreisanteil des Jochs; Grün: magnetischer Kreisanteil des Probenwerkstoffs.

Zur Bestimmung der  $B(H)$ -Kurve wird ein zeitabhängiger  $H$ -Feldverlauf vorgegeben, während der sich einstellende magnetische Fluss  $B$  gemessen wird. Die Erzeugung des zeitabhängigen  $H$ -Feldverlaufs erfolgt typischerweise durch Spulen [34]. In Abb.

3.1 ist die Spule um die Jochbrücke gewickelt (gelb). Im Folgenden wird diese Spule Magnetisierungsspule genannt.

Eine gängige Methode zur Bestimmung von  $B$  ist der Einsatz von PUCs [34]. Diese Spulen arbeiten in einem offenen elektrischen Kreis, wodurch kein Stromfluss in der PUC erfolgt [125]. Dadurch wird sichergestellt, dass die PUC den magnetischen Kreis nicht beeinflusst. Wird die PUC um den Probenwerkstoff oder das Joch gewickelt, induziert die Änderung des magnetischen Flusses eine Spannung, die direkt mit der magnetischen Flussdichte  $B$  korreliert.

In der Literatur wird die gemessene Hysteresekurve je nach Messtechnik in eine direkte und indirekte Hysteresekurve unterteilt. Die Definitionen dieser Begriffe sind jedoch nicht einheitlich und basieren entweder auf der Art der Magnetisierung [126, 127] oder auf der Lage der PUC [128–130].

**Definition gemäß der Magnetisierung [126, 127]**

Liegt ein magnetisch geschlossener Kreis vor, der ausschließlich durch den Probenwerkstoff realisiert wird, spricht man von einer direkt bestimmten Hysteresekurve. Besteht der magnetische Kreis hingegen aus zwei oder mehr Werkstoffen, die sich durch unterschiedliche  $B(H)$ -Kurven auszeichnen, wie beispielsweise dem Probenwerkstoff und einem Joch, wird eine indirekte Hysteresekurve bestimmt, unabhängig von der Lage der PUC.

**Definition gemäß der Lage der PUC [128–130]**

Befindet sich die PUC um den Probenwerkstoff, wird eine direkte Hysteresekurve bestimmt, unabhängig davon, ob der magnetische Kreis homogen durch den Probenwerkstoff oder durch ein Joch geschlossen wird. Ist die PUC hingegen um einen zusätzlichen Werkstoff, wie beispielsweise ein Joch, gewickelt, wird eine indirekte Hysterese bestimmt. Artetxe et al. [128] führen zusätzlich die sogenannte äquivalente indirekte Hysteresekurve ein. Hierbei wird die Magnetisierungsspule gleichzeitig als PUC verwendet, und aus den Strom- und Spannungssignalen der Magnetisierungsspule wird eine Hysterese, die äquivalente indirekte Hysteresekurve, bestimmt.

Im Folgenden wird die Definition nach der Magnetisierung angewandt, was durch folgende Überlegungen begründet wird:

Wird ein magnetischer Kreis betrachtet, der aus zwei unterschiedlichen magnetischen Werkstoffen besteht, wie in Abb. 3.1 gezeigt, gilt Gl. 3.1 [71]:

$$N_{\text{mag}} I_{\text{mag}} = H_1 l_1 + H_2 l_2 = \frac{\phi_1 l_1}{\mu_0 \mu_{r,1} A_1} + \frac{\phi_2 l_2}{\mu_0 \mu_{r,2} A_2}. \quad (3.1)$$

Die linke Seite von Gl. 3.1 beschreibt die Quelle des magnetischen Flusses und ergibt sich aus Gl. 2.12. Sie wird als magnetische Spannung bezeichnet [71]. Der magnetische Fluss wird durch die Magnetisierungsspule erzeugt und hängt von der Windungszahl  $N_{\text{mag}}$  und der Stromstärke  $I_{\text{mag}}$  ab. Die Summe nach dem ersten Gleichheitszeichen besagt, dass die magnetische Spannung die Summe aller magnetischen Spannungsabfälle entlang der Weganteile des magnetischen Kreises ist. Index 1 steht für den ersten

Werkstoff und Index 2 für den zweiten Werkstoff.  $l_i$  ist die Weglänge in den jeweiligen Werkstoffen, siehe Abb. 3.1, roter und grüner Längenabschnitt. Der Übergang im zweiten Gleichheitszeichen erfolgt durch die Ausnutzung der Relationen:

$$H_i = \frac{B_i}{\mu_0 \mu_{r,i}}, \quad (3.2)$$

$$B_i = \frac{\phi_i}{A_i}, \quad (3.3)$$

wobei  $A_i$  die konstante Querschnittsfläche des jeweiligen Werkstoffs im magnetischen Kreis und  $\phi_i$  der zugehörige magnetische Fluss ist.

Für einen magnetischen Kreis ohne Streuflüsse ist der magnetische Fluss in allen Werkstoffen konstant  $\phi_1 = \phi_2 = \phi_{\text{const}}$ . Gleichung 3.1 kann somit zu Gl. 3.4 umgeformt werden:

$$\phi_{\text{const}} = \frac{N_{\text{mag}} I_{\text{mag}} \mu_0 \mu_{r,1}(B, H) \mu_{r,2}(B, H) A_1 A_2}{l_1 [\mu_{r,2}(B, H) A_2] + l_2 [\mu_{r,1}(B, H) A_1]}. \quad (3.4)$$

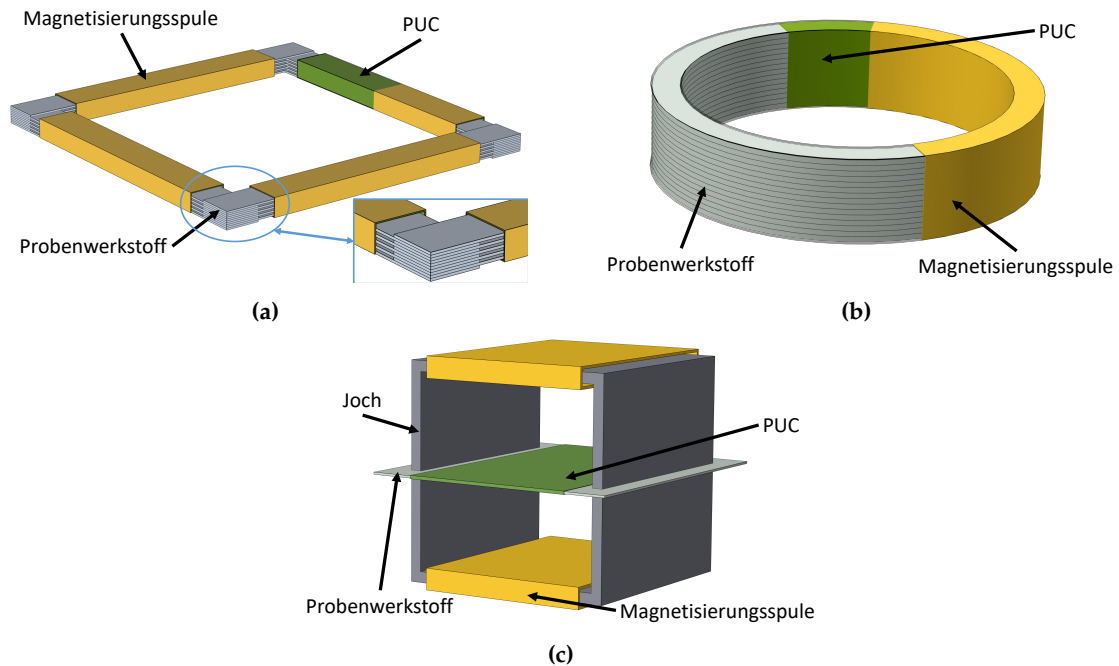
Nach Gl. 2.11 erzeugt die zeitliche Änderung des magnetischen Flusses  $\phi_{\text{const}}$  eine Induktionsspannung in einer PUC. An dieser Stelle wird deutlich, dass die Lage der PUC, ob um den Probenwerkstoff oder um das Joch gewickelt, keine Rolle spielt, da die PUC immer denselben magnetischen Fluss detektiert ( $\phi_{\text{const}}$  ist ortsunabhängig). Zudem wird der Begriff der indirekten Hysteresekurve klarer: Bei einem magnetischen Kreis aus Joch und Probenwerkstoff ist der magnetische Fluss und damit die bestimmte Hysterese eine Faltung aus den Hystereseeigenschaften des Jochs und des Probenwerkstoffs, da nach Gl. 3.4  $\phi_{\text{const}}$  von den Permeabilitäten beider Werkstoffe abhängt [126]. Es wird nicht die direkte Hysterese des Probenwerkstoffs gemessen, sondern die gefaltete Hysterese aus Joch und Probenwerkstoff.

## 3.2 Direkte Hysteresemessverfahren

Normen und Standards spielen eine zentrale Rolle in der industriellen Anwendung [131, 132]. Dennoch stellen Normen zur Bestimmung der ferromagnetischen Hysterese, siehe [133–135], aufgrund verschiedener Faktoren wie des Zeitaufwands bei der Umsetzung, der Anforderungen an die Probenbeschaffenheit sowie der Wiederverwendbarkeit des experimentellen Aufbaus eine Herausforderung dar [40, 130].

Zur Bestimmung der ferromagnetischen Hysterese existieren drei genormte experimentelle Verfahren. Zwei (Epsteinrahmen und Toroid-Tester) bestimmen die direkte und eine (Single-Sheet-Tester (SST)) die indirekte Hysteresekurve. Abbildung 3.2 zeigt die schematischen Aufbauten dieser Verfahren.

Beim Epsteinrahmen, siehe Abb. 3.2a, wird der Probenwerkstoff in Form rechteckiger Streifen geschichtet. Jede der vier Seiten ist mit einer Magnetisierungsspule (gelb) sowie einer PUC (grün) ausgestattet. Details zur Anzahl der Windungen sowie zu den geometrischen Abmessungen der Streifen sind in der Norm [133] spezifiziert. Der Toroid-Tester, siehe Abb. 3.2b, nutzt Proben in toroidaler Form, die entweder aus radial oder



**Abbildung 3.2:** Schematische Darstellung der standardisierten Hysteresemessverfahren: (a) Epsteinrahmen, (b) Toroid-Tester, (c) Single-Sheet-Tester. In Gelb sind die Magnetisierungsspulen und in Grün die PUCs zur Messung der magnetischen Flussdichte  $B$  dargestellt.

axial geschichteten Ringen oder aus Vollmaterial bestehen. Die relevanten Parameter, einschließlich der Windungszahl der Spulen, sind in der Norm [136] dokumentiert.

Der SST, siehe Abb. 3.2c, verwendet eine Platte als Probenwerkstoff, die zwischen zwei weichmagnetischen Jochen eingespannt wird. Die Magnetisierungsspule ist um die Jochbrücke gewickelt, während die PUC direkt um den Probenwerkstoff angebracht ist. Weitere Details hierzu sind in den entsprechenden Norm [133] enthalten.

Die physikalischen Grundlagen der Verfahren basieren auf identischen Prinzipien:

1. Ziel ist es, einen geometrisch geschlossenen Aufbau zu realisieren, sodass ein geschlossener magnetischer Kreis während der Magnetisierung vorliegt.
2. Eine **Primärspule** (Magnetisierungsspule) erzeugt eine niederfrequente äußere magnetische Feldstärke  $H(t)$ , um den Magnetisierungszustand der Probe gezielt zu verändern.
3. Eine **Sekundärspule** (PUC) erfasst die Magnetisierungsänderung über die zeitliche Änderung der magnetischen Flussdichte in Form einer Induktionsspannung  $U_{\text{PUC,ind}}$ , gemäß Faradays Induktionsgesetz [72]:

$$U_{\text{PUC,ind}}(t) = -AN_{\text{PUC}}\partial_t B(t), \quad (3.5)$$

wobei  $A$  die Querschnittsfläche und  $N_{\text{PUC}}$  die Windungszahl der PUC ist.  $B$  bezeichnet die magnetische Flussdichte, die orthogonal zur Fläche  $A$  verläuft. Im Folgenden wird  $U_{\text{PUC,ind}}$  zur Vereinfachung als  $U_{\text{PUC}}$  abgekürzt.

4. Die magnetische Flussdichte  $B$ , die mit der Magnetisierung  $M$  verknüpft ist (siehe Gl. 2.1), wird durch zeitliche Integration der Spannung  $U_{\text{PUC}}$  bestimmt:

$$B(t) = \frac{1}{AN_{\text{PUC}}} \int U_{\text{PUC}}(t) dt. \quad (3.6)$$

5. Die magnetische Feldstärke  $H$  wird für den Epsteinrahmen und Toroid-Tester analytisch gemäß Gl. 3.7 berechnet:

$$H(t) = \frac{N_{\text{mag}} I_{\text{mag}}(t)}{l_{\text{eff}}}. \quad (3.7)$$

In Gl. 3.7 bezeichnet  $N_{\text{mag}}$  die Anzahl der Windungen der Magnetisierungsspule,  $I_{\text{mag}}$  den Strom in der Magnetisierungsspule und  $l_{\text{eff}}$  die effektive magnetische Weglänge, die der Länge des geschlossenen magnetischen Kreises entspricht. Beim SST erfolgt die Messung der zeitabhängigen magnetischen Feldstärke  $H(t)$  hingegen mithilfe eines Hall-Sensors [34]:

### 3.2.1 Nachteile und Einschränkungen der direkten Hysteresemessverfahren

**Epsteinrahmen:** Dieser ist anfällig für Streuflussverluste, die durch Luftspalte und Unebenheiten in den geschichteten Streifen entstehen [137]. Diese Verluste führen zu Ungenauigkeiten bei der Bestimmung des  $B$ -Feldes. Zudem können mechanische Spannungen und plastische Verformungen, die beim Zuschneiden der Proben auftreten, die Mikrostruktur beeinflussen und damit die magnetischen Werkstoffeigenschaften [138]. Bei der Bestimmung der magnetischen Feldstärke  $H$  sind die Windungszahl  $N_{\text{mag}}$  und der Magnetisierungsstrom  $I_{\text{mag}}$  bekannt bzw. messbar. Die effektive magnetische Weglänge  $l_{\text{eff}}$  ist jedoch aufgrund der dreidimensionalen Struktur des Epsteinrahmens nicht trivial zu bestimmen und wird daher normativ festgelegt [136]. Wie Sievert et al. [139] zeigten, könnte eine funktionale Abhängigkeit  $l_{\text{eff}}(B)$  die Übereinstimmung zwischen Messungen mit einem Epsteinrahmen und einem SST verbessern.

**Toroid-Tester:** Die Herstellung toroidaler Proben ist mit aufwendigen Fertigungsprozessen verbunden [140]. Bei radial geschichteten Toroiden können mechanische Spannungen in den einzelnen Schichten auftreten, die das Messergebnis verfälschen. Darüber hinaus beeinflussen mechanische Spannungen, die durch das Aufbringen der Magnetisierungsspule und der PUC entstehen, die Messsignale signifikant [140–142]. Für anisotrope Werkstoffe ist nur der Toroid in Vollmaterialausführung geeignet [34]. Die Bestimmung der magnetischen Feldstärke  $H$  erfolgt auch in diesem Fall durch die normativ festgelegte effektive magnetische Weglänge [133, 135]. Allgemein ist die  $H$ -Feldverteilung über den Querschnitt des Toroiden nicht homogen [34].

**Single-Sheet-Tester (SST):** Die Wahl des Jochwerkstoffs und der Jochgeometrie hat einen erheblichen Einfluss auf die Messgenauigkeit [134]. Der Hall-Sensor erfasst lediglich

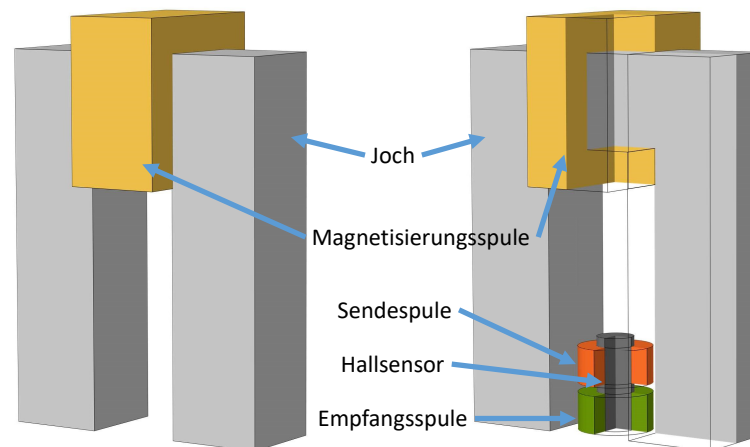
oberflächennahe  $H$ -Feldwerte, sodass es aufgrund des endlichen Abstands zur Werkstoffoberfläche zu Messungenauigkeiten kommt [143, 144]. Der mechanische Aufbau des SST erfordert hohe Präzision, was die Handhabung erschwert.

Trotz ihrer Normierung zeigen Untersuchungen, dass die Messergebnisse der drei Verfahren bei identischen Probenwerkstoffe nicht immer übereinstimmen [34, 145, 146].

### 3.3 Indirekte Hysteresemessverfahren

Das Joch-Verfahren in Aufsatztechnik ist sowohl in industriellen Anwendungen der zerstörungsfreien Prüfung als auch in wissenschaftlichen Untersuchungen zur Werkstoffcharakterisierung etabliert [147].

Abbildung 3.3 zeigt den schematischen Aufbau der beiden Sensorvarianten dieses Verfahrens. Beide Varianten nutzen ein weichmagnetisches Joch, das üblicherweise aus Fe-Si oder reinem Eisen gefertigt ist [148].



**Abbildung 3.3:** Schematische Darstellung der Sensorvarianten des Joch-Verfahrens. Links: Sensorvariante 1. Rechts: Sensorvariante 2. Zur besseren Veranschaulichung ist ein Quadrant ausgeblendet.

Eine Magnetisierungsspule ist um die Jochbrücke gewickelt und dient der Anregung des magnetischen Kreises. Sensorvariante 2 (siehe Abb. 3.3, (b)) erweitert das Grundprinzip um zusätzliche Hardwarekomponenten: Ein Hall-Sensor sowie eine Sende- und Empfangsspule sind zwischen den Jochschenkeln positioniert, um erweiterte Messmöglichkeiten zu ermöglichen.

Die Magnetisierungsspule kann entweder durch eine Spannungs- oder eine Stromeinprägung angeregt werden, indem ein periodisches Spannungs- oder Stromsignal angelegt wird [128, 148]. Während die Spannungseinprägung nur die zeitliche Änderung der

magnetischen Flussdichte steuert, legt die Stromeinprägung die magnetische Feldstärke fest [37, 41]. In der technischen Umsetzung ist die Spannungseinprägung einfacher realisierbar als die Stromeinprägung [149].

Da das Joch in Aufsatztechnik angewendet wird, wird sowohl die ferromagnetische Hysterese des Jochs als auch die des Probenwerkstoffs gleichzeitig durchlaufen (siehe Gl. 3.4 und die zugehörigen Erläuterungen).

Die Kombination unterschiedlicher Anregungssignale (Strom- oder Spannungseinprägung, variabler zeitlicher Signalverlauf) und der beiden Sensorvarianten ermöglicht verschiedene Messtechniken. Diese wurden über Jahrzehnte am Fraunhofer IZFP erfolgreich entwickelt und validiert [43, 44, 48, 52–55, 57, 150–152]. Der Joch-Ansatz in Aufsatztechnik wird am Fraunhofer IZFP unter dem Namen eines kommerziellen Produkts als 3MA-Technik geführt [39, 57, 153–155].

Tabelle 3.1 gibt eine Übersicht über die Anwendungsbereiche und Forschungsschwerpunkte der 3MA-Technik.

**Tabelle 3.1:** Übersicht über typische Anwendungsbereiche und zugehörige Forschungsschwerpunkte der 3MA-Technik.

Anwendungsbereich	Forschungsschwerpunkt	Referenz
Reaktorsicherheit	Neutronenversprödung	[46, 58]
Schweißnahtprüfung	Eigenstressungen	[156]
Stahlgüte	Härte / Härtetiefe	[43, 157]
Stahlproduktion	Mechanische Eigenschaften	[56]
H <sub>2</sub> -Infrastruktur	H <sub>2</sub> -Versprödung	[158]

Im Folgenden wird die 3MA-Technik vorgestellt und ein allgemeiner Überblick über den Joch-Ansatz auch jenseits des Fraunhofer IZFP-Ansatzes gegeben. Der Fokus liegt hierbei auf zwei wesentlichen Aspekten:

1. Wie können ferromagnetische Werkstoffeigenschaften zur Werkstoffcharakterisierung genutzt werden?
2. Wie lässt sich die ferromagnetische Hysterese bestimmen?

### 3.3.1 Fraunhofer IZFP – 3MA-Technik

Die 3MA-Technik unterteilt sich in die Verfahren 3MA-X8 und 3MA-II. 3MA-X8 entspricht der Sensorvariante 1 (siehe Abb. 3.3 (a)), während 3MA-II der Sensorvariante 2 (siehe Abb. 3.3 (b)) entspricht. Beide Verfahren kombinieren verschiedene Messtechniken, indem die Sensoren unterschiedlich angesteuert und verschiedene Messgrößen erfasst werden.

Beim 3MA-X8 wird eine periodische Spannung  $U_0(t)$  an den Gesamtstromkreis angelegt (Spannungseinprägung). Der Gesamtstromkreis besteht aus der Magnetisierungsspule

und einem ohmschen Widerstand. Diese Spannung setzt sich additiv aus einem niederfrequenten ( $< 150$  Hz) und einem höherfrequenten Anteil ( $> 1$  kHz) zusammen [51]. Als Messgrößen werden der sich einstellende Magnetisierungsstrom  $I_{\text{mag}}(t)$  und die eingeprägte Spannung  $U_0(t)$  als Funktion der Zeit erfasst.

Beim 3MA-II-System wird eine niederfrequente, sinusförmige Spannung mit amplitudenabhängiger Regelung eingepägt. Die Regelung erfolgt auf Basis der gemessenen Hall-Spannung  $U_{\text{Hall}}(t)$ , die mit der tangentialen magnetischen Feldstärke  $H_t$  an der Probenoberfläche verknüpft ist. Auf diese Weise lässt sich das in die Probe eingebrachte Magnetfeld präzise steuern. An der Empfangsspule wird die Induktionsspannung  $U_{\text{PUC}}(t)$  gemessen, die proportional zur zeitlichen Änderung des magnetischen Flusses ist [51].

Durch die gezielte Sensoransteuerung und die genannten Messgrößen ist es möglich, verschiedene Messtechniken sowohl mit dem 3MA-X8 als auch mit dem 3MA-II zu kombinieren. Zu den Messtechniken zählen die Oberwellenanalyse, die Analyse der Wirbelstromimpedanz, die Untersuchung des magnetischen Barkhausenrauschens sowie die Analyse der Überlagerungspermeabilität [27, 39, 51].

### 3.3.2 Methodik der 3MA-Technik

Um aus den 3MA-Messgrößen ( $U_0(t)$ ,  $I_{\text{mag}}(t)$ ,  $U_{\text{Hall}}(t)$ ,  $U_{\text{PUC}}(t)$ ) eine Korrelationen zu den Eigenschaften des untersuchten Probenwerkstoffs herzustellen, werden folgende Schritte angewandt [39, 159]:

#### Oberwellenanalyse [39]

- **3MA-X8:** Aufgrund der ferromagnetischen Hysterese des Probenwerkstoffs und des Jochs kommt es im Magnetisierungsstrom  $I_{\text{mag}}(t)$  zu Verzerrungen. Zur Analyse dieser Verzerrungen wird eine Fourier-Transformation auf den Magnetisierungsstrom angewandt. Im fouriertransformierten Signal werden insgesamt fünf sogenannte unkonventionelle<sup>1</sup> Parameter definiert.
- **3MA-II:** Die Oberwellenanalyse des 3MA-II erfolgt durch die Betrachtung der Fourier-Transformation der Ausgangsspannung des Hall-Sensors  $U_{\text{Hall}}(t)$ . Hierbei werden bis zu 14 unkonventionelle Parameter im Frequenzspektrum definiert.

Beide Signale ( $I_{\text{mag}}(t)$ ,  $U_{\text{Hall}}(t)$ ) liegen im niederfrequenten Bereich ( $< 150$  Hz) und sind daher besonders sensitiv für Werkstoffveränderungen in größeren Tiefen. Dies ist auf den Skin-Effekt zurückzuführen, der die Eindringtiefe elektromagnetischer Felder beschreibt. Die Eindringtiefe  $\delta_{\text{skin}}$  ergibt sich gemäß den Maxwell-Gleichungen zu [102]:

$$\delta_{\text{skin}} = \sqrt{\frac{2}{2\pi f \sigma \mu_0 \mu_r}}, \quad (3.8)$$

<sup>1</sup>Nach [39] sind konventionelle Parameter physikalische Größen wie die Koerzitivfeldstärke  $H_c$  oder remanente Flussdichte  $B_r$ . Dagegen sind unkonventionelle Parameter in Signalgraphen definierte Merkmale.

wobei  $\sigma$  die elektrische Leitfähigkeit des Werkstoffs,  $\mu_r$  die relative Permeabilität und  $f$  die Frequenz der Anregung ist.

Typische Werte für Stahl ( $\sigma \approx 5 \times 10^6 \text{ S m}^{-1}$ ,  $\mu_r \approx 500$ ) und eine Frequenz von  $f = 120 \text{ Hz}$  führen zu einer Eindringtiefe im Bereich weniger Millimeter.

### Wirbelstromimpedanzanalyse [39]

- **3MA-X8:** Die Impedanz  $Z$  der Magnetisierungsspule wird durch zwei dominante physikalische Mechanismen beeinflusst. Erstens entstehen durch das zeitlich veränderliche Magnetfeld Wirbelströme im elektrisch leitfähigen Probenwerkstoff, welche sich als ohmscher Anteil (Realteil von  $Z$ ) bemerkbar machen [159, 160]. Zweitens führt das nichtlineare und feldabhängige magnetische Verhalten des Werkstoffs zu einer Änderung der effektiven Induktivität der Spule [159, 160]. Dies äußert sich im Imaginärteil der Impedanz.

Zur quantitativen Auswertung wird aus dem Verhältnis von Magnetisierungsstrom und -spannung die komplexe Impedanz  $Z = U_{\text{mag}}(t)/I_{\text{mag}}(t)$  bestimmt. In der grafischen Darstellung des Imaginärteils in Abhängigkeit des Realteils, der sogenannten Impedanztrajektorie, werden acht unkonventionelle Parameter definiert, die als Merkmale zur Zustandsbewertung des Werkstoffs herangezogen werden.

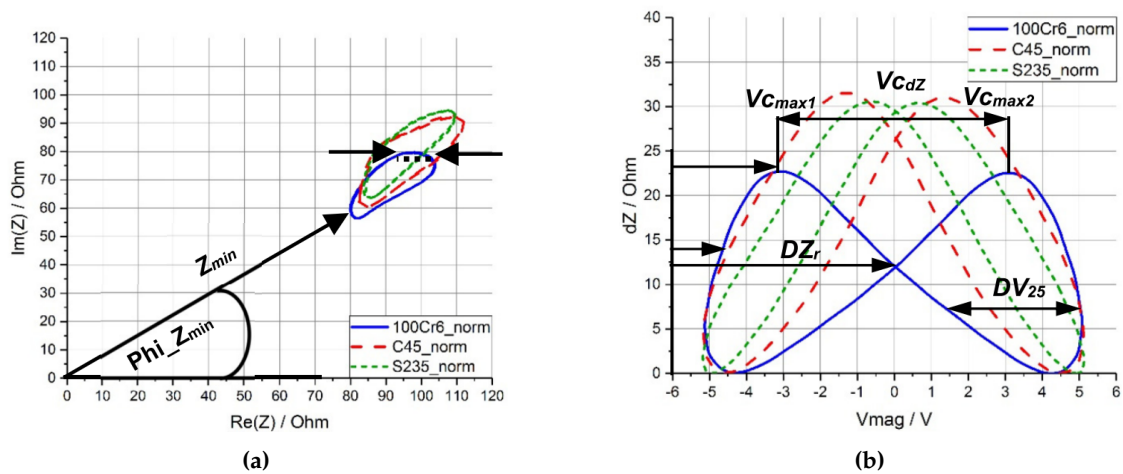
- **3MA-II:** Analog zur Auswertung im 3MA-X8-System basiert auch die Impedanzanalyse im 3MA-II auf zwei dominanten Effekten: Zum einen führen Wirbelströme im leitfähigen Werkstoffvolumen zu ohmschen Verlusten, zum anderen beeinflusst das feldabhängige magnetische Verhalten die effektive Induktivität der Anregungsspule. Im 3MA-II erfolgt die Anregung durch ein niederfrequentes Wechselfeld über eine Sendespule. Die resultierenden Felder werden durch eine Empfangsspule detektiert.

Aus der Erfassung von Strom und Spannung lässt sich die komplexe Impedanz bestimmen. In der grafischen Darstellung dieser Impedanz werden insgesamt 16 unkonventionelle Parameter definiert, welche die Werkstoffeigenschaften in ihrer Gesamtheit charakterisieren [39].

Da die Wirbelströme im hochfrequenten Bereich ( $> 1 \text{ kHz}$ ) angeregt werden [51], stammen die physikalischen Informationen aus einem randnahen Bereich des Probenwerkstoffs [39, 41]. Abbildung 3.4a, entnommen aus Youssef et al. [161], zeigt den charakteristischen Impedanzverlauf in Form einer Schleife. Die Daten wurden mittels der 3MA-X8-Technik aufgenommen und ausgewertet. In schwarz sind zwei der acht unkonventionellen Parameter gekennzeichnet.

### Überlagerungspermeabilität [39]

- **3MA-X8:** Wie in Abschnitt 2.3.4 erläutert und in Abb. 2.2b dargestellt, wird durch den niederfrequenten Anteil der Magnetisierungsspannung die ferromagnetische Hysterese durchlaufen. Der hochfrequente Anteil erzeugt auf der Hysteresekurve



**Abbildung 3.4:** Charakteristische Verläufe der (a) Wirbelstromimpedanz- und (b) Überlagerungspermeabilitätsanalyse. Die Rohdaten der Graphen wurden mit der 3MA-X8-Technik aufgenommen. Entnommen aus [161].

zusätzliche Minor Loops (siehe Abschnitt 2.3.4). Nach Definition der 3MA-Technik ist die Überlagerungspermeabilität  $dZ$  durch den Imaginärteil der komplexen Impedanz  $Im(Z)$  nach Subtraktion seines Offsets  $Im(Z)_{\min}$  gegeben [159]:

$$dZ = Im(Z) - Im(Z)_{\min}. \quad (3.9)$$

Zur Auswertung wird der offsetkompensierte Imaginärteil der komplexen Impedanz gegenüber der Magnetisierungsspannung aufgetragen. Im charakteristischen Schmetterlingsverlauf (Lissajous-Figur) werden acht unkonventionelle Parameter definiert. Abbildung 3.4b, entnommen aus [161], zeigt den charakteristischen Überlagerungspermeabilitätsverlauf in Form einer Schmetterlingskurve. Zusätzlich sind fünf der acht unkonventionellen Parameter in Schwarz eingezeichnet.

- **3MA-II:** Im Gegensatz zu 3MA-X8 werden beim 3MA-II die Minor-Loops lokal mithilfe der Sendespule angeregt. Die Bestimmung der Überlagerungspermeabilität erfolgt anhand des Induktionsspannungssignals der Empfangsspule. Dieses Signal ist proportional zur Überlagerungspermeabilität [39, 50]. Zur grafischen Darstellung der Schmetterlingskurve wird die Überlagerungspermeabilität gegenüber der tangentialen magnetischen Oberflächenfeldstärke aufgetragen, die aus der Ausgangsspannung des Hall-Sensors ermittelt wird. Insgesamt werden hier sieben unkonventionelle Parameter definiert.

### Barkhausenrauschenanalyse [39]

- **3MA-II:** Zur Analyse des Barkhausenrauschens wird das von der Empfangsspule  $U_{PUC}(t)$  aufgezeichnete Signal während der niederfrequenten Ummagnetisierung durch verschiedene signalverarbeitende Schritte wie Verstärkung und Bandpassfilterung aufbereitet. Im so gewonnenen Zeitsignal lassen sich charakteristische

rauschhafte Impulse detektieren, die auf abrupte Sprünge magnetischer Domänenwände zurückzuführen sind. Diese diskontinuierlichen Mikromagnetisierungsprozesse liefern Rückschlüsse auf den Werkstoffzustand und werden mithilfe von sieben unkonventionellen Parametern quantitativ beschrieben.

Da die spektrale Energie des Barkhausenrauschens typischerweise im Bereich einiger kHz liegt [30, 41], ist die effektive Probentiefe, aus der die Informationen stammen, stark durch den Skin-Effekt begrenzt [39]. Der Skin-Effekt reduziert die Eindringtiefe des magnetischen Wechselfeldes und damit die Herkunftsregion des detektierten Signals auf wenige hundert Mikrometer. Die Methode ist somit besonders sensitiv für oberflächennahe Gefüge- und Spannungszustände [39, 41].

Typische Ansteuerungsparameter der 3MA-Sensoren sind in Tab. 3.2 aufgeführt. Es handelt sich dabei jedoch nicht um einen allgemein gültigen Parametersatz. Vielmehr müssen die Ansteuergrößen für jeden Probenwerkstoff individuell angepasst werden, um eine maximale Messempfindlichkeit zu gewährleisten [39, 49].

**Tabelle 3.2:** Typische Werte der Ansteuerungsparameter für die Frequenz  $f$  (mag: Magnetisierung, ec: Wirbelstrom) und die Amplitude  $A$  (mag: Magnetisierung, ec: Wirbelstrom) des Steuersignals der 3MA-Sensoren und zugehörige Messgrößen. Parameter entnommen aus [39, 51].

Funktion	3MA-X8	3MA-II
Ansteuerung	$f_{\text{mag}} = 125 \text{ Hz}, A_{\text{mag}} = 5 \text{ V}$ $f_{\text{ec}} = 3.5 \text{ kHz}, A_{\text{ec}} = 0.5 \text{ V}$	$f_{\text{mag}} = 125 \text{ Hz}, A_{\text{mag}} = 5 \text{ V}$ $f_{\text{ec}} = 50 \text{ kHz}, A_{\text{ec}}: \text{wenige mV}$
Messgrößen	$U_0(t), I_{\text{mag}}(t)$	$U_0(t), I_{\text{mag}}(t), U_{\text{Hall}}(t), U_{\text{PUC}}(t)$

Worin besteht nun der Vorteil des 3MA-Ansatzes? Oder genauer: Warum werden beim 3MA-Ansatz verschiedene Messtechniken miteinander kombiniert? In den frühen Anfängen der mikromagnetischen Werkstoffanalyse wurden physikalische Modelle entwickelt, die ausgehend von der Mikrostruktur Aussagen über das magnetische Verhalten vorher-sagen sollten [39, 53, 54, 162, 163]. Die bestehenden Modelle sind jedoch nur auf einige einfache Fälle beschränkt, wie die Betrachtung von Werkstoffen, die aus Monokristallen bestehen [43, 53].

Der Ansatz, aus den Messsignalen der 3MA-Technik Rückschlüsse auf Werkstoffkennwerte und Mikrostrukturparameter zu ziehen, stellt ein inverses Problem dar [43]. Dabei ist der Zusammenhang zwischen Messgrößen und Werkstoffeigenschaften nicht eindeutig, da verschiedene Mikrostrukturzustände ähnliche magnetische Antwortsignale erzeugen können [42, 43, 150, 164]. Um dieses Problem zu adressieren, kombiniert die 3MA-Technik mehrere magnetische Messverfahren in einem System [42, 43, 150, 164].

Diese unterschiedlichen Messmethoden zeigen jeweils spezifische Sensitivitäten gegenüber Mikrostruktureinflüssen wie Versetzungsdichte, Korngröße oder Eigenspannungszustand [39]. Indem sie kombiniert werden, lässt sich eine differenziertere Charakterisierung des Werkstoffzustands erreichen [39]. Die Detektion von Mikrostrukturänderungen

erfolgt dabei typischerweise in zwei Schritten:

- **Schritt 1:** Optimierung der Sensoransteuerungsparameter, siehe Tab. 3.2 (Amplitude und Frequenz), sodass die definierten unkonventionellen Parameter möglichst sensitiv auf die Werkstoffzustandsänderung reagieren [39]. Die Werkstoffzustandsänderung kann hierbei durch die Variation verschiedener mechanischer Kenngrößen, wie Härte oder Zugfestigkeit, hervorgerufen worden sein.
- **Schritt 2:** Anhand eines wohldefinierten Probensatzes erfolgt die Bestimmung einer Kalibrierfunktion, die einen funktionalen Zusammenhang zwischen den unkonventionellen Parametern und der Werkstoffgröße herstellt. Wohldefiniert bedeutet in diesem Kontext, dass außer der Variation der Werkstoffgröße keine weiteren Werkstoffparameter geändert werden [55, 57]. Eine Möglichkeit zur Bestimmung der Kalibrierfunktion ist die Regressionsanalyse:

$$Y = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n. \quad (3.10)$$

Hierbei ist  $Y$  die Werkstoffgröße,  $x_i$  die unkonventionellen Parameter und  $a_i$  die angepassten Koeffizienten [39, 41, 57, 165].

Damit ist das 3MA-Verfahren ein inverses Verfahren: Ausgehend von magnetischen Eigenschaften werden Rückschlüsse auf die Mikrostruktur gezogen.

### 3.3.3 Einschränkungen der 3MA-Technik

Ein zentraler Nachteil der 3MA-Technik liegt in der Einschränkung der Kalibrierfunktion, die ausschließlich für Interpolationen innerhalb des definierten Kalibrierbereichs gültig ist [160]. Extrapolationen sind unzuverlässig, da die gemessenen Signale auf komplexen mikromagnetischen Prozessen beruhen, wie der Domänenwandbewegung, dem Barkhausenrauschen und dem frequenzabhängigen Skin-Effekt [39, 47, 48, 50, 51, 151, 164, 166]. Diese Effekte reagieren empfindlich auf Veränderungen der Mikrostruktur, etwa in Form von Versetzungsdichte, Eigenspannungen oder Korngröße, wobei oft mehrere Strukturparameter gleichzeitig das magnetische Verhalten beeinflussen [42–44, 167–169]. Dies führt zu überlagerten Signalveränderungen, die eine eindeutige Rückführung auf einzelne mechanische Kennwerte erschweren.

Die Kalibrierung setzt daher wohldefinierte Probensätze voraus, bei denen gezielt einzelne Werkstoffparameter variiert werden. In der Praxis ist dies jedoch kaum umsetzbar, da sich bei mechanischer Behandlung, wie beispielsweise der Kaltverformung, gleich mehrere Einflussgrößen ändern, wie etwa die Härte, Textur und Eigenspannungsverteilung [31, 33].

Um dennoch die Vorhersagequalität zu verbessern, verfolgen aktuelle Ansätze einen datengetriebenen Weg: Der gesamte Signalverlauf wird als hochdimensionaler Merkmalsraum interpretiert [40, 151, 161], der mehr als 250 unkonventionelle Parameter umfassen kann. Diese Parameter erfassen subtile Wechselwirkungen zwischen Mikrostruktur und Magnetisierung und dienen als Grundlage für die Ermittlung nichtlinearer Zusammenhänge mit Zielgrößen wie Härte, Streckgrenze oder Versetzungsdichte. Die daraus

abgeleiteten Vorhersagefunktionen erlauben eine robuste Zustandsbewertung auch bei komplexen oder inhomogenen Werkstoffen.

Gleichzeitig birgt dieser Ansatz jedoch wesentliche Einschränkungen: Viele der unkonventionellen Parameter entziehen sich einer physikalischen Interpretation, da sie aus der Signalform extrahiert werden, ohne direkt mit konkreten mikroskopischen Mechanismen wie Domänenwänden, Anisotropie oder Barkhausensprüngen verknüpft zu sein. Damit entfällt die Möglichkeit, aus Parameterveränderungen Rückschlüsse auf die zugrunde liegenden physikalischen Prozesse zu ziehen. Zudem werden in rein datengetriebenen Verfahren etablierte physikalische Modelle nicht berücksichtigt, obwohl Modelle wie das JA-Modell in der Lage wären, das Hystereseverhalten mit wenigen, physikalisch interpretierbaren Parametern zu beschreiben. Ansätze zur Kombination solcher Modelle mit maschinellem Lernen, etwa im Sinne von Physik-informierten neuronalen Netzen (PINNs), stehen noch am Anfang [170].

Trotz dieser Kritikpunkte bietet die 3MA-Technik einen entscheidenden Vorteil: Sie erlaubt die zerstörungsfreie, schnelle und flächendeckende Bewertung von mikrostrukturbedingten Werkstoffzuständen [171]. Ihre Aussagekraft hängt jedoch wesentlich von der Qualität der Kalibrierung und der Repräsentativität der zugrundeliegenden Daten ab [39].

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass datengetriebene Verfahren allein keine hinreichende Basis für erklärbare, robuste und extrapolierbare Werkstoffdiagnostik bieten. Die Zukunft liegt vielmehr in der Kombination beider Welten: physikalisch fundierte Modellbildung, ergänzt durch datengetriebene Optimierung unter Berücksichtigung der physikalischen Modellstruktur. Ein vielversprechender Weg besteht in der Nutzung von Surrogatmodellen, die auf physikalischen Simulationen basieren, wie etwa dem JA-Modell in Kombination mit der Finite-Elemente-Methode (FEM) und durch maschinelles Lernen lediglich beschleunigt, nicht aber ersetzt werden. Dieser Ansatz wird in Kapitel 5 aufgegriffen und weiterentwickelt.

### 3.3.4 Bestimmung einer Hysteresekurve mittels 3MA-Technik

Wie in Youssef et al. [161] beschrieben, können die Messdaten der Überlagerungspermeabilitätsanalyse genutzt werden, um eine Hysteresekurve zu rekonstruieren. Hierzu wird die definierte Überlagerungspermeabilität  $dZ$  (siehe Gl. 3.9) nach der Magnetisierungsspannung integriert. Abbildung 3.5 zeigt, dass dieser Ansatz zielführend ist und eine werkstoffabhängige, hystereseeähnliche Kurvenform rekonstruiert werden kann.

Die rekonstruierte Hysteresekurve kann jedoch nicht direkt mit der tatsächlichen Hysterese des Probenwerkstoffs verglichen werden, da sie Effekte der überlagerten Hysterese von Joch und Probenwerkstoff enthält. Zudem sind Wirbelstromeffekte nicht zu vernachlässigen [161].

### 3.3.5 Weitere Forschungsaktivitäten abseits des IZFP

Weitere Forschungsarbeiten zum Joch-Ansatz abseits des IZFP lassen sich in drei Kategorien einteilen:

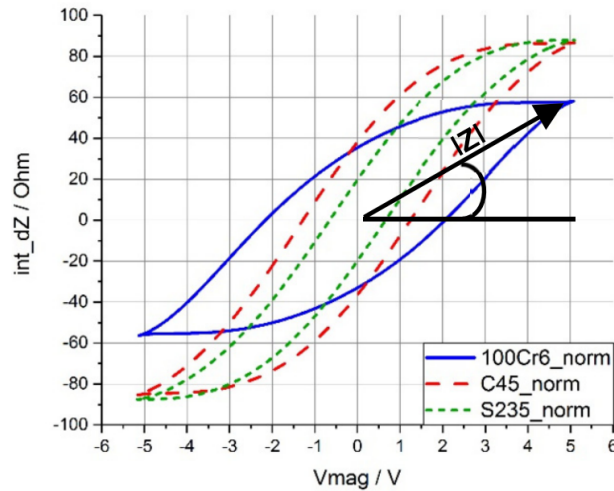


Abbildung 3.5: Rekonstruierte Hysteresekurve. Entnommen aus [161].

- Physikalisches Verständnis des Joch-Ansatzes und des magnetischen Kreises,
- Korrelation und Optimierung der Messsignale zur Werkstoffcharakterisierung,
- Weiterentwicklung und Neugestaltung des Joch-Ansatzes.

### Physikalisches Verständnis des Joch-Ansatzes und des magnetischen Kreises

Dieser Forschungsbereich zielt darauf ab, die physikalischen Mechanismen des Joch-Ansatzes zu untersuchen und zu verbessern. Im Fokus stehen die Eigenschaften des magnetischen Kreises in Abhängigkeit von Jochgeometrie, Jochwerkstoff, der Positionierung von Magnetisierungs- und PUC-Spulen sowie der magnetischen Kopplung zwischen Joch- und Probenwerkstoff. Die genaue Bestimmung der  $B(H(t))$ -Kurve erfordert eine präzise Ermittlung der magnetischen Feldstärke  $H(t)$ , weshalb dieser Aspekt ebenfalls eingehend untersucht wird.

Besonders hervorzuheben sind die Arbeiten von Stupakov et al. [126, 172–174], die sowohl experimentelle als auch numerische Untersuchungen durchführen.

Stupakov et al. untersuchen in [126], wie sich die Geometrie der Jochbeine sowie ein Luftspalt zwischen Joch und Probenwerkstoff auf die Reproduzierbarkeit der Messdaten auswirken. Verglichen werden dabei eine planare und eine rund geschliffene Ankopplungsfläche am Joch. Die Ergebnisse zeigen, dass das zylinderförmig geschliffene Joch das magnetische Feld auch bei einem größeren Luftspalt über diesen konstanter hält. Dies wird darauf zurückgeführt, dass die zylindrische Geometrie Gradientenfelder und Streuflüsse reduziert. Allerdings verringert sich die Sensitivität auf Werkstoffparameter [126]. Eine Erhöhung des Magnetisierungsstroms kann diesen Nachteil kompensieren, führt jedoch zu einer stärkeren thermischen Belastung der Magnetisierungsspule, was deren Lebensdauer verkürzt.

In weiteren Arbeiten [172, 173] analysieren Stupakov et al. zwei Methoden zur präzisen Bestimmung der magnetischen Feldstärke  $H$ :

1. **Analytische Berechnung:** Die klassische Berechnung der magnetische Feldstärke  $H(t)$  für eine Magnetisierungsspule endlicher Länge erfolgt durch [34, 72]:

$$H(t) = \frac{NI_{\text{mag}}(t)}{l}, \quad (3.11)$$

wobei  $N$  die Anzahl der Windungen,  $I_{\text{mag}}(t)$  der zeitabhängige Magnetisierungsstrom und  $l$  die Länge der Spule entlang ihrer Symmetrieachse ist. Diese Gleichung setzt jedoch eine ideale Zylinderspule mit einer Länge voraus, die deutlich größer als ihr Durchmesser ist [72, 175–177]. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, verliert die Gleichung ihre Gültigkeit, und die magnetische Feldstärke  $H(t)$  muss durch elliptische Integrale beschrieben werden [175–177].

2. **Messung mit einem Hall-Sensor:** Eine alternative Methode ist die direkte Messung der magnetischen Feldstärke  $H(t)$  mittels eines Hall-Sensors. Dabei wird die tangentielle Feldstärke an der Oberfläche des Probenwerkstoffs erfasst. Diese Messmethode ist durch die endlichen geometrischen Abmessungen des Hall-Sensor limitiert, da stets ein Abstand zwischen dem Hall-Sensor und der Probenoberfläche besteht. Daher wird die magnetische Feldstärke  $H(t)$  nicht direkt im Probenwerkstoff, sondern in einem Bereich oberhalb der Oberfläche gemessen.

Um diese Einschränkung zu umgehen, entwickelte Stupakov eine Methodik, bei der mehrere Hall-Sensoren in definierten Abständen zur Probenoberfläche positioniert werden. Die gemessenen Daten werden genutzt, um die magnetische Feldstärke  $H(t)$  innerhalb des Probenwerkstoffs zu extrapolieren und so eine höhere Präzision zu erreichen. Numerische Simulationen stützen diese experimentellen Untersuchungen [172, 173].

Zur Aufnahme der  $B(t)$ -Signale nutzt Stupakov eine PUC. Die induzierte Spannung in der PUC korreliert mit  $B(t)$ , siehe Gl. 3.6. Im niederfrequenten Bereich ( $< 1$  Hz) kann von einer homogenen Magnetisierung über den gesamten Querschnitt des Probenwerkstoffs ausgegangen werden [30, 82, 102], sodass die magnetische Flussdichte  $B(t)$  weitgehend gleichmäßig verteilt ist. Mit steigender Frequenz treten jedoch Inhomogenitäten infolge von Wirbelströmen auf, wodurch  $B(t)$  an der Oberfläche stärker ausgeprägt ist als im Innern des Werkstoffs.

In der Literatur findet sich keine einheitliche Definition zur Frequenzwahl bei der Aufnahme von Hysteresekurven. Häufig wird der Begriff quasistatische [37, 178, 179] oder DC-Hysteresekurve [117, 180] verwendet, ohne eine präzise Frequenzangabe zu machen. Um eine frequenzunabhängige Hysteresekurve zu gewährleisten, kann experimentell die  $B(H)$ -Kurve bei sukzessiv abnehmender Frequenz aufgenommen werden, bis keine systematischen Änderungen in der Kurvenform mehr erkennbar sind. Unter Bezugnahme auf Gl. 2.21 bedeutet dies, dass bei ausreichend niedrigen Frequenzen lediglich der frequenzunabhängige Hystereseeanteil zur Gesamtverlustleistung beiträgt, während klassische Wirbelstromverluste und Exzessverluste vernachlässigbar werden.

Da die PUC den zeitlichen Verlauf der magnetischen Flussdichte über den gesamten von ihr umschlossenen Querschnitt des magnetischen Systems, bestehend aus Joch und Probenwerkstoff, erfasst, ist deren Signal bei niederfrequenter Anregung eindeutig interpretierbar: In diesem Bereich ist die Verteilung der magnetischen Flussdichte über den Querschnitt annähernd homogen, sodass aus der nach der Zeit integrierten Induktionsspannung  $U_{\text{PUC}}(t)$ , siehe Gl. 3.6, eine Flussdichte  $B(t)$  abgeleitet werden kann [34].

Mit zunehmender Anregungsfrequenz treten jedoch Wirbelströme im Probenwerkstoff auf, siehe Abschnitt 2.5.3, welche die räumliche Verteilung der magnetischen Flussdichte verändern [30]. Insbesondere führt der Skin-Effekt dazu, dass sich  $B(\mathbf{r}, t)$  zunehmend auf Randbereiche des Querschnitts konzentriert, wodurch das vom PUC-Signal abgeleitete  $B(t)$  nur noch eine effektive oder mittlere Flussdichte beschreibt. Die tatsächliche Feldverteilung im Werkstoff ist dann über das PUC-Signal allein nicht mehr eindeutig rekonstruierbar.

### Korrelation und Optimierung der Messsignale zur Werkstoffcharakterisierung

Ein zentrales Forschungsfeld im Zusammenhang mit dem Joch-Ansatz liegt in der Optimierung und Analyse der Messsignale sowie in der Entwicklung von Modellen, die eine Korrelation zwischen den Messsignalen und den mechanischen Zielgrößen (z.B. Härte, Zugfestigkeit) herstellen. Zahlreiche Arbeiten in diesem Bereich [174, 181–199] verwenden die Sensorvariante 2, wobei der Schwerpunkt auf der Untersuchung des Barkhausenrauschens liegt.

In den Studien von Stupakov et al. [174, 181, 183] wird die fehlende Standardisierung bei der Messung des Barkhausenrauschens thematisiert. Diese Problematik erschwert sowohl die Vergleichbarkeit als auch die Reproduzierbarkeit von Messergebnissen zwischen verschiedenen Forschungsgruppen. Eine weitere wesentliche Fragestellung betrifft die Tiefe innerhalb des Probenwerkstoffs, aus der das Barkhausenrauschen emittiert wird. Stupakov et al. [174] zeigen, dass das Signal typischerweise aus einer Tiefe von 50 – 200  $\mu\text{m}$  stammt. Diese Tiefe hängt stark von Faktoren wie der Geometrie und Positionierung der PUC, der Probendicke sowie den Werkstoffeigenschaften ab [174, 181].

Ein weiterer Aspekt, den Stupakov et al. [182] untersuchen, ist der Einfluss der Form des eingepprägten Spannungssignals an der Magnetisierungsspule auf die Messergebnisse. Die Experimente zeigen, dass Unterschiede zwischen sinusförmigen und dreiecksförmigen Signalen marginal sind.

Ducharne et al. [184, 185] entwickeln ein Modell, das es ermöglicht, aus dem Barkhausenrauschen eine äquivalente Hystereseurve abzuleiten. Dabei wird gezeigt, dass die Hystereseurve  $B(H)_{\text{MBN}}$  (zu lesen als:  $B(H)$ -Kurve, abgeleitet aus dem magnetischen Barkhausenrauschen), die aus dem Barkhausenrauschen gewonnen wird, durch Einführung eines Skalierungsfaktors mit der  $B(H)$ -Kurve, die mittels des PUC-Ansatzes ermittelt wurde, in Deckung gebracht werden kann. Dieses Modell setzt jedoch eine homogene Magnetisierung im niederfrequenten Bereich (1 Hz) sowie eine hohe Barkhausen-Aktivität des Probenwerkstoffs voraus. Sind diese Bedingungen nicht erfüllt,

treten Herausforderungen auf, da das Barkhausenrauschen nur aus einer begrenzten Randschichtbreite stammt [174], während das PUC-Signal den gesamten Querschnitt des Probenwerkstoffs erfasst [34].

Weitere Arbeiten [186–188] konzentrieren sich darauf, das Barkhausenrauschen zur Charakterisierung mechanischer Spannungszustände zu nutzen. Hinsichtlich plastischer Deformationen besteht jedoch Uneinigkeit. Einige Studien [189–193] berichten von einer Abnahme des Barkhausensignals mit zunehmender plastischer Deformation, während andere [194–196] einen gegenteiligen Effekt feststellen.

Ein besonderes Anwendungsfeld stellt die Reaktorsicherheitsforschung dar, wie die Arbeiten von Park et al. [197–199] zeigen. Hier wird das Barkhausenrauschen genutzt, um die Auswirkungen von Nuklearstrahlung auf Komponenten (Reaktordruckbehälter) zu analysieren, wie sie in Kernkraftwerken vorkommen.

### Weiterentwicklung des Joch-Ansatzes

Wie aus den beiden vorangegangenen Abschnitten hervorgeht, lag der Fokus wissenschaftlicher Untersuchungen in den vergangenen Jahren insbesondere auf Sensorvariante 2 (siehe Abb. 3.3 (b)) und der Nutzung des Barkhausenrauschens. Sensorvariante 1 (siehe Abb. 3.3 (a)) wurde hingegen bislang nicht umfassend untersucht [128].

In diesem Abschnitt werden Forschungsaktivitäten zur Sensorvariante 1 betrachtet. Besonders hervorzuheben sind die Arbeiten von Moorthy [148, 200–202] sowie Artetxe et al. [128–130], die wesentliche Beiträge zur Signalanalyse und zur Erweiterung des Sensorkonzepts leisten.

Moorthy analysiert in seinen Arbeiten die Sensorvariante 1 (siehe Abb. 3.3 (a)) mit dem Ziel, anhand des Spannungsabfalls an der Magnetisierungsspule eine Bewertung von randschichtgehärteten ferritischen Stählen vorzunehmen. Dazu betrachtet er die Sensorvariante 1 im Kontext eines Ersatzschaltbilds, siehe Abb. 3.6. In diesem Ersatzschaltbild beschreibt  $U_0(t)$  das zeitabhängige Spannungssignal der Spannungsquelle,  $R$  den ohmschen Leitungswiderstand,  $R_S$  den ohmschen Spulenwiderstand und  $L$  eine Spule mit einem Kern. Unter Anwendung der Maschenregel leitet Moorthy [148, 200–202] die

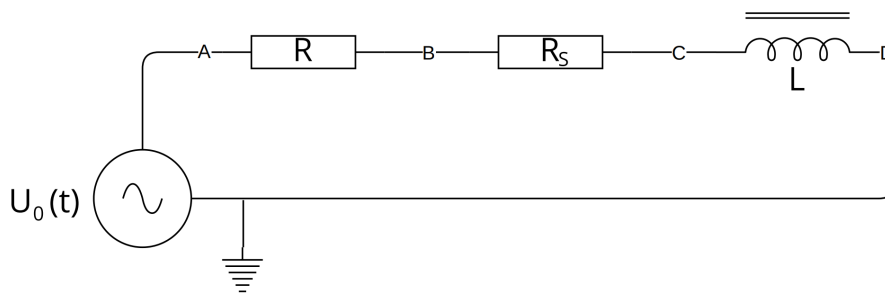


Abbildung 3.6: Darstellung der Sensorvariante 1 im Ersatzschaltbild.

folgenden Beziehungen ab:

$$U_0(t) = U_R + U_{\text{mag}}(t), \quad (3.12)$$

$$U_{\text{mag}}(t) = R_S I(t) + L \frac{dI(t)}{dt} + \frac{dL(t)}{dt} I(t), \quad (3.13)$$

wobei  $U_R(t)$  den Spannungsabfall über den Leitungswiderstand (Punkte  $A$  und  $B$  in Abb. 3.6) und  $U_{\text{mag}}(t)$  den Spannungsabfall über die Magnetisierungsspule (Magnetisierungsspannung) darstellt (Punkte  $B$  und  $D$  in Abb. 3.6). Während klassische Lehrbücher [61, 72] die Induktivität  $L$  als konstant annehmen, zeigt Moorthy, dass dies nicht allgemeingültig ist. Eine allgemeinere Formulierung ergibt sich, wenn Gl. 3.13 in folgender Form geschrieben wird:

$$U_{\text{mag}}(t) = R_S I(t) + N_S A \frac{dB(t)}{dt}, \quad (3.14)$$

$$B(t) = \mu_0 \mu_r(t) \frac{N_S I(t)}{l_S}, \quad (3.15)$$

wobei  $N_S$  die Anzahl der Windungen,  $A$  die Querschnittsfläche und  $l_S$  die Axiallänge der Magnetisierungsspule sind. Für eine ideale Spule kann aus Gl. 3.15 die magnetische Flussdichte  $B(t)$  berechnet werden. Unter Berücksichtigung dieser Beziehung ergibt sich:

$$U_{\text{mag}}(t) = R_S I(t) + \mu_0 \frac{N_S^2 A}{l_S} \left[ \frac{d\mu_r(t)}{dt} I(t) + \mu_r(t) \frac{dI(t)}{dt} \right], \quad (3.16)$$

$$L = \mu_0 \frac{N_S^2 A}{l_S} \mu_r(t), \quad (3.17)$$

wobei Gl. 3.17 die Definition der Induktivität  $L$  liefert.

Zwei wesentliche Punkte aus Moorthys Herleitung bedürfen weiterer Klärung:

- Gl. 3.15 gilt nur für eine ideale Spule, deren Länge deutlich größer ist als ihr Durchmesser (siehe Diskussion und Forschungsbeiträge von Stupakov [172, 173]).
- Moorthy geht nicht darauf ein, warum zwei in Serie geschaltete Widerstände im Ersatzschaltbild berücksichtigt werden müssen.

Während der erste Punkt bereits erläutert wurde, ist der zweite Punkt nicht direkt ersichtlich. Dieser ergibt sich aus der Tatsache, dass der ohmsche Spulenwiderstand  $R_S$  messtechnisch nicht vom induktiven Widerstand der Spule getrennt werden kann. Das bedeutet, dass eine Messung des Spannungsabfalls über die Magnetisierungsspule stets zwischen den Punkten  $B$  und  $D$  im Ersatzschaltbild erfolgt. Daher ist eine serielle Betrachtung erforderlich.

In experimentellen Untersuchungen an unterschiedlich randschichtgehärteten Proben zeigt Moorthy, dass die Magnetisierungsspannung aufgrund einer Verzerrung variiert, die er zur Unterscheidung der Proben nutzt. Obwohl Moorthy keine Hysteresekurve

bestimmt, zeigt Gl. 3.18, welche aus Gl. 3.14 folgt, dass dies prinzipiell möglich wäre:

$$B(t) = \frac{1}{N_S A} \int [R_S I(t) - U_{\text{mag}}(t)] dt. \quad (3.18)$$

Diese Gleichung ermöglicht die Bestimmung der magnetischen Flussdichte  $B(t)$ , wenn geometrische Parameter wie  $N_S$  und  $A$ , der ohmsche Widerstand  $R_S$  sowie Strom- und Magnetisierungsspannung gemessen werden.

Artetxe et al. [128–130] verfolgen das Ziel, die Spannungsverzerrung an der Magnetisierungsspule zu verstärken und Hysteresekurven zu bestimmen. Dazu nutzen sie eine Stromeinprägung sowie eine Synchrondemodulation des Strom- und Spannungssignals, um den Spulenwiderstand  $R_S$  zu bestimmen [128–130]. Bei höheren Frequenzen berücksichtigen sie zusätzlich den magnetischen Verlustwiderstand [37, 203]. Mit den Ergebnissen der Synchrondemodulation, der Bestimmung der  $H$ -Feldstärke an der Oberfläche mittels Hall-Sensor und der Anwendung von Gl. 3.18 bestimmen sie die äquivalente indirekte Hysterese. Ein Vergleich mit der PUC-basierten Hysterese messung und der direkt bestimmten Hysteresekurve zeigt, dass im Sättigungsbereich nicht-physikalische Schleifen auftreten [130].

### 3.4 Numerische Modellierung der ferromagnetischen Hysterese mit dem JA-Modell

Wie in Abschnitt 2.5.4 erläutert, wird das JA-Modell zur numerischen Beschreibung der ferromagnetischen Hysterese verwendet [116, 117, 168, 204]. Forschungsaktivitäten in diesem Bereich lassen sich in die folgenden Kategorien unterteilen:

- Bestimmung der JA-Modellparameter aus experimentellen  $B(H)$ -Kurven [205–211].
- Anwendung des JA-Modells in numerischen Simulationen zur Ergänzung experimenteller Untersuchungen [48, 51, 212, 213].
- Analyse des originären JA-Modells [111, 112, 123, 204, 214–218].
- Erweiterung des JA-Modells um zusätzliche physikalische Effekte [118–121, 219–225].

#### 3.4.1 Bestimmung der JA-Modellparameter aus experimentellen $B(H)$ -Kurven

Im JA-Modell wird das Magnetisierungsverhalten durch fünf Modellparameter beschrieben, die werkstoffspezifisch sind: die Sättigungsmagnetisierung  $M_s$ , die mittlere Energie  $k$  zum Überwinden einer Pinning-Stelle, den dimensionslosen Anteil  $c$  reversibler Magnetisierungsänderungen, die Domänenwanddichte  $a$  sowie den Domänenwechselwirkungsparameter  $\alpha$  (interdomain coupling) [107, 112]. Die zentrale Modellgleichung ist eine nichtlineare Differentialgleichung für die Magnetisierung, deren Lösung die  $B(H)$ -Kurve liefert. Für vorgegebene Parameter kann diese beispielsweise mit numerischen

Integrationsverfahren wie dem Euler- oder Runge-Kutta-Verfahren berechnet werden [226].

Die inverse Aufgabe, also die Bestimmung der JA-Parameter aus einer gemessenen  $B(H)$ -Kurve, ist jedoch aus mehreren Gründen numerisch anspruchsvoll [205, 207, 227, 228]:

- Die Modellparameter sind physikalisch und mathematisch nicht unabhängig, sondern teilweise stark korreliert.
- Eine analytische Invertierung der Modellgleichung ist nicht möglich.
- Die Parameteridentifikation erfordert nichtlineare Optimierungsverfahren (z.B. Least-Squares, Evolutionsalgorithmen [229]), da die Zielfunktion im mehrdimensionalen Parameterraum eine komplexe, nicht-konvexe Struktur aufweist. Nicht-konvex bedeutet, dass die Zielfunktion, hier der Fehler zwischen gemessener und modellierter  $B(H)$ -Kurve, mehrere lokale Minima besitzt, die durch Maxima oder Sattelpunkte voneinander getrennt sind. Diese zerklüftete Landschaft entsteht durch die nichtlineare Abhängigkeit des JA-Modells von allen fünf Parametern und deren gegenseitige Korrelation. Dadurch können Optimierungsalgorithmen in einem lokalen Minimum steckenbleiben, das nicht der global optimalen Lösung entspricht.
- Aufgrund der hohen Sensitivität des JA-Modells führen bereits geringe Änderungen einzelner Parameter zu deutlichen Abweichungen in der berechneten  $B(H)$ -Kurve. Optimierungsverfahren wie Differential-Evolution (DE) [210] zeigen sich bei der Suche nach dem globalen Minimum relativ robust gegenüber der Wahl der initialen Startwerte [230], wohingegen andere Verfahren, wie in [207] beschrieben, deutlich stärker von einer geeigneten Initialisierung abhängen und daher eher in lokalen Minima steckenbleiben können.

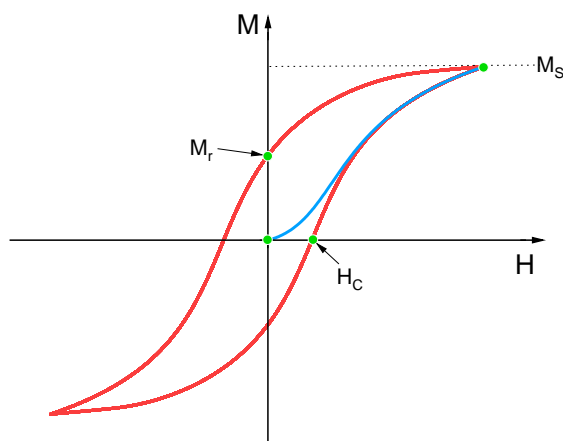
### Initiale Startwerte der JA-Parameter

Jiles et al. [231] entwickelten eine Methode zur Abschätzung der initialen Werte der JA-Parameter. Dabei werden markante Punkte aus der gemessenen  $B(H)$ -Kurve (siehe grüne Punkte in Abb. 3.7) ausgewertet, beispielsweise der Schnittpunkt mit der Ordinate (remanente Flussdichte) und der Abszisse (Koerzitivfeldstärke) sowie die jeweiligen Funktions- und Steigungswerte an diesen Stellen [207, 232]. Diese Punkte dienen als Randbedingungen für die Gleichungen des JA-Modells und ermöglichen eine erste Näherung der Parameterwerte.

### Optimierungsalgorithmen zur Parameterbestimmung

Nach der Initialisierung der Parameter kann deren Optimierung über zwei Ansätze erfolgen:

- Direkte iterative Verfahren [231, 232],



**Abbildung 3.7:** Markante Punkte (grün) einer Hysteresekurve, deren Funktions- und Steigungswerte zur initialen JA-Parameterbestimmung genutzt werden.

- Stochastische Optimierungsalgorithmen [205].

Eine umfassende Übersicht zu Optimierungsalgorithmen findet sich bei Das et al. [233] und Amaran et al. [229]. Besonders erfolgreich hat sich Differential-Evolution (DE) als Optimierungsverfahren für die JA-Parameterbestimmung erwiesen [230, 234], da dieses Verfahren effizient, robust und unabhängig von initialen Startwerten ist [230].

### Funktionsweise des DE-Algorithmus

Der DE-Algorithmus gehört zur Klasse der populationsbasierten stochastischen Optimierungsalgorithmen und eignet sich besonders für nichtlineare und hochdimensionale Optimierungsprobleme [230, 235–237]. Seine Funktionsweise beruht auf drei grundlegenden Schritten: Mutation, Rekombination und Selektion, nachfolgend näher erläutert [234, 238, 239].

0. **Initialisierung der Population:** Es wird eine Population der Größe  $N_{\text{Pop}}$  erzeugt, wobei jedes Individuum der Population ein Vektor der Dimension  $D$  ist (hier  $D = 5$  für die JA-Parameter). Die Anfangswerte werden zufällig und gleichverteilt innerhalb vorab definierter Parameterbereiche generiert, die auf Literaturwerten oder physikalisch plausiblen Grenzen beruhen.
1. **Mutation:** Für jedes Individuum  $X_i$  wird ein mutierter Vektor  $V_i$  gebildet nach:

$$V_i = X_{r1} + F \cdot (X_{r2} - X_{r3}), \quad (3.19)$$

wobei  $X_{r1}, X_{r2}, X_{r3}$  unterschiedliche, zufällig ausgewählte Individuen aus der Population sind und  $F \in (0, 1]$  ein Skalierungsfaktor ist, der die Schrittweite der Suche steuert. In der Literatur lassen sich noch weitere Mutationsstrategien finden [240].

2. **Rekombination (Crossover):** Ein neuer Kandidat  $U_i$  entsteht durch komponentenweise Kombination (Index  $j$ ) von  $X_i$  und  $V_i$  mit einer Rekombinationsrate  $C_r$ :

$$U_{i,j} = \begin{cases} V_{i,j}, & \text{wenn } \text{rand}_j \leq C_r, \\ X_{i,j}, & \text{sonst.} \end{cases} \quad (3.20)$$

Mindestens eine Komponente wird aus  $V_i$  übernommen, um den Suchfortschritt sicherzustellen.  $\text{rand}_j \in (0, 1]$  ist eine zufällig generierte Zahl.

3. **Selektion:** Zwischen  $U_i$  und  $X_i$  wird das Individuum mit dem kleineren Fitnesswert  $f$  in die nächste Generation ( $t + 1$ ) übernommen:

$$X_i^{(t+1)} = \begin{cases} U_i, & \text{wenn } f(U_i) < f(X_i), \\ X_i, & \text{sonst.} \end{cases} \quad (3.21)$$

Der Fitnesswert  $f$  wird berechnet, indem das Individuum  $U_i$  und  $X_i$  in die zugrundeliegende Modellgleichung eingesetzt und die Funktionswerte berechnet werden. Der Fitnesswert beziehungsweise der Fehler ergibt sich als Summe der quadratischen Abweichungen zwischen den Funktionswerten.

4. **Iterative Wiederholung:** Nach jeder Generation wird der Fehler zwischen den Modellvorhersagen, basierend auf den aktuellen Individuen, und den experimentellen Messdaten berechnet. Dieser Fehler dient zugleich als Abbruchkriterium: Unterschreitet er einen definierten Schwellwert, gilt die Optimierung als abgeschlossen und das aktuell beste Individuum wird als Lösung übernommen. Andernfalls werden die Schritte 2–4 iterativ fortgesetzt, bis eine vorgegebene maximale Anzahl an Generationen erreicht ist oder der Fehler hinreichend klein geworden ist.

### Vorteile des DE-Algorithmus zur JA-Parameterbestimmung

Der DE-Algorithmus bietet mehrere Eigenschaften, die ihn besonders für die nichtlineare, stark gekoppelte Optimierung der JA-Parameter geeignet machen [210, 235–237, 241]:

- **Hohe Robustheit gegenüber lokalen Minima:** Durch die parallele Suche mit einer Population und die rekombinative Mutation kann der Parameterraum global durchsucht werden, wodurch das Risiko eines vorzeitigen Steckenbleibens reduziert wird.
- **Eignung für nicht-konvexe, gekoppelte Parameterlandschaften:** DE kann komplexe Abhängigkeiten zwischen Parametern wie  $M_s, a, k, c, \alpha$  effizient verarbeiten, ohne Gradienteninformationen zu benötigen.
- **Geringe Empfindlichkeit gegenüber Messrauschen:** Da die Auswahl auf relativen Fitnessvergleichen innerhalb der Population basiert, werden Unsicherheiten in den experimentellen  $B(H)$ -Daten vergleichsweise gut toleriert.
- **Angemessenes Verhältnis zwischen Rechenaufwand und Lösungsgüte:** Trotz der Vielzahl an Funktionsauswertungen ist DE bei Problemen ohne analytische

Gradienten oft effizienter als viele andere globale Optimierungsverfahren.

### 3.4.2 Numerische Simulationen zur Ergänzung experimenteller Untersuchungen

Das JA-Modell wird in zahlreichen Arbeiten eingesetzt, um experimentelle Untersuchungen zu ergänzen und physikalische Zusammenhänge detaillierter zu erfassen [48, 51, 206, 242, 243]. Solche Simulationen ermöglichen die Analyse von Größen (z.B. räumliche und zeitliche Verteilung von magnetischen Feldstärken im Werkstoff), die experimentell nur schwer zugänglich sind, sowie die Durchführung systematischer Parameterstudien.

Ein zentrales Anwendungsfeld ist die Einbettung des JA-Modells in Finite-Elemente-Simulationen (FEM), beispielsweise zur Optimierung von Elektromotoren mit dem Ziel, magnetische Verluste zu reduzieren [244–246]. Da Hysteresekurven maßgeblich den Leistungsverlust und die magnetische Feldverteilung beeinflussen, ist eine vollständige Berücksichtigung der ferromagnetischen Hysterese unerlässlich. Die numerische Umsetzung ist jedoch anspruchsvoll, da dreidimensionale Geometrien, nichtlineare Materialgesetze und die orts- sowie zeitabhängige Magnetisierung gleichzeitig berücksichtigt werden müssen. Dies erfordert oft feine Zeitschritte und hohe räumliche Auflösung, was die Rechenzeit erheblich steigert.

Darüber hinaus wird das JA-Modell auch invers eingesetzt, um Modellparameter aus experimentell ermittelten  $B(H)$ -Kurven zu bestimmen [206, 243]. Hierbei kommen nicht-lineare Optimierungsverfahren zum Einsatz, um aus gemessenen Magnetisierungsverläufen auf mikromagnetische Werkstoffeigenschaften zu schließen.

### 3.4.3 Untersuchung des JA-Modells

Nach den bisherigen Ausführungen könnte der Eindruck entstehen, dass es „das eine“ JA-Modell gibt. Das ist jedoch nicht der Fall. Tabelle 3.3 gibt eine Übersicht über verschiedene in der Literatur veröffentlichte JA-Modellvarianten, die in weiteren Forschungsarbeiten zum Einsatz kommen.

Alle in Tab. 3.3 aufgelisteten Modelle haben als Ausgangspunkt das ursprüngliche Modell von Jiles und Atherton [116]. Für die Existenz unterschiedlicher Varianten gibt es mehrere Ursachen:

- Fehler in der ursprünglichen Herleitung,
- inkonsistente oder fehlende Indizes,
- abweichende physikalische Interpretationen und Herleitungsvoraussetzungen.

Dieser Umstand wurde bereits an mehreren Stellen in der Literatur angemerkt [113, 123, 204, 214, 215]. Eine systematische und umfassende Untersuchung der Unterschiede zwischen diesen Modellen sowie der Frage, ob eine Angleichung der Modelle aneinander möglich ist, wurde bislang nur in Ansätzen durchgeführt [204, 216]. Drei zentrale Aspekte sind zu beachten:

**Tabelle 3.3:** Tabellarische Übersicht ausgewählter JA-Modelle und der zugrundeliegenden Fundamentalgleichungen. Die dritte Spalte gibt eine Auswahl an Veröffentlichungen, in denen das jeweilige Modell verwendet wurde.

Modell	$dM/dH =$	Verwendet in
Jiles86 [107]	$\frac{1}{1+c} \frac{M_{an}-M}{\delta k - \alpha [M_{an}-M]} + \frac{c}{1+c} \frac{dM_{an}}{dH}$	[247]
Jiles92 [231]	$\frac{M_{an}-M}{k\delta - \alpha \frac{M_{an}-M}{1-c}} + c \frac{dM_{an}}{dH}$	[122]
Jiles94 [117]	$\frac{M_{an}-M}{k\delta - \alpha [M_{an}-M]} + c \frac{dM_{an}}{dH}$	[248]
Bergqvist96 [249]	$\frac{k\delta c \frac{dM_{an}}{dH_e} + \delta_m [M_{an}-M]}{k\delta - \delta_m \alpha [M_{an}-M] - k\delta \alpha c \frac{dM_{an}}{dH_e}}$	[250]
Annakkage00 [251]	$\frac{c \frac{dM_{an}}{dH_e} + \frac{(M_{an}-M)\delta_m}{\delta k - \alpha \frac{M_{an}-M}{1-c}}}{1 - \alpha c \frac{dM_{an}}{dH_e}}$	[252]
Cheng18 [123]	$\frac{c \frac{dM_{an}}{dH_e} + \frac{(M_{an}-M)\delta_m}{\delta k - \alpha [M_{an}-M]}}{1+c - \alpha c \frac{dM_{an}}{dH_e}}$	[253]
Xue22 [216]	$\frac{\delta k c \frac{dM_{an}}{dH} + \delta_m (1-c) [M_{an}-M]}{\delta k - \alpha \delta_m (1-c) [M_{an}-M]}$	[254]

1. Tabelle 3.3 erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Sie verdeutlicht jedoch, dass es zahlreiche JA-Modelle gibt und sich vermutlich noch viele weitere in der Fachliteratur finden lassen.
2. Unterschiedliche Modelle liefern bei identischen JA-Parameterwerten abweichende Ergebnisse [123]. Dies wird deutlich beim Vergleich der Ausdrücke in der zweiten Spalte von Tab. 3.3. In vielen Veröffentlichungen liegen die zugrunde liegenden Gleichungen nicht in einer standardisierten Form vor, was einen direkten Vergleich erschwert.
3. Die physikalische Interpretation der JA-Parameter geht verloren. Da die Parameter modellabhängig sind, ist ihre Bedeutung in den verschiedenen Modellvarianten nicht mehr eindeutig.

Die Situation wird noch fehleranfälliger, wenn öffentlich zugängliche Quellcodes zur Lösung des JA-Modells verwendet werden, beispielsweise von Szewczyk et al. [123] und Xue et al. [215]. Eine genauere Analyse dieser Codes zeigt, dass die Implementierung der JA-Modelle fehlerhaft ist.

Einen ersten Ansatz zur Harmonisierung der verschiedenen JA-Modelle präsentieren Rupnik et al. [204]. Ihr Ziel ist es, dass alle betrachteten Modelle bei einem identischen

Satz von JA-Parametern die gleichen Ergebnisse liefern. Dazu führen sie Parametervariationen ein, korrigieren fehlerhafte Indizes und vereinheitlichen die Gleichungen. Dass die harmonisierten Modelle anschließend identische Ergebnisse liefern, ist eine direkte Folge dieser Angleichung.

Vor diesem Hintergrund ergeben sich zwei weiterführende Fragestellungen:

1. Gibt es ein einziges „korrektes“ JA-Modell?
2. Können die verschiedenen Modelle koexistieren, wenn ein Algorithmus die JA-Parameter eines Modells in die Parameter eines anderen Modells umrechnet? Dabei würde die physikalische Interpretation der Parameter zwar verloren gehen, jedoch wäre eine konsistente Beschreibung der ferromagnetischen Hysterese weiterhin möglich.

Beide Fragestellungen werden in Kapitel 7 ausführlich diskutiert.

#### 3.4.4 Erweiterungen des JA-Modells zur Berücksichtigung weiterer physikalischer Effekte

Trotz der Feststellung im vorangegangenen Kapitel, dass es nicht „das eine“ JA-Modell gibt, existieren Bestrebungen, das Modell zu erweitern, um zusätzliche physikalische Effekte zu berücksichtigen. Zu diesen Erweiterungen zählen:

- Berücksichtigung der Frequenzabhängigkeit [110, 245, 255],
- Einbeziehung von Temperatureffekten [118, 224],
- Berücksichtigung des magnetomechanischen Effekts [120–122, 222, 223, 256].

##### Berücksichtigung der Frequenzabhängigkeit

In der ursprünglichen Herleitung des JA-Modells wird angenommen, dass die Änderung des  $H$ -Feldes quasistatisch erfolgt [117]. Wie im Loss-Separation-Modell (siehe Kapitel 2.5.3) beschrieben, treten jedoch bei höheren Frequenzen zusätzliche Verlustmechanismen auf, die sich alle auf Wirbelstromverluste zurückführen lassen. Diese lassen sich in klassische Wirbelstromverluste, die durch die Maxwell-Gleichungen beschrieben werden, und Exzessverluste unterteilen, die aus der schnellen Bewegung der Domänenwände resultieren. Letztere verursachen lokal induzierte Stromverteilungen um die Domänenwände, die sich formal analog zu Wirbelströmen beschreiben lassen [30].

Jiles [117] integrierte beide Verlustarten in das bestehende JA-Modell, indem er ihre Beiträge zur Verlustleistung analysierte und in die Energiebilanzgleichung einfügte. Daraus leitete er eine erweiterte Differentialgleichung ab:

- Für klassische Verluste bleibt die Struktur der ursprünglichen Differentialgleichung (siehe Tab. 3.3) erhalten, jedoch wird der Parameter  $k$  zu einer effektiven,

zeitabhängigen Größe  $k'(t)$  [117]:

$$k'(t) = k\delta + \frac{\mu_0 d^2}{2\rho\beta} \frac{dM}{dt}, \quad (3.22)$$

wobei der Zusatzterm die Wirkung induzierter Wirbelströme im Werkstoff beschreibt.

- Für den *excess*-Verlust wird  $k'$  um [117]:

$$k''(t) = \left( \frac{Gdw\mu_0 H_0}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{dM}{dt} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (3.23)$$

additiv ergänzt, was die ursprüngliche Differentialgleichung in eine partielle inhomogene Form überführt.

Hierbei ist  $\rho$  der spezifische elektrische Widerstand,  $d$  die Probendicke,  $\beta$  ein geometrischer Formfaktor,  $G$  eine Werkstoffkonstante,  $w$  die Probenbreite und  $H_0$  die maximale Feldamplitude.

Eine zentrale Randbedingung für diese Erweiterungen ist die Homogenität des  $H$ -Feldes über den Werkstoffquerschnitt. Um dies bei steigender Frequenz zu gewährleisten, muss die Werkstoffdicke reduziert werden, um den Skin-Effekt zu kompensieren. Kritisch ist zudem die in der Originalherleitung angenommene lineare Beziehung  $B = \mu_0 M$  für weichmagnetische Werkstoffe, da allgemein Gl. 2.1 gilt. Wie Jiles und spätere Arbeiten [105] zeigen, ist diese Vereinfachung nicht exakt. Chwastek [110] umgeht diese Einschränkung durch eine alternative Herleitung.

Trotz einzelner Erweiterungen [224, 245, 257–259] existiert bislang keine umfassende Version des JA-Modells, die den vollständigen Loss-Separation-Ansatz unter realistischen Bedingungen, inklusive inhomogener Feldverteilungen und frequenzabhängiger Parameter, vollständig integriert.

### Berücksichtigung der Temperatureffekte

Zhang et al. [224] wählen einen vereinfachten Ansatz zur Modellierung der Temperaturabhängigkeit der JA-Parameter. Dazu nehmen sie  $B(H)$ -Kurven bei verschiedenen Temperaturen auf, bestimmen die entsprechenden JA-Parameter und passen eine empirische Funktion an, um deren Temperaturabhängigkeit zu beschreiben.

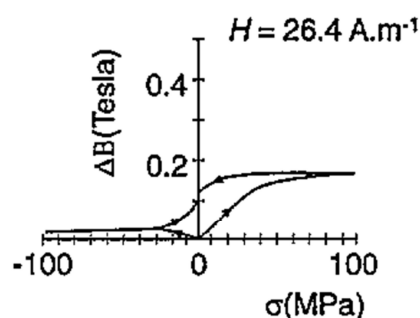
Raghunathan et al. [118] verfolgen einen physikalisch fundierteren Ansatz. Sie leiten ihr Modell auf Basis bekannter Abhängigkeiten, wie der Sättigungsmagnetisierung und der Koerzitivfeldstärke von der Temperatur, her. Die experimentellen Ergebnisse zeigen eine hohe Übereinstimmung mit den Vorhersagen des Modells und bestätigen dessen Eignung für präzise Simulationen bei variablen Temperaturen.

### Berücksichtigung des magnetomechanischen Effekts

Der magnetomechanische Effekt (inverse Magnetostriktion [31]) beschreibt die wechselseitige Beeinflussung zwischen mechanischer Spannung und Magnetisierung [169], siehe auch Abschnitt 2.6. Mechanische Spannungen wirken sich direkt auf die Beweglichkeit von Domänenwänden und die Orientierung magnetischer Domänen aus, wodurch sich die Magnetisierung eines Werkstoffs ändert [169]. Umgekehrt führt eine Änderung des Magnetisierungszustands zu mechanischen Spannungen im Werkstoff. Dieser Effekt ist besonders relevant für ferromagnetische Werkstoffe, die mechanischen Belastungen ausgesetzt sind, wie etwa rotierende Bauteile von Elektromotoren [246, 260, 261].

Für die ZfP besitzt dieser Effekt eine besondere Bedeutung, da mechanische Spannungen, plastische Deformationen oder Gefügeveränderungen über magnetische Messgrößen detektiert werden können [262–266]. Verfahren wie die 3MA-Technik nutzen diese Kopplung gezielt aus, um aus Änderungen der magnetischen Hysteresekurve Rückschlüsse auf den mechanischen Zustand eines Werkstoffs zu ziehen, siehe Abschnitt 3.3.1. Andererseits wird dieser Effekt auch gezielt genutzt, um etwa Ultraschallwellen anzuregen [102].

Eines der ersten Modelle, wie das von Brown [267], konnte den magnetomechanischen Effekt nur unzureichend erklären, da es beispielsweise keine Unterscheidung zwischen den Auswirkungen von Zug- und Druckspannungen auf die  $B(H)$ -Kurve trifft [169]. Diese Unterscheidung ist jedoch entscheidend, wie in mehreren Arbeiten [268–270] und in Abb. 3.8 dargestellt. Abbildung 3.8 zeigt die Veränderung der magnetischen Flussdichte in Abhängigkeit von variierender Zug- und Druckspannung bei konstanter äußerer magnetischer Feldstärke. Die Verläufe für Zug- und Druckspannungen sind asymmetrisch.



**Abbildung 3.8:** Änderung der magnetischen Flussdichte bei Variation der angelegten mechanischen Spannung, während eine konstante äußere magnetische Feldstärke  $H$  anliegt. Entnommen aus [169].

Jiles und Sablik [120, 121, 169] erweiterten das JA-Modell [107] (das erweiterte Modell ist auch als SJA-Modell bekannt [219]), um den Einfluss mechanischer Spannungen auf die ferromagnetische Hysterese zu berücksichtigen. Sie ergänzten die effektive magnetische

Feldstärke  $H_{\text{eff}}$  (siehe Gl. 2.27) um eine spannungsinduzierte Komponente  $H_\sigma$ :

$$H_{\text{eff}} = H + \alpha M + H_\sigma, \quad (3.24)$$

wobei  $H$  die äußere magnetische Feldstärke,  $M$  die Magnetisierung und  $\alpha$  ein Parameter aus dem JA-Modell ist. Die spannungsinduzierte Komponente  $H_\sigma$  wird durch die mechanische Spannung  $\sigma$  und die Magnetostriktion  $\lambda$  beschrieben [169]:

$$H_\sigma = \frac{3}{2} \frac{\sigma}{\mu_0} \frac{d\lambda}{dM}. \quad (3.25)$$

Die mechanische Spannung  $\sigma$  liegt parallel zum äußeren Magnetfeld an.  $\lambda$  ist die relative Längenänderung des Werkstoffs. Für jeden Werkstoff kann im Allgemeinen nur ein werkstoffspezifischer analytischer Ausdruck für die Magnetostriktion angegeben werden [120, 121, 169]. Durch eine Reihen- oder Taylorentwicklung lässt sich jedoch die Abhängigkeit  $\lambda(M, \sigma)$  approximieren und damit auch für komplexere Werkstoffe anwenden [120, 121, 169].

Ikhlef et al. [219] entwickelten das SJA-Modell weiter, um die Asymmetrie zwischen Zug- und Druckspannungen vollständig abzubilden. Sie integrierten ein spannungsabhängiges Entmagnetisierungsfeld  $H_{\sigma d}$ :

$$H_{\text{eff}} = H + \alpha M + H_\sigma - H_{\sigma d}. \quad (3.26)$$

Die Idee besteht darin, Eigenspannungen des Werkstoffs durch die Differenz zwischen der spannungsinduzierten magnetischen Feldstärke  $H_\sigma$  und dem Entmagnetisierungsfeld zu berücksichtigen. Ein ähnlicher Ansatz wird auch von Schneider et al. [271] verfolgt. Ein zentrales Ergebnis der Arbeit von Ikhlef et al. ist die Ableitung einfacher Beziehungen zwischen Hysterese Kenngrößen und mechanischen Werkstoffparametern. Dies bietet das Potenzial, mechanische Spannungen und Dehnungen direkt aus magnetischen Messungen zu bestimmen.

Insbesondere für die ZfP eröffnet dies neue Möglichkeiten, mechanische Zustände in sicherheitsrelevanten Bauteilen kontaktlos, schnell und in situ zu erfassen, ohne den Betrieb zu unterbrechen.

## Kapitel 4

# Proben, Messkonfigurationen und Simulationsrahmen

Dieses Kapitel beschreibt die für die vorliegende Arbeit verwendeten Proben, die realisierten Messaufbauten und -konfigurationen sowie die eingesetzten numerischen Modelle für simulative Untersuchungen. Ziel ist es, dem Leser eine nachvollziehbare Grundlage zu Herkunft, Vorbehandlung und Charakterisierung der untersuchten Werkstoffe sowie zu den relevanten experimentellen und simulativen Randbedingungen zur Analyse der ferromagnetischen Hysterese zu vermitteln. Sowohl die experimentellen als auch numerischen Ergebnisse und deren physikalische Interpretation erfolgen in den nachfolgenden Kapiteln (Kapitel 5, 6 und 7).

### 4.1 Werkstoffe, Probenherkunft und mikrostrukturelle Charakterisierung

Die in dieser Arbeit verwendeten Proben entstammen dem öffentlich geförderten Vorhaben StressLess Phase II (2018–2020), welches am Fraunhofer IZFP durchgeführt wurde [272, 273]. In der vorliegenden Arbeit wird ausschließlich auf die dort bereitgestellten Proben und Werkstoffdaten zurückgegriffen.

Im Rahmen von StressLess Phase II erfolgte die Auswahl geeigneter Werkstoffe, deren Wärmebehandlung, die spanende Fertigung von Zugproben sowie deren spanungsarmes Glühen zur Minimierung prozessbedingter Eigenspannungen. Darüber hinaus wurden durch gezielte Zugversuche definierte plastische Probenzustände erzeugt und eine umfassende mikrostrukturelle Charakterisierung durchgeführt.

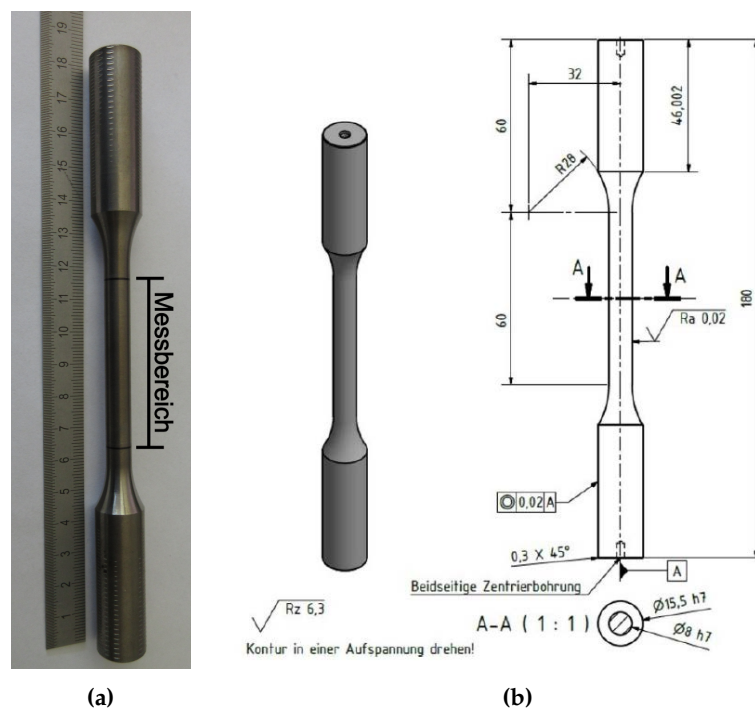
Untersucht wurden zwei niedriglegierte, bainitisch<sup>1</sup> geprägte Stähle mit hoher Relevanz für kerntechnische Anlagen:

---

<sup>1</sup>Bainit ist ein nadelförmiges Umwandlungsgefüge, das im Temperaturbereich zwischen Perlit- und Martensitbildung durch isotherme Abkühlung aus Austenit entsteht. Es besteht aus fein verteiltem Ferrit mit eingelagerten Carbiden und zeichnet sich durch eine geringe Korngröße und hohe Versetzungsdichte aus [33, 274]. Diese Mikrostruktur ermöglicht eine hohe Streckgrenze bei gleichzeitig erhöhter Bruchzähigkeit gegenüber martensitischen Gefügen [275]. Bainitische Stähle gelten daher als besonders rissunempfindlich und widerstandsfähig gegenüber sprödebruchgefährdenden Belastungen, wie sie in kerntechnischen Anlagen auftreten können [276–278].

- **20MnMoNi5-5 (Ni5-5):** Rohrsegment entnommen aus der Hauptkühlmittelleitung des Kraftwerks Mülheim-Kärlich. Aufgrund der nur kurzen Betriebsdauer wird von einem betriebsnahen Zustand ohne signifikante radioaktive Kontamination oder mechanische Alterung ausgegangen.
- **22NiMoCr3-7 (Cr3-7):** Segment entnommen aus dem Reaktordruckbehälter von Biblis C, einer Anlage, die nie in Betrieb genommen wurde. Es liegt somit ebenfalls ein definierter Zustand ohne Betriebsbeanspruchung vor.

Die Geometrie der Zugproben sowie der verwendete Messbereich sind in Abb. 4.1 dargestellt. Im Rahmen von StressLess Phase II wurden wohldefinierte plastische Dehnstufen realisiert und zerstörungsfreie 3MA-Messungen im Messbereich durchgeführt. Auch in der vorliegenden Arbeit erfolgten sämtliche Messungen ausschließlich in diesem definierten Messbereich.

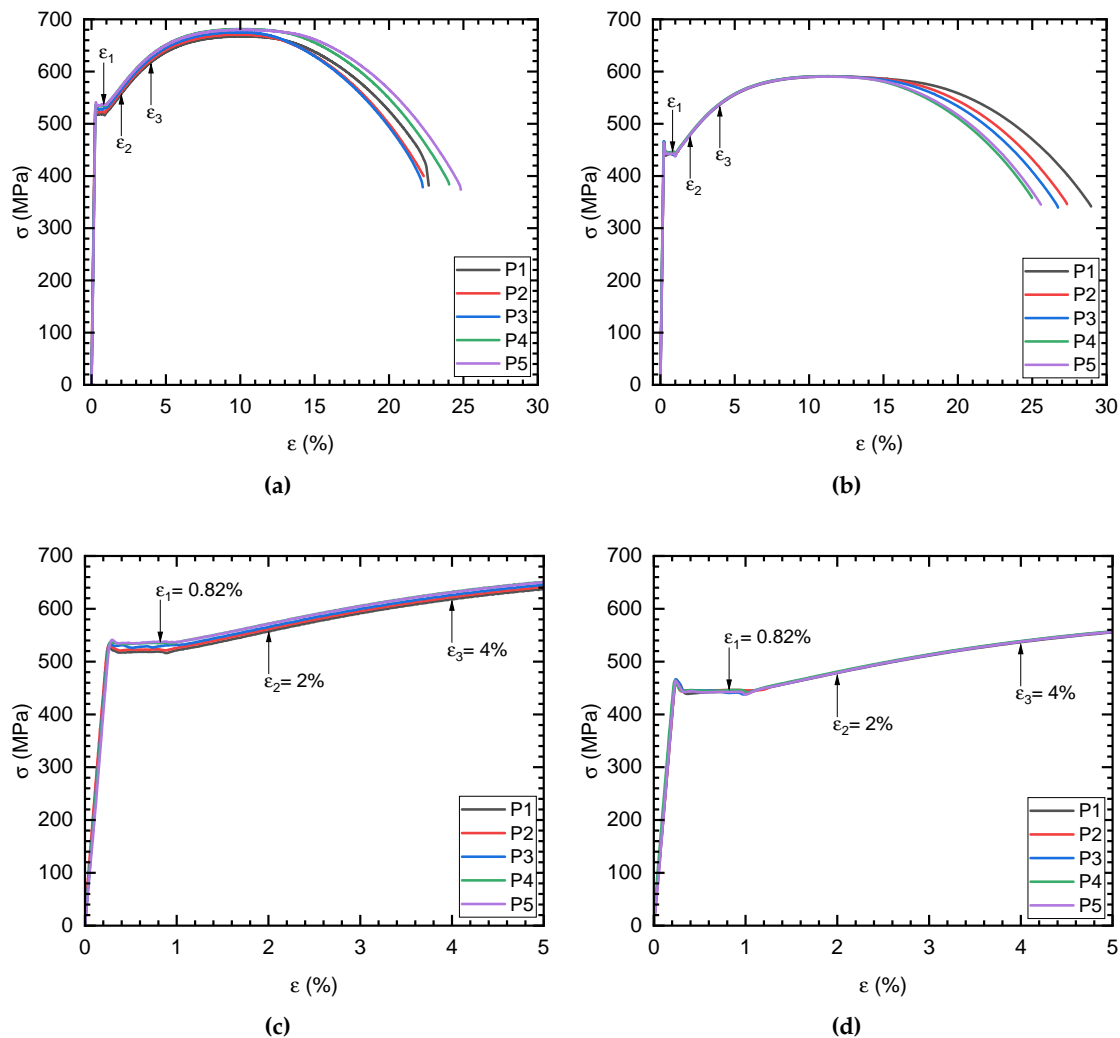


**Abbildung 4.1:** (a) Fotografische Aufnahme einer Probe mit markiertem Messbereich. (b) Technische Zeichnung.

Im Folgenden werden die im Vorhaben StressLess Phase II aufgenommenen Spannungs-Dehnungs-Kurven vorgestellt und die zugehörigen plastischen Dehnstufen erläutert. Anschließend werden die Ergebnisse der mikrostrukturellen Charakterisierung zusammenfassend dargestellt, da sie die Grundlage für die Interpretation der in dieser Arbeit erzielten magnetischen Messergebnisse bilden.

### 4.1.1 Spannungs-Dehnungs-Diagramme

Abbildung 4.2 zeigt exemplarisch die im Rahmen von *StressLess Phase II* aufgenommenen Spannungs-Dehnungs-Kurven der Werkstoffe Cr3-7 und Ni5-5, jeweils bestimmt an fünf Proben ( $P_1$ – $P_5$ ). Hierbei wurden die Proben unter langsamer, kontinuierlich gesteigerter Längsbelastung gedehnt, sodass ein quasistatischer Kräftezustand vorlag [274]. Die aufgezeichneten Verläufe der mechanischen Spannung  $\sigma$  in Abhängigkeit von der Dehnung  $\epsilon$  ermöglichten die Charakterisierung des plastischen Werkstoffverhaltens und dienten zur Definition dreier charakteristischer Dehnstufen:  $\epsilon_1 = 0.82\%$ ,  $\epsilon_2 = 2\%$  und  $\epsilon_3 = 4\%$ . Diese Stufen wurden anschließend gezielt durch quasistatische Zugversuche an weiteren Proben eingestellt, wobei  $\epsilon_0$  den nicht-plastifizierten Ausgangszustand beschreibt. Die vergrößerten Ausschnitte in Abb. 4.2c und 4.2d verdeutlichen,



**Abbildung 4.2:** Spannungs-Dehnungs-Kurven der Werkstoffe Cr3-7 (a) & (c) und Ni5-5 (b) & (d), aufgetragen als mechanische Spannung  $\sigma$  über Dehnung  $\epsilon$ . (c) & (d) Vergrößerte Darstellung mit Markierung der plastischen Dehnstufen  $\epsilon_1$ – $\epsilon_3$ , in denen die Proben jeweils vorliegen.

dass sich für Cr3-7 zwischen den Dehnstufen leichte Unterschiede in den technischen Spannungswerten ergeben, während Ni5-5 ein nahezu identisches Verhalten zeigt.

#### 4.1.2 Mikrostrukturelle Charakterisierung

Nach Einstellen der plastischen Dehnstufen wurde untersucht, ob und in welcher Weise es infolgedessen zu messbaren Veränderungen der Mikrostruktur kam. Die zugrundeliegende Hypothese war, dass plastische Deformation mikroskopische Veränderungen hervorruft, etwa in Form von Gitterverzerrungen, Versetzungsdichten oder Korngrenzaktivitäten, die sich als Änderung in den 3MA-Messsignalen detektieren lassen [272].

Da magnetische Messgrößen wie Permeabilität, Hysterese oder Impedanz maßgeblich durch mikroskopische Strukturzustände (z.B. Domänenwandbeweglichkeit, Pinning-Zentren) beeinflusst werden [71, 120, 122, 167, 279, 280], stellt die quantitative Erfassung mikrostruktureller Änderungen eine essentielle Voraussetzung für die Interpretation solcher Messungen dar. Von besonderem Interesse ist dabei die Frage, ob sich diese Veränderungen homogen über den Probenquerschnitt erstrecken oder randkonzentrierte Effekte auftreten.

Zur Beantwortung dieser Fragestellung wurden im Rahmen von StressLess Phase II verschiedene experimentelle Methoden zur mikrostrukturellen Charakterisierung eingesetzt, deren Vorgehensweise und wesentliche Ergebnisse im Folgenden zusammenfassend dargestellt werden [272]:

- **Härteverläufe über den Querschnitt:** Zur Erfassung möglicher Härtegradienten infolge plastischer Umformung wurden Vickers-Härtemessungen mit zwei unterschiedlichen Prüflasten (HV5 und HV1) über den Probenquerschnitt auf metallografischen Schlifflinien durchgeführt. Die Ergebnisse zeigten für beide Werkstoffe eine weitgehend homogene Härteverteilung ohne signifikante Gradienten vom Rand zur Probenmitte, sowohl im unplastifizierten Grundzustand als auch nach gezielter plastischer Deformation.
- **Metallografische Gefügeanalysen:** Lichtmikroskopische Untersuchungen an Schlifflinien in Längs- und Querrichtung relativ zur Symmetrieachse der Proben offenbarten eine bainitisch geprägte Mikrostruktur ohne signifikante Seigerungen oder Randentmischungen. Auch die Verteilung nichtmetallischer Einschlüsse (z.B. MnS) war über den Querschnitt gleichmäßig.
- **EBSD-Messungen (Electron Backscatter Diffraction):** In plastisch deformierten Proben wurde eine signifikante Zunahme der lokalen Gitterverzerrung detektiert, die sich in erhöhten Werten der Kernel Average Misorientation (KAM) und Grain Average Misorientation (GAM) ausdrückte. Diese Verzerrungen, die als mikroskopischer Indikator für Versetzungsdichten und plastische Fließprozesse gelten, waren jedoch ebenfalls homogen über den Querschnitt verteilt und zeigten keine systematische Randanreicherung.
- **Oberflächennahe Veränderungen:** Nur in stark ermüdeten Proben, nicht jedoch in den eingestellten Dehnstufen, konnten im Bereich von Drehriefen mittels Licht-

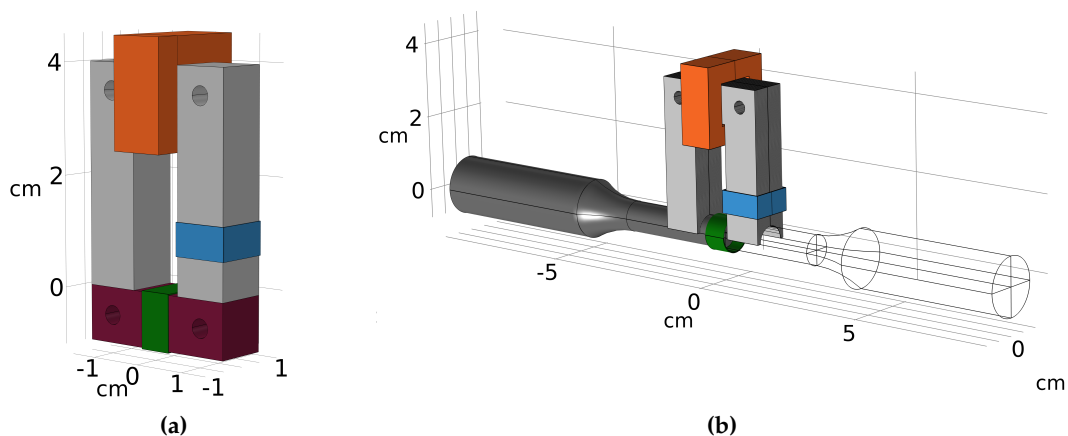
und Rasterelektronenmikroskopie oberflächennahe Mikrorisse nachgewiesen werden.

Die Ergebnisse belegen, dass plastische Deformation in den untersuchten Werkstoffen zwar zu strukturellen Veränderungen auf mikroskopischer Ebene führt, diese sich jedoch über das Volumen weitgehend homogen verteilen.

Die Ergebnisse aus StressLess Phase II [272] werden in den folgenden Untersuchungen der vorliegenden Arbeit berücksichtigt.

## 4.2 Experimentelle Konfigurationen und Sensorsysteme

Innerhalb der vorliegenden Arbeit zur Untersuchung der ferromagnetischen Hysterese wurden zwei experimentelle Versuchsaufbauten realisiert, schematisch dargestellt in Abb. 4.3. In beiden Versuchsaufbauten kam ein Joch der Bauform *Sensorvariante 1* zum Einsatz (vgl. Abschnitt 3.3 und Abb. 3.3). Beide Versuchsaufbauten unterscheiden sich in der geometrischen Beschaffenheit der Ankopplungsfläche des Jochs. Im ersten Versuchsaufbau, siehe Abb. 4.3a, ist die Ankopplungsfläche planar ausgelegt wohingegen im zweiten Versuchsaufbau, siehe Abb. 4.3b die Ankopplungsfläche der Kontur der Zugproben angepasst wurde. Die *Sensorvariante 1* wurde erweitert, indem um einen der Jochschenkel eine Pick-up-Coil (PUC) gewickelt wurde. In Abb. 4.3a und 4.3b ist die PUC (PUC-1) blau dargestellt. Zusätzlich wurde in ausgewählten Experimenten eine zweite PUC (PUC-2) direkt um die Probe gewickelt. Die PUC-2 ist in Abb. 4.3a und 4.3b grün dargestellt. Beide Joche bestehen aus 25 lamellierten Trafoblechen mit einer Dicke von 0.036 mm, um Wirbelstromverluste im Jochwerkstoff zu unterdrücken. Die Bohrungen im Joch dienen dazu, die einzelnen Trafobleche mit einer nicht ferromagnetischen Schraube zu fixieren.



**Abbildung 4.3:** Skizze der beiden Versuchsaufbauten. Magnetisierungsschleife: orange, PUC-1: blau, PUC-2: grün. (a) Aufbau 1: Charakterisierung des Sensors im geschlossenen magnetischen Kreis mit identischem Jochwerkstoff (dunkelrot). (b) Aufbau 2: Untersuchung der Werkstoffe Ni5-5 und Cr3-7. Der Sensor wurde an den Polschuhen dem Probenradius angepasst.

Der erste Versuchsaufbau diente der magnetischen Charakterisierung des Sensors. Hierzu wurde der magnetische Kreis durch den gleichen Jochwerkstoff geschlossen. In Abb. 4.3a ist der Jochschluss dunkelrot dargestellt. Im zweiten Versuchsaufbau wurden die gefaltete ferromagnetischen Eigenschaften aus Joch und Probenwerkstoff untersucht.

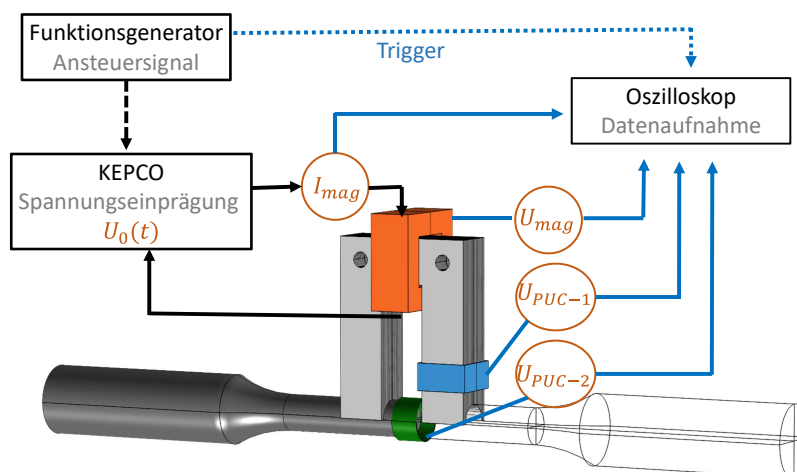
Die wesentlichen Auslegungsparameter der Spulen sind in Tab. 4.1 zusammengestellt.

**Tabelle 4.1:** Auslegungsparameter der Spulen

Komponente	Windungsanzahl
Magnetisierungsspule	200
PUC-1	30
PUC-2	30

#### 4.2.1 Ansteuerung und Datenerfassung

Die Ansteuerung und Messdatenerfassung ist in Abb. 4.4 schematisch dargestellt. Der Signalverlauf der Spannungseinprägung wurde mit einem Funktionsgenerator (Agilent 33210A) erzeugt und über einen bipolaren Operationsverstärker (KEPCO BOP 72-6M) verstärkt. Das Ausgangssignal  $U_0(t)$  des KEPCO entspricht der eingepprägten Spannung im elektrischen Kreis der Magnetisierungsspule (vgl. Abschnitt 3.3.5).



**Abbildung 4.4:** Blockdiagramm zur Sensoransteuerung und Datenerfassung nach Aufbau 2. Schwarze Pfeile: Signalfluss, blaue Pfeile: Messpfade, orange: Kanalbezeichnungen.

Die Messgrößen umfassen:

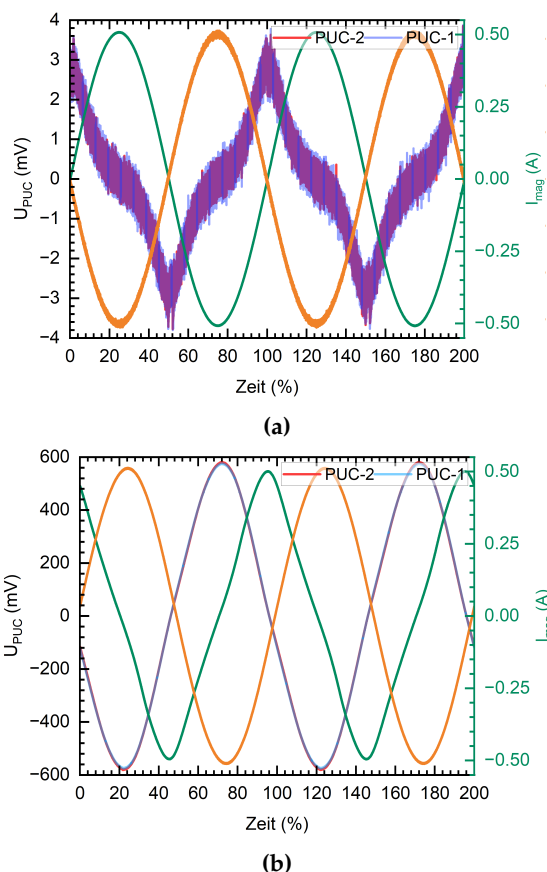
- den Magnetisierungsstrom  $I_{mag}(t)$  (gemessen mit Tektronix TCP2020),

- die Magnetisierungsspannung  $U_{\text{mag}}(t)$  (gemessen mit Hameg HZ100),
- die Induktionsspannungen  $U_{\text{PUC-1}}(t)$  und  $U_{\text{PUC-2}}(t)$ , direkt am Oszilloskop (LeCroy DSO6104).

Alle Eingangskanäle am Oszilloskop wurden auf eine Eingangsimpedanz von 50 M $\Omega$  und DC-Kopplung eingestellt, um Messverzerrungen durch Stromflüsse oder Hochpassfilterung zu vermeiden. Eine Mittelung der Signale diente der Verbesserung des Signal-Rausch-Verhältnisses. Die Datenaufnahme wurde durch Triggerung, ausgehend vom Funktionsgenerator, synchronisiert.

### 4.2.2 Charakteristische Rohsignale

In Abb. 4.5 sind exemplarisch die erfassten Signale für zwei Anregungsfrequenzen (1 Hz und 30 Hz) dargestellt. Die Messdaten entstammen dem ersten Versuchsaufbau (Jochschluss mit gleichem Jochwerkstoff, siehe Abb. 4.3a). Für beide Anregungsfrequenzen wurde die Amplitude des Stroms  $I_{\text{mag}}(t)$  konstant gehalten.



**Abbildung 4.5:** Rohsignale für eine Anregungsfrequenz von (a) 1 Hz und (b) 30 Hz, jeweils bei konstanter Amplitude von  $I_{\text{mag}}(t)$ . Die Zeitachse ist normiert und in Prozent der jeweiligen Periodendauer dargestellt, um eine frequenzunabhängige Vergleichbarkeit der Signalverläufe zu ermöglichen.

Um die Signalverläufe bei unterschiedlichen Anregungsfrequenzen vergleichbar darzustellen, wurde die Zeitachse normiert und prozentual auf eine vollständige Periodendauer skaliert. Durch einen Vergleich der PUC-1 und PUC-2 (linke Achse, rote und blaue Kurven) Signale lässt sich überprüfen, ob die Ankopplung des Sensors an den Jochschluss zu etwaigen Streuflüssen führt. Ein Vergleich zeigt, dass die PUC-Signale quantitativ nahezu identisch sind und übereinander liegen. Folglich sind keine nennenswerten Streuflüsse vorhanden. Geringfügige Unterschiede lassen sich durch leicht variierende Querschnitte an den PUC-Positionen erklären ( $93.61(14) \text{ mm}^2$  bei PUC-1 versus  $96.55(46) \text{ mm}^2$  bei PUC-2). Bei 1 Hz verlaufen  $U_{\text{mag}}(t)$  (orange, Skala rechts) und  $I_{\text{mag}}(t)$  (grün, Skala rechts) phasengleich, bei 30 Hz ist eine signifikante Phasenverschiebung erkennbar. Bei 30 Hz ist eine deutliche Veränderung des Verlaufs von sowohl  $I_{\text{mag}}(t)$  als auch  $U_{\text{PUC}}(t)$  gegenüber der Signale bei 1 Hz zu erkennen. Da in den elektrischen Kreis der Magnetisierungsspule eine Spannungseinprägung  $U_{\text{mag}}(t)$  einprägt wird, stellt sich der Magnetisierungsstrom  $I_{\text{mag}}(t)$  entsprechend der momentanen Systemimpedanz ein. Diese Impedanz wird jedoch maßgeblich durch das nichtlineare, zeitabhängige Hystereseverhalten des geschlossenen magnetischen Kreises bestimmt, sodass eine rückgekoppelte Wechselwirkung zwischen der Spannungseinprägung und dem Magnetisierungsstrom entsteht [251, 281, 282]. Das PUC-Signal  $U_{\text{PUC}}(t)$  erfasst die zeitliche Änderung des magnetischen Flusses im geschlossenen magnetischen Kreis und ist daher unmittelbar vom Verlauf der ferromagnetischen Hysteresekurve abhängig. Da der magnetische Kreis aus mehreren Segmenten bestehen kann, siehe Abb. 4.3, ergibt sich der Gesamtflussverlauf als effektive Überlagerung der jeweiligen lokalen Hysteresekurven (siehe Abschnitt 3.1). Diese nichtlineare Überlagerung kann mathematisch als Faltung der jeweiligen  $B(H)$ -Kurven entlang des Flusspfades interpretiert werden. Frequenzabhängige Hysterese- und Verlustmechanismen verändern dadurch nicht nur die lokale Flussdichteverteilung, sondern führen auch zu einer signifikanten Änderung des PUC-Signals  $U_{\text{PUC}}(t)$  [30, 200, 201].

### 4.3 Numerische Modellierung

Zur physikalischen Validierung und zur Ableitung von Modellparametern wurden zwei komplementäre numerische Strategien verfolgt:

#### 4.3.1 JA-Modell in MATLAB®

Varianten des JA-Modells, siehe Tab. 3.3, wurden zur direkten Berechnung der Hysteresekurven in MATLAB® [283] implementiert. Die zugrunde liegende nichtlineare Differentialgleichung wurde mit einem Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung gelöst [226].

Diese Methodik ermöglicht eine effiziente Berechnung idealisierter  $B(H)$ -Kurven unter Vorgabe der JA-Parameter und des zeitlichen Verlaufs der magnetischen Feldstärke.

#### 4.3.2 Finite-Elemente-Simulation in COMSOL Multiphysics®

Die vollständige 3D-Geometrie des Versuchsaufbaus, siehe Abb. 4.3, wurde in COMSOL Multiphysics® [284] abgebildet. Zur Beschreibung der ferromagnetischen Hysterese kam

das vektorielle JA-Modell nach Bergqvist [249] zum Einsatz, welches bereits in COMSOL Multiphysics® implementiert ist.

In COMSOL Multiphysics® gibt es verschiedene Möglichkeiten, eine Spule anzusteuern: direkte Strom- oder Spannungseinprägung an einer Spule oder das Nachbilden eines elektrischen Schaltkreises. Die zweite Variante bildet die experimentelle Ansteuerung realitätsnäher ab, sodass dieser Ansatz gewählt wurde, siehe Abschnitt 3.3.5. Der elektrische Schaltkreis umfasst:

- eine sinusförmige Spannungsquelle,
- einen Vorwiderstand von  $0.525 \Omega$ ,
- eine Magnetisierungsspule mit 200 Windungen und einem ohmschen Widerstand von  $1.6 \Omega$  bei einer Drahtdicke von 0.5 mm.

Die Kopplung der 3D-Geometrie, des elektrischen Schaltkreises und des nichtlinearen JA-Hysterese Modells ermöglicht es, die Rückwirkungen des magnetischen Kreises auf den elektrischen Stromfluss explizit zu berücksichtigen. Wie in Abschnitt 4.2.2 erläutert, ergibt sich die Impedanz der Magnetisierungsspule im wesentlichen aus dem nichtlinearen und frequenzabhängigen Magnetisierungsverhalten des geschlossenen magnetischen Kreises. Dieses Verhalten ist das Resultat der komplexen Zusammensetzung lokaler Hysteresekurven entlang des Flusspfades, deren Überlagerung eine dynamisch veränderte magnetische Flussverteilung erzeugt. Die daraus resultierende Rückkopplung zwischen Spannungseinprägung, Feldverlauf und Stromantwort wird in der FEM-Simulation konsistent erfasst und ermöglicht eine realitätsnahe Berechnung des resultierenden Magnetisierungsstroms  $I_{\text{mag}}(t)$ .

## 4.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die realisierten Versuchsaufbauten, die Messgrößen und Datenaufnahme und charakteristische Signalverläufe erläutert. Im Folgenden werden die zwei realisierten Versuchsaufbauten eingesetzt, um zum einen die ferromagnetische Hysterese des Jochs durch eine neu entwickelte Methodik zu charakterisieren und zum anderen die gefaltete ferromagnetische Hysterese von Joch und Probenwerkstoff zu bestimmen.

Ergänzt werden die experimentellen Untersuchungen durch numerische Verfahren in MATLAB® und COMSOL Multiphysics®. Hierbei werden die numerischen Verfahren nicht unabhängig von den Experimenten eingesetzt, sondern sind zum einen geometrisch in COMSOL Multiphysics® den Experimenten entsprechend nachgebildet und zum anderen werden experimentelle Daten in den numerischen Verfahren verwendet.



## Kapitel 5

# Bestimmung der Jochhysterese

Ziel dieses Kapitels ist die vollständige magnetische Charakterisierung der ferromagnetischen Hystereseigenschaften des Sensorjochs. Die Charakterisierung erfolgt experimentell und numerisch.

Zur experimentellen Bestimmung wird ein geschlossener magnetischer Kreis realisiert, indem der Jochwerkstoff den Jochschluss selbst bildet (vgl. Abb. 4.3a). Aus den experimentellen Messdaten werden die Anhysterese und die Neukurve abgeleitet.

Für die numerische Charakterisierung werden die im Experiment gewonnenen Zeitverläufe von Magnetisierungsstrom und Induktionsspannung als Grundlage für eine anschließende inverse Modellierung in COMSOL Multiphysics® verwendet. Hierbei werden die Parameter des JA-Modells durch einen in MATLAB® implementierten DE Algorithmus [236, 238, 239] schrittweise angepasst. Ziel der Optimierung ist die Minimierung der Abweichung zwischen simulierten und gemessenen Signalverläufen.

## 5.1 Experimentelle Jochcharakterisierung

### 5.1.1 Versuchsaufbau und Methodik

Die experimentelle Charakterisierung des Sensorjochs erfolgt im geschlossenen Jochkreis unter Verwendung des in Abschnitt 4.2 beschriebenen Versuchsaufbaus 1. Detaillierte Angaben zur Sensorgeometrie, den Wickeldaten der Anregerspule sowie der PUCs sind in Abb. 4.3a und Tab. 4.1 zusammengefasst.

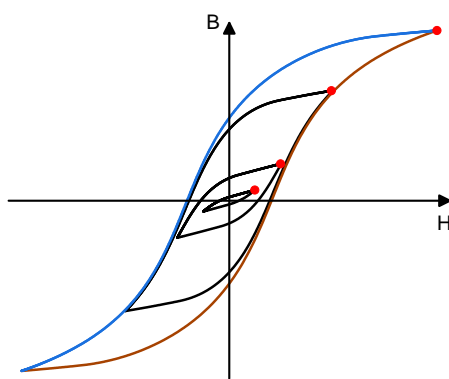
Erfasst werden der zeitabhängige Magnetisierungsstrom  $I_{\text{mag}}(t)$  sowie die am PUC-System induzierte Spannung  $U_{\text{PUC-1}}(t)$ . Die PUC-1 umschließt den Jochschenkel, siehe Abb. 4.3a.

Das methodische Vorgehen gliedert sich in drei aufeinanderfolgende Schritte:

1. **Analyse der Aussteuerung:** Bei konstanter Anregungsfrequenz von 1 Hz wird die Aussteuerungsamplitude, also die Amplitude des eingprägten Spannungssignals, schrittweise erhöht, um den Übergang zur magnetischen Sättigung zu identifizieren. Die Wahl der Frequenz von 1 Hz erfolgte bewusst, da sich bei dieser Anregung

noch keine zusätzlichen verlustbehafteten Effekte in der Hysteresekurve zeigten. Magnetische Sättigung liegt dann vor, wenn der Anstieg der Flussdichte  $B$  mit zunehmendem Magnetfeld  $H$  nahezu konstant ist, das heißt,  $B(H)$  im äußeren Bereich linear verläuft und sich der Ableitung  $\frac{dB}{dH}$  asymptotisch dem Wert der Vakuumpermeabilität  $\mu_0$  nähert.

2. **Bestimmung der Neukurve:** Die Neukurve wird durch Verbindung der Maximalwerte  $B_{\max}(H_{\max})$  aller Hysteresekurven bestimmt, die im Rahmen der Aussteuerungsanalyse aufgenommen wurden [37]. Diese Punkte markieren jeweils die Umkehrpunkte der  $B(H)$ -Kurve. In Abb. 5.1 sind die Umkehrpunkte (Maximalwerte) zwischen dem aufsteigenden Hystereseast  $B_{\uparrow}$  (braun) und dem absteigenden Hystereseast  $B_{\downarrow}$  (blau) rot hervorgehoben.

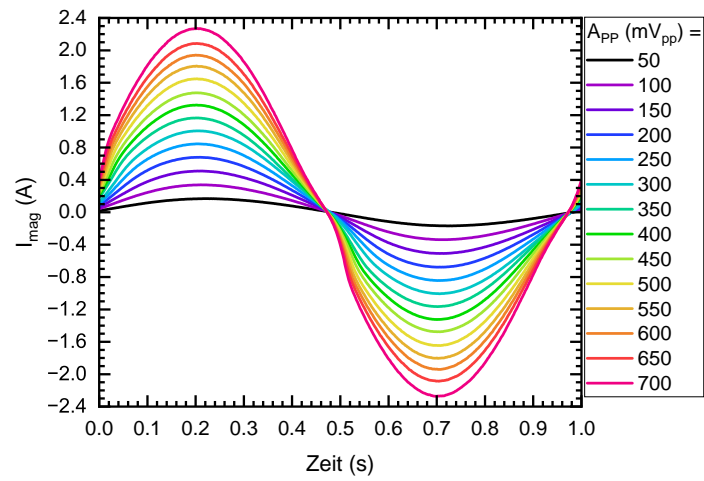


**Abbildung 5.1:** Exemplarische Darstellung mehrerer  $B(H)$ -Kurven bei variiertem Aussteuerungswert. Die Wendepunkte  $B_{\max}(H_{\max})$ , aus denen die Neukurve gebildet wird, sind rot markiert. Der absteigende Hystereseast  $B_{\downarrow}$  (blau) und der aufsteigende Ast  $B_{\uparrow}$  (braun) der maximal ausgereichten Kurve dienen zur Bestimmung der Anhysterese.

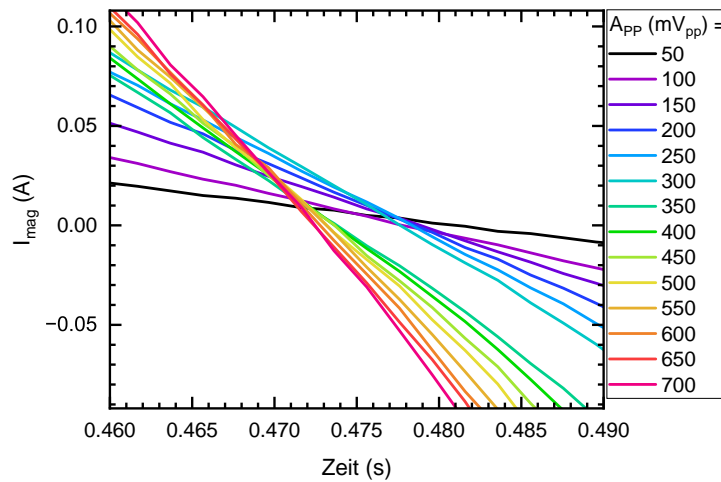
3. **Ermittlung der Anhysterese:** Zur Berechnung der Anhysterese wird bei maximaler Aussteuerung für jeden diskreten  $H$ -Wert der Mittelwert zwischen oberem (blauer Ast in Abb. 5.1) und unterem (brauner Ast in Abb. 5.1) Hystereseast gebildet. Dieses Verfahren liefert eine Approximation der reversiblen Magnetisierungsanteile unter Vernachlässigung dissipativer Effekte.

### 5.1.2 Aussteuerungsanalyse

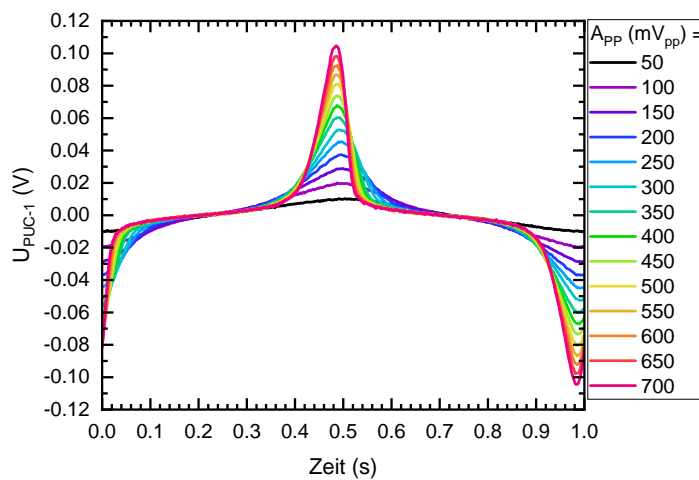
Die in Abb. 5.2 dargestellten Messdaten für den Magnetisierungsstrom  $I_{\text{mag}}(t)$ , siehe Abb. 5.2a und die induzierte PUC-Spannung  $U_{\text{PUC-1}}(t)$ , siehe Abb. 5.2c zeigen einen periodischen Verlauf mit zunehmenden nichtlinearen Verzerrungen bei höherer Aussteuerungsamplitude  $A_{\text{pp}}$  (Amplitude peak-to-peak des Ansteuersignals, erzeugt durch den Funktionsgenerator, siehe Abb. 4.4). Insbesondere im Bereich der Nulldurchgänge treten deutliche Abweichungen vom sinusförmigen Verlauf im Magnetisierungsstrom auf und sind in Abb. 5.2b vergrößert dargestellt. Diese Verzerrungen im Magnetisierungsstrom sind Ausdruck einer nichtlinearen Systemantwort.



(a)

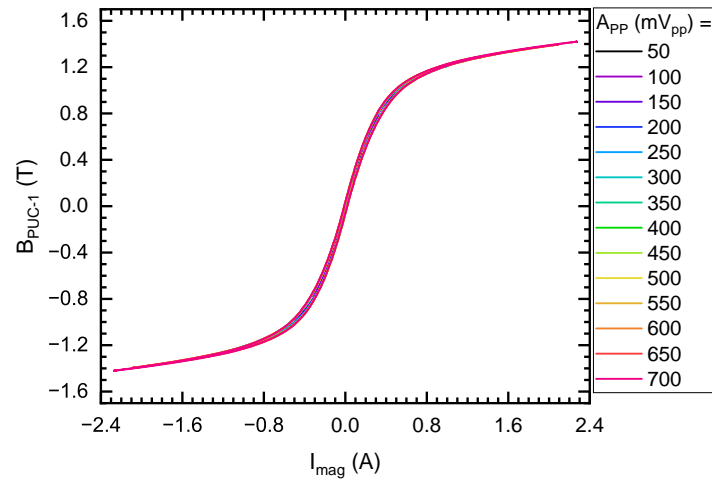


(b)

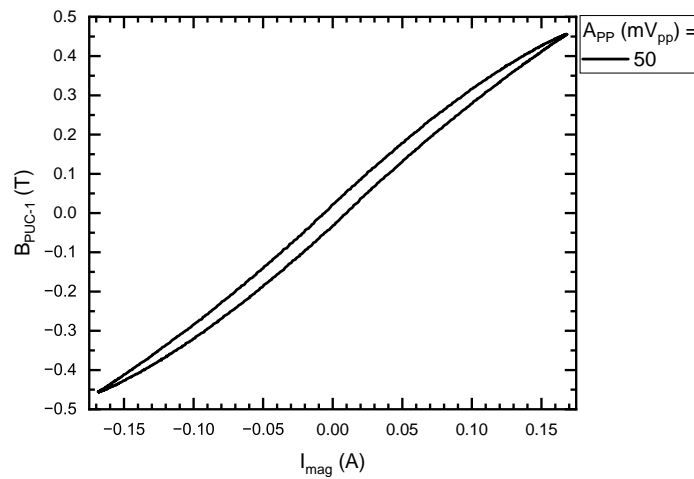


(c)

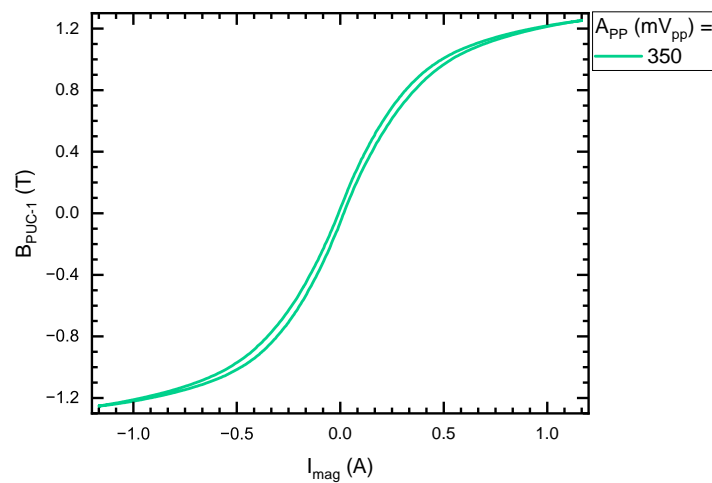
**Abbildung 5.2:** Zeitverlaufssignale von (a) Magnetisierungsstrom  $I_{\text{mag}}(t)$ , (b) Vergrößerte Darstellung von  $I_{\text{mag}}(t)$  und (c) PUC-Spannung am Jochschenkel. Die Anregung erfolgte bei 1 Hz und variierender Aussteuerungsamplitude.



(a)



(b)



(c)

**Abbildung 5.3:** (a) Aus  $I_{\text{mag}}(t)$  und PUC-Signal bestimmte  $B(I_{\text{mag}})$ -Kurven. (b) und (c)  $B(I_{\text{mag}})$ -Kurven bei einer Aussteuerungsamplitude von  $A_{\text{PP}} = 50$  mV<sub>pp</sub> und  $A_{\text{PP}} = 350$  mV<sub>pp</sub>. Die Anregung erfolgte bei 1 Hz.

Da im vorliegenden Versuchsaufbau die Spannung  $U_0(t)$  über die Spannungsquelle (KEPCO) in den elektrischen Kreis, bestehend aus Vorwiderstand und Magnetisierungsspule, eingeprägt wird, muss sich der Magnetisierungsstrom einstellen. Der sich einstellende Magnetisierungsstrom  $I_{\text{mag}}(t)$  ergibt sich dabei als dynamische Systemantwort unter Berücksichtigung der momentanen Impedanz der Magnetisierungsspule. Siehe hierzu die Diskussion in Abschnitt 4.2.2. Die Impedanz ist nicht nur durch den ohmschen Widerstand  $R_0$  (Realteil der Impedanz), sondern maßgeblich durch die zeitabhängige Induktivität  $L(\mu_r(t))$  (Imaginärteil der Impedanz) bestimmt. Da die Induktivität ihrerseits über die relative Permeabilität  $\mu_r(t)$  vom Momentanzustand des magnetischen Kreises abhängt, entsteht eine rückgekoppelte Systemdynamik: Die überlagerte ferromagnetische Hysterese von Sensorjoch und Probenwerkstoff (in diesem Fall besteht beides aus dem gleichen Werkstoff) beeinflusst die Permeabilität, diese bestimmt die Induktivität, welche wiederum die Antwort des Magnetisierungsstroms moduliert.

Die wechselseitige Kopplung zwischen Spannungsquelle, Magnetisierungsstrom und Hysterese lässt sich durch folgende Gleichung beschreiben (siehe auch Gl. 3.13):

$$U_0(t) = R_0 I_{\text{mag}}(t) + \frac{dL(\mu_r(t))}{dt} I_{\text{mag}}(t) + L(\mu_r(t)) \frac{dI_{\text{mag}}(t)}{dt}. \quad (5.1)$$

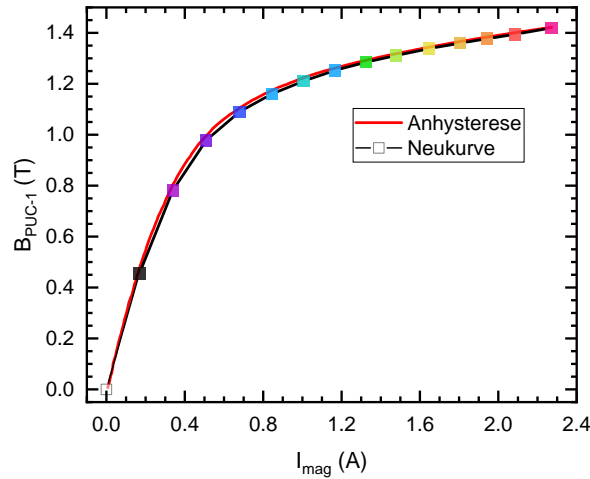
Die rechte Seite von Gl. 5.1 enthält drei Terme: der erste beschreibt den ohmschen Spannungsabfall über Vorwiderstand und Magnetisierungsspule, der zweite die zeitabhängige Änderung der Induktivität infolge der Permeabilitätsänderung, und der dritte die klassische Selbstinduktion bei variierendem Strom. Die Rückkopplung zwischen  $I_{\text{mag}}(t)$  und  $L(\mu_r(t))$  führt zu einer nichtlinearen, hystereseabhängigen Systemantwort [148, 200, 201].

Die aus dem Magnetisierungsstrom- und PUC-Signal zugehörigen  $B(I_{\text{mag}})$ -Kurven sind in Abb. 5.3a gezeigt. Die  $B(I_{\text{mag}})$ -Kurven wurden durch numerische Integration der PUC-Signale gemäß Gl. 3.6 berechnet. Es wird dabei bewusst keine klassische  $B(H)$ -Charakteristik, sondern eine  $B(I_{\text{mag}})$ -Beziehung angegeben, da der Zusammenhang  $H(t) \propto I_{\text{mag}}(t)$  aufgrund der inhomogenen Feldverteilung im Joch nicht gilt (vgl. Abschnitt 5.2.2). Die Stromstärke stellt die primäre Anregungsgröße des Magnetfeldes dar, die resultierende Flussdichte die davon abhängige Antwort. Damit bildet die Darstellung  $B(I_{\text{mag}})$  den physikalischen Wirkzusammenhang zwischen Anregung und Reaktion korrekt ab.

Mit steigender Aussteuerungsamplitude wird die ferromagnetische Hysterese sukzessive weiter angesteuert, siehe Abb. 5.3a - 5.3c. In Abb. 5.2b treten zwei charakteristische Schnittpunkte auf: Der erste umfasst Amplituden bis  $300 \text{ mV}_{\text{pp}}$ , der zweite die höheren. Ein Vergleich mit Abb. 5.2c zeigt, dass die zweite Gruppe Magnetisierungsströmen oberhalb von  $1 \text{ A}$  entspricht. Dieser Bereich kann als Übergang in den Sättigungsbereich interpretiert werden.

### 5.1.3 Neukurve und Anhysterese

Abbildung 5.4 zeigt die experimentell bestimmte Neukurve (einzelne Datenpunkte) sowie die bestimmte Anhysterese (rote, durchgezogene Linie). Die Neukurve wird gemäß



**Abbildung 5.4:** Experimentell bestimmte Neukurve (einzelne Datenpunkte) und gemittelte Anhysterese (rote Linie) des Sensorjochs.

der in Abschnitt 5.1.1 definierten Vorgehensweise gebildet, indem die Maximalwerte  $B_{\max}(I_{\text{mag,max}})$  aller in Abb. 5.3a dargestellten  $B(I_{\text{mag}})$ -Kurven verbunden werden. Diese Maximalpunkte entsprechen den jeweiligen Umkehrpunkten der  $B(I_{\text{mag}})$ -Kurven (siehe Abb. 5.1). In Abb. 5.4 sind die Maximalwerte als ausgefüllte Marker dargestellt. Der offene Marker im Ursprung wurde der Vollständigkeit halber ergänzt. Die resultierende Neukurve beschreibt somit den einmaligen Verlauf der Magnetisierung aus dem entmagnetisierten Ausgangszustand.

Die Anhysterese wurde aus der  $B(I_{\text{mag}})$ -Kurve bei einer Aussteuerungsamplitude von  $A_{\text{PP}} = 700 \text{ mV}_{\text{pp}}$  bestimmt. Hierzu wurde der auf-  $B_{\uparrow}$  (Abb. 5.1 brauner Kurvenabschnitt) und absteigenden Ast  $B_{\downarrow}$  (Abb. 5.1 blauer Kurvenabschnitt) der  $B(I_{\text{mag}})$ -Kurve gemäß Gl. 5.2 gemittelt:

$$B_{\text{an}}(I_{\text{mag}}) \approx \frac{1}{2} [B_{\uparrow}(I_{\text{mag}}) + B_{\downarrow}(I_{\text{mag}})]. \quad (5.2)$$

Die Anhysterese repräsentiert den reversiblen Anteil des Magnetisierungsprozesses und ist frei von Hystereseverlusten.

Im Bereich niedriger Stromamplituden verlaufen beide Kurven nichtlinear. Ab etwa 1.165 A (entsprechend  $A_{\text{PP}} = 350 \text{ mV}_{\text{pp}}$ ) nähern sie sich einem linearen Verlauf und verlaufen nahezu parallel. Über den gesamten Bereich liegt die Anhysterese oberhalb der Neukurve, was dem erwarteten physikalischen Verhalten entspricht [37, 38]. Die Anhysterese entspricht dem reversiblen Magnetisierungsanteil und ist frei von dissipativen Anteilen. Im Gegensatz dazu erfasst die Neukurve zusätzlich irreversible Magnetisierungsanteile und damit dissipative Anteile. Der vertikale Abstand zwischen

beiden Kurven liefert somit ein qualitatives Maß für die energetische Dissipation infolge irreversibler Magnetisierungsänderungen [30, 37, 38].

Die maximale relative Abweichung der Anhysterese zur Neukurve beträgt 4.3 % und tritt bei  $I_{\text{mag}} = 0.456 \text{ A}$  auf (schwarzer Marker in Abb. 5.4).

Der geringe Abstand zwischen Neukurve und Anhysterese weist auf eine geringe dissipative Energie und damit auf ein überwiegend reversibles Magnetisierungsverhalten hin. Dies ist charakteristisch für weichmagnetische Werkstoffe, bei denen die Domänenwandbewegungen nur schwach behindert sind und die Hystereseverluste entsprechend gering ausfallen.

## 5.2 Numerische Jochcharakterisierung

### 5.2.1 Einleitung und Zielsetzung

Ziel dieses Kapitels ist es, die in Abschnitt 5.1 dargestellten experimentellen Daten in numerischen Modellen zu nutzen, um die Parameter des JA-Modells für das Sensorjoch zu bestimmen. Sobald diese Parameter bekannt sind, lässt sich das magnetische Verhalten des Jochsystems berechnen. Die inverse Bestimmung erfolgt durch den Abgleich des experimentell erfassten Magnetisierungsstroms  $I_{\text{mag}}(t)$  sowie der induzierten Spannung  $U_{\text{PUC-1}}(t)$  mit den entsprechenden Signalen aus transienten FEM-Simulationen, durchgeführt in COMSOL Multiphysics®. Es handelt sich hierbei um ein Optimierungsproblem, bei dem die JA-Parameter so angepasst werden, dass die simulierten Signalverläufe eine möglichst geringe Abweichung von den experimentellen Daten aufweisen. Die Optimierung wird mithilfe eines in MATLAB® implementierten DE-Algorithmus [230, 238, 239] realisiert.

Klassische Verfahren zur Bestimmung der JA-Parameter basieren auf dem Abgleich experimentell und numerisch erzeugter  $B(H)$ -Kurven (siehe Abschnitt 3.4.2). Die hier entwickelte Methodik bietet demgegenüber mehrere wesentliche Vorteile:

- Die aufwändige Ermittlung experimenteller  $B(H)$ -Kurven entfällt vollständig.
- Es werden direkt zugängliche Messgrößen wie der Magnetisierungsstrom und das PUC-Signal verwendet.
- Der Einfluss der Sensorgeometrie auf den magnetischen Kreis wird über die Simulation explizit berücksichtigt.
- Durch die Kopplung von Experiment und Simulation entsteht ein digitales Abbild des realen Aufbaus.
- Die parametrisierte Modellierung erlaubt die Erzeugung eines digitalen Zwillings, über den zusätzliche, experimentell nur schwer zugängliche Größen – etwa ortsaufgelöste Feldverteilungen – zugänglich werden.

Da es sich bei COMSOL Multiphysics® um eine umfassende multiphysikalische Simulationsumgebung handelt, wird im Folgenden nur die für diese Arbeit zentralen Modellierungsaspekte behandelt. Für weitere Informationen sei auf das Handbuch verwiesen [284]. Das aufgebaute FEM-Modell, das darauf basierende Surrogatmodell sowie der in Matlab® implementierte DE-Algorithmus stehen gemäß den FAIR-Prinzipien [285] über das Fraunhofer-Portal FORDATIS [286] als Open-Access-Datenpaket zur Verfügung [287].

### 5.2.2 Simulationsaufbau und Simulationsmessgrößen

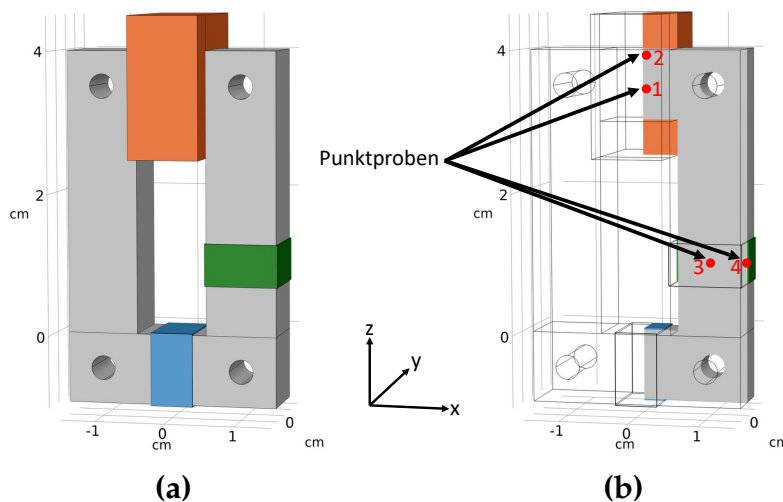
Das numerische Modell basiert auf einem dreidimensionalen Aufbau, der die Geometrie des experimentellen Jochs aus Abschnitt 5.1 exakt abbildet. Im realen Aufbau besteht das Joch aus elektrisch isolierten Trafoblechen, die zur Reduktion von Wirbelströmen beitragen. Diese Laminierung begrenzt gezielt Querströme senkrecht zur Blechebene und vermindert Energieverluste. Um den Rechenaufwand zu reduzieren, werden die Bleche im Modell nicht einzeln aufgelöst, sondern durch eine anisotrope elektrische Leitfähigkeit repräsentiert. In  $y$ -Richtung beträgt diese  $1 \text{ S m}^{-1}$ , in  $x$ - und  $z$ -Richtung jeweils  $1.78 \text{ MS m}^{-1}$  [250]. Diese Annahme unterdrückt Wirbelströme effektiv, ohne die Modellkomplexität wesentlich zu erhöhen [288–291].

Zur weiteren Reduktion des Simulationsaufwands wird die Geometrie unter Ausnutzung geometrischer und feldspezifischer Symmetrien auf ein Viertel reduziert (vgl. Abb. 5.5). Auf den Symmetrieebenen gelten die Randbedingungen

$$\mathbf{n}_{x,z} \times \mathbf{A} = 0, \quad (5.3)$$

$$\mathbf{n}_{y,z} \times \mathbf{H} = 0, \quad (5.4)$$

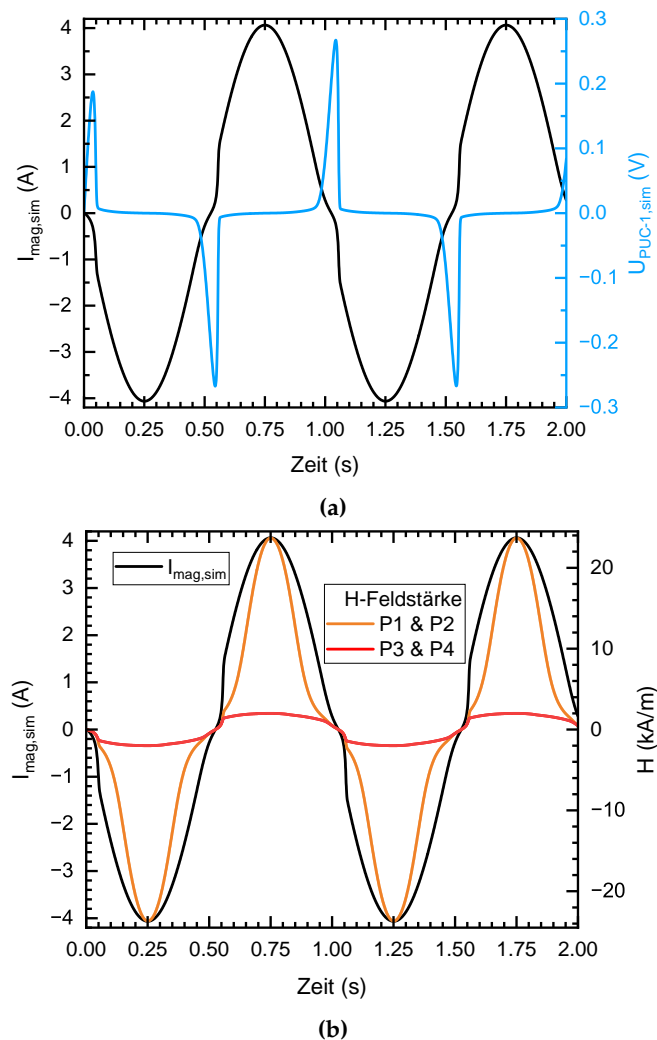
wobei  $\mathbf{A}$  das magnetische Vektorpotential,  $\mathbf{H}$  die magnetische Feldstärke und  $\mathbf{n}$  den Normalenvektor bezeichnen.



**Abbildung 5.5:** (a) vollständiges 3D-Modell; (b): Reduktion der Modellgeometrie auf ein Viertel unter Ausnutzung geometrischer und feldspezifischer Symmetrien.

Analog zum experimentellen Aufbau erfolgt die Anregung der Magnetisierungsspule durch Spannungseinprägung. In COMSOL Multiphysics® wird dies durch Kopplung des Magnetfeldmoduls mit dem elektrischen Schaltungsmodul umgesetzt [284]. Der reale Aufbau, bestehend aus Spannungsquelle, Vorwiderstand und Spule, wird so elektrisch abgebildet. Der sich ergebende Magnetisierungsstrom  $I_{\text{mag, sim}}(t)$  ergibt sich durch die eingeprägte Spannung und der zeitabhängigen Impedanz der Magnetisierungsspule. Die zeitabhängige Impedanz ist abhängig von den ferromagnetischen Eigenschaften des magnetischen Kreises. Die Rückkopplung des magnetischen Kreises auf den Magnetisierungsstrom wurde in Abschnitt 5.1.2 ausführlich beschrieben.

Abbildung 5.6a zeigt exemplarisch die simulierten Zeitverläufe von  $I_{\text{mag, sim}}(t)$  (Abb. 5.6a, schwarze Kurve) und  $U_{\text{PUC-1, sim}}(t)$  (Abb. 5.6a, blaue Kurve) über 2 s bei einer Anregung von 1 Hz. Der Magnetisierungsstrom weist erwartungsgemäß eine deutliche Verzerrung



**Abbildung 5.6:** Simulierte Signalverläufe für einen beliebigen JA-Parametersatz bei einer Anregungsfrequenz von 1 Hz. (a) Zeitlicher Verlauf von  $I_{\text{mag}}(t)$  (schwarz) und  $U_{\text{PUC-1}}(t)$  (blau). (b) Verläufe der magnetischen Feldstärke an den Punktproben P1–P4 sowie  $I_{\text{mag}}(t)$ .

auf, insbesondere im Bereich  $t \approx 0.5$  s, was auf die Rückwirkung der ferromagnetischen Hysterese auf die zeitabhängige Impedanz zurückzuführen ist. Die Simulation reproduziert qualitativ denselben Rückkopplungseffekt zwischen magnetischem Kreis und Stromverlauf wie im Experiment (vgl. Abb. 5.2a - 5.2c).

Zur detaillierten Untersuchung des Feldverhaltens im Jochsystem wurden im FEM-Modell vier Punktproben<sup>1</sup> P1–P4 gesetzt (vgl. Abb. 5.5). In Abb. 5.6b ist der zeitliche Verlauf der magnetischen Feldstärke (Abb. 5.6b, rote und orangene Kurven) an diesen Positionen im Vergleich zum Magnetisierungsstrom  $I_{\text{mag}}(t)$  (Abb. 5.6b, schwarze Kurve) dargestellt.

Die Punktproben P1 und P2 sowie P3 und P4 zeigen jeweils identische Kurvenverläufe, was auf die geometrische und magnetische Symmetrie des Systems zurückzuführen ist. Bei der gewählten Anregungsfrequenz von 1 Hz ist eine nahezu quasistatische Magnetisierungsverteilung zu erwarten, sodass sich innerhalb der jeweiligen Schnittebenen (P1–P2:  $yz$ -Ebene, P3–P4:  $xy$ -Ebene) eine homogene Feldverteilung einstellt. Die beobachteten Übereinstimmungen der Kurvenverläufe bestätigen diese Annahme.

Ein direkter Vergleich der Punktproben P1 und P3 offenbart jedoch erhebliche Unterschiede: Die Amplitude der magnetischen Feldstärke an P3 ist um mehr als einen Faktor 10 geringer als an P1, zudem ist der zeitliche Verlauf deutlich verbreitert. Diese Unterschiede sind Ausdruck einer stark ortsabhängigen Feldverteilung, welche die Annahme eines homogenen Magnetfeldes, wie sie in vereinfachten analytischen Ansätzen häufig getroffen wird [212, 292–294], widerlegt. Diese Inhomogenität erklärt auch, weshalb keine lineare Proportionalität zwischen  $I_{\text{mag}}(t)$  und  $H(t)$  besteht, unabhängig vom Ort der Punktprobe. Eine Anwendung der klassischen Relation, wie in [34, 72, 127, 205, 265, 295–297]:

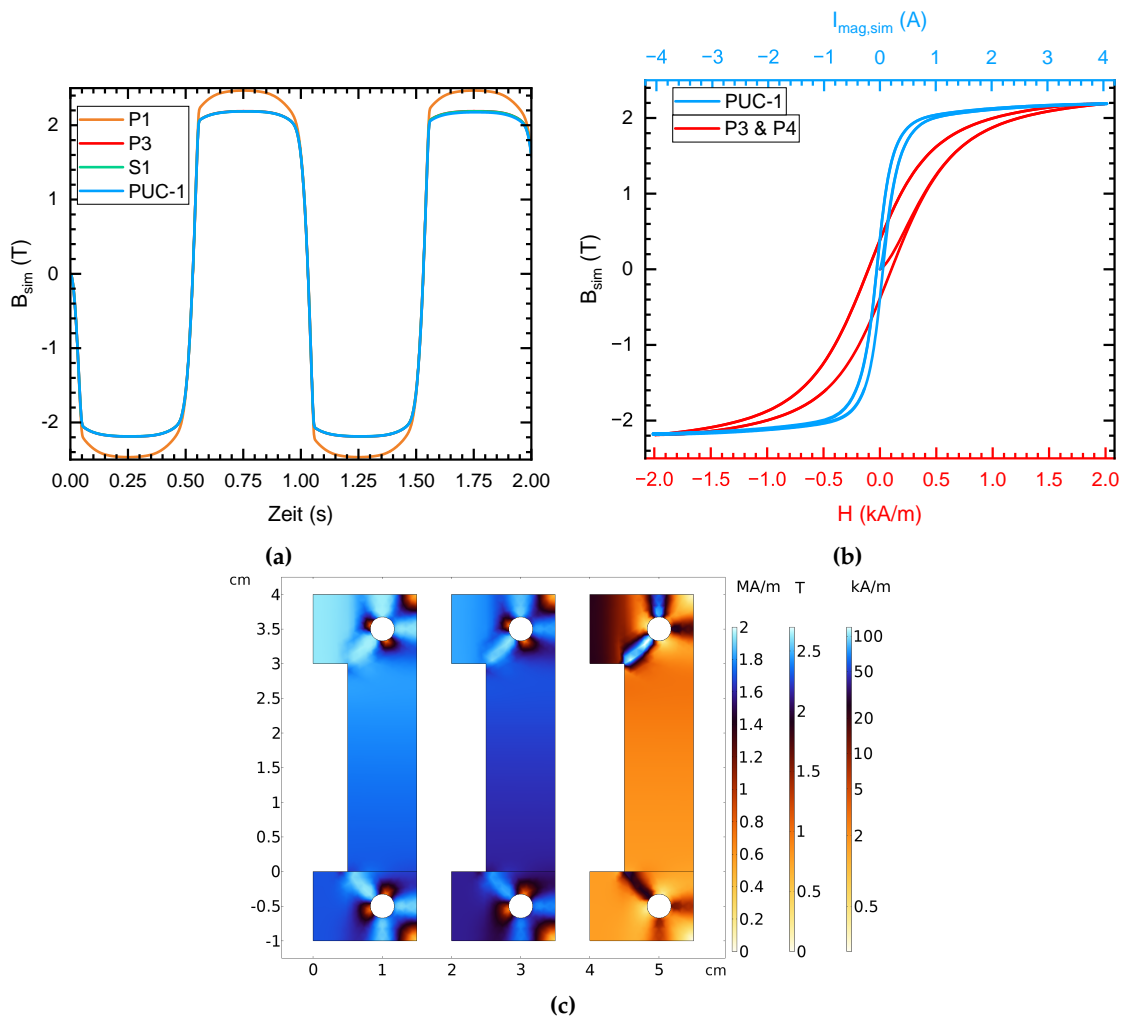
$$H(t) = \frac{NI_{\text{mag}}(t)}{l}, \quad (5.5)$$

ist daher im vorliegenden System nicht zulässig.

In Abb. 5.7a ist der zeitliche Verlauf der magnetischen Flussdichte für die Punktproben P1 und P3, die Schnittebene S1 sowie das aus  $U_{\text{PUC-1}}(t)$  integrierte Signal dargestellt. Die Schnittebene S1 verläuft parallel zur  $xy$ -Ebene, wobei die Punktprobe P3 in dieser Ebene liegt. Die über S1 berechnete mittlere magnetische Flussdichte zeigt nahezu identische Verläufe mit P3 und dem integrierten PUC-Signal. Dies lässt den Schluss zu, dass das Signal der PUC aufgrund der räumlichen Ausdehnung der PUC in  $z$ -Richtung eine gemittelte Flussdichte über den Erfassungsbereich ist. Die Punktprobe P1 hingegen weist eine signifikant höhere Amplitude auf, was mit der lokal höheren magnetischen Feldstärke korreliert.

Der klassische Hystereseverlauf (zeitlich integriertes PUC-Signal, siehe Gl. 3.6 und an den Punktproben bestimmter  $B(H)$ -Verlauf) ist in Abb. 5.7b dargestellt. Vergleicht man die Kurve  $B_{\text{PUC-1}}(I_{\text{mag}})$  mit den lokalen  $B(H)$ -Verläufen an den Punktproben, so zeigt

<sup>1</sup>Eine Punktprobe im FEM-Modell bezeichnet die gezielte Auswertung skalarer oder vektorieller Feldgrößen an diskreten Koordinatenpunkten innerhalb der Simulationsdomäne.



**Abbildung 5.7:** Simulierte Signalverläufe für einen beliebigen JA-Parametersatz bei einer Anregungsfrequenz von 1 Hz. (a) Magnetische Flussdichte an P1, P3, der Schnittebene S1 und dem PUC-Signal. (b) Vergleich von  $B_{\text{PUC-1}}(I_{\text{mag}})$  mit lokalen  $B(H)$ -Verläufen. (c) Räumliche Verteilung von  $|\mathbf{M}|$ ,  $|\mathbf{B}|$ ,  $|\mathbf{H}|$  (von links nach rechts) zum Zeitpunkt  $t = 0.75$  s.

sich ein deutlich schmaleres Hystereseverhalten mit einer geringeren Magnetisierungsfeldstärke von etwa  $I_{\text{mag,C}} = 0.05$  A. Zudem ist der Anstieg im linearen Bereich deutlich steiler. Dies unterstreicht erneut, dass die PUC-Messung keine lokale, sondern eine integrale Aussage über das magnetische Verhalten liefert, und dass eine direkte Übertragung der  $B_{\text{PUC-1}}(I_{\text{mag}})$ -Kurve auf eine  $B(H)$ -Kurve nicht ohne Weiteres zulässig ist.

Abschließend zeigt Abb. 5.7c den Betrag der räumlichen Verteilung der Magnetisierung, den Betrag der magnetischen Flussdichte und den Betrag der magnetischen Feldstärke (von links nach rechts in Abb. 5.7c) im Querschnitt zum Zeitpunkt  $t = 0.75$  s. Die Abbildungen verdeutlichen die signifikante Inhomogenität der Felder, insbesondere im Jochbereich der Magnetisierungsspule sowie im Umfeld der Bohrungen. Diese lokalen Feldüberhöhungen, bereits durch die Punktproben gezeigt, bestätigen die Notwendigkeit

einer vollständigen dreidimensionalen Modellierung zur realitätsnahen Beschreibung des Systemverhaltens.

**Zusammenfassend gilt:** Die numerischen Simulationen erfassen das experimentell beobachtete Systemverhalten qualitativ korrekt, insbesondere hinsichtlich der ausgeprägten Nichtlinearitäten in den zeitlichen Signalverläufen. Eine wesentliche Herausforderung besteht jedoch in der präzisen Wahl der JA-Parameter, welche das dynamische Verhalten des magnetischen Kreises wesentlich beeinflussen. Aufgrund der im Modell nachgewiesenen räumlichen Inhomogenität der magnetischen Felder lässt sich keine allgemeingültige Relation zwischen Magnetisierungsstrom und Feldstärke herleiten. Die Konsequenz ist, dass die durch Integration des PUC-Signals abgeleitete Hysteresekurve zwar einen qualitativen Gesamteindruck liefert, sich jedoch signifikant von den lokal mittels Punktproben bestimmten  $B(H)$ -Verläufen unterscheidet.

Aufgrund der geometrischen Komplexität und der stark nichtlinearen Kopplung zwischen den beteiligten Feldern erfordern vollständige transiente FEM-Simulationen erhebliche Rechenressourcen. Selbst nach gezielter Modellreduktion beträgt die Rechenzeit pro JA-Parametersatz etwa zwölf Stunden<sup>2</sup>. Eine direkte Kopplung transienter FEM-Simulationen mit einem DE-Algorithmus zur inversen Bestimmung der JA-Parameter würde Optimierungszeiten im Bereich mehrerer Wochen verursachen und ist daher praktisch nicht realisierbar. Um den Rechenaufwand drastisch zu reduzieren, wird stattdessen ein datenbasiertes Surrogatmodell eingesetzt, das die FEM-Simulation ersetzt und eine effiziente Parameteroptimierung ermöglicht.

Das hierfür entwickelte Surrogatmodell basiert auf einer begrenzten Anzahl zuvor durchgeführter transienter FEM-Simulationen und bildet die Abhängigkeit zwischen den Eingabegrößen, bestehend aus fünf JA-Parametern sowie der Amplitude der eingepprägten Spannung, und den simulierten Zielgrößen  $I_{\text{mag,sim}}(t)$  und  $U_{\text{PUC-1,sim}}(t)$  ab. Durch dieses datengetriebene Vorgehen lässt sich das Systemverhalten (Einfluss der  $B(H)$ -Kurve des Jochwerkstoffs, gegeben durch die JA-Parameter und die Aussteuerung der  $B(H)$ -Kurve, gegeben durch die eingepprägte Spannungsamplitude, auf den Magnetisierungsstrom und dem PUC-Signal) mit signifikant reduziertem Rechenaufwand vorhersagen.

### 5.2.3 Surrogatmodellierung

Wie im Abschnitt zuvor bereits erläutert, bietet die Verwendung eines Surrogatmodells den Vorteil, dass schnell und nicht rechenintensiv eine Parameteroptimierung durchgeführt werden kann.

In COMSOL Multiphysics® bezeichnet ein *Surrogatmodell* (auch: *Ersatzmodell*) eine datengetriebene Näherung eines physikalisch fundierten, aber rechenintensiven Modells [298]. Es bildet die Abbildung zwischen den Eingabegrößen, in diesem Fall den fünf JA-Parametern sowie der Amplitude der Spannungseinprägung, und den Zielgrößen,

---

<sup>2</sup>Die Berechnungen wurden auf einem Server durchgeführt, welcher mit 768 GB RAM und 32 physischen Kernen ausgestattet ist. Für die Simulationen wurden lediglich 6 Kerne alloziert und maximal 4 GB RAM benötigt.

hier  $I_{\text{mag,sim}}(t)$  und  $U_{\text{PUC-1,sim}}(t)$ , durch ein statistisches Regressionsmodell mit hoher Rechengeschwindigkeit ab [299, 300].

Das Surrogatmodell wird auf Basis eines tiefen neuronalen Netzes (Deep Neural Network, DNN) realisiert und in drei Schritten erstellt [299, 300]:

### 1. Design of Experiment (DOE)

Zur systematischen Abdeckung des Eingabeparameterraums wurde das Latin-Hypercube-Sampling (LHS) verwendet, um 300 Stützstellen zu generieren [301]. Jede Stützstelle setzt sich aus folgenden unabhängigen Eingabeparametern zusammen:

- fünf JA-Parameter  $\{M_s, a, \alpha, k, c\}$ ,
- sowie die Amplitude der Spannungseinprägung  $V_{\text{exc}}$ .

Die in Tab. 5.1 aufgeführten Parameterbereiche wurden sowohl für das LHS als auch für die anschließende Optimierung (siehe Abschnitt 5.2.4) verwendet. Bei der Festlegung der

**Tabelle 5.1:** Definierte Parameterbereich der DOE-Parameter.

Parameter	Wertebereich
$M_s$	$[1.33, 2.7] \times 10^6 \text{ A m}^{-1}$
$a$	$[10, 250] \text{ A m}^{-1}$
$k$	$[10, 250] \text{ A m}^{-1}$
$c$	$[1 \cdot 10^{-5}, 1]$
$\alpha$	$[1 \cdot 10^{-7}, 1 \cdot 10^{-4}]$
$V_{\text{exc}}$	$[0.05, 10] \text{ V}$

Intervallgrenzen für die Parameterbereiche ist zu berücksichtigen, dass kein theoretisch fundiertes Vorgehen dafür existiert. Vielmehr beruht die Festlegung auf empirischer Modellierungserfahrung und typischen Werten aus der Literatur, wie z.B. von Chwastek et al. [302] oder Cheng et al. [214] gezeigt. Chwastek et al. [302] definieren auf Basis eigener Erfahrungswerte und unter Rückgriff auf frühere Veröffentlichungen zur inversen Bestimmung der JA-Parameter einen Parameterbereich, innerhalb dessen konsistente  $B(H)$ -Kurven erhalten werden können. Voraussetzung ist, dass die Hystereseparameter  $H_c$ ,  $H_{\text{max}}$  und  $M_{\text{max}}$  bekannt sind. Cheng et al. [214] schlagen in einer vergleichbaren Untersuchung leicht abweichende Parameterbereiche vor. Tabelle 5.2 fasst beide Ansätze vergleichend zusammen.

Sowohl in der vorliegenden Arbeit als auch in weiteren Studien [109, 214, 303–305] zeigte sich, dass nicht jede JA-Parameterkombination innerhalb der angegebenen Bereiche zu physikalisch konsistenten  $B(H)$ -Verläufen führt. Im vorliegenden Kontext bezeichnet physikalische Konsistenz insbesondere die Symmetrieeigenschaften der Hysteresekurven: Die remanente Flussdichte und die Koerzitivfeldstärke müssen spiegelsymmetrisch zur  $B$ - bzw.  $H$ -Achse verlaufen, während die minimale und maximale Aussteuerung punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung sein muss. Zur Sicherstellung, dass jede Stützstelle die vorgenannten Kriterien erfüllt, wurde in MATLAB® ein Algorithmus

Tabelle 5.2: Wertebereiche für JA-Parameter

Parameter	Chwastek [302]	Cheng [214]
$M_s$	$[1, 1.5] M_{\max}$	$[1, 2] M_{\max}$
$a$	$[0.5, 5] H_c$	$[0.2, 5] H_c$
$k$	$[0.5, 5] H_c$	$[0.2, 5] H_c$
$c$	$[0, 1]$	$[1 \cdot 10^{-6}, 1]$
$\alpha$	$[0.5H_c, 0.7H_{\max}] \frac{1}{M_{\max}}$	$[1 \cdot 10^{-8}, 1 \cdot 10^{-5}] H_c$

implementiert, der zu jeder Stützstelle basierend auf dem JA-Modell den zugehörigen  $B(H)$ -Verlauf berechnet und die Kriterien überprüft. Die Berechnung erfolgte nach dem JA-Modell nach Bergqvist [249]. Die Berechnung erfolgte für eine magnetische Feldstärkeamplitude von  $800 \text{ A m}^{-1}$ . Als zulässige Toleranz wurde maximal 2% gewählt. Bei Überschreitung der Toleranz wurde die Stützstelle verworfen und durch eine neue ersetzt.

## 2. Erzeugung des Trainingsdatensatzes

Für jeden als gültig klassifizierten Parametersatz (Stützstelle) wurde eine vollständige transiente FEM-Simulation bei einer Anregungsfrequenz von 1 Hz über eine Zeitspanne von 2 s durchgeführt. Als Zielgrößen wurden bestimmt:

- der zeitabhängige Magnetisierungsstrom  $I_{\text{mag,sim}}(t)$ ,
- sowie die zeitabhängige Induktionsspannung  $U_{\text{PUC-1,sim}}(t)$ .

## 3. Training des neuronalen Netzes in COMSOL Multiphysics®

Die Implementierung des Surrogatmodells erfolgte in COMSOL Multiphysics® mithilfe eines DNN mit folgender Architektur:

- **Eingabevektor:** 7 Merkmale  $\{M_s, a, k, c, \alpha, V_{\text{exc}}, t\}$
- **Zwei Hidden Layers:** jeweils 25 Neuronen,
- **Aktivierungsfunktion:**  $\tanh$ ,
- **Ausgabevektor:**  $I_{\text{mag,sim}}(t)$  und  $U_{\text{PUC-1,sim}}(t)$ .

Der Eingabevektor hat neben den zu optimierenden Eingangsgrößen zusätzlich den Parameter Zeit  $t$ , welcher durch die Simulation vorgegeben wird.

Die Daten werden vor dem Training automatisch auf den Bereich  $[0, 1]$  skaliert. Als Verlustfunktion kommt der Root Mean Square Error (RMSE) zum Einsatz [306].

Abbildung 5.8 veranschaulicht die einzelnen Schritte der Surrogatmodellbildung.

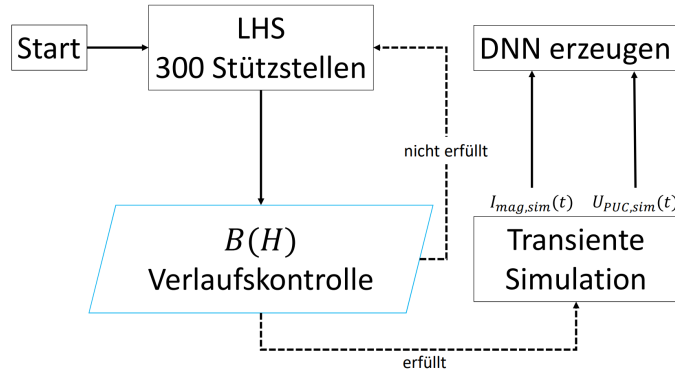


Abbildung 5.8: Flussdiagramm zur Erzeugung des DNN-basierten Surrogatmodells.

### 5.2.4 Inverse JA-Parameterbestimmung durch Differential Evolution

Ziel der inversen Parameterbestimmung ist das Auffinden eines Parametersatzes, der das experimentell gemessene magnetische Verhalten des Sensorjochs möglichst genau abbildet. Hierzu wird ein Fehlermaß minimiert, das die Abweichung zwischen experimentellen und simulierten Signalverläufen quantifiziert. Verwendet wird mittlere quadratische Abweichung RMSE [306]:

$$\eta = \omega_1 \cdot \text{RMSE}(I_{\text{mag,exp}}, I_{\text{mag,sim}}) + \omega_2 \cdot \text{RMSE}(U_{\text{PUC-1,exp}}, U_{\text{PUC-1,sim}}), \quad (5.6)$$

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{i=1}^K (z_i - \tilde{z}_i)^2}. \quad (5.7)$$

In der vorliegenden Arbeit wurden die Gewichtungsfaktoren gleich gewählt, d. h.  $\omega_1 = \omega_2 = 1$ . In Gl. 5.7 bezeichnet  $K$  die Anzahl der betrachteten Datenpunkte,  $z_i$  den jeweils gemessenen Wert der Zielgröße und  $\tilde{z}_i$  den zugehörigen, durch das Surrogatmodell vorhergesagten Wert.

Die Parameteroptimierung erfolgt mithilfe eines in MATLAB® implementierten DE-Algorithmus, vgl. Abschnitt 3.4.1. Innerhalb der definierten Parameterbereiche (siehe Tab. 5.1) generiert der Algorithmus Kandidatenlösungen, die über die LiveLink-Schnittstelle an COMSOL Multiphysics® übergeben werden. Dort berechnet das zuvor trainierte Surrogatmodell für jede Kandidatenlösung die entsprechenden Verlaufskurven des Magnetisierungsstroms  $I_{\text{mag,sim}}(t)$  und der induzierten Spannung  $U_{\text{PUC-1,sim}}(t)$ . Die simulierten Signale werden anschließend mit den experimentellen Daten  $I_{\text{mag,exp}}(t)$  bzw.  $U_{\text{PUC-1,exp}}(t)$  verglichen, und die resultierende Abweichung dient als Fitnesswert zur Bewertung des jeweiligen Parametersatzes. Der Optimierungsprozess wird iterativ fortgeführt, bis entweder eine Konvergenzbedingung erfüllt oder die maximale Anzahl an Generationen erreicht ist. Abbildung 5.9 fasst den strukturellen Ablauf in einem Flussdiagramm zusammen.

Die eingesetzten Steuerungsparameter des DE-Algorithmus lauten:

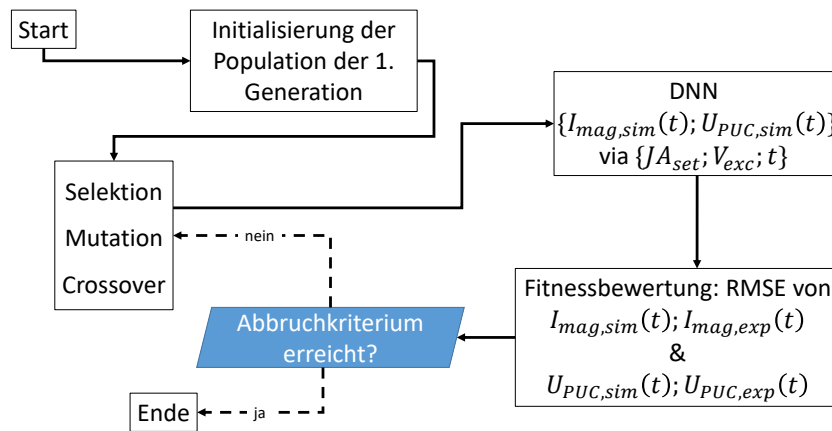


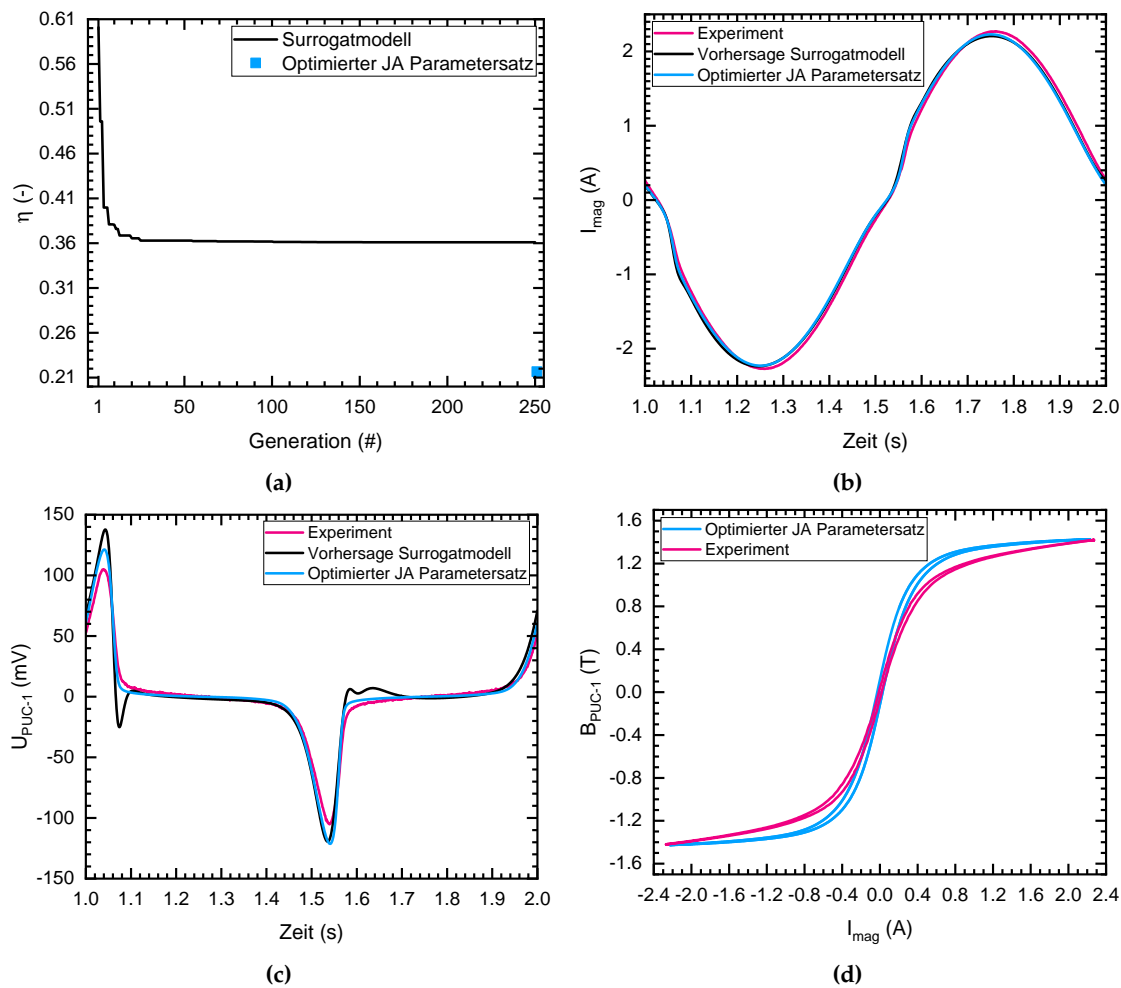
Abbildung 5.9: Flussdiagramm der DE basierten Parameteroptimierung.

- Populationsgröße:  $NP = 60$ ,
- Skalierungsfaktor:  $F = 0.8$ ,
- Crossover-Wahrscheinlichkeit:  $CR = 0.9$ ,
- Maximale Generationenzahl:  $MaxGen = 250$ .

Die Wahl der Populationsgröße folgt der etablierten Faustregel [235]  $NP \approx 10 \cdot D$ , wobei  $D = 6$  die Anzahl der zu optimierenden Parameter angibt. Der Skalierungsfaktor  $F$  beeinflusst die Schrittweite bei der Erzeugung neuer Kandidatenlösungen und wurde mit  $F = 0.8$  angesetzt [235]. Die hohe Crossover-Wahrscheinlichkeit fördert eine effektive Durchmischung und beschleunigt die Konvergenz. Die maximale Anzahl an Generationen wurde auf 250 begrenzt.

Abbildung 5.10a zeigt die Entwicklung des Fehlermaßes  $\eta$  (Gl. 5.6) über die Anzahl der DE-Generationen. Bereits nach 123 Generationen ist eine Konvergenz erkennbar, bei der keine weitere Verkleinerung des Fehlermaßes mehr erfolgt. Der Fehlerwert stabilisiert sich bei  $\eta = 0.36$ , wobei es sich nicht um ein absolutes Minimum handelt, sondern um das unter den gegebenen Randbedingungen, definiert durch die Grenzen des Parameterraums und die maximal zulässige Generationenzahl, erreichbare Optimum.

Mit dem so identifizierten Parametersatz (vgl. Tab. 5.3) wurde eine vollständige transiente FEM-Simulation durchgeführt, um die Gültigkeit des Surrogatmodells zu überprüfen. Abbildungen 5.10b und 5.10c vergleichen die resultierenden Signalverläufe für Magnetisierungsstrom und PUC-Spannung: Die experimentellen Messdaten (rot, Aussteuerungsamplitude 700 mV gemäß Abschnitt 5.1.2) stehen den Vorhersagen des Surrogatmodells (schwarz) sowie den Ergebnissen der transienten FEM-Simulation mit optimierten Parametern (blau) gegenüber.



**Abbildung 5.10:** (a) Entwicklung des Fehlermaßes  $\eta$  über die Generationen; (b) Vergleich des simulierten und experimentellen Magnetisierungsstroms; (c) Vergleich der simulierten und experimentellen PUC-Spannung; (d) Vergleich der resultierenden  $B(I_{\text{mag}})$ -Kurven.

Die Vorhersage des Surrogatmodells reproduziert den qualitativen Verlauf der experimentellen Signale, wobei insbesondere der Magnetisierungsstrom sehr gut vorhergesagt wird. Für die PUC-Spannung zeigt sich hingegen eine systematische Überschätzung der Amplitude sowie das Auftreten zusätzlicher Oszillationen durch das Surrogatmodell. Diese Abweichungen sind auf Einschränkungen in der lokalen Auflösung des Surrogatmodells im Parameterraum zurückzuführen. Trotz vollständiger Abdeckung des definierten Wertebereichs durch das DOE kann es in bestimmten Regionen, insbesondere in Randnähe, zu einer unzureichenden Dichte relevanter Trainingsdaten kommen. Auch die begrenzte Modellkapazität des verwendeten neuronalen Netzes kann zur Entstehung solcher Artefakte beitragen.

Die anschließende transiente Simulation mit dem optimierten Parametersatz führt zu einer signifikanten Verbesserung der Modellgüte: Das Fehlermaß sinkt auf  $\eta = 0.21$ , wie am blauen Datenpunkt in Abb. 5.10a ersichtlich. Der Vergleich der resultierenden

$B(I_{\text{mag}})$ -Kurven in Abb. 5.10d zeigt jedoch eine deutliche Abweichung im Bereich von  $I_{\text{mag}} \approx 0.4$  A. Wie Bastos [307] herausgearbeitet hat, beeinflussen insbesondere die Parameter  $a$  und  $\alpha$  die Form der Hysteresekurve maßgeblich. Ein Vergleich zwischen dem in Tab. 5.1 definierten Parameterbereich für den DE-Algorithmus und dem resultierenden optimierten Parametersatz in Tab. 5.3 zeigt, dass die gefundenen Werte für  $a$  und  $\alpha$  an den jeweiligen Randbereichen des gewählten Optimierungsintervalls liegen.

**Tabelle 5.3:** Optimierter JA Parametersatz.

Parameter	Optimierter Parametersatz
$M_s$	$1.33 \text{ MA m}^{-1}$
$a$	$250 \text{ A m}^{-1}$
$k$	$143.16 \text{ A m}^{-1}$
$c$	0.606
$\alpha$	$1 \times 10^{-7}$
$V_{\text{exc}}$	4.74 V

Daraus ergibt sich die Notwendigkeit, den Parameterbereich, insbesondere hinsichtlich der Parameter  $a$  und  $\alpha$ , gezielt zu erweitern, um das Optimierungspotenzial des Systems vollständig auszuschöpfen. Hierzu ist ein erweitertes DOE erforderlich, das durch zusätzliche transiente Simulationen ergänzt wird, um neue Trainingsdaten für das DNN zu generieren. Auf diese Weise ließe sich das Surrogatmodell auf bisher im Parameterraum nicht abgedeckte Bereiche extrapolieren, wodurch sich die inverse Parametrierung weiter verbessern ließe.

## 5.3 Zusammenfassung und Ausblick

### 5.3.1 Zusammenfassung zur experimentellen Jochcharakterisierung

Die experimentelle Charakterisierung des Sensorjochs erfolgte im Jochschluss, wobei dieser durch den gleichen Werkstoff wie das Joch selbst hergestellt wurde. Hierbei wurden der zeitabhängige Magnetisierungsstrom  $I_{\text{mag}}(t)$  sowie die induzierte Spannung  $U_{\text{PUC-1}}(t)$  an einer PUC am Jochschenkel als Messgrößen herangezogen. Durch eine systematische Variation der Amplitude der eingepprägten Spannung an der Magnetisierungsspule bei konstanter Anregungsfrequenz von 1 Hz wurde das magnetische Verhalten des Jochwerkstoffs detailliert untersucht. Da die Anregung mit einer Frequenz von 1 Hz erfolgt, handelt es sich um eine quasistatische Messung. Das bedeutet, dass die erfassten Signale ausschließlich von der ferromagnetischen Hysterese des Werkstoffs abhängen. Weitere frequenzabhängige magnetodynamische Effekte wie klassische Wirbelstrom- oder Exzessverluste (siehe Loss-Separation-Modell in Abschnitt 2.5.3) sind in diesem Fall vernachlässigbar. Die numerische Integration der PUC-Signale ermöglichte die Bestimmung der zugehörigen  $B(I_{\text{mag}})$ -Kurven, aus denen sowohl die Neukurve als auch die Anhysterese abgeleitet wurden. Die Ergebnisse zeigen ein ausgeprägt weichmagnetisches Verhalten mit geringer Koerzitivmagnetisierung und einer klar erkennbaren Sättigungstendenz ab einer Aussteuerungsamplitude von  $350 \text{ mV}_{\text{pp}}$ . Der Vergleich von Neukurve und Anhysterese bestätigt die physikalische Konsistenz der Messdaten: Wie

theoretisch erwartet, verläuft die Neukurve stets unterhalb der Anhysterese und nähert sich dieser mit steigender Aussteuerungsamplitude an.

### 5.3.2 Zusammenfassung zur numerischen Jochcharakterisierung

Basierend auf dem experimentellen Messaufbau wurde ein vollständiges 3D-FEM-Modell des Sensorjochs in COMSOL Multiphysics® aufgebaut. Das Modell bildet die reale Sensorgeometrie exakt ab. Durch Ausnutzung geometrischer und feldspezifischer Symmetrien konnten die Modellkomplexität reduziert und die Rechenzeiten signifikant verkürzt werden. Im ersten Schritt wurde durch die Analyse der FEM-Ergebnisse eine deutliche räumliche Inhomogenität der magnetischen Feldverteilung aufgezeigt, insbesondere im Bereich des Jochkopfs, sowie eine Nichtlinearität der Beziehung zwischen Strom und magnetischer Feldstärke. Hieraus ergibt sich, dass eine direkte Umrechnung der Stromstärke in die Feldstärke nicht möglich ist. Der gewählte Ansatz über  $B(I_{\text{mag}})$ -Hysteresekurven ist somit physikalisch gerechtfertigt. Im zweiten Schritt erfolgte die inverse Parametrierung der JA-Parameter mittels eines in MATLAB® implementierten DE-Algorithmus. Zielgröße der Optimierung war die Minimierung des Fehlers zwischen simulierten und gemessenen Verläufen von  $I_{\text{mag}}(t)$  und  $U_{\text{PUC-1}}(t)$ .

### 5.3.3 Ausblick

Die entwickelte Methodik zur inversen Bestimmung der JA-Parameter auf Basis realer Sensordaten und eines vollständig dreidimensionalen Simulationsmodells bietet gegenüber konventionellen Ansätzen wie den normierten Verfahren zur Bestimmung der  $B(H)$ -Kurve, wie dem Epsteinrahmen, dem SST und dem Toroidtester (siehe Abschnitt 3.2) substantielle Vorteile:

- Berücksichtigung der vollständigen 3D-Geometrie des Sensorsystems einschließlich anisotroper Werkstoffeigenschaften und feldspezifischer Symmetrien.
- Verwendung realer, geometrieabhängiger Sensordaten anstelle idealisierter  $B(H)$ -Kurven, wodurch ein digitaler Zwilling des realen Experiments entsteht.
- Nutzung eines datenbasierten Surrogatmodells, das auf einer gezielt erzeugten DOE-Datenbasis beruht und sich beliebig erweitern lässt.
- Zugang zu schwer oder nicht messbaren Größen wie lokalen Feldverteilungen und Werkstoffantworten im Inneren des Jochs.

Zur Weiterentwicklung und Generalisierung der Methode sind folgende Schritte vorgesehen:

- Erweiterung der DOE-Datenbasis zur Abdeckung eines breiteren Spektrums magnetischer Werkstoffe (von weich- bis hartmagnetisch). Die hierfür notwendigen Simulationen sind experimentunabhängig und können automatisiert durchgeführt werden.

- Entwicklung eines erweiterten Surrogatmodells für den Jochschluss mit einem beliebigen Prüfkörper, wie z. B. den vorgestellten Zugproben. Auf dieser Grundlage kann zukünftig eine vollständige magnetische Werkstoffcharakterisierung erfolgen: Die JA-Parameter für das Sensorjoch sind bekannt, sodass die Optimierung der JA-Parameter für den Prüfkörper erfolgen kann. Die hierzu notwendigen Anpassungen der bestehenden Modellierungs- und Auswertungsroutinen sind gering.
- Erweiterung des JA-Modells in COMSOL Multiphysics®, sodass höherfrequente Verlustmechanismen berücksichtigt werden können. Einen ersten Ansatz bieten die Arbeiten von Jiles [117]. Hierdurch ließen sich frequenzabhängige Informationen aus Simulation und Experiment gewinnen. Notwendig wäre hierzu auch die experimentelle Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeit der Proben, die dann explizit in den FEM-Simulationen berücksichtigt werden müssten.

Die vorgestellte Methodik vereint experimentelle Messung, physikalisch motivierte Modellierung und datenbasierte Surrogatmodellierung zu einem konsistenten Gesamtkonzept. Sie ermöglicht erstmals eine effiziente und physikalisch interpretierbare Rekonstruktion ferromagnetischer Hysteresen auf Basis realer Sensorgeometrie und -daten.

Darüber hinaus bildet sie die Grundlage für die Entwicklung digitaler Zwillinge magnetischer Prüfsysteme, wie sie in der Industrie zunehmend für Qualitätssicherung, Zustandsbewertung und Werkstoffdiagnostik gefordert werden [308–310]. Der entwickelte Sensoransatz besitzt sowohl wissenschaftliche Tragweite, etwa zur methodischen Erweiterung des bestehenden 3MA-Prüfsystems des Fraunhofer IZFP durch die Verknüpfung von Experiment, Simulation und Optimierung, als auch hohes industrielles Anwendungspotenzial, insbesondere für die automatisierte Charakterisierung und Zustandsüberwachung magnetischer Werkstoffe.

## Kapitel 6

# Bestimmung der Rayleigh-Hysterese

In diesem Kapitel wird ein neu entwickelter experimenteller Ansatz zur Bestimmung der ferromagnetischen Hysteresekurve im Rayleigh-Regime vorgestellt. Die Methode basiert auf der Analyse des zeitabhängigen Magnetisierungsstroms  $I_{\text{mag}}(t)$  sowie der Ausgangsspannung der Spannungsquelle  $U_0(t)$  (KEPCO), wie sie in Abb. 3.6 im Schaltbild dargestellt ist. Ziel ist es, die Hysteresekurve ausschließlich auf Basis elektrischer Messgrößen zu rekonstruieren. Die Validierung erfolgt durch den Vergleich mit der klassischen PUC-Methode. Die Untersuchungen wurden an Proben der Werkstoffe 20MnMoNi5-5 (Ni5-5) und 22NiMoCr3-7 (Cr3-7) durchgeführt, jeweils in vier definierten Zuständen plastischer Verformung:  $\epsilon = 0\%, 0.82\%, 2\%, 4\%$ . Ein schematischer Überblick des experimentellen Aufbaus ist in Abb. 4.3b dargestellt.

## 6.1 Reformulierung des Rayleigh-Gesetzes

### 6.1.1 Das Rayleigh-Gesetz

Das Rayleigh-Regime beschreibt den Bereich kleiner magnetischer Aussteuerungen nahe dem entmagnetisierten Zustand. In diesem Bereich kann die Beziehung zwischen magnetischer Flussdichte  $B$  und magnetischer Feldstärke  $H$  durch einen quadratischen Ansatz beschrieben werden (Rayleigh-Gesetz) [37, 71, 311]:

$$B(H) = (\mu_A + \nu H_0) H \pm \frac{\nu}{2} (H^2 - H_0^2), \quad (6.1)$$

wobei  $H_0$  die maximale Feldstärke,  $\mu_A$  und  $\nu$  die Rayleigh-Koeffizienten sind.

Der Parameter  $\mu_A$  ist ein Maß für die reversible Domänenwandbewegung, während  $\nu$  ein Maß für irreversible Vorgänge wie das Überwinden von Pinning-Stellen ist [311]. Beide Parameter sind werkstoffspezifisch und hängen von der Mikrostruktur ab [37].

### 6.1.2 Reformulierung auf Basis elektrischer Messgrößen

Da im gewählten experimentellen Aufbau (näheres in Abschnitt 6.2) ausschließlich Strom und Spannung erfasst werden, wird zur Verknüpfung mit Gl. 6.1 ein dimensionsbehafteter Proportionalitätsfaktor  $\tilde{\alpha}$  eingeführt:

$$H(t) = \tilde{\alpha} I_{\text{mag}}(t), \quad (6.2)$$

wobei eine genaue Kenntnis von  $\tilde{\alpha}$  für die qualitative Analyse nicht erforderlich ist. Obwohl im Rahmen der numerischen Jochcharakterisierung, siehe Abschnitt 5.2.2 eindeutig gezeigt wurde, dass kein direkter funktionaler Zusammenhang zwischen dem eingepprägten Magnetisierungsstrom  $I_{\text{mag}}(t)$  und der lokal wirksamen magnetischen Feldstärke  $H(t)$  besteht, wird im folgenden Abschnitt dennoch ein solcher Zusammenhang angesetzt. Hintergrund ist, dass das Rayleigh-Modell keine Aussage darüber trifft, an welcher geometrischen Position die Feldgrößen  $B$  und  $H$  gemessen werden. Es handelt sich um ein phänomenologisches Modell, das unabhängig von der konkreten Proben- oder Sensorgeometrie gültig ist, solange die betrachteten Felder klein genug bleiben, um im Rayleigh-Regime zu liegen [37].

Der eingeführte Proportionalitätsfaktor  $\tilde{\alpha}$  ist jedoch nicht als direkte Umsetzung der klassischen Relation  $H = NI/l$  zu verstehen, sondern spiegelt vielmehr die konkreten Messbedingungen des Aufbaus wider, insbesondere die räumliche Lage der Magnetisierungsspule und der PUC. Aufgrund der fest definierten Geometrie des Jochsystems und der konstanten Positionierung der Sensorik im gesamten Versuchsaufbau bleibt  $\tilde{\alpha}$  über alle betrachteten Experimente hinweg konstant.

Darüber hinaus wurde im Rahmen der Jochcharakterisierung, siehe Abschnitt 5.2.2 gezeigt, dass sich zur Beschreibung der magnetischen Nichtlinearität auch die Beziehung  $B(I_{\text{mag}})$  als Ersatz für die klassische  $B(H)$ -Relation verwenden lässt. Da sich innerhalb des betrachteten Messaufbaus sowohl die geometrische Anordnung als auch die PUC-Position nicht ändern, ist die Einführung eines exakt kalibrierten Feldmaßes nicht erforderlich. Für den Vergleich der Hystereseschleifen im Rayleigh-Regime genügt daher die strombasierte Beschreibung, solange diese konsistent auf alle untersuchten Werkstoffzustände angewendet wird.

Die quantitative Bestimmung der Rayleigh-Parameter erfolgt über die komplexe Permeabilität [37]:

$$\mu^* = \mu_L + i\mu_R. \quad (6.3)$$

Der Realteil  $\mu_L$  beschreibt die speichernde Komponente (magnetische Energiespeicherung), während der Imaginärteil  $\mu_R$  die dissipativen Verluste (z. B. Hysterese- und Wirbelstromverluste) quantifiziert [37].

Im Rayleigh-Regime gilt [37]:

$$\mu_L = \mu_A + \nu H_0, \quad (6.4)$$

$$\mu_R = \frac{4}{3\pi} \nu H_0. \quad (6.5)$$

Da als Messgrößen der Magnetisierungsstrom  $I_{\text{mag}}(t)$  und die Ausgangsspannung des KEPCOs  $U_0(t)$  zur Verfügung stehen, müssen der Real- und Imaginärteil der komplexen Permeabilität mit den elektrischen Größen Induktivität  $L$  und Widerstand  $R$  ausgedrückt werden [37, 312]:

$$\mu_L = \frac{Ll}{N^2 A \mu_0}, \quad (6.6)$$

$$\mu_R = \frac{Rl}{\omega N^2 A \mu_0}, \quad (6.7)$$

wobei  $l$  die effektive magnetische Weglänge des magnetischen Kreises,  $A$  der Querschnitt des Jochs,  $N$  die Windungszahl der Magnetisierungsspule und  $\mu_0$  die magnetische Feldkonstante sind.

Die elektrischen Größen  $L$  und  $R$  folgen aus der Impedanz  $Z$  der Magnetisierungsspule, die sich wiederum aus dem Magnetisierungsstrom und der Ausgangsspannung des KEPCOs ergibt. Die Impedanz  $Z$  wird aus dem Quotienten des Hilbert-transformierten Spannung- und Stromsignals gebildet:

$$Z = \frac{\text{HT}[U_0(t)]}{\text{HT}[I_{\text{mag}}(t)]}, \quad (6.8)$$

$$L = \frac{|Z| \cdot \tan(\varphi)}{\omega \sqrt{1 + \tan^2(\varphi)}}, \quad (6.9)$$

$$R = \frac{|Z|}{\sqrt{1 + \tan^2(\varphi)}}, \quad (6.10)$$

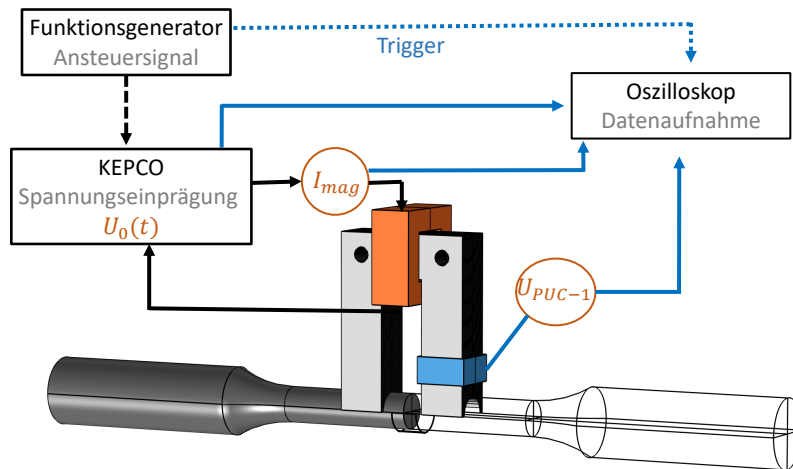
wobei  $\varphi$  die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung darstellt.

Durch Einsetzen von Gl. 6.4 und 6.5 in Gl. 6.1 sowie Anwendung von  $H = \tilde{\alpha} I_{\text{mag}}$  ergibt sich schließlich die auf dem Strom basierende Darstellung der Rayleigh-Hysterese:

$$\frac{B(I_{\text{mag}})}{\tilde{\alpha}} = \pm \frac{3\pi}{8} \frac{\mu_R}{I_0} I_{\text{mag}}^2 + \mu_L I_{\text{mag}} \mp \frac{3\pi}{8} \mu_R I_{\text{mag}}. \quad (6.11)$$

## 6.2 Experimentelles Vorgehen

Der experimentelle Aufbau ist schematisch in Abb. 6.1 dargestellt. Vor der Messung wurde jede Probe vollständig entmagnetisiert, indem die Aussteuerungsamplitude  $V_{\text{exc}}$  des Spannungssignals  $U_0(t)$  unter einer Anregungsfrequenz von 1 Hz von 500 mV<sub>pp</sub> kontinuierlich auf 0 mV<sub>pp</sub> heruntergeregelt wurde. Die Anregung erfolgte mittels sinusförmiger Spannung  $U_0(t)$  mit konstanter Amplitude (50 mV<sub>pp</sub>, vorgegeben durch einen Funktionsgenerator). Die Anregungsfrequenz wurde schrittweise erhöht. Die Messung erfolgte an der zentralen Position der Probe.



**Abbildung 6.1:** Schematische Darstellung des Messaufbaus. Gestrichelte Linien: Steuersignale. Schwarze Linien: Ausgangssignal des KEPCOs. Blaue Linien: Messsignale. Zwischen KEPCO und der Magnetisierungsspule (orange) befindet sich ein Vorwiderstand, der hier nicht eingezeichnet ist. Zur Validierung wurde zusätzlich eine PUC (blau), um einen der Jochschkel gewickelt, verwendet.

### 6.3 Signalverarbeitung

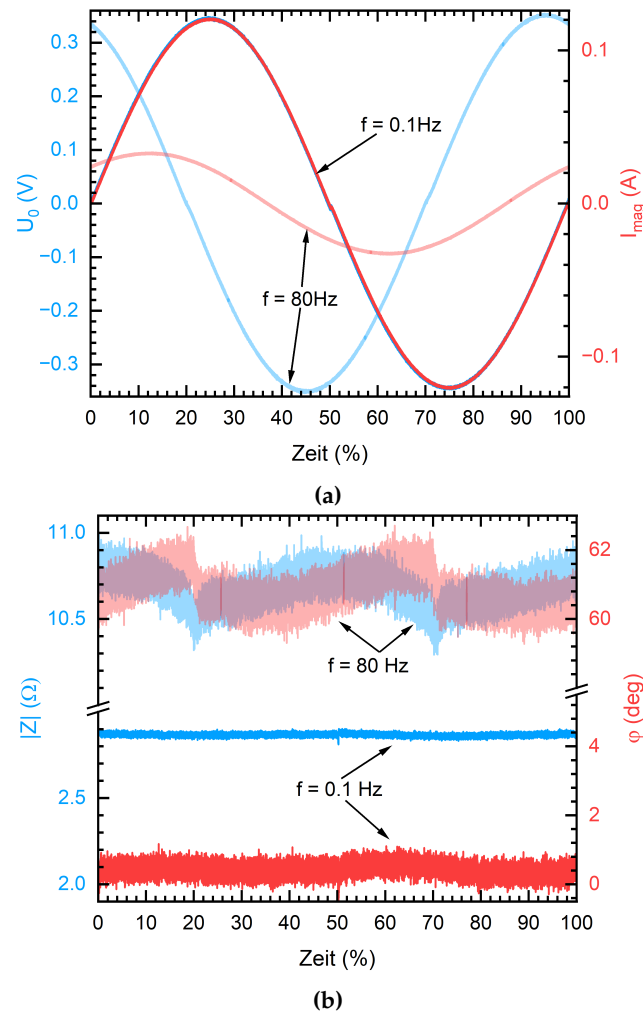
Die Auswertung der Messdaten erfolgte in MATLAB® und umfasste folgende Schritte:

1. **Einlesen** der Rohdaten.
2. **DC-Offset-Korrektur** im Frequenzbereich (Entfernung der Nullfrequenzkomponente).
3. **Reduktion** der Messdaten auf eine vollständige Periode.
4. **Berechnung** von  $B(t)$  durch numerische Integration von  $U_{PUC,1}(t)$ .
5. **Impedanzanalyse** durch Hilbert-Transformation der Signale  $U_0(t)$  und  $I_{mag}(t)$ .
6. **Bestimmung** von  $\mu_L$  und  $\mu_R$  sowie **Rekonstruktion** der Hysteresekurve gemäß Gl. 6.11.

### 6.4 Ergebnisse und Diskussion

#### 6.4.1 Impedanz und Phasenverschiebung

Die Ermittlung der Komponenten der komplexen Permeabilität basiert auf der Analyse der Phasenverschiebung  $\varphi(t)$  und des Impedanzbetrags  $|Z(t)|$ , welche aus der eingprägten Spannung  $U_0(t)$  und dem resultierenden Magnetisierungsstrom  $I_{mag}(t)$  berechnet werden. Die Berechnung erfolgt über die Hilbert-Transformation, wodurch beide Größen (Phasenverschiebung und Impedanz) zeitaufgelöst vorliegen. [Abbildung 6.2](#)



**Abbildung 6.2:** (a) Zeitverläufe der eingepprägten Spannung  $U_0(t)$  (blau) und des sich einstellenden Magnetisierungsstroms  $I_{\text{mag}}(t)$  (rot) für die exemplarischen Anregungsfrequenzen von 0.1 Hz und 80 Hz. (b) Aus den Messdaten abgeleitete zeitliche Verläufe von Impedanzbetrag (blau) und Phasenverschiebung (rot). Die Zeitachse ist relativ zur Periodendauer normiert.

zeigt beispielhaft die Verläufe für die Frequenzen 0.1 Hz und 80 Hz. In Abb. 6.2a sind die Zeitverläufe für die Spannung und der Magnetisierungsstrom abgebildet. Die Abszisse ist relativ zur Periodendauer in Prozent angegeben. Für 0.1 Hz sind sowohl die Spannung als auch der Magnetisierungsstrom nahezu in Phase, wohingegen das bei der Anregungsfrequenz von 80 Hz nicht der Fall ist.

Bei niedriger Frequenz (0.1 Hz) zeigen sowohl  $|Z(t)|$  als auch  $\varphi(t)$  (siehe Abb. 6.2b) über den Zyklus einen nahezu konstanten Verlauf mit vernachlässigbarer Phasenverschiebung. Dies deckt sich mit der Betrachtung der Signalformen von  $U_0(t)$  und  $I_{\text{mag}}(t)$  in Abb. 6.2a. Im Gegensatz dazu tritt bei 80 Hz eine ausgeprägte Phasenverschiebung auf. Zudem zeigen sowohl der Betrag der Impedanz als auch der Phasenverlauf bei etwa

20 % und 70 % der Periodendauer deutlich erkennbare Signalsprünge. Auch bei der niedrigeren Anregungsfrequenz von 0.1 Hz ist ein, wenn auch weniger ausgeprägter, Sprung im Verlauf von Impedanz und Phase zu beobachten, der zeitlich bei 50 % der Periodendauer liegt.

Ein Vergleich der relativen Zeitpositionen mit  $U_0(t)$  und  $I_{\text{mag}}(t)$  zeigt, dass die genannten Diskontinuitäten jeweils mit dem Nulldurchgang der Spannung zusammenfallen. Dies weist darauf hin, dass die Spannungsquelle (KEPCO) den Übergang durch null nicht korrekt aussteuert.

Die beobachteten Diskontinuitäten deuten auf eine limitierte Regelgüte der Spannungsquelle bei sehr kleinen Spannungen hin. Ein vergleichbares Verhalten wird auch in der Literatur beschrieben: Liu et al. [313] zeigen anhand eines generischen Vier-Quadranten-Leistungsversorgungsmodells, was der KEPCO ebenfalls ist, dass nichtlineare Effekte und Impedanzänderungen im Bereich von  $U \approx 0 \text{ V}$  zu unerwünschten Aussteuerverzerrungen führen können. Dies stützt die Annahme, dass die Spannungsquelle insbesondere in unmittelbarer Nähe des Nullpunkts nichtlinear reagiert.

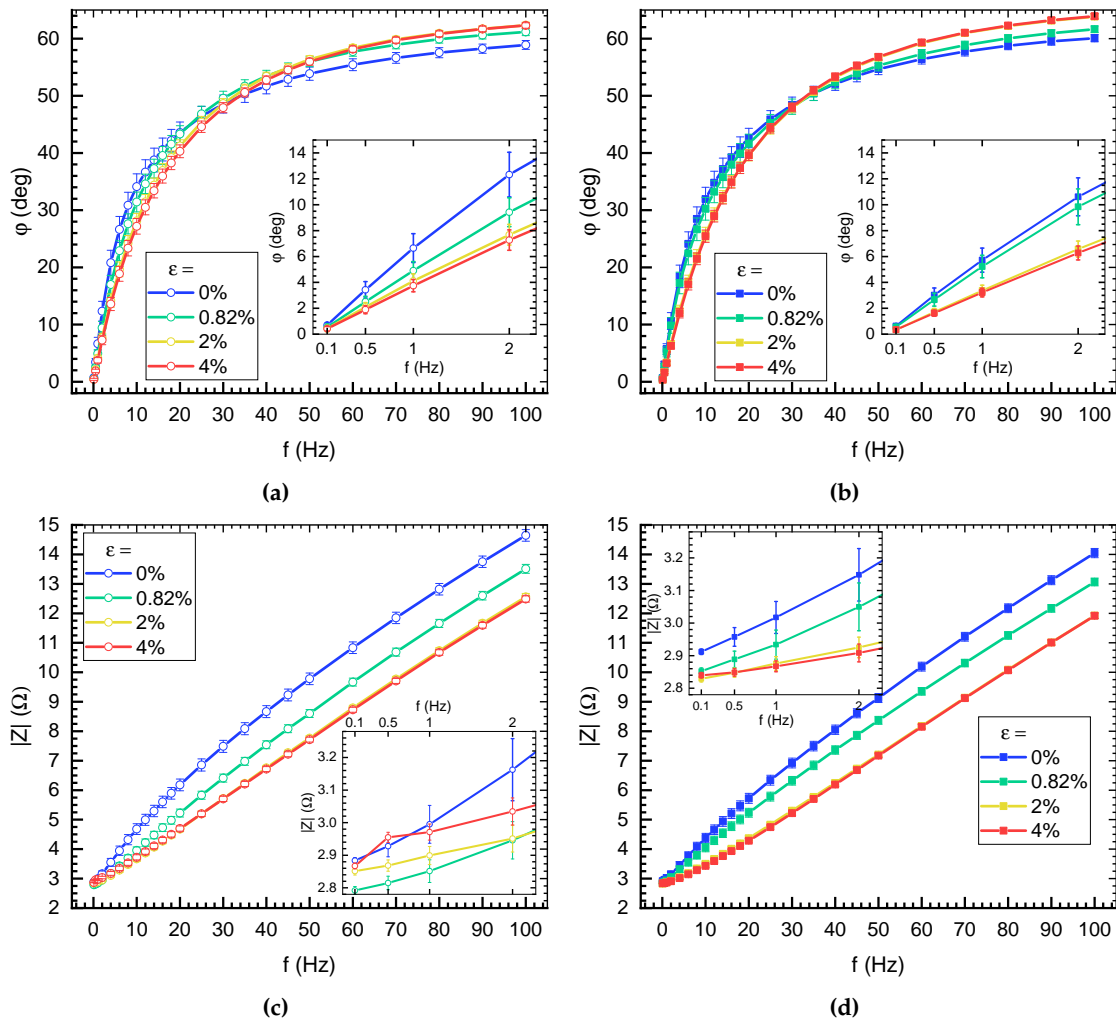
Die frequenzabhängigen Mittelwerte der in Abb. 6.2b dargestellten Signale sind in Abb. 6.3 für beide Werkstoffe und gewählten Anregungsfrequenzen zusammengefasst. Die Fehlerbalken geben die Standardabweichung innerhalb eines Zyklus an.

Werkstoffunabhängig steigen mit zunehmender Frequenz sowohl der Betrag der Impedanz als auch die Phasenverschiebung an, was auf den dominanter werdenden Einfluss der Induktivität und damit auf die magnetische Permeabilität des Systems zurückzuführen ist. Die Ursache hierfür liegt in der Frequenzabhängigkeit magnetischer Verluste, wie im Abschnitt 2.5.3 beschrieben.

Da der Sensor aus elektrisch isolierten Elektroblechen besteht, treten im Sensor selbst kaum Wirbelströme auf. Der frequenzabhängige Verlustbeitrag wird daher nahezu ausschließlich durch die Probe selbst bestimmt.

Ein auffälliges Phänomen zeigt sich bei Cr3-7, Abb. 6.3b: Die Phasenverläufe der plastischen Zustände schneiden sich bei etwa 32 Hz. Ein vergleichbares Verhalten konnte bei Ni5-5, Abb. 6.3a, auch beobachtet werden. Für Ni5-5 existieren mehrere Schnittpunkte. Dies deutet auf werkstoffbedingte Unterschiede hinsichtlich Mikrostruktur und Verformungsverhalten hin, insbesondere im Hinblick auf die Verteilung von Pinning-Stellen.

Mit zunehmender plastischer Verformung sinkt der Betrag der Impedanz. Das Verhalten der Phasenverschiebung ist frequenzabhängig: Unterhalb des Schnittpunkts zeigt sich bei geringer plastischer Verformung ( $\epsilon = 0 \%$ ) die größte Phasenlage, bei stärkerer Verformung hingegen die kleinste. Oberhalb dieses Schnittpunkts kehrt sich die Tendenz um. Dieses Verhalten lässt sich durch die zunehmende Inhomogenität der Magnetisierung bei höheren Frequenzen erklären: Während bei niedrigen Frequenzen das gesamte Probenvolumen vom magnetischen Wechselfeld durchdrungen wird, beschränkt sich die Magnetisierung bei höheren Frequenzen aufgrund der magnetischen Feldverdrängung (Skin-Effekt) auf Randbereiche der Probe. Die effektive Eindringtiefe des magnetischen Felds nimmt mit steigender Frequenz ab, wodurch das Innere der Probe weniger zur

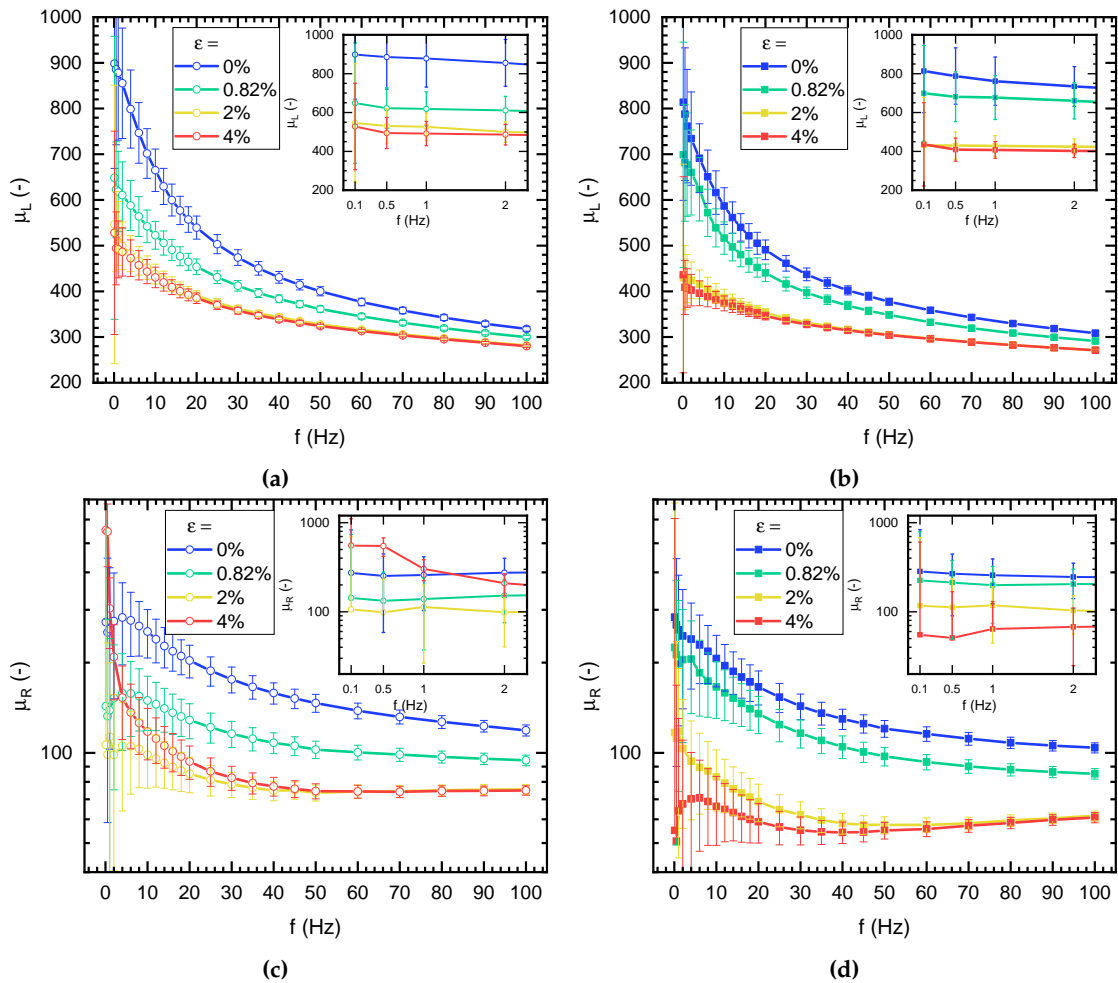


**Abbildung 6.3:** Frequenzabhängigkeit der Impedanz  $|Z|$  und der Phasenverschiebung  $\varphi$  für Ni5-5 (a)-(c) und Cr3-7 (b)-(d) in verschiedenen plastischen Zuständen.

Signalbildung beiträgt. Liegt nun eine inhomogene Verteilung mikrostruktureller Defekte über den Probenquerschnitt vor, wie es bei plastisch verformten Werkstoffen zu erwarten ist [314–317], so werden diese Defektregionen abhängig von der Frequenz unterschiedlich sensitiv erfasst. Solche Defekte umfassen beispielsweise Versetzungen, Einschlüsse oder Korngrenzen und agieren als Pinning-Stellen, die die Beweglichkeit der Domänenwände und damit die magnetische Antwort reduzieren. Um diese Zusammenhänge vollständig aufzuklären und quantitativ in Beziehung zu setzen, wären zerstörende Untersuchungen der Mikrostruktur notwendig.

#### 6.4.2 Komplexe Permeabilität

Die in Abschnitt 6.1.2 hergeleiteten Relationen ermöglichen die Berechnung der komplexen Permeabilität aus elektrischen Messgrößen. Abbildung 6.4 zeigt den Verlauf von  $\mu_L$



**Abbildung 6.4:** Frequenzabhängigkeit der realen ( $\mu_L$ ) und imaginären ( $\mu_R$ ) Anteile der komplexen Permeabilität für Ni5-5 (a)-(c) und Cr3-7 (b)-(d) in unterschiedlichen plastischen Zuständen.

(Realteil) und  $\mu_R$  (Imaginärteil) in Abhängigkeit der Frequenz für beide untersuchten Werkstoffe und verschiedene Zustände plastischer Verformung.

Es ist deutlich zu erkennen, dass beide Komponenten der komplexen Permeabilität mit zunehmender Frequenz abnehmen.

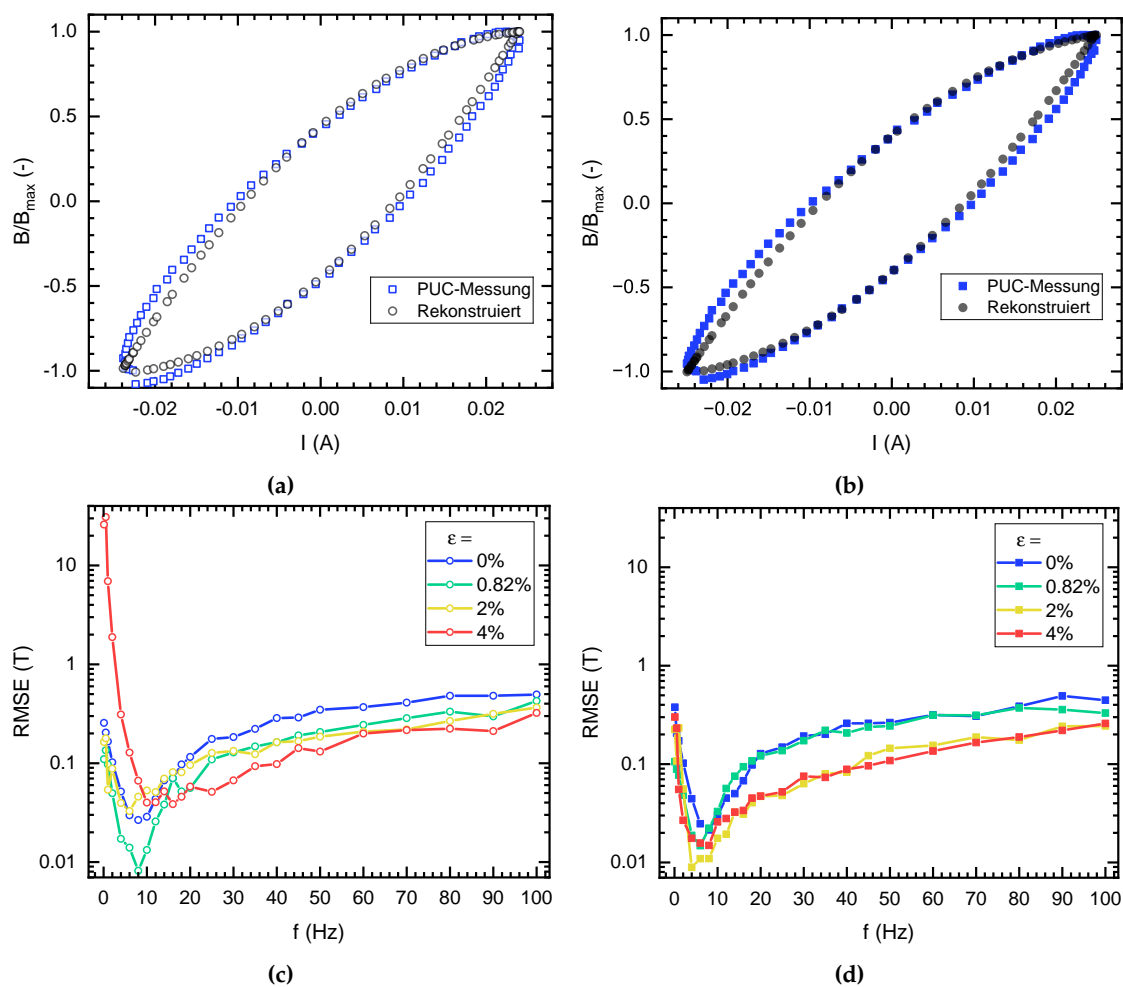
Die höchsten Werte für  $\mu_L$  und  $\mu_R$  werden jeweils im unplastifizierten Zustand ( $\epsilon = 0\%$ ) erreicht. Mit steigendem Plastifizierungszustand nimmt die Permeabilität ab, was auf die zunehmende Anzahl an Defekten zurückgeführt werden kann, die als Pinning-Stellen wirken und damit die Domänenwandbeweglichkeit einschränken.

Für Frequenzen oberhalb von etwa 50 Hz verlaufen die Kurven der Zustände  $\epsilon = 2\%$  und  $4\%$  nahezu deckungsgleich, was auf eine Sättigung der Defekteffekte in den Werkstoffen hindeutet.

Die Fehlerbalken in Abb. 6.4 basieren auf einer Gaußschen Fehlerfortpflanzung. Insbesondere bei sehr niedrigen Frequenzen ( $< 1$  Hz) fällt die relative Unsicherheit deutlich größer aus, da die inverse Proportionalität zur Frequenz in die Fehlerformel eingeht.

### 6.4.3 Rekonstruierte Hysteresekurven

Da die rekonstruierte Hysteresekurve gemäß Gl. 6.11 lediglich bis auf einen unbekanntem Skalenfaktor  $\tilde{\alpha}$  bestimmt werden kann, wurde zur besseren Vergleichbarkeit mit den PUC-Messungen eine Normierung der magnetischen Flussdichte vorgenommen. Abbildung 6.5a und 6.5b zeigen beispielhaft die Übereinstimmung zwischen rekonstruiertem und gemessenem Hystereseverlauf bei einer Anregungsfrequenz von 100 Hz und dem plastischen Ausgangszustand ( $\epsilon = 0\%$ ). Zur quantitativen Bewertung der Ab-



**Abbildung 6.5:** Rekonstruierte Hysteresekurven (blaue runde Symbole) im Vergleich zu PUC-basierten Messungen (schwarze quadratische Symbole) für Ni5-5 (a) und Cr3-7 (b). Die Diagramme (c) und (d) zeigen den quadratischen Abstandsfehler RMSE zwischen beiden Methoden als Funktion der Frequenz.

weichung zwischen gemessener und rekonstruierter Hysteresekurve wurde das RMSE

(siehe Gl. 5.7) berechnet. Die Frequenzabhängigkeit dieses Maßes ist in Abb. 6.5c und 6.5d für beide Werkstoffe und alle untersuchten plastischen Zustände dargestellt.

Für beide Werkstoffe ergibt sich ein konsistentes Bild: Der RMSE nimmt mit steigender Frequenz zunächst ab, erreicht ein Minimum und steigt anschließend wieder an. Die Position des Minimums hängt sowohl vom Werkstoff als auch vom plastischen Zustand ab. Die plastisch deformierten Zustände ( $\epsilon = 2\%$  und  $4\%$ ) zeigen die geringsten Abweichungen, was auf eine höhere Formstabilität der Hysteresekurven unter diesen Bedingungen hindeutet.

## 6.5 Zusammenfassung und Ausblick

Die in diesem Kapitel vorgestellte Methode zeigt, dass ferromagnetische Hysteresekurven im Rayleigh-Regime auf rein elektrischer Messgrößen zuverlässig rekonstruiert werden können. Durch die kombinierte Auswertung von Spannung und Strom sowie die Ableitung der komplexen Impedanz konnten die für das Rayleigh-Modell relevanten Parameter  $\mu_L$  und  $\mu_R$  bestimmt und in eine rekonstruierte  $B(I_{\text{mag}})$ -Kurve überführt werden. Die erzielte Übereinstimmung mit den PUC-Referenzmessungen belegt die physikalische Konsistenz und Reproduzierbarkeit des Ansatzes.

Besonders in plastisch verformten Zuständen zeigte sich eine stabile Hystereseform (kleineres RMSE), was auf einen verstärkten Einfluss lokaler Pinning-Stellen schließen lässt [272]. Die frequenzabhängige Analyse der komplexen Permeabilität lieferte zudem detaillierte Einblicke in das dissipative Verhalten der Werkstoffe und dessen Veränderung infolge plastischer Verformungen. Diese Ergebnisse stehen im direkten Zusammenhang mit mikrostrukturellen Änderungen, wie sie im Projekt StressLess Phase II [272] durch ergänzende metallographische und mechanische Untersuchungen belegt wurden.

Der neu entwickelte Ansatz bietet mehrere Vorteile:

- vollständiger Verzicht auf direkte magnetische Feld- oder Flussmessungen,
- einfache Umsetzung mit Spannungsquelle und Stromsensor,
- direkter Zugriff auf frequenz- und strukturabhängige magnetische Werkstoffparameter,
- Potenzial zur zerstörungsfreien, orts aufgelösten Zustandsbewertung.

Perspektivisch erlaubt die Methode die Entwicklung frequenzadaptiver Prüfstrategien, mit denen sich lokale Unterschiede in der Defekt- und Spannungsverteilung gezielt detektieren lassen. In Kombination mit KI-gestützten Auswerteverfahren und der Einbindung physikalischer Modelle, wie dem JA-Modell, kann daraus ein robustes Werkzeug für die industrielle Qualitätssicherung entstehen. Damit werden nicht nur mikroskopische Werkstoffveränderungen, sondern auch makroskopische Einflüsse zuverlässig erfasst.

## Kapitel 7

# Analyse und Harmonisierung von JA-Modellvarianten

Wie in Abschnitt 2.5.4 erläutert, stellt das JA-Modell eine energetisch motivierte Beschreibung der ferromagnetischen Hysterese dar. Die Magnetisierung  $M$  wird dabei als Summe eines reversiblen und eines irreversiblen Anteils formuliert. In Abschnitt 3.4.3 wurde bereits herausgearbeitet, dass es nicht ein einheitliches JA-Modell gibt, sondern vielmehr eine Vielzahl an Varianten mit teils abweichenden Herleitungen und Modellgleichungen. Diese Unterschiede resultieren aus verschiedenen Gründen:

- **Formale Abweichungen in der Herleitung:** Dazu zählen fehlerhafte Indexnotationen, mathematische Unsauberkeiten und unklare Definitionen innerhalb der Modellstruktur.
- **Modifikationen grundlegender Annahmen:** Insbesondere die physikalische Interpretation der Energie- und Relaxationsgleichung variiert zwischen den Modellvarianten.
- **Unterschiedliche Formulierungen der Anhysterese:** Abweichende analytische Ausdrücke für die anhysteretische Magnetisierung führen zu unterschiedlichen Modellantworten.

Obwohl die Existenz verschiedener Varianten des JA-Modells in der Fachliteratur bekannt ist [111, 112, 204, 208], fehlt es bislang weitgehend an einer systematischen Analyse ihrer mathematischen und physikalischen Unterschiede. Cheng et al. [123] vergleichen drei Modellvarianten anhand der inversen JA-Parameterbestimmung an einer experimentell bestimmten  $B(H)$ -Kurve. Hierbei wird nur oberflächlich die Herleitung der Modelle diskutiert. Cheng et al. können aber zeigen, dass die betrachteten Modelle zu unterschiedlichen JA-Parametersätzen führen, diskutieren aber nicht, was dies für die physikalische Interpretierbarkeit der JA-Parameter bedeutet. Xue et al. [216] führen eine rekursive Formulierung der Anhysterese ein, indem die Abhängigkeit von der Magnetisierung  $M$  durch  $M_{\text{an}}$  ersetzt wird. Hierdurch wird eine iterative Lösung der Anhysterese notwendig. Auf dieser Basis analysieren sie die numerische Stabilität des Modells im Hinblick auf die erforderliche Anzahl an  $B(H)$ -Zyklen bis zur Konvergenz.

Rupnik et al. [204] hingegen untersuchen die Herleitungen verschiedener Modellvarianten, identifizieren dabei Inkonsistenzen und formulieren durch Korrektur fehlerhafter Gleichungen sowie durch Vereinheitlichung der Parametrierung eine Modellbasis, die in der Lage ist, bei identischen Parametern gleiche Ergebnisse zu liefern.

Die vorliegende Arbeit greift die vorangegangenen Aspekte auf, geht jedoch über die formale Harmonisierung von Rupnik et al. [204] hinaus. Es wird untersucht, wie sich unterschiedliche JA-Modelle bei identischen Parametern numerisch verhalten, in welchem Maß sich ihre Vorhersagen unterscheiden und ob durch Parametertransformationen modellübergreifende Äquivalenzen herstellbar sind. Grundlage der Untersuchung bilden die in Tab. 3.3 aufgeführten JA-Modellvarianten.

Das methodische Vorgehen gliedert sich in drei Abschnitte:

1. **Analyse des physikalisch-mathematischen Ursprungs:** Im ersten Schritt erfolgt eine strukturierte Gegenüberstellung der Herleitungsansätze, insbesondere der Behandlung reversibler und irreversibler Magnetisierungsanteile sowie der zugrunde liegenden energetischen Annahmen. Inkonsistenzen werden systematisch identifiziert und ein konsistent abgeleitetes Referenzmodell formuliert.
2. **Bewertung numerischer Stabilität und Modellabweichung:** Für weich- und hartmagnetische JA-Parametersätze werden alle JA-Modellvarianten unter identischen Randbedingungen simuliert. Die numerische Stabilität wird über die Anzahl der notwendigen Zyklen bis zur Konvergenz analysiert. Darüber hinaus wird der Einfluss der Feldaussteuerung auf die Übereinstimmung der Modellvorhersagen quantifiziert.
3. **Modellharmonisierung durch Parametertransformation:** Zur Bewertung der Übertragbarkeit von Parametersätzen wird für jedes Modell überprüft, ob durch Optimierung mittels DE ein JA-Parametersatz gefunden werden kann, der den  $B(H)$ -Verlauf des Referenzmodells reproduziert.

Trotz der Beschränkung auf eine ausgewählte Modellmenge liefert die Arbeit eine methodische Grundlage, um beliebige JA-Modellvarianten hinsichtlich physikalischer Konsistenz, numerischer Stabilität und parametrischer Kompatibilität zu bewerten. Damit wird ein klarer Mehrwert gegenüber der Arbeit von Rupnik et al. [204] erzielt, deren Fokus auf der Korrektur bestehender Formulierungen liegt. Im Gegensatz dazu ermöglicht der hier entwickelte Ansatz eine modellübergreifende Übertragung bestehender Parametersätze durch gezielte Transformation.

Die erstellten MATLAB® Skripte (implementierte JA-Modelle entsprechend Tab. 3.3 und der verwendete DE-Algorithmus [239]) stehen gemäß den FAIR-Prinzipien [285] über das Fraunhofer-Repositorium FORDATIS [286] öffentlich zur Verfügung und können unter [318] abgerufen werden.

## 7.1 Analyse des physikalisch-mathematischen Ursprungs

Die Bestimmung der  $B(H)$ -Kurven im Rahmen des JA-Modells basiert auf der Annahme, dass die Gesamtmagnetisierung  $M$  sich aus einem reversiblen Anteil  $M_{\text{rev}}$  und einem irreversiblen Anteil  $M_{\text{irr}}$  zusammensetzt [107]:

$$M = M_{\text{rev}} + M_{\text{irr}}. \quad (7.1)$$

Zur Berechnung der resultierenden Hysteresekurve wird die differentielle Magnetisierung herangezogen, da nur über eine differentialgleichungsbasierte Beschreibung die pfadabhängige, nichtlineare und richtungsabhängige Natur des Magnetisierungsprozesses korrekt erfasst werden kann:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{dM_{\text{rev}}}{dH} + \frac{dM_{\text{irr}}}{dH}. \quad (7.2)$$

Durch Lösen von Gl. 7.2 und Verwendung der Relation:

$$B = \mu_0 (H + M), \quad (7.3)$$

ergibt sich die  $B(H)$ -Kurve.

Im Folgenden werden die betrachteten JA-Modellvarianten, siehe Tab. 3.3, sowie die jeweils zugrunde liegenden Gleichungssysteme systematisch aufgeführt und analysiert. Dabei liegt der Fokus auf den spezifischen Formulierungen der reversiblen und irreversiblen Beiträge, der Beschreibung der Anhysterese sowie der Einbettung in das energetische Rahmenkonzept, anhand dessen diese Beiträge physikalisch hergeleitet und voneinander abgegrenzt werden können:

**Jiles86 [107]**

$$M_{\text{rev}} = c [M_{\text{an}} - M], \quad (7.4)$$

$$M = M_{\text{an}} - \delta k \frac{dM}{dB_e}, \quad (7.5)$$

$$M_{\text{an}} = M_s \left[ \coth \left( \frac{H_e}{a} \right) - \frac{a}{H_e} \right], \quad (7.6)$$

$$\frac{dM}{dH} = \frac{1}{1 + c} \frac{M_{\text{an}} - M}{\delta k / \mu_0 - \alpha [M_{\text{an}} - M]} + \frac{c}{1 + c} \frac{dM_{\text{an}}}{dH}. \quad (7.7)$$

**Jiles92 [231]**

$$M_{\text{rev}} = c [M_{\text{an}} - M_{\text{irr}}], \quad (7.8)$$

$$M_{\text{irr}} = M_{\text{an}} - \delta k \frac{dM_{\text{irr}}}{dH_e}, \quad (7.9)$$

$$M_{\text{an}} = M_s \left[ \coth \left( \frac{H_e}{a} \right) - \frac{a}{H_e} \right], \quad (7.10)$$

$$\frac{dM}{dH} = (1 - c) \frac{M_{\text{an}} - M_{\text{irr}}}{\delta k - \alpha [M_{\text{an}} - M_{\text{irr}}]} + c \frac{dM_{\text{an}}}{dH}. \quad (7.11)$$

**Jiles94 [117]**

$$M_{\text{rev}} = c [M_{\text{an}} - M_{\text{irr}}], \quad (7.12)$$

$$M_{\text{irr}} = M_{\text{an}} - \delta k \frac{dM_{\text{irr}}}{dH_e}, \quad (7.13)$$

$$M_{\text{an}} = M_s \left[ \coth \left( \frac{H_e}{a} \right) - \frac{a}{H_e} \right], \quad (7.14)$$

$$\frac{dM}{dH} = (1 - c) \frac{M_{\text{an}} - M_{\text{irr}}}{\delta k - \alpha [M_{\text{an}} - M]} + c \frac{dM_{\text{an}}}{dH}. \quad (7.15)$$

**Bergqvist96 [249]**

$$M_{\text{rev}} = c [M_{\text{an}} - M_{\text{irr}}], \quad (7.16)$$

$$M_{\text{irr}} = M_{\text{an}} - \delta k \frac{dM_{\text{irr}}}{dH_e}, \quad (7.17)$$

$$M_{\text{an}} = M_s \left[ \coth \left( \frac{H_e}{a} \right) - \frac{a}{H_e} \right], \quad (7.18)$$

$$\frac{dM}{dH} = \frac{M_{\text{an}} - M}{\delta k} \frac{dH_e}{dH} + c \frac{dM_{\text{an}}}{dH}. \quad (7.19)$$

**Annakkage00 [251]**

$$M_{\text{an}} = M_s \frac{a_1 H_e + H_e^b}{a_3 + a_2 H_e + H_e^b}, \quad (7.20)$$

$$\frac{dM}{dH} = \frac{\frac{M_{\text{an}} - M}{\delta k / \mu_0 - \alpha (M_{\text{an}} - M) / (1 - c)}}{1 - \alpha c \frac{dM_{\text{extan}}}{dH_e}} + \frac{c \frac{dM_{\text{an}}}{dH_e}}{1 - \alpha c \frac{dM_{\text{an}}}{dH_e}}. \quad (7.21)$$

Cheng18 [123]

$$M_{\text{rev}} = c [M_{\text{an}} - M], \quad (7.22)$$

$$M = M_{\text{an}} - \delta k \frac{dM}{dB_e}, \quad (7.23)$$

$$M_{\text{an}} = M_s \left[ \coth \left( \frac{H_e}{a} \right) - \frac{a}{H_e} \right], \quad (7.24)$$

$$\frac{dM}{dH} = \frac{\delta_m \frac{M_{\text{an}} - M}{\delta k - \alpha (M_{\text{an}} - M)} + c \frac{dM_{\text{an}}}{dH_e}}{1 + c - c\alpha \frac{dM_{\text{an}}}{dH_e}}. \quad (7.25)$$

Xue22 [216]

$$M_{\text{rev}} = c [M_{\text{an}} - M_{\text{irr}}], \quad (7.26)$$

$$M = M_{\text{an}} - \delta k \frac{M_{\text{irr}}}{dH_e}, \quad (7.27)$$

$$M_{\text{an}} = M_s \left[ \coth \left( \frac{H + \alpha M_{\text{an}}}{a} \right) - \frac{a}{H + \alpha M_{\text{an}}} \right], \quad (7.28)$$

$$\frac{dM}{dH} = \frac{\delta k c \frac{dM_{\text{an}}}{dH} + \delta_m (1 - c) (M_{\text{an}} - M)}{\delta k - \alpha \delta_m (1 - c) (M_{\text{an}} - M)}. \quad (7.29)$$

Im folgenden werden die Modelle abgekürzt durch *Jiles86*, *Jiles92*, *Jiles94*, *Bergqvist96*, *Annakkage00*, *Cheng18* und *Xue22*.

### 7.1.1 Definition des reversiblen Anteils im JA-Modell

In der Literatur existieren zwei verschiedene Definitionen für den reversiblen Magnetisierungsanteil im Rahmen des JA-Modells. Die ursprüngliche Formulierung nach Jiles und Atherton [107], auf der das Modell Jiles86 basiert, beschreibt diesen Anteil als:

$$M_{\text{rev}} = c (M_{\text{an}} - M), \quad (7.30)$$

wobei die reversible Magnetisierung als elastische Antwort auf die Differenz zwischen momentaner Magnetisierung  $M$  und der anhysterese Magnetisierung  $M_{\text{an}}$  interpretiert wird. Diese Formulierung ist konsistent mit dem energetischen Modellansatz, bei dem die reversible Antwort einer elastischen Domänenwandbiegung entspricht, die aus der Gleichgewichtslage  $M_{\text{an}}$  ausgelenkt wird und eine proportionale Rückstellkraft erzeugt [107, 319].

In späteren Modellvarianten, wie etwa Jiles92, Jiles94, Bergqvist96 oder Xue22, wird stattdessen folgende Definition verwendet:

$$M_{\text{rev}} = c (M_{\text{an}} - M_{\text{irr}}). \quad (7.31)$$

Hierbei wird die reversible Magnetisierung ausschließlich aus der Differenz zwischen Anhysterese und irreversibler Magnetisierung  $M_{\text{irr}}$  abgeleitet. Physikalisch bedeutet

dies, dass der reversible Anteil nun lediglich die elastische Antwort auf irreversible Magnetisierungsprozesse darstellt und nicht mehr auf die Gesamtmagnetisierung [117, 216, 231, 249].

### Physikalische Interpretation der beiden Ansätze

Bei der Definition gemäß Gl. 7.30 wird die elastische Wandbiegung direkt relativ zur momentanen Gesamtmagnetisierung  $M$  bestimmt. Der reversible Anteil beschreibt somit die gesamte elastische Abweichung des aktuellen Magnetisierungszustands vom thermodynamischen Gleichgewicht  $M_{\text{an}}$ . Diese Formulierung stellt eine unmittelbare Konsequenz der energetischen Modellierung im ursprünglichen JA-Modell von 1986 dar, in dem die gespeicherte elastische Energie proportional zur quadratischen Abweichung

$$E_{\text{elast}} \propto (M_{\text{an}} - M)^2, \quad (7.32)$$

angesetzt wird.

Im Gegensatz dazu beschreibt die Definition nach Gl. 7.31 den reversiblen Anteil als elastische Überlagerung auf einem irreversiblen Zustand. Das zugrunde liegende Modellkonzept ist zweistufig aufgebaut:

1. Zunächst erfolgt eine sprunghafte Änderung der irreversiblen Magnetisierung  $M_{\text{irr}}$  durch das Überwinden von Pinning-Zentren.
2. Anschließend stellt sich um diesen neuen irreversiblen Zustand eine elastische Rückstellbewegung in Richtung der Anhysterese  $M_{\text{an}}$  ein.

Der reversible Anteil beschreibt somit nur noch die lokale elastische Anpassung um einen durch irreversible Prozesse bereits neu etablierten Gleichgewichtszustand.

### Numerische Motivation

Die alternative Definition des reversiblen Anteils könnte numerisch motiviert sein, auch wenn hierzu in der Literatur keine expliziten Hinweise vorliegen. Wird  $M_{\text{rev}}$  gemäß Gl. 7.30 als  $M_{\text{an}} - M$  formuliert, so ergibt sich eine implizite Abhängigkeit vom Gesamtverlauf der Magnetisierung  $M$ , wodurch algebraische Rückkopplungen im Gleichungssystem entstehen. Diese erschweren insbesondere bei iterativen Integrationsverfahren die Lösung und können die Stabilität des numerischen Verfahrens beeinträchtigen.

Die alternative Formulierung nach Gl. 7.31, bei der  $M_{\text{rev}}$  allein von der irreversiblen Magnetisierung  $M_{\text{irr}}$  abhängt, vermeidet diese Kopplung. Dadurch wird die Differentialgleichung für  $M_{\text{irr}}$  partiell entkoppelt, was die numerische Effizienz und Robustheit der Simulation verbessern kann.

### Bewertung

Aus energetisch-physikalischer Sicht ist die ursprüngliche Definition  $M_{\text{rev}} \propto (M_{\text{an}} - M)$  unmittelbar vergleichbar mit der klassischen Federanalogie. Die modifizierte Variante  $M_{\text{rev}} \propto (M_{\text{an}} - M_{\text{irr}})$  erlaubt hingegen keine unmittelbare Herleitung aus demselben

energetischen Rahmen, bietet jedoch eine plausibel interpretierbare zweistufige Beschreibung des Magnetisierungsprozesses und signifikante Vorteile im Hinblick auf die numerische Umsetzung.

### 7.1.2 Definition des irreversiblen Anteils im JA-Modell

Die Herleitung des irreversiblen Anteils der Magnetisierung ist nicht trivial und wurde in der Literatur mehrfach kritisch diskutiert [111, 112, 217]. Die zentrale Herausforderung besteht darin, aus einer Energiebilanz einen Ausdruck für  $M_{\text{irr}}$  abzuleiten, der sowohl physikalisch fundiert als auch numerisch stabil ist.

#### Historische Herleitung

In der Originalarbeit von Jiles und Atherton [107], auf der das Modell Jiles86 basiert, wird die aufzubringende Magnetisierungsarbeit über folgende Energiebilanz formuliert (siehe ebenfalls Gl. 7.5):

$$E = \oint H dB = \frac{1}{\mu_0} \oint B dB - \oint M dB, \quad (7.33)$$

$$\oint M dB_e = \oint M_{\text{an}} dB_e - k \oint \frac{dM}{dB_e} dB_e, \quad (7.34)$$

$$M = M_{\text{an}} - \delta k \frac{dM}{dB_e}. \quad (7.35)$$

Dabei beschreibt die linke Seite von Gl. 7.33 die Gesamtarbeit, die zur Magnetisierung des Werkstoffs aufzubringen ist. Diese Arbeit wird als Summe eines speicherbaren Anteils (reversibel, erster Term auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens von Gl. 7.34) und eines dissipativen Anteils (irreversibel, zweiter Term auf der rechten Seite von Gl. 7.34) interpretiert.

Durch Umformen und Zusammenfassen der Integrale ergibt sich Gl. 7.35. Um daraus später die Gleichung für  $dM/dH$  gemäß Gl. 7.2 ableiten zu können, ersetzen Jiles und Atherton in ihrer Originalveröffentlichung [107] die Gesamtmagnetisierung  $M$  sowohl links als auch rechts des Gleichheitszeichens von Gl. 7.35 durch die irreversible Komponente  $M_{\text{irr}}$ , ohne eine physikalische Begründung für diese Substitution anzugeben. Die substituierte Gleichung wird nach  $dM_{\text{irr}}/dH$  umgeformt und in Gl. 7.2 eingesetzt.

Dieser Schritt ermöglicht zwar die weitere mathematische Ableitung, hebt jedoch die klare energetische Trennung zwischen reversiblen und irreversiblen Beiträgen auf.

Venkataraman et al. [217] formulieren die Energiebilanz strenger und orientieren sich dabei an klassischen Arbeiten von Ewing [86] und Brown [267]. Die aufgebrachte Arbeit

wird in magnetisch gespeicherte  $E_{\text{mag}}$  und dissipative  $L_{\text{mag}}$  Anteile unterteilt:

$$E = E_{\text{mag}} + L_{\text{mag}}, \quad (7.36)$$

$$E_{\text{mag}} = - \oint M_{\text{an}} dB_e, \quad (7.37)$$

$$L_{\text{mag}} = \oint k \delta (1 - c) dM_{\text{irr}}. \quad (7.38)$$

Unter Verwendung der Identität

$$M - c M_{\text{an}} = (1 - c) M_{\text{irr}}, \quad (7.39)$$

die sich direkt aus Gl. 7.1 und Gl. 7.31 ableiten lässt, folgt:

$$M_{\text{irr}} = M_{\text{an}} - \delta k \frac{dM_{\text{irr}}}{dH_e}. \quad (7.40)$$

Dieser Ausdruck ist formal identisch mit der Substitution in Jiles86, wird hier jedoch aus einer physikalisch sauberen Energiebilanz abgeleitet. Die Modellvarianten Jiles92, Jiles94 und Bergqvist96 übernehmen diesen Ausdruck unverändert.

Das Modell Cheng18 basiert direkt auf Jiles86 und übernimmt dementsprechend auch dessen Formulierung für  $M_{\text{irr}}$ .

Eine alternative Herleitung des irreversiblen Anteils wird im Modell Xue22 verwendet. Diese basiert auf einem Ansatz, der bereits in einer früheren Veröffentlichung von Xue et al. [215] angedeutet, jedoch nicht physikalisch motiviert wurde. Interessanterweise findet sich eine ähnliche Herleitung auch im Anhang zur Originalveröffentlichung von Jiles94 [117], dort jedoch ohne weitere Anwendung:

$$\oint M dH_e = \oint M_{\text{an}} dH_e - k \delta \oint \frac{dM_{\text{irr}}}{dH_e} dH_e, \quad (7.41)$$

$$M = M_{\text{an}} - k \delta \frac{dM_{\text{irr}}}{dH_e}. \quad (7.42)$$

Gleichung 7.42 stellt eine alternative, formal korrekt abgeleitete Beschreibung des irreversiblen Magnetisierungsanteils dar. Eine physikalische Interpretation dieses Ausdrucks erfolgt im nächsten Abschnitt.

Für das Modell Annakkage00 lässt sich auf Basis der verfügbaren Publikation [251] keine vollständige Herleitung der verwendeten Formulierung für  $M_{\text{irr}}$  nachvollziehen. Da weder eine explizite Herleitung des Modells insgesamt angegeben noch weiterführende Referenzen benannt werden, bleibt die theoretische Herleitung des Modells unklar.

### Physikalische Interpretation

Die insgesamt aufgebrauchte magnetische Arbeit  $\mu_0 \oint M dH_e$  setzt sich aus einem verlustfreien Speicheranteil und einem dissipativen Anteil zusammen. Der verlustfreie

Speicheranteil ist durch die Anhysterese  $M_{\text{an}}$  charakterisiert. Da entlang der Anhysteresekurve keine Nettoarbeit verrichtet wird, verschwindet dieser Beitrag bei einem geschlossenen Magnetisierungszyklus.

Der dissipative Anteil steht in direktem Zusammenhang mit der Änderung der irreversiblen Magnetisierung  $M_{\text{irr}}$ . Er beschreibt die Energieverluste, die durch nicht-rückführbare Domänenwandverschiebungen entstehen, etwa beim Überwinden von Pinning-Zentren, und manifestiert sich in der Fläche der Hystereseschleife.

Das negative Vorzeichen des dissipativen Terms in der Energiebilanz stellt sicher, dass bei einem vollständigen Zyklus ein positiver Verlustwert resultiert. Die Verlustarbeit ergibt sich zu:

$$W_{\text{loss}} \equiv k \oint \delta dM_{\text{irr}} > 0, \quad (7.43)$$

wobei  $\delta = \{-1, \text{ wenn } dH/dt < 0; +1, \text{ wenn } dH/dt > 0\}$  die Richtung der Feldänderung angibt. Durch diese Formulierung wird die physikalische Konsistenz zwischen irreversibler Magnetisierungsänderung und Energieverlust explizit hergestellt.

### Kohärente Darstellung der JA-Modelle

Die in der Literatur beschriebenen Modellgleichungen, siehe Gl. 7.7 bis 7.29, sind formal uneinheitlich formuliert und enthalten teils explizite Abhängigkeiten von  $M_{\text{irr}}$ . Ausgehend von den Grundrelationen:

$$M = M_{\text{rev}} + M_{\text{irr}}, \quad (7.44)$$

$$\frac{dM}{dH} = \frac{dM_{\text{rev}}}{dH} + \frac{dM_{\text{irr}}}{dH}, \quad (7.45)$$

lassen sich sämtliche Modellvarianten in eine einheitliche Darstellung überführen, in der nur noch  $M$ ,  $M_{\text{an}}$  sowie deren Ableitungen auftreten. Die so formulierten Modellgleichungen lauten:

$$\text{Jiles86: } \frac{dM}{dH} = \frac{1}{1+c} \frac{M_{\text{an}} - M}{\delta k - \alpha [M_{\text{an}} - M]} + \frac{c}{1+c} \frac{dM_{\text{an}}}{dH}, \quad (7.46)$$

$$\text{Jiles92: } \frac{dM}{dH} = \frac{M_{\text{an}} - M}{k\delta - \alpha \frac{M_{\text{an}} - M}{1-c}} + c \frac{dM_{\text{an}}}{dH}, \quad (7.47)$$

$$\text{Jiles94: } \frac{dM}{dH} = \frac{M_{\text{an}} - M}{k\delta - \alpha [M_{\text{an}} - M]} + c \frac{dM_{\text{an}}}{dH}, \quad (7.48)$$

$$\text{Bergqvist96: } \frac{dM}{dH} = \frac{k\delta c \frac{dM_{\text{an}}}{dH_e} + \delta_m [M_{\text{an}} - M]}{k\delta - \delta_m \alpha [M_{\text{an}} - M] - k\delta \alpha c \frac{dM_{\text{an}}}{dH_e}}, \quad (7.49)$$

$$\text{Annakkage00: } \frac{dM}{dH} = \frac{c \frac{dM_{\text{an}}}{dH_e} + \frac{(M_{\text{an}} - M)\delta_m}{\delta k - \alpha \frac{M_{\text{an}} - M}{1-c}}}{1 - \alpha c \frac{dM_{\text{an}}}{dH_e}}, \quad (7.50)$$

$$\text{Cheng18: } \frac{dM}{dH} = \frac{c \frac{dM_{\text{an}}}{dH_e} + \frac{(M_{\text{an}} - M)\delta_m}{\delta k - \alpha [M_{\text{an}} - M]}}{1 + c - \alpha c \frac{dM_{\text{an}}}{dH_e}}, \quad (7.51)$$

$$\text{Xue22: } \frac{dM}{dH} = \frac{\delta k c \frac{dM_{\text{an}}}{dH} + \delta_m (1-c) [M_{\text{an}} - M]}{\delta k - \alpha \delta_m (1-c) [M_{\text{an}} - M]}. \quad (7.52)$$

Zur Herleitung dieser Ausdrücke ist es erforderlich, die Ableitung  $\frac{dM_{\text{irr}}}{dH_e}$  in eine Darstellung bezüglich  $\frac{dM_{\text{irr}}}{dH}$  zu überführen. Mit  $H_e = H + \alpha M$  und unter Anwendung der Kettenregel ergibt sich:

$$dH_e = dH + \alpha dM, \quad (7.53)$$

$$\frac{dH_e}{dM_{\text{irr}}} = \frac{dH}{dM_{\text{irr}}} + \alpha \frac{dM}{dM_{\text{irr}}}. \quad (7.54)$$

Zur Bestimmung von  $\frac{dM}{dM_{\text{irr}}}$  wird die Identität

$$M = (1-c) M_{\text{irr}} + c M_{\text{an}}, \quad (7.55)$$

verwendet. Differenziert man diesen Ausdruck nach  $M_{\text{irr}}$ , ergibt sich:

$$\frac{dM}{dM_{\text{irr}}} = (1-c) + c \frac{dM_{\text{an}}}{dM} \frac{dM}{dM_{\text{irr}}}. \quad (7.56)$$

Diese Gleichung tritt implizit in allen Modellformulierungen auf. Einzig in der Arbeit von Jiles [117] wird diese Beziehung explizit diskutiert.

### Kritik und Einschränkungen der JA-Modelle

Zur Vereinfachung der Modellstruktur setzt Jiles [117] den zweiten Term auf der rechten Seite von Gl. 7.56 gleich null. Diese Näherung wird dadurch begründet, dass der

Parameter  $c$  kleine Werte annimmt. Auf diese Weise erhält Jiles die Näherung:

$$\frac{dM}{dM_{\text{irr}}} \approx 1. \quad (7.57)$$

Zahlreiche Arbeiten [109, 211, 256, 302, 320, 321] sowie Jiles' eigene Studien [107, 231, 248] belegen jedoch, dass  $c$  in der Praxis typischerweise Werte von  $c > 0.1$  annimmt. Die Vernachlässigung des nichtlinearen Terms ist daher in vielen Fällen nicht gerechtfertigt und stellt eine systematische Einschränkung der Modellvalidität dar. Die Auswirkungen dieser Vereinfachung auf die Modellvorhersage wurden bisher nicht eingehend untersucht. Im folgenden Abschnitt wird ein korrigiertes JA-Modell hergeleitet, das auf eine vollständige Modellstruktur ohne vereinfachende Substitutionen zurückgreift.

### 7.1.3 Korrigiertes JA-Modell

Aufbauend auf der Kritik an der Näherung  $\frac{dM}{dM_{\text{irr}}} \approx 1$  wird die Hauptgleichung des JA-Modells nun ohne diese Vereinfachung hergeleitet. Ausgangspunkt ist der bereits bekannte Ausdruck:

$$M_{\text{rev}} = c(M_{\text{an}} - M). \quad (7.58)$$

Mit  $M = M_{\text{irr}} + M_{\text{rev}}$  folgt daraus durch Umstellen:

$$(1 + c)M = M_{\text{irr}} + cM_{\text{an}} \Rightarrow M = \frac{1}{1+c}M_{\text{irr}} + \frac{c}{1+c}M_{\text{an}}, \quad (7.59)$$

$$\frac{dM}{dH} = \frac{1}{1+c} \frac{dM_{\text{irr}}}{dH} + \frac{c}{1+c} \frac{dM_{\text{an}}}{dH}. \quad (7.60)$$

Für den irreversiblen Anteil wird die Relation nach Gl. 7.42 verwendet:

$$\frac{dM_{\text{irr}}}{dH_e} = \frac{M_{\text{an}} - M}{\delta k}, \quad (7.61)$$

sowie  $H_e = H + \alpha M$ . Differenzieren liefert:

$$dH_e = dH + \alpha dM \Rightarrow \frac{dH_e}{dM_{\text{irr}}} = \frac{dH}{dM_{\text{irr}}} + \alpha \frac{dM}{dM_{\text{irr}}}. \quad (7.62)$$

Aus Gl. 7.61 folgt nach Invertierung:

$$\frac{dH_e}{dM_{\text{irr}}} = \frac{\delta k}{M_{\text{an}} - M}. \quad (7.63)$$

Differenzieren von Gl. 7.59 nach  $M_{\text{irr}}$  ergibt:

$$\frac{dM}{dM_{\text{irr}}} = \frac{1}{1+c} \left( 1 + c \frac{dM_{\text{an}}}{dM_{\text{irr}}} \right). \quad (7.64)$$

Einsetzen von Gl. 7.64 in Gl. 7.62 und anschließender Vergleich mit Gl. 7.63 führt nach Umstellen zu:

$$\frac{dH}{dM_{\text{irr}}} = \frac{\delta k}{M_{\text{an}} - M} - \frac{\alpha}{1+c} \left( 1 + c \frac{dM_{\text{an}}}{dM_{\text{irr}}} \right), \quad (7.65)$$

$$\Rightarrow \frac{dM_{\text{irr}}}{dH} = \frac{(M_{\text{an}} - M)(1+c)}{\delta k(1+c) - \alpha(M_{\text{an}} - M) \left[ 1 + c \frac{dM_{\text{an}}}{dM_{\text{irr}}} \right]}. \quad (7.66)$$

Einsetzen von Gl. 7.66 in Gl. 7.60 liefert schließlich die korrigierte Hauptgleichung des JA-Modells:

$$\boxed{\frac{dM}{dH} = \frac{M_{\text{an}} - M}{\delta k(1+c) - \alpha(M_{\text{an}} - M) \left[ 1 + c \frac{dM_{\text{an}}}{dM_{\text{irr}}} \right]} + \frac{c}{1+c} \frac{dM_{\text{an}}}{dH}}. \quad (7.67)$$

Im folgenden wird Gl. 7.67 als Referenzmodell bezeichnet.

Der Term  $\frac{dM_{\text{an}}}{dM_{\text{irr}}}$  ist mit der Kettenregel explizit berechenbar:

$$\frac{dM_{\text{an}}}{dM_{\text{irr}}} = \frac{dM_{\text{an}}}{dH_e} \frac{dH_e}{dM_{\text{irr}}} = \frac{dM_{\text{an}}}{dH_e} \frac{\delta k}{M_{\text{an}} - M}, \quad (7.68)$$

wobei die Anhysterese gegeben ist durch:

$$M_{\text{an}} = M_S \left[ \coth \left( \frac{H_e}{a} \right) - \frac{a}{H_e} \right], \quad (7.69)$$

sodass für  $dM_{\text{an}}/dH_e$  gilt:

$$\frac{dM_{\text{an}}}{dH_e} = \frac{M_S}{a} \left[ 1 - \coth^2 \left( \frac{H_e}{a} \right) + \left( \frac{a}{H_e} \right)^2 \right]. \quad (7.70)$$

Der Faktor  $\delta_m$  wurde bisher nicht näher erläutert. In den Modellen Bergqvist96, Annakkage00, Cheng18 und Xue22 tritt er explizit auf. Es handelt sich hierbei um einen von Deane [322] eingeführten Korrekturterm, der ein physikalisches Verhalten des JA-Modells im Bereich der Sättigungsmagnetisierung gewährleisten soll [111, 302]. Die Definition erfolgt gemäß Zirka et al. [111]:

$$\delta_m = \begin{cases} 0 & \text{für } \frac{dH}{dt} < 0 \text{ und } M_{\text{an}}(H_e) - M(H) > 0, \\ 0 & \text{für } \frac{dH}{dt} > 0 \text{ und } M_{\text{an}}(H_e) - M(H) < 0, \\ 1 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (7.71)$$

In den Gleichungen 7.46, 7.47, 7.48 und 7.67 ist daher die folgende Substitution vorzunehmen:

$$M_{\text{an}} - M \longrightarrow \delta_m (M_{\text{an}} - M). \quad (7.72)$$

In den nachfolgenden numerischen Untersuchungen wurde der Einfluss von  $\delta_m$  in allen relevanten Modellvarianten entsprechend berücksichtigt.

## 7.2 Bewertung numerischer Stabilität und Modellabweichung

Ziel dieses Abschnitts ist die Untersuchung von zwei Aspekten der betrachteten JA-Modelle:

1. ihre numerische Stabilität bei zyklischer Anregung, sowie
2. die Abweichungen der Modellvorhersagen untereinander.

Für die Analyse werden zwei JA-Parametersätze vorgegeben, die jeweils einen weichmagnetischen und einen hartmagnetischen Werkstoff repräsentieren<sup>1</sup>. Die Parametersätze stammen aus den Arbeiten von Szewczyk et al. [123] und Xue et al. [216] und sind in Tab. 7.1 zusammen mit dem Bereich der betrachteten magnetischen Feldstärkeaussteuerung  $H_0$  gelistet.

**Tabelle 7.1:** JA-Parametersätze und betrachteter Bereich der magnetischen Feldstärkeaussteuerung  $H_0$  für einen hartmagnetischen [216] und einen weichmagnetischen [123] Werkstoff.

Parameter	Hartmagnetisch [216]	Weichmagnetisch [123]
$M_s$ (MA m <sup>-1</sup> )	0.8	1.456
$a$ (A m <sup>-1</sup> )	$12 \times 10^3$	64.77
$k$ (A m <sup>-1</sup> )	$3 \times 10^3$	9.863
$c$	0.2	0
$\alpha$	$-1 \times 10^{-2}$	$9.8 \times 10^{-5}$
$H_0$ (kA m <sup>-1</sup> )	0.1 – 30	$1 \times 10^{-3} - 0.2$

Die Untersuchungen erfolgen nach folgenden Kriterien:

**Numerische Stabilität:** Ermittlung der Anzahl an Zyklen, die erforderlich sind, bis sich die berechnete  $B(H)$ -Kurve innerhalb einer vorgegebenen Toleranz nicht mehr ändert. Dabei wird untersucht, wie sich diese Stabilisierungsschwelle in Abhängigkeit der magnetischen Feldstärkeamplitude  $H_0$  verändert.

<sup>1</sup>Ein Werkstoff ist weichmagnetisch, wenn für die Koerzitivfeldstärke gilt:  $H_c \leq 1 \text{ kA m}^{-1}$  [71].

**Modellabweichungen:** Quantifizierung der Unterschiede zwischen den Modellen anhand des RMSE (siehe Gl. 5.7).

Zur Untersuchung werden die JA-Modellvarianten in Matlab® mit dem Runge-Kutta-Verfahren der vierten Ordnung gelöst. Hierbei handelt es sich um ein gängiges Verfahren zum Lösen der JA-Modellgleichungen [123, 216].

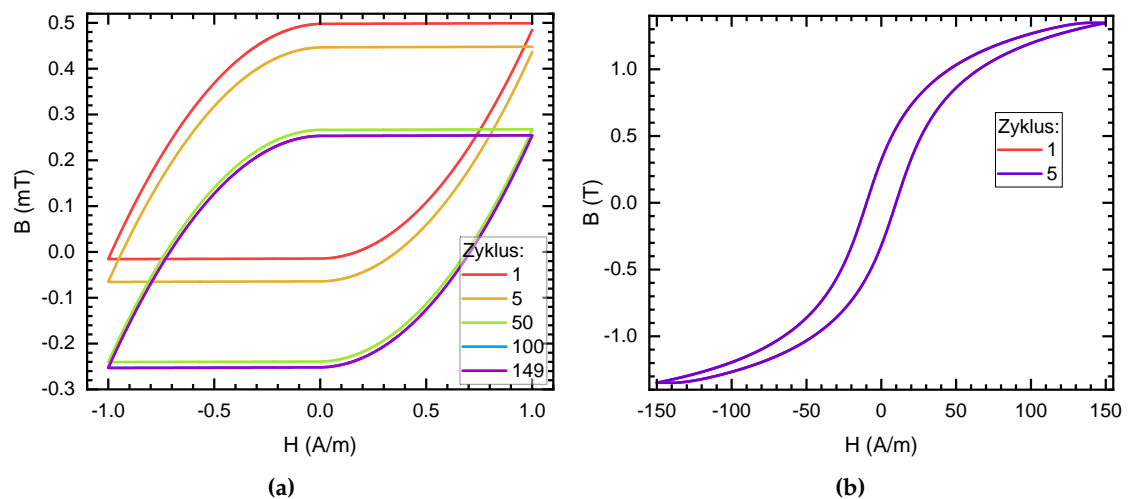
Die erstellten MATLAB® Skripte (implementierte JA-Modelle entsprechend den Gl.en 7.46-7.52) stehen gemäß den FAIR-Prinzipien [285] über das Fraunhofer-Repositorium FORDATIS [286] öffentlich zur Verfügung und können unter [323] abgerufen werden.

### 7.2.1 Numerische Stabilität

Zur Untersuchung der numerischen Stabilität wurden für jedes JA-Modell jeweils 300 vollständige  $B(H)$ -Zyklen berechnet, wobei die magnetische Feldstärkeamplitude  $H_0$  variiert wurde. Für den weichmagnetischen Parametersatz wurde  $H_0$  im Bereich von  $1 \text{ A m}^{-1}$  bis  $200 \text{ A m}^{-1}$  und für den hartmagnetischen Parametersatz im Bereich von  $100 \text{ A m}^{-1}$  bis  $30 \text{ kA m}^{-1}$  untersucht.

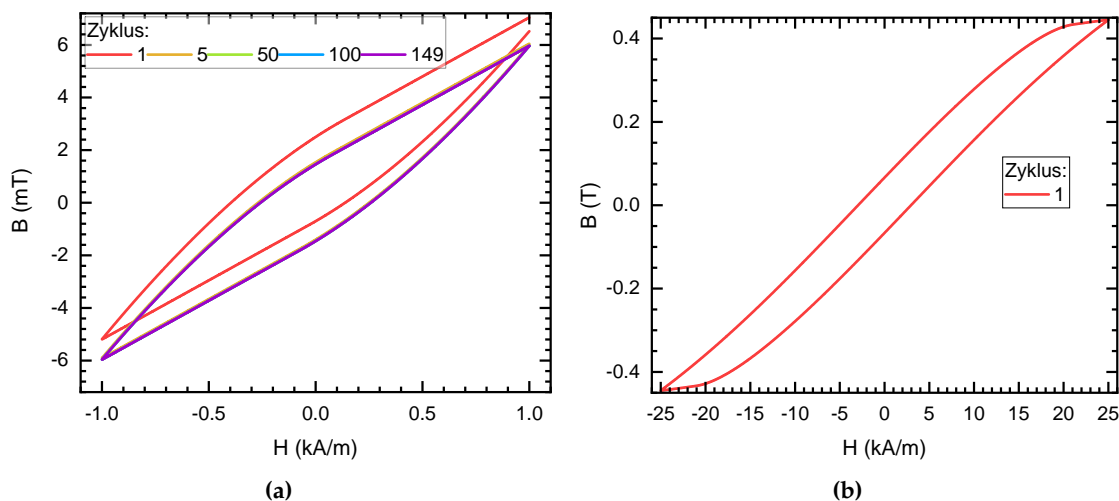
Abbildung 7.1 und 7.2 zeigen exemplarisch den Verlauf der  $B(H)$ -Kurven für das Jiles86-Modell für ausgewählte Zyklen.

Im weichmagnetischen Fall führt eine geringe magnetische Feldstärkeamplitude von  $H_0 = 1 \text{ A m}^{-1}$  zu einer ausgeprägten Asymmetrie entlang der Ordinate, siehe Abb. 7.1a, die sich mit zunehmender Zyklusanzahl sukzessive reduziert. Bereits bei einer höheren Feldaussteuerung von  $H_0 = 150 \text{ A m}^{-1}$  stabilisiert sich die Kurvenform innerhalb weniger Zyklen und konvergiert zu einer symmetrischen, geschlossenen Hystereseschleife, siehe Abb. 7.1b. Ein analoges Verhalten zeigt sich für den hartmagnetischen



**Abbildung 7.1:** Verlauf der  $B(H)$ -Kurven für ausgewählte Zyklen. Berechnet nach dem Jiles86-Modell. Gezeigt sind die  $B(H)$ -Verläufe für den weichmagnetischen Parametersatz für die magnetische Feldstärkeamplituden von (a)  $1 \text{ A m}^{-1}$  und (b)  $150 \text{ A m}^{-1}$ .

Parametersatz. Bei niedriger Aussteuerung ( $H_0 = 1 \text{ kA m}^{-1}$ , siehe Abb. 7.2a), ist eine Verschiebung entlang der Ordinate zu beobachten, wohingegen bei hoher Aussteuerung ( $H_0 = 25 \text{ kA m}^{-1}$ , siehe Abb. 7.2b), bereits nach wenigen Zyklen ein stabiler, symmetrischer Verlauf erreicht wird. Ein derartiges Verhalten lässt sich auch bei den anderen Modellen beobachten.



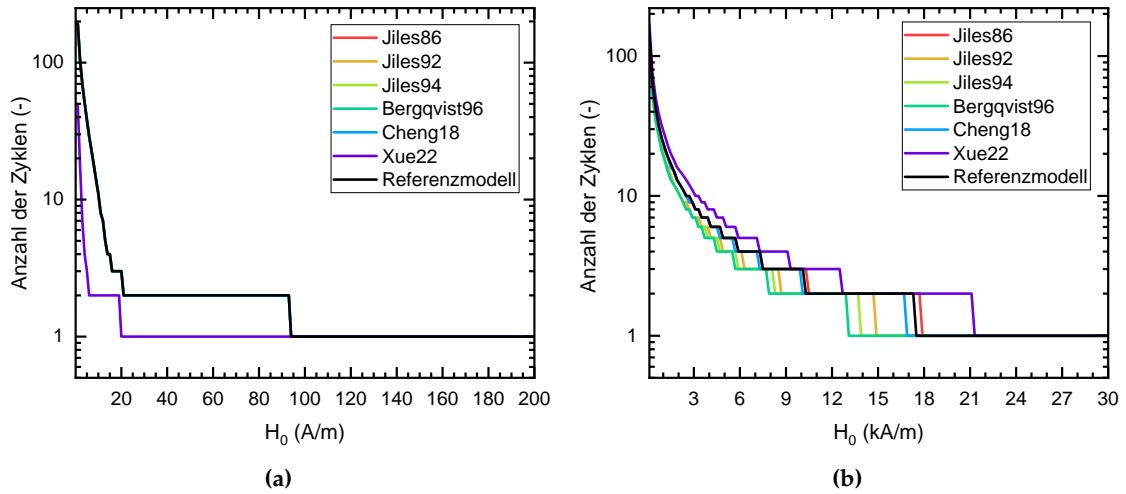
**Abbildung 7.2:** Verlauf der  $B(H)$ -Kurven für ausgewählte Zyklen. Berechnet nach dem Jiles86-Modell. Gezeigt sind die  $B(H)$ -Verläufe für den hartmagnetischen Parametersatz für die magnetische Feldstärkeamplituden von (a)  $1 \text{ kA m}^{-1}$  und (b)  $25 \text{ kA m}^{-1}$ .

Die numerische Stabilität der Modelllösung wird durch den Fehlerparameter RMSE (siehe Gl. 5.7) erfasst:

$$\text{RMSE}_n = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{i=1}^K [B_n(H_i) - B_{n-1}(H_i)]^2}. \quad (7.73)$$

Dieser Parameter beschreibt, in welchem Maß sich der berechnete Verlauf der  $B(H)$ -Kurve im aktuellen Zyklus  $n$  noch vom vorhergehenden Zyklus unterscheidet. Damit lässt sich ermitteln, wie viele Zyklen simuliert werden müssen, bis sich die Lösung nicht mehr wesentlich verändert. In dieser Arbeit gilt ein Modell als numerisch konvergiert, wenn  $\text{RMSE}_n \leq 10^{-3} \text{ T}$  unterschritten wird. Der Schwellenwert wurde heuristisch festgelegt und stellt einen praktikablen Kompromiss zwischen numerischer Genauigkeit und Rechenaufwand dar.

Abbildung 7.3 zeigt für beide Parametersätze die Anzahl notwendiger Zyklen bis zur Konvergenz unter Variation der magnetischen Feldstärkeamplitude  $H_0$ . Im weichmagnetischen Fall, siehe Abb. 7.3a, konvergieren alle Modelle, mit Ausnahme des Modells Xue22, ab  $94 \text{ A m}^{-1}$  innerhalb eines Zyklus. Für das Modell Xue22 wird die Konvergenzschwelle bereits bei geringeren Feldstärken ab  $20 \text{ A m}^{-1}$  erreicht. Für den hartmagnetischen Fall, siehe Abb. 7.3b, unterscheiden sich die Modelle signifikant in ihrem



**Abbildung 7.3:** Erforderliche Anzahl an Zyklen bis zur numerischen Konvergenz der Modelle in Abhängigkeit von der magnetischen Feldstärkeamplitude  $H_0$ . (a) Weichmagnetischer Parametersatz. (b) Hartmagnetischer Parametersatz.

Konvergenzverhalten unterhalb von  $21 \text{ kA m}^{-1}$ . Oberhalb dieser Grenze erreicht jedes Modell die numerische Stabilität innerhalb eines Zyklus.

Das Modell Annakkage00 ist in Abb. 7.3 nicht berücksichtigt. Für das Modell Annakkage00 wurden zuerst die Parameter  $a_1, a_2, a_3$  und  $b$  (siehe Gl. 7.20) bestimmt, indem  $M_{\text{an}}$  nach Gl. 7.69 und den Parametern  $M_5$  und  $a$  aus Tab. 7.1 bestimmt und Gl. 7.20 angepasst wurde. Tabelle 7.2 listet die bestimmten Parameter für den hartmagnetischen und weichmagnetischen Fall auf.

**Tabelle 7.2:** Bestimmte Parameter für das Modell Annakkage00.

Parameter	Hartmagnetisch	Weichmagnetisch
$a_1$	2193(489)	29.8(1)
$a_2$	3612(874)	52.0(3)
$a_3$	$11.1(23) \times 10^7$	8060.5(314)
$b$	1.84(2)	1.873(1)

Hierbei erfüllen die angepassten Parameter die von Annakkage et al. [251] angegebenen Randbedingungen:

$$a_1 > 0, \quad (7.74)$$

$$a_2 \geq a_1, \quad (7.75)$$

$$a_3 > 0, \quad (7.76)$$

$$b \geq 1. \quad (7.77)$$

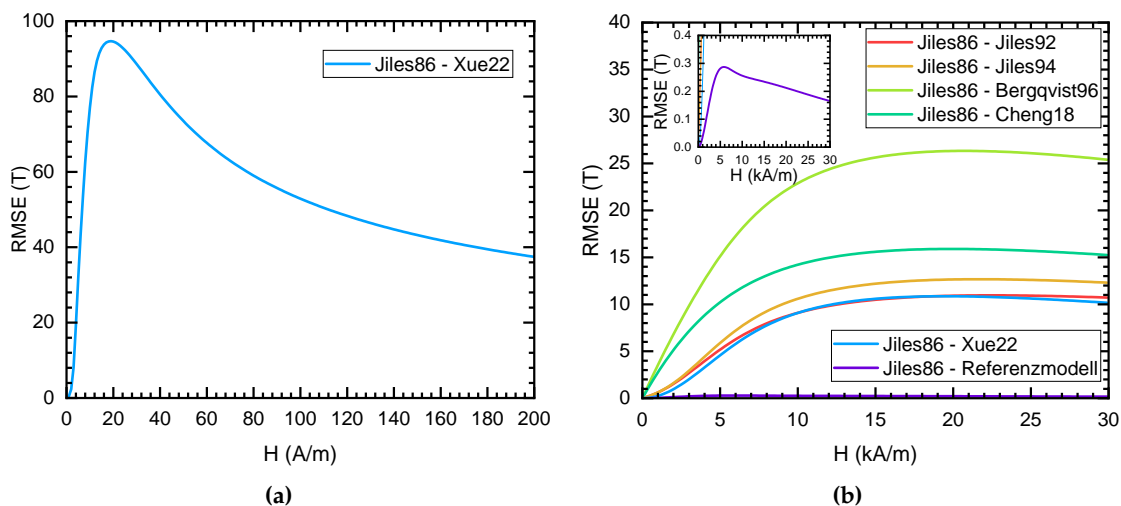
Es lässt sich aber keine geschlossene  $B(H)$ -Kurve bestimmen. Das Modell versagt vollständig. Auch mit den Modellparametern aus der Arbeit von Annakkage et al. [251] lässt sich keine stabile  $B(H)$ -Kurve berechnen. Aus diesem Grund wird im weiteren Verlauf das Modell Annakkage00 ausgeschlossen. Es ist davon auszugehen, dass das von Annakkage angegebene Modell falsch formuliert wurde.

### 7.2.2 Vergleich der Modellvorhersagen

Im folgenden wird untersucht, inwieweit die unterschiedlichen konvergenten JA-Modelle denselben Verlauf der  $B(H)$ -Kurve wiedergeben. Ziel ist es, zu überprüfen, ob sich die Modelle lediglich in ihrer mathematischen Formulierung unterscheiden oder ob auch signifikante Abweichungen in den numerischen Vorhersagen auftreten.

Zu diesem Zweck wurde für jedes Modell der letzte Zyklus (Zyklus 300) verwendet, um das RMSE zwischen allen möglichen Modellkombinationen gemäß Gl. 7.73 zu bestimmen.

Für den weichmagnetischen Parametersatz stimmen für alle Modellkombinationen die  $B(H)$ -Kurven im gesamten betrachteten Feldstärkebereich überein, sofern das Xue22-Modell nicht beteiligt ist. In diesen Fällen beträgt das RMSE  $\epsilon = 0$ , was bedeutet, dass die Modelle identische  $B(H)$ -Verläufe im konvergierten Zustand wiedergeben. Nur in den Kombinationen, in denen das Xue22-Modell beteiligt ist, tritt eine Abweichung auf. In Abb. 7.4a ist der Verlauf des Fehlerparameters für die Kombination Jiles86-Xue22 dargestellt. Diese Abweichung steigt zunächst mit zunehmender Feldstärke an, erreicht ein Maximum bei etwa  $20 \text{ A m}^{-1}$  und nimmt für höhere Amplituden wieder ab. Im Gegen-



**Abbildung 7.4:** Abweichung der  $B(H)$ -Vorhersagen zwischen JA-Modellen in Abhängigkeit der magnetischen Feldstärkeamplitude  $H_0$ . (a) Weichmagnetischer Parametersatz: RMSE zwischen Modellkombinationen und Xue22. (b) Hartmagnetischer Parametersatz: RMSE zwischen Jiles86 und den übrigen Modellen.

satz dazu zeigen alle Modellkombinationen beim hartmagnetischen Parametersatz ein RMSE größer null. In Abb. 7.4b sind alle Modellkombinationen mit dem Modell Jiles86

gezeigt. Im Anhang A sind die Ergebnisse der verbleibenden Modellkombinationen zusammengefasst. Dies bedeutet, dass sich die Modellvorhersagen hier grundsätzlich unterscheiden. Die geringste Abweichung ist zwischen dem Modell Jiles86 und dem Referenzmodell zu beobachten. Das Verhalten, ein Anstieg von  $\epsilon$  mit wachsender Feldstärke, bevor es bei höheren Amplituden wieder abfällt, wird auch für den hartmagnetischen Fall beobachtet.

### 7.2.3 Zusammenfassung: Numerische Stabilität und Modellvergleich

Die Analyse der numerischen Stabilität zeigt, dass die Anzahl der Zyklen der verschiedenen JA-Modelle im wesentlichen von der Aussteuerung der magnetischen Feldstärke abhängt. Für den weichmagnetischen Parametersatz konvergieren nahezu alle Modelle ab einer Feldstärke von  $94 \text{ A m}^{-1}$  innerhalb eines Zyklus, während das Modell Xue22 bereits bei geringeren Amplituden ( $20 \text{ A m}^{-1}$ ) stabil ist. Im hartmagnetischen Fall konvergieren alle Modelle oberhalb von  $21 \text{ kA m}^{-1}$  innerhalb eines Zyklus, wobei sich unterhalb dieser Schwelle deutliche Unterschiede in der Anzahl der benötigten Zyklen zeigen.

Der anschließende Vergleich der stabilen  $B(H)$ -Verläufe zwischen den Modellvarianten zeigt, dass im weichmagnetischen Fall alle Modelle, mit Ausnahme von Xue22, identische Ergebnisse liefern. Nur Modellkombinationen, an denen das Modell Xue22 beteiligt ist, weisen einen von null abweichenden Fehlerparameter auf. Im hartmagnetischen Fall hingegen unterscheiden sich alle Modellkombinationen signifikant im Ergebnis des Fehlerparameters. Die geringste Abweichung tritt zwischen dem Modell Jiles86 und dem neu abgeleiteten Modell auf.

Da der durchgeführte Vergleich auf lediglich zwei exemplarischen Parametersätzen basiert, kann keine systematische Aussage darüber getroffen werden, ab welcher Kombination aus JA-Modellvariante, Parameterkonstellation und Feldaussteuerung signifikante Abweichungen im  $B(H)$ -Verlauf auftreten. Die vorliegenden Ergebnisse zeigen jedoch eindeutig, dass solche Abweichungen existieren und sowohl von der Modellformulierung als auch vom magnetischen Werkstoffverhalten sowie der Höhe der magnetischen Feldstärkeamplitude abhängen.

Aus praktischer Sicht folgt daraus, dass es nicht zulässig ist, Parameter, die für ein bestimmtes JA-Modell bestimmt wurden, auf eine andere Modellvariante zu übertragen, da dies zu physikalisch inkonsistenten Vorhersagen führen kann.

Diese Erkenntnis wirft unmittelbar die Frage auf, ob eine Transformation der Parametersätze zwischen verschiedenen JA-Modellvarianten möglich ist, durch die sich modellübergreifend konsistente  $B(H)$ -Verläufe erzeugen lassen. Könnten beispielsweise die Parameter eines Ausgangsmodells so angepasst werden, dass sie in einem anderen Modell denselben  $B(H)$ -Verlauf liefern, ließe sich eine modellübergreifende Nutzbarkeit bereits bekannter Parametersätze realisieren.

Im folgenden Abschnitt wird dieser Fragestellung nachgegangen.

## 7.3 Modellharmonisierung durch Parametertransformation

Die zuvor durchgeführte Analyse hat gezeigt, dass verschiedene JA-Modellvarianten bei identischen JA-Parametersätzen im Allgemeinen nicht denselben  $B(H)$ -Verlauf erzeugen. Besonders im hartmagnetischen Bereich treten signifikante Abweichungen zwischen den Modellkombinationen auf (vgl. Abb. 7.4b), was die Übertragbarkeit von JA-Parametersätzen zwischen den Modellvarianten einschränkt.

Vor diesem Hintergrund stellt sich die zentrale Frage, ob durch gezielte Anpassung der JA-Modellparameter eines Ausgangsmodells eine Übereinstimmung mit der  $B(H)$ -Kurve eines anderen Modells erzielt werden kann. Eine solche Transformierbarkeit hätte großes Potenzial: Sie würde den modellübergreifenden Einsatz bereits identifizierter JA-Parametersätze ermöglichen, etwa im Kontext inverser Modellierungsverfahren oder den Aufbau einer magnetischen JA-Parameterdatenbank.

Im Folgenden wird diese Fragestellung systematisch vertieft. Aufbauend auf dem neu hergeleiteten Referenzmodell in Abschnitt 7.1.3 wird untersucht, ob sich durch gezielte Anpassung der JA-Modellparameter für die Modellvarianten Jiles86, Jiles92, Jiles94, Bergqvist96, Cheng18 und Xue22 ein  $B(H)$ -Verlauf erzeugen lässt, der mit dem des Referenzmodells übereinstimmt. Auf diese Weise soll geprüft werden, ob sich Parametersätze zwischen unterschiedlichen Modellgleichungen transformieren lassen.

Die erstellten MATLAB® Skripte (implementierte JA-Modelle entsprechend Tab. 3.3 und der verwendete DE-Algorithmus [239]) stehen gemäß den FAIR-Prinzipien [285] über das Fraunhofer-Repositorium FORDATIS [286] öffentlich zur Verfügung und können unter [318] abgerufen werden.

### 7.3.1 Methodik der Modellharmonisierung

Zur Untersuchung der Parametertransformation wird für jede der sechs Modellkombinationen ein unabhängiger Optimierungslauf durchgeführt. Ziel ist die Bestimmung eines JA-Parametersatzes  $\{M_s, a, k, c, \alpha\}$ , dessen resultierender  $B(H)$ -Verlauf mit dem des Referenzmodells übereinstimmt. Für das Referenzmodell wurde der hartmagnetische JA-Parametersatz nach Tab. 7.1 verwendet.

Da die Transformation ein Optimierungsproblem darstellt, erfolgt deren Lösung mithilfe des DE-Algorithmus. Als Zielfunktion dient der in Gl. 7.73 definierte Fehlerparameter  $\epsilon$ , der den Unterschied zwischen den  $B(H)$ -Kurven des Referenzmodells und des jeweiligen transformierten Modells beschreibt. Da im hartmagnetischen Fall für sämtliche betrachteten  $H_0$ -Aussteuerungsamplituden alle Modellvarianten nach 120 Zyklen numerisch konvergieren (siehe Abb. 7.3b), werden nur 120 Zyklen berechnet und der letzte Zyklus zur Auswertung herangezogen.

Folgende Einstellungsparameter und Randbedingungen wurden für den DE-Algorithmus festgelegt [235, 236]:

- Populationsgröße:  $N_{\text{pop}} = 60$

- Mutationsfaktor:  $F = 0.8$
- Kreuzungsrate:  $CR = 0.9$
- Maximale Generationen:  $N_{\text{gen}} = 200$
- Parametergrenzen:

$$M_s \left( \text{kA m}^{-1} \right) \in [200, 1900],$$

$$a \left( \text{kA m}^{-1} \right) \in [5, 20],$$

$$k \left( \text{kA m}^{-1} \right) \in [1, 5],$$

$$c \in [0, 0.5],$$

$$\alpha \in [-0.1, 0.1].$$

Die Parametergrenzen wurden so gewählt, dass die DE-Optimierung innerhalb eines ausreichend großen, jedoch numerisch stabilen Suchraums operiert. Die gewählten Intervalle stellen daher keine materialphysikalischen Grenzen im engeren Sinn dar, sondern wurden bewusst weit gefasst, um sicherzustellen, dass sich die Zielfunktion innerhalb des definierten Parameterraums minimieren lässt.

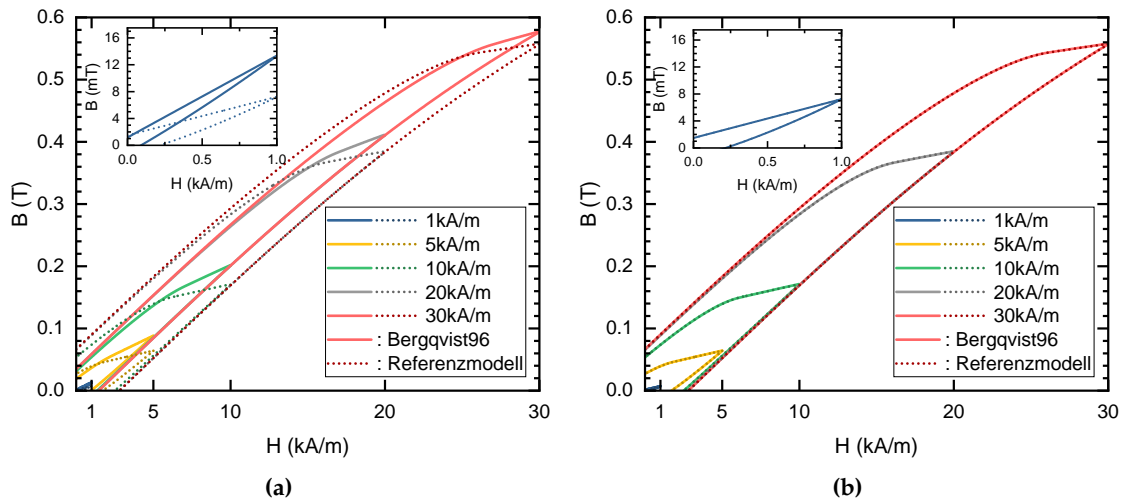
Zur Analyse möglicher Abhängigkeiten von der Aussteuerungsamplitude wird die JA-Parametertransformation für fünf verschiedene magnetische Feldstärkeamplituden durchgeführt:

$$H_0 = \{1, 5, 10, 20, 30\} \text{ kA m}^{-1}.$$

Diese Auswahl wurde getroffen, um charakteristische Bereiche der ferromagnetischen Hysterese systematisch abzudecken: Im Bereich niedriger Amplituden ( $\leq 1 \text{ kA m}^{-1}$ ) dominiert das Verhalten im Rayleigh-Regime, das durch lineare und reversible Domänenwandbewegungen geprägt ist. Zwischen 5 und 10  $\text{kA m}^{-1}$  befinden sich die Kurven im Übergangsbereich, in dem sowohl reversible als auch irreversible Effekte wirksam sind. Für höhere Amplituden ab 20  $\text{kA m}^{-1}$  wird sukzessive die magnetische Sättigung erreicht. Diese Staffelung ermöglicht somit eine differenzierte Untersuchung der Frage, ob die Transformierbarkeit von JA-Parametersätzen feldstärkeabhängig ist.

### 7.3.2 Ergebnisse der Modellharmonisierung

In Abb. 7.5a ist der  $B(H)$ -Verlauf für das Referenzmodell (gestrichelte Linie) und das Modell Bergqvist96 (durchgezogene Linie) für die magnetischen Feldstärkeamplituden und den hartmagnetischen JA-Parametersatz nach Tab. 7.1 gezeigt. Für alle gewählten Feldstärkeamplituden zeigt sich, dass die  $B(H)$ -Kurven deutlich voneinander abweichen. Zur besseren Übersicht sind die Verläufe auf den ersten Quadranten beschränkt, zudem wurde der Bereich um  $H_0 = 1 \text{ kA m}^{-1}$  vergrößert dargestellt. Abbildung 7.5b zeigt die  $B(H)$ -Verläufe des harmonisierten Bergqvist96-Modells im Vergleich zum Referenzmodell. Die nahezu vollständige Überlagerung beider Kurvenverläufe belegt, dass durch die Harmonisierung trotz strukturell unterschiedlicher Modellgleichungen ein identischer  $B(H)$ -Verlauf erzielt werden kann. Dies unterstreicht die grundsätzliche



**Abbildung 7.5:** Gegenüberstellung der  $B(H)$ -Verläufe des Referenzmodells (gestrichelte Linie) und des Modells Bergqvist96 (durchgezogene Linie) bei variierender magnetischer Feldstärkeamplitude. (a)  $B(H)$ -Verläufe beider Modelle für den gleichen hartmagnetischen Parametersatz. (b)  $B(H)$ -Verläufe beider Modelle, nachdem das Bergqvist96-Modell harmonisiert wurde.

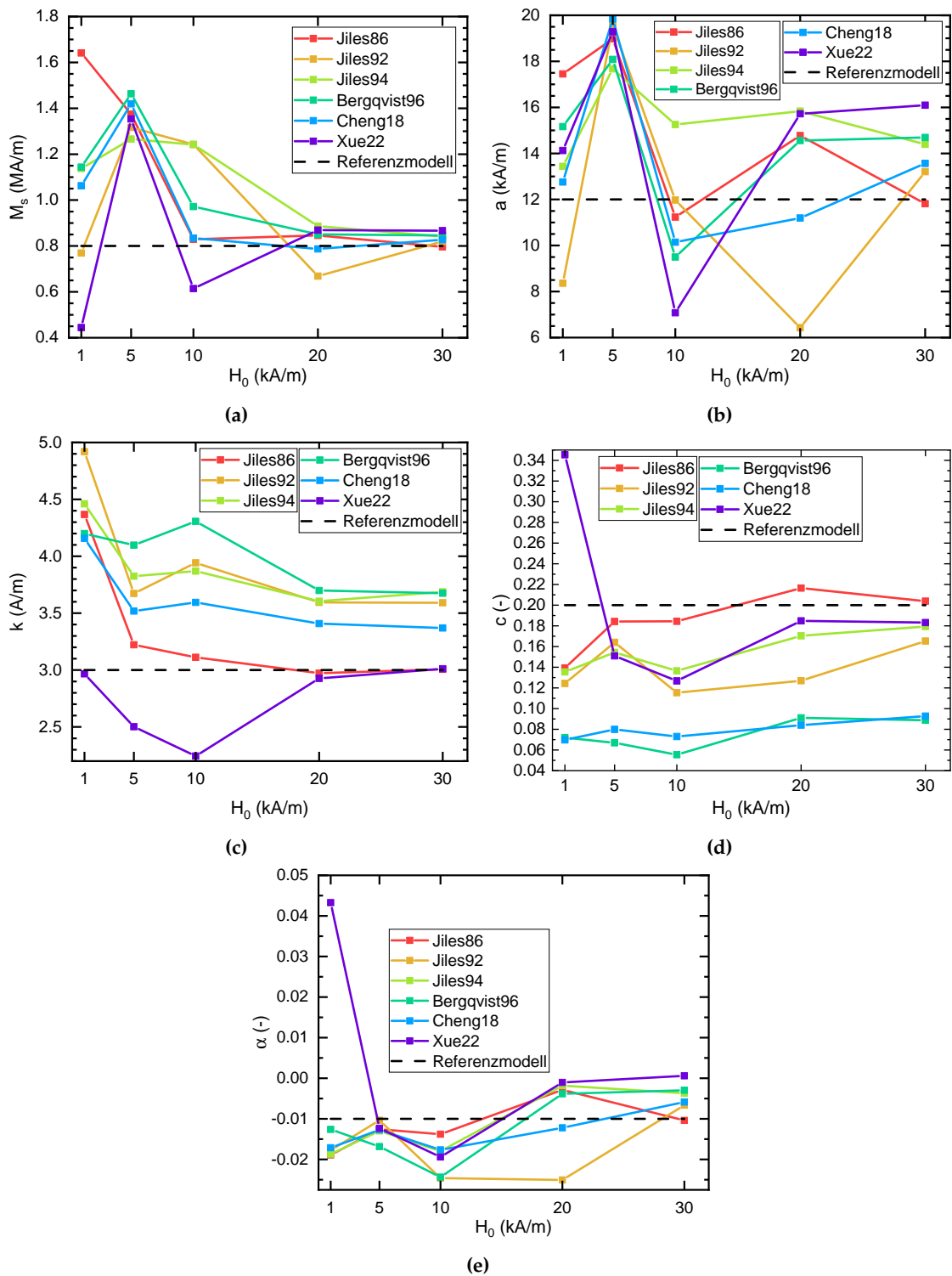
Eignung des gewählten Verfahrens zur modellübergreifenden Vereinheitlichung der Hysteresebeschreibung.

Die Qualität der Harmonisierung wird durch die in Tab. 7.3 aufgelisteten Fehlermaße  $\varepsilon$  quantifiziert. Während bei Verwendung des identischen Parametersatzes die Fehler teils im ein- bis zweistelligen Bereich lagen (siehe Abb. 7.4 und Abb. A.1), konnten sie durch die Modellanpassung auf Werte  $\leq 23 \times 10^{-4}$  reduziert werden. Dies entspricht einer Reduktion um etwa vier Größenordnungen.

**Tabelle 7.3:** Erreichte Fehlermaße RMSE nach Harmonisierung für verschiedene JA-Modellvarianten und magnetische Feldstärkeamplituden  $H_0$ . Alle Werte sind mit  $1 \times 10^{-4}$  zu multiplizieren.

$H_0$ (kA m <sup>-1</sup> )	Jiles86	Jiles92	Jiles94	Bergqvist96	Cheng18	Xue22
1	2.24	3.78	4.03	2.44	2.75	21.30
5	6.70	2.02	7.33	6.01	2.37	3.90
10	6.13	23.00	21.80	15.90	7.99	14.30
20	6.77	12.40	12.60	3.19	0.97	2.57
30	1.37	1.86	1.68	1.67	1.71	2.44

Die Abb. 7.6a - 7.6e zeigen die aus der Harmonisierung resultierenden JA-Parameter für die einzelnen Modelle in Abhängigkeit der jeweiligen Feldstärkeamplitude  $H_0$ . Zur besseren Einordnung ist jeweils der ursprüngliche, über alle Amplituden konstante JA-Parameter des Referenzmodells als gestrichelte Linie in schwarz dargestellt.



**Abbildung 7.6:** Optimierte JA-Parameter (a)-(e) aller betrachteten Modellvarianten in Abhängigkeit von der Feldstärkeamplitude  $H_0$ , bestimmt im Rahmen der Harmonisierung gegenüber dem Referenzmodell. Die schwarzen gestrichelten Linien kennzeichnen die konstanten Parameterwerte des Referenzmodells.

Die im Rahmen der Harmonisierung optimierten Parametersätze zeigen eine systematische Abhängigkeit von der magnetischen Feldstärkeamplitude  $H_0$ . Diese Abhängigkeit ist im physikalischen Modell nicht begründet, da die JA-Parameter als materialspezifische Konstanten interpretiert werden. Ihre Variation ist vielmehr auf Unterschiede in der mathematischen Struktur und numerischen Implementierung der Modellvarianten zurückzuführen. Die im Rahmen der Harmonisierung ermittelten Parameter sind daher als effektive Modellparameter zu verstehen, die der Anpassung des Modellverhaltens dienen. Aufgrund dessen geht ihre physikalische Bedeutung verloren.

Die Entkopplung von ihrer physikalischen Bedeutung lässt sich exemplarisch an der ursprünglichen Herleitung von Jiles et al. [107, 116] verdeutlichen. Dort ergeben sich für die Parameter  $a$ ,  $k$  und  $c$  folgende mikromagnetisch motivierte Beziehungen:

$$a = \frac{k_B T}{m}, \quad (7.78)$$

$$k = \frac{n \bar{\epsilon}_\pi}{2m}, \quad (7.79)$$

$$c = \frac{m \pi y^4 C}{4E}. \quad (7.80)$$

Hierbei bezeichnet  $k_B$  die Boltzmann-Konstante,  $T$  die Temperatur,  $m$  das mittlere magnetische Moment je Volumeneinheit,  $n$  die mittlere Dichte an Pinning-Zentren,  $\bar{\epsilon}_\pi$  die mittlere Energie zur Überwindung dieser Zentren,  $y$  den halben Abstand zwischen ihnen,  $C$  eine Rückstellkonstante für die Domänenwandbewegung, und  $E$  die spezifische Oberflächenenergie der Domänenwände. Die Parameter  $M_S$  und  $\alpha$  besitzen hingegen keine weiteren Beziehungen und sind bereits mikromagnetische Kennwerte.

Durch die Harmonisierung wird nun offensichtlich, dass die physikalische Interpretierbarkeit der Parameter verloren geht: Wenn unterschiedliche JA-Modelle zur Beschreibung desselben  $B(H)$ -Verlaufs jeweils unterschiedliche Parametersätze benötigen (vgl. Abb. 7.6), dann trifft jedes Modell eine andere Aussage über mikromagnetische Eigenschaften wie  $m$ ,  $n$  oder  $\bar{\epsilon}_\pi$ . Damit wird unklar, welches Modell eine physikalisch konsistente Beschreibung dieser Größen liefert.

Zudem wurde bislang weder experimentell noch numerisch systematisch untersucht, ob die Parameterbeziehungen gemäß Gl. 7.78 bis 7.80 tatsächlich mit den mikromagnetischen Eigenschaften realer Materialien korrelieren und sich zum Beispiel durch die Bestimmung des JA-Parameters  $a$  das mittlere magnetische Moment je Volumeneinheit bestimmen lässt. Dies stellt eine offene Forschungslücke dar.

Nichtsdestotrotz belegt die vorgestellte Methodik, dass eine modellübergreifende Übertragung von Parametersätzen prinzipiell möglich ist. Durch Harmonisierung lassen sich konsistente  $B(H)$ -Verläufe für unterschiedliche Modellvarianten erzeugen. Der Ansatz ist dabei nicht auf eine konkrete Modellkombination beschränkt, sondern grundsätzlich auf beliebige JA-Hysteresemodelle übertragbar.

Zur Untersuchung der Stabilität und Eindeutigkeit der Harmonisierung wurde für eine

**Tabelle 7.4:** Mittelwert und Standardabweichung der zehn Optimierungsläufe für das Modell Bergqvist96 bei  $20 \text{ kA m}^{-1}$ .

JA-Parameter	Mittelwert
$M_s \text{ (kA m}^{-1}\text{)}$	0.794(50)
$a \text{ (kA m}^{-1}\text{)}$	11.363(2953)
$k \text{ (kA m}^{-1}\text{)}$	3.811(133)
$c$	0.078(9)
$\alpha$	-0.012(8)

Feldstärkeamplitude von  $20 \text{ kA m}^{-1}$  das Modell Bergqvist96 insgesamt zehnmal unabhängig an das Referenzmodell angepasst. Ziel war die Analyse, ob der stochastische DE-Algorithmus unter identischen Randbedingungen konsistent denselben Parametersatz ermittelt oder ob Mehrdeutigkeiten im Lösungsraum auftreten.

Die in Tab. 7.4 dargestellten Mittelwerte und Standardabweichungen der zehn Optimierungsläufe zeigen eine insgesamt gute Reproduzierbarkeit für vier der fünf Modellparameter. Insbesondere der Parameter  $k$  weist mit einer Standardabweichung von nur  $\pm 0.133 \text{ kA m}^{-1}$  eine hohe Stabilität auf. Die größte Streuung tritt hingegen beim Kopplungsparameter  $\alpha$  auf, dessen Standardabweichung bei  $\pm 0.008$  liegt.

Die beobachtete Streuung des Kopplungsparameters  $\alpha$  lässt sich durch seine Abhängigkeit von weiteren Modellparametern erklären. Aus der Definition der anhysteresischen Magnetisierung:

$$M_{\text{an}} = M_s \left[ \coth \left( \frac{H + \alpha M}{a} \right) - \frac{a}{H + \alpha M} \right], \quad (7.81)$$

geht hervor, dass  $\alpha$  und  $a$  gemeinsam den effektiven Feldterm:

$$H_{\text{eff}} = \frac{H + \alpha M}{a}, \quad (7.82)$$

bestimmen. Eine Zunahme von  $\alpha$ , gleichzusetzen mit einer stärkeren Wechselwirkung der magnetischen Momente untereinander [116], führt zu einer schnelleren Annäherung der Magnetisierung an den anhysteresischen Gleichgewichtszustand. Dieser Effekt kann durch eine proportionale Erhöhung von  $a$  teilweise kompensiert werden, da ein größerer  $a$ -Wert eine geringere magnetische Empfindlichkeit gegenüber Änderungen des effektiven Feldes bewirkt. Beide Parameter beeinflussen somit die Steilheit und Krümmung der anhysteresischen Magnetisierung in entgegengesetzter Weise, was eine starke funktionale Kopplung zwischen  $\alpha$  und  $a$  zur Folge hat.

Die Ergebnisse belegen, dass eine Harmonisierung von Parametersätzen zwischen verschiedenen Modellvarianten grundsätzlich möglich ist. Gleichzeitig zeigt sich jedoch, dass einzelne Parameter, insbesondere  $\alpha$ , aufgrund struktureller Kopplungseffekte nur eingeschränkt eindeutig bestimmbar sind. In der Folge können mehrere Parametersatzkombinationen zu nahezu identischen  $B(H)$ -Verläufen führen.

Für die Harmonisierung bedeutet dies, dass ohne zusätzliche Regularisierungsstrategien oder a-priori-Wissen keine eindeutige Identifikation aller Modellparameter gewährleistet ist. Die Harmonisierung ist daher primär als numerisches Hilfsmittel zur Modellvergleichbarkeit zu interpretieren, nicht jedoch als Werkzeug zur Übertragung eindeutig physikalisch interpretierbarer Parametersätze.

## 7.4 Zusammenfassung und Ausblick

Die Analyse des physikalisch-mathematischen Ursprungs verschiedener JA-Modelle zeigt, dass keine einheitliche Modellformulierung existiert, sondern eine Vielzahl an Varianten vorliegt, die sich sowohl in der Herleitung als auch in der Modellstruktur und physikalischen Interpretation deutlich unterscheiden. Die systematische Gegenüberstellung dieser Varianten offenbart, dass zentrale Modellbestandteile, insbesondere die Definition des reversiblen und irreversiblen Anteils sowie die Beschreibung der Anhysterese, sich teils grundlegend unterscheiden. Dabei beeinflussen sowohl mathematische Unsauberkeiten als auch konzeptionell abweichende energetische Annahmen die resultierenden Modellgleichungen.

Ein besonderer Fokus lag auf der physikalischen Herleitung der irreversiblen und reversiblen Magnetisierungsanteile. Die Formulierung des irreversiblen Anteils basiert in zahlreichen Modellvarianten auf nicht konsistent begründeten Substitutionen, die von der ursprünglichen energetischen Argumentation abweichen. Auch die Definition des reversiblen Anteils zeigt grundlegende Unterschiede: Während das ursprüngliche Modell [116] diesen Anteil als elastische Rückstellkomponente relativ zum momentanen Magnetisierungszustand interpretiert [107, 319], interpretieren spätere Modelle diesen Anteil als elastische Rückstellkomponente relativ zum momentanen irreversiblen Magnetisierungszustand. Letztere begünstigt die numerische Stabilität, steht jedoch nicht in jedem Fall im Einklang mit einer physikalisch eindeutigen Deutung.

Auf Grundlage dieser physikalischen Bewertung wurde ein konsistentes Referenzmodell formuliert, dessen Gleichungen ohne vereinfachende Näherungen auskommen und vollständig aus einer geschlossenen Energiebilanz abgeleitet wurden. Dieses Modell bildet die Grundlage für alle weiteren quantitativen Analysen dieser Arbeit.

Alle betrachteten JA-Modellgleichungen wurden in eine einheitliche mathematische Darstellungsform überführt, in der die Größen  $M$ ,  $M_{\text{an}}$  und deren Ableitungen im Mittelpunkt stehen. Dies bildet die Grundlage für eine direkte numerische Vergleichbarkeit und die anschließende Bewertung der Modellabweichungen.

Die Ergebnisse dieses Abschnitts liefern damit die theoretische Basis für die Bewertung numerischer Stabilitätseigenschaften und die Harmonisierung unterschiedlicher JA-Modelle. Sie sind zugleich essenziell für inverse Modellierungsverfahren, bei denen konsistente, eindeutig interpretierbare und übertragbare Parametersätze benötigt werden.

Die anschließende Analyse bewertete zwei zentrale Aspekte: (1) die numerische Stabilität der Modelle unter zyklischer Erregung und (2) die Modellvorhersagen bei identischen

Parametersätzen. Anhand eines weich- und eines hartmagnetischen Beispiels wurde die Konvergenz mit wachsender magnetischer Feldstärkeamplitude  $H_0$  systematisch untersucht.

Die Ergebnisse zeigen deutliche Unterschiede in der Stabilität: Während im weichmagnetischen Fall nahezu alle Modelle ab etwa  $94 \text{ A m}^{-1}$  innerhalb eines Zyklus konvergieren, erreicht das Modell Xue22 die Konvergenz bereits bei geringerer Anregung. Im hartmagnetischen Fall zeigt sich insbesondere unterhalb von  $21 \text{ kA m}^{-1}$  eine erhebliche Modellstreuung hinsichtlich der notwendigen Zyklusanzahl bis zur Stabilisierung. Das Modell Annakkage00 erwies sich als instabil und wurde daher ausgeschlossen.

Der anschließende Modellvergleich auf Basis stabilisierter  $B(H)$ -Verläufe offenbarte, dass im weichmagnetischen Fall eine weitgehende Übereinstimmung besteht, mit Ausnahme des Modells Xue22. Im hartmagnetischen Fall zeigen alle Modelle deutliche Abweichungen zueinander. Die geringste Abweichung trat zwischen dem Modell Jiles86 und dem Referenzmodell auf.

Diese Beobachtungen verdeutlichen, dass selbst bei identischen Parametersätzen die Modellvorhersagen stark variieren können. Eine direkte Übertragung von Parametersätzen zwischen Modellvarianten ist daher nicht ohne Weiteres zulässig. Es besteht die Notwendigkeit, modellabhängige Unterschiede durch gezielte Harmonisierung zu kompensieren.

Im abschließenden Schritt wurde untersucht, ob durch gezielte Parametersubstitution identische  $B(H)$ -Verläufe modellübergreifend erzeugt werden können. Mithilfe von DE wurde für jede Modellvariante ein Parametersatz bestimmt, der das Referenzmodell im hartmagnetischen Fall möglichst exakt approximiert. Die Ergebnisse zeigen, dass eine nahezu vollständige Überlagerung der  $B(H)$ -Kurven unabhängig von der Feldstärkeamplitude erreicht werden konnte. Die Fehlermaße RMSE wurden um bis zu vier Größenordnungen reduziert, was die prinzipielle Eignung der Harmonisierungsmethode belegt.

Gleichzeitig zeigte sich, dass die resultierenden Parametersätze eine systematische Abhängigkeit von der Erregungsamplitude  $H_0$  aufweisen. Da JA-Parameter als materialkonstant interpretiert werden sollten, deutet dieses Verhalten auf eine modellstrukturelle Inkonsistenz hin. Die Parameter sind somit nicht als inhärente Materialkonstanten zu verstehen, sondern als effektive Modellparameter.

Besonders ausgeprägt war die Mehrdeutigkeit beim Kopplungsparameter  $\alpha$ . Wiederholte Optimierungsläufe führten zu stark streuenden  $\alpha$ -Werten. Diese Streuung lässt sich durch strukturelle Kompensationsmechanismen erklären: Die Anhysteresekurve wird sowohl durch  $\alpha$  als auch durch den Anisotropieparameter  $a$  beeinflusst. Eine Erhöhung von  $\alpha$  kann durch gleichzeitige Reduktion von  $a$  nahezu vollständig kompensiert werden, sodass sich der Verlauf von  $M_{\text{an}}(H)$  kaum ändert. Hinzu kommt eine zusätzliche Korrelation mit dem Parameter  $c$ , der das Verhältnis zwischen reversibler und irreversibler Magnetisierung bestimmt. Auch hierdurch kann das Modell numerisch kompensieren, ohne dass sich der  $B(H)$ -Verlauf signifikant verändert.

Diese Ergebnisse belegen, dass die vorgestellte Harmonisierungsmethode ein leistungsfähiges Werkzeug zur Modellsynchronisation darstellt, jedoch keine eindeutige physikalische Parametrisierung im strengen Sinn erlaubt. Für inverse Verfahren ergibt sich daraus die Notwendigkeit zusätzlicher Regularisierungen oder die Einbindung a-priori-Wissens, um eine belastbare Parameteridentifikation zu ermöglichen.

Zukünftige Arbeiten sollten sich daher auf die Entwicklung modellübergreifend robuster Regularisierungsstrategien konzentrieren. Weiterhin ist zu untersuchen, ob sich durch explizite Ausnutzung der beobachteten Modellsensitivitäten gegenüber  $a$ ,  $c$  und  $\alpha$  transformierbare Parameterrelationen formulieren lassen, die eine konsistente Übertragung zwischen Modellvarianten auf physikalisch plausibler Basis erlauben.



## Kapitel 8

# Gesamtzusammenfassung, Gesamtfazit und -ausblick

### 8.1 Gesamtzusammenfassung

Ziel dieser Arbeit war die Entwicklung und Validierung alternativer Methoden zur Bestimmung ferromagnetischer Hysteresekurven, die ohne den Einsatz standardisierter Messverfahren auskommen. Etablierte Verfahren wie der Epsteinrahmen oder der Toroidtester erfordern eigens gefertigte Probenkörper und sind aufgrund ihres experimentellen Aufwands sowohl zeit- als auch kostenintensiv, siehe Kapitel 3. Darüber hinaus sind die etablierten Verfahren nicht auf fertige Bauteile wie Schienen, Karosserieteile oder Reaktordruckbehälter übertragbar. Gerade dort besteht ein hohes Interesse, aus der Hysterese Rückschlüsse auf mechanische Eigenschaften und deren mechanischen Zustand zu ziehen [39].

Vor diesem Hintergrund wurde ein integratives Mess- und Auswertungskonzept entwickelt, das auf einem weichmagnetischen Sensorjoch basiert und durch numerische Simulationen sowie datengetriebene Optimierungsverfahren ergänzt wird, siehe Kapitel 5, 6 und 7. Ziel der Neuentwicklung war es, sowohl die Hysteresekurve des Sensorjochs als auch die des Probenwerkstoffs aus messtechnisch einfachen Messsignalen rekonstruieren zu können.

#### Experimenteller Aufbau und Messkonzept

Der experimentelle Aufbau basiert auf einem lamellierten Joch aus weichmagnetischem Werkstoff, das auf ferromagnetische Werkstoffe aufgesetzt wird. Eine um das Joch gewickelte Magnetisierungsspule erzeugt ein magnetisches Feld, das über das Joch in die Probe eingekoppelt wird, sodass ein geschlossener magnetischer Kreis entsteht. Die resultierende Hysteresekurve ist dabei das Ergebnis der überlagerten Hysteresekurve aus dem Joch- und Probenwerkstoff, der zugleich den Jochschluss bildet.

Zur Erfassung der magnetischen Flussdichte  $B$  wurde eine passive PUC-Spule am Joch angebracht, während der Magnetisierungsstrom  $I_{\text{mag}}(t)$  direkt an der Erregerspule gemessen wurde. Es konnte gezeigt werden, dass sich die resultierende  $B(I_{\text{mag}})$ -Kurve qualitativ wie eine  $B(H)$ -Kurve verhält.

## Rekonstruktion der Hysterese im Rayleigh-Regime

Im nächsten Schritt wurde der Jochansatz auf die Werkstoffe 20Ni5-5 und Cr3-7 angewandt, die typischerweise in sicherheitskritischen Komponenten der Nukleartechnik zum Einsatz kommen. Es wurden vier definierte Zustände plastischer Deformation untersucht, um den Zusammenhang zwischen mechanischer Belastung und die Auswirkungen auf die Hysteresekurve zu analysieren. Die Proben stammten aus dem Projekt StressLess Phase II [272].

Die Messungen erfolgten im Rayleigh-Regime, also bei geringen magnetischen Feldstärken. Parallel wurde ein analytischer Ansatz entwickelt, der eine Rekonstruktion der Hysteresekurve allein aus den elektrischen Messgrößen  $I_{\text{mag}}(t)$  und dem eingepprägten Spannungssignal  $U_0(t)$  erlaubt. Hierzu wurde das Rayleigh-Gesetz angepasst und auf die Messkonfiguration übertragen. Die errechneten Hysteresekurven stimmten sehr gut mit den Referenzmessungen der PUC überein. Darüber hinaus zeigte sich eine systematische Veränderung der Hysteresekurve mit zunehmenden plastischen Deformationszustand der Proben, ein Ergebnis, das die physikalische Plausibilität der Methode stützt.

## Inverse Bestimmung der JA-Parameter

Zur Entfaltung des gemessenen  $B(I_{\text{mag}}(t))$ -Signals wurde eine Methodik zur inversen Bestimmung der JA-Parameter entwickelt. Hierzu wurde in COMSOL Multiphysics® ein FEM-Modell des experimentellen Aufbaus aufgebaut, in dem die ferromagnetischen Eigenschaften über fünf JA-Parameter beschrieben wurden. Durch ein DOE wurden diese Parameter systematisch variiert, um ein Surrogatmodell zu erzeugen, das die Größen  $I_{\text{mag}}(t)$  und  $U_{\text{PUC}}(t)$  effizient vorhersagen kann.

Dieses Modell wurde mit einem in MATLAB® implementierten DE-Algorithmus gekoppelt, um eine Optimierung der JA-Parameter durch Vergleich von experimentellen und simulierten Daten durchzuführen. Die Methode wurde zunächst zur Charakterisierung des Sensorjochs eingesetzt, wobei sich eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation zeigte. Die Analyse offenbarte jedoch, dass die Güte der Rekonstruktion durch den im DOE definierten Parameterraum begrenzt ist: Einzelne Parameter des optimierten JA-Parametersatzes lagen an den Rändern dieses Raums, was auf eine notwendige Erweiterung des Parameterraums hinweist.

## Theoretische Analyse und Harmonisierung ausgewählter JA-Modelle

Da in der Literatur verschiedene Varianten des JA-Modells existieren, wurde eine systematische Analyse (mathematisch-physikalischer Ursprung) und Harmonisierung dieser Modelle durchgeführt. Insgesamt wurden sieben Modellvarianten betrachtet: Jiles86, Jiles92, Jiles94, Bergqvist96, Annakkage00, Cheng18 und Xue22. Auf Basis einer geschlossenen Energiebilanz wurde ein Referenzmodell abgeleitet, das vollständig physikalisch motiviert ist und keine vereinfachenden Substitutionen enthält.

Anhand zweier Parametersätze, jeweils für weich- und hartmagnetische Werkstoffe, wurde die numerische Stabilität der Modelle untersucht. Dabei zeigte sich, dass das

Modell Annakkage00 unter keiner getesteten Konfiguration zu geschlossenen Hysteresekurven konvergiert und daher als instabil eingestuft werden muss. Für die übrigen Modelle konnte gezeigt werden, dass sich die Konvergenzgeschwindigkeit stark mit der Höhe der Aussteuerungsamplitude verändert: Höhere Feldstärken führen zu schnellerer Stabilisierung.

Im Vergleich der Modellvorhersagen zueinander zeigte sich für den weichmagnetischen JA-Parametersatz eine weitgehende Übereinstimmung zwischen den Varianten. Für den hartmagnetischen JA-Parametersatz hingegen variierten die Modellantworten signifikant. Aufbauend auf dieser Erkenntnis wurde im vorletzten Schritt untersucht, wie die Parameter des Bergqvist96-Modells angepasst werden müssen, um im hartmagnetischen Fall das Verhalten des Referenzmodells nachzubilden. Die Harmonisierung gelang zwar, war jedoch feldstärkenabhängig.

Abschließend wurde durch Mehrfachinitialisierung des Optimierungsalgorithmus getestet, ob die Harmonisierung eindeutig ist. Die Analyse offenbarte eine hohe Streuung einzelner JA-Parameter, insbesondere des Kopplungsparameters  $\alpha$ , was auf strukturelle Korrelationen zwischen den Modellparametern zurückgeführt werden konnte.

## 8.2 Gesamtausblick

Ein zentrales Anliegen dieser Arbeit war die Entwicklung eines alternativen Mess- und Analysekonzepts zur Rekonstruktion der ferromagnetischen Hysterese, das auf genormte Probenkörper verzichtet und sich direkt auf reale Bauteilgeometrien anwenden lässt. Vor diesem Hintergrund eröffnet die hier vorgestellte Methodik neue Perspektiven für die ZfP: Erstmals wird es möglich, die magnetischen Eigenschaften eines Bauteils lokal, werkstoffselektiv und geometrieunabhängig zu bestimmen. Dies ist insbesondere für die Lebensdauerüberwachung sicherheitsrelevanter Strukturen von Bedeutung, bei denen eine konventionelle Probennahme nicht infrage kommt. Die experimentell gestützte, simulationsbasierte Rekonstruktion der  $B(H)$ -Kurve liefert damit einen neuen Zugang zur indirekten Bewertung mechanischer Werkstoffkennwerte.

Die Ergebnisse der Arbeit bilden eine belastbare Grundlage für verschiedene methodische und experimentelle Weiterentwicklungen:

### Methodische Weiterentwicklung

Ein wesentlicher Aspekt künftiger Arbeiten liegt in der Weiterentwicklung des Surrogatmodells. Durch eine gezielte Vergrößerung des Parameterraums im Rahmen des DOE kann die Aussagekraft und Generalisierungsfähigkeit des Modells deutlich gesteigert werden. Dies erlaubt nicht nur eine robustere inverse Parametrierung, sondern auch die Anwendung auf komplexere Joch-Proben-Konfigurationen.

Nachdem die Hysteresekurve des Jochwerkstoffs einmalig bestimmt wurde, kann das Modell künftig auf beliebige geometrische Jochschlüsse mit variierenden magnetischen Eigenschaften übertragen werden. Die daraus resultierende überlagerte Hysteresekurve kann dann durch inverse Modellierung erneut entfaltet werden.

Darüber hinaus eröffnet sich großes Potenzial in der Erweiterung des verwendeten JA-Modells. Durch die Integration frequenzabhängiger Verlustmechanismen könnten höherfrequente Anwendungen erschlossen werden. Ebenso wäre die Erweiterung um magnetomechanische Kopplungseffekte wünschenswert, um etwa Eigenspannungen und plastische Deformation direkt zu berücksichtigen und diese als absolute Werte aus Messungen zu bestimmen. Ferner sollte die Berücksichtigung von Temperatureffekten sowie anisotropen Werkstoffeigenschaften in zukünftige Modellierungen einbezogen werden, um realitätsnähere Werkstoffbeschreibungen zu ermöglichen. Grundlegende erste Schritte wurden bereits durch Ikhlef et al. [219] und Sablik et al. [222] gelegt.

### Experimentelle Weiterentwicklung

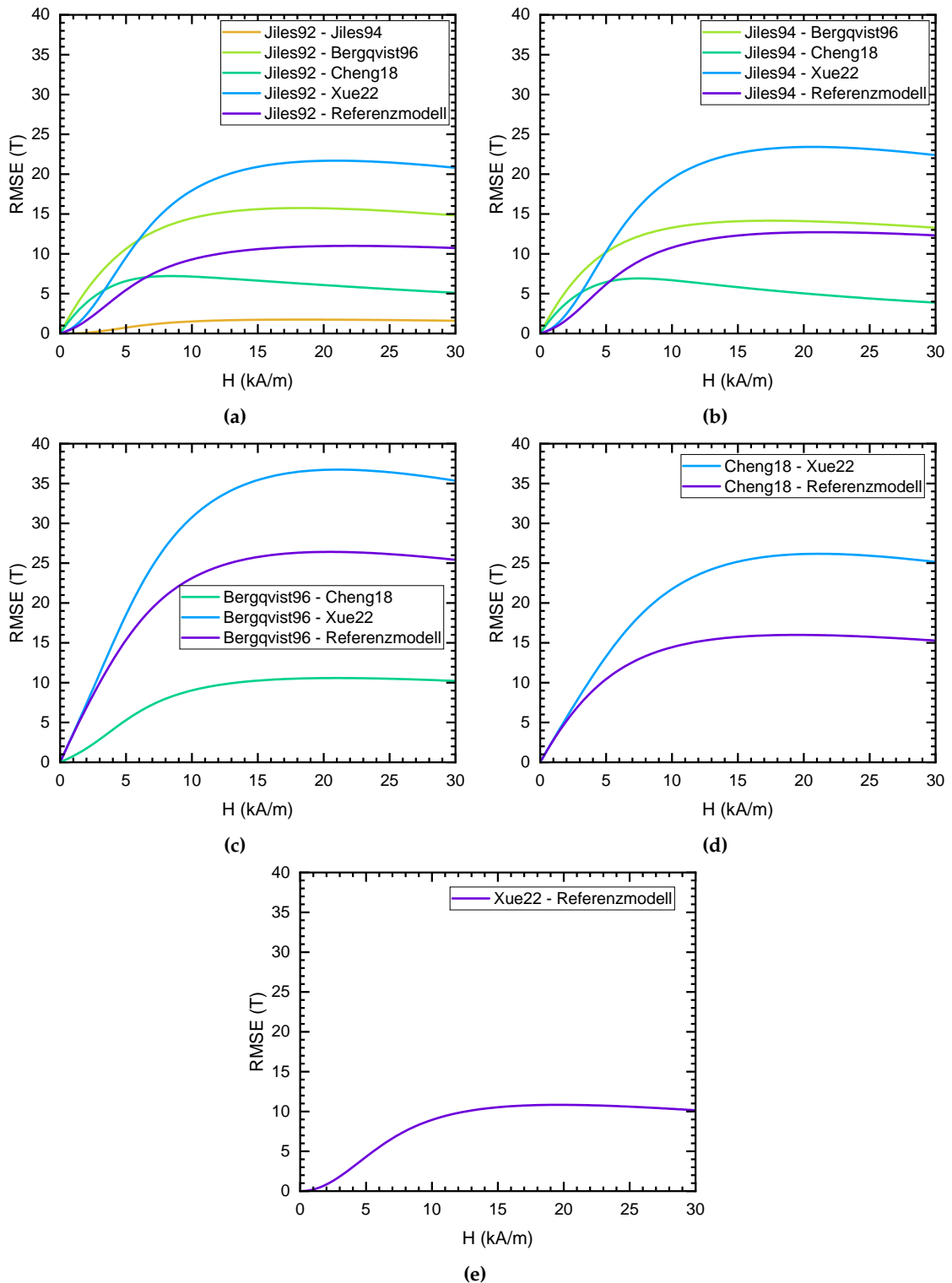
Auf experimenteller Ebene besteht weiteres Potenzial in der gezielten Untersuchung von Werkstoffen mit unterschiedlichen Mikrostrukturen. Hierdurch ließe sich die Sensitivität der entwickelten Methode im Hinblick auf mikrostrukturelle Veränderungen weiter erfassen und bewerten.

Ein weiterer Entwicklungsschritt betrifft die Überführung des Mess- und Auswertungskonzepts in bestehende elektromagnetische Sensorsysteme des Fraunhofer IZFP. Insbesondere eine Integration in das 3MA-Verfahren sowie in auf Elektromagneten basierende ZfP-Systeme wie etwa das EMUS-System erscheint vielversprechend. Hierdurch könnten multimodale Sensorsysteme entstehen, die sowohl mikromagnetische, ultraschallbasierte als auch hysteresebasierte Informationen simultan erfassen und kombinieren. Dies würde die Aussagekraft und Robustheit der Zustandsdiagnose erheblich erhöhen. Darüber hinaus wurde bereits durch Moorthy [148, 200] gezeigt, dass alleinig die Messsignale der Magnetisierungsspule (Spannungsabfall an der Magnetisierungsspule und Magnetisierungsstrom) ausreichen, um hieraus eine  $B(H)$ -Kurve zu bestimmen, wodurch die PUC entfallen würde und die Messungen vereinfachen würde.

Die hier vorgestellten Ansätze besitzen das Potenzial, klassische Hysteresemessungen in Laborumgebungen durch robuste, in-situ-fähige Verfahren zu ergänzen und so nicht nur die Lücke zwischen Werkstoffwissenschaft und industrieller Anwendung zu schließen, sondern zugleich das physikalische Grundlagenverständnis ferromagnetischer Hysteresis unter realen Einsatzbedingungen entscheidend zu vertiefen.

## Anhang A

# Modellabweichungen in der $B(H)$ -Vorhersage



**Abbildung A.1:** Abweichung der  $B(H)$ -Vorhersagen zwischen den JA-Modellen in Abhängigkeit der magnetischen Feldstärkeamplitude  $H_0$  für den hartmagnetischen Fall. (a) RMSE zwischen Modellkombinationen und Jiles92. (b) RMSE zwischen Modellkombinationen und Jiles94. (c) RMSE zwischen Modellkombinationen und Bergqvist96. (d) RMSE zwischen Modellkombinationen und Cheng18. (e) RMSE zwischen Modellkombinationen und Xue22.

## Anhang B

# Publikationsverzeichnis

### Peer-reviewed Publikationen

Thieltges, S., Youssef, S. & Hartmann, U. Reconstruction of the Ferromagnetic Hysteresis in the Rayleigh Regime by Means of Impedance Analysis of the Excitation Coil. *J Nondestruct Eval* 43, 37 (2024). <https://doi.org/10.1007/s10921-024-01055-y>

### Konferenzbeiträge

Thieltges, S. & Hartmann, U. Using experimental data and differential evolution to model and understand magnetic hysteresis, Proc. COMSOL Conference 2024 Boston. <https://doi.org/10.24406/publica-4028>

Thieltges, S. & Hartmann, U. Inverse Bestimmung von Jiles-Atherton-Parameter durch Surrogatmodellierung und Optimierung, COMSOL-Usermeeting der Fraunhofer-Gesellschaft 2025.

### Veröffentlichungen in Bearbeitung

- Zur Veröffentlichung der Ergebnisse aus Abschnitt 5.2 ist ein Beitrag für das Journal *NDT & E International* in Vorbereitung.
- Die in Kapitel 7 vorgestellten Methoden und Resultate werden derzeit zur Einreichung bei *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* aufbereitet.
- Die im Kapitel 6 entwickelte Methodik wird parallel zur Fertigstellung der Dissertation zur Patentanmeldung vorbereitet.

### Veröffentlichte Forschungsdaten

- Die zugrunde liegenden COMSOL Multiphysics® Modelle aus Abschnitt 5.2 stehen gemäß den FAIR-Prinzipien [285] über das Fraunhofer-Repository FORDATIS [286] öffentlich zur Verfügung und können unter [287] abgerufen werden.

- Die zugrunde liegenden Rohdaten aus Kapitel 6 stehen gemäß den FAIR-Prinzipien [285] über das Fraunhofer-Repositorium FORDATIS [286] öffentlich zur Verfügung und können unter [324] abgerufen werden.
- Die erstellten MATLAB® Skripte (implementierte JA-Modelle entsprechend Tab. 3.3) aus Abschnitt 7.2 stehen gemäß den FAIR-Prinzipien [285] über das Fraunhofer-Repositorium FORDATIS [286] öffentlich zur Verfügung und können unter [323] abgerufen werden.
- Die erstellten MATLAB® Skripte (implementierte JA-Modelle entsprechend Tab. 3.3 und der verwendete DE-Algorithmus [239]) aus Abschnitt 7.3 stehen gemäß den FAIR-Prinzipien [285] über das Fraunhofer-Repositorium FORDATIS [286] öffentlich zur Verfügung und können unter [318] abgerufen werden.

# Literatur

- [1] *The steel industry in modern society*. Worldsteel Association. URL: <https://worldsteel.org/media/press-releases/2020/the-steel-industry-in-modern-society/> (besucht am 16. 10. 2024).
- [2] *Steel industry key messages*. Worldsteel Association. URL: <https://worldsteel.org/about-steel/key-messages/> (besucht am 16. 10. 2024).
- [3] *Steel*. OECD. URL: <https://www.oecd.org/en/topics/steel.html> (besucht am 16. 10. 2024).
- [4] Karl-Erik Thelning. *Steel and Its Heat Treatment*. Elsevier Science, 2014. ISBN: 1483163423.
- [5] J. Asensio et al. „Ferritic steels“. In: *Materials Characterization* 47 (2) (2001). DOI: [10.1016/S1044-5803\(01\)00160-7](https://doi.org/10.1016/S1044-5803(01)00160-7).
- [6] Moonseok Kang et al. „Effect of Heat Treatment on Microstructure and Mechanical Properties of High-Strength Steel for in Hot Forging Products“. In: *Metals* 11 (2021). DOI: [10.3390/met11050768](https://doi.org/10.3390/met11050768).
- [7] Wanhui Huang et al. „Optimizing Heat Treatment to Improve the Microstructures and Mechanical Properties of 5CrNiMoV Steel“. In: *Metals* 13 (7) (2023). DOI: [10.3390/met13071263](https://doi.org/10.3390/met13071263).
- [8] Josefina M. Silveyra et al. „Soft magnetic materials for a sustainable and electrified world“. In: *Science* 362 (2018). DOI: [10.1126/science.aao0195](https://doi.org/10.1126/science.aao0195).
- [9] *Grüner Stahl: Der Wettlauf hat begonnen*. Roland Berger. URL: <https://www.rolandberger.com/de/Insights/Publications/Gr%C3%BCner-Stahl-Der-Wettlauf-hat-begonnen.html> (besucht am 16. 10. 2024).
- [10] *The green transformation of the steel industry*. Thyssenkrupp. URL: <https://www.thyssenkrupp.com/en/stories/sustainability-and-climate-protection/the-green-transformation-of-the-steel-industry> (besucht am 16. 10. 2024).

- [11] Jinsoo Kim et al. „Decarbonizing the iron and steel industry: A systematic review of sociotechnical systems, technological innovations, and policy options“. In: *Energy Research & Social Science* 89 (2022). DOI: [10.1016/j.erss.2022.102565](https://doi.org/10.1016/j.erss.2022.102565).
- [12] Jingchao Sun et al. „A systematic review of decarbonization pathway and modeling conception in iron and steel industry at micro-, meso-, and macro-levels“. In: *Environmental science and pollution research international* 31 (2024). DOI: [10.1007/s11356-024-35136-2](https://doi.org/10.1007/s11356-024-35136-2).
- [13] *EU taxonomy for sustainable activities*. European Commission. URL: [https://finance.ec.europa.eu/sustainable-finance/tools-and-standards/eu-taxonomy-sustainable-activities\\_en](https://finance.ec.europa.eu/sustainable-finance/tools-and-standards/eu-taxonomy-sustainable-activities_en) (besucht am 28. 11. 2024).
- [14] *The European Green Deal*. European Council. URL: <https://www.consilium.europa.eu/de/policies/green-deal/> (besucht am 28. 11. 2024).
- [15] Jayme Walenta. „Climate risk assessments and science-based targets: A review of emerging private sector climate action tools“. In: *WIREs Climate Change* 11 (2020). DOI: [10.1002/wcc.628](https://doi.org/10.1002/wcc.628).
- [16] Umwelt Bundesamt. *Gesellschaftliche Kosten von Umweltbelastungen*. URL: <https://www.umweltbundesamt.de/daten/umwelt-wirtschaft/gesellschaftliche-kosten-von-umweltbelastungen#umweltkosten-des-verkehrs> (besucht am 24. 07. 2025).
- [17] C. Oberst. *Grüner Stahl als Zukunftsgarant?* URL: <https://www.zdfheute.de/wirtschaft/unternehmen/saarland-stahlindustrie-gruener-stahl-100.html> (besucht am 24. 07. 2025).
- [18] Yingtao Liu et al. „Structural Health Monitoring: State of the Art and Perspectives“. In: *JOM* 64 (7) (2012). DOI: [10.1007/s11837-012-0370-9](https://doi.org/10.1007/s11837-012-0370-9).
- [19] Vincenzo Cusati et al. „Impact of Structural Health Monitoring on Aircraft Operating Costs by Multidisciplinary Analysis“. In: *Sensors* 21 (20) (2021). DOI: [10.3390/s21206938](https://doi.org/10.3390/s21206938).
- [20] Farnaz Raeisi et al. „Reducing carbon dioxide emissions through structural health monitoring of bridges“. In: *Journal of Civil Structural Health Monitoring* 11 (2021). DOI: [10.1007/s13349-021-00474-z](https://doi.org/10.1007/s13349-021-00474-z).
- [21] dgzfp. *Was ist Zerstörungsfreie Prüfung?* URL: <https://www.dgzfp.de/ueber-uns/zerstoerungsfreie-pruefung/> (besucht am 22. 01. 2025).
- [22] TÜV Rheinland. *Zerstörungsfreie Prüfverfahren*. URL: <https://www.tuv.com/germany/de/conventional-ndt.html> (besucht am 22. 01. 2025).

- [23] ASNT. *What Is Nondestructive Testing? Discover the World of NDT*. URL: <https://www.asnt.org/> (besucht am 22. 01. 2025).
- [24] Shiwei Liu et al. „Review and analysis of three representative electromagnetic NDT methods“. In: *Insight - Non-Destructive Testing and Condition Monitoring* 59 (2017). DOI: [10.1784/insi.2017.59.4.176](https://doi.org/10.1784/insi.2017.59.4.176).
- [25] Z. D. Wang et al. „A review of three magnetic NDT technologies“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 324 (2012). DOI: [10.1016/j.jmmm.2011.08.048](https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2011.08.048).
- [26] Erhard Hornbogen et al. *Werkstoffe. Aufbau und Eigenschaften von Keramik-, Metall-, Polymer- und Verbundwerkstoffen*. Springer Vieweg, 2019. ISBN: 978-3-662-58846-8.
- [27] K. Szielasko. „Entwicklung messtechnischer Module zur mehrparametrischen elektromagnetischen Werkstoffcharakterisierung und -prüfung“. Dissertation. Saarbrücken: Universität des Saarlandes, 2009.
- [28] Armin Dadras Eslamlou et al. „A review on non-destructive evaluation of construction materials and structures using magnetic sensors“. In: *Construction and Building Materials* 397 (2023). DOI: [10.1016/j.conbuildmat.2023.132460](https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2023.132460).
- [29] Sahar Hassani et al. „A Systematic Review of Advanced Sensor Technologies for Non-Destructive Testing and Structural Health Monitoring“. In: *Sensors* 23 (4) (2023). DOI: [10.3390/s23042204](https://doi.org/10.3390/s23042204).
- [30] Giorgio Bertotti. *Hysteresis in magnetism*. Academic Press, 1998. ISBN: 978-0-12-093270-2.
- [31] Bernard Dennis Cullity. *Introduction to magnetic materials*. IEEE/Wiley, 2009. ISBN: 9780471477419.
- [32] *Microstructure Physics and Alloy Design*. URL: <https://www.mpie.de/microstructure-physics-and-alloy-design> (besucht am 24. 07. 2025).
- [33] William D. Callister et al. *Materials science and engineering*. Wiley, 2018. ISBN: 9781119405399.
- [34] *Handbook of Magnetic Measurements*. CRC Press, 2011. ISBN: 978-1-4398-2951-6.
- [35] Suvi Santa-aho et al. „Barkhausen Noise Probes and Modelling: A Review“. In: *Journal of Nondestructive Evaluation* 38 (4) (2019). DOI: [10.1007/s10921-019-0636-z](https://doi.org/10.1007/s10921-019-0636-z).
- [36] Javier García-Martín et al. „Non-destructive techniques based on eddy current testing“. In: *Sensors* 11 (3) (2011). DOI: [10.3390/s110302525](https://doi.org/10.3390/s110302525).

- [37] Eckart Kneller et al. *Ferromagnetismus*. Springer Verlag, 1962. DOI: [10.1007/978-3-642-86695-1](https://doi.org/10.1007/978-3-642-86695-1).
- [38] Sōshin Chikazumi. *Physics of ferromagnetism*. Oxford University Press, 2010. ISBN: 9780199564811.
- [39] Bernd Wolter et al. „Nondestructive Testing with 3MA—An Overview of Principles and Applications“. In: *Applied Sciences* 9 (6) (2019). DOI: [10.3390/app9061068](https://doi.org/10.3390/app9061068).
- [40] Sargon Youssef. „Einsatz maschineller Lernalgorithmen zur mikromagnetischen Materialcharakterisierung“. Dissertation. Saarbrücken: Universität des Saarlandes, 2021.
- [41] H. Pitsch. „Die Entwicklung und Erprobung der Oberwellenanalyse im Zeitsignal der magnetischen Tangentialfeldstärke als neues Modul des 3MA-Ansatzes (Mikromagnetische Multiparameter Mikrostruktur- und Spannungsanalyse)“. Dissertation. Saarbrücken, 1989.
- [42] I. Altpeter. „Texture Analysis with MA-Techniques“. In: *Springer Nature* (1991). DOI: [10.1007/978-1-4899-0670-0](https://doi.org/10.1007/978-1-4899-0670-0).
- [43] I. Altpeter et al. „Nondestructive determination of the hardening depth in inductive hardened steels“. In: *Nondestructive Characterization of Materials VI* (1994).
- [44] I. Altpeter et al. „Micro-magnetic evaluation of micro residual stresses of the II<sub>nd</sub> and III<sub>rd</sub> order“. In: *NDT & E International* 42 (4) (2009). DOI: [10.1016/j.ndteint.2008.11.007](https://doi.org/10.1016/j.ndteint.2008.11.007).
- [45] Iris Altpeter et al. „Nondestructive Characterization of Neutron Induced Embrittlement in Nuclear Pressure Vessel Steel Microstructure by Using Electromagnetic Testing“. In: *Electromagnetic Nondestructive Evaluation XIV, Proceedings of the International Workshop on Electromagnetic Nondestructive Evaluation, Szczecin, Poland* (2010). DOI: [10.3233/978-1-60750-750-5-322](https://doi.org/10.3233/978-1-60750-750-5-322).
- [46] I. Altpeter et al. „Nondestructive Characterization of Neutron Induced Embrittlement in Nuclear Pressure Vessel Steel Microstructures by Using Electromagnetic Testing“. In: *Studies in Applied Electromagnetics and Mechanics* 35 (2011). DOI: [10.3233/978-1-60750-750-5-322](https://doi.org/10.3233/978-1-60750-750-5-322).
- [47] Yasmine Gabi et al. „FEM Simulations of Incremental Permeability Signals of a Multi-Layer Steel With Consideration of the Hysteretic Behavior of Each Layer“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 50 (4) (2014). DOI: [10.1109/TMAG.2013.2285936](https://doi.org/10.1109/TMAG.2013.2285936).

- [48] Y. Gabi et al. „Local electromagnetic investigations on electrical steel FeSi 3% via 3MA micromagnetic NDT system“. In: *12th European Conference on Non-destructive Testing - Proceedings* (2018).
- [49] Yasmine Gabi et al. „3MA Non-destructive analysis on hardened material by finite element simulation and experiment“. In: *AIP Advances* 8 (4) (2018). DOI: [10.1063/1.4993669](https://doi.org/10.1063/1.4993669).
- [50] Yasmine Gabi et al. „Combination of electromagnetic measurements and FEM simulations for nondestructive determination of mechanical hardness“. In: *AIP Advances* 8 (4) (2018). DOI: [10.1063/1.4993669](https://doi.org/10.1063/1.4993669).
- [51] Y. Gabi et al. „Analysis of incremental and differential permeability in NDT via 3D-simulation and experiment“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 505 (2020). DOI: [10.1016/j.jmmm.2020.166695](https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2020.166695).
- [52] G. Dobmann et al. „Quantitative hardening-depth-measurement up to 4mm by means of micromagnetic microstructure multiparamter analysis (3MA)“. In: *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation* (7B) (1988).
- [53] G. Dobmann et al. „First attempts towards the early detection of fatigued sub-structures using cyclic -loaded 20 MnMoNi 5 5 steel“. In: *Nuclear Engineering and Design* 137 (1992).
- [54] G. Dobmann et al. „Progress in the micromagnetic multiparameter microstructure and stress analysis (3MA)“. In: *NDT & E International* 29 (5) (1996). DOI: [10.1016/S0963-8695\(97\)81539-3](https://doi.org/10.1016/S0963-8695(97)81539-3).
- [55] Gerd Dobmann et al. „Electromagnetic and micro-magnetic non-destructive characterization (NDC) for material mechanical property determination and prediction in steel industry and in lifetime extension strategies of NPP steel components“. In: *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics* 15 (1-4) (2001). DOI: [10.3233/JAE-2002-510](https://doi.org/10.3233/JAE-2002-510).
- [56] Gerd Dobmann et al. „Micromagnetic testing for rolled steel“. In: *9th European Conference on NDT* (2006).
- [57] G. Dobmann. „Physical basics and industrial applications of 3MA - micromagnetic multiparameter microstructure and stress analysis“. In: *European Conference on Non-Destructive Testing* (10): ECNDT (2010).
- [58] Gerd Dobmann. „Non-Destructive Testing for Ageing Management of Nuclear Power Components“. In: *Nuclear Power - Control, Reliability and Human Factors*. 2011. ISBN: 978-953-307-599-0. DOI: [10.5772/17581](https://doi.org/10.5772/17581).
- [59] Albert Kloss. *Geschichte des Magnetismus*. vde-Verl., 1994. ISBN: 3-8007-1878-2.

- [60] A. Kitch. *The Secret History of Magnets: Finding the Human(ities) in the History of Science*. 2018. URL: [https://www.bowdoin.edu/news/2018/11/the-secret-history-of-magnets-finding-the-humanities-in-the-history-of-science.html?utm\\_source=chatgpt.com](https://www.bowdoin.edu/news/2018/11/the-secret-history-of-magnets-finding-the-humanities-in-the-history-of-science.html?utm_source=chatgpt.com).
- [61] Wolfgang Demtröder. *Elektrizität und Optik*. Springer Verlag, 2017. ISBN: 978-3-662-55790-7.
- [62] Franz Schwabl. *Quantenmechanik (QM I)*. Springer, 2007. ISBN: 978-3540736745.
- [63] Franz Schwabl. *Quantenmechanik für Fortgeschrittene (QM II)*. Springer Verlag, 2008. ISBN: 978-3540850755.
- [64] Roger Balian. *From microphysics to macrophysics*. Bd. 1. Springer Verlag, 2007. ISBN: 978-3-540-45469-4.
- [65] Robert M. White. *Quantum theory of magnetism*. Bd. 32. Springer, 2010. ISBN: 978-3-642-08452-2.
- [66] Richard M. Bozorth. *Ferromagnetism*. IEEE Press, 1978. ISBN: 978-0-7803-1032-2.
- [67] J. Tranchida et al. „Massively parallel symplectic algorithm for coupled magnetic spin dynamics and molecular dynamics“. In: *Journal of Computational Physics* 372 (2018). DOI: [10.1016/j.jcp.2018.06.042](https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.06.042).
- [68] D. Kumar et al. „Techniques in micromagnetic simulation and analysis“. In: *Journal of Physics D: Applied Physics* 50 (34) (2017). DOI: [10.1088/1361-6463/aa7c04](https://doi.org/10.1088/1361-6463/aa7c04).
- [69] Claude Cohen-Tannoudji et al. *Quantum mechanics - Band 2*. Wiley-VCH Verlag, 2020. ISBN: 978-3527345533.
- [70] Claude Cohen-Tannoudji et al. *Quantum mechanics - Band 1*. Wiley-VCH Verlag, 2020. ISBN: 978-3527345540.
- [71] David Jiles. *Introduction to magnetism and magnetic materials*. CRC Press Taylor & Francis Group, 2016. ISBN: 9781482238877.
- [72] Christian Gerthsen. *Gerthsen Physik*. Springer Spektrum, 2015. ISBN: 978-3-662-45977-5.
- [73] Neil W. Ashcroft et al. *Festkörperphysik*. Oldenbourg Verlag, 2013. ISBN: 978-3486713015.
- [74] Stephen Blundell. *Magnetism in condensed matter*. Oxford Univ. Press, 2001. ISBN: 978-0198505914.

- [75] Nuwantha Fernando et al. „Magnetic materials for electrical machine design and future research directions: A review“. In: *2017 IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC)*. 2017. ISBN: 978-1-5090-4281-4. DOI: [10.1109/IEMDC.2017.8002412](https://doi.org/10.1109/IEMDC.2017.8002412).
- [76] R. L. Comstock. „Review Modern magnetic materials in data storage“. In: *Journal of Materials Science: Materials in Electronics* 13 (9) (2002). DOI: [10.1023/A:1019642215245](https://doi.org/10.1023/A:1019642215245).
- [77] Radek Prochazka et al. „Magnetic Circuit of a High-Voltage Transformer up to 10 kHz“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 51 (1) (2015). DOI: [10.1109/TMAG.2014.2357784](https://doi.org/10.1109/TMAG.2014.2357784).
- [78] Charles Kittel et al. *Einführung in die Festkörperphysik*. Oldenbourg Verlag, 2013. ISBN: 978-3486597554.
- [79] Forschungsportal Sachsen-Anhalt. *Maßgeschneiderte superparamagnetische Nanopartikel für Anwendungen in Medizin und Pharmazie*. URL: [https://forschung-sachsen-anhalt.de/project/massgeschneiderte-superparamagnetische-21349#:~:text=Superparamagnetische%20Eisenoxid%2DNanopartikel%20\(SPIO%2D,biokompatiblen%20Partikelsystemen%20in%20der%20Biomedizin](https://forschung-sachsen-anhalt.de/project/massgeschneiderte-superparamagnetische-21349#:~:text=Superparamagnetische%20Eisenoxid%2DNanopartikel%20(SPIO%2D,biokompatiblen%20Partikelsystemen%20in%20der%20Biomedizin.). (besucht am 25. 07. 2025).
- [80] H. W. F. Sung et al. „A closer look at the hysteresis loop for ferromagnets - A survey of misconceptions and misinterpretations in textbooks“. In: *arXiv.cond-mat* (2002). DOI: [10.48550/arXiv.cond-mat/0210657](https://doi.org/10.48550/arXiv.cond-mat/0210657).
- [81] G. Bertotti. „Physical interpretation of eddy current losses in ferromagnetic materials. I. Theoretical considerations“. In: *Journal of Applied Physics* 57 (6) (1985). DOI: [10.1063/1.334404](https://doi.org/10.1063/1.334404).
- [82] Günther Lehner et al. *Elektromagnetische Feldtheorie*. Springer Verlag, 2021. ISBN: 978-3662630686.
- [83] *Tipler Physik*. Springer Spektrum, 2024. ISBN: 978-3-662-67936-4.
- [84] Matthias Bartelmann et al. *Theoretische Physik 2 / Elektrodynamik*. Springer Verlag, 2018. ISBN: 978-3-662-56117-1. DOI: [10.1007/978-3-662-56117-1](https://doi.org/10.1007/978-3-662-56117-1).
- [85] J. Ewing. „X. Experimental researches in magnetism“. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 176 (1885). DOI: [10.1098/rstl.1885.0010](https://doi.org/10.1098/rstl.1885.0010).
- [86] J. Ewing. „Magnetic Induction in Iron and Other Metals“. In: *The Electricians: London, UK* (1892).
- [87] J. A. Ewing. *Magnetic induction in iron and other metals*. The Electrician, 1900.

- [88] Pierre Weiss. „L’hypothèse du champ moléculaire et la propriété ferromagnétique“. In: *Journal de Physique Théorique et Appliquée* 6 (1907). DOI: [10.1051/jphysap:019070060066100](https://doi.org/10.1051/jphysap:019070060066100).
- [89] William Fuller Brown. „Micromagnetics, Domains, and Resonance“. In: *Journal of Applied Physics* 30 (4) (1959). DOI: [10.1063/1.2185970](https://doi.org/10.1063/1.2185970).
- [90] Yoshinobu Nakatani et al. „Direct Solution of the Landau-Lifshitz-Gilbert Equation for Micromagnetics“. In: *Japanese Journal of Applied Physics* 28 (1989). DOI: [10.1143/JJAP.28.2485](https://doi.org/10.1143/JJAP.28.2485).
- [91] Shufeng Zhang et al. „Generalization of the Landau-Lifshitz-Gilbert equation for conducting ferromagnets“. In: *Physical review letters* 102 (8) (2009). DOI: [10.1103/PhysRevLett.102.086601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.086601).
- [92] M. Lakshmanan. „The Fascinating World of Landau-Lifshitz-Gilbert Equation: An Overview“. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 369 (1939) (2011). DOI: [10.1098/rsta.2010.0319](https://doi.org/10.1098/rsta.2010.0319).
- [93] OOMMF. OOMMF. URL: <https://math.nist.gov/oommf/software.html> (besucht am 29.07.2025).
- [94] mumax<sup>3</sup>. mumax<sup>3</sup>. URL: <https://mumax.github.io/> (besucht am 29.07.2025).
- [95] Donahue, Michael Joseph and Porter, Donald G. *OOMMF user’s guide, version 1.0*. National Institute of Standards and Technology Gaithersburg, MD, 1999.
- [96] Arne Vansteenkiste et al. „MuMax: a new high-performance micromagnetic simulation tool“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 323 (21) (2011). DOI: [10.1016/j.jmmm.2011.05.037](https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2011.05.037).
- [97] Arne Vansteenkiste et al. „The design and verification of MuMax3“. In: *AIP Advances* 4 (10) (2014). DOI: [10.1063/1.4899186](https://doi.org/10.1063/1.4899186).
- [98] J. Leliaert et al. „Tomorrow’s micromagnetic simulations“. In: *Journal of Applied Physics* 125 (18) (2019). DOI: [10.1063/1.5093730](https://doi.org/10.1063/1.5093730).
- [99] Josef Fidler et al. „Micromagnetic modelling - the current state of the art“. In: *Journal of Physics D: Applied Physics* 33 (15) (2000). DOI: [10.1088/0022-3727/33/15/201](https://doi.org/10.1088/0022-3727/33/15/201).
- [100] G. Bertotti et al. „Physical interpretation of induction and frequency dependence of power losses in soft magnetic materials“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 28 (5) (1992). DOI: [10.1109/20.179627](https://doi.org/10.1109/20.179627).

- [101] Fausto Fiorillo et al. „Hysteresis in Magnetic Materials“. In: Elsevier, 2006. ISBN: 9780124808744. DOI: [10.1016/B978-012480874-4/50019-1](https://doi.org/10.1016/B978-012480874-4/50019-1).
- [102] Masahiko Hirao et al. *EMATS for science and industry*. 2003. ISBN: 978-1-4020-7494-3.
- [103] Viatcheslav Permiakov et al. „Loss separation and parameters for hysteresis modelling under compressive and tensile stresses“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 272-276 (2004). DOI: [10.1016/j.jmmm.2003.11.381](https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2003.11.381).
- [104] S. E. Zirka et al. „A viscous-type dynamic hysteresis model as a tool for loss separation in conducting ferromagnetic laminations“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 41 (3) (2005). DOI: [10.1109/TMAG.2004.830228](https://doi.org/10.1109/TMAG.2004.830228).
- [105] A. P. S. Baghel et al. „Dynamic Loss Inclusion in the Jiles–Atherton (JA) Hysteresis Model Using the Original JA Approach and the Field Separation Approach“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 50 (2) (2014). DOI: [10.1109/TMAG.2013.2284381](https://doi.org/10.1109/TMAG.2013.2284381).
- [106] Zhou Yan et al. „Predicting Core Losses Under the DC Bias Based on the Separation Model“. In: *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics* 5 (2) (2017). DOI: [10.1109/JESTPE.2017.2664882](https://doi.org/10.1109/JESTPE.2017.2664882).
- [107] D. C. Jiles et al. „Theory of ferromagnetic hysteresis“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 61 (1-2) (1986). DOI: [10.1016/0304-8853\(86\)90066-1](https://doi.org/10.1016/0304-8853(86)90066-1).
- [108] Krzysztof Chwastek et al. „Identification of a hysteresis model parameters with genetic algorithms“. In: *Mathematics and Computers in Simulation* 71 (3) (2006). DOI: [10.1016/j.matcom.2006.01.002](https://doi.org/10.1016/j.matcom.2006.01.002).
- [109] K. Chwastek et al. „Estimation methods for the Jiles-Atherton model parameters - a review“. In: *Przegląd Elektrotechniczny* R. 84, nr 12 (2008).
- [110] Krzysztof Chwastek. „Modelling of dynamic hysteresis loops using the Jiles–Atherton approach“. In: *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems* 15 (1) (2009). DOI: [10.1080/13873950802432016](https://doi.org/10.1080/13873950802432016).
- [111] Sergey E. Zirka et al. „On physical aspects of the Jiles-Atherton hysteresis models“. In: *Journal of Applied Physics* 112 (4) (2012). DOI: [10.1063/1.4747915](https://doi.org/10.1063/1.4747915).
- [112] Roman Szewczyk. „Progress in development of Jiles-Atherton model of magnetic hysteresis“. In: *APPLIED PHYSICS OF CONDENSED MATTER (APCOM 2019)*. AIP Conference Proceedings. AIP Publishing, 2019. DOI: [10.1063/1.5119498](https://doi.org/10.1063/1.5119498).
- [113] Roman Szewczyk. „Computational Problems Connected with Jiles-Atherton Model of Magnetic Hysteresis“. In: *Recent Advances in Automation, Robotics and Measuring Techniques*. Hrsg. von Roman Szewczyk et al. Bd. 267. Advances in

- Intelligent Systems and Computing. Springer International Publishing, 2014. ISBN: 978-3-319-05352-3. DOI: [10.1007/978-3-319-05353-0\\_27](https://doi.org/10.1007/978-3-319-05353-0_27).
- [114] Robert Malczyk et al. „The frequency-dependent Jiles–Atherton hysteresis model“. In: *Physica B: Condensed Matter* 463 (2015). DOI: [10.1016/j.physb.2015.01.034](https://doi.org/10.1016/j.physb.2015.01.034).
- [115] Aidel Sofiane et al. „Improving the Swelling Phenomenon in the Dynamic Jiles–Atherton Hysteresis Model Using Magnetic Viscosity“. In: *Instrumentation Measure Métrologie* 22 (4) (2023). DOI: [10.18280/im.220405](https://doi.org/10.18280/im.220405).
- [116] D. C. Jiles et al. „Theory of ferromagnetic hysteresis (invited)“. In: *Journal of Applied Physics* 55 (6) (1984). DOI: [10.1063/1.333582](https://doi.org/10.1063/1.333582).
- [117] D. C. Jiles. „Frequency dependence of hysteresis curves in conducting magnetic materials“. In: *Journal of Applied Physics* 76 (10) (1994). DOI: [10.1063/1.358399](https://doi.org/10.1063/1.358399).
- [118] A. Raghunathan et al. „Theoretical Model of Temperature Dependence of Hysteresis Based on Mean Field Theory“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 46 (6) (2010). DOI: [10.1109/TMAG.2010.2045351](https://doi.org/10.1109/TMAG.2010.2045351).
- [119] Su Yan et al. „Nonlinear multiphysics and multiscale modeling of dynamic ferromagnetic–thermal problems“. In: *Journal of Applied Physics* 123 (10) (2018). DOI: [10.1063/1.5005855](https://doi.org/10.1063/1.5005855).
- [120] M. J. Sablik et al. „Model for the effect of tensile and compressive stress on ferromagnetic hysteresis“. In: *Journal of Applied Physics* 61 (8) (1987). DOI: [10.1063/1.338650](https://doi.org/10.1063/1.338650).
- [121] M. J. Sablik et al. „A model for the effect of stress on the low–frequency harmonic content of the magnetic induction in ferromagnetic materials“. In: *Journal of Applied Physics* 63 (8) (1988). DOI: [10.1063/1.340609](https://doi.org/10.1063/1.340609).
- [122] M. J. Sablik. „MODELING STRESS DEPENDENCE OF MAGNETIC PROPERTIES FOR NDE OF STEELS“. In: *Nondestructive Testing and Evaluation* 5 (1) (1989). DOI: [10.1080/02780898908952954](https://doi.org/10.1080/02780898908952954).
- [123] R. Szewczyk et al. „Open Source Implementation of Different Variants of Jiles–Atherton Model of Magnetic Hysteresis Loops“. In: *Acta Physica Polonica A* 133 (3) (2018). DOI: [10.12693/APhysPoLA.133.654](https://doi.org/10.12693/APhysPoLA.133.654).
- [124] J. P. Joule. „XVII. On the effects of magnetism upon the dimensions of iron and steel bars“. In: *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 30 (199) (1847). DOI: [10.1080/14786444708645656](https://doi.org/10.1080/14786444708645656).

- [125] Slawomir Tumanski. „Induction coil sensors—a review“. In: *Measurement Science and Technology* 18 (3) (2007). DOI: [10.1088/0957-0233/18/3/R01](https://doi.org/10.1088/0957-0233/18/3/R01).
- [126] J. Pal'a et al. „Influence of yoke legs shape on air gap unvertainty“. In: *Journal of Electrical Engineering* 57 (8) (2006).
- [127] V. Jászfi et al. „Indirect yoke-based B-H hysteresis measurement method determining the magnetic properties of macroscopic ferromagnetic samples part I: Room temperature“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 560 (2022). DOI: [10.1016/j.jmmm.2022.169655](https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2022.169655).
- [128] Itsaso Artetxe et al. „A New Technique to Obtain an Equivalent Indirect Hysteresis Loop From the Distortion of the Voltage Measured in the Excitation Coil“. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 70 (2021). DOI: [10.1109/TIM.2020.3022444](https://doi.org/10.1109/TIM.2020.3022444).
- [129] Itsaso Artetxe et al. „Analysis of the voltage drop across the excitation coil for magnetic characterization of skin passed steel samples“. In: *Measurement* 174 (2021). DOI: [10.1016/j.measurement.2021.109000](https://doi.org/10.1016/j.measurement.2021.109000).
- [130] Itsaso Artetxe et al. „Improvement in the Equivalent Indirect Hysteresis Cycles Obtained From the Distortion of the Voltage Measured in the Excitation Coil“. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 70 (2021). DOI: [10.1109/TIM.2021.3101327](https://doi.org/10.1109/TIM.2021.3101327).
- [131] DIN. *Nutzen der Normung für die Wirtschaft*. 4.08.2025. URL: <https://www.din.de/de/ueber-normen-und-standards/nutzen-fuer-die-wirtschaft>.
- [132] SNV. *Welche Vorteile bringen Normen?* URL: <https://www.snv.ch/de/ueber-normen/welche-vorteile-bringen-normen.html> (besucht am 04. 08. 2025).
- [133] *Magnetische Werkstoffe - Teil 3: Verfahren zur Bestimmung der magnetischen Eigenschaften von Elektroband und -blech mit Hilfe eines Tafelmessgerätes*. Version IEC 60404-3:2022.
- [134] *Magnetische Werkstoffe - Teil 6: Verfahren zur Messung der magnetischen Eigenschaften weichmagnetischer metallischer und pulverförmiger Werkstoffe bei Frequenzen im Bereich 20 Hz bis 100 kHz mittels Ringproben*. Version IEC 60404-6:2018 + COR1:2018 + AMD1:2021.
- [135] *Magnetische Werkstoffe - Teil 2: Verfahren zur Bestimmung der magnetischen Eigenschaften von Elektroband und -blech mit Hilfe eines Epsteinrahmens*. Version IEC 60404-2:1996 + A1:2008.
- [136] *Standard Test Method for Direct Current Magnetic Properties of Low Coercivity Magnetic Materials Using Hysteresigraphs*. Version ASTM A 773/A 773M.

- [137] J. Sievert. „Determination of AC magnetic power loss of electrical steel sheet: Present status and trends“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 20 (5) (1984). DOI: [10.1109/TMAG.1984.1063278](https://doi.org/10.1109/TMAG.1984.1063278).
- [138] Andrzej Nafalski et al. „Loss measurements of amorphous materials using single strip testers“. In: *Physica Scripta* 40 (4) (1989). DOI: [10.1088/0031-8949/40/4/020](https://doi.org/10.1088/0031-8949/40/4/020).
- [139] J. Sievert. „The measurement of magnetic properties of electrical sheet steel – survey on methods and situation of standards“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 215-216 (2000). DOI: [10.1016/S0304-8853\(00\)00251-1](https://doi.org/10.1016/S0304-8853(00)00251-1).
- [140] Fausto Fiorillo. „Measurements of magnetic materials“. In: *Metrologia* 47 (2) (2010). DOI: [10.1088/0026-1394/47/2/S11](https://doi.org/10.1088/0026-1394/47/2/S11).
- [141] A. J. Moses et al. „Dimensional factors affecting magnetic properties of wound cores“. In: *Physica Scripta* 40 (2) (1989). DOI: [10.1088/0031-8949/40/2/017](https://doi.org/10.1088/0031-8949/40/2/017).
- [142] W. Grimmond et al. „Geometrical factors affecting magnetic properties of wound toroidal cores“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 25 (3) (1989). DOI: [10.1109/20.24509](https://doi.org/10.1109/20.24509).
- [143] T. Nakata et al. „Improvement of measuring accuracy of magnetic field strength in single sheet testers by using two H coils“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 23 (5) (1987). DOI: [10.1109/TMAG.1987.1065607](https://doi.org/10.1109/TMAG.1987.1065607).
- [144] S. Tumanski. „A multi-coil sensor for tangential magnetic field investigations“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 242-245 (2002). DOI: [10.1016/S0304-8853\(01\)01302-6](https://doi.org/10.1016/S0304-8853(01)01302-6).
- [145] H. Ahlers et al. „Comparison of a single strip tester and Epstein frame measurements“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 26 (1-3) (1982). DOI: [10.1016/0304-8853\(82\)90145-7](https://doi.org/10.1016/0304-8853(82)90145-7).
- [146] A. Moses et al. „Comparison of the Epstein-square and a single-strip tester for measuring the power loss of nonoriented electrical steels“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 19 (6) (1983). DOI: [10.1109/TMAG.1983.1062829](https://doi.org/10.1109/TMAG.1983.1062829).
- [147] Bernd Wolter et al. „Nondestructive material characterization and component identification in sheet metal processing with electromagnetic methods“. In: *Scientific reports* 14 (1) (2024). DOI: [10.1038/s41598-024-55927-4](https://doi.org/10.1038/s41598-024-55927-4).
- [148] V. Moorthy. „Distortion analysis of magnetic excitation – a novel method for non-destructive evaluation of depth of surface-hardening in ferritic steels“. In: *Philosophical Magazine Letters* 94 (9) (2014). DOI: [10.1080/09500839.2014.944601](https://doi.org/10.1080/09500839.2014.944601).

- [149] Linear Technology Corporation. *Solving Current Source Design Challenges - PSD-NA March/April 2009*. URL: [https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/technical-articles/psdna\\_-\\_current\\_source\\_article\\_ma09.pdf?utm\\_source=chatgpt.com](https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/technical-articles/psdna_-_current_source_article_ma09.pdf?utm_source=chatgpt.com) (besucht am 23. 12. 2024).
- [150] P. Höller. „Nondestructive Analysis of Structure and Stresses by Ultrasonic and Micromagnetic Methods“. In: *Nondestructive Characterization of Materials II* (1987). DOI: [10.1007/978-1-4684-5338-6\\_20](https://doi.org/10.1007/978-1-4684-5338-6_20).
- [151] Klaus Szielasko et al. „Micromagnetic materials characterization using machine learning“. In: *tm - Technisches Messen* 87 (6) (2020). DOI: [10.1515/teme-2019-0099](https://doi.org/10.1515/teme-2019-0099).
- [152] Gábor Vértesy et al. „Analysis of Magnetic Nondestructive Measurement Methods for Determination of the Degradation of Reactor Pressure Vessel Steel“. In: *Materials* (18) (2021). DOI: [10.3390/ma14185256](https://doi.org/10.3390/ma14185256).
- [153] Fraunhofer IZFP. *3MA-Grundlagen*. URL: <https://www.izfp.fraunhofer.de/de/produkte-dienstleistungen/Produkte/3MA-Grundlagen.html> (besucht am 22. 12. 2024).
- [154] Fraunhofer IZFP. *3MA-X8 – Schnelle mikromagnetische Materialcharakterisierung*. URL: <https://www.izfp.fraunhofer.de/de/produkte-dienstleistungen/Produkte/3MA-X8.html> (besucht am 22. 12. 2024).
- [155] Fraunhofer IZFP. *Mikromagnetische Materialcharakterisierung mit 3MA-II, 3MA-X8 und BEMI*. URL: [https://www.izfp.fraunhofer.de/de/produkte-dienstleistungen/Produkte/3MA-II\\_3MA-X8\\_BEMI.html](https://www.izfp.fraunhofer.de/de/produkte-dienstleistungen/Produkte/3MA-II_3MA-X8_BEMI.html) (besucht am 22. 12. 2024).
- [156] W. A. Theiner et al. „Non-destructive testing of welds with the 3MA-analyzer“. In: *Nuclear Engineering and Design* 102 (3) (1987). DOI: [10.1016/0029-5493\(87\)90172-5](https://doi.org/10.1016/0029-5493(87)90172-5).
- [157] G. Cosarinsky et al. „Non-destructive characterisation of laser-hardened steels“. In: *Insight - Non-Destructive Testing and Condition Monitoring* 56 (10) (2014). DOI: [10.1784/insi.2014.56.10.553](https://doi.org/10.1784/insi.2014.56.10.553).
- [158] M. Lang. „A way to detect hydrogen-induced stress corrosion cracking (HISCC) at an early stage“. In: *Matériaux & Techniques* 86 (7-8) (1998). DOI: [10.1051/mattech/199886070027](https://doi.org/10.1051/mattech/199886070027).
- [159] Sargon Youssef et al. „Bewertung subjektiver und automatisierter Merkmalsextraktion periodischer Zeitsignale am Beispiel des 3MA-X8-Verfahrens“. In: *tm - Technisches Messen* 86 (5) (2019). DOI: [10.1515/teme-2018-0074](https://doi.org/10.1515/teme-2018-0074).
- [160] S. Youssef et al. „4.3.2 Vergleich subjektiver und automatisierter Merkmalsextraktion sowie Einsatz maschineller Lernalgorithmen zur mikromagnetischen

- Materialcharakterisierung“. In: *Tagungsband*. 20. GMA/ITG-Fachtagung Sensoren und Messsysteme 2019. AMA Service GmbH, Von-Münchhausen-Str. 49, 31515 Wunstorf, 2019. DOI: [10.5162/sensoren2019/4.3.2](https://doi.org/10.5162/sensoren2019/4.3.2).
- [161] S. Youssef et al. „5.1.1 Mikromagnetische Detektion von Härteinhomogenitäten an Grobblechen“. In: *Tagungsband*. 20. GMA/ITG-Fachtagung Sensoren und Messsysteme 2019. AMA Service GmbH, Von-Münchhausen-Str. 49, 31515 Wunstorf, 2019. DOI: [10.5162/sensoren2019/5.1.1](https://doi.org/10.5162/sensoren2019/5.1.1).
- [162] M. Kersten. „Zur Theorie der Koerzitivkraft“. In: *Zeitschrift für Physik* 124 (7-12) (1948). DOI: [10.1007/BF01668906](https://doi.org/10.1007/BF01668906).
- [163] R. Becker et al. *Ferromagnetismus*. Springer Berlin Heidelberg, 1939. ISBN: 978-3-642-47112-4.
- [164] W. A. Theiner et al. „The 3MA-testing Equipment, Application Possibilities and Experiences“. In: Höller, P., Hauk, V., Dobmann, G., Ruud, C.O., Green, R.E. (eds) *Nondestructive Characterization of Materials*. Springer, Berlin, Heidelberg (1989). DOI: [10.1007/978-3-642-84003-6\\_81](https://doi.org/10.1007/978-3-642-84003-6_81).
- [165] B. Valeske. „Zerstörungsfreie Bestimmung von Gefüge- und Spannungszuständen mit mikromagnetischen Prüfverfahren am Beispiel Laserstrahl-Härten“. Diplomarbeit. Saarbrücken: Universität des Saarlandes, 1995.
- [166] W. A. Theiner. „Neue Verfahrensansätze für die magnetische und magnetoelastische Gefügeprüfung“. In: (1981).
- [167] D. C. Jiles. „Variation of the magnetic properties of AISI 4140 steels with plastic strain“. In: *Physica Status Solidi (a)* 108 (1) (1988). DOI: [10.1002/pssa.2211080144](https://doi.org/10.1002/pssa.2211080144).
- [168] D. C. Jiles et al. „Theory of the magnetisation process in ferromagnets and its application to the magnetomechanical effect“. In: *J. Phys. D: Appl. Phys.* 17 (1984).
- [169] D. C. Jiles. „Theory of the magnetomechanical effect“. In: *Journal of Physics D: Applied Physics* 28 (1995).
- [170] Xinliang Zhang et al. „A Physics-Informed Hysteretic Neural Network for Duhem Hysteresis Modeling and Parameters Identification“. In: *Advanced Theory and Simulations* (2025). DOI: [10.1002/adts.202500957](https://doi.org/10.1002/adts.202500957).
- [171] Sargon Youssef et al. „Mikromagnetische Detektion von Hardspots an Grobblechen“. In: *DGZfP-Jahrestagung* (2018). DOI: [10.24406/publica-fhg-400656](https://doi.org/10.24406/publica-fhg-400656).
- [172] O. Stupakov. „Investigation of applicability of extrapolation method for sample field determination in single-yoke measuring setup“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 307 (2) (2006). DOI: [10.1016/j.jmmm.2006.04.015](https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2006.04.015).

- [173] O. Stupakov et al. „Optimization of single-yoke magnetic testing by surface fields measurement“. In: *Journal of Physics D: Applied Physics* 39 (2) (2006). DOI: [10.1088/0022-3727/39/2/003](https://doi.org/10.1088/0022-3727/39/2/003).
- [174] A. Stupakov et al. „Reading depth of the magnetic Barkhausen noise. I. One-phase semi-hard ribbons“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 513 (2020). DOI: [10.1016/j.jmmm.2020.167086](https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2020.167086).
- [175] Alessio Caciagli et al. „Exact expression for the magnetic field of a finite cylinder with arbitrary uniform magnetization“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 456 (2018). DOI: [10.1016/j.jmmm.2018.02.003](https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2018.02.003).
- [176] E. Callaghan et al. „The Magnetic Field of a Finite Solenoid“. In: *NASA Technical Note* (1960).
- [177] Karl Friedrich Müller. „Berechnung der Induktivität von Spulen“. In: *Archiv für Elektrotechnik* 17 (3) (1926). DOI: [10.1007/BF01655986](https://doi.org/10.1007/BF01655986).
- [178] Jan Szczyglowski. „Use of quasi-static loops of magnetic hysteresis in loss prediction in non-oriented electrical steels“. In: *Physica B: Condensed Matter* 580 (2020). DOI: [10.1016/j.physb.2019.411812](https://doi.org/10.1016/j.physb.2019.411812).
- [179] Marc de Wulf et al. „Quasistatic measurements for hysteresis modeling“. In: *Journal of Applied Physics* 87 (9) (2000). DOI: [10.1063/1.373307](https://doi.org/10.1063/1.373307).
- [180] Dennis Albert et al. „Comparing two topology transformer hysteresis models derived from DC hysteresis measurements“. In: *COMPEL - The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering* 42 (4) (2023). DOI: [10.1108/COMPEL-09-2022-0303](https://doi.org/10.1108/COMPEL-09-2022-0303).
- [181] O. Stupakov et al. „Governing conditions of repeatable Barkhausen noise response“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 321 (18) (2009). DOI: [10.1016/j.jmmm.2009.04.065](https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2009.04.065).
- [182] Alexandr Stupakov et al. „A System for Controllable Magnetic Measurements of Hysteresis and Barkhausen Noise“. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 65 (5) (2016). DOI: [10.1109/TIM.2015.2494621](https://doi.org/10.1109/TIM.2015.2494621).
- [183] A. Stupakov et al. „Reading depth of the magnetic Barkhausen noise. II. Two-phase surface-treated steels“. In: (2020).
- [184] B. Ducharme et al. „Phenomenological Model of Barkhausen Noise Under Mechanical and Magnetic Excitations“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 54 (11) (2018). DOI: [10.1109/TMAG.2018.2833419](https://doi.org/10.1109/TMAG.2018.2833419).

- [185] Patrick Fagan et al. „Barkhausen noise hysteresis cycle: Theoretical and experimental understanding“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 578 (2023). DOI: [10.1016/j.jmmm.2023.170810](https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2023.170810).
- [186] Yuji Tsuchida et al. „Residual stress evaluation by Barkhausen signals with a magnetic field sensor for high efficiency electrical motors“. In: *AIP Advances* 8 (4) (2018). DOI: [10.1063/1.4994228](https://doi.org/10.1063/1.4994228).
- [187] Paulo Pereira et al. „A comparison of the use of critically refracted longitudinal waves and magnetic Barkhausen noise for stress measurement in API 5L X70 steel“. In: *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design* 51 (8) (2016). DOI: [10.1177/0309324716663815](https://doi.org/10.1177/0309324716663815).
- [188] L. Mierczak et al. „A New Method for Evaluation of Mechanical Stress Using the Reciprocal Amplitude of Magnetic Barkhausen Noise“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 47 (2) (2011). DOI: [10.1109/TMAG.2010.2091418](https://doi.org/10.1109/TMAG.2010.2091418).
- [189] A. J. Birkett et al. „Influence of plastic deformation on Barkhausen power spectra in steels“. In: *Journal of Physics D: Applied Physics* 22 (8) (1989). DOI: [10.1088/0022-3727/22/8/037](https://doi.org/10.1088/0022-3727/22/8/037).
- [190] D. J. Buttle et al. „Magneto-acoustic and Barkhausen emission: Their dependence on dislocations in iron“. In: *Philosophical Magazine A* 55 (6) (1987). DOI: [10.1080/01418618708214379](https://doi.org/10.1080/01418618708214379).
- [191] S. Vaidyanathan et al. „Effect of different stages of tensile deformation on micromagnetic parameters in high-strength, low-alloy steel“. In: *Metallurgical and Materials Transactions A* 30 (8) (1999). DOI: [10.1007/s11661-999-0017-9](https://doi.org/10.1007/s11661-999-0017-9).
- [192] U. Lieneweg. „Barkhausen noise of 3% Si-Fe strips after plastic deformation“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 10 (2) (1974), S. 118–120. DOI: [10.1109/TMAG.1974.1058310](https://doi.org/10.1109/TMAG.1974.1058310).
- [193] R. F. Krause et al. „Formation of Uniaxial Magnetic Anisotropy in Nickel by Plastic Deformation“. In: *Journal of Applied Physics* 39 (12) (1968). DOI: [10.1063/1.1656008](https://doi.org/10.1063/1.1656008).
- [194] A. Dhar et al. „Influence of uniaxial plastic deformation on magnetic Barkhausen noise in steel“. In: *NDT & E International* 34 (8) (2001). DOI: [10.1016/S0963-8695\(00\)00079-7](https://doi.org/10.1016/S0963-8695(00)00079-7).
- [195] D. G. Hwang et al. „The influence of plastic deformation on Barkhausen effects and magnetic properties in mild steel“. In: *Journal of Physics D: Applied Physics* 21 (12) (1988). DOI: [10.1088/0022-3727/21/12/024](https://doi.org/10.1088/0022-3727/21/12/024).

- [196] L. J. Swartzendruber et al. „Effect of plastic strain on magnetic and mechanical properties of ultralow carbon sheet steel“. In: *Journal of Applied Physics* 81 (8) (1997). DOI: [10.1063/1.364796](https://doi.org/10.1063/1.364796).
- [197] D. G. Park et al. „Effect of neutron irradiation on magnetic properties in the low alloy Ni-Mo steel SA508-3“. In: *Journal of Applied Physics* 81 (8) (1997). DOI: [10.1063/1.365101](https://doi.org/10.1063/1.365101).
- [198] Duck-Gun Park et al. „Dependence of Barkhausen noise in the neutron irradiated reactor pressure vessel steel“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 272-276 (2004). DOI: [10.1016/j.jmmm.2003.12.238](https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2003.12.238).
- [199] Duck-Gun Park et al. „Monitoring of a radiation recovery in neutron-irradiated RPV steel by using the magnetic methods“. In: *Nuclear Engineering and Design* 238 (4) (2008). DOI: [10.1016/j.nucengdes.2007.10.001](https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2007.10.001).
- [200] V. Moorthy. „Distortion analysis of magnetic excitation—a novel approach for the non-destructive microstructural evaluation of ferromagnetic steel“. In: *Journal of Physics D: Applied Physics* 47 (20) (2014). DOI: [10.1088/0022-3727/47/20/202001](https://doi.org/10.1088/0022-3727/47/20/202001).
- [201] V. Moorthy. „Distortion analysis of magnetic excitation – Inherent reflection of properties of ferromagnetic materials“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 382 (2015). DOI: [10.1016/j.jmmm.2015.01.051](https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2015.01.051).
- [202] V. Moorthy. „Distortion Analysis of Magnetic Excitation (DAME) – A Novel NDE Method for Evaluation of Properties of Ferromagnetic Materials“. In: *19th World Conference on Non-Destructive Testing* (2016).
- [203] H. Kikuchi et al. „Initial permeability and vickers hardness of thermally aged FeCu alloy“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 310 (2) (2007). DOI: [10.1016/j.jmmm.2006.11.085](https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2006.11.085).
- [204] Urban Rupnik et al. „Harmonization and Validation of Jiles–Atherton Static Hysteresis Models“. In: *Energies* 15 (18) (2022). DOI: [10.3390/en15186760](https://doi.org/10.3390/en15186760).
- [205] Mi Zou. „Parameter estimation of extended Jiles–Atherton hysteresis model based on ISFLA“. In: *IET Electric Power Applications* 14 (2) (2020). DOI: [10.1049/iet-epa.2019.0384](https://doi.org/10.1049/iet-epa.2019.0384).
- [206] S. Zhang et al. „Identification of the ferromagnetic hysteresis simulation parameters using classic non-destructive testing equipment“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 531 (2021). DOI: [10.1016/j.jmmm.2021.167971](https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2021.167971).
- [207] Xiaohui Wang et al. „Numerical determination of Jiles–Atherton model parameters“. In: *COMPEL - The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering* 28 (2) (2009). DOI: [10.1108/03321640910929344](https://doi.org/10.1108/03321640910929344).

- [208] Brijesh Upadhaya et al. „A constraint-based optimization technique for estimating physical parameters of Jiles – Atherton hysteresis model“. In: *COMPEL - The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering* 39 (6) (2020). DOI: [10.1108/COMPEL-08-2019-0332](https://doi.org/10.1108/COMPEL-08-2019-0332).
- [209] Marco Trapanese. „Identification of parameters of the Jiles–Atherton model by neural networks“. In: *Journal of Applied Physics* 109 (7) (2011). DOI: [10.1063/1.3569735](https://doi.org/10.1063/1.3569735).
- [210] M. Toman et al. „Parameter Identification of the Jiles–Atherton Hysteresis Model Using Differential Evolution“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 44 (6) (2008). DOI: [10.1109/TMAG.2007.915947](https://doi.org/10.1109/TMAG.2007.915947).
- [211] J. B. Padilha et al. „Restriction in the determination of the Jiles-Atherton hysteresis model parameters“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 442 (2017). DOI: [10.1016/j.jmmm.2017.06.033](https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2017.06.033).
- [212] Simon Steentjes et al. „Iron-Loss and Magnetic Hysteresis Under Arbitrary Waveforms in NO Electrical Steel: A Comparative Study of Hysteresis Models“. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 64 (3) (2017). DOI: [10.1109/TIE.2016.2570200](https://doi.org/10.1109/TIE.2016.2570200).
- [213] Yang Li et al. „Core Loss Calculation Based on Finite-Element Method With Jiles–Atherton Dynamic Hysteresis Model“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 54 (3) (2018). DOI: [10.1109/TMAG.2017.2765704](https://doi.org/10.1109/TMAG.2017.2765704).
- [214] Peng Cheng et al. „Modified Description of Magnetic Hysteresis in Jiles-Atherton Model“. In: *Automation 2018*. Bd. 743. *Advances in Intelligent Systems and Computing*. Springer International Publishing, 2018. ISBN: 978-3-319-77178-6. DOI: [10.1007/978-3-319-77179-3\\_62](https://doi.org/10.1007/978-3-319-77179-3_62).
- [215] Guangming Xue et al. „Modification and Numerical Method for the Jiles-Atherton Hysteresis Model“. In: *Communications in Computational Physics* 21 (3) (2017). DOI: [10.4208/cicp.050615.300816a](https://doi.org/10.4208/cicp.050615.300816a).
- [216] Guangming Xue et al. „Numerical Solving Method for Jiles-Atherton Model and Influence Analysis of the Initial Magnetic Field on Hysteresis“. In: *Mathematics* 10 (23) (2022). DOI: [10.3390/math10234431](https://doi.org/10.3390/math10234431).
- [217] R. Venkataraman et al. „Qualitative analysis of a bulk ferromagnetic hysteresis model“. In: *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No.98CH36171)*. IEEE, 1998. ISBN: 0-7803-4394-8. DOI: [10.1109/CDC.1998.757777](https://doi.org/10.1109/CDC.1998.757777).
- [218] A. Benabou et al. „Comparison of Preisach and Jiles–Atherton models to take into account hysteresis phenomenon for finite element analysis“. In: *Journal of*

- Magnetism and Magnetic Materials* 261 (1-2) (2003). DOI: [10.1016/S0304-8853\(02\)01463-4](https://doi.org/10.1016/S0304-8853(02)01463-4).
- [219] M. Ikhlef et al. „Refined Approach in Jiles-Atherton Model for Ferromagnetic Sheet Under the Tensile Stress“. In: *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism* 34 (1) (2021). DOI: [10.1007/s10948-020-05694-w](https://doi.org/10.1007/s10948-020-05694-w).
- [220] D. C. Jiles et al. „A new approach to modeling the magnetomechanical effect“. In: *Journal of Applied Physics* 95 (11) (2004). DOI: [10.1063/1.1687200](https://doi.org/10.1063/1.1687200).
- [221] Jianwei Li et al. „Modified Jiles-Atherton-Sablik model for asymmetry in magnetomechanical effect under tensile and compressive stress“. In: *Journal of Applied Physics* 110 (6) (2011). DOI: [10.1063/1.3638711](https://doi.org/10.1063/1.3638711).
- [222] M. J. Sablik et al. „Coupled magnetoelastic theory of magnetic and magnetostrictive hysteresis“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 29 (4) (1993). DOI: [10.1109/20.221036](https://doi.org/10.1109/20.221036).
- [223] M. J. Sablik et al. „Micromagnetic model for biaxial stress effects on magnetic properties“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 132 (1-3) (1994). DOI: [10.1016/0304-8853\(94\)90307-7](https://doi.org/10.1016/0304-8853(94)90307-7).
- [224] Dianhai Zhang et al. „Comprehensive Improvement of Temperature-Dependent Jiles–Atherton Model Utilizing Variable Model Parameters“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 54 (3) (2018). DOI: [10.1109/TMAG.2017.2755689](https://doi.org/10.1109/TMAG.2017.2755689).
- [225] Takaaki Suzuki et al. „Comparison of Jiles–Atherton and Preisach models extended to stress dependence in magnetoelastic behaviors of a ferromagnetic material“. In: *Journal of Materials Processing Technology* 161 (1-2) (2005). DOI: [10.1016/j.jmatprotec.2004.07.016](https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2004.07.016).
- [226] Kenneth F. Riley et al. *Mathematical methods for physics and engineering*. Cambridge University Press, 2006. ISBN: 978-0521679718.
- [227] Filomena Barbosa R. Mendes et al. „A new method for parameters obtaining of Jiles-Atherton hysteresis scalar model“. In: *2016 IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (CEFC)*. 2016 IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (CEFC). IEEE, 2016. ISBN: 978-1-5090-1032-5. DOI: [10.1109/CEFC.2016.7816218](https://doi.org/10.1109/CEFC.2016.7816218).
- [228] Mohammad Asif Zaman et al. „Adjoint method for estimating Jiles-Atherton hysteresis model parameters“. In: *Journal of Applied Physics* 120 (9) (2016). DOI: [10.1063/1.4962153](https://doi.org/10.1063/1.4962153).
- [229] Satyajith Amaran et al. „Simulation optimization: a review of algorithms and applications“. In: *4OR* 12 (4) (2014). DOI: [10.1007/s10288-014-0275-2](https://doi.org/10.1007/s10288-014-0275-2).

- [230] DaMing Zhang et al. „Differential Evolution Based Parameter Identification of Static and Dynamic J-A Models and Its Application to Inrush Current Study in Power Converters“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 48 (11) (2012). DOI: [10.1109/TMAG.2012.2196984](https://doi.org/10.1109/TMAG.2012.2196984).
- [231] D. C. Jiles et al. „Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 28 (1) (1992). DOI: [10.1109/20.119813](https://doi.org/10.1109/20.119813).
- [232] Joao Pedro Assumpcao Bastos et al. *Magnetic materials and 3D finite element modeling*. CRC Press, 2014. ISBN: 9781315215624.
- [233] Akalpita Das et al. „Impact of Cuckoo Algorithm in Speech Processing“. In: *Applications of Cuckoo Search Algorithm and its Variants*. Springer Singapore, 2021. DOI: [10.1007/978-981-15-5163-5\\_9](https://doi.org/10.1007/978-981-15-5163-5_9).
- [234] Rafał Biedrzycki et al. „Determination of Jiles-Atherton Model Parameters Using Differential Evolution“. In: *Mechatronics - Ideas for Industrial Application*. Bd. 317. Advances in Intelligent Systems and Computing. 2015. DOI: [10.1007/978-3-319-10990-9\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-319-10990-9_2).
- [235] Swagatam Das et al. „Differential Evolution: A Survey of the State-of-the-Art“. In: *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 15 (1) (2011). DOI: [10.1109/TEVC.2010.2059031](https://doi.org/10.1109/TEVC.2010.2059031).
- [236] Tarik Eltaeib et al. „Differential Evolution: A Survey and Analysis“. In: *Applied Sciences* 8 (10) (2018). DOI: [10.3390/app8101945](https://doi.org/10.3390/app8101945).
- [237] Tasoulis D.K. Vrahatis M.N. Plagianakos V.P. *A Review of Major Application Areas of Differential Evolution*. Springer, 2008. ISBN: 978-3-540-68827-3. DOI: [10.1007/978-3-540-68830-3\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-540-68830-3_8).
- [238] Rainer Storn et al. „Differential Evolution - A Simple and Efficient Heuristic for global Optimization over Continuous Spaces“. In: *Journal of Global Optimization* 11 (4) (1997). DOI: [10.1023/A:1008202821328](https://doi.org/10.1023/A:1008202821328).
- [239] Kenneth V. Price et al. *Differential evolution*. Springer, 2005. ISBN: 978-3-540-20950-8.
- [240] Leandro dos Santos Coelho et al. „Solution of Jiles–Atherton vector hysteresis parameters estimation by modified Differential Evolution approaches“. In: *Expert Systems with Applications* 39 (2) (2012). DOI: [10.1016/j.eswa.2011.08.035](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.08.035).
- [241] Lim Meng Hiot et al. *Differential Evolution in Electromagnetics*. Bd. 4. Springer Berlin Heidelberg, 2010. ISBN: 978-3-642-12868-4. DOI: [10.1007/978-3-642-12869-1](https://doi.org/10.1007/978-3-642-12869-1).

- [242] Massimiliano d’Aquino et al. „Micromagnetic measurements of ferromagnetic materials: Validation of a 3D numerical model“. In: *NDT & E International* 104 (2019). DOI: [10.1016/j.ndteint.2019.04.001](https://doi.org/10.1016/j.ndteint.2019.04.001).
- [243] Brijesh Upadhaya et al. „Modelling anisotropy in non-oriented electrical steel sheet using vector Jiles–Atherton model“. In: *COMPEL - The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering* 36 (3) (2017). DOI: [10.1108/COMPEL-09-2016-0399](https://doi.org/10.1108/COMPEL-09-2016-0399).
- [244] Giampaolo Torrisi et al. „Identification of magnetic characteristics of induction motors based on the Jiles–Atherton model“. In: *2014 16th European Conference on Power Electronics and Applications*. IEEE, 2014. ISBN: 978-1-4799-3015-9. DOI: [10.1109/EPE.2014.6910881](https://doi.org/10.1109/EPE.2014.6910881).
- [245] Du Ruoyang et al. „Dynamic Jiles–Atherton Model for Determining the Magnetic Power Loss at High Frequency in Permanent Magnet Machines“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 51 (6) (2015). DOI: [10.1109/TMAG.2014.2382594](https://doi.org/10.1109/TMAG.2014.2382594).
- [246] Bo Gao et al. „A Review on Analysis Methods and Research Status of Hysteresis Motor“. In: *Energies* 16 (15) (2023). DOI: [10.3390/en16155715](https://doi.org/10.3390/en16155715).
- [247] Roman Szewczyk et al. „Sensitivity of Jiles–Atherton model parameters identified during the optimization process“. In: *AIP Conference Proceedings*. 2018. DOI: [10.1063/1.5048898](https://doi.org/10.1063/1.5048898).
- [248] David C. Jiles et al. „An Integrated Model of Magnetic Hysteresis, the Magneto-mechanical Effect, and the Barkhausen Effect“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 57 (2) (2021). DOI: [10.1109/TMAG.2020.3034208](https://doi.org/10.1109/TMAG.2020.3034208).
- [249] A. J. Bergqvist. „A Simple Vector Generalization of the Jiles–Atherton Model of Hysteresis“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 32 (5) (1996). DOI: [10.1109/20.539337](https://doi.org/10.1109/20.539337).
- [250] COMSOL Multiphysics GmbH. *The Jiles–Atherton Hysteresis Model*. URL: [https://doc.comsol.com/5.5/doc/com.comsol.help.acdc/acdc\\_ug\\_theory.05.14.html](https://doc.comsol.com/5.5/doc/com.comsol.help.acdc/acdc_ug_theory.05.14.html) (besucht am 16.02.2025).
- [251] U. D. Annakkage et al. „A current transformer model based on the Jiles–Atherton theory of ferromagnetic hysteresis“. In: *IEEE Transactions on Power Delivery* 15 (1) (2000). DOI: [10.1109/61.847229](https://doi.org/10.1109/61.847229).
- [252] Chun Fang. „Improved Inverse Jiles–Atherton Hysteresis Model for Investigating Controlled Switching of Three-Phase Five-Limb Parallel-Operated HVDC Converter Transformers“. Master thesis. University of Manitoba, 2017.

- [253] Irina Podbereznyaya et al. „Accounting for dynamic losses in the Jiles-Atherton model of magnetic hysteresis“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 513 (2020). DOI: [10.1016/j.jmmm.2020.167070](https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2020.167070).
- [254] Gang Zhao et al. „Modeling and Research on the Defects of Pressed Rigging in a Geomagnetic Field Based on Finite Element Simulation“. In: *Metals* 14 (7) (2024). DOI: [10.3390/met14070811](https://doi.org/10.3390/met14070811).
- [255] He Zhang et al. „Application of Jiles-Atherton model in description of temperature characteristics of magnetic core“. In: *The Review of scientific instruments* 89 (10) (2018). DOI: [10.1063/1.5050687](https://doi.org/10.1063/1.5050687).
- [256] L. Bernard et al. „Magnetic Hysteresis Under Compressive Stress: A Multiscale-Jiles–Atherton Approach“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 56 (2) (2020). DOI: [10.1109/TMAG.2019.2946115](https://doi.org/10.1109/TMAG.2019.2946115).
- [257] Ibtissem Belgasmi et al. „Accurate Hysteresis Loops Calculation Under the Frequency Effect Using the Inverse Jiles-Atherton Model“. In: *AEM Journal* 9 (2) (2020).
- [258] Duan Jiandong et al. *2018 International Conference on Power System Technology*. IEEE, 2018. ISBN: 9781538664612.
- [259] M. Hamimid et al. „Hybrid magnetic field formulation based on the losses separation method for modified dynamic inverse Jiles–Atherton model“. In: *Physica B: Condensed Matter* 406 (14) (2011). DOI: [10.1016/j.physb.2011.04.021](https://doi.org/10.1016/j.physb.2011.04.021).
- [260] A. Belahcen. „Vibrations of rotating electrical machines due to magnetomechanical coupling and magnetostriction“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 42 (4) (2006). DOI: [10.1109/TMAG.2006.871469](https://doi.org/10.1109/TMAG.2006.871469).
- [261] M. van der Giet et al. „Comparison of 2-D and 3-D Coupled Electromagnetic and Structure-Dynamic Simulation of Electrical Machines“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 44 (6) (2008). DOI: [10.1109/TMAG.2007.916121](https://doi.org/10.1109/TMAG.2007.916121).
- [262] O. Kypris et al. „A model for the Barkhausen frequency spectrum as a function of applied stress“. In: *Journal of Applied Physics* 115 (8) (2014). DOI: [10.1063/1.4866195](https://doi.org/10.1063/1.4866195).
- [263] Laurent Bernard et al. „Effect of Stress on Magnetic Hysteresis Losses in a Switched Reluctance Motor: Application to Stator and Rotor Shrink Fitting“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 51 (9) (2015). DOI: [10.1109/TMAG.2015.2435701](https://doi.org/10.1109/TMAG.2015.2435701).
- [264] M. Kachniarz et al. „Magnetoelastic properties of X30Cr13 constructional Steel in Rayleigh Region“. In: *Journal of Electrical Engineering* 66 (7) (2015).

- [265] O. Perevertov. „Influence of the applied elastic tensile and compressive stress on the hysteresis curves of Fe-3%Si non-oriented steel“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 428 (2017). DOI: [10.1016/j.jmmm.2016.12.040](https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2016.12.040).
- [266] Freddy Armando Franco Grijalba et al. „Non-destructive Flaw Mapping of Steel Surfaces by the Continuous Magnetic Barkhausen Noise Method: Detection of Plastic Deformation“. In: *Journal of Nondestructive Evaluation* 37 (2) (2018). DOI: [10.1007/s10921-018-0480-6](https://doi.org/10.1007/s10921-018-0480-6).
- [267] William Fuller Brown. *Magnetoelastic Interactions*. Bd. 9. Springer Berlin Heidelberg, 1966. DOI: [10.1007/978-3-642-87396-6](https://doi.org/10.1007/978-3-642-87396-6).
- [268] D. J. Craik et al. „Magnetization changes induced by stress in a constant applied field“. In: *Journal of Physics D: Applied Physics* 3 (7) (1970). DOI: [10.1088/0022-3727/3/7/303](https://doi.org/10.1088/0022-3727/3/7/303).
- [269] R. R. Birss et al. „Magnetomechanical effects in iron and iron-carbon alloys“. In: *Journal of Physics D: Applied Physics* 4 (7) (1971). DOI: [10.1088/0022-3727/4/7/322](https://doi.org/10.1088/0022-3727/4/7/322).
- [270] R. M. Bozorth et al. „Effect of Small Stresses on Magnetic Properties“. In: *Rev. Mod. Phys.* 17 (1) (1945). DOI: [10.1103/RevModPhys.17.72](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.17.72).
- [271] C. S. Schneider et al. „Magnetoelasticity for large stresses“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 28 (5) (1992). DOI: [10.1109/20.179578](https://doi.org/10.1109/20.179578).
- [272] S. Youssef et al. „Trennung von Spannungs- und Gefügeeinflüssen in der zerstörungsfreien mikromagnetischen Werkstoffcharakterisierung zur Bewertung der Anlagensicherheit, StressLess Phase II : Abschlussbericht : Berichtsdatum: 01.05.2018 bis 30.04.2020“. In: (2020). DOI: [10.2314/KXP:1757680403](https://doi.org/10.2314/KXP:1757680403).
- [273] Cyril Zimmer et al. „Micromagnetic Microstructure- and Stress-Independent Materials Characterization in Reactor Safety Research“. In: *Materials* 14 (18) (2021). DOI: [10.3390/ma14185258](https://doi.org/10.3390/ma14185258).
- [274] Günter Gottstein. *Physikalische Grundlagen der Materialkunde*. Springer-Verlag, 2007. ISBN: 978-3-540-71105-6. DOI: [10.1007/978-3-540-71105-6](https://doi.org/10.1007/978-3-540-71105-6).
- [275] H. K. D. H. Bhadeshia. *Bainite in steels*. Bd. 735. 2001. ISBN: 1861251122.
- [276] Xin Dai et al. „Mechanical and fatigue properties of SA508-IV steel used for nuclear reactor pressure vessels“. In: *Journal of Iron and Steel Research International* 29 (8) (2022). DOI: [10.1007/s42243-021-00740-w](https://doi.org/10.1007/s42243-021-00740-w).
- [277] B. Marini et al. „Effect of the bainitic and martensitic microstructures on the hardening and embrittlement under neutron irradiation of a reactor pressure

- vessel steel". In: *Journal of Nuclear Materials* 465 (2015). DOI: [10.1016/j.jnucmat.2015.05.023](https://doi.org/10.1016/j.jnucmat.2015.05.023).
- [278] Linjun Zhou et al. „Research Progress of Steels for Nuclear Reactor Pressure Vessels“. In: *Materials* 15 (24) (2022). DOI: [10.3390/ma15248761](https://doi.org/10.3390/ma15248761).
- [279] D. C. Jiles. „The effect of compressive plastic deformation on the magnetic properties of AISI 4130 steels with various microstructures“. In: *Journal of Physics D: Applied Physics* 21 (7) (1988). DOI: [10.1088/0022-3727/21/7/023](https://doi.org/10.1088/0022-3727/21/7/023).
- [280] D. Vanoost et al. „Magnetic hysteresis at the domain scale of a multi-scale material model for magneto-elastic behaviour“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 414 (2016). DOI: [10.1016/j.jmmm.2016.04.028](https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2016.04.028).
- [281] José Antonio Badri et al. „Transformer modelling considering power losses using an inverse Jiles-Atherton approach“. In: *International Journal of Electrical Power & Energy Systems* 154 (2023). DOI: [10.1016/j.ijepes.2023.109461](https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2023.109461).
- [282] O. Bottauscio et al. „A test case for validation of magnetic field analysis with vector hysteresis“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 38 (2) (2002). DOI: [10.1109/20.996230](https://doi.org/10.1109/20.996230).
- [283] MATLAB. Version R2019b. The MathWorks Inc., 2019.
- [284] COMSOL Multiphysics GmbH. *Reference Manual*. 3.03.2025. URL: [https://doc.comsol.com/5.5/doc/com.comsol.help.comsol/COMSOL\\_ReferenceManual.pdf](https://doc.comsol.com/5.5/doc/com.comsol.help.comsol/COMSOL_ReferenceManual.pdf).
- [285] Matthias Scheffler et al. „FAIR data enabling new horizons for materials research“. In: *Nature* 604 (7907) (2022). DOI: [10.1038/s41586-022-04501-x](https://doi.org/10.1038/s41586-022-04501-x).
- [286] Fraunhofer Gesellschaft. *Fordatis*. URL: <https://www.openaccess.fraunhofer.de/de/Fordatis.html> (besucht am 20. 11. 2025).
- [287] Sascha Thieltges. *Inverse Bestimmung der Jiles-Atherton-Parameter durch Optimierung (Differential-Evolution) und Surrogatmodellierung*. 2025. DOI: [10.24406/fordatis/422](https://doi.org/10.24406/fordatis/422).
- [288] *Homogenization Approaches for Laminated Magnetic COres using the Example of Transient 3D Transformer Modeling*. COMSOL Conference Rotterdam. 2013.
- [289] A. Bermudez et al. „Eddy-Current Losses in Laminated Cores and the Computation of an Equivalent Conductivity“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 44 (12) (2008). DOI: [10.1109/TMAG.2008.2005118](https://doi.org/10.1109/TMAG.2008.2005118).

- [290] J. Pippuri et al. „Inclusion of Eddy Currents in Laminations in Two-Dimensional Finite Element Analysis“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 46 (8) (2010). DOI: [10.1109/TMAG.2010.2044490](https://doi.org/10.1109/TMAG.2010.2044490).
- [291] Antonio Poveda-Lerma et al. „Lamination effects on a 3D model of the magnetic core of power transformers“. In: *Open Physics* 15 (1) (2017). DOI: [10.1515/phys-2017-0124](https://doi.org/10.1515/phys-2017-0124).
- [292] Agasthya Ayachit et al. „Sensitivity of effective relative permeability for gapped magnetic cores with fringing effect“. In: *IET Circuits, Devices & Systems* 11 (3) (2017). DOI: [10.1049/iet-cds.2016.0410](https://doi.org/10.1049/iet-cds.2016.0410).
- [293] Martin Heller et al. „Characterization Methods along the Process Chain of Electrical Steel Sheet-From Best Practices to Advanced Characterization“. In: *Materials* 15 (1) (2021). DOI: [10.3390/ma15010032](https://doi.org/10.3390/ma15010032).
- [294] M. Enokizono. „Vector Magnetic Property and Magnetic Characteristic Analysis by Vector Magneto-Hysteretic E&S Model“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 45 (3) (2009). DOI: [10.1109/TMAG.2009.2012659](https://doi.org/10.1109/TMAG.2009.2012659).
- [295] C. Dobler et al. „Soft Magnetic Material Characterisation with a Single Sheet Tester – An Overview“. In: *IKMT 2022; 13. GMM/ETG-Symposium* (2022).
- [296] Gheorghe Paltanea et al. „Correlation between Magnetic Properties and Chemical Composition of Non-Oriented Electrical Steels Cut through Different Technologies“. In: *Materials* 13 (6) (2020). DOI: [10.3390/ma13061455](https://doi.org/10.3390/ma13061455).
- [297] Michał Nowicki. „Anhysteretic Magnetization Measurement Methods for Soft Magnetic Materials“. In: *Materials* 11 (10) (2018). DOI: [10.3390/ma11102021](https://doi.org/10.3390/ma11102021).
- [298] Reza Alizadeh et al. „Managing computational complexity using surrogate models: a critical review“. In: *Research in Engineering Design* 31 (3) (2020). DOI: [10.1007/s00163-020-00336-7](https://doi.org/10.1007/s00163-020-00336-7).
- [299] COMSOL Multiphysics GmbH. *Introduction to Surrogate Modeling*. 28.05.2025. URL: <https://www.comsol.com/support/learning-center/article/introduction-to-surrogate-modeling-94521/261>.
- [300] COMSOL Multiphysics GmbH. *Introduction to Surrogate Modeling*. 28.05.2025. URL: <https://www.comsol.com/support/learning-center/article/introduction-to-surrogate-modeling-94521/261>.
- [301] Lonnie Chrisman. *Latin hypercube vs. Monte Carlo sampling*. 2024. URL: <https://analytica.com/blog/latin-hypercube-vs-monte-carlo-sampling/>.

- [302] Krzysztof Chwastek et al. „An alternative method to estimate the parameters of Jiles–Atherton model“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 314 (1) (2007). DOI: [10.1016/j.jmmm.2007.02.157](https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2007.02.157).
- [303] Alasdair Regan et al. „Extension to the Jiles-Atherton Hysteresis Model Using Gaussian Distributed Parameters for Quenched and Tempered Engineering Steels“. eng. In: *Sensors* 25 (5) (2025). DOI: [10.3390/s25051328](https://doi.org/10.3390/s25051328).
- [304] Zhigang Chen et al. „Parameter Identification of Jiles-Atherton Model Based on Levy Whale Optimization Algorithm“. In: *IEEE Access* 10 (2022). DOI: [10.1109/ACCESS.2022.3185414](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3185414).
- [305] Gergely Friedl. „Identification of scalar Jiles-Atherton hysteresis model parameters with a new particle behaviour based metaheuristic algorithm“. In: *PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY* 1 (12) (2015). DOI: [10.15199/48.2015.12.21](https://doi.org/10.15199/48.2015.12.21).
- [306] COMSOL Multiphysics GmbH. *Creating a Deep Neural Network Surrogate Model from Imported Data*. 24.11.2025. URL: <https://www.comsol.de/support/learning-center/article/creating-a-deep-neural-network-surrogate-model-from-imported-data-94711/261>.
- [307] João Pedro Assumpção Bastos et al. *Electromagnetic modeling by finite element methods*. Bd. 117. Electrical engineering and electronics. 2003. ISBN: 978-0824742690.
- [308] Xin Fang et al. „Industry application of digital twin: from concept to implementation“. In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 121 (7-8) (2022). DOI: [10.1007/s00170-022-09632-z](https://doi.org/10.1007/s00170-022-09632-z).
- [309] Martin Sjarov et al. „The Digital Twin Concept in Industry – A Review and Systematization. Technical University of Vienna, Vienna, Austria, 08-011September 2020 : proceedings“. In: (2020). DOI: [10.1109/ETFA46521.2020.9212089](https://doi.org/10.1109/ETFA46521.2020.9212089).
- [310] Hung Dang et al. „Cloud-Based Digital Twinning for Structural Health Monitoring Using Deep Learning“. In: *IEEE Transactions on Industrial Informatics* 18 (6) (2022). DOI: [10.1109/TII.2021.3115119](https://doi.org/10.1109/TII.2021.3115119).
- [311] Stefano Zapperi et al. „Microscopic foundations of the Rayleigh law of hysteresis“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 242-245 (2002). DOI: [10.1016/S0304-8853\(01\)01131-3](https://doi.org/10.1016/S0304-8853(01)01131-3).
- [312] Eun S. Lee et al. „Calculation Methodologies of Complex Permeability for Various Magnetic Materials“. In: *Electronics* 10 (17) (2021), S. 2167. DOI: [10.3390/electronics10172167](https://doi.org/10.3390/electronics10172167).

- [313] Yi Liu et al. „Modeling analysis of pulsed magnetization process of magnetic core based on inverse Jiles-Atherton model“. In: *The Review of scientific instruments* 89 (5) (2018). DOI: [10.1063/1.5021069](https://doi.org/10.1063/1.5021069).
- [314] A. F. Brown. „Surface effects in plastic deformation of metals“. In: *Advances in Physics* 1 (4) (1952). DOI: [10.1080/00018735200101241](https://doi.org/10.1080/00018735200101241).
- [315] *Testing of the Plastic Deformation of Metals*. Cambridge University Press, 2021. ISBN: 9781108943369. DOI: [10.1017/9781108943369](https://doi.org/10.1017/9781108943369).
- [316] Shengci Li et al. „In-situ EBSD study of deformation behaviour of 600 MPa grade dual phase steel during uniaxial tensile tests“. In: *Materials Science and Engineering: A* 759 (2019). DOI: [10.1016/j.msea.2019.05.083](https://doi.org/10.1016/j.msea.2019.05.083).
- [317] G. Ananthakrishna. „Current theoretical approaches to collective behavior of dislocations“. In: *Physics Reports* 440 (4-6) (2007). DOI: [10.1016/j.physrep.2006.10.003](https://doi.org/10.1016/j.physrep.2006.10.003).
- [318] Sascha Thieltges. *Comparative Analysis and Numerical Stability Assessment of Jiles–Atherton Model Variants (Source Code Release)*. 2025. DOI: [10.24406/fordatis/423](https://doi.org/10.24406/fordatis/423).
- [319] A. Globus et al. „Determination of initial magnetization curve from crystallites size and effective anisotropy field“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 7 (3) (1971). DOI: [10.1109/TMAG.1971.1067200](https://doi.org/10.1109/TMAG.1971.1067200).
- [320] Leandro dos S. Coelho et al. „Multiobjective Exponential Particle Swarm Optimization Approach Applied to Hysteresis Parameters Estimation“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 48 (2) (2012). DOI: [10.1109/TMAG.2011.2172581](https://doi.org/10.1109/TMAG.2011.2172581).
- [321] Romain Marion et al. „Identification of Jiles–Atherton Model Parameters Using Particle Swarm Optimization“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 44 (6) (2008). DOI: [10.1109/TMAG.2007.914867](https://doi.org/10.1109/TMAG.2007.914867).
- [322] J.H.B. Deane. „Modeling the dynamics of nonlinear inductor circuits“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 30 (5) (1994). DOI: [10.1109/20.312521](https://doi.org/10.1109/20.312521).
- [323] Sascha Thieltges. *Parameter Harmonization of Jiles-Atherton model Variants*. 2025. DOI: [10.24406/fordatis/424](https://doi.org/10.24406/fordatis/424).
- [324] Sascha Thieltges. *Messdaten zur Bestimmung der ferromagnetischen Hysterese an 20MnMoNi5-5 und 22NiMoCr3-7 im Rayleigh-Regime*. 2024. DOI: [10.24406/fordatis/421](https://doi.org/10.24406/fordatis/421).



# Danksagung

Ohne die Unterstützung zahlreicher Menschen wäre der Weg, der schließlich in dieser Dissertation mündete, nicht möglich gewesen. Oft waren es nicht dauerhafte Begleiter, sondern Personen, die mir zur richtigen Zeit neue Perspektiven eröffneten und damit halfen, aus einem schmalen Pfad eine tragfähige Straße zu formen.

Besonders danken möchte ich all jenen, die meinen Zugang zur Physik geprägt haben. Herr Ley, der mir in jungen Jahren ein Teleskop schenkte, setzte damit den Startimpuls für eine bleibende Faszination. Ebenso gebührt mein Dank den Physiklehrern Herrn Altpeter und Herrn Bill, die es verstanden, die Begeisterung für physikalische Zusammenhänge auf inspirierende Weise zu vermitteln. Meiner Mutter danke ich von Herzen dafür, dass sie mir das Physikstudium überhaupt erst ermöglichte und mich stets in meinem Weg bestärkt hat.

Das Projekt „Physikstudium“ findet nun in dieser Dissertation seinen Abschluss. Mein besonderer Dank gilt Prof. Dr. U. Hartmann, der sich der Betreuung dieser Arbeit mit großem Engagement angenommen hat, stets ein offenes Ohr für meine Anliegen hatte und viel Geduld bewies. Diese Geduld war nicht selbstverständlich, denn die Promotion erfolgte berufsbegleitend neben einer Vollzeittätigkeit am Fraunhofer IZFP (in der häufiger „die Hütte brannte“ und Physiker sich nunmal von Natur aus gut in der Brandbekämpfung).

Daher gilt auch dem Fraunhofer IZFP mein ausdrücklicher Dank, etwa für die Bereitstellung der Laborumgebung, die Unterstützung durch Kolleginnen und Kollegen sowie den fachlichen Austausch. Besonders hervorheben möchte ich Klaus Szielasko für zahlreiche hilfreiche Diskussionen, wertvolle Ratschläge. Auch Sargon Youssef danke ich für seine fachliche und persönliche Unterstützung sowie sein offenes Ohr in schwierigen Phasen und gelegentlich notwendige Motivationsansagen.

Ein weiterer besonderer Dank gilt Prof. Dr. A. Schütze für die Übernahme der Zweitkorrektur dieser Arbeit.

Abschließend möchte ich Andrea Zahnhausen danken. Sie war in all den Jahren eine wichtige Stütze, hat mich jederzeit unterstützt, auch wenn ich erneut in Arbeit versunken war, und keine Mühe gescheut, selbst spät abends noch in intensive Diskussionen mit mir einzusteigen. Vielen Dank für alles.

