

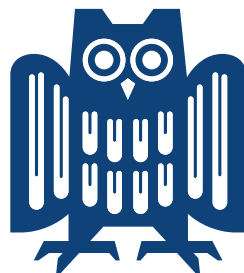
# **Erstellung eines Unterrichtskonzepts zur Behandlung der Quantenmechanik in der Oberstufe unter Berücksichtigung der neuen Bildungsstandards und Lehrpläne**

**Dissertation**

zur Erlangung des Grades  
der Doktorin der Naturwissenschaftslehre  
der Naturwissenschaftlich-Technischen Fakultät  
der Universität des Saarlandes

von

**Michelle Schwarz**



Saarbrücken  
2024

**Tag des Kolloquiums:** 29. November 2024

**Dekan:** Prof. Dr.-Ing. Dirk Bähre

**Berichterstatter:** Prof. Dr. Rolf Pelster  
Prof. Dr. Jürgen Eschner

**Vorsitzender:** Prof. Dr. Christoph Becher

**Akad. Mitarbeiter:** Dr. Alexis Darras

# Zusammenfassung

Bezugnehmend auf die aktuellen Entwicklungen in der Quantenphysik wurden die Bildungsstandards im Fach Physik für die allgemeine Hochschulreife hinsichtlich der Vermittlung eines ganzheitlichen quantenmechanischen Weltbilds angepasst. Die vorliegende Arbeit liefert einen auf den saarländischen Lehrplan abgestimmten Vorschlag für die Umsetzung der Bildungsstandards in der Quantenphysik. Auf Basis von bildungswissenschaftlichen und fachdidaktischen Theorien wird ein multimediales Lehr-Lern-Konzept vorgestellt, welches das Ziel hat, verbreiteten Vorstellungsschwierigkeiten vorzubeugen. Es beinhaltet zu den verpflichtenden sowie fakultativen Inhalten jeweils eine Sachanalyse sowie eine didaktische Analyse als Hintergrundinformation für die Lehrperson. Experimente werden mit Hilfe von Simulationen durchgeführt, um klassische Analogien und damit verbundene Fehlvorstellungen zu vermeiden. Die erstellten Lernumgebungen sind auf die Notation und die Vorgaben des saarländischen Lehrplans angepasst und nehmen Bezug auf didaktische Prinzipien sowie verbreitete Vorstellungsschwierigkeiten. Die Version für die Lehrperson beinhaltet zusätzlich QR-Codes zu Hilfestellungen, der Lösung und einer Lernerfolgskontrolle sowie zu jeder Aufgabe eine Zuordnung der angesprochenen Kompetenzen und des Anforderungsniveaus.



# Abstract

With reference to current developments in quantum physics, the educational standards in physics for the general university entrance qualification have been adapted with regard to the teaching of a holistic quantum mechanical view of the world. The present work provides a proposal for the implementation of the educational standards in quantum physics that is tailored to the Saarland curriculum. On the basis of educational science and subject didactic theories, a multimedia teaching-learning concept is presented which aims to prevent widespread conception difficulties. It includes a subject analysis for the compulsory and optional content as well as a didactic analysis as background information for the teacher. Experiments are carried out with the help of simulations in order to avoid classic analogies and the associated misconceptions. The learning environments created are adapted to the notation and specifications of the Saarland curriculum and refer to didactic principles and common conception difficulties. The version for the teacher also contains QR codes for help, the solution and a learning success check as well as an assignment of the skills addressed and the requirement level for each task.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Zusammenfassung / Abstract</b>	<b>I</b>
<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>VII</b>
<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Der saarländische Lehrplan zur Quantenphysik</b>	<b>3</b>
2.1. Bildungsstandards im Fach Physik für die Allgemeine Hochschulreife . . . . .	3
2.2. Vorstellungen in der Quantenphysik . . . . .	6
2.2.1. Die Studie von Bethge . . . . .	7
2.2.2. Die Studie von Wiesner . . . . .	8
2.2.3. Die Studie von Lichtfeldt . . . . .	9
2.3. Bekannte Konzepte zur Quantenphysik . . . . .	11
2.3.1. Der alte saarländische Lehrplan . . . . .	12
2.3.2. Das Unterrichtskonzept von Brachner und Fichtner . . . . .	14
2.3.3. Das Berliner Konzept . . . . .	15
2.3.4. MILQ . . . . .	17
2.3.5. Das Konzept von Markus Vogt . . . . .	19
2.3.6. Übersicht über die bekannten Konzepte . . . . .	21
2.4. Der neue saarländische Lehrplan zur Quantenphysik . . . . .	23
2.4.1. Ziele . . . . .	23
2.4.2. Ein Vorschlag . . . . .	23
2.4.3. Die tatsächliche Umsetzung . . . . .	26
2.4.4. Umsetzung im Bundesländervergleich . . . . .	27
<b>3. Fachdidaktische Grundlagen</b>	<b>31</b>
3.1. Die Unterrichtsplanung . . . . .	31
3.1.1. Ziele . . . . .	32
3.1.2. Inhalte . . . . .	33
3.1.3. Methoden . . . . .	37
3.1.4. Aufgaben . . . . .	40
3.2. Multimediales Lernen . . . . .	40
3.2.1. Lernpsychologische Sicht . . . . .	41

3.2.2.	Medien im Physikunterricht . . . . .	48
3.2.3.	Multimediale Lernumgebungen . . . . .	54
<b>4.</b>	<b>Ein saarländisches Unterrichtskonzept</b>	<b>57</b>
4.1.	Konzeptionelle Grundlagen . . . . .	57
4.1.1.	Didaktische Grundlagen . . . . .	57
4.1.2.	Multimediale Grundlagen . . . . .	61
4.2.	Photoeffekt und Photonenmodell . . . . .	62
4.2.1.	Hallwachs-Versuch . . . . .	68
4.2.2.	Herleitung der Lichtelektrischen Gleichung . . . . .	78
4.2.3.	Photonenmodell . . . . .	98
4.2.4.	Aufgaben zum Photoeffekt und Photonenmodell . . . . .	102
4.3.	Materiewellen . . . . .	129
4.3.1.	Hypothese von de Broglie . . . . .	136
4.3.2.	Bragg-Reflexion . . . . .	150
4.3.3.	Aufgaben zu Materiewellen . . . . .	160
4.4.	Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten . . . . .	169
4.4.1.	Doppelspaltversuch mit einzelnen Quantenobjekten . . . . .	187
4.4.2.	Determiniertheit . . . . .	203
4.4.3.	Quantenmechanischer Realitätsbegriff . . . . .	210
4.4.4.	Polarisationszustand von Photonen . . . . .	220
4.4.5.	Mach-Zehnder-Interferometer . . . . .	228
4.4.6.	Aufgaben zum Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten . . . . .	241
4.5.	Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation . . . . .	254
4.5.1.	Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation . . . . .	258
4.5.2.	Aufgaben zur Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation . . . . .	273
4.6.	Nichtlokalität der Quantenphysik . . . . .	284
4.6.1.	Verschränkte Zustände und Nichtlokalität . . . . .	293
4.6.2.	Beweis der Nichtlokalität . . . . .	305
<b>5.</b>	<b>Fazit und Ausblick</b>	<b>319</b>
<b>A.</b>	<b>Anhang</b>	<b>339</b>
A.1.	Kompetenzen . . . . .	339
A.2.	SuS-Versionen der Lernumgebungen . . . . .	343
A.3.	SuS-Versionen der Aufgabensammlungen . . . . .	398



# Abkürzungsverzeichnis

<b>AF</b>	Anforderungsbereich
<b>CHSH</b>	John Clauser, Michael Horne, Abner Shimony und Richard Holt
<b>EPR</b>	Albert Einstein, Boris Podolsky und Nathan Rosen
<b>GK</b>	Grundkurs
<b>IQB</b>	Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen
<b>KMK</b>	Kultusministerkonferenz der Länder
<b>KPK</b>	Karlsruher Physikkurs
<b>LEK</b>	Lernerfolgskontrolle
<b>LK</b>	Leistungskurs
<b>LP</b>	Lehrperson/en
<b>MILQ</b>	Münchener Unterrichtskonzept zur Quantenphysik
<b>SuS</b>	Schülerinnen und Schüler



# 1. Einleitung

Die Entwicklung der Quantenmechanik kann als wissenschaftliche Revolution bezeichnet werden. Ende des 19. Jahrhunderts bestand die Physik aus Newton'scher Mechanik und Elektrodynamik. Durch die Entwicklung der speziellen Relativitätstheorie und der Quantenmechanik wurde das physikalische Weltbild grundlegend verändert. Aus der modernen Welt ist die Quantenmechanik nicht mehr wegzudenken. Laser, Halbleitertechnik, Verschlüsselungen und Nachrichtenübertragung basieren zum Beispiel auf den Erkenntnissen der Quantenphysik.

Die Quantenmechanik als wichtiger Bestandteil des physikalischen Weltbilds trägt damit auch zur Allgemeinbildung bei und ist aus diesem Grund fest in den Physiklehrplänen verankert. Im Gegensatz zu anderen Schulthemen ist die Quantenphysik wenig anschaulich und widerspricht oft Alltagsbeobachtungen, was die Vermittlung in der Schule vor große Herausforderungen stellt. Durch die Entwicklung der Quanteninformatik Ende des 20. Jahrhunderts bekommt die Quantenmechanik immer neue Facetten, welche durch die Kultusministerkonferenz der Länder (KMK) nun teilweise auch für die Schulphysik vorgeschrieben wurden. Insbesondere zu diesen „neuen“ Themen gibt es wenig Erfahrung in der Schulphysik und dementsprechend auch keine etablierten Erklärungsmuster oder bereits erfolgreich erprobten Lehr- und Lernmaterialien. Insbesondere durch das verbreitete Interesse der Öffentlichkeit gegenüber der Quanteninformatik existieren viele Vorstellungsschwierigkeiten, die oft durch die Vermittlung einer „falschen Anschaulichkeit“ entstehen.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Erstellung eines Lehr-Lernkonzepts zur Quantenphysik, welches Vorstellungsschwierigkeiten vorbeugt und einen Paradigmenwechsel von der klassischen Physik zur Quantenphysik fördert. Dazu werden Lehr- und Lernmaterialien erstellt, welche die Lehrpersonen (LP) zusätzlich auf didaktische Schwierigkeiten und Fehlvorstellungen hinweisen.



## **2. Der saarländische Lehrplan zur Quantenphysik**

Die Quantenphysik befindet sich noch immer in einer stetigen Weiterentwicklung und kann keineswegs als abgeschlossenes Gebiet der Physik bezeichnet werden. Die Bedeutung der Quantenphysik für die Zukunft wird auch durch große Forschungsprojekte, wie das Quantum Flagship der Europäischen Union deutlich [1]. Durch die fachliche und technische Entwicklung der letzten Jahre auf gewinnt die Quantenphysik auch in der technischen Anwendung eine größere Bedeutung. Das bekannteste Beispiel hierfür ist der Quantencomputer. Experimente mit einzelnen Quantenobjekten bildeten noch vor einigen Jahren lediglich Gedankenexperimente, heute können sie als Realexperimente durchgeführt werden.

An diese fachliche und technische Weiterentwicklung muss auch der Schulunterricht zur Quantenphysik angepasst werden. Im Zuge der Einführung der gemeinsamen Bildungsstandards wurde somit auch der Lehrplan zur Quantenphysik im Saarland angepasst. In diesem Kapitel werden zunächst die Vorgaben der Bildungsstandards, bekannte Studien sowie bekannte Konzepte zum Quantenphysikunterricht vorgestellt. Darauf aufbauend wird eine Idee für den neuen Lehrplan zur Quantenphysik in Bezug auf die Bildungsstandards erläutert und die didaktische Herangehensweise an die einzelnen Themen begründet. Abschließend erfolgt ein Vergleich mit der tatsächlichen Umsetzung der Quantenphysik im saarländischen Lehrplan sowie den Lehrplänen der restlichen Bundesländer.

### **2.1. Bildungsstandards im Fach Physik für die Allgemeine Hochschulreife**

Mit Beschluss der KMK vom 18.06.2020 wurden in Zusammenarbeit mit dem Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) die Bildungsstandards im Fach Physik für die Allgemeine Hochschulreife festgelegt. Ziel der Einführung der gemeinsamen Bildungsstandards ist die Transparenz schulischer Anforderungen, die Förderung eines kompetenzorientierten Unterrichts sowie die Schaffung einer Grundlage für die Überprüfung der erreichten Ergebnisse. Kompetenz wird hier als „Fähigkeit verstanden, Wissen und Können in den jeweiligen Fächern zur Lösung von Problemen anzuwenden“ [2, Seite 3]. Durch die Bildungsstandards sollen weiterhin die Vergleichbarkeit von Abschlüssen sowie die Durchlässigkeit von Bildungswegen

sichergestellt werden. Die Bildungsstandards sind als Regelstandards zu verstehen, d.h. es handelt sich um die Kompetenzen, die im Durchschnitt von den Schülerinnen und Schülern (SuS) in einem Fach erreicht werden sollen [2].

In den Bildungsstandards wird zunächst der Bildungsbeitrag der Naturwissenschaften beschrieben. Es heißt hier: „Naturwissenschaftliche Kompetenz schließt das systematische Erfassen, Beschreiben und Erklären von Phänomenen in Natur und Technik ein ... [und] bedeutet Vertiefung, Erweiterung und Vernetzung der vorhandenen Kompetenzen der Lernenden und eine Metaperspektive auf die Denk- und Arbeitsweisen der Naturwissenschaften“ [2, Seite 9]. Aufbauend auf den Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss liegt den Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife das Modell der naturwissenschaftlichen Kompetenz zugrunde. Es wird zwischen Sachkompetenz, Erkenntnisgewinnungskompetenz, Kommunikationskompetenz und Bewertungskompetenz unterschieden. Die Kompetenzen werden im Umgang mit Inhalten erworben und zeigen sich in erworbenen Kenntnissen und Fähigkeiten [2]. Eine Übersicht über die Kenntnisse und Fähigkeiten zu den einzelnen Kompetenzbereichen bietet Tabelle 2.1. Die einzelnen Aspekte der Kompetenzbereiche sind dem Anhang A.1 zu entnehmen und der Erwerb dieser im Rahmen des Quantenphysikunterrichts wird in Kapitel 4 vorgestellt.

**Tabelle 2.1.:** Kompetenzbereiche nach dem Modell der naturwissenschaftlichen Kompetenz. Jedem Kompetenzbereich werden die mit ihm verbundenen Fähigkeiten und Kenntnisse zugeordnet sowie das Ziel des Kompetenzbereichs genannt [2, Seite 10].

Kompetenz	Kenntnis	Fähigkeit	Ziel
Sachkompetenz	naturwissenschaftliche Konzepte, Theorien und Verfahren	beschreiben, erklären und geeignet auswählen	Sachverhalte aus fach- und alltagsbezogenen Anwendungsbereichen verarbeiten
Erkenntnisgewinnungskompetenz	naturwissenschaftliche Denk- und Arbeitsweisen	beschreiben, erklären und verknüpfen	Erkenntnisprozesse nachvollziehen oder gestalten und deren Möglichkeiten und Grenzen reflektieren
Kommunikationskompetenz	Fachsprache, fachtypische Argumentationsstrukturen	Kenntnisse nutzen	fachbezogene Informationen erschließen, adressaten- und situationsgerecht darstellen und austauschen

Bewertungskompetenz	fachliche und überfachliche Perspektiven und Bewertungsverfahren	Kenntnisse nutzen	Aussagen bzw. Daten anhand verschiedener Kriterien beurteilen, dazu begründet eine Meinung bilden, Entscheidungen auch auf ethischer Grundlage treffen, Entscheidungsprozesse und deren Folgen reflektieren
---------------------	--	-------------------	---

Neben den Kompetenzen liegen die fachspezifischen Basiskonzepte der Beschreibung von naturwissenschaftlichen Sachverhalten zugrunde. Die Basiskonzepte ermöglichen die Betrachtung fachlicher Themen aus verschiedenen Sichtweisen sowie die Vernetzung der Themen untereinander. Sie werden wiederholt im Unterricht aufgegriffen. In der Physik unterscheidet man die vier Basiskonzepte „Erhaltung und Gleichgewicht“, „Superposition und Komponenten“, „Mathematisieren und Vorhersagen“ sowie „Zufall und Determiniertheit“ [2, Seite 18, ff.]. In der Quantenphysik werden insbesondere die drei zuletzt genannten Konzepte aufgegriffen.

Außerdem haben IQB und KMK „Inhaltliche Vereinbarungen zur Gestaltung der Aufgaben“ im Fach Physik für den gemeinsamen Abituraufgabenpool der Länder festgelegt, wobei zwischen grundlegendem Anforderungsniveau, dem Grundkurs (GK), und erhöhtem Anforderungsniveau, dem Leistungskurs (LK), unterschieden wird. In dieser Vereinbarung werden auf Grundlage der Vorgaben der KMK [2, 3] die Inhalte festgelegt, welche für die Bearbeitung der Aufgaben vorausgesetzt werden [4]. Für den Themenbereich „Quantenobjekte“ im Inhaltsbereich „Quantenphysik und Materie“ sind diese Inhalte in Tabelle 2.2 aufgeführt.

**Tabelle 2.2.:** Inhaltliche Vereinbarungen der Aufgaben der Quantenphysik durch die KMK und des IQB [4, Seite 6 f.]

Inhalte für GK und LK	zusätzlich für LK
Quantenobjekte	
Grundlegende Aspekte der Quantentheorie: Stochastische Vorhersagbarkeit, Interferenz und Superposition, Determiniertheit der Zufallsverteilung, Komplementarität	Stochastische Deutung mittels des Quadrats der quantenmechanischen Wellenfunktion (qualitativ)

<ul style="list-style-type: none"> <li>• konkretes Beispiel, z.B. Elektron am Doppelspalt</li> <li>• Photon und Elektron als Quantenobjekt</li> <li>• Komplementarität von Weginformation und Interferenzfähigkeit</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Betragsquadrat der Wellenfunktion zur Beschreibung der Nachweiswahrscheinlichkeitsdichte</li> <li>• Delayed-Choice-Experiment</li> </ul>
<p>Zusammenhänge der Größen Energie, Impuls, Frequenz und Wellenlänge zur Beschreibung von Quantenobjekten</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Zusammenhang zwischen Energie und Frequenz eines Photons (quantitativ), Bestimmung eines Näherungswertes für das Planck'sche Wirkungsquantum <math>h</math> mit einer experimentellen Methode</li> <li>• Zusammenhang zwischen Impuls und Wellenlänge (de Broglie-Beziehung)</li> </ul>	<p>Ort-Impuls-Unbestimmtheit</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Konzept der Unbestimmtheit in der Form: Unmöglichkeit, einen Zustand zu präparieren, bei dem zueinander komplementäre Größen jeweils einen exakten Wert haben</li> </ul>
<p>Quantenphysikalisches Weltbild hinsichtlich der Begriffe Realität, Lokalität, Kausalität, Determinismus</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problematik der Übertragung von Begriffen aus der Anschauungswelt in die Quantenphysik</li> </ul>	

## 2.2. Vorstellungen in der Quantenphysik

Die Quantenphysik ist schon lange ein fester Bestandteil der Schulphysik. Bereits im Jahr 2004 benannte die KMK die Quantenphysik als ein verbindliches und grundlegendes Thema für Abiturprüfungen: „Grundlegende Merkmale von Quantenobjekten unter Einbezug erkenntnistheoretischer Aspekte“ [5, Seite 5]. Die Herausforderung des Quantenphysikunterrichts stellt insbesondere der erkenntnistheoretische Aspekt mit der Einnahme einer Metaperpektive auf die Naturwissenschaften dar [6]. Weiterhin führen die Abstraktheit der Quantenphysik und die



begrifflichen Unterschiede zur klassischen Physik zu Verständnis- und Vermittlungsproblemen [7]. Die Abstraktheit steht auch in Verbindung mit den fehlenden Erfahrungen aus dem Alltag der SuS. Die meisten quantenphysikalische Experimente können in der Schule aufgrund fehlender Voraussetzungen (materielle Voraussetzungen oder zu extreme Versuchsbedingungen) nicht durchgeführt werden [8].

Diese Herausforderungen des Quantenphysikunterrichts implizieren auch verbreitete Vorstellungsschwierigkeiten, insbesondere durch den Widerspruch zur klassischen Physik. Die Vorstellungen, welche die SuS vor dem Quantenphysikunterricht haben, sind sowohl von dem früheren Physikunterricht geprägt als auch von Erfahrungen durch Medien im Alltag. Studien haben bereits gezeigt, dass SuS diese falschen Vorstellungen nur schwer überwinden können [9]. In diesem Kapitel werden exemplarisch drei Studien zu Vorstellungen in der Quantenphysik vorgestellt.

### 2.2.1. Die Studie von Bethge

Thomas Bethge untersuchte 1988 und 1992 Vorstellungen von SuS zur Quantenphysik [10]. Grundlage seiner Untersuchung waren Audioaufnahmen von Unterrichtsgesprächen. In vier Kursen dokumentierte er den gesamten Quantenphysikunterricht und in weiteren sechs Kursen einzelne Abschnitte. Daraus leitete er Hypothesen zu den Vorstellungen der SuS in der Quantenphysik ab. Mit Fragebogen ( $n = 142$ ) überprüfte er seine Hypothesen und sicherte sie mit Interviews ( $n = 25$ ) zusätzlich ab. Bethge unterteilte die Ergebnisse seiner Studie in zwei Teilgebiete: Vorstellungen zum Modellbegriff und Vorstellungen zu zentralen Begriffen der Quantenmechanik [11].

Die Forderung der SuS an ein Modell ist vor allem Anschaulichkeit, sie erwarten ein „Modell zum „Anfassen“, welches aber nicht real sein muss. Sie drücken dies oft mit dem Begriff „Denkmodell“ aus. Modelle können für die SuS situationsgebunden sein, müssen aber weder widerspruchsfrei sein noch für die gesamte Quantenphysik gelten. Ein Modell ist somit für die SuS auf der einen Seite eine gegenständliche Veranschaulichung und auf der anderen Seite ein bloßes Gedankenkonstrukt [11].

Ein zentraler Begriff der Quantenmechanik ist der Wahrscheinlichkeitsbegriff. Bethge fand dazu drei verschiedene Aspekte. Eine Gruppe von SuS sieht die Wahrscheinlichkeit als Interpretations- oder Übersetzungskalkül an. Sie dient als Instrument zur Bearbeitung und Lösung physikalischer Probleme. Eine vorstellbare Situation zur Übersetzung des mathematischen Formalismus entsteht für die SuS durch die Verknüpfung von Wahrscheinlichkeit und Häufigkeit. Hierzu wurde die Aufgabe gestellt, die Wellenfunktion für ein im Intervall um den Punkt X lokalisiertes Quant anzugeben und diese zu begründen. Eine korrekte Zeichnung sowie die korrekte Begründung mittels Wahrscheinlichkeitsinterpretation konnten 50 % der SuS angeben, 80 % zeichneten die Wellenfunktion korrekt. Mit der Wahrscheinlichkeit als Instrument kann also die Mehrheit der SuS umgehen. Für eine zweite Gruppe von SuS ist die Wahrscheinlichkeit eine akasale Beschreibung. Eine Erklärung für die Entstehung der Wahrscheinlichkeitsverteilung mittels eines

schrittweisen Aufbaus ist für sie notwendig. Eine umgangssprachliche Auffassung des Begriffs vertreten die SuS, welche die Wahrscheinlichkeit als Ungenauigkeit interpretieren. Die Unzufriedenheit der SuS, welche die beiden zuletzt genannten Auffassungen über das Zustandekommen einer Wahrscheinlichkeitsverteilung vertreten, wird durch eine Aussage deutlich: „Wenn die nicht mehr weiter wissen, dann kommen die mit irgendwelchen Wahrscheinlichkeiten.(...) Was für einen Grund haben die Quanten, sich so zu verteilen?“ [11, Seite 230]. Akzeptiert wird hingegen die Angabe von Wahrscheinlichkeiten als Interpretation des Betragsquadrats der  $\psi$ -Funktion. Vier von fünf SuS gehen sinnvoll damit um. Die Quantelung der Energie als zentraler Begriff wird von den SuS fraglos akzeptiert und für eigene Erklärungen herangezogen, was laut Bethge daran liegt, dass der Begriff Energie in Aussagen von LP leicht akzeptiert wird [11]. Im Themenbereich der Atomphysik untersuchte Bethge SuS-Vorstellungen zu Bahn und Bewegung sowie zur Stabilität von Atomen. Er zieht aus seiner Studie insgesamt das Fazit, dass eine Vielzahl von quantenmechanischen Phänomenen im Unterricht behandelt werden müssen, um die Entwicklung von Vorstellungen zur Quantenphysik zu ermöglichen. Er folgert weiterhin, dass Analogien nicht immer sinnvoll sind, da sie gerade auf dem Gebiet der Quantenphysik die klassischen Vorstellungen noch weiter festigen können [11].

### 2.2.2. Die Studie von Wiesner

Die Untersuchungen zu den Vorstellungen von SuS wurden von Wiesner und seinen Kollegen in den 1980er Jahren durch mündliche Befragungen und einstündige Interviews durchgeführt. Die Untersuchung fand nach dem Quantenphysikunterricht statt und es nahmen 27 SuS verschiedener LKs teil. Die SuS mussten reine Kenntnisfragen beantworten und zu begrifflichen Themen der Quantenphysik Stellung nehmen. Einige für die vorliegende Arbeit relevanten Ergebnisse aus [10] werden hier zusammengefasst.

Als Unterschied zwischen klassischer Physik und Quantenphysik sahen 30 % der SuS die klassische Physik als Grenzfall der Quantenphysik an. Bei kleiner werdenden Objekten zeigen sich die Quanteneigenschaften ihrer Meinung nach immer deutlicher. Mit dem Dualismus oder der Notwendigkeit einer Modellvorstellung begründeten 26 % der SuS den Unterschied. Auf die Energiequantisierung bezogen sich 19 % SuS und 15 % nannten Effekte, wie den Compton-Effekt, die nur in der Quantenphysik auftreten. Ebenfalls 15 % erklärten, dass Quantenobjekte sich immer bewegen und viel größere Geschwindigkeiten erreichen können als klassische Objekte. 11 % der SuS verwiesen darauf, dass Quantenobjekte keine Ortseigenschaft besitzen, die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation nannten nur 4 % als Hauptunterschied [10].

Bezüglich der Vorstellungen von einem Photon fand Wiesner heraus, dass  $\frac{1}{3}$  der SuS das Photon als Lichtteilchen mit dualistischen Eigenschaften beschreiben,  $\frac{1}{4}$  der SuS beschreiben es als masselos und nur  $\frac{1}{6}$  der SuS äußerten die Vorstellung eines Energiequants [10].

Trotz anfänglicher Bedenken stimmten über die Hälfte der SuS der Aussage, dass Quantenobjekten zu jeder Zeit ein bestimmter Ort zukommt zu, denn: „[...] zu einem bestimmten

Zeitpunkt müssen sie ja irgendwo sein“ [10, Seite 245]. Diese Meinung vertraten 24 % der SuS. Andere Erklärungen waren, dass es bei Quantenobjekten nur schwierig ist den Ort festzustellen (16 %) oder dass eine Ortsbestimmung, in Anlehnung an die Heisenberg’sche Unbestimmtheitsrelation, nur unter Verzicht der Impulsbestimmung möglich. Von den SuS, welche die Aussage, dass Quantenobjekten zu jeder Zeit ein bestimmter Ort zukommt verneinten, äußerten 12 % Bedenken ohne eine richtige Begründung und 12 % argumentierten, dass „durch die Messung [...] bei so kleinen Teilchen eine Verfälschung da [ist]“ [10, Seite 246].

Auf die Frage nach der Bedeutung der Heisenberg’schen Unbestimmtheitsrelation antworteten 43 % der SuS mit der Unmöglichkeit Ort und Impuls bei Quantenobjekten gleichzeitig genau zu bestimmen. 13 % nannten ein gegenläufiges Verhalten in den Genauigkeiten von  $x$  und  $p$  als Bedeutung. Einige SuS (13 %) vertraten auch die Ansicht, dass „[wenn] ich einmal den Ort genau betrachte, kann ich den Impuls nicht genau bestimmen und umgekehrt“ [10, Seite 246]. Auf ein falsches Paar von Größen, nämlich Ort und Zeit, bezogen ebenfalls 13 % die Heisenberg’sche Unbestimmtheitsrelation. Auf die Frage nach der Bedeutung von  $\Delta x$  und  $\Delta p$  konnten nur wenige SuS überhaupt antworten, aber niemand nannte die korrekte Interpretation als Standardabweichung statistischer Verteilungen von Messwerten. Die meisten SuS beschrieben diese Größen als Änderungen oder Abweichungen vom richtigen Wert [10].

### 2.2.3. Die Studie von Lichtfeldt

Lichtfeldt untersuchte 1992 in einer Studie die Vorstellungen von SuS vor dem Quantenphysikunterricht sowie deren Veränderung durch den Unterricht. Zur Erprobungsgruppe gehörten elf Berliner GKs und LKs, während die Kontrollgruppe aus 14 Berliner GKs und LKs bestand. Das verwendete Unterrichtskonzept zur Quantenphysik ist das in Kapitel 2.3.3 vorgestellte Berliner Unterrichtskonzept. Schwerpunkt des Konzepts ist der Verzicht auf eine dualistische Beschreibung sowie auf die historische Vorgehensweise. So wird beispielsweise zuerst die Elektronenbeugung behandelt und der Photoeffekt bildet das letzte Kapitel. Vor dem Quantenphysikunterricht wurden die Vorstellungen aller SuS mit einem Fragebogen erfasst. Zusätzlich wurden mit einigen Lerngruppen Interviews durchgeführt und der Unterricht einiger Kurse wurde aufgezeichnet. Fünf bis sechs Wochen nach dem Unterricht füllten die SuS einen Fragebogen aus, der dem vor dem Unterricht ähnlich war. Auch hier wurden zusätzlich einige Interviews durchgeführt. Lichtfeldt untersuchte den Einfluss des Quantenphysik-Konzepts auf Schülervorstellungen in der Mechanik, der Optik, der Atomphysik, der Quantenphysik sowie wissenschaftstheoretische Aspekte. Im Folgenden werden die Ergebnisse zur Optik und Quantenphysik zusammengefasst. Bei der Darstellung der Ergebnisse nach dem Quantenphysikunterricht wird zwischen Erprobungs- und Kontrollgruppe unterschieden. Dabei ist die Erprobungsgruppe die Gruppe von SuS, welche mit dem Berliner Konzept unterrichtet wurde [12].

Vor dem Quantenphysikunterricht kennen die SuS bereits das Strahlenmodell und das Wellenmodell des Lichts. Auf die Frage, ob zwei Erklärungsmuster für das Licht möglich sind,

antworteten die SuS mit verschiedenen Modellen. Mit einer reinen Wellenvorstellung antworteten 27,8 % der SuS. Sie sahen die Strahlenvorstellung als Sonderfall oder als überholt an: „Der Lichtstrahl besteht ebenfalls aus einer Lichtwelle. Der Lichtstrahl dient nur der Vereinfachung“ [12, Seite 142]. Ein einziger Schüler sprach bereits von Lichtteilchen. Überraschend ist, dass bereits 59,5 % eine dualistische Vorstellung vertraten und es für die SuS keinen Widerspruch zwischen den beiden Modellen gab: „Da das Licht auch Wellencharakter hat, sehe ich darin keinen Widerspruch“ [12, Seite 144]. Einige SuS erweitern dies sogar bereits bis zur Teilchenvorstellung. 8,4 % der SuS sprechen von einem Modell oder einer Theorie: „Die Erklärung solcher Tatsachen müssen mittels Theorien durchgeführt werden, ähnlich wie in der Chemie die Deutung der Atome auf verschiedenen Theorien basiert, womit die unterschiedlichsten Phänomene erklärt werden“ [12, Seite 144 f.].

Auf die Frage, was Licht wirklich ist, konnte Lichtfeldt erneut parallele Erklärungsmuster feststellen. 42,9 % der SuS antworteten mit einer reinen Wellenvorstellung: „Licht besteht aus Transversal- und Longitudinalwellen, die sich von einer Lichtquelle ausbreiten“ [12, Seite 146]. Mit dem Teilchencharakter antworteten 7,9 % der SuS: „Licht besteht aus kleinen Teilchen (Photonen), die sich wellenartig ausbreiten“ [12, Seite 146]. Eine Vorstellung der Kombination aus Strahlen, Wellen und Teilchen vertraten 40 % der SuS: „Licht besteht aus Strahlen, Wellen und Quanten“ [12, Seite 146]. Die SuS sehen also keinen Widerspruch in der gleichzeitigen Betrachtung zweier oder mehrerer Modelle, weshalb Lichtfeldt empfiehlt, den Dualismusbegriff im Unterricht nicht noch zusätzlich zu problematisieren.

Nach dem Quantenphysikunterricht wurden die SuS nach der Beziehung zwischen Licht und Strahl gefragt. In der Erprobungsgruppe zeigten 52,4 % der SuS ein vorsichtiges Umgehen mit dem Begriff des Lichtstrahls. Der Strahl ist für sie eine modellhafte Vorstellung, eine „Erscheinungsform des Lichts“ [12, Seite 197]. In der Kontrollgruppe zeigten 61,4 % der SuS eine dominierende Lichtteilchen-Vorstellung. Die SuS stellen sich die Teilchen gebündelt zu einem Strahl vor: „Licht, das aus Photonen besteht, kann sich als Lichtstrahl ausbreiten, meistens ist es dann gebündelt“ [12, Seite 196]. Die SuS der Erprobungsgruppe beschrieben den Lichtstrahl also überwiegend als Modell, während die SuS der Kontrollgruppe das Licht als einen Strom von Teilchen ansahen.

Bei der Frage nach der Beziehung zwischen Licht und Welle betonten 43,4 % der Erprobungsgruppe den Modellcharakter der Welle: „Licht zeigt den Wellen ähnliches Verhalten“ [12, Seite 202]. Den Wellenaspekt stellten bei dieser Beziehung 23 % der Erprobungsgruppe und 34 % der Kontrollgruppe in den Vordergrund: „Licht zeigt bei seiner Ausbreitung Wellencharakter“ [12, Seite 201]. Die Mehrheit der SuS in der Kontrollgruppe (51,9 %) stellte eine Verbindung zwischen den Lichtteilchen und der Welle her und versuchte, die verschiedenen Phänomene miteinander zu verbinden: „Die Welle ist der Ausbreitungsmechanismus der Lichtteilchen“ [12, Seite 202]. Durch diese spezifische Frage mussten die SuS den Wellenbegriff mit einbeziehen. Während die SuS der Erprobungsgruppe verstärkt auf den Modellbegriff Bezug nahmen, befanden

sich die SuS der Kontrollgruppe in einer starken dualistischen Vorstellung und konnten sich nicht von der Teilchenvorstellung lösen.

Auf die Frage, was Licht wirklich ist, wurden deutliche Unterschiede zwischen der Erprobungsgruppe und der Kontrollgruppe erkennbar. Die SuS der Erprobungsgruppe konnten sich überwiegend von der bildlichen Vorstellung von Lichtteilchen lösen und eine qualitativ neue Erklärung akzeptieren: „Die Frage kann so nicht beantwortet werden, da das Wesen des Lichts (und damit der Quantenobjekte) unbekannt ist. Was getan werden kann ist, dem Licht zur besseren Veranschaulichung aufgrund von beobachteten Eigenschaften eine Natur zuzuweisen“ [12, Seite 204]. Die SuS der Kontrollgruppe tendierten hingegen noch stärker zur dualistischen Vorstellung als vor dem Quantenphysikunterricht: „Licht hat Wellen- und Quantencharakter“ [12, Seite 204]. Bei den SuS der Erprobungsgruppe fand also ein gedanklicher Wechsel hin zur quantenphysikalischen Sichtweise statt, während die dualistische Vorstellung der SuS der Kontrollgruppe noch gestärkt wurde.

### 2.3. Bekannte Konzepte zur Quantenphysik

Es existieren bereits einige Unterrichtskonzepte zum Unterrichten der Quantenphysik. In diesem Kapitel werden sowohl der aktuelle saarländische Lehrplan als auch die bekannten Konzepte vorgestellt. Dabei wird immer ein Vergleich mit den Vorgaben der Bildungsstandards vorgenommen. Da im GK weniger Themen behandelt werden als im LK, wird sich hier auf die Darstellung des LK beschränkt. Die als Grundlage dieser Arbeit betrachteten Konzepte sind:

- Alter saarländischer Lehrplan [13]
- Konzept von Brachner und Fichtner [14, 15]
- Berliner Konzept [16]
- Bremer Konzept [17]
- Zeigerformalismus nach Kübelbeck [18]
- Zeigerformalismus nach Bader [19]
- Unterrichtsvorschlag von Erb, Schön und Werner [20]
- Visual Quantum Mechanics [21]
- Münchner Konzept (MILQ) [22]
- Erlangerer Konzept [23]
- Karlsruher Physikkurs (KPK) [24]
- Konzept von Markus Vogt [25]

Fünf der Konzepte werden in den folgenden Kapiteln näher erläutert, da sie eine Grundlage für den neuen saarländischen Lehrplan zur Quantenphysik liefern. Ein Lehr-Lernkonzept muss verschiedene Kriterien erfüllen. Das Hauptkriterium bildet die fachliche Korrektheit. Das heißt, es soll in der Wissenschaft Einigkeit über das vermittelte Wissen bestehen. Die Inhalte müssen außerdem die Fähigkeiten und Interessen der SuS berücksichtigen, da der Quantenphysikunterricht einen Beitrag zur Allgemeinbildung bilden soll [7]. Außerdem sollte sich der neue Lehrplan möglichst nah am alten saarländischen Lehrplan orientieren, um die Umstellung des Unterrichts für die LP zu vereinfachen. Da diese Arbeit sich auf die Quantenphysik beschränkt, wird das Bremer Konzept nicht näher erläutert. Es bezieht sich vorwiegend auf

die Atomphysik. Die Unterrichtskonzepte nach Kübelbeck, nach Bader und nach Erb, Schön und Werner beruhen auf dem Zeigerformalismus. Das Konzept setzt die Einführung des Zeigerformalismus bereits in der Optik voraus. Dies sieht der saarländische Lehrplan nicht vor, weshalb die Konzepte an dieser Stelle nicht näher erläutert werden. Das Konzept Visual Quantum Mechanics richtet sich an Studierende und bildet somit auch keine Grundlage für diese Arbeit. Das Erlangener Konzept beinhaltet vorwiegend aktuelle Themen aus der Quantenoptik und Quanteninformation mit Erklärungen und möglichen Experimenten. Es bildet nicht die Grundlage für den Quantenphysikunterricht, kann aber für Exkurse in die Quantenoptik oder Quanteninformation herangezogen werden. Der KPK wird kontrovers diskutiert und ein eindeutiger Nachweis der Effektivität ist nicht gegeben. Die Deutsche Physikalische Gesellschaft lehnt den Einsatz des Kurses in einem Gutachten beispielsweise ab: „[D]er KPK [erzeugt] eine grundsätzlich falsche Vorstellung von Physik. Die Strenge des naturwissenschaftlichen Denkens und der empirischen Vorgehensweise werden durch den KPK verletzt“ [26, Seite 1]. Aufgrund der umstrittenen Meinung zum KPK wird dieser hier nicht näher vorgestellt.

### 2.3.1. Der alte saarländische Lehrplan

Der alte saarländische Lehrplan für den LK in Physik stammt aus dem Jahr 2019 und ist für einen fünfstündigen Kurs angelegt. Den Einstieg in die Thematik bildet der Photoeffekt mit dem damit verbundenen Photonenmodell. Mit dem Planckschen Wirkungsquantum wird eine universelle Naturkonstante eingeführt. Es soll deutlich gemacht werden, dass sich das Wellenmodell und das Photonenmodell des Lichts nicht widersprechen, sondern sich gegenseitig ergänzen. Die folgenden Kapitel zeigen, dass manche Effekte mit dem Photonenmodell und andere mit dem Wellenmodell erklärt werden können. Besprochen werden hier die Röntgenstrahlung sowie der Compton-Effekt und die Paarerzeugung bzw. -vernichtung. Der Teilchencharakter von Wellen legt die Hypothese von de Broglie, dass Teilchen auch Wellencharakter zeigen, nahe. Mit dem Doppelspaltversuch werden die grundlegenden Merkmale von Quantenobjekten hergeleitet (Nichtvorhersagbarkeit von Einzelereignissen, Eindeutigkeit des Messprozesses, stochastisches Verhalten). Die Interpretation der Heisenberg'schen Unschärferelation führt zum Begriff der Komplementarität. Im Anschluss werden Themen der Atomphysik (Franck-Hertz-Versuch, Bohr'sches Atommodell, Wasserstoff-Atom, linearer Potenzialtopf), Kernphysik und Radioaktivität thematisiert [13]. Der genaue Aufbau der Quantenphysik im Lehrplan wird in Tabelle 2.3 dargestellt. Vergleicht man den Lehrplan mit den Vorgaben von IQB und KMK in Tabelle 2.2 so wird die Komplementarität zwischen Welcher-Weg-Information und Interferenzmuster sowie das Quantenmechanische Weltbild nicht angesprochen.

**Tabelle 2.3.:** Aufbau des saarländischen Lehrplans von 2019-2023 im Teilgebiet „Quanten und Atome“ für den LK mit Nennung der Schlüsselexperimente und wichtigsten Teilaspekte nach [13]

Thema	Schlüsselexperimente	Teilaspekte
Photoeffekt und Photonenmodell	Hallwachs-Versuch, Gegenfeldmethode	Plancksches Wirkungsquantum, Lichtelektrische Gleichung, Photonenmodell
Röntgenstrahlung	Drehkristallmethode nach Bragg	Aufbau und Funktionsweise der Röntgenröhre, Bragg-Bedingung, Röntgenspektrum als Überlagerung von diskretem und kontinuierlichem Spektrum
Compton-Effekt	Bestrahlung eines Streukörpers mit Röntgenstrahlung	Masse und Impuls des Photons, Comptonwellenlänge und Energiebilanzgleichung
Paarerzeugung und Paarvernichtung	Bestrahlung einer Bleiplatte mit Gammastrahlung	Triplettbildung, Energiebilanzgleichungen
Welleneigenschaften von Elektronen	Elektronenbeugungsröhre	Hypothese von de Broglie, de Broglie Wellenlänge
Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten	Doppelspaltversuch mit einzelnen Quantenobjekten	Nichtvorhersagbarkeit des Ortes, Eindeutigkeit von Messergebnissen, statistisches Verhalten, Interferenz am Doppelspalt, Wellenfunktion zur Beschreibung von Quantenobjekten
Heisenberg'sche Unschärferelation	Intensitätsverteilung am Einzelspalt	Orts-Impuls-Unschärfe, Energie-Zeit-Unschärfe, Frequenz-Zeit-Unschärfe

Atomphysik	Rutherfordscher Streuversuch, Franck-Hertz-Versuch	Rutherfordsches Atommodell, Quantenhafte Emission und Absorption, Bohr'sches Atommodell, linearer Potenzialtopf
Kernphysik und Radioaktivität		Aufbau des Atomkerns und Kernbindungsenergie, Kernstrahlung und Kernzerfall, Zerfallsgesetz

### 2.3.2. Das Unterrichtskonzept von Brachner und Fichtner

Brachner und Fichtner entwickelten in den Jahren 1977 und 1980 jeweils ein Unterrichtskonzept zur Quantenphysik, welches sich stark an den Vorlesungen von Feynman orientiert. Die Vorlesungen von Feynman findet man unter [27], während das Konzept in [14] und [15] dargestellt ist. Das Unterrichtskonzept beruht, wie auch die Vorlesungen von Feynman auf dem Fundamentalprinzip:

„Gibt es verschiedene Möglichkeiten (Wege) für das Eintreten eines bestimmten Ereignisses und wird durch die Versuchsanordnung nicht festgelegt, dass ausschließlich eine bestimmte Möglichkeit gewählt wurde, so tritt immer Interferenz auf. Hinterlässt dagegen jedes Ereignis an der Versuchsanordnung eindeutig ein bestimmtes Merkmal, durch das entschieden werden kann, welche der verschiedenen Möglichkeiten gewählt wurde, dann tritt nie Interferenz auf“ [20].

Der Aufbau des Kurses ist in die drei Teilgebiete Quantenphysik, Atomphysik und Vielteilchensysteme gegliedert. Der Aufbau der Quantenphysik wird in Tabelle 2.4 dargestellt. Die Besonderheit liegt in der parallelen Betrachtung von Elektronen und Photonen am Doppelspalt. Auch hier wird im Vergleich mit Tabelle 2.2 deutlich, dass das Quantenmechanische Weltbild nicht angesprochen wird.

**Tabelle 2.4.:** Aufbau der Quantenphysik im Unterrichtskonzept von Brachner und Fichtner mit Nennung der Schlüsselexperimente und wichtigsten Teilaspekte ([14] und [15])

Thema	Schlüsselexperimente	Teilaspekte
Elektronen	Elektronen am Doppelspalt	Nachweis sowie Bestimmung von Masse und Ladung



Photonen	Doppelspaltversuch mit abgeschwächtem Licht, Hallwachs-Versuch, Gegenfeldmethode	Photoeffekt, Plancksches Wirkungsquantum, Compton-Effekt
Charakterisierung von Mikroobjekten		Stochastisches Verhalten, Hypothese von de Broglie, Drehimpuls, Spin und Polarisation
Energiequantisierung	Franck-Hertz-Versuch	Energieniveaus von Atomen
Superpositionsprinzip		Wahrscheinlichkeitsamplituden und Wahrscheinlichkeiten
Potenzialtöpfe, Schrödinger-Gleichung		Elektron in verschiedenen eindimensionalen Potenzialtöpfen, stationäre und zeitabhängige Schrödinger-Gleichung, Tunneleffekt, Chemische Bindung
Unbestimmtheitsrelation		Formulierung, Anwendungen: Tunneleffekt, Feldionenmikroskop

Im Teilgebiet zur Atomphysik werden Atomaufbau, Grundzustand des Wasserstoffatoms, Energieniveaus, Emissions- und Absorptionsspektren und Aufenthaltswahrscheinlichkeiten im Orbitalmodell thematisiert. Das Teilgebiet Vielteilchensysteme beinhaltet Ununterscheidbarkeit, Symmetrie der Wellenfunktion, Pauli-Prinzip sowie den Bau der Atome anhand von Streuexperimenten.

### 2.3.3. Das Berliner Konzept

Das Berliner Konzept soll Anregungen zur Gestaltung der Quantenphysik in der Oberstufe geben und richtet sich somit an LP und Studierende. Neue Erkenntnisse sollen in den Vordergrund gestellt werden und fragwürdige Bezüge zur klassischen Physik vermieden werden. Das Konzept baut auf Lernschwierigkeiten in Bezug zum historischen Zugang auf. Besonders der Welle-Teilchen-Dualismus und das Bohr'sche Atommodell werden für den Lernfortschritt der SuS kritisch gesehen. Das Ziel des Kurses ist der Verzicht auf eine solche dualistische

Betrachtungsweise mit einer sorgfältigen Prüfung der Verwendung klassischer Größen. Die Elementarisierung mit dem Bezug zu bisher bekannten klassischen Größen darf unangemessene Vorstellungen nicht festigen, sondern muss die Möglichkeit zum Umlernen, zum Beispiel während des Physikstudiums, gewährleisten. Eine grundlegende Entscheidung des Kurses ist der Beginn mit Elektronen. Begründet wird dies damit, dass „die Versuchung, bei Photonen an klassische Teilchen zu denken, wesentlich größer ist als die Bereitschaft, sich bei Elektronen irgendeine Art von Materiewelle vorzustellen“ [16, Seite 7]. Bei der Einführung der Heisenberg’schen Unschärferelation wird auf klassische Analogien wie die Spaltbreite verzichtet, um eine klassische Erklärung zu vermeiden. Genauso soll bei der Behandlung des Potenzialtopfs auf klassische Analogien, wie schwingende Saiten als Analogie zur Materiewelle, verzichtet werden und stattdessen der Verlauf der Aufenthaltswahrscheinlichkeit als Hypothese gesetzt werden [16]. Der Aufbau des Unterrichtskonzepts gliedert sich wie in 2.5 dargestellt. Auch hier wird das Quantenmechanische Weltbild nicht angesprochen.

**Tabelle 2.5.:** Aufbau des Berliner Konzepts zur Quantenphysik mit Nennung der Schlüsselerperimente und wichtigsten Teilaspekte nach [12, 16]

Thema	Schlüsselexperimente	Teilaspekte
Elektronen	Elektronenbeugungsröhre	Impuls von Elektronen, Plancksches Wirkungsquantum, de Broglie-Beziehung
Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten	Doppelspaltversuch mit klassischen Teilchen und Elektronen	Stochastische Deutung der Interferenzbilder, Elektronen als Quantenobjekte
Die Heisenberg’sche Unschärferelation	Doppelspaltversuch	Formulierung und Begründung mithilfe der Bragg-Reflexion
Atomphysik	Franck-Hertz-Versuch	Energiequantelung im Atom, Quantenhafte Emission und Absorption
Photonen	Hallwachs-Versuch, Gegenfeldmethode	Äußerer Photoeffekt, erneute Bestimmung der Planckschen Konstanten, Taylor-Effekt, Compton-Effekt

### 2.3.4. MILQ

Das MILQ orientiert sich an den Wesenszügen der Quantenphysik, die in Abbildung 2.6 mit ihren Folgerungen dargestellt sind.

**Tabelle 2.6.:** Wesenszüge der Quantenphysik mit Beschreibungen und ihren Folgerungen als Grundlage des MILQ [28, Seite 25 ff.]

Wesenszüge der Quantenphysik		
Wesenszug	Beschreibung	Folgerung
Stochastische Vorhersagbarkeit	Einzelereignisse können im Allgemeinen nicht vorhergesagt werden, die Verteilung nach vielen Wiederholungen ist aber reproduzierbar.	Bei quantenmechanischen Ereignissen ist der Ausgang vom Zufall bestimmt.
Fähigkeit zur Interferenz	Gibt es mehr als eine klassisch denkbare Möglichkeit für das Eintreten eines Versuchsergebnisses, so können einzelne Quantenobjekte zu einem Interferenzmuster beitragen.	Es ist objektiv unbestimmt auf welche Weise das Versuchsergebnis eintritt.
Eindeutige Messergebnisse	Messergebnisse sind stets eindeutig, auch wenn sich das Quantenobjekt in einem, in Bezug auf die gemessene Größe, unbestimmten Zustand befindet.	Ist ein Quantenobjekt bezüglich einer Eigenschaft in einem unbestimmten Zustand, so wird es durch eine Messung auf diese Eigenschaft in einen Zustand umpräpariert, in dem diese Eigenschaft bestimmt ist.
Komplementarität	Interferenzmuster und Unterscheidbarkeit der klassisch denkbaren Möglichkeiten schließen sich aus.	Die gesamte Messapparatur bestimmt das Versuchsergebnis.

Der Aufbau des Kurses ist in Tabelle 2.7 dargestellt. Der Grundgedanke besteht darin, die neuen Inhalte der Quantenphysik herauszustellen, die Vorstellungen der SuS und Lernschwierigkeiten

zu berücksichtigen und klare Begriffe als Voraussetzung für den Lernerfolg zu verwenden, was durch die Wesenszüge gewährleistet werden soll. Im Vergleich mit den Vereinbarungen von IQB und KMK aus Tabelle 2.2 werden bis auf die Begriffe der Lokalität und Kausalität alle Aspekte angesprochen.

**Tabelle 2.7.:** Aufbau des MILQ mit Nennung der Schlüsselexperimente und wichtigsten Teilaspekte nach [22]

Thema	Schlüsselexperimente	Teilaspekte
Photonen	Hallwachs-Versuch, Gegenfeldmethode	Photoeffekt, Plancksches Wirkungsquantum, Lichtelektrische Gleichung, Photonenmodell, Impuls von Photonen
Präparation dynamischer Eigenschaften	Prismenversuch mit Licht, Polfilter-Versuch	Präparation dynamischer Eigenschaften in der klassischen Mechanik, Polarisation
Wellen und Teilchen	Mach-Zehnder-Interferometer	Dualismus von Welle und Teilchen, Welcher-Weg-Information, Realität
Die statistischen Aussagen der Quantentheorie	Doppelspaltversuch	Eindeutigkeit des Messergebnisses, statistisches Verhalten, Interferenz am Doppelspalt
Elektronen als Quantenobjekte	Elektronenbeugungsröhre, Doppelspaltversuch	Hypothese von de Broglie, de Broglie-Wellenlänge, Wahrscheinlichkeitsinterpretation und Wellenfunktion
Eigenschaften von Elektronen und der quantenmechanische Messprozess		Komplementarität, Messprozess, Schrödingers Katze, Dekohärenz
Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation	Einzelspalt	Formulierung, Unbestimmtheitsrelation und Bahnbezug

Der Weg zur Schrödinger-Gleichung		Wellenfunktion, Operatoren, Eigenwertgleichung, Herleitung, stationäre Zustände
Potentiale		Elektronen im Potenzialtopf, Quantisierung der Energie
Atomphysik	Franck-Hertz-Versuch	Spektrallinien von Wasserstoff, Bohr'sches Atommodell, räumlicher Potenzialtopf, Orbitale, Wasserstoffatom, Energieeigenwerte

### 2.3.5. Das Konzept von Markus Vogt

Markus Vogt stellt in seinem Buch „Quantenmechanik und Schulmathematik“ einen Leitfaden für LP vor, welcher für den tatsächlichen Unterricht zu umfangreich ist. Das Buch schlägt aber verschiedene Unterrichtsgänge mit den dazu passenden Kapiteln vor, sodass es als Skript verwendet werden kann. Das Konzept beruht auf zwei didaktischen Grundüberzeugungen. Zum einen werden nur wohletablierte Begrifflichkeiten aus der Physik verwendet und zum anderen wird die Quantenphysik axiomatisch aufgezo-gen. Dieser axiomatische Aufbau wird damit begründet, dass auch in der wissenschaftlichen Realität nur ein deduktives Vorgehen in der Quantenphysik möglich ist. Herleitungen aus der klassischen Physik führen demnach oft zu Vorstellungsschwierigkeiten und Fehlkonzepten. Der Aufbau des Buches ist in Tabelle 2.8 zusammengefasst dargestellt. Er orientiert sich vorwiegend an dem typischen Unterrichtsgang in Schulbüchern. Ein Unterschied liegt in der Reihenfolge der Behandlung von Photoeffekt und Elektronenbeugungsröhre. Hier wird im Gegensatz zu dem gewöhnlichen Vorgehen, zuerst die Elektronenbeugungsröhre und dann der Photoeffekt thematisiert. Begründet wird dies damit, dass die Beobachtung von wellenähnlichem Verhalten bei Teilchen überraschender ist als die Vorstellung, dass Wellen sich auch wie Teilchen verhalten können. Dies entspricht dem Vorgehen des in Kapitel 2.3.3 vorgestellten Berliner Konzepts. Vogt vertritt nicht die Meinung, dass der Welle-Teilchen-Dualismus überwunden werden muss und setzt ihn als Grundprinzip der Quantenphysik gleich in das zweite Kapitel, wobei er in diesem Kapitel vorwiegend am Münchner Unterrichtskonzept orientiert, welches in Kapitel 2.3.4 dargestellt ist. Bei der Behandlung der Heisenberg'schen Unschärferelation wird besonders auf die korrekte Definition der physikalischen Unschärfe Wert gelegt, da diese in der Schule oft ungeklärt bleibt. Vogt begründet diese Unklarheiten insbesondere mit dem historischen Weg der Unschärferelation. In Kapitel 4.5 wird darauf näher eingegangen. Die Schrödinger-Gleichung mit dem eindimensio-

nenalen Potenzialtopf sowie verschränkte Systeme werden als Beispiele für physikalische Systeme der Quantenphysik besprochen [25]. Im Gegensatz zu dem Konzept von MILQ fehlt hier nur der Begriff der Kausalität im Vergleich mit den Vereinbarungen von IQB und KMK aus Tabelle 2.2.

**Tabelle 2.8.:** Verkürzte Darstellung des Aufbaus des Unterrichtskonzepts von Markus Vogt mit Nennung der Schlüsselexperimente und wichtigsten Teilaspekte nach [25]. Schwerpunkt dieser verkürzten Darstellung sind die vorgegebenen Themen der KMK aus Tabelle 2.2.

Thema	Schlüsselexperimente	Teilaspekte
Elektronen	Elektronenbeugungsröhre	Bragg-Reflexion, Hypothese von de Broglie, de Broglie-Wellenlänge
Photonen	Koinzidenzversuch für Photonen, Hallwachs-Versuch, Gegenfeldmethode	Plancksches Wirkungsquantum, Lichtelektrische Gleichung, Photonenmodell
Welle-Teilchen-Dualismus	Doppelspalt, Mach-Zehnder-Interferometer	Interferenz bei einzelnen Quantenobjekten, Dualismus von Welle und Teilchen, Welcher-Weg-Information, Quantenmechanisches Fundamentalprinzip, Quantenradierer, Zustandsbegriff, Determiniertheit
Elementare Axiomatik der Quantenmechanik		Wellenfunktion und Wahrscheinlichkeit, Bornsche Regel, Schrödinger-Gleichung und Superpositionsprinzip, Photonen: Dirac Notation, Superposition, Polarisation
Unschärferelation		Formulierung, Definition der Unschärfe, Komplementaritätsprinzip
Einfache quantenmechanische Systeme	Franck-Hertz-Versuch	Potenzialtopf, Energieniveauschema, Wasserstoffatom, Linienspektren

Superposition und verschränkte Zustände	Superpositionsprinzip, Verschränkte Zustände: Bell-Zustände, Verschränkung und Interferenz, Quantenradierer, Hong-Ou-Mandel-Effekt, Realität, Dekohärenz
Quantenmechanische No-Go-Theoreme	Nichtlokalität und Bell'sche Ungleichungen, EPR-Paradoxon, CHSH-Ungleichung, Konsequenzen für das quantenmechanische Weltbild
Philosophische Quantenmechanik	Interpretationen

### 2.3.6. Übersicht über die bekannten Konzepte

Eine Übersicht über die oben ausführlich beschriebenen Konzepte bietet Abbildung 2.1. In der grafischen Darstellung sind die Kapitel mit weitestgehend übereinstimmenden Inhalten in der gleichen Farbe dargestellt, sodass die Reihenfolge der einzelnen Themen schnell deutlich wird. Die Atomphysik wurde hier bewusst weggelassen, da diese in der vorliegenden Arbeit nicht behandelt wird. Bezüglich der Reihenfolge erkennt man leicht, dass drei der vier betrachteten Konzepte mit den Welleneigenschaften von Elektronen starten. Im Gegensatz zu dem historischen Weg, welcher meistens auch in der Schule gegangen wird, werden der Photoeffekt und das Photonenmodell und damit die Teilcheneigenschaften von Wellen erst im Anschluss behandelt. Begründet wird dies durch den größeren Überraschungseffekt bei der Betrachtung des wellenähnlichen Verhaltens von Teilchen. Die Konzepte ähneln sich bei der Behandlung des Welle-Teilchen-Dualismus. Dieser wird immer in Verbindung mit Photonen oder Elektronen oder im Anschluss an beide Kapitel behandelt. Darauf folgt die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation. Eine Besonderheit stellt das Konzept von Markus Vogt dar. Hier werden zusätzlich Zustände und die No-Go-Theoreme der Quantenphysik behandelt. Vergleicht man die Reihenfolge des alten saarländischen Lehrplans mit den angesprochenen Konzepten, so wird deutlich, dass der alte Lehrplan Aspekte von allen anderen Konzepten enthält.



**Abbildung 2.1.:** Vergleich der bekannten und für die vorliegende Arbeit relevanten Konzepte zur Quantenphysik. Kapitel mit ähnlichem Inhalt sind in der gleichen Farbe dargestellt.



## 2.4. Der neue saarländische Lehrplan zur Quantenphysik

In diesem Kapitel soll der neue saarländische Lehrplan erörtert werden. Dazu werden zunächst Ziele formuliert, welche der neue Lehrplan erfüllen soll. Im Anschluss wird auf Grundlage dieser Ziele, des alten Lehrplans sowie den vorgestellten Konzepten und Vorstellungen in der Quantenphysik ein eigener Vorschlag dargestellt. Ein Vergleich mit der tatsächlichen Umsetzung sowohl im Saarland als auch in den restlichen Bundesländern rundet das Kapitel ab. Auch in diesem Kapitel wird sich auf den Lehrplan für den LK beschränkt, da dieser ausführlicher als der Lehrplan für den GK ist und mehr Themen sowie die entsprechenden Themen intensiver behandelt.

### 2.4.1. Ziele

Der neue Lehrplan zur Quantenphysik soll die folgenden Ziele erfüllen:

- Der neue Lehrplan soll möglichst wenig vom aktuellen Lehrplan abweichen. Dies ermöglicht den LP eine vereinfachte Umsetzung im Unterricht.
- Alle Vorgaben der KMK sollen von dem neuen Lehrplan erfüllt werden und in eine sinnvolle Reihenfolge gebracht werden.
- Es sollen nur fachlich korrekte Formulierungen verwendet werden.
- Entstehung von Fehlkonzepten durch Vorstellungsschwierigkeiten in der Quantenphysik soll vorgebeugt werden. So kann den SuS ein fundiertes Verständnis der Quantenphysik vermittelt werden. Dazu gehört auch ein angemessener Umgang mit Anschaulichkeit.

Inhaltlich sollen die Wesenszüge der Quantenmechanik vermittelt werden: „Statistisches Verhalten“, „Fähigkeit zur Interferenz“, „Eindeutige Messergebnisse“ und „Komplementarität“ [28]. Ziel der Unterrichtsreihe ist die Vermittlung eines quantenphysikalischen Weltbilds hinsichtlich der Begriffe Determiniertheit, Realität, Lokalität und Kausalität.

### 2.4.2. Ein Vorschlag

Bei diesem Konzept handelt es sich um einen Vorschlag für einen neuen saarländischen Lehrplan zur Quantenphysik für den LK Physik, welcher der saarländischen Lehrplankommission vorgestellt wurde. Ziel des neuen Lehrplans ist insbesondere, den Unterschied zwischen klassischer Physik und Quantenphysik deutlicher herauszustellen. Dabei bilden die in Kapitel 2.3.4 dargestellten Wesenszüge der Quantenphysik eine Grundlage. Tabelle 2.9 zeigt eine Übersicht über Reihenfolge und Inhalte der Themen. Dabei wurden viele Aspekte aus dem alten Lehrplan, der in [13] zu finden ist, übernommen. Begründen lassen sich die Auswahl und Reihenfolge der Themen anhand der vorgegebenen Bildungsstandards der KMK, der bekannten Studien und der vorgestellten Konzepte.

Der Vorschlag wählt einen historischen Zugang. Ein historischer Zugang kann zwar den Nachteil haben, dass alte und falsche Vorstellungen behalten werden, er zeigt aber auch das Wechselspiel von Theorie und experimenteller Bestätigung und damit den durch die Quantenphysik hervorgerufenen Paradigmenwechsel. Auf diesem Paradigmenwechsel liegt der Schwerpunkt der Schulphysik. Ohne historischen Bezug besteht die Gefahr, dass die SuS das neue Weltbild nicht akzeptieren, da es nicht realistisch erscheint. Fragen wie zum Beispiel „Wie kommt man darauf?“ oder „Was führte zu einem solchen Umdenken?“ bleiben ohne historischen Bezug offen.

**Tabelle 2.9.:** Vorschlag für Reihenfolge und Inhalte der Themen für den saarländischen Lehrplan zur Quantenphysik für den LK mit Nennung der Schlüsselexperimente und wichtigsten Teilaspekte. Blau geschrieben sind die Inhalte, die sich vom alten saarländischen Lehrplan unterscheiden.

Thema	Schlüsselexperimente	Teilaspekte
Welleneigenschaften von Elektronen	Elektronenbeugungsröhre	Bragg-Bedingung, Hypothese von de Broglie, de Broglie-Wellenlänge
Photoeffekt und Photonenmodell	Hallwachs-Versuch, Gegenfeldmethode	Photoeffekt, Plancksches Wirkungsquantum, lichtelektrische Gleichung, Photonenmodell
Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten	Doppelspalt, <b>Delayed-Choice-Experiment</b> , <b>Mach-Zehnder-Interferometer</b> , <b>Schrödingers Katze</b>	Nichtvorhersagbarkeit des Ortes, Eindeutigkeit des Messergebnisses, statistisches Verhalten, Interferenz, Wahrscheinlichkeit und Wellenfunktion, <b>Komplementarität</b> , <b>Quantenmechanisches Fundamentalprinzip</b> , <b>Zustandsbegriff</b> , <b>Realität</b> , <b>Kausalität</b>
Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation	Intensitätsverteilung am Einzelspalt	<b>Postulat und Bestätigung am Einzelspalt</b> , <b>Komplementarität</b>
<b>Nichtlokalität</b>	<b>EPR-Gedankenexperiment</b> , <b>Bestätigung der Bell'schen Ungleichung</b>	<b>EPR-Paradoxon</b> , <b>Verschrankung</b> , <b>Bell'sche Ungleichung</b> , <b>Nichtlokalität</b>

Die erste Änderung gegenüber dem alten saarländischen Lehrplan ist die Reihenfolge der ersten beiden Kapitel. Das Vertauschen der Kapitel „Welleneigenschaften von Elektronen“ und „Photoeffekt und Photonenmodell“ begründet sich mit der positiven Evaluation des Berliner Konzepts (Kapitel 2.3.3) durch die Studie von Lichtfeldt (Kapitel 2.2.3). Inhaltlich stimmt das Kapitel „Welleneigenschaften von Elektronen“ mit dem alten Kapitel weitestgehend überein. Mit der Elektronenbeugungsröhre wird die Hypothese von de Broglie qualitativ bestätigt. Die quantitative Begründung der Beugungsringe erfolgt mit der Bragg-Bedingung.

Auch das neue Kapitel „Photoeffekt und Photonenmodell“ entspricht dem Kapitel des alten Lehrplans. Die Erkenntnis, dass Teilchen wellenähnliches Verhalten zeigen, führt zur Vermutung, dass Wellen auch Teilchencharakter besitzen. Mit dem Hallwachs-Versuch und der Gegenfeldmethode wird das Plancksche Wirkungsquantum als universelle Naturkonstante bestimmt und die lichtelektrische Gleichung hergeleitet. Nach der Formulierung des Photonenmodells soll eine Gegenüberstellung von Wellenmodell und Photonenmodell verdeutlichen, dass sich die beiden Modelle nicht ausschließen, sondern ergänzen. Compton-Effekt und die Paarerzeugung werden nicht mehr von der KMK und dem IQB gefordert und fallen daher weg. Die Vorgabe des IQB und der KMK „Zusammenhänge der Größen Energie, Impuls, Frequenz und Wellenlänge zur Beschreibung von Quantenobjekten“ [4, Seite 6] wird in den ersten beiden Kapiteln damit besprochen.

Das Kapitel „Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten“ bietet einen sinnvollen Anschluss an die beiden vorherigen Kapitel. Die Reihenfolge entspricht der von Markus Vogt (Kapitel 2.3.5). Inhaltlich wird das Kapitel gegenüber dem alten Lehrplan durch das Komplementaritätsprinzip, die Behandlung eines Delayed-Choice-Experiments sowie des Mach-Zehnder-Interferometers ergänzt. Das Verhalten von Quantenobjekten am Doppelspalt führt zur Wahrscheinlichkeitsdeutung sowie zu grundlegenden Begriffen, wie Determiniertheit und Realität, der Quantenphysik. Über eine Analyse der Welcher-Weg-Information wird das quantenmechanische Fundamentalprinzip hergeleitet. In diesem Zusammenhang werden auch der Realitätsbegriff und der Kausalitätsbegriff in der Quantenphysik angesprochen. Schrödingers Katze kann hier als berühmtes Gedankenexperiment thematisiert werden. Die Vorgabe des IQB und der KMK „Grundlegende Aspekte der Quantentheorie: Stochastische Vorhersagbarkeit, Interferenz und Superposition, Determiniertheit der Zufallsverteilung, Komplementarität“ [4, Seite 6] sowie „Stochastische Deutung mittels des Quadrats der quantenmechanischen Wellenfunktion“ [4, Seite 6] wird damit vollständig in dem Kapitel „Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten“ besprochen.

Das Kapitel „Heisenberg’schen Unbestimmtheitsrelation“ schließt sich analog zu den meisten Konzepten und dem alten Lehrplan an. Um Vorstellungen wie „Unschärfe bedeutet ungenau oder verschwommen“ zu vermeiden, wird der Begriff „Unbestimmtheit“ statt „Unschärfe“ verwendet. Studien haben gezeigt, dass klassische Analogien im Quantenphysikunterricht zu Vorstellungsschwierigkeiten und damit verbundenen Fehlkonzepten führen, weshalb auf die Herlei-

tion am Einzelspalt verzichtet wird. Stattdessen wird die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation als Postulat aufgestellt und anhand des Einzelspalts lediglich begründet. Der Begriff der Komplementarität wird hier erneut im Bezug zu komplementären Größen angesprochen. Die Vorgabe des IQB und der KMK „Orts-Impuls-Unbestimmtheit“ wird mit diesem Kapitel erfüllt.

Ein komplett neues Kapitel bildet die Behandlung der Nichtlokalität. Die Vorgabe des IQB und der KMK lautet hierzu „Quantenphysikalisches Weltbild hinsichtlich der Begriffe Realität, Lokalität, Kausalität und Determinismus“ [4, Seite 6]. Die Begriffe der Realität, Kausalität und Determiniertheit werden bereits im Kapitel „Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten“ besprochen. Für die Besprechung der Nichtlokalität werden das EPR-Paradoxon und die Bell'sche Ungleichung thematisiert, welche die Nichtlokalität bestätigt.

Dieser Lehrplanvorschlag orientiert sich insgesamt sehr eng am alten saarländischen Lehrplan für den LK und erfüllt alle von dem IQB und der KMK geforderten Vorgaben.

### 2.4.3. Die tatsächliche Umsetzung

Die saarländische Lehrplankommission erstellte in Anlehnung an die neuen Vorgaben des IQB und der KMK einen neuen Lehrplan. Dieser neue Lehrplan unterscheidet sich in der offensichtlichen Reihenfolge der Themen nicht vom alten Lehrplan und nur wenig von meinem Vorschlag (Kapitel 2.4.2), wie Abbildung 2.2 zeigt. Der erste Unterschied ist die Reihenfolge der ersten beiden Kapitel. Die saarländische Lehrplankommission argumentierte hier bezüglich des historischen Wegs der Quantenphysik. Zudem wurde diese Reihenfolge bereits in den letzten Jahren unterrichtet, sodass sie für die LP keine Umstellung bedeutet. Die Vorgabe der KMK „Quantenphysikalisches Weltbild hinsichtlich der Begriffe Realität, Lokalität, Kausalität und Determinismus“ [4, Seite 6] wurde aus Zeitgründen in die Hinweise des Lehrplans verschoben und bildet damit keinen verpflichtenden Teil des Unterrichts [29]. Inhaltlich unterscheiden sich die Kapitel nur wenig vom alten Lehrplan und von meinem Vorschlag. Eine Übersicht über die Inhalte der Kapitel bietet Tabelle 2.10.

**Tabelle 2.10.:** Übersicht über den neuen saarländischen Lehrplan zur Quantenphysik für den LK mit Nennung der Schlüsselexperimente und wichtigsten Teilaspekte [29]

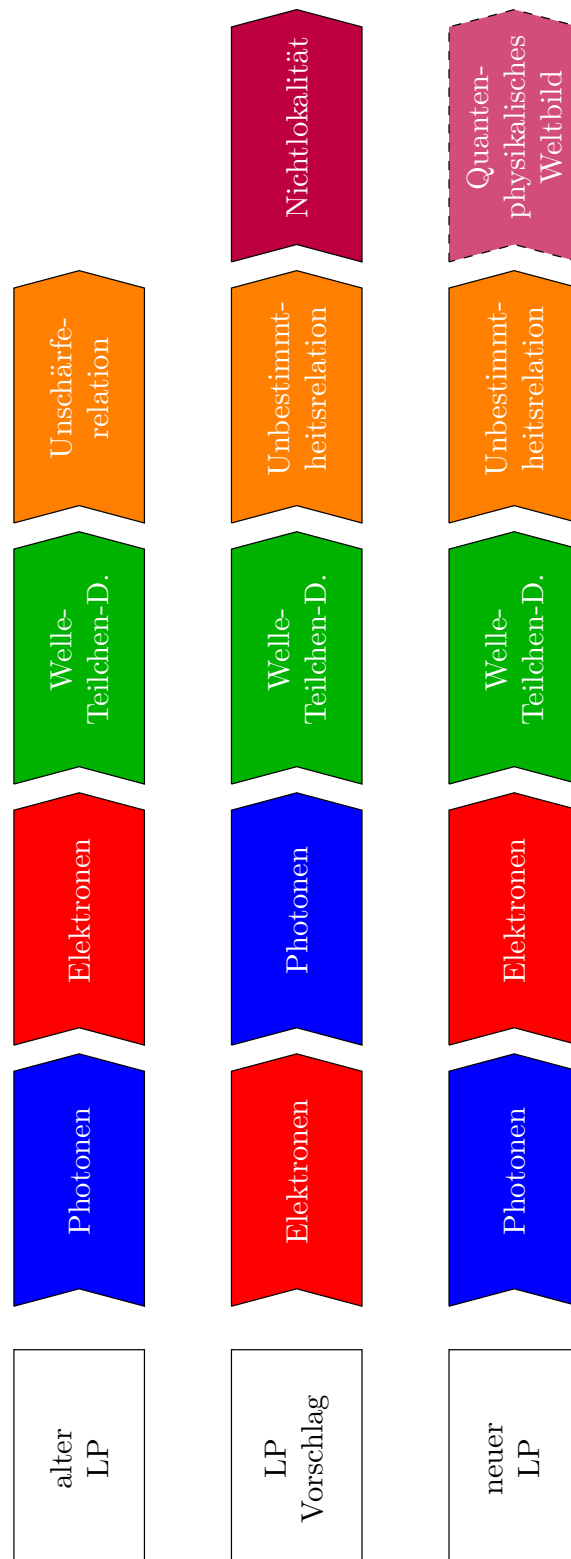
Thema	Schlüsselexperimente	Teilaspekte
Photoeffekt und Photonenmodell	Hallwachs-Versuch, Gegenfeldmethode	Photoeffekt, Plancksches Wirkungsquantum, lichtelektrische Gleichung, Photonenmodell

Welleneigenschaften von Elektronen	Elektronenbeugungsröhre	Masse und Impuls eines Photons, Hypothese von de Broglie, de Broglie-Wellenlänge
Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten	Doppelspalt, Delayed-Choice-Experiment	Nichtvorhersagbarkeit des Ortes, Eindeutigkeit des Messergebnisses, statistisches Verhalten, Interferenz, Wahrscheinlichkeit und Wellenfunktion, Komplementarität
Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation	Intensitätsverteilung am Einzelspalt	Postulat und Bestätigung am Einzelspalt, Komplementarität

Das Kapitel „Photoeffekt und Photonenmodell“ stimmt inhaltlich mit meinem Vorschlag sowie dem alten Lehrplan überein. Lediglich Masse und Impuls von Photonen werden im neuen Lehrplan in das Kapitel „Welleneigenschaften von Elektronen“ verschoben. Im alten Lehrplan wurde dies beim Compton-Effekt thematisiert. Ein weiterer Unterschied ist, dass auf die Behandlung der Bragg-Reflexion und damit auf die quantitative Bestätigung der Hypothese von de Broglie verzichtet wird. Das Augenmerk soll in der Quantenphysik mehr auf qualitative Beobachtungen statt auf mathematische Begründungen gelegt werden. Im Kapitel „Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten“ werden alle von der KMK geforderten Aspekte am Doppelspalt behandelt, wie auch in meinem Vorschlag vorgesehen. Das Mach-Zehnder-Interferometer wird als zweites Anwendungsbeispiel im neuen Lehrplan entgegen meinem Vorschlag aus Zeitgründen nicht vorgesehen. Die Behandlung der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation entspricht meinem Vorschlag [29].

#### 2.4.4. Umsetzung im Bundesländervergleich

Auch in den anderen Bundesländern wurden die Lehrpläne größtenteils in Anlehnung an die neuen Vorgaben der KMK angepasst. Dabei ist insbesondere die Vorgabe „Quantenphysikalisches Weltbild hinsichtlich der Begriffe Realität, Lokalität, Kausalität und Determinismus“ [2, Seite 21] als neu zu erwerbende Kompetenz gegenüber den alten Lehrplänen zu sehen. Im saarländischen Lehrplan ist die Vorgabe der KMK zur Behandlung des quantenmechanischen Weltbilds in den Hinweisen und damit nicht im verpflichtenden Lehrplaninhalt verankert. Vergleicht man die Lehrpläne der Bundesländer, wird der Begriff der Determiniertheit explizit oder implizit durch die stochastische Vorhersagbarkeit der Verteilung am Doppelspalt nach vielen Wiederholungen des Versuchs genannt. Bei den Begriffen Realität, Lokalität und Kausalität sind Unterschiede festzustellen. Während die Begriffe in den Lehrplänen von Hessen und



**Abbildung 2.2.:** Vergleich der Lehrplan-Reihenfolgen. Verglichen werden der alte Lehrplan (2019-2023), mein Lehrplan-Vorschlag sowie der neue Lehrplan (ab 2023). Kapitel mit ähnlichem Inhalt sind in der gleichen Farbe dargestellt.

Thüringen nicht genannt werden [30, 31], wird in Sachsen-Anhalt lediglich die „Problematik der Übertragung von Begriffen aus der Anschauungswelt in die Quantenwelt“ [32, Seite 42] genannt.

In Rheinland-Pfalz, Hamburg, Bremen, Schleswig-Holstein, Berlin, Brandenburg und Sachsen wurde die Vorgabe der KMK zur Behandlung des quantenmechanischen Weltbilds ohne Erläuterungen in den verpflichtenden Lehrplaninhalt aufgenommen [33–38]. In Hamburg wird zusätzlich empfohlen „verschränkte Zuständen und die Grundidee hinter EPR [sowie] die Widerlegung lokal-realistischer Theorien“ [34, Seite 29] zu behandeln. Es wird hier explizit darauf verwiesen, dass diese Inhalte nicht von der KMK gefordert sind, woraus gefolgert werden kann, dass die Lokalität an einem anderen Beispiel erläutert werden soll [34]. In Sachsen werden auch die Heisenberg’sche Unbestimmtheitsrelation sowie die Komplementarität von Weginformation und Interferenzfähigkeit sowie das Delayed-Choice-Experiment dem quantenphysikalischen Weltbild zugeordnet [38].

In den restlichen Bundesländern werden Beispiele für die Thematisierung der Begriffe genannt. In Baden-Württemberg sollen Realität und Lokalität anhand des Messprozesses mit verschränkten Photonen erläutert werden. Die Kausalität wird als zu in Frage stellendes Konzept im Einleitungstext genannt, taucht aber bei der Formulierung der Lerninhalte nicht mehr auf [39]. In Bayern sollen die Kausalität und Realität anhand des quantenmechanischen Messprozesses erläutert werden. Die Nichtlokalität wird zwar explizit genannt, allerdings ohne konkretes Anwendungsbeispiel [40]. In Nordrhein-Westfalen soll der Realitätsbegriff in Zusammenhang mit der Kopenhagener Deutung besprochen werden. Auch die Übertragung von Begriffen aus der Anschauungswelt auf Quantenobjekte wird thematisiert. Kausalität und Lokalität werden hingegen nicht erwähnt [41]. In Niedersachsen sollen Kausalität und Nichtlokalität am Mach-Zehnder-Interferometer erläutert werden, während die Realität im Lehrplan nicht genannt ist [42]. In Mecklenburg-Vorpommern soll bei Betrachtung der Grundvorstellungen „Stochastische Vorhersagbarkeit von Messergebnissen [...], Interferenz und Superposition von Zuständen [...] [sowie] Komplementarität von Welcher-Weg-Information und Auftreten von Interferenzmuster [...] auch auf die Aspekte Realität, Lokalität und Kausalität eingegangen werden“ [43, Seite 32]. Im Leistungskurs sollen als quantenphysikalische Effekte Kausalität und Lokalität diskutiert werden. An welchem Beispiel die Diskussion empfohlen wird, gibt der Lehrplan nicht vor. Im Zusammenhang mit der Heisenberg’schen Unbestimmtheitsrelation soll auch die Realität interpretiert werden [43].

Zwischen den Bundesländern sind somit deutliche Unterschiede hinsichtlich der Thematisierung der Begriffe Realität, Lokalität, Kausalität und Determiniertheit zu erkennen. In Kapitel 4 werden die Begriffe fachlich diskutiert, mögliche Anknüpfungspunkte im saarländischen Lehrplan dargestellt und Lernumgebungen dazu vorgestellt.





### 3. Fachdidaktische Grundlagen

Bei der Entwicklung eines Unterrichtskonzepts sowie fachspezifischer Materialien sind grundlegende fachdidaktische Theorien zu beachten. Betrachtet man die Bedeutung der Fachdidaktik durch die Metapher einer Brille, so beschreibt die fachliche Brille den Physikunterricht als vereinfachtes Abbild der aktuellen Forschung. Mit der gesellschaftlichen Brille trägt der Physikunterricht zur Allgemeinbildung bei, indem gesellschaftliche Fragen mit physikalischem Wissen erörtert werden. Erst mit der pädagogischen Brille gelingt es der LP, die fachlichen Inhalte adressatengerecht zu vermitteln und die SuS in den Mittelpunkt des Unterrichts zu stellen [44].

#### 3.1. Die Unterrichtsplanung

Die ganzheitliche Planung des Unterrichtskonzepts zur Quantenphysik sowie die Planung einzelner Unterrichtssequenzen erfordern die Beachtung verschiedener Einflussfaktoren, wie in Abbildung 3.1 dargestellt. Die Dimensionen Ziel, Inhalt und Methode beeinflussen sich dabei gegenseitig, während die institutionellen Rahmenbedingungen und die Lernvoraussetzungen der SuS diese Dimensionen begrenzen [45].

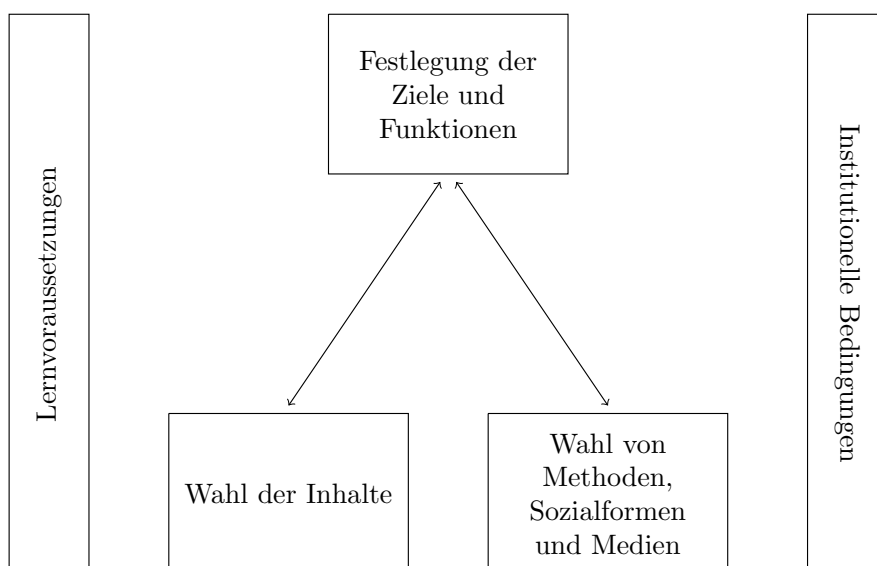


Abbildung 3.1.: Dimensionen der Unterrichtsplanung nach [45].

Die institutionellen Rahmenbedingungen werden durch die curricularen Vorgaben des Lehrplans vorgegeben. Der aktuelle saarländische Lehrplan zur Quantenphysik wird in Kapitel 2.4.3 vorgestellt. Auch das Vorwissen der SuS lässt sich aus dem Physiklehrplan, aber auch aus den Lehrplänen benachbarter Fächer, wie der Chemie oder Biologie ableiten. Bevor die inhaltliche und methodische Planung des Unterrichts erfolgen, müssen die Ziele festgelegt werden.

#### 3.1.1. Ziele

Ziele, als bei der Unterrichtsplanung zu beachtende Dimension aus Abbildung 3.1, organisieren und strukturieren den Unterricht. Klafki unterscheidet die fünf Zieldimensionen Bildungsgehalt, Gegenwartsbedeutung aus Sicht der SuS, Zukunftsbedeutung aus Sicht der SuS, innere Struktur des Themas und Anschaulichkeit. Der Bildungsgehalt bezieht sich dabei auf die gesellschaftliche Relevanz des Themas. Durch die Betrachtung der Gegenwartsbedeutung und Zukunftsbedeutung aus Sicht der SuS ergeben sich zum Beispiel motivierende Einstiege oder die Betrachtung moderner Technologien aus physikalischer Sicht. Die innere Struktur des Themas gibt den inhaltlichen Aufbau und Ablauf des Unterrichts vor. Durch das Finden altersspezifischer Beispiele und Phänomene wird der Inhalt für die SuS anschaulich [46].

Neben den vier Zieldimensionen werden verschiedene Zielebenen unterschieden. Hier wird das Zielebenenmodell von Westphalen betrachtet. Das Modell unterscheidet Leitziele, Richtziele, Grobziele und Feinlernziele. Leitziele sind dabei die allgemeinen Bildungs- und Erziehungsziele. Gemäß des Vorworts im saarländischen Lehrplan für die Klassenstufen sieben und acht liegt der Auftrag des Gymnasiums in der „Entwicklung und Stärkung der Persönlichkeit und einer Weltorientierung, die sich aus der Begegnung mit zentralen Gegenständen unserer Kultur ergibt“ [47, Seite 3]. Die SuS sollen nach Abschluss „in der Lage sein, ihr privates und berufliches Leben sinnbestimmt zu gestalten und als mündige Bürgerinnen und Bürger verantwortungsvoll am gesellschaftlichen Leben sowie an demokratischen Willensbildungs- und Entscheidungsprozessen mitzuwirken“ [47, Seite 3]. SuS-zentrierte Lernformen und mögliche individuelle thematische Schwerpunktsetzungen sollen aktiv dazu beitragen. Richtziele sind die obersten fachlichen oder fachübergreifenden Ziele, welche allgemeine begriffliche und methodische Inhalte umfassen. Der Beitrag des Fachs Physik zur gymnasialen Bildung findet sich ebenfalls im saarländischen Lehrplan für die Klassenstufen sieben und acht. „[E]in physikalisches Verständnis, das in einer modernen Wissensgesellschaft von großer Bedeutung ist“ [47, Seite 6] soll vermittelt werden. Die SuS lernen durch das Kennenlernen von Technologien und das Durchführen von Experimenten, Chancen und Gefahren neuer Technologien abzuwägen. Physikalische Arbeitsmethoden befähigen die SuS zum problemlösenden Denken. Zu den Richtzielen gehören auch die vier Basiskonzepte der Physik: „Erhaltung und Gleichgewicht“, „Superposition und Komponenten“, „Mathematisieren und Vorhersagen“ sowie „Zufall und Determiniertheit“ [2, Seite 18 ff.]. Grobziele beschreiben den Lerninhalt eindeutig, aber übergreifend. Grobziele sind beispielsweise physikalische Gesetze oder Messverfahren. In der Unterrichtsplanung stellt ein

Grobziel zum Beispiel ein Stundenziel oder ein Ziel einer Unterrichtseinheit dar. Feinlernziele unterteilen die Grobziele in spezifische Einzelziele für eine Stunde. Sie dienen sowohl der Strukturierung des Unterrichts als auch dem objektiven Beurteilungssystem [2, 47–49].

Feinlernziele können wiederum in verschiedene Zielklassen unterteilt werden. Konzeptziele beinhalten hierbei konkretes Wissen, wie das Wissen über Einzelheiten, Theorien oder das Verstehen von Zusammenhängen. Das Erlangen physikalischer Fähigkeiten und Fertigkeiten wird unter Prozesszielen verstanden. Soziale Ziele beinhalten ein wünschenswertes gesellschaftliches Verhalten [49]. Bei der Formulierung der Lernziele sind die drei Anforderungsbereiche (AF) „Reproduktion“, „Zusammenhänge herstellen“ sowie „Verallgemeinern und reflektieren“ zu beachten [50]. Eine ausführliche Darstellung der AF folgt in Kapitel 4.1.

### 3.1.2. Inhalte

Unter Berücksichtigung der curricularen Vorgaben, Lernvoraussetzungen sowie der Ziele und Funktionen der Unterrichtseinheit wird im Folgenden die Dimension „Wahl des Inhalts“ aus Abbildung 3.1 erläutert. Nach einer fachlichen Sachanalyse wird das Fachwissen in elementare Sinneinheiten zerlegt und anschließend im Rahmen einer didaktischen Rekonstruktion wieder zu einer Gesamtstruktur zusammengefasst. Eine zusammenfassende Darstellung bietet ein Sachstrukturdiagramm. Zur methodischen Umsetzung werden verschiedene heuristische Verfahren vorgestellt. In Kapitel 4 wird eine solche inhaltliche Analyse für jedes Thema des Quantenphysikunterrichts erläutert.

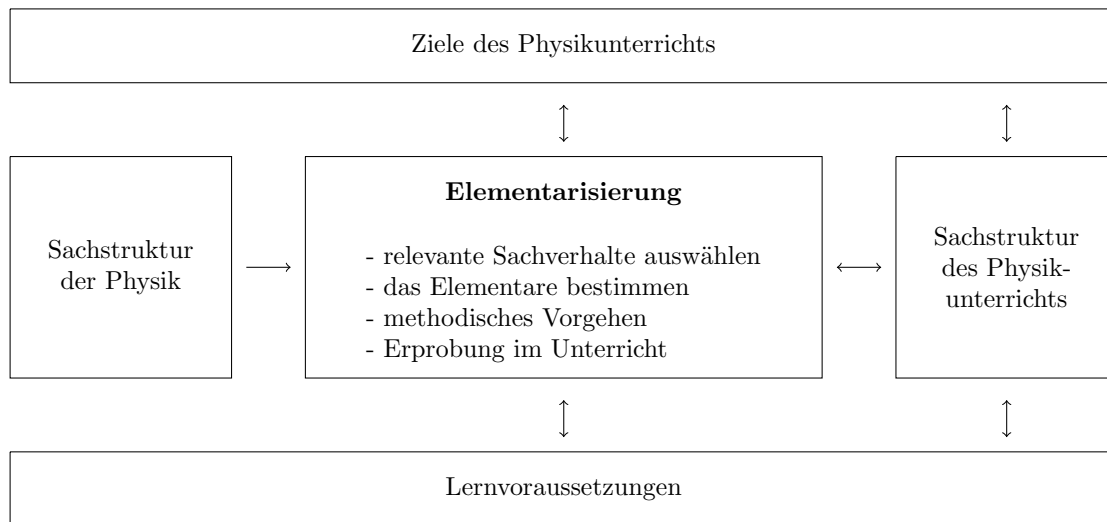
#### Sachanalyse

Die Inhalte werden in einer Sachanalyse zunächst fachlich erörtert. Die Quantenphysik als eines der komplexesten Themen der Schulphysik erfordert von den LP ein großes fachliches Verständnis zur Analyse der Inhalte. Inhalte einer Sachanalyse sind wesentliche fachliche Konzepte, Anwendungen in Alltag, Technik, Gesellschaft und Forschung hinsichtlich der curricularen Vorgaben [45].

#### Elementarisierung

Um die fachlichen Inhalte der Sachanalyse den SuS anschaulich zu vermitteln, bedarf es einer Elementarisierung. Elementarisieren bedeutet einen Sachverhalt in einzelne Elemente, die sogenannten Sinneinheiten, zu zerlegen. Die in der Sachanalyse dargestellten realen und theoretischen Sachverhalte werden vereinfacht, indem ihre Komplexität oder Abstraktheit reduziert wird. Es bedeutet aber auch, die für die SuS elementaren Sachverhalte auszuwählen. Elementar meint dabei beispielhaft und grundlegend für ein physikalisches Gebiet. Zu einer guten Elementarisierung gehören auch die Auswahl des methodischen Vorgehens sowie die Erprobung im Unterricht. Neben der Sachanalyse haben auch die Lernvoraussetzungen der SuS, die Ziele

sowie die Sachstruktur des Physikunterrichts Einfluss auf die Elementarisierung. Die drei zuletzt genannten Einflussfaktoren werden wiederum von der Elementarisierung beeinflusst und beeinflussen sich auch gegenseitig [51]. Abbildung 3.2 zeigt eine Übersicht.

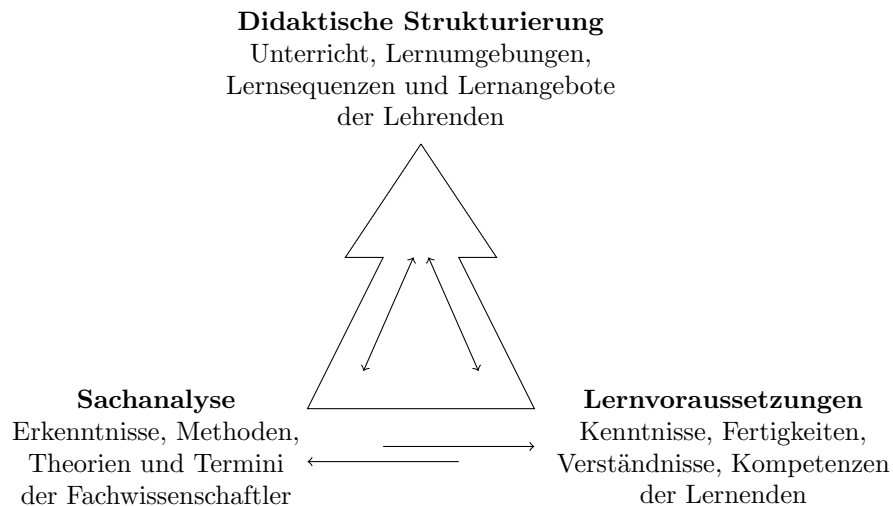


**Abbildung 3.2.:** Aspekte und Einflussfaktoren der Elementarisierung eines Sachverhalts nach [51]

Bei der Elementarisierung sind die Kriterien fachliche Richtigkeit, fachliche Anschlussfähigkeit, Angemessenheit sowie didaktische Relevanz zu beachten. Fachliche Richtigkeit bedeutet nicht, den aktuellen Stand der Forschung vollständig abzubilden, sondern widerspruchsfrei zum Wissen der SuS und zum Fachwissen zu sein. Modellvorstellungen und Analogien werden hier aber zugelassen. „Ein Modell ist ein Gegenstand oder theoretisches Konstrukt, das von einem Subjekt für einen entsprechenden Zweck geschaffen bzw. verwendet wird. Dabei bestehen zwischen bestimmten Eigenschaften des Modells und bestimmten Eigenschaften des präsentierten Objekts Analogien“ [52, Seite 128]. Unter Analogie versteht man die Ähnlichkeit zwischen Elementen oder theoretischen Konstrukten. Fachliche Anschlussfähigkeit meint die Möglichkeit einer späteren Modifikation der Inhalte und Modelle sowie einer späteren Erweiterung der Erklärungsmuster. Eine den SuS gerechte Elementarisierung erfüllt das Kriterium der Angemessenheit. Unter didaktischer Relevanz versteht man die Vernachlässigung irrelevanter Aspekte zur Zielerreichung, denn unterschiedliche Ziele führen zu unterschiedlichen Sachstrukturen. Durch eine zielgerechte Elementarisierung können physikalische Inhalte mit der Lebenswelt der SuS verknüpft werden [45, 53]. Für einen Sachverhalt sind je nach Lernniveau verschiedene Elementarisierungen möglich.

## Didaktische Rekonstruktion

Der Wiederaufbau der Sinneinheiten zu einem Erklärungsmuster bezeichnet man als didaktische Rekonstruktion. Die zentralen Komponenten der didaktischen Rekonstruktion sind die didaktische Strukturierung, die fachliche Erklärung und die Lernpotential-Erhebung, wie in Abbildung 3.3 dargestellt.



**Abbildung 3.3.:** Triplett der didaktischen Rekonstruktion nach [45, Seite 16] und [54]

Das Ziel der didaktischen Rekonstruktion ist die Konstruktion einer didaktischen Struktur des Unterrichts auf Grundlage der Sachanalyse und den Lernvoraussetzungen der SuS. Zur Sachanalyse gehören Erkenntnisse, Methoden, Theorien und Termini der Fachwissenschaftler. Die Lernvoraussetzungen berücksichtigen Kenntnisse, Fertigkeiten, Verständnisse und Kompetenzen der SuS. Die beiden Komponenten beeinflussen sich gegenseitig und führen zu einer didaktischen Strukturierung. Sie wurden bereits bei der Elementarisierung beachtet. Die didaktische Strukturierung beschreibt den Aufbau des Unterrichts und einzelner Lernsequenzen. Sie hat wiederum Auswirkungen auf die Sachanalyse und die Lernvoraussetzungen des Folgethemas [45, 54]. Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die didaktische Rekonstruktion von der Sachstruktur der Physik ausgeht und unter didaktischer Perspektive zentrale Unterrichtskonzepte und Unterrichtsziele entwickelt. Da die didaktische Rekonstruktion die Sinnheiten der Elementarisierung wieder zu einem Ganzen fügt, entsprechen die Kriterien einer guten didaktischen Rekonstruktion denen der Elementarisierung.

## Sachstrukturdiagramme

Als Zusammenfassung der inhaltlichen Analyse bietet es sich an, ein Sachstrukturdiagramm zu erstellen. Dieses dient der Übersicht über die Grobplanung einer Unterrichtsreihe. Es enthält

die begriffliche Struktur eines Themas, sachlogische Zusammenhänge, die den Aufbau des Themas begründen sowie die Lernvoraussetzungen der SuS [49]. Neben physikalischen oder technischen Begriffen sowie wichtigen Experimenten, finden sich in einem Sachstrukturdiagramm auch physikdidaktische Methoden zur Umsetzung des fachlichen Inhalts. Diese physikdidaktischen Methoden werden in Kapitel 3.1.3 vorgestellt.

#### **Heuristische Verfahren**

Man unterscheidet verschiedene heuristische Verfahren zur Elementarisierung und didaktischen Rekonstruktion. Das physikdidaktische Grundmuster besteht aus vier Stufen und führt das Problem zunächst auf eine qualitative bzw. halbquantitative Erklärung zurück, worauf eine schrittweise Rekonstruktion folgt. Auf der qualitativen Ebene erfolgt die Erklärung bzw. Beschreibung des physikalischen Problems in Alltagssprache und rein phänomenologisch. Physikalische Größen tauchen erstmals auf der halbquantitativen Ebene auf. Beispiele für die quantitativ-sprachliche Erklärung sind Je-desto-Aussagen oder Tabelle und Graph im Anschluss an eine Messung. Die quantitativ-mathematische Erklärung wird meist durch eine Formel oder ein Gesetz beschrieben [55]. Ein weiteres heuristisches Verfahren ist das EIS-Modell nach Bruner. Es kann in Verbindung mit dem physikdidaktischen Grundmuster angewendet werden. Nach diesem Modell soll jeder Sachverhalt enaktiv (handelnd), ikonisch (bildhaft) und symbolisch dargestellt werden. In der Physik bedeutet eine enaktive Darstellung meist ein Experiment, ikonisch ist die Skizze des Experiments oder die graphische Darstellung der Messung und symbolisch meint die sprachliche und mathematische Darstellung der Ergebnisse [56]. Weitere heuristische Verfahren sind nach [51, 53]:

- Auswahl der Elemente, teilweise Beschränkung auf Phänomen, Prinzip oder Qualitatives
- Vernachlässigung und Idealisierung von Elementen
- Experimentell veranschaulichen
- Bau von Strukturmodellen oder Funktionsmodellen
- Analogiebildung
- Einbeziehung historischer Entwicklungsstufen und Experimente
- Verallgemeinerung nach Betrachtung weniger Beispiele
- Partikularisierung durch Betrachtung eines typischen Falls
- Überführung in bildhafte oder symbolische Darstellungen

### 3.1.3. Methoden

Die dritte Dimension aus Abbildung 3.1 ist die „Wahl von Methoden, Sozialformen und Medien“. Sozialformen sind zum Beispiel Einzelarbeit, Partnerarbeit oder Gruppenarbeit. Sie werden in den Lernumgebungen in Kapitel 4 nicht vorgegeben, sondern die Wahl wird der LP überlassen. Die Methodenwahl bestimmt den Verlauf des Unterrichts und den Erfolg der Vermittlung des Lerngegenstands maßgeblich mit. Physikalische Fachmethoden, wie Experimentieren, Dokumentieren, Visualisieren, Mathematisieren, Herleiten oder Modellieren müssen auf den Lernstand der SuS angepasst werden und sinnvoll in den Unterricht integriert werden. Im Folgenden werden verschiedene Methoden vorgestellt. Medien werden im Kapitel 3.2 erläutert.

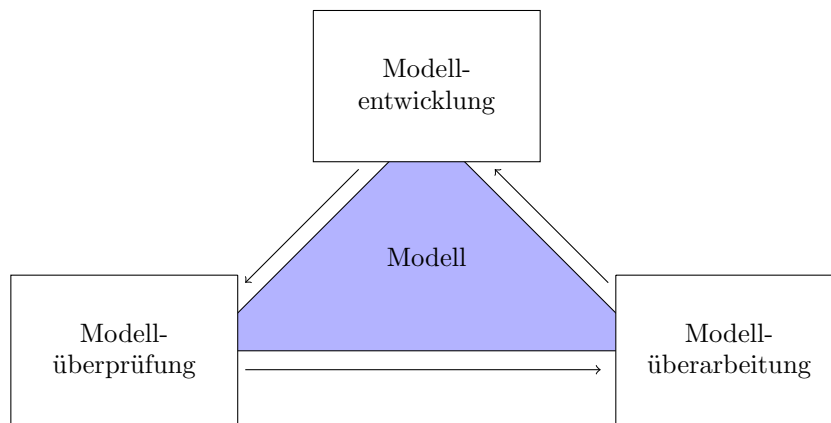
#### Die induktive und deduktive Methode

In den Naturwissenschaften unterscheidet man zwischen zwei Erkenntnismethoden, der induktiven und der deduktiven Methode. Induktives Schließen bedeutet vom Einzelfall zum allgemeinen Fall zu schließen [57]. Die induktive Methode beginnt mit einer Problemstellung. Mithilfe von empirischen Befunden oder Daten lässt sich durch induktive Verallgemeinerung ein allgemeines Gesetz formulieren. Daraus können Folgerungen abgeleitet werden, welche experimentell überprüft werden müssen. Die Gültigkeit der Folgerungen erlaubt einen Rückschluss auf die Gültigkeit der Verallgemeinerung bzw. des gefundenen allgemeinen Gesetzes [58].

Deduktives Schließen hingegen bedeutet vom allgemeinen Fall zum Einzelfall zu schließen [57]. Auch bei der deduktiven Methode ist die Problemstellung der Ausgangspunkt. Aus einer konkreten physikalischen Situation oder aus physikalischen Gesetzen, Postulaten oder Axiomen gelangt man mithilfe eines logischen Schritts zu einer Folgerung. Beispiele für einen logischen Schritt können eine mathematische Herleitung, eine verbale oder qualitative Ableitung oder eine graphische Herleitung sein. Folgerungen sind die Erklärung eines physikalischen Phänomens, Vorhersagen oder neue Aussagen wie z.B. ein neues Gesetz. Die Folgerung wird anschließend in einem Experiment überprüft, was einen Rückschluss auf die Gültigkeit der Folgerung zulässt. Die Überprüfung im Experiment ist in der Schule oft aufgrund fehlender Ausstattung oder zu hoher Komplexität nicht möglich [58].

#### Modellmethode

Zur Erklärung komplexer physikalischer Inhalte werden diese oft idealisiert in einem Modell dargestellt. Das Lernen mit Modellen stellt eine Methode dar, die sowohl bei einer induktiven als auch einer deduktiven Vorgehensweise eingesetzt werden kann. Besonders im Quantenphysikunterricht kommt der Modellierung eine sehr große Bedeutung zu. Ein großes Problem beim Lernen mit Modellen ist die Vermischung verschiedener Modelle bzw. der unreflektierte Umgang mit der Modellvielfalt. SuS vermischen oft die Modell- und Realitätsebene, was sich in sogenannten Hybridmodellen bei Erklärungen von SuS zeigt [59]. Die SuS müssen erkennen,



**Abbildung 3.4.:** Modellmethode im Physikunterricht als ein Kreislauf aus Modellentwicklung, Modellüberprüfung und Modellüberarbeitung nach [59]

dass Modelle von Menschen geschaffene Idealisierungen sind und die Realität nicht vollständig abbilden. Durch einen sensiblen Umgang mit dem Modellbegriff unterstützt die LP den reflektierten Umgang mit Modellen. Eine mögliche Vorgehensweise beim Lernen mit Modellen ist die Beobachtung eines Phänomens, eine anschließende Modellentwicklung, die Erklärung des beobachteten Phänomens mit dem entwickelten Modell sowie eine abschließende Prüfung der Zweckmäßigkeit des Modells [60]. Die Modellierung ist ein stetig fortlaufender Prozess, denn Modelle werden nach neuen Erkenntnissen stetig überarbeitet. Das sich wiederholende Zusammenspiel aus Modellentwicklung, -überprüfung und -überarbeitung ist in Abbildung 3.4 dargestellt.

### Artikulationsschema

Artikulationsschemata sind eine Unterrichtsmethode zur Gliederung der Unterrichtsstunde in verschiedene Phasen. Die vorliegende Arbeit orientiert sich an folgendem Grundschemata nach [61]:

1. Motivationsphase: Einleitung in das Thema, Motivation, Problemstellung
2. Erarbeitungsphase: Lösung des Problems
3. Vertiefungsphase: Integration des Gelernten in vorhandenes Wissen sowie Behalten, Transfer und Anwendung des Gelernten

Die Motivationsphase hat das Ziel, das Interesse der SuS zu wecken, das Problem zu strukturieren und verständlich zu machen sowie eine Hypothesensammlung zu ermöglichen [61]. Ein möglicher Unterrichtseinstieg, welcher im Quantenphysikunterricht von besonderer Bedeutung ist, ist der kognitive Konflikt. Ein kognitiver Konflikt kann ausgelöst werden durch Zweifel,



Unklarheit, Verwirrung, Widerspruch, Ungereimtheit oder Irrelevanz [62]. Weitere motivierende Unterrichtseinstiege sind zum Beispiel Freihandversuche, Naturbeobachtungen, historische Erzählungen, ein aktuelles oder technisches Problem sowie physikalisch-technische Geräte [61]. Das in der Motivationsphase erarbeitete Problem wird in der Erarbeitungsphase durch ein qualitatives oder quantitatives Experiment überprüft. Dabei wird die Problemlösung entweder von der LP in Form des darbietenden Unterrichts und einem Demonstrationsexperiment geführt oder von den SuS selbst erarbeitet. Bei einer möglichen Abfolge in der Erarbeitungsphase schließen sich Planung und Durchführung an die Hypothesenbildung an. Nach der Auswertung des Experiments wird dieses rückblickend erörtert. Den letzten Schritt bildet eine allgemeine Erörterung der Ergebnisse hinsichtlich der zuvor aufgestellten Hypothese [61].

Die Vertiefungsphase dient dem Einüben und dem Herstellen eines Zusammenhangs mit dem Vorwissen. In der Vertiefungsphase kommt dem Unterrichtsgespräch zur Wiederholung spezifischer Lerninhalte eine besondere Bedeutung zu [61]. So kann eine mündliche Reflexion des Unterrichtsverlaufs oder eine Betriebsbesichtigung eine Vertiefungsphase des Unterrichts bilden. Aber auch eine Verschriftlichung in Form einer Gliederung, Stichworten oder Skizzen ins Heft sowie Stundenprotokolle dienen der Vertiefung des Unterrichts. Eine Vertiefung kann ebenfalls ein selbstständiges Nacharbeiten mit dem Schulbuch oder einem Nachschlagewerk sein. Es kommen auch Aufgaben in Form von Beobachtungsaufgaben im Alltag, Rechenaufgaben oder experimentellen Aufgaben zum Einsatz [57].

### **Problemorientierter Unterricht**

Ein problemorientierter Unterricht kennzeichnet sich nicht bloß durch die Bearbeitung eines lebensnahen oder realen Problems, sondern stellt auch eine didaktische Methode dar, bei welcher die SuS zum organisierten Lernen und Problemlösen angeregt werden. Im Unterricht bezieht sich diese Problemorientierung meist auf ein von der LP gestelltes Problem. Ziel dieser Methode ist, dass die SuS am Ende der Unterrichtseinheit behaupten können das Problem gelöst zu haben, auch wenn die LP diese Problemlösung gesteuert hat. Durch wiederholte Problemorientierung im Unterricht können die SuS Problemlösestrategien immer besser einsetzen und Heuristiken schneller anwenden. Ein typischer Unterrichtsablauf bei einer von der LP gelenkten Problemsituation beginnt mit der Konfrontation der SuS mit einer Problemstellung. Die SuS erfahren zum Beispiel einen kognitiven Konflikt und erkennen das zu lösende Problem. Im Anschluss wird das Problem genauer analysiert und es erfolgt ein Rückgriff auf bereits vorhandenes Wissen. Nach dem Entwickeln einer Lösung erfolgt die Erprobung, die Reflexion und der Transfer der gefundenen Lösung [63].

Weitere Methoden, welche in der vorliegenden Arbeit aber nicht von Bedeutung sind, sind methodische Großformen und physikmethodische Unterrichtskonzepte. Methodische Großformen sind zum Beispiel Spiel, Freiarbeit oder Projekt. Bei den physikmethodischen Unterrichtskonzepten unterscheidet man genetischen, exemplarischen, entdeckenden oder darbietenden Un-

terricht [61].

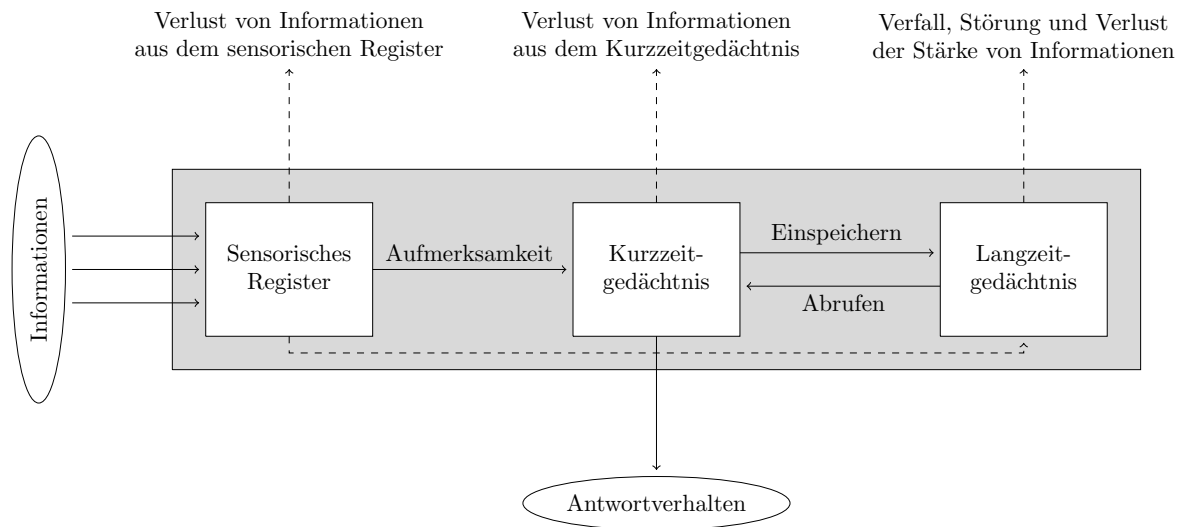
#### 3.1.4. Aufgaben

Ein wesentliches Element des naturwissenschaftlichen Unterrichts sind Aufgaben. Eine Aufgabe besteht in der Regel aus einem Aufgabentext, einer Arbeitsaufforderung, einem Lösungsweg sowie einem Ergebnis. Je nach Ziel der Aufgabe beinhalten Aufgaben auch Hilfestellungen [64]. Es können vier Aspekte von Aufgabenmerkmalen unterschieden werden. Zu den formalen Aspekten gehören das Antwortformat, das vorgegebene Material, der Kontext und die Verwendung von Repräsentationen wie Grafiken, Tabellen oder Abbildungen. Der Themenbereich, die curricularen Vorgaben, die Komplexität und der Grad der Formalisierung werden durch inhaltliche Aspekte beschrieben. Benötigte Fähigkeiten charakterisieren Kompetenzen, Anforderungsniveau, kognitive Fähigkeiten und das benötigte Vorwissen. Der vierte Aspekt ist der Bezug auf Lern- und Testsituationen. Dazu gehören die Anpassung an die Lerngruppe, der Umgang mit Fehlern, Vorstellungen der SuS und die Platzierung im Lernprozess. Durch welche Aufgabenmerkmale die Aspekte beschrieben werden, hängt von dem verfolgten Ziel der Aufgabe ab. Grundsätzlich sind die Aufgabenmerkmale aber nicht unabhängig voneinander zu betrachten [64].

Aufgaben werden in allen Unterrichtsphasen eingesetzt. Man unterscheidet zwischen Lernaufgaben und Testaufgaben. Lernaufgaben strukturieren die verschiedenen Unterrichtsphasen, während Testaufgaben Leistungen der SuS abfragen. In der Erarbeitungsphase dienen die Aufgaben als Unterstützung beim Lernen neuer Begriffe und Theorien. Der Automatisierung und Festigung dienen Aufgaben in der Übungsphase. In der Transferphase regen Aufgaben zum Verknüpfen von Konzepten an, während sie in Phasen der Leistungsmessung das Ziel haben, bestimmte Kompetenzen abzufragen und den Leistungsstand der SuS zu ermitteln [64]. Sowohl Lernaufgaben als auch Testaufgaben werden in Kapitel 4 vorgestellt.

## 3.2. Multimediales Lernen

Medien dienen im Unterricht als Hilfsmittel für eine bessere Informationsvermittlung und Veranschaulichung. Medien können aber auch motivieren, Alltagsbezüge herstellen oder selbst zum Unterrichtsgegenstand werden. Sie dienen der Erarbeitung, Reproduktion, Übung, Kontrolle und Differenzierung. Zum Unterrichtsgegenstand werden Medien, wenn der kritische Umgang mit Medien das Ziel der Stunde ist [65]. Der Begriff Multimedia wird in der Literatur nicht einheitlich verwendet. Weidenmann argumentiert, dass der Begriff Medium unterschieden werden soll in technisches Medium, Codierung und Modalität. Er definiert „Angebote, die auf unterschiedliche Speicher- und Präsentationstechnologien verteilt sind, aber integriert präsentiert werden“ [66, Seite 67] als multimedial. Multimodalität beschreibt die Integration verschiedener Sinnesbereiche (auditiv oder visuell) und Multicodierung die Darstellung in verschiedenen



**Abbildung 3.5.:** Das Drei-Speicher-Modell des menschlichen Gedächtnisses nach [69]. Informationen durchlaufen im Gedächtnis das sensorische Register, das Kurzzeit- und das Langzeitgedächtnis.

Symbolsystemen und Codierungen [66]. Können die SuS aktiv an dem Lernprozess teilnehmen, zum Beispiel durch Steuerung verschiedener Elemente, so spricht man von Interaktivität [67].

### 3.2.1. Lernpsychologische Sicht

Das Ziel multimedialer Lernumgebungen ist die bestmögliche Unterstützung des Lernens. Dazu muss die menschliche Informationsverarbeitung bei der Gestaltung berücksichtigt werden. Ziel des Lernens allgemein ist die langfristige Speicherung von Kenntnissen und Fähigkeiten sowie der Abruf dieser Informationen, weshalb Informationsaufnahme, -speicherung und -verarbeitung zu beachten sind. Wie gut diese Speicherung erfolgt, hängt von verschiedenen Bedingungen ab [68].

#### Das Drei-Speicher-Modell nach Atkinson und Shiffrin

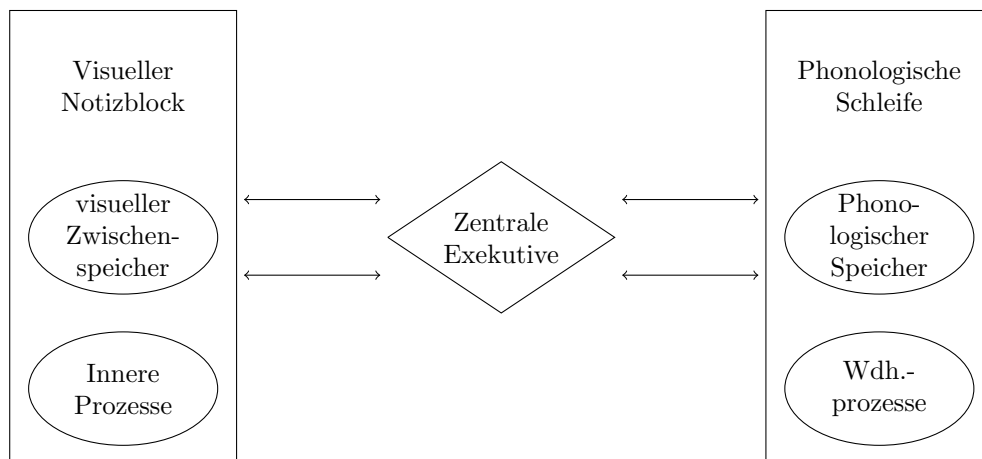
Für die Aufnahme, die Enkodierung, die Weiterverarbeitung, die Speicherung und für den langfristigen Abruf von Informationen ist unser Gedächtnis verantwortlich. Dieses unterteilt sich in ein sensorisches Register, ein Arbeitsgedächtnis und ein Langzeitgedächtnis, weshalb man auch vom Drei-Speicher-Modell spricht. Dieses ist grafisch in Abbildung 3.5 dargestellt. Wird dem menschlichen Gedächtnis eine Information oder ein Sinneseindruck präsentiert, so wird dieser vom sensorischen Register aufgenommen. Man nimmt zeitgleich sehr viele Eindrücke wahr, weshalb das sensorische Register eine hohe Aufnahmekapazität hat. Informationen können allerdings nur sehr kurz gespeichert werden. Die Hauptaufgabe des sensorischen Registers ist, relevante Informationen zu filtern. Außerdem muss die Entscheidung getroffen werden, mit

welchem sensorischen Register die Information aufgenommen wird (auditiv oder visuell). Es gibt allerdings keine direkte Beziehung zwischen dem sensorischen Register und der Repräsentation. So werden Texte für gewöhnlich mit den Augen wahrgenommen, Blinde lesen aber mit den Fingern. Wird die Aufmerksamkeit auf die aufgenommenen Informationen gelenkt, so gelangen diese zur Informationsverarbeitung und Informationszwischenspeicherung ins Kurzzeitgedächtnis, welches auch als Arbeitsgedächtnis bezeichnet wird. Auch die Kapazität des Kurzzeitgedächtnis ist zeitlich begrenzt, allerdings deutlich länger als die des sensorischen Registers. Eine Verlängerung der Speicherdauer im Kurzzeitgedächtnis kann zum Beispiel durch Wiederholen erreicht werden. Nach mehrfacher Wiederholung gilt die Information als gelernt und gelangt ins Langzeitgedächtnis, welches über maximale Kapazität und unbegrenzte Speicherdauer verfügt. Das Langzeitgedächtnis enthält lexikalisches, wahrnehmendes und konzeptuelles Wissen. Lexikalisches Wissen wird im mentalen Lexikon gespeichert und beinhaltet Wissen über visuelle und auditive Wortformen. Wahrnehmendes Wissen ist Wissen über die Vorstellung von Objekten und konzeptuelles Wissen bringt das Faktenwissen in Beziehung zueinander. Vom Langzeitgedächtnis können Informationen auch wieder abgerufen werden, um im Kurzzeitgedächtnis zum Beispiel zu einer Antwort verarbeitet zu werden. Es gibt aber auch die Möglichkeit, dass Informationen direkt vom sensorischen Register ins Langzeitgedächtnis gelangen. Das funktioniert dann, wenn die aufgenommenen Eindrücke mit bereits vorhandenen Informationen im Langzeitgedächtnis in Verbindung gebracht werden können. Dazu wird während dem Aufnehmen der Informationen ins sensorische Register Wissen aus dem Langzeitgedächtnis ins Kurzzeitgedächtnis gerufen und mit den neuen Informationen in Verbindung gebracht. Atkinson und Schiffrin verwenden das Beispiel einer Ananas. Hat das sensorische Register die Information eines Bilds einer Ananas aufgenommen und aus dem Langzeitgedächtnis wird das Wissen über den Geruch, die Schreibweise und die Struktur einer Ananas abgerufen, so gelangt die Information über das Aussehen direkt ins Langzeitgedächtnis. Durch das Kopieren ausgewählter Informationen werden diese von einem Speicher in den anderen übertragen. Werden zum Beispiel Informationen vom sensorischen Register ins Kurzzeitgedächtnis kopiert, so verbleiben sie dennoch im sensorischen Register bis ihre Speicherzeit dort abläuft und sie aus dem sensorischen Register gelöscht werden [69, 70].

#### **Modulares Arbeitsgedächtnis nach Baddeley**

Baddeley entwickelte ein modulares Modell des Arbeitsgedächtnisses. Danach besteht dieses aus einer zentralen Exekutiven sowie dem visuellen und auditiven Arbeitsgedächtnis als zwei Subsysteme für die Speicherung von Informationen (Abbildung 3.6) [71]. Die Zentrale Exekutive weist Aufmerksamkeiten zu und ist für Steuerungs-, Koordinations- und Kontrollprozesse verantwortlich [72].

In der phonologischen Schleife findet die Sprachverarbeitung statt. Es handelt sich hier um ein akustisches Speicherformat, welches an Leseprozessen und der Sprachproduktion beteiligt ist.



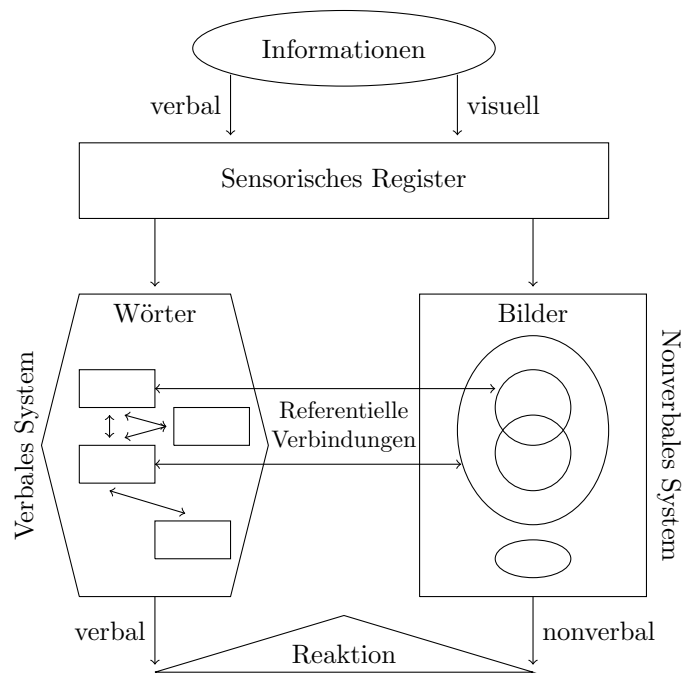
**Abbildung 3.6.:** Unterteilung des modularen Arbeitsgedächtnisses in zentrale Exekutive, visuellen Notizblock und phonologische Schleife nach [72]

Der phonologische Speicher ist in der Lage sprachbasierte Informationen zu speichern, während die Wiederholungsprozesse auf innerer Sprache basieren. Die phonologische Schleife wird angesprochen beim Lesen lernen, Sprachverstehen, langfristigem phonologischen Lernen und dem Erwerb von Vokabeln. Der visuell-räumliche Notizblock ist für die Verarbeitung visueller Informationen und Rauminformationen sowie für die Generierung von Vorstellungsbildern verantwortlich. Er besteht aus einem visuellen Zwischenspeicher sowie inneren Prozessen. Der visuell-räumliche Notizblock ist wichtig für die geographische Orientierung und für räumliche Aufgaben [71].

### Duale Kodierungstheorie nach Paivio

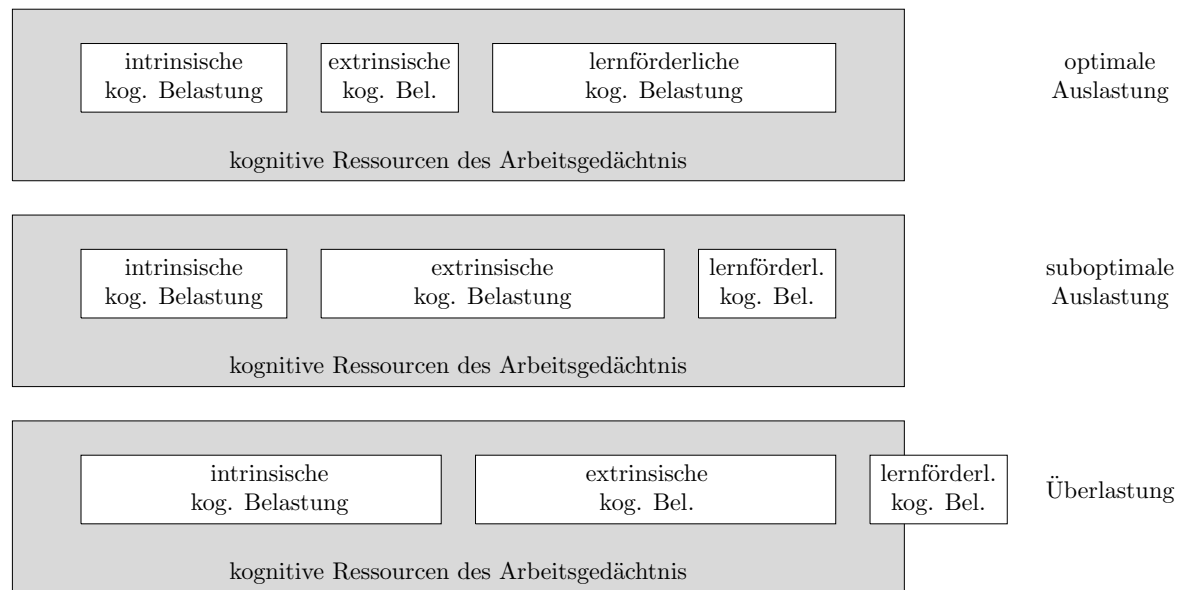
Ein Modell zur multiplen Repräsentation im Arbeitsgedächtnis bildet die duale Kodierungstheorie von Paivio, die in Abbildung 3.7 dargestellt ist. Während die Theorie von Baddeley mehr auf die sensorischen Modalitäten fokussiert ist, also wie Informationen ins Arbeitsgedächtnis gelangen und dort gehalten werden, fokussiert sich die duale Kodierungstheorie von Paivio mehr darauf, wie Informationen im Arbeitsgedächtnis gespeichert werden [73]. Sie erklärt menschliches Verhalten und Erleben auf Basis multipler verbaler und bildlicher Repräsentationen [74]. Gemäß des Drei-Speicher-Modells nach Atkinson und Shiffrin nimmt unser sensorisches Register verbale und visuelle Reize auf. Wird diesen Aufmerksamkeit geschenkt, so werden sie in das verbale oder visuelle Arbeitsgedächtnis transmittiert. Die duale Kodierungstheorie zeigt an dieser Stelle, dass verbale und nonverbale Informationen unterschiedlich, aber parallel verarbeitet werden.

In dem verbalen System sind sprachliche Reize, also zum Beispiel Repräsentationen für Wörter, enthalten. Inhalte des verbalen Systems können zum Beispiel die Wörter „Buch“ und „book“



**Abbildung 3.7.:** Duale Kodierungstheorie zur multiplen mentalen Repräsentation nach [74]. Dargestellt sind die Unterteilung des Arbeitsgedächtnisses in verbales und nonverbales System sowie die Verarbeitung von Informationen in beiden Systemen.

sein. Durch Verbindungen zwischen diesen beiden Informationen wissen wir, dass die Wörter das gleiche Objekt in unterschiedlichen Sprachen darstellen. In dem System bleiben sie aber immer als einzelne Informationen erhalten. Die Verarbeitung dieser einzelnen Informationen erfolgt sequenziell. Bei einem Satz wird zum Beispiel jedes Wort einzeln und nacheinander verarbeitet. Wir speichern also keine ganzen Texte. Das nonverbale System enthält sowohl Bilder, Geräusche, Handlungen, aber auch Empfindungen. Im Gegensatz zum verbalen System können Informationen hier parallel zueinander verarbeitet werden [74]. Die parallele Verarbeitung von Bildern führt dazu, dass Grafiken und Bilder besser erinnert werden können als Texte und Wörter. Die Kodierung von Bildern erfolgt direkter. Diesen Effekt bezeichnet man als Picture Superior Effect (PSE). Der Effekt verschwindet, wenn Aufgaben gestellt werden, bei denen Wörter eine höhere Überschneidung haben, zum Beispiel beim Finden eines Wortstamms [75]. Ein mentales Bild enthält viele Details. Zum Beispiel enthält das mentale Bild eines Spielplatzes das Aussehen des Spielplatzes, die typischen Kindergeräusche, spielende Kinder als Handlungen und Freude als Empfindung. Durch repräsentative Verbindungen zwischen den Systemen können Bildern zum Beispiel Wörter zugeordnet werden und es entsteht ein komplexes Netzwerk multipler Repräsentationen. Diese doppelte Kodierung begünstigt eine bessere Erinnerung und ist damit lernförderlich [74]. Die Informationen werden aus dem verbalen und nonverbalen System in Form von verbalen und nonverbalen Reaktionen, wie einer Antwort auf eine Frage,



**Abbildung 3.8.:** Vergleich einer optimalen und suboptimalen Auslastung sowie Überlastung der kognitiven Ressourcen des Arbeitsgedächtnis nach der Theorie der kognitiven Belastung.

wieder abgerufen.

### Theorie der kognitiven Belastung nach Sweller

Die Theorie der kognitiven Belastung von Sweller beschäftigt sich mit den begrenzten kognitiven Ressourcen des Arbeitsgedächtnisses. Dabei geht die Theorie von einer begrenzten Kapazität des Arbeitsgedächtnisses aus, welches aus verschiedenen Subsystemen besteht (modulares Arbeitsgedächtnis nach Baddeley und duale Kodierungstheorie nach Paivio), sowie von einem Langzeitgedächtnis, welches die Informationen speichert (Drei-Speicher-Modell nach Atkinson und Schiffrin). Werden die kognitiven Ressourcen überschritten, so entstehen Verständnis- oder Speicherungsprobleme. Für eine gute Informationsspeicherung müssen Faktoren wie die Gestaltung von Lernmaterialien sowie die individuellen kognitiven Ressourcen zur Informationsverarbeitung beachtet werden. Die Theorie der kognitiven Belastung gliedert diese in intrinsische, extrinsische und lernförderliche kognitive Belastung [76].

Die intrinsische kognitive Belastung steigt mit der Komplexität und der Schwierigkeit des Lerninhalts. Die Belastung des Arbeitsgedächtnisses steigt mit der Anzahl der Lerninhalte, die gleichzeitig verarbeitet werden müssen, und deren Verknüpfungen sowie der Interaktivität zwischen diesen Inhalten. Lerninhalte mit einer geringen Interaktivität können einzeln und nacheinander gelernt werden, wie zum Beispiel Vokabeln, und erzeugen damit eine geringe intrinsische kognitive Belastung. Lerninhalte mit einer hohen Interaktivität, wie sie häufig in der Physik und insbesondere bei Problemlöseaufgaben vorkommen, müssen parallel verarbeitet

werden und erhöhen dadurch die intrinsische kognitive Belastung. Das Lernmaterial ist dadurch schwer zu verstehen. Eine ungünstige Präsentation der Lernmedien, wie zum Beispiel überflüssige Informationen oder Bilder, erhöht die extrinsische kognitive Belastung. Wird ein zum Text gehörendes Bild räumlich zu weit weg präsentiert, so spricht man vom Effekt der geteilten Aufmerksamkeit. Während das Bild gesucht werden muss, verbleiben die Informationen des Texts im Arbeitsgedächtnis. Der Suchprozess erhöht damit die kognitive Belastung. Die noch verbleibenden kognitiven Ressourcen können für die Vertiefung des Lerninhalts genutzt werden, was dann als lernförderliche kognitive Belastung bezeichnet wird. Lernstrategien sind hier von besonderer Bedeutung, um bestehendes Wissen mit den neuen Informationen zu verbinden [76].

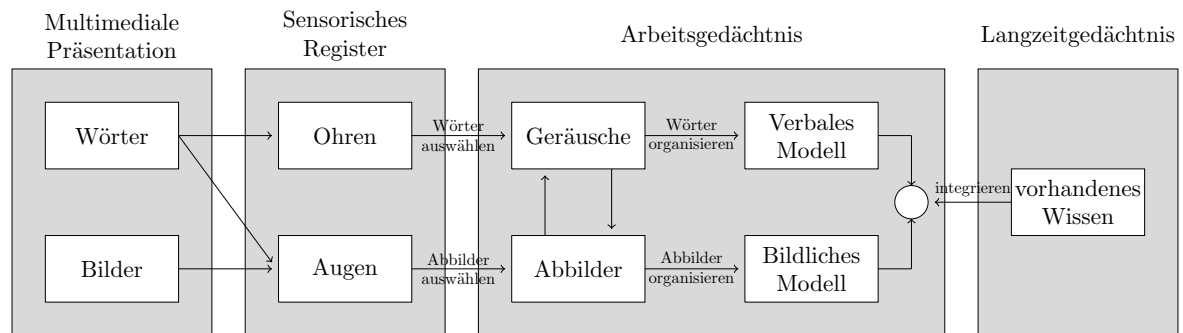
In Abbildung 3.8 ist dargestellt, wie die drei kognitiven Ressourcen das Arbeitsgedächtnis aus- bzw. überlasten. Die erste Situation stellt eine optimale Auslastung dar. Ein dem Vorwissen angepasster Schwierigkeitsgrad und eine gute Darstellung des Lernmaterials ermöglichen eine große lernförderliche kognitive Ressource zur Vertiefung des Lerninhalts. In der zweiten Situation ist die Darstellung des Lernmaterials nicht optimal, was eine Steigerung der extrinsischen Belastung zur Folge hat. Die übrig bleibenden lernförderlichen Ressourcen sind dadurch deutlich kleiner. In der dritten Situation ist der Lerninhalt zu komplex und die Darstellung schlecht, sodass kaum lernförderliche kognitive Ressourcen zur Vertiefung übrig sind. Es kommt zur Überlastung.

#### **Die kognitive Theorie des Multimedialen Lernens nach Mayer**

Zahlreiche Studien haben gezeigt, dass man besser von Wörtern in Kombination mit Bildern lernt, als von Wörtern alleine. Jedoch führt ein einfaches Hinzufügen eines Bildes nicht zu einem größeren Lernerfolg. Die kognitive Theorie des multimedialen Lernens beschäftigt sich damit, wie man durch die Verwendung von Bildern den Lernerfolg steigern kann. Die fundamentale Hypothese der Theorie ist, dass multimediale Lernumgebungen zu einem größeren Lernerfolg führen [77].

Bei Entwicklung der kognitiven Theorie des multimedialen Lernens wurden die vier Kriterien theoretische und empirische Plausibilität, Prüfbarkeit sowie Anwendbarkeit beachtet. Theoretische und empirische Plausibilität heißt, dass die Theorie mit bestehenden Lerntheorien und empirischen Forschungsergebnissen zum multimedialen Lernen vereinbar ist. Die Ergebnisse sollen wissenschaftlich überprüfbar sein, was das Kriterium Prüfbarkeit ausdrückt. Außerdem soll die Theorie anwendbar im schulischen Kontext sein. Die Theorie basiert auf den drei Annahmen der Existenz von zwei Subsystemen und einer beschränkten Kapazität des Arbeitsgedächtnisses sowie einer aktiven Verarbeitung im Arbeitsgedächtnis. Dass das Arbeitsgedächtnis aus zwei Subsystemen, nämlich einem visuellen und einem verbalen, besteht, basiert auf der Theorie des modularen Arbeitsgedächtnis von Baddeley und der dualen Kodierungstheorie von Paivio. Die Annahme der begrenzten Kapazität des Arbeitsgedächtnisses beruht auf der Theorie





**Abbildung 3.9.:** Die kognitive Theorie des Multimedialen Lernens nach [77]

des modularen Arbeitsgedächtnis von Baddeley und der Theorie der kognitiven Belastung von Sweller. Aktive Verarbeitung bedeutet, dass sich SuS aktiv an der Verarbeitung beteiligen, um eine kohärente mentale Darstellung zu konstruieren. Dazu gehören zum Beispiel Informationen organisieren, ihnen Aufmerksamkeit schenken und neue Informationen mit dem Vorwissen in Verbindung bringen [77].

Die kognitive Theorie des multimedialen Lernens (siehe Abbildung 3.9) geht analog zur Theorie von Atkinson und Shiffrin von einem Drei-Speicher-Modell des Gedächtnis aus. Es unterteilt sich in das sensorische Register, das Arbeitsgedächtnis und das Langzeitgedächtnis. Die Pfeile stellen die kognitiven Prozesse dar. Bilder und Wörter kommen als externe Informationen in Form multimedialer Präsentationen durch die Augen oder Ohren in das sensorische Register. Bilder und geschriebene Wörter werden im visuellen sensorischen Register und gesprochene Wörter im auditiven sensorischen Register aufgenommen [77].

Der Fokus der Theorie liegt auf dem Arbeitsgedächtnis, in welches die Informationen durch Schenken von Aufmerksamkeit gelangen. Dazu werden einzelne Elemente ausgewählt und als Abbilder und Geräusche im Arbeitsgedächtnis gespeichert. Diese werden dann organisiert und es werden daraus verbale und bildliche Modelle sowie Verbindungen zwischen den Modellen konstruiert. Die Verbindungen kommen dadurch zustande, dass das Sagen eines Wortes auch ein Bild im Kopf hervorruft oder dass das Ansehen eines Bildes auch den Klang des entsprechenden Wortes im Kopf hervorruft [77]. Mayer geht allerdings im Gegensatz zu Paivio davon aus, dass eine Interaktion zwischen den beiden Subsystemen erst nach der Bildung eines mentalen Modells möglich ist [73]. Analog der Theorie der kognitiven Belastung unterscheidet auch Mayer drei Subsysteme der kognitiven Belastung im Arbeitsgedächtnis, fokussiert sich bei der Benennung aber auf die Verarbeitung. Er unterscheidet extrinsische Verarbeitung, essenzielle Verarbeitung und generative Verarbeitung [77].

Im Langzeitgedächtnis wird das Wissen gespeichert und kann wieder abgerufen werden, um im Arbeitsgedächtnis weiterverarbeitet zu werden. Neben dem visuellen und auditiven Kanal gibt es im Gedächtnis auch Kanäle, welche Geschmack, Geruch, Berührungen oder Gleichge-

wicht wahrnehmen. Diese müssen langfristig in die kognitive Theorie des multimedialen Lernens integriert werden [77].

#### 3.2.2. Medien im Physikunterricht

Medien können nach drei verschiedenen Schemata klassifiziert werden. Nach technischen Aspekten unterscheidet man vortechnische (Tafel, Wandkarte, Modell, Buch) und technische (Computer, Tablet, Smartphone) Medien. Eine zweite Klassifikation erfolgt nach informationspsychologischen Aspekten. Hier werden die Medien dahingehend unterschieden, welche Sinne das Medium anspricht. Man unterscheidet visuelle, auditive, audiovisuelle und haptische Medien. Eine Unterscheidung der Medien nach didaktisch-methodischen Aspekten ist wichtig für die Einbindung des Mediums im Unterricht. Die Handlungsformen, die mit einem Medium ausgeführt werden können, sowie die Einbindung eines Mediums in den Unterricht sind entscheidend für den Lehr-Lernprozess [65].

#### Die Funktion von Bild und Text

Es gibt mit Beschreibungen und Abbildungen zwei verschiedene Darstellungsarten. Texte und Formeln gehören zu den Beschreibungen, welche ganz allgemein aus Symbolen bestehen. Bilder sind das verbreitetste Beispiel für Abbildungen. Dazu gehören Fotografien, Zeichnungen, Gemälde oder Landkarten. Aber auch ein Miniaturmodell oder Graphen und Diagramme gehören zu den Abbildungen, welche allgemein aus Bildzeichen bestehen. Während Beschreibungen bzw. die verwendeten Symbole keine Gemeinsamkeiten mit dem beschriebenen Objekt in der Realität haben, bilden Abbildungen, wie zum Beispiel Landkarten, die Realität ab und haben viele Gemeinsamkeiten mit ihnen. Abbildungen eignen sich zum Aufzeigen von Details, aber auch zum Reduzieren auf das Wesentliche [70].

Bei Bildern unterscheidet man zwischen realistischen Bildern, analogen Bildern und logischen Bildern. Realistische Bilder kommen dem Gegenstand sehr nahe, das sind zum Beispiel Fotografien oder Gemälde. Analoge Bilder sind graphische Darstellungen, die funktionale oder strukturelle Analogien zum Gegenstand nutzen. Logische Bilder, wie zum Beispiel Kreis- oder Flussdiagramme, besitzen keine Ähnlichkeit mit dem Gegenstand der Realität und sind sehr abstrakt [70, 78]. In der Physik sind logische Bilder in Form von Diagrammen und Graphen häufig. Insbesondere logische Bilder können viele Zusammenhänge und Sachverhalte in einem Bild darstellen. Damit diese dennoch verständlich sind, sind die vier Gestaltungsprinzipien syntaktische und semantische Klarheit, implizite Ordnung sowie Sparsamkeit zu beachten. Unter syntaktischer Klarheit versteht man das eindeutige Erkennen der einzelnen Komponenten. Die Größe der Komponenten muss ausreichend sein und die Farben müssen sich vom Hintergrund abheben. Beschriftungen müssen klar zugeordnet werden können. Unter semantischer Klarheit versteht man, dass Komponenten mit Gemeinsamkeiten auch gleich gekennzeichnet

werden, zum Beispiel durch gleiche Farbwahl oder gleiche Rahmenwahl. Eine logische Reihung der Komponenten, zum Beispiel in einem Balkendiagramm, führt zu einer impliziten Ordnung des logischen Bildes. Sparsamkeit bedeutet, die Komplexität des Bildes möglichst gering zu halten [79]. Durch eine angemessene Darstellung und einen sinnvollen Einsatz können Bilder die kognitive Belastung reduzieren, was gemäß der Theorie der kognitiven Belastung lernförderlich ist. Dazu muss das verwendete Bild passend zum Lernziel und -inhalt gewählt werden und die Materialien ergänzen und nicht davon ablenken.

Die Funktionen von Bildern lassen sich in die Aspekte Wissensvermittlung, Mehrfachcodierung, Strukturierung von Wissen und Motivation einteilen [65]. Tabelle 3.1 zeigt eine Übersicht über die Funktionen von Bildern.

**Tabelle 3.1.:** Die verschiedenen Funktionen von Bildern im Physikunterricht mit Erläuterungen, zugeordnet zu den vier verschiedenen Aspekten Wissensvermittlung, Multiple Codierung, Organisation und Strukturierung sowie Motivation nach [65, 80, 81]

Aspekt	Funktion	Erläuterung
Wissensvermittlung	Zeigefunktion	Vermittlung einer möglichst deutlichen und angemessenen Vorstellung
	Fokusfunktion	Detaildarstellung durch z.B. Lupenaufnahmen zur Korrektur von falschen Vorstellungen
	Konstruktionsfunktion	Zusammenhänge, Vorgänge oder Prozesse aus bekannten Elementen in einem mentalen Modell konstruieren
	Physikspezifische Visualisierungen	optische Vorstellungshilfe
Multiple Codierung: Kombination von Bild und Text	Ersatz für komplexe Beschreibungen	Schnellere und ökonomischere Beschreibung komplexer Zusammenhänge
	Repräsentationsfunktion	Textaussagen visuell widerspiegeln
	Interpretationsfunktion, bildliche Konkretisierung	Textaussagen konkretisieren

	Bildanleitungen	Schaffung eines realistischen Bezugsrahmens und Herausstellen des situativen Kontextes
	Dekorative Funktion	Bilder wecken das Interesse, haben aber keine wesentliche inhaltliche Bedeutung
Organisation und Strukturierung kognitiver Inhalte	Concept maps	Räumlich-bildhafte Anordnung von Inhalten, Konzepten und Beziehungen
	Advance organizer	Vorstrukturierung und inhaltliche Gliederung
	Situierungsfunktion	Bereitstellung eines kognitiven Bezugsrahmens für das Verständnis des Textes
	Gedächtnisstützende Funktion	Erleichterung der Speicherung und des Nutzen von Wissen durch bildhaftes Format
Motivierung		Anstoß zur Beschäftigung mit einem Sachverhalt

Während Bilder mehrere Informationen parallel darstellen können, werden die Informationen bei Texten nacheinander präsentiert. Das Hauptmerkmal von effektiven Texten im Unterricht ist die Verständlichkeit. Verständliche Texte sind einfach, sinnvoll gegliedert, kurz und prägnant und beinhalten anregende Zusätze. Einfach bedeutet, dass die Sätze aus geläufigen Wörtern gebildet werden und Fremdwörter erklärt werden. Die Sätze werden in einer sinnvollen und sich aufeinander beziehenden Reihenfolge im Text angeordnet und führen damit zu einer guten inneren Ordnung. Der Aufbau des Textes wird durch die äußere Gliederung wie Absätze und Überschriften deutlich. Unter Kürze und Prägnanz versteht man eine der Informationsmenge angepasste Textlänge. Weder eine zu kurze noch eine zu ausschweifende Darstellung ist lernförderlich. Interesse am Text wird durch anregende Zusätze wie lebensnahe Beispiele oder Fragen zum Mitdenken erzeugt [82].

## Das Arbeitsblatt als Beispiel für klassische Medien

In Kapitel 4 werden Arbeitsblätter zu den Themen der Quantenphysik vorgestellt, weshalb das Arbeitsblatt hier exemplarisch als klassisches Medium erläutert wird. Das Arbeitsblatt erfüllt die drei Funktionen Information, Vertiefung und Kontrolle. Es dient der Information, wenn es zum Schulbuch ergänzendes Text- und Bildmaterial zur Verfügung stellt. Als Vertiefung kommt das Arbeitsblatt während oder nach der Erarbeitungsphase zum Einsatz, wobei es in diesem Fall vorwiegend Aufgaben beinhaltet. Zur Kontrolle des Lernerfolgs eignet sich das kontrollierende Arbeitsblatt, welches Kontrollfragen enthält. Das Arbeitsblatt eignet sich insbesondere als Anleitung bzw. begleitende Aufgaben zu SuS-Versuchen. Es bietet eine inhaltliche Orientierung, gliedert die Versuchsdurchführung in einzelne Arbeitsschritte und steuert diese. Außerdem bietet es eine Hilfestellung bei der Auswertung eines Versuchs. Das Arbeitsblatt sollte übersichtlich gegliedert sein und einen roten Faden haben. Absätze, Farben oder Nummerierungen eignen sich zur Unterstützung der inhaltlichen Gliederung. Durch gleiche Farbgebungen oder Pfeile können Zusammenhänge hergestellt werden. Farben, Unterstreichungen oder Einrahmungen dienen außerdem dem Setzen von Akzenten [65].

Weitere klassische Medien sind die Wandtafel, das Schulbuch, der Overhead-Projektor sowie Video und Film. Auch Poster, Wandbilder, technisches Anschauungsmaterial, Anschauungsmodelle und Funktionsmodelle gehören zu den klassischen Medien im Physikunterricht [65].

## Das Experiment

Das Experiment stellt im Physikunterricht und auch allgemein im naturwissenschaftlichen Unterricht ein wichtiges Verfahren zur Erkenntnisgewinnung dar. Experimente veranschaulichen Phänomene und bauen physikalische Vorstellungen auf. Elemente des naturwissenschaftlichen Arbeitens wie Beobachten, Planen, Analysieren, Bewerten oder Präsentieren werden mit Experimenten geschult. Schulexperimente leisten einen Beitrag zur Konkretisierung von Wissen und dienen als Bindeglied zwischen Theorie und Realität. Sie sind Informationsträger, indem sie physikalische Phänomene anschaulich darstellen. Sie zeigen außerdem historische Meilensteine auf und dienen der Überprüfung von Gesetzen und Theorien [65]. Damit ist das Experiment sowohl Bestandteil der induktiven als auch der deduktiven Methode zur Erkenntnisgewinnung. Mithilfe der empirischen Daten aus einem Experiment wird bei der induktiven Methode ein allgemeines Gesetz formuliert. Bei der deduktiven Methode dient das Experiment zur Überprüfung der hergeleiteten Aussage.

Experimente verfolgen neben den fachlichen Zielen auch formale Bildungsziele wie die Schulung von Beobachtungskompetenz und kausalem und kritischem Denken. Weitere Zieldimensionen sind manuelle Ziele (Umgang mit Messgeräten und Versuchsaapparaturen), soziale Ziele (Teamarbeit) und affektive Ziele (unmittelbare Erlebnisse und konkrete Erfahrungen) [83].

Experimente und insbesondere SuS-Versuche erfüllen verschiedene didaktische Funktionen. Sie

dienen dem Erlernen und Einüben physikalischer Fachmethoden und Arbeitstechniken. Im problemorientierten Unterricht kommen Experimente zur Begründung oder Widerlegung von Hypothesen zum Einsatz. Im forschend-entdeckenden Unterricht werden die SuS selbst zu Forschern und entdecken hier mit einem SuS-Versuch ein neues physikalisches Phänomen oder Gesetz eigenständig [83].

Schulexperimente können unter verschiedenen Aspekten klassifiziert werden. Hinsichtlich der Datenerfassung unterscheidet man qualitative und quantitative Versuche. Qualitative Versuche werden unmittelbar durch die Sinne erfasst, während quantitative Versuche objektive Datenaufnahme, Dokumentation, Datenverarbeitung und Auswertung erfordern. In der Organisationsform unterscheidet man einen Demonstrationsversuch, welcher von der LP ausgeführt wird, und einen von den SuS selbst durchgeführten SuS-Versuch. Eine dritte Klassifizierung erfolgt hinsichtlich der Unterrichtsphase. Vorwissen, Ausbildungsstand und methodisches Unterrichtskonzept sind hier entscheidend. Einstiegsversuche dienen der Motivation und schaffen zum Beispiel einen kognitiven Konflikt. Zur Erfassung von Daten oder zum Prüfen von Gesetzen oder Hypothesen führt man Erarbeitungsversuche durch. Versuche zur Vertiefung oder zur Verständniskontrolle decken scheinbare Widersprüche auf, zeigen Ähnlichkeiten und Analogien und bereiten Transferleistungen vor. Betrachtet man die Art der Sachbegegnung, so lassen sich Freihandversuche, Versuche mit physikalischen Apparaturen und Messgeräten, Simulationsversuche und Gedankenexperimente unterscheiden. Im Gegensatz zum klassischen Einzelversuch werden in einem Parallelversuch Abläufe direkt nebeneinander präsentiert, um einen direkten Vergleich zu ermöglichen. Zur Herleitung von Gesetzen wird meist eine Versuchsreihe mit systematischem Verändern der Parameter durchgeführt [65].

Bei SuS-Versuchen können die SuS neue physikalische Inhalte durch erworbene Handlungen selbst erarbeiten. Experimentieren gehört zu einer Kompetenz des naturwissenschaftlichen Unterrichts. SuS-Versuche motivieren zum physikalischen Arbeiten durch die notwendige Eigenaktivität. Ziele von diesen sind der Erwerb experimenteller Fertigkeiten, das Erlernen und Verstehen physikalischer Gesetzmäßigkeiten und Zusammenhänge, die Verbindung von Theorie und Praxis sowie die Entwicklung von sozialem Verhalten in der Partner- und Gruppenarbeit [65]. In der Quantenphysik sind nicht alle Experimente in der Schule durchführbar. Zum einen ist das Material für die Versuche in der Quantenphysik selten vollständig in den Schulen vorhanden und zum anderen sind Experimente mit einzelnen Quantenobjekten technisch in der Schule nicht durchführbar. Im Folgenden werden als Alternative zu Realexperimenten Simulationen vorgestellt.

### **Computer und Simulationen**

Computer können im Unterricht auf vielfältige Weise eingesetzt werden. Verschiedene Funktionen und Nutzungsfelder gehen einher mit verschiedenen methodischen Vorgehensweisen. Man unterscheidet Übungsprogramme, Selbstlerneinheiten und tutorielle Programme. Weiterhin un-

terscheidet man zwischen Computerwerkzeugen, Simulations- und Modellierungsprogrammen und Messwerterfassungssystemen [67]. In der vorliegenden Arbeit werden Simulationen in die Lernumgebungen eingebunden. Die Einbindung von Simulationen ermöglicht die selbstständige Erarbeitung durch die SuS.

Simulationen enthalten Repräsentationen eines Phänomens und ermöglichen so die Durchführung von Experimenten unabhängig vom vorhandenen Material. Durch Simulationen können Experimente aber auch schneller durchgeführt werden und damit kann die Unterrichtszeit effektiver genutzt werden. Routinearbeiten, wie Aufbau des Experiments, werden ausgespart, sodass mehr kognitive Kapazitäten für die Beobachtung des Experiments und das Erkennen physikalischer Zusammenhänge bleiben. Außerdem bieten Simulationen die Möglichkeit verschiedene Variablen einfach zu kontrollieren und dadurch entdeckendes Lernen sowie die Bildung von Hypothesen zu fördern [84]. Weiter können durch den Einsatz von Simulationen Experimente in die Hausaufgabe verlagert werden, was den Unterrichtsfluss fördert. Ein Nachteil von Simulationen ist, dass die SuS die Kompetenz des Experimentierens nicht vertiefen, da sie Werte nicht von Hand aufnehmen und damit auch weniger in Berührung mit Messfehlern kommen. Allerdings ist dieser Aspekt am Ende Oberstufe vernachlässigbar, da von einem bereits erlernten Umgang mit Messfehlern der SuS auszugehen ist. Charakteristische Eigenschaften von Simulationen sind Abstraktion und didaktische Vereinfachung, Substitution, Sparsamkeit, Reproduzierbarkeit und Lerneffizienz-Sicherheit. Die Konzentration auf wesentliche Aspekte verringert die Komplexität eines physikalischen Experiments und damit die extrinsische kognitive Belastung, indem zum Beispiel Hintergrundfaktoren ausgeblendet werden [67].

Simulationen zeichnen sich auch durch Interaktivität aus. Die SuS können die Simulationen selbst steuern, indem sie zum Beispiel die Parameter bei der Durchführung eines interaktiven Versuchs ändern. Für den Einsatz im Unterricht müssen die SuS allerdings reflektiert mit Simulationen umgehen können. Lernziele im Umgang mit Simulationen sind nach [85]:

- Die SuS nennen die Verfahren der Modellbildung und Simulation zur Erkenntnisgewinnung.
- Die SuS vollziehen Ansätze zur Modellbildung nach und nehmen einfache Modellierungen selbst vor.
- Die SuS führen Simulationen mit geeigneten Werkzeugen durch.
- Die SuS evaluieren die Ergebnisse von Simulationen im Kontext realer Prozesse.

Werden die SuS nicht schrittweise an Modellbildungen und Simulationen herangeführt, so besteht die Gefahr, dass sie diese falsch bewerten und Beobachtungen in der Simulation mit realen Beobachtungen gleichsetzen [85].

Computer können im Unterricht auch zur Internetrecherche eingesetzt werden. Im Oberstufenunterricht müssen die SuS als Vorbereitung auf das Studium einen reflektierten Umgang mit

dem Internet bereits erlernt haben. Außerdem müssen die SuS eigenständig Internetrecherchen durchführen und relevante Informationen filtern können [67].

## **Interaktivität und Dynamik**

Hat der SuS Eingriffs- und Steuermöglichkeiten in ein Computersystem, so spricht man von Interaktivität. Interaktivität einer Lernumgebung lässt sich durch Auswählen, Umblättern, Multiple-Choice-Antworten oder einen freien Texteintrag erhöhen. Funktionen der Interaktivität sind Individualisierung und Motivation. Können SuS ihr eigenes Lerntempo bestimmen und erhalten automatisiert Feedback, so spricht man von individualisiertem Lernen. Unter motiviertem Lernen versteht man das aktive Einbeziehen des SuS [86]. Durch Interaktionen der SuS wird die Verknüpfung von vorhandenem Wissen mit neuen Informationen gefördert. Die Einbettung der Lernumgebung in eine authentische Situation, die Konfrontation mit verschiedenen Perspektiven, eine explorative Problemlösung, das eigenständige Handeln, die Möglichkeit zur Konstruktion eigener Inhalte und die Möglichkeit zur Selbstreflexion sowie der Anwendung auf lebensnahe Problemsituationen fördern die Interaktivität. Interaktive Lernumgebungen erfordern eine hohe intrinsische Motivation der SuS, welche durch variable Schwierigkeitsgrade, das Wecken von Neugier, breites Potenzial an Entscheidungsfreiheit, individualisiertes Feedback, dialogorientierte Sprache und Aktivierung der Phantasie gesteigert wird. Die Aktivität und Motivation der SuS wird also gefördert durch einen hohen Anspruch an das Interface- und Interaktionsdesign [87].

### **3.2.3. Multimediale Lernumgebungen**

In Kapitel 3.2.1 wurden verschiedene Lerntheorien zur Informationsverarbeitung im menschlichen Gedächtnis vorgestellt. Multimediale Lernumgebungen sollen so gestaltet sein, dass sie diesen Theorien genügen. Auf Grundlage der Theorie der kognitiven Belastung und seiner eigenen kognitiven Theorie des multimedialen Lernens hat Mayer Gestaltungsprinzipien formuliert. Unterschieden werden die drei Kategorien Minimierung der extrinsischen und intrinsischen Belastung sowie Förderung der lernförderlichen kognitiven Belastung [77].

Die extrinsische kognitive Belastung wird nach der Theorie der kognitiven Belastung durch eine gute Gestaltung des Lernmaterials reduziert. Mayer nennt hier das Kohärenzprinzip, das Signalprinzip, das Redundanzprinzip sowie das räumliche und zeitliche Kontiguitätsprinzip [77]. Das Kohärenzprinzip besagt, dass überflüssige Informationen vermieden werden sollen. Es beschreibt also eine gute Passung zwischen Text und Bild. Dieses Prinzip findet insbesondere Anwendung bei SuS mit wenig Vorwissen und einer geringen Kapazität des Arbeitsgedächtnisses sowie in Unterrichtsstunden mit einem komplexen Lerninhalt. Die extrinsische kognitive Belastung wird auch reduziert durch das Hervorheben wichtiger Inhalte, was das Signalprinzip besagt. Auch dieses Prinzip wird in Stunden mit komplexem Lerninhalt und bei SuS mit ei-



nem geringen Vorwissen angewendet, aber auch wenn die Bild-Text-Integration durch Hinweise unterstützt wird. Das Redundanzprinzip besagt, dass die extrinsische kognitive Belastung reduziert wird, wenn zu einem gesprochenen Text nicht zusätzlich noch ein geschriebener Text präsentiert wird. Es findet Anwendung in Unterrichtsstunden mit komplexem Inhalt und in langen Textpassagen [88]. Eine Form des Redundanzprinzips ist das Prinzip der Umkehr der Expertise. Es besagt, dass Informationen, die für lernschwache SuS wichtig sind, für lernstarke SuS sogar lernhinderlich sein können. So kann eine detaillierte Aufgabenbeschreibung für lernschwache SuS förderlich sein, für lernstarke SuS aber zu viele kognitive Ressourcen verbrauchen und damit lernhinderlich sein [89]. Das räumliche und zeitliche Kontiguitätsprinzip besagen, dass zusammengehörender Text und Bild sowohl räumlich sowie zeitlich zusammen präsentiert werden sollen. Das räumliche Kontiguitätsprinzip findet in Unterrichtsstunden mit komplexem Lerninhalt sowie bei SuS, die noch keine Lernstrategien zum selbstständigen Erfassen des Lerninhalts kennen, Anwendung. Das zeitliche Kontiguitätsprinzip findet Anwendung bei SuS mit geringem Vorwissen, Unterrichtsstunden mit komplexem Inhalt, bei gesprochenem Text und bei großen Text- und Bild-Passagen [88].

Mentale Prozesse werden unterstützt, wenn die kognitive intrinsische Belastung nach der Theorie der kognitiven Belastung reduziert wird [90]. Diese ist abhängig von der Komplexität des Lerninhalts. Prinzipien zur Minimierung der intrinsischen kognitiven Belastung sind das Segmentierungsprinzip, das Prinzip des Vorwissens und das Modalitätsprinzip [77]. Das Segmentierungsprinzip besagt, dass die intrinsische kognitive Belastung reduziert wird, wenn Lerninhalte in Teileinheiten zerlegt werden und nicht als gesamte Einheit präsentiert werden. Den SuS kann damit ermöglicht werden, selbstständig zur nächsten Teileinheit überzugehen und damit in ihrem eigenen Tempo zu lernen. Vor einer Unterrichtsstunde sollen nach dem Prinzip des Vorwissens wesentliche Konzepte, Begriffe und Bezeichnungen bekannt sein. Das Modalitätsprinzip besagt, dass Informationen besser gelernt werden, wenn Text gesprochen statt geschrieben zu einem Bild präsentiert wird. Wird geschriebener Text parallel zu einem Bild präsentiert, so müssen die SuS Text und Bild mit dem visuellen Kanal verarbeiten, was schnell zu einer Überlastung des visuellen Kanals führt [90].

Bei den Prinzipien zur Förderung lernförderlicher Prozesse unterscheidet man zwischen Prinzipien, welche sich auf soziale Hinweise beziehen und Prinzipien, welche Lernstrategien beschreiben. Prinzipien, die sich auf soziale Hinweise beziehen sind das Personalisierungsprinzip, das Stimmeprinzip, das Bildprinzip und das Verkörperungsprinzip. Das Personalisierungsprinzip besagt, dass die Formulierung von Text in einem dialogorientierten Stil lernförderlicher ist. Nach dem Stimmeprinzip sind in einem gesprochenen Text menschliche Stimmen Computerstimmen vorzuziehen. Das Bildprinzip besagt, dass Lerner in Lernprogrammen am Bildschirm nicht besser lernen, wenn ein Bild der Lehrperson auf dem Bildschirm zu sehen ist. Die Verwendung von menschlichen Gesten bei Figuren auf dem Bildschirm ist nach dem Verkörperungsprinzip ebenfalls lernförderlich [91]. Prinzipien, welche Lernstrategien beschreiben sind Verbalisieren,

Visualisieren und Handeln. Beispiele zum Verbalisieren sind Zusammenfassen, Inhalte selbst erklären oder Inhalte anderen SuS erklären. Zeichnen, Erstellen von Concept Maps oder das Bilden mentaler Abbilder sind Beispiele des Visualisierens. Beispiele für Handlungen sind das Entwickeln von Gesten oder Bewegungen zu Zusammenhängen [92].

Das multimediale Lernen ist mittlerweile gut erforscht, Lücken gibt es aber noch bei dem Einfluss der Motivation und der Emotionen bei SuS. Studien haben gezeigt, dass multimediales Lernen die Motivation und Emotionen stark beeinflusst. Allerdings sind diese Einflüsse abhängig von der Art der Lernumgebung und dem Vorwissen der SuS. Die meisten Studien erkennen aber einen positiven Einfluss multimedialer Lernumgebungen auf die Motivationen und Emotionen von SuS [93]. Entscheidend ist, dass die multimedialen Lernumgebungen das Interesse am Lerngegenstand fördern und die Aufmerksamkeit darauf lenken. Authentische Situationen fördern das Interesse am Lerngegenstand und können mit Hilfe von Multicodierung und Multimodalität gut geschaffen werden [66].

## 4. Ein saarländisches Unterrichtskonzept

Gemäß den in Kapitel 3 vorgestellten didaktischen Grundlagen zur Informationsverarbeitung und zum multimedialen Lernen wird ein Unterrichtskonzept zur Quantenphysik entwickelt. Zunächst werden grundlegende Überlegungen zu den Lernumgebungen vorgestellt. Im Anschluss wird zu jedem Kapitel eine inhaltliche Analyse durchgeführt und die erstellten Lehr- und Lernmaterialien werden begründet. Abbildung 4.1 zeigt eine Übersicht aller erstellten Materialien sowie mögliche Unterrichtsgänge durch die Quantenphysik.

### 4.1. Konzeptionelle Grundlagen

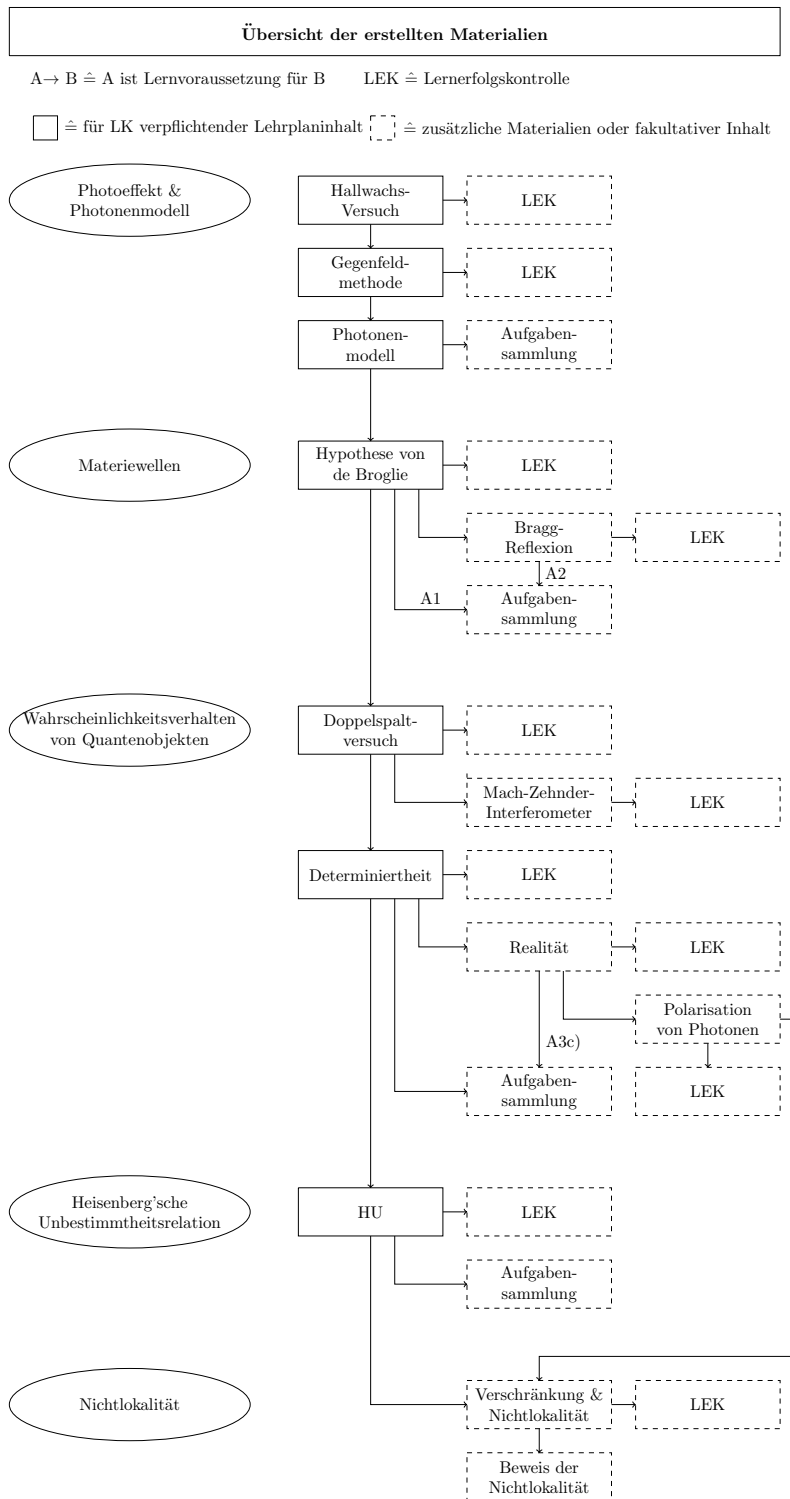
Die konzeptionellen Grundlagen gliedern sich in didaktische und multimediale Grundlagen. Die didaktischen Grundlagen basieren auf dem Lehrplan für den LK der gymnasialen Oberstufe [29], den Vereinbarungen des IQB und der KMK [4] sowie den Allgemeinen Prüfungsanforderungen für das Abitur im Saarland [50]. Die multimedialen Grundlagen begründen die Anwendung der Multimedia-Prinzipien nach Mayer anhand konkreter Beispiele.

#### 4.1.1. Didaktische Grundlagen

Das IQB und die KMK haben Inhalte vorgegeben, über welche die SuS mit dem Abitur verfügen sollen (siehe auch Tabelle 2.2). Auf Grundlage dieser Vorgaben hat das Saarland den neuen Lehrplan konzipiert (siehe auch Tabelle 2.10). Neben den curricularen Vorgaben des saarländischen Lehrplans für den Quantenphysikunterricht hat die KMK Kompetenzen vorgegeben, welche die SuS mit dem Abitur erworben haben sollen [2]. Die Kompetenzen unterteilen sich, wie bereits in Tabelle 2.1 dargestellt, in Sachkompetenz, Erkenntnisgewinnungskompetenz, Kommunikationskompetenz und Bewertungskompetenz. Tabelle A.1 im Anhang A.1 gibt einen detaillierten Überblick über die einzelnen Kompetenzen in den jeweiligen Kompetenzbereichen. Das Deckblatt der Version für die LP jeder Lernumgebung zeigt eine Übersicht über die in dieser Lernumgebung angesprochenen Kompetenzen. Bei den Lösungen findet sich eine detaillierte Auflistung.

Prüfungsaufgaben sollen die Leistung der SuS differenziert erfassen und damit die drei verschiedenen AF abdecken. Das Saarland hat dazu in den Allgemeinen Prüfungsanforderungen spezifische Anforderungen zu jedem AF und Kompetenzbereich formuliert. Eine Übersicht über die drei AF gibt Tabelle 4.1. Die den Kompetenzen zugeordneten genauen Anforderungen findet

#### 4. Ein saarländisches Unterrichtskonzept



**Abbildung 4.1.:** Übersicht aller erstellten Materialien zur Quantenphysik. Die Kapitel des Lehrplans stehen in einer Ellipse, verpflichtende Lehrplaninhalte in einem Kasten und fakultative Inhalte oder zusätzliche Materialien in einem gestrichelten Kasten. Die Pfeile symbolisieren Lernvoraussetzungen und zeigen damit einen möglichen Unterrichtsgang.

man in [50, Seite 5 ff.]. In den Lernumgebungen wird der AF jeder Teilaufgabe in tabellarischer Form mit den Kompetenzen angegeben.

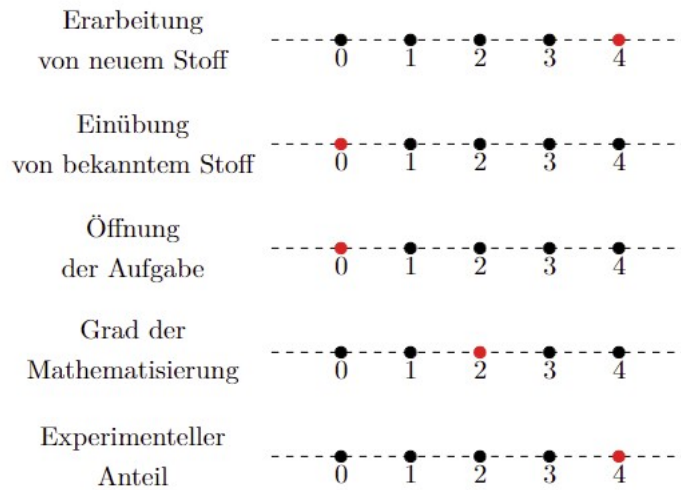
**Tabelle 4.1.:** AF mit Beschreibung [50, Seite 5 ff.]

AF	
I	Wiedergabe von Sachverhalten und Kenntnissen im gelernten Zusammenhang; Anwenden und Beschreiben geübter Arbeitstechniken und Verfahren
II	Selbstständiges Auswählen, Anordnen, Verarbeiten, Erklären und Darstellen bekannter Sachverhalte unter vorgegebenen Gesichtspunkten in einem durch Übung bekannten Zusammenhang; Selbstständiges Übertragen und Anwenden des Gelernten auf vergleichbare neue Zusammenhänge und Sachverhalte
III	Verarbeiten komplexer Sachverhalte mit dem Ziel, zu selbstständigen Lösungen, Gestaltungen oder Deutungen, Folgerungen, Verallgemeinerungen, Begründungen und Wertungen zu gelangen; selbstständiges Wählen geeigneter Arbeitstechniken und Verfahren zur Bewältigung der Aufgabe, Anwenden auf eine neue Problemstellung und Reflektieren des eigenen Vorgehens

Zur Formulierung der Aufgaben sollen Operatoren genutzt werden. Eine Auflistung der Operatoren mit Beschreibung der erwarteten Leistung findet man in [50, Seite 11 f.]. An dieser Operatorenliste orientieren sich auch die erstellten Aufgaben.

Zusätzlich dazu wird auf dem Deckblatt der Version für die LP in jeder Lernumgebung gekennzeichnet, in welche Kategorie diese zugeordnet werden kann. Unterschieden werden hier die Kategorien Erarbeitung von neuem Stoff, Einübung von bekanntem Stoff, Öffnung der Aufgabe, Grad der Mathematisierung und experimenteller Anteil. Die Kategorien Erarbeitung von neuem Stoff bzw. Einübung von bekanntem Stoff geben an, ob die SuS mit der Lernumgebung neue Inhalte erarbeiten oder bereits aus dem Unterricht bekannte Inhalte einüben. Die Öffnung der Aufgabe beschreibt, ob die SuS den Lösungsweg selbst finden müssen oder ob dieser vorgegeben ist. Der Grad der Mathematisierung beschreibt den mathematischen Anteil auf den Blättern. Er ist gering, wenn hauptsächlich Beobachtungen und qualitative Aussagen erwartet werden. Der experimentelle Anteil gibt den Anteil von Experimenten an. Insgesamt gibt es fünf Abstufungen in jeder Kategorie, sodass auch die Auswahl der Mitte möglich ist. Begründet wird dies dadurch, dass zum Beispiel die Durchführung eines Experiments die Hälfte einer Lernumgebung beansprucht, während in der anderen Hälfte Rechenaufgaben gelöst werden.

Abbildung 4.2 zeigt am Beispiel der Lernumgebung zur Gegenfeldmethode die Darstellung auf dem Deckblatt.



**Abbildung 4.2.:** Kategorisierung der Lernumgebungen am Beispiel der Gegenfeldmethode. Ein roter Punkt zeigt die Stufe der jeweiligen Kategorie an.

Weiterhin sind auf dem Deckblatt Informationen zu Schwerpunkt, Klassenstufe (unterschieden in GK und LK), Art der Lernumgebung, Lernziel und notwendigen Lernvoraussetzungen zu finden. Bei der Art der Lernumgebung wird zwischen Informationsblatt, Versuchsdurchführung und Aufgaben unterschieden. Neben den Informationen auf dem Deckblatt und der Zuordnung der Aufgaben zu den jeweiligen Kompetenzen und AF finden sich bei den Lösungen didaktische Hinweise für die LP. Hierbei handelt es sich um zu vermeidende Vorstellungen oder didaktische Begründungen zur Auswahl der Aufgaben und dem Vorgehen auf der Lernumgebung. Eine Differenzierung der Lernumgebungen wird durch Hilfestellungen gewährleistet, welche in Form von QR-Codes bereitgestellt werden. Die QR-Codes befinden sich ausschließlich in der Version für die LP. Dies ermöglicht dieser, den Einsatz der Hilfestellungen selbst zu bestimmen. Die Hilfestellungen können direkt an die SuS ausgehändigt werden, sie können am Pult platziert werden oder abgeändert werden. Neben Hilfestellungen wird auch ein QR-Code mit den Lösungen zu den Aufgaben zur Verfügung gestellt. Damit besteht die Möglichkeit, dass die SuS ihre Lösungen selbst kontrollieren können. In der SuS-Version sind vorhandene Hilfestellungen durch ein Fragezeichen gekennzeichnet.

Weiterhin werden zur Kontrolle des Lernerfolgs Lernerfolgskontrollen (LEK) zu jedem Thema vorgestellt. Die LEK dienen der kurzen Überprüfung des Lernstoffs am Ende der Unterrichtsstunde. Über einen QR-Code in der Version für die LP können die interaktiven LEK abgerufen werden. Durch die Schaltfläche „Überprüfen“ besteht die Möglichkeit der Selbstkontrolle durch die SuS.

In diesem Kapitel finden sich immer die Versionen für die LP der Lernumgebungen und der

Aufgabensammlungen. Die SuS-Versionen sind den Anhängen A.2 und A.3 zu entnehmen. Die Aufgabensammlungen enthalten Aspekte der Aufgaben von LEIFI-Physik [94], Markus Vogt [25], Cornelson [95], Franz-Mittelberger-Gymnasium [96] und Gymnasium Europaschule Westerstede [97] und dienen als Aufgabensammlungen, welche hinsichtlich der Notation und den Lernvoraussetzungen auf den saarländischen Lehrplan angepasst sind.

#### **4.1.2. Multimediale Grundlagen**

##### **Gestaltung der Lernmaterialien**

Bei der Gestaltung der Lernumgebungen wurden die Gestaltungsprinzipien von Mayer sowie die Gedächtnistheorien aus Kapitel 3 beachtet. Zur Reduzierung der intrinsischen kognitiven Belastung werden abgestufte Hilfestellungen über QR-Codes zur Verfügung gestellt, was zur Differenzierung beiträgt. Zur Reduzierung der extrinsischen kognitiven Belastung werden die Merksätze gemäß des Signalprinzips rot umrandet und die Aufgabenstellungen in grau hinterlegten Kästen hervorgehoben. Zusammengehörender Text und Bild werden möglichst auf einer Seite präsentiert und genügen damit dem räumlichen und zeitlichen Kontiguitätsprinzip. Die Lerneinheit wird durch die einzelnen Lernumgebungen und Aufgaben in Teileinheiten zerlegt, was nach dem Segmentierungsprinzip lernförderlich ist. Gemäß des Personalisierungsprinzips wird ein dialogorientierter Stil verwendet, wie zum Beispiel „Erklären Sie ...“. Klare Aufgabenstellungen mit wenig Text werden gemäß des Kohärenzprinzips gewählt, um den Fokus auf das Wesentliche zu legen, was gemäß der Theorie der kognitiven Belastung lernförderlich ist. Gemäß Mayer sind Lernstrategien wie Visualisieren, Verbalisieren und Handeln lernförderlich. In den Lernumgebungen wird die Lernstrategie des Verbalisierens angewendet, wenn die SuS zum Beispiel Texte zusammenfassen oder Sachverhalte erklären.

Bilder werden meist in Form von logischen Bildern oder Versuchsskizzen eingesetzt. Die logischen Bilder erfüllen eine Konstruktionsfunktion, indem sie komplexe Zusammenhänge darstellen. Sie dienen aber auch als Ersatz für komplexe Beschreibungen oder als physikspezifische Visualisierungen. Versuchsskizzen dienen als Bildanleitung und schaffen damit einen situativen Kontext. Mit der Zeige- und Konstruktionsfunktion vermitteln sie ein mentales Bild, welches sich auf die wesentlichen Faktoren beschränkt. Irrelevante Hintergrundfaktoren werden nicht dargestellt. Bei der Bildgestaltung werden die Gestaltungsprinzipien syntaktische und semantische Klarheit, implizite Ordnung und Sparsamkeit beachtet.

##### **Verwendung von Websites und Programmen**

Da alle SuS der gymnasialen Oberstufe im Saarland mit iPads ausgestattet sind, besteht die Möglichkeit auch digitale Medien in die Lernumgebungen einzubinden. Daher werden die Hilfen über QR-Codes bereitgestellt und sind interaktiv gestaltet. Die interaktiven Hilfen wurden mit H5P [98] erstellt und sind damit kompatibel mit Online-Schule-Saarland [99], der Bildungs-

plattform des Saarlandes. Die QR-Codes zu den Hilfen wurden auf der Website qr-lernhilfen [100] erstellt. Die Seite bietet den Vorteil, dass man einen Überblick über alle erstellten QR-Codes hat und diese auch beliebig anpassen kann ohne dass ein neuer QR-Code erstellt und in die Lernumgebung eingefügt werden muss.

Die Simulationen sind von den Seiten [97], [101] und [102] entnommen. Die Auswahl der jeweiligen Simulation wird im Folgenden begründet. Eine verwendete Simulation und mehrere verwendete Animationen wurden in Zusammenarbeit mit Olaf Leismann [103] erstellt. Die Darstellung der Simulationen und Hilfestellungen ist auf die gute Lesbarkeit am iPad angepasst.

## 4.2. Photoeffekt und Photonenmodell

Im Kapitel „Photoeffekt und Photonenmodell“ des saarländischen Lehrplans werden der Hallwachs-Versuch, die Gegenfeldmethode mit der Bestimmung des Planck’schen Wirkungsquantums sowie das Photonenmodell des Lichts behandelt.

### Sachanalyse

In der Geschichte der Physik unterscheidet man die klassische Physik bis 1900 und die moderne Physik ab 1900. Die sogenannte Krise der Physik entstand durch die neuen Möglichkeiten, Messungen im atomaren Bereich durchzuführen und diese Messdaten mit der klassischen Physik zu erklären, was nicht gelang. Angefangen hat diese Krise mit der Ermittlung einer mathematischen Funktion der Schwarzkörperstrahlung [97]. Als einen schwarzen Körper bezeichnet man einen Körper, welcher elektromagnetische Strahlung jeder Wellenlänge vollständig absorbiert. Damit hat er auch ein maximales Emissionsvermögen. Bei der Betrachtung eines schwarzen Körpers ist insbesondere die Abhängigkeit der Strahlung des schwarzen Körpers (Hohlraumstrahlung) von der Temperatur  $T$  und der Frequenz  $f$  interessant. Rayleigh und Jeans fanden zur Beschreibung dieser Abhängigkeit das sogenannte Rayleigh-Jeans’sche-Strahlungsgesetz

$$\omega_f(f)df = \frac{8\pi f^2}{c^3}kTdf,$$

wobei  $\omega$  die spektrale Energiedichte der Hohlraumstrahlung ist. Jeder Eigenschwingung wird die mittlere Energie  $k \cdot T$  zugeordnet. Für die sich daraus ergebende spektrale Strahlungsdichte

$$S_f(f)df = \frac{2f^2}{c^2}kTdf$$

erhält man im Infrarotbereich mit den experimentellen Befunden übereinstimmende Ergebnisse, nicht jedoch für den sichtbaren oder den Ultraviolettbereich. Bei Gültigkeit in diesem Bereich würden die spektrale Energie- und Strahlungsdichte unendlich groß werden, da die Energiedichte quadratisch mit der Frequenz wächst. Dieses Phänomen bezeichnet man als



Ultraviolett-Katastrophe [104].

Max Planck fand im Jahr 1900 mit

$$\omega_f(f)df = \frac{8\pi hf^3}{c^3} \cdot \frac{df}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1}$$

das korrekte Strahlungsgesetz und stellte damit zur Vermeidung der Ultraviolett-Katastrophe die sogenannte Quantenhypothese auf. Die daraus abgeleitete Strahlungsdichte

$$S_f df d\Omega = \frac{2hf^3}{c^2} \frac{df d\Omega}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1}$$

stimmt vollständig mit den experimentellen Ergebnissen überein. Planck nahm dazu an, dass jeder Oszillator die Energie nur in bestimmten Energiequanten, nämlich ganzzahligen Vielfachen aus dem Produkt  $h \cdot f$ , aufnehmen kann. Die Naturkonstante  $h$  ist heute unter dem Namen Planck'sches Wirkungsquantum bekannt und  $f$  bezeichnet die Frequenz der Eigenschwingung. Die kleinstmöglichen Energiequanten  $h \cdot f$  der Eigenschwingung des elektromagnetischen Feldes bezeichnen wir heute als Photonen. Das Rayleigh-Jeans'sche-Strahlungsgesetz bildet einen Grenzfall des Planck'schen Strahlungsgesetzes für  $h \cdot f \leq k \cdot T$ . Bestätigt wird das Planck'sche Strahlungsgesetz unter anderem durch das Wien'sche Verschiebungsgesetz, welches die Lage des Intensitätsmaximums der Planck'schen Strahlung angibt [104, 105].

Heinrich Hertz fand 1887 heraus, dass ultraviolettes Licht die Entladung einer Metallplatte vergrößert [106]. Wilhelm Hallwachs führte anschließend einen Versuch durch, um diese Entdeckung genauer zu untersuchen. Heute ist dieser Versuch unter dem Namen Hallwachs-Versuch bekannt. Eine negativ aufgeladene, isolierte Metallplatte wird mit ultraviolettem Licht bestrahlt. Die Ladung der Platte nimmt ab, woraus gefolgert werden kann, dass Elektronen die Platte verlassen haben [107]. Quantitativ kann diese durch Licht induzierte Elektronenemission mit einer Photozelle gemessen werden. Philipp Lenard führte 1902 Experimente mit einem Aufbau durch, welcher dem heutigen Aufbau einer Photozelle entspricht. Er fand drei zentrale Ergebnisse. Die kinetische Energie der Photoelektronen ist von der Frequenz des Lichts abhängig, aber nicht von der Intensität. Die Zahl der Photoelektronen hingegen ist proportional zur Lichtintensität. Weiterhin erfolgt der Elektronenaustritt ohne messbare zeitliche Verzögerung mit dem Lichteinfall. Lenard konnte zeigen, dass es sich um Elektronen handelt, indem er sie beim Durchlaufen eines Magnetfeldes auf eine kreisförmige Bahn brachte [108, 109].

Im Jahr 1905 konnte Albert Einstein dann die experimentellen Befunde Lenards mit dem Lichtquantenmodell erklären. Er beschreibt das Licht bestehend aus Energiequanten, den Photonen, die nicht geteilt werden können. Jedes absorbierende Photon gibt seine Energie  $h \cdot f$  vollständig an ein Photoelektron ab. Die maximale kinetische Energie der Photoelektronen wird dann beschrieben durch die heute unter dem Namen „Einsteins lichtelektrische Gleichung“ bekannten

Gleichung

$$E_{kin,max} = h \cdot f - W_{A,K},$$

wobei  $W_{A,K}$  die Auslösearbeit des Kathodenmaterials beschreibt. Diese ist notwendig, um das Elektron aus dem Metall zu lösen [110]. Die Auslösearbeit wird definiert als

$$W_{A,K} = -e(\Phi_{vak} - \Phi_K) \quad \text{mit} \quad \Phi_{vak} = 0,$$

wobei  $\Phi_K$  das vom Elektron zu überwindende Potenzial beim Austritt aus dem Kathodenmaterial und  $W_{A,K}$  die aufzubringende Energie, um das Elektron entgegen der Metallbindungskräfte ins Vakuum zu bringen, beschreibt. [104]. Milikan führte im Jahr 1916 einen Versuch durch, welcher die Gleichung Einsteins bestätigte. Die von ihm verwendete Methode ist heute unter dem Namen Gegenfeldmethode bekannt. Fällt Licht ausreichend großer Frequenz auf die Photozelle, so können die ausgelösten Elektronen als Photostrom gemessen werden. Legt man jedoch eine Gegenspannung  $U_G$  an, so müssen die ausgelösten Elektronen eine Potenzialdifferenz überwinden, um zur Anode zu gelangen. Mit der Gegenfeldmethode können das Planck'sche Wirkungsquantum hergeleitet und die Auslösearbeit bestimmt werden. Dazu wird die Gegenspannung so lange erhöht bis der Photostrom Null wird. Dann ist die von den Elektronen zu überwindende Potenzialdifferenz gleich der maximalen kinetischen Energie der Elektronen. Daraus lässt sich für eine bestimmte Lichtfrequenz  $f$  die kinetische Energie  $E_{kin,max}(f)$  bestimmen. Trägt man diese gegeneinander auf, so ist die Steigung der Geraden das Planck'sche Wirkungsquantum  $h$ , der negative y-Achsenabschnitt die Auslösearbeit  $W_A$  und der Schnittpunkt mit der x-Achse die Grenzfrequenz, ab welcher der Photoeffekt auftritt. Bei Bestimmung der Auslösearbeit ist die entstehende Kontaktspannung zwischen Anode und Kathode zu beachten [111].

Die Auslösearbeit ist die Differenz zwischen der niedrigsten Energie des Elektrons außerhalb des betrachteten Festkörpers und der maximalen Energie eines Elektrons innerhalb eines Festkörpers, der sogenannten Fermi-Energie. Grund für diese Differenz ist die Anziehung zwischen den Elektronen und den positiven Ionen des Gitters. Im Innern des Metalls kompensiert sich diese Anziehung. Am Rand sitzen die anziehenden Gitterionen nur noch in einem Halbraum und eine Kompensation ist nicht mehr möglich [104]. Sind Anode und Kathode nun aus unterschiedlichen Materialien und werden leitend miteinander verbunden, so treten Elektronen von der Elektrode mit höherer Fermi-Energie zu der mit niedrigerer Fermi-Energie über bis sich ein Gleichgewicht einstellt. Es bildet sich ein einheitliches Fermi-niveau ( $E_F = E_{FK} = E_{FA}$ ) aus, wobei  $E_{FK}$  und  $E_{FA}$  die Fermienergien des Kathoden- und Anodenmaterials bezeichnen. Es entsteht eine Potenzialdifferenz  $U_K = \frac{W_{A,K} - W_{A,A}}{e} = \Phi_K - \Phi_A$  zwischen Anode und Kathode, die sogenannte Kontaktspannung. Dabei bezeichnen  $W_{A,K}$  und  $W_{A,A}$  die Auslösearbeiten von Kathode und Anode. Durch diese Kontaktspannung gilt auch die Beziehung  $U_{Ph} = \frac{E_{kin,max}}{e}$

nicht mehr. Es gilt

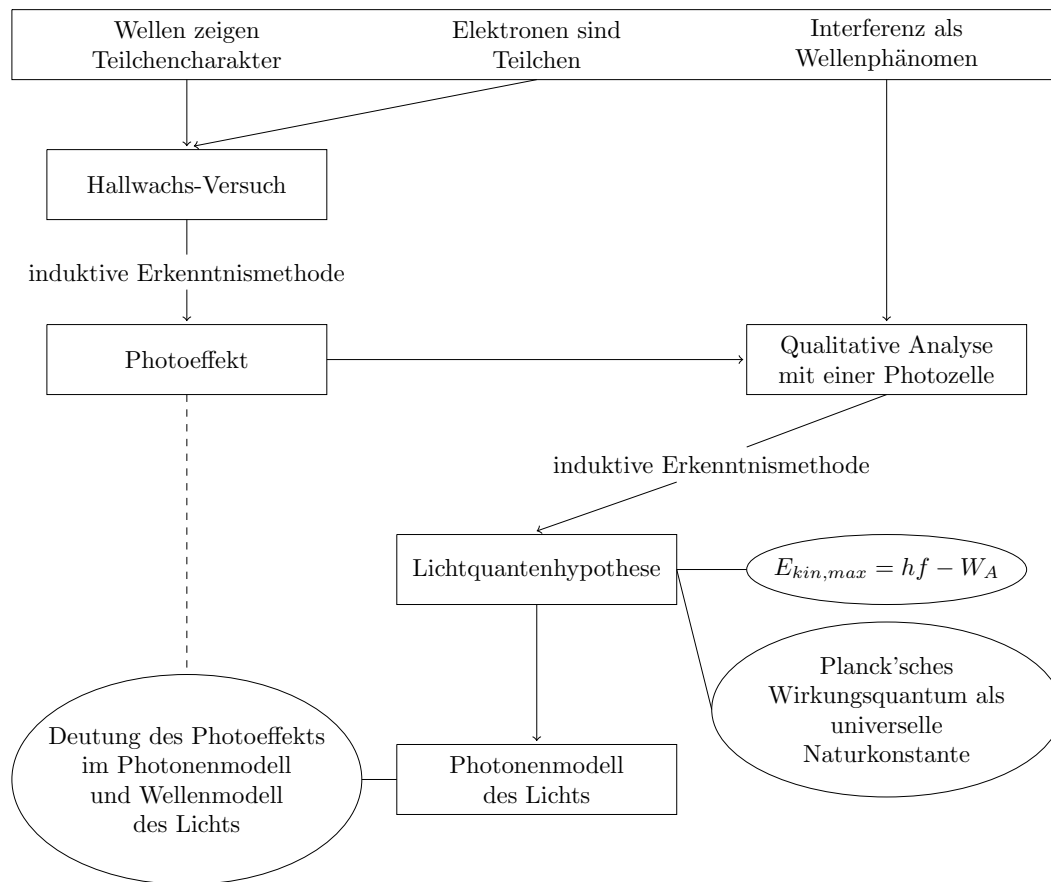
$$\begin{aligned} e \cdot U_{Ph} &= E_{kin,max} + eU_K = E_{kin,max} + W_{A,K} - W_{A,A} \\ &= hf - W_{A,K} + W_{A,K} - W_{A,A} \\ &= hf - W_{A,A}, \end{aligned}$$

da  $E_{kin,max} = hf - W_{A,K}$ . Bei der Gegenfeldmethode messen wir somit die Auslösearbeit der Anode [25, 112]. In den Originalarbeiten wurde zur Bestätigung der Gleichung daher immer die Kontaktspannung zur gemessenen Spannung  $U_{Ph}$  addiert. Mit dieser Methode konnten exakte Werte für die Auslösearbeiten des Kathodenmaterials gefunden werden [111, 113]. Die Auslösearbeit ist weiterhin abhängig von der Oberflächenstruktur, weshalb sich für das gleiche Metall unterschiedliche Werte ergeben [114]. Verwendet man für Anode und Kathode das gleiche Material und vernachlässigt die Oberflächenbeschaffenheit, so ist die ermittelte Auslösearbeit auch die der Kathode, da keine Potenzialdifferenz entsteht. In der Regel wählt man bei Photozellen unterschiedliche Materialien, damit die Auslösearbeit der Kathode geringer als die der Anode ist. Der Grund liegt in der eigentlichen Verwendung von Photozellen, nämlich dem Nachweis von Licht, wozu sie in Durchlassrichtung betrieben werden. Für den Nachweis von langwelligem Licht eignet sich dazu eine niedrige Austrittsarbeit. Dennoch erhält man bei Durchführung des Experiments in guter Näherung die Auslösearbeit der Kathode. Dies ist dadurch zu erklären, dass Atome der Kathode auf die Anode gelangt sind. Dadurch werden durch das Auftreffen von Photonen auch Elektronen aus der Anode gelöst [112]. Für seine Theorie des Photoeffekts erhielt Einstein 1921 den Nobelpreis für Physik. Bestätigt wurde Einsteins Theorie durch zahlreiche experimentelle Befunde, wie zum Beispiel den Compton-Effekt [104]. Versucht man die experimentellen Ergebnisse des Photoeffekts mit dem klassischen Wellenmodell zu erklären, so erkennt man schnell einen Widerspruch. Wir nehmen an, dass das klassische Wellenmodell gilt. Dann wird die Lichtleistung  $P_L = I_L \cdot A$ , welche auf die Fläche  $A$  auftrifft, gleichmäßig auf alle Elektronen verteilt. Jedes Elektron nimmt dann in einem Zeitintervall  $\Delta t$  die Energie

$$\overline{\Delta W} = \frac{P_L}{N \cdot A \cdot \lambda} \cdot \Delta t$$

auf, wobei  $N$  die Dichte der Leitungselektronen im Metall beschreibt. Der Photoeffekt kann erst eintreten, wenn diese Energie größer als die Auslösearbeit  $W_A$  ist. Damit  $\overline{\Delta W} > W_A$  wird, muss  $\Delta t > W_A \cdot N \cdot A \cdot \frac{\lambda}{P_L}$  sein. Es muss also eine gewisse Zeitdauer bis zum Eintreten des Photoeffekts vergehen. Dies steht im Widerspruch zu den experimentellen Beobachtungen [104].

## Didaktische Analyse



**Abbildung 4.3.:** Sachstrukturdiagramm zu „Photoeffekt und Photonenmodell“

Die Behandlung des Photoeffekts und des Photonenmodells bilden einen historischen Einstieg in den Quantenphysikunterricht. Der Photoeffekt zeigt, dass die klassische Physik nicht ausreicht, um alle physikalischen Phänomene zu erklären. Lernvoraussetzungen für dieses Kapitel sind, wie im Sachstrukturdiagramm in Abbildung 4.3 dargestellt, die Kenntnis des Wellenmodells des Lichts, die Funktionsweise eines Elektroskops sowie das Prinzip des Messens. Als experimenteller und zugleich historisch bedeutsamer Einstieg in das Kapitel bietet sich der Hallwachs-Versuch an. Die qualitative Durchführung des Experiments führt induktiv zu der vom Lehrplan geforderten Formulierung des Photoeffekts: „Die SuS beschreiben den Hallwachs-Versuch zur Demonstration des (äußeren) Photoeffekts und deuten den Versuch: Licht ausreichend großer Frequenz kann Elektronen aus Metallen auslösen“ [29, Seite 55]. Außerdem sollen die SuS den Begriff „Photoeffekt“ definieren [29]. Bereits an dieser Stelle kann der Versuch unternommen werden, die Ergebnisse mit dem Wellenmodell zu erklären. Das ausschlaggebende Argument gegen das Wellenmodell ist, dass die Entladung der Metallplatte nach dem Wellenmodell un-

abhängig von der Frequenz des eingestrahltten Lichts nach einer gewissen Zeit erfolgen müsste. An dieser Stelle steht man im Unterricht vor dem kognitiven Konflikt, dass das Versuchsergebnis mit dem bisher bekannten Modell des Lichts nicht vollständig zu erklären ist und es stellt sich die Frage, ob das bisher bekannte Wellenmodell nun zu verwerfen ist. Dieser kognitive Konflikt bildet die Grundlage zur quantitativen Analyse des Photoeffekts mit einer Photozelle, deren Aufbau die SuS gemäß des Lehrplans beschreiben sollen [29]. Um auf die Betrachtung des Kontaktpotenzials verzichten zu können, sollte von gleichen Materialien bei Kathode und Anode ausgegangen werden. Als Lernvoraussetzung bringen die SuS nun die Beobachtungen aus dem qualitativen Hallwachs-Versuch mit und wissen, dass Licht unter bestimmten Bedingungen in der Lage ist, Elektronen aus der Metalloberfläche zu lösen. Mit Hilfe der Photozelle „beschreiben und erklären [die SuS] einen Versuch zur Erzeugung eines Photostroms an einer Photozelle [und] geben an, dass die Stärke des Photostroms mit wachsender Intensität des eingestrahltten Lichts steigt“ [29, Seite 55]. Die Gegenfeldmethode dient der „Bestimmung der maximalen kinetischen Energie der Photoelektronen“ [29, Seite 55]. Der Lehrplan sieht hier die Klärung der Begriffe Photoelektron, Photospannung, Grenzfrequenz und Auslösearbeit vor [29]. Die maximale kinetische Energie wird in Abhängigkeit von Intensität, Frequenz und Kathodenmaterial untersucht. Man findet eine Unabhängigkeit der maximalen kinetischen Energie von der Intensität. Je größer die Frequenz und je kleiner die Wellenlänge des eingestrahltten Lichts ist, desto größer ist die maximale kinetische Energie. Die maximale kinetische Energie ist auch abhängig vom Kathodenmaterial. Anhand des Graphen der Abhängigkeit der maximalen kinetischen Energie von der Frequenz werden die Existenz einer materialabhängigen Grenzfrequenz und Auslösearbeit, die Unabhängigkeit der Steigung vom Kathodenmaterial sowie die lichtelektrische Gleichung  $E_{kin,max} = h \cdot f - W_A$  begründet. Das Planck'sche Wirkungsquantum  $h$  wird als neue Naturkonstante eingeführt. Als didaktische Methode für die Herleitung der lichtelektrischen Gleichung wird das physikdidaktische Grundmuster angewendet. Mit dem Hallwachs-Versuch wird qualitativ bzw. halbquantitativ erkannt, dass der Photoeffekt von der Wellenlänge des eingestrahltten Lichts abhängt. Mit der Photozelle werden zunächst quantitativ-sprachliche Je-desto-Aussagen anhand von Graphen formuliert. Die lichtelektrische Gleichung liefert die quantitativ-mathematische Erklärung.

Mit den Ergebnissen der Gegenfeldmethode kann das Photonenmodell des Lichts beschrieben werden. Eine gemeinsame Besprechung des Photonenmodells ist zu bevorzugen, um Fehlkonzepte und falsche Vorstellungen hinsichtlich der verschiedenen Lichtmodelle zu vermeiden. Die SuS sollen den Begriff „Photon“ definieren sowie das Photonenmodell von Albert Einstein beschreiben können [29]. Da gemäß der Studie von Wiesner (Kapitel 2.2.2) nur 1/6 der SuS das Photon als Energiequant bezeichnen, sollte hier auf die genaue Bezeichnung des Photons geachtet werden. Die Beschreibung als Lichtteilchen sollte vermieden werden, da diese zur Vorstellung führen kann, dass Photonen eine Ruhemasse besitzen. Weiterhin „deuten [die SuS] den Photoeffekt im Photonenmodell und geben an, dass Energie quantisiert übertragen wird,

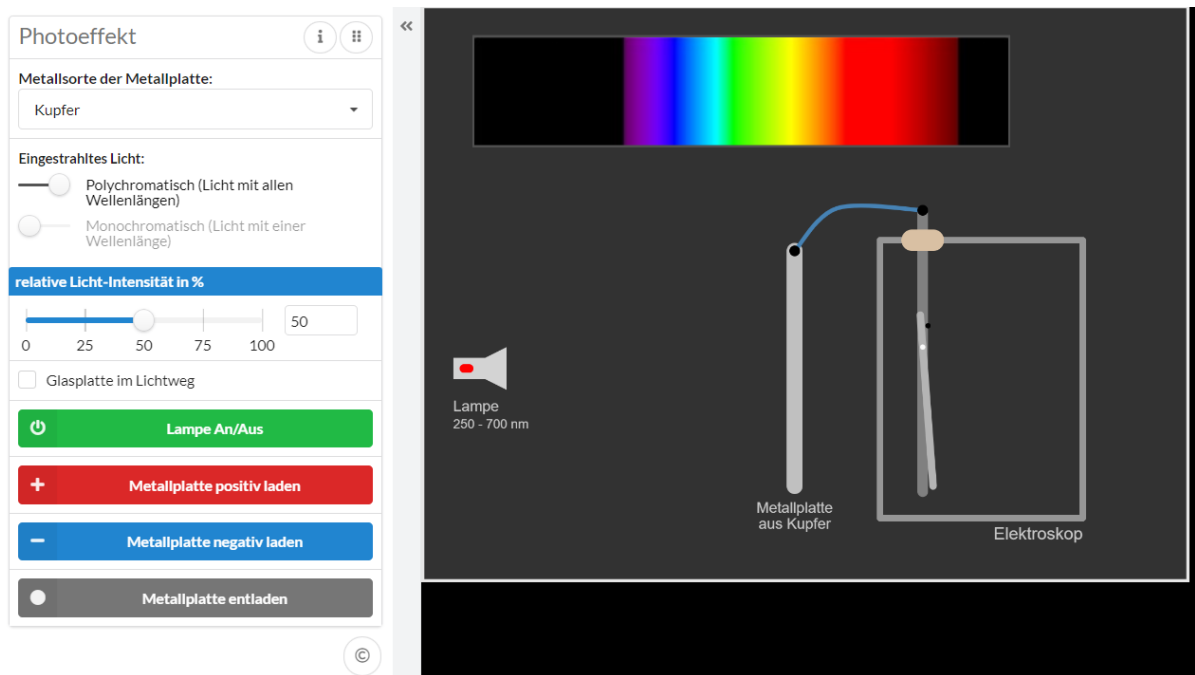
interpretieren die Gleichung  $h \cdot f = E_{kin,max} + W_A$  [...] als Energiebilanz beim Photoeffekt [und] erklären die Existenz einer Grenzfrequenz mit dem Photonenmodell des Lichts“ [29, Seite 56]. Außerdem werden das Wellenmodell und das Photonenmodell hinsichtlich der experimentellen Erkenntnisse „Existenz einer Grenzfrequenz, Abhängigkeit der Photospannung von der Frequenz des eingestrahlten Lichts [und] Unabhängigkeit der Photospannung von der Intensität“ [29, Seite 56] verglichen. Die Studie von Bethge (siehe Kapitel 2.2.1) hat gezeigt, dass Modelle für SuS nicht widerspruchsfrei sein müssen und lediglich eine gegenständliche Veranschaulichung oder ein bloßes Gedankenkonstrukt darstellen. Daher sollte besonders darauf geachtet werden, dass die SuS die Modelle nicht als „entweder ... oder“ verstehen, sondern als sich gegenseitig ergänzende Modelle betrachten.

#### 4.2.1. Hallwachs-Versuch

Der Hallwachs-Versuch demonstriert den äußeren Photoeffekt. Er zeigt, dass Licht in der Lage ist, Elektronen aus einer Metallplatte zu lösen. Die Folge des Experiments ist, dass Licht auch Teilchencharakter zeigt und das Wellenmodell zur Beschreibung des Verhaltens von Licht nicht ausreicht. Der Hallwachs-Versuch dient als Einstieg in die Quantenphysik. Da in diesem Versuch nicht mit einzelnen Quantenobjekten gearbeitet wird, ist der Hallwachs-Versuch auch als Demonstrationsexperiment durchführbar. Bei der Durchführung mit einer Simulation kann das Experiment als SuS-Experiment durchgeführt werden.

#### Die Simulation

Mit der Simulation der Europaschule Gymnasium Westerstede (siehe Abbildung 4.4) [97] lassen sich alle Aspekte des Hallwachs-Versuchs durchführen. Auf der linken Seite können verschiedene Einstellungen vorgenommen werden, während rechts der Ausschlag des Elektroskops beobachtet werden kann. Es stehen acht verschiedene Metallsorten zur Auswahl. Dadurch ist auch eine Aufteilung der Metallsorten innerhalb der Schulklasse möglich, um die Abhängigkeit des Photoeffekts von der Metallsorte zu untersuchen. Wählt man monochromatisches Licht als Lichtquelle, so lässt sich die Wellenlänge beliebig einstellen. Die entsprechende Farbe wird auf der rechten Seite mit einem Farbbalken angezeigt. Dies erhöht die Anschaulichkeit für die SuS. Mit monochromatischem Licht lässt sich die Abhängigkeit des Photoeffekts von der Wellenlänge untersuchen. Auch die Intensität lässt sich von 0 % bis 100 % beliebig verändern. Mit der Schaltfläche „Glasplatte im Lichtweg“ kann eine Glasplatte in den Lichtweg gebracht werden. Um zu zeigen, dass der Photoeffekt nur bei negativ geladener Metallplatte auftritt, kann man die Platte positiv oder negativ aufladen, aber auch wieder entladen. Ein Kritikpunkt der Simulation sind die vielen Auswahlmöglichkeiten, was gemäß des Kohärenzprinzips lernhinderlich ist. Zwei Metallsorten und nur zwei Lichtquellen (Quecksilberdampfampe und Infrarotlampe) reichen zur qualitativen Durchführung des Hallwachs-Versuchs ebenfalls aus. Ein weiteres Pro-

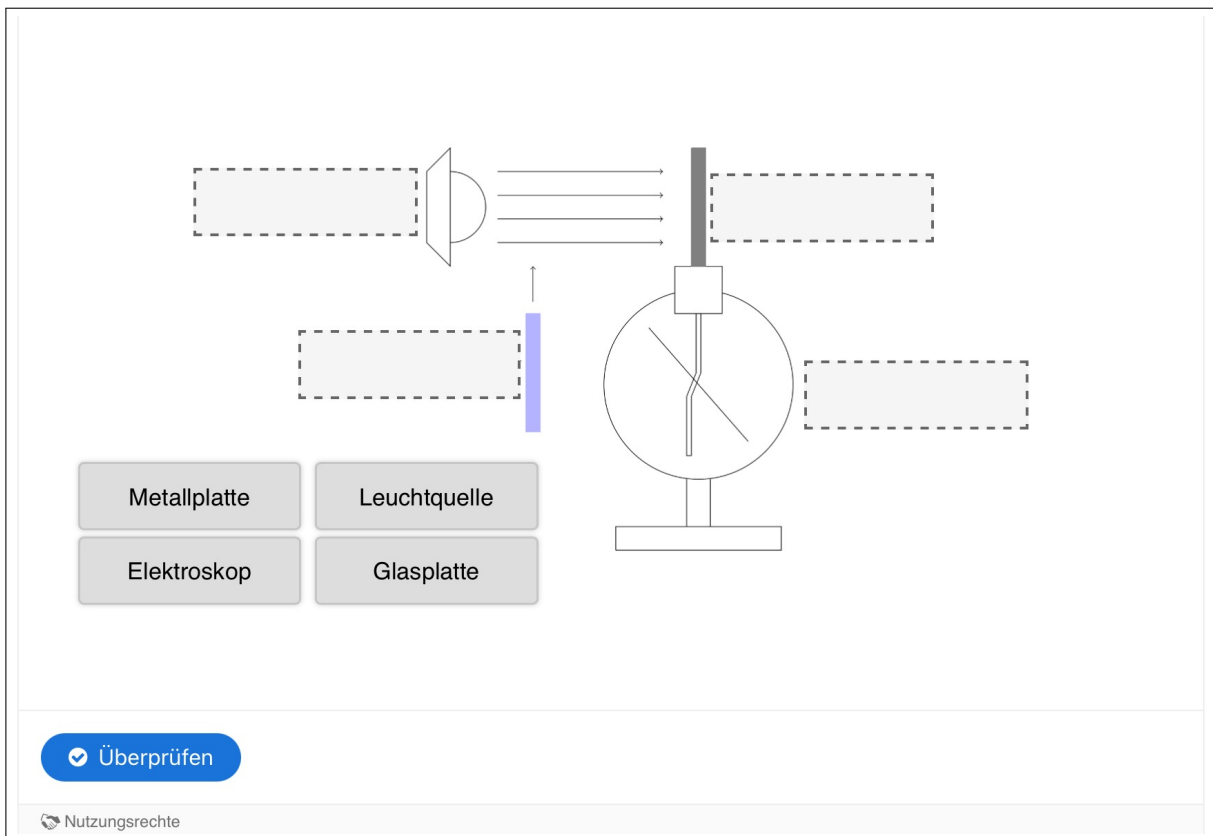


**Abbildung 4.4.:** Simulation zum Hallwachs-Versuch der Europaschule Gymnasium Westerstede [97], abrufbar unter [https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/01\\_photoeffekt01/photoeffekt01.html](https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/01_photoeffekt01/photoeffekt01.html), Zugriff am 11.11.2023

blem stellt der Transmissionskoeffizient der gewählten Glasplatte dar. In der Schule wird der Hallwachs-Versuch üblicherweise mit einer Zinkplatte durchgeführt. Wählt man in der Simulation eine Zinkplatte aus und bringt eine Glasplatte in den Strahlengang, so entlädt sich die Zinkplatte dennoch. Das liegt daran, dass die Glasplatte nur Licht unter 280 nm absorbiert. Die, im Gegensatz zu Kupfer, größere Auslösearbeit von Zink führt zu einer kleineren Grenzfrequenz und größeren Grenzwellenlänge. Der Photoeffekt tritt damit auch bei Wellenlängen über 280 nm auf. Bei Kupfer liegt die Grenzwellenlänge hingegen unter 280 nm. Die Glasplatte absorbiert in diesem Fall die den Photoeffekt auslösende Wellenlänge. Es muss also darauf geachtet werden, dass die Simulation nur mit Metallen durchgeführt wird, bei denen die Grenzwellenlänge unterhalb der durch die Glasplatte absorbierten Wellenlänge liegt. Dies lässt sich durch spezifische Anleitungen steuern.

## Die Lernumgebung

Passend zu oben beschriebener Simulation wurde eine Lernumgebung für die SuS erstellt. Die Lernumgebung des Hallwachs-Versuchs eignet sich für SuS des GK und LK. Sie dient der Durchführung des Hallwachs-Versuchs und sollte damit zu Beginn des Kapitels „Photoeffekt und Photonenmodell“ im Unterricht eingesetzt werden. Es werden die Kompetenzen S1, S4, K3 und K6 angesprochen. Bei Durchführung des Versuchs beschränkt man sich auf eine qua-



**Abbildung 4.5.:** Hilfe zur Skizze des Hallwachs-Versuchs in der Lernumgebung zum Hallwachs-Versuch. Die SuS sollen in der zugehörigen Aufgabe die Skizze beschriften. Die Hilfe gibt die Beschriftungen vor, sodass lediglich eine Zuordnung getroffen werden muss. Durch die Schaltfläche „Überprüfen“ besteht die Möglichkeit zur Selbstkontrolle der Lösung.

litative Beobachtungen, sodass der experimentelle Anteil sehr hoch ist, während der Grad der Mathematisierung gering ist.

Die Lernumgebung beginnt mit dem Versuchsaufbau des Hallwachs-Versuchs. Aus der abgebildeten Simulation wählen die SuS die Elemente der Skizze aus und beschriften die Skizze, was dem AF II zuzuordnen ist. Das Bild der Simulation hat hier eine Zeigefunktion, da es den Aufbau des Experiments zeigt. Als Ersatz für eine komplexe Beschreibung wird der Versuchsaufbau in einem Bild mit Bezug zu den Bauteilen gezeigt. Die in Abbildung 4.5 dargestellte Zuordnungsaufgabe dient den SuS als Hilfe.


Mithilfe einer schrittweisen Anleitung wird der Hallwachs-Versuch durchgeführt. Zunächst untersuchen die SuS die Abhängigkeit des Effekts von der Ladung der Platte und sehen nur bei einer negativen Ladung eine Entladung der Metallplatte. Das Einbringen der Glasplatte verhindert die Entladung, was zu dem Schluss führt, dass nur Licht einer bestimmten Wellenlänge für den Hallwachs-Versuch verantwortlich ist. Die Durchführung des Versuchs mit Infrarotlicht bestätigt diese Annahme. Die Zusammenfassung der Ergebnisse zum sogenannten „Photoeffekt“



Hilfe 1

Die Glasplatte absorbiert den **hochfrequenten Anteil** des Lichts.

Michelle Schwarz




Hilfe 2

Polychromatisches Licht sendet eine Mischung aus allen Wellenlängen aus, während eine Infrarotlampe nur infrarotes Licht ( $\lambda > 780 \text{ nm}$ ) aussendet.

Gemäß  $f = \frac{c}{\lambda}$  bedeutet eine kleinere Wellenlänge eine größere Frequenz.

Michelle Schwarz



**Abbildung 4.6.:** Hilfe zur Zusammenfassung der Ergebnisse des Hallwachs-Versuchs zum Photoeffekt. Zur Definition des Merksatzes zum Photoeffekt ist notwendig zu wissen, dass die Glasplatte den hochfrequenten Anteil des Lichts absorbiert. Als zweite Hilfe wird der Zusammenhang zwischen Wellenlänge und Frequenz angegeben.

dient als Merksatz für die SuS. Die abgestufte Hilfe in Abbildung 4.6 erläutert die Funktion der Glasplatte, den Zusammenhang von Wellenlänge und Frequenz sowie den Einfluss der verwendeten Lichtquelle. Die eigenständige Durchführung (Aufgabe 2a)-c)) eines neuen Versuchs ist dem AF II zuzuordnen, während die Verallgemeinerung der Ergebnisse in Form des Merksatzes zum Photoeffekt dem AF III zuzuordnen ist.

Es kann nun bei den SuS die Vermutung aufkommen, dass eine höhere Intensität den Photoeffekt auch mit einer Infrarotlampe auslöst. Daher wird der Versuch erneut mit verschiedenen Intensitäten durchgeführt. Die SuS erkennen, dass auch eine höhere Intensität keinen Einfluss auf die Entladung bei Verwendung der Infrarotlampe hat. Findet aber eine Entladung statt, so lässt sich bei höherer Intensität eine schnellere Entladung feststellen. Die Aufgabe ist aufgrund der Versuchsdurchführung und daraus abgeleiteten Folgerung dem AF II zuzuordnen.

## Quanten und Atome

Photoeffekt und Photonenmodell

Michelle Schwarz

AG Prof. Dr. Rolf Pelster | Fakultät NT



UNIVERSITÄT  
DES  
SAARLANDES

### Hallwachs-Versuch

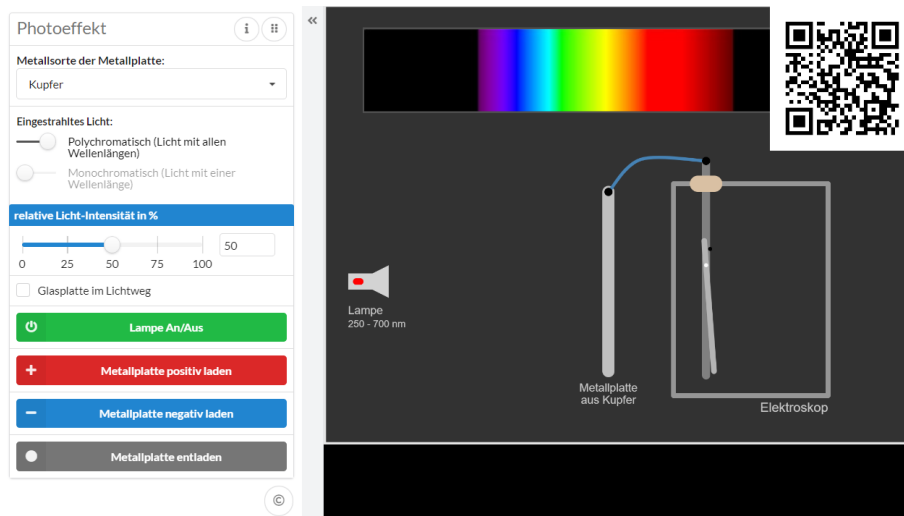
Schwerpunkt	Photoeffekt und Photonenmodell																														
Klassenstufe	12-13, G-Kurs und L-Kurs																														
Art	Versuchsdurchführung mit einer Simulation																														
Positionierung	zu Beginn des Themas „Photoeffekt und Photonenmodell“																														
Lernvoraussetzungen	Wellenmodell des Lichts																														
Lernziel	Die SuS beschreiben den Hallwachs-Versuch zur Demonstration des (äußeren) Photoeffekts, deuten den Versuch und definieren den Begriff Photoeffekt.																														
Kompetenzen <sup>1</sup>	S1, S4, K3, K6																														
Kategorien	<table border="0"> <tr> <td>Erarbeitung von neuem Stoff</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Einübung von bekanntem Stoff</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Öffnung der Aufgabe</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Grad der Mathematisierung</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Experimenteller Anteil</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> </table>	Erarbeitung von neuem Stoff	0	1	2	3	4	Einübung von bekanntem Stoff	0	1	2	3	4	Öffnung der Aufgabe	0	1	2	3	4	Grad der Mathematisierung	0	1	2	3	4	Experimenteller Anteil	0	1	2	3	4
Erarbeitung von neuem Stoff	0	1	2	3	4																										
Einübung von bekanntem Stoff	0	1	2	3	4																										
Öffnung der Aufgabe	0	1	2	3	4																										
Grad der Mathematisierung	0	1	2	3	4																										
Experimenteller Anteil	0	1	2	3	4																										

<sup>1</sup>Kompetenzen entnommen aus: KMK & IQB. (2020). *Bildungsstandards im Fach Physik für die Allgemeine Hochschulreife: Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.06.2020*. Kronach: Carl Link Verlag. ISBN: 978-3-556-09045-9.



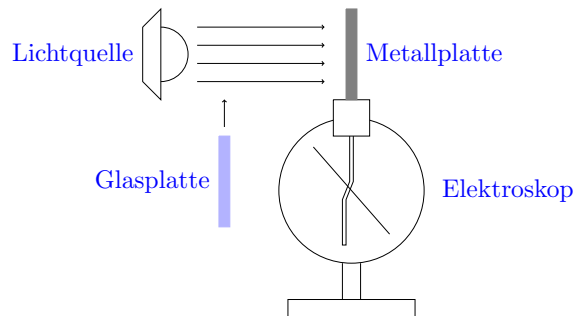
### Der Hallwachs-Versuch

Ende des 19. Jahrhunderts und zu Beginn des 20. Jahrhunderts war die Erforschung elektromagnetischer Wellen ein Schwerpunkt der damaligen Physik. Beim Experimentieren mit diesen machte Heinrich Hertz 1887 eine Entdeckung, die 1895 von Wilhelm Hallwachs genauer untersucht wurde. Der Versuch ist heute unter dem Namen „Hallwachs-Versuch“ bekannt. Mit der Simulation (über QR-Code erreichbar) können Sie den Versuch nun selbst durchführen.




**Abbildung:** Simulation des Hallwachs-Versuchs, Quelle: Europaschule Gymnasium Westerstede, abrufbar unter [https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/01\\_photoeffekt01/photoeffekt01.html](https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/01_photoeffekt01/photoeffekt01.html), Zugriff am 11.11.2023

**Aufgabe 1** ?  
 Beschriften Sie die Skizze des Versuchsaufbaus.



**Aufgabe 2**

Führen Sie die folgenden Versuche mit der Simulation mit einer Kupferplatte durch und beschreiben Sie Ihre Beobachtungen.

- a) Laden Sie die Kupferplatte einmal positiv und negativ auf und bestrahlen Sie die geladene Kupferplatte mit polychromatischem Licht.
- b) Bringen Sie nun die Glasplatte in den Strahlengang und wiederholen Sie die Versuche.
- c) Wiederholen Sie die Versuche aus a) und b) mit einer Infrarotlampe (monochromatisches Licht mit einer Wellenlänge von ca. 800 nm).
- d) Fassen Sie die Beobachtungen zusammen. 

- a) Bei Bestrahlung der positiv geladenen Kupferplatte bleibt der Ausschlag des Elektroskops unverändert, während sich die negativ geladene Kupferplatte bei Bestrahlung vollständig entlädt.
- b) Die Glasplatte verhindert das Entladen der negativ geladenen Kupferplatte bei Bestrahlung.
- c) Bei negativ geladener Kupferplatte führt die Bestrahlung mit einer Infrarotlampe (auch ohne Glasplatte) zu keiner Entladung der Kupferplatte.

- d) **Photoeffekt / Lichtelektrischer Effekt**  
Licht ausreichend großer Frequenz kann Elektronen aus Metallen auslösen.

**Aufgabe 3**

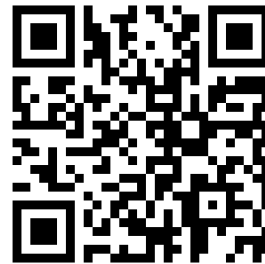
Überprüfen Sie, inwiefern die Lichtintensität das Entladen der Kupferplatte beeinflusst. Erhöhen Sie jeweils beim Bestrahlen mit polychromatischem Licht und der Infrarotlampe die Intensität (25 %, 50 %, 75 %, 100 %) schrittweise. Achten Sie auch auf die Dauer der Entladung.

Auch eine Erhöhung der Intensität führt bei der Infrarotlampe (monochromatisches Licht mit einer Wellenlänge von ca. 800 nm) nicht zu einem Entladen der negativ geladenen Kupferplatte. Bei Bestrahlung mit polychromatischem Licht führt eine Erhöhung der Intensität zu einem schnelleren Entladen der Kupferplatte.

### Hilfen



Hilfe zu Aufgabe 1



Hilfe zu Aufgabe 2d)

### Lösung und LEK



Lösung



LEK

### Didaktische Hinweise

- Die Simulation funktioniert aufgrund des niedrigen Absorptionskoeffizienten der gewählten Glasplatte nicht mit dem im Unterricht üblichen Material Zink. Aufgrund stetiger Aktualisierung der Simulation empfiehlt sich ein Ausprobieren der entsprechenden Metallsorten vor dem Einsatz im Unterricht.

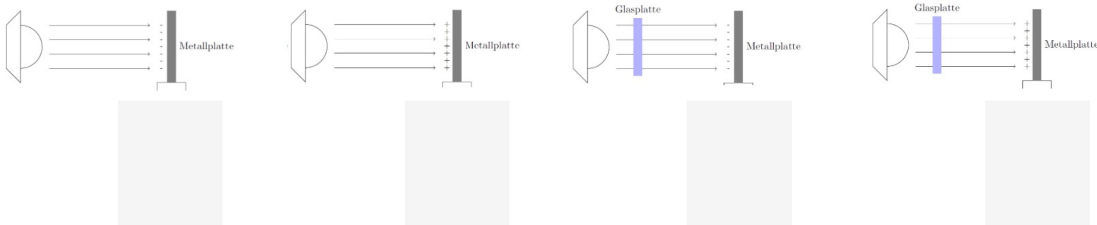
### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
<b>Aufgabe 1</b>		
1	K3: entnehmen unter Berücksichtigung ihres Vorwissens aus Beobachtungen, Darstellungen und Texten relevante Informationen und geben diese in passender Struktur und angemessener Fachsprache wieder. K6: veranschaulichen Informationen und Daten in ziel-, sach- und adressatengerechten Darstellungsformen, auch mithilfe digitaler Werkzeuge.	II
<b>Aufgabe 2</b>		
2a) - 2c)	S4: bauen Versuchsanordnungen auch unter Verwendung von digitalen Messwerterfassungssystemen nach Anleitungen auf, führen Experimente durch und protokollieren ihre Beobachtungen.	II
2d)	S1: erklären Phänomene unter Nutzung bekannter physikalischer Modelle und Theorien.	II
<b>Aufgabe 3</b>		
3	S4: bauen Versuchsanordnungen auch unter Verwendung von digitalen Messwerterfassungssystemen nach Anleitungen auf, führen Experimente durch und protokollieren ihre Beobachtungen.	II

## LEK

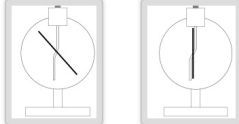
Die erste LEK zum Hallwachs-Versuch überprüft mit einer Zuordnungsaufgabe (Abbildung 4.7) die Kenntnis über den Ausgang des Experiments. Vorgegeben ist jeweils der Versuchsaufbau. Hier wird unterschieden zwischen positiv oder negativ geladener Metallplatte sowie dem Einbau der Glasplatte. Die SuS ordnen den Ausschlag des Elektroskops als Beobachtung zu. Neu ist die positiv geladene Metallplatte in Verbindung mit der Glasplatte. Die Bilder erfüllen die Zeigefunktion, da sie es den SuS ermöglichen, sich den gegebenen Kontext vorzustellen. Die Aufgabe ist dem AF I zuzuordnen, da der Ausschlag des Elektroskops im Unterricht besprochen wurde.

**Hallwachs-Versuch**




---

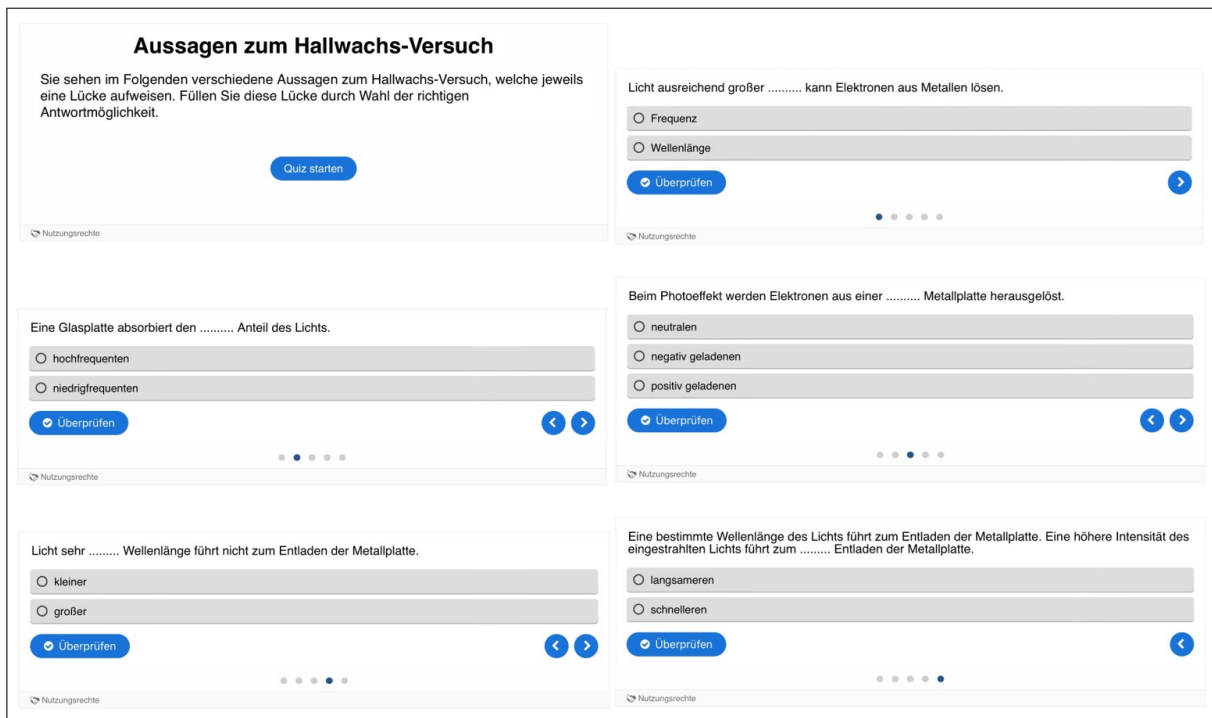
**Aufgabe:** Sie sehen verschiedene Situationen des Hallwachs-Versuchs. Ordnen Sie jeder Situation eine Beobachtung (Ausschlag des Elektroskops) zu.



Nutzungsrechte

**Abbildung 4.7.:** Die erste LEK zum Hallwachs-Versuch prüft mit einer Zuordnungsaufgabe das Verständnis des Versuchs. Die SuS ordnen den Ausschlag des Elektroskops den verschiedenen Versuchssituationen zu. Durch die Schaltfläche „Überprüfen“ besteht die Möglichkeit zur Selbstkontrolle der Lösung.

Die zweite LEK in Abbildung 4.8 ist dem AF II zuzuordnen, da die SuS Aussagen zum Hallwachs-Versuch sinnvoll ergänzen müssen. Dies setzt das Verständnis des Photoeffekts und insbesondere die Funktionsweise der Glasplatte voraus.



**Abbildung 4.8.:** Die zweite LEK zum Hallwachs-Versuch prüft ein tieferes Verständnis der Versuchsergebnisse, da die SuS Aussagen richtig ergänzen müssen. Durch die Schaltfläche „Überprüfen“ besteht die Möglichkeit zur Selbstkontrolle der Lösung.

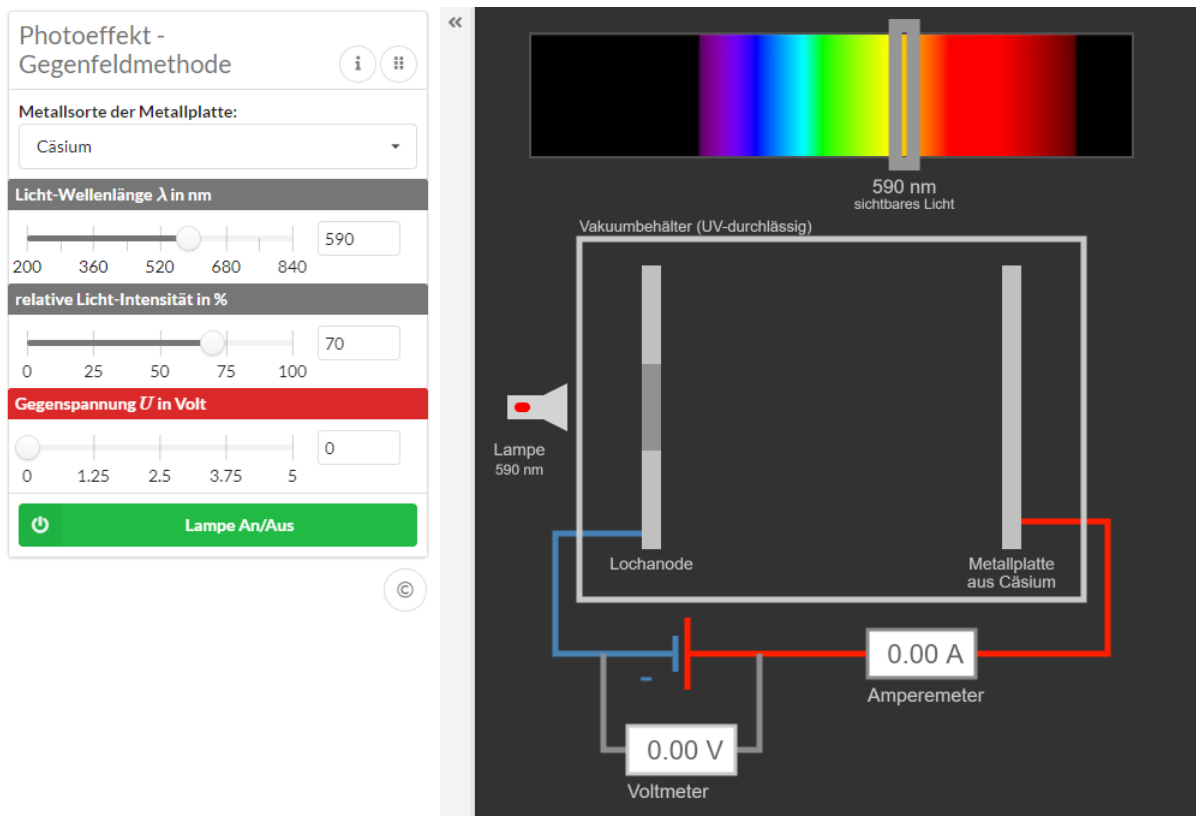
#### 4.2.2. Herleitung der Lichtelektrischen Gleichung

Zur genaueren Untersuchung des Photoeffekts verwendet man eine Photozelle, bestrahlt diese mit verschiedenen Wellenlängen und schaut sich die Abhängigkeiten der verschiedenen messbaren Größen an. Das zentrale Fazit der Versuchsreihe ist die lichtelektrische Gleichung mit dem Planck'schen Wirkungsquantum  $h$  als Naturkonstante. Dieser Versuch wird oft als Realexperiment oder mit dem Gerät von Mekruphy durchgeführt. Wie in der Sachanalyse erläutert, misst man in diesen Fällen die Auslösearbeit der Anode und nicht die der Kathode. Daher empfiehlt es sich, diese Experimente in der Schule nicht durchzuführen und stattdessen eine Simulation zu verwenden. Bei den Simulationen kann man davon ausgehen, dass Anode und Kathode aus dem gleichen Material bestehen. Dadurch entsteht keine Kontaktspannung und man erhält mit Messung der Auslösearbeit der Anode auch die der Kathode.

#### Die Simulation

Auch bei der Herleitung der Lichtelektrischen Gleichung bietet die Europaschule Gymnasium Westerstede [97] eine Simulation, welche als SuS-Experiment durchgeführt werden kann (siehe Abbildung 4.9). Analog zur Simulation zum Hallwachs-Versuch lassen sich auch hier acht verschiedene Metallsorten auswählen sowie die Wellenlänge und die Lichtintensität be-





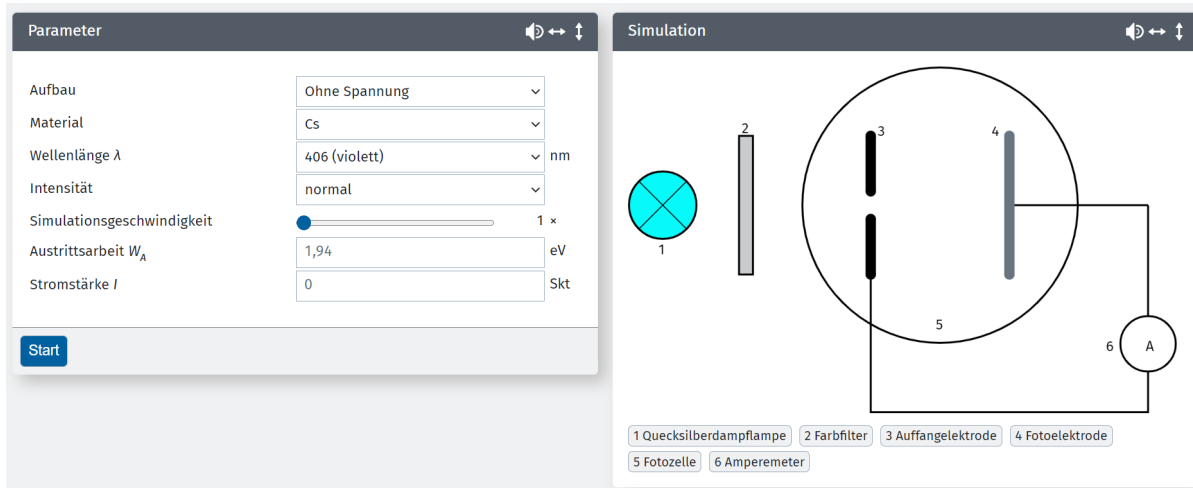
**Abbildung 4.9.:** Simulation zur Gegenfeldmethode der Europaschule Gymnasium Westerstede [97], abrufbar unter [https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/02\\_photoeffekt02a/photoeffekt02a.html](https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/02_photoeffekt02a/photoeffekt02a.html), Zugriff am 13.11.2023

liebig verändern. Durch Variation der Gegenspannung, Wellenlänge und Intensität kann die Abhängigkeit der maximalen kinetischen Energie von der Intensität, der Wellenlänge sowie des Materials bestimmt werden. Nachteil der Simulation ist, dass der reale Wert des Photostroms angezeigt wird. Dadurch schwankt die Anzeige sehr stark und ein exakter Wert für eine quantitative Auswertung kann nicht abgelesen werden. Die Abhängigkeit der Stärke des Photostroms von der Lichtintensität lässt sich damit nur erahnen. Für den Schulunterricht wäre ein gemittelter Wert an dieser Stelle sinnvoller. Die Photospannung hingegen kann man in Abhängigkeit der Gegenspannung genau bestimmen. Auch die Unabhängigkeit der Photospannung von der Lichtintensität lässt sich sehr gut zeigen. Die Abhängigkeit der maximalen kinetischen Energie von der Frequenz der Lichtquelle kann anschließend mithilfe der bereits ermittelten Photospannung in Abhängigkeit der Wellenlänge graphisch dargestellt werden. Die Steigung wird als Planck'sches Wirkungsquantum festgehalten. Auch die Unabhängigkeit der Steigung vom verwendeten Material kann mit dieser Simulation sehr gut untersucht werden.

Es gibt auf der Seite der Europaschule Gymnasium Westerstede [97] noch eine weitere Simulation zur lichtelektrischen Gleichung. Diese beinhaltet eine direkte graphische Anzeige der

#### 4. Ein saarländisches Unterrichtskonzept

Messwerte und damit eine automatische Auswertung. Vorteil dieser Simulation ist, dass mehrere Metallsorten direkt miteinander verglichen werden können. Der Nachteil ist, dass den SuS die Umrechnung von Wellenlänge in Frequenz sowie die Umrechnung der Einheiten und die graphische Auswertung abgenommen werden. Eine Grundkompetenz im Fach Physik ist aber auch die Auswertung von Versuchen, weshalb diese Simulation nicht zur Herleitung der lichtelektrischen Gleichung verwendet werden sollte.



**Abbildung 4.10.:** Simulation zur Gegenfeldmethode von Thomas Kippenberg [101], abrufbar unter <https://kippenbergs.de/mint-photoeffect>, Zugriff am 13.11.2023

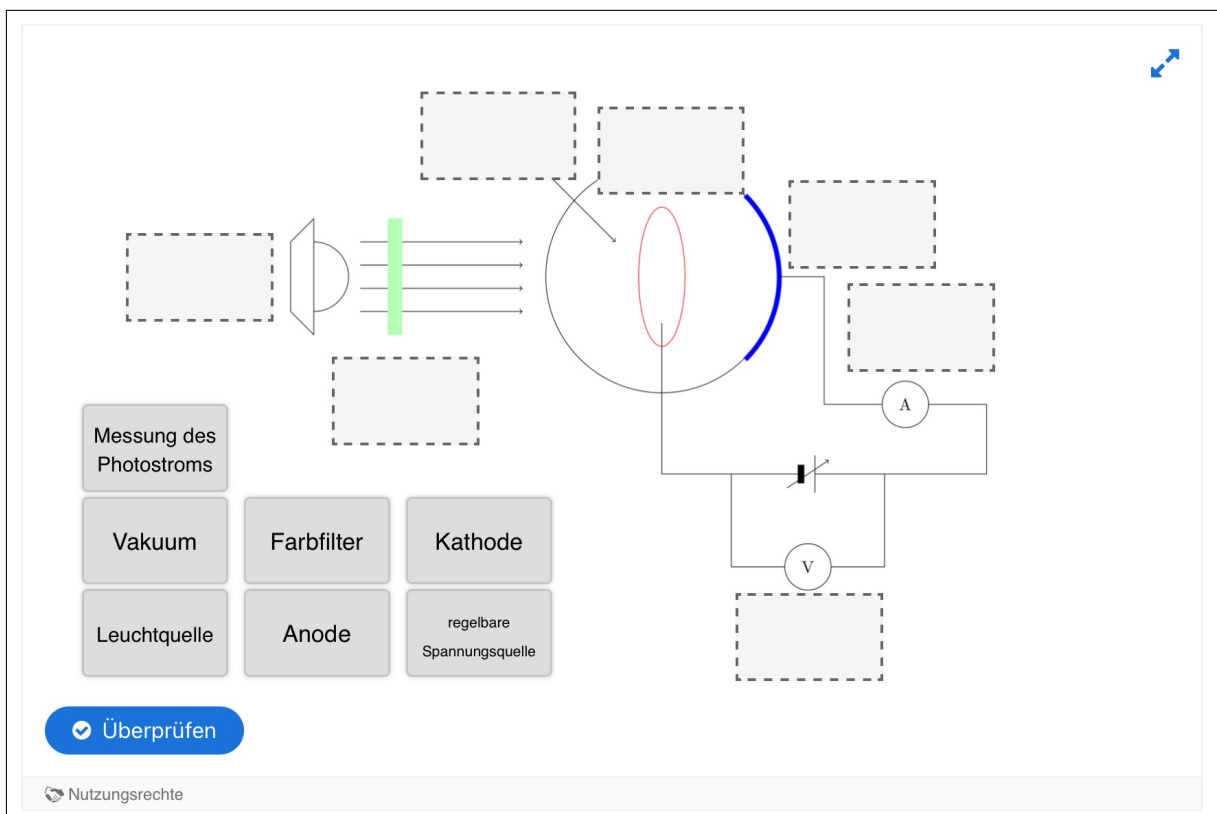
Eine Alternative hierzu bietet die Simulation von Thomas Kippenberg [101] (siehe Abbildung 4.10). Mit dieser Simulation lassen sich, analog zur Simulation der Europaschule Gymnasium Westerstedde, die Abhängigkeiten der maximalen kinetischen Energie von Intensität, Wellenlänge und Kathodenmaterial bestimmen. Der Photostrom lässt sich ablesen, was die quantitative Bestimmung der Abhängigkeit des Photostroms von der Intensität des Lichts ermöglicht. Allerdings ist die Gegenspannung hier umständlich einzustellen, was als kleiner Kritikpunkt gesehen werden kann. SuS-freundlicher ist die Einstellung der Farben, da direkt Lichtfarben ausgewählt werden können. Problematisch an der Simulation ist die Darstellung des Lichts als Welle, da das Photonenmodell hergeleitet werden soll. Außerdem ändert sich bei Änderung der Wellenlänge nicht die Wellenlänge der graphisch dargestellten Welle und bei Erhöhung der Simulationsgeschwindigkeit verändert sich die Phasengeschwindigkeit der dargestellten Welle. Da wir Licht betrachten, dessen Phasengeschwindigkeit die Lichtgeschwindigkeit ist, lässt die Simulation vermuten, dass wir die Lichtgeschwindigkeit verändern können. Diese Darstellungen können falsche Vorstellungen und daraus resultierende Fehlkonzepte der SuS fördern, weshalb die Simulation für den Unterricht nicht geeignet ist, zumindest nicht für die Verwendung als SuS-Experiment.

Aufgrund der fachlich korrekten und didaktisch sinnvollen Darstellung wird die Simulation der

Europaschule Gymnasium Westerstede aus Abbildung 4.9 verwendet.

## Die Lernumgebung

Die Lernumgebung ist für den GK und LK geeignet und sollte im Anschluss an den Hallwachs-Versuch im Unterricht eingesetzt werden. Da die lichtelektrische Gleichung hergeleitet wird, ist neben einem hohen experimentellen Anteil auch ein großer mathematischer Anteil in der Lernumgebung vorhanden. Es werden die Kompetenzen S4, S6, S7, K3 und K6 angesprochen. Die Lernumgebung beginnt mit einer Textanalyse, anhand derer die SuS die Gegenfeldmethode erarbeiten, was dem AF II zuzuordnen ist. Die SuS müssen die für die Aufgaben relevanten Informationen aus dem Text filtern und mit eigenen Worten wiedergeben. Das Verständnis der Gegenfeldmethode ist Voraussetzung für die Durchführung des Experiments mit der Simulation ist. Die SuS starten bei der Versuchsdurchführung analog zum Hallwachs-Versuch mit der Beschriftung der Versuchsskizze, welche mit der in Abbildung 4.11 abgebildeten Zuordnungsaufgabe als Hilfe unterstützt wird. Die Skizze hat eine Fokusfunktion, da sie die Aufmerksamkeit der SuS auf die wesentlichen Elemente des Versuchsaufbaus zur Gegenfeldmethode lenkt.



**Abbildung 4.11.:** Hilfe zur Skizze der Gegenfeldmethode. Die Zuordnungsaufgabe erleichtert die Beschriftung der Skizze des Versuchsaufbaus. Durch die Schaltfläche „Überprüfen“ besteht die Möglichkeit zur Selbstkontrolle der Lösung.

Im Anschluss müssen die SuS bestimmte, im Lehrplan vorgegebene Begriffsdefinitionen aus dem Text filtern. Auch hier unterstützt eine Zuordnungsaufgabe (siehe Abbildung 4.12).

Ordnung Sie die Begriffe der jeweils richtigen Beschreibung zu.

: ausgelöste Elektronen

: Gegenspannung, ab welcher der Photostrom gerade gleich Null ist.

: Frequenz ab der der Photoeffekt auftritt.

: Arbeit die notwendig ist, damit ein Elektron das Metall verlassen kann.

Nutzungsrechte

**Abbildung 4.12.:** Hilfe zur Begriffsdefinition bei der Gegenfeldmethode. Die Zuordnungsaufgabe unterstützt das Fokussieren auf die entscheidenden Begriffe des Textes und erleichtert damit die Begriffsdefinition. Durch die Schaltfläche „Überprüfen“ besteht die Möglichkeit zur Selbstkontrolle der Lösung.

Abschließend soll die Gegenfeldmethode in eigenen Worten wiedergegeben werden. Als Hilfe wird die Aufgabe in Abbildung 4.13 bereitgestellt, in welcher die einzelnen Sätze der Reihenfolge nach geordnet werden müssen.

In der zweiten Aufgabe wird die Gegenfeldmethode dann mit der Simulation durchgeführt. Das Bild dient der Zeigefunktion, da es den SuS eine deutlichere Vorstellung des Versuchsaufbaus vermittelt als dies mit der Skizze möglich ist. Untersucht wird die qualitative Abhängigkeit des Photostroms von der Lichtintensität (AF II) sowie die quantitative Abhängigkeit der maximalen kinetischen Energie von der Lichtintensität und Wellenlänge. Diese quantitativen Untersuchungen sind dem AF III zuzuordnen, da die SuS mathematische Methoden auf die Situation anwenden und sachspezifische Folgerungen aus den mathematischen Ergebnissen ziehen. Das Vorgehen sowie die zu messenden Größen, um die maximale kinetische Energie zu erhalten, sind als Hilfe angegeben (siehe Abbildung 4.14). Die Auftragung der Werte in ein Diagramm ist eine bekannte Auswertungsmethode im Physikunterricht. Als Hilfe wird die Umrechnung der Wellenlänge in Frequenz sowie die Berechnung der maximalen kinetischen Energie angegeben (siehe Abbildung 4.15). Durch eine Wiederholung des Versuchs mit zwei weiteren Materialien wird die Materialabhängigkeit untersucht. Die SuS können in der Grafik erkennen, dass die Steigung unabhängig vom Kathodenmaterial ist. Das Ausrechnen der mittleren Steigung soll die SuS darauf aufmerksam machen, dass stets alle Werte berücksichtigt werden müssen. Auch die im Anschluss zu bestimmende Grenzfrequenz muss gemittelt werden. Die Hilfen geben die

Ordnen Sie die Reihenfolge der Textabschnitte.

Die Elektronen erhalten eine kinetische Energie und bewegen sich in Richtung Anode.

Mithilfe einer Lichtquelle und Farbfiltern senden wir verschiedene Wellenlängen auf die Photozelle.


Durch eine angelegte Gegenspannung werden die Elektronen abgebremst.

Erreichen die Elektronen die Anode, so bewegen sie sich durch den Stromkreis zurück zur Kathode, was als Photostrom messbar ist.

Das Licht fällt auf die Kathode der Photozelle und löst analog zum Hallwachs-Versuch Elektronen aus dieser heraus, die sogenannten Photoelektronen.

Der Abbremsvorgang zwischen Kathode und Anode entspricht einem Beschleunigungsvorgang (Energieumwandlung). Die kinetische Energie der Elektronen wird in elektrische Energie umgewandelt. Die maximale kinetische Energie der Elektronen kann bestimmt werden als Produkt der Elementarladung  $e$  und der Photospannung.

Die Gegenspannung zwischen Anode und Kathode wird vergrößert bis der Photostrom gleich Null ist. Diese Spannung bezeichnen wir als Photospannung. Die Elektronen erreichen die Anode nun nicht mehr.

 Nutzungsrechte

**Abbildung 4.13.:** Hilfe zur Beschreibung der Gegenfeldmethode. Die SuS bringen die Textbausteine in die richtige Reihenfolge und zeigen damit, dass die Vorgehensweise verstanden wurde. Durch die Schaltfläche „Überprüfen“ besteht die Möglichkeit zur Selbstkontrolle der Lösung.

#### 4. Ein saarländisches Unterrichtskonzept


---

Formeln zur Mittelung an (siehe Abbildungen 4.16 und 4.17). Zum Abschluss stellen die SuS Geradengleichungen für die einzelnen Materialien sowie eine allgemeine Form auf, was Routine aus dem Mathematikunterricht ist. Die allgemeine Form deutet bereits die lichtelektrische Gleichung an. Die Bezeichnung der Steigung als Planck'sches Wirkungsquantum und als neue Naturkonstante sollte im Unterrichtsgespräch erfolgen.

Hilfe

Es gelten die Beziehungen  $E_{kin,max} = e \cdot U_{Ph}$  und  $f = \frac{c}{\lambda}$ .

Michelle Schwarz




**Abbildung 4.14.:** Hilfe zur Berechnung der maximalen kinetischen Energie und der Frequenz. Angegeben sind die Zusammenhänge zwischen maximaler kinetischer Energie und Photospannung sowie Frequenz und Wellenlänge.

Hilfe 1

Untersuchen Sie die Abhängigkeit der Photospannung von der Intensität. Bestimmen Sie aus der Photospannung die maximale kinetische Energie.


Michelle Schwarz



Hilfe 2

Gemäß der Beziehung  $E_{kin,max} = e \cdot U_{Ph}$  ist die maximale kinetische Energie der Photoelektronen proportional zur Photospannung.

Michelle Schwarz




**Abbildung 4.15.:** Hilfe zur Bestimmung der Abhängigkeit der maximalen kinetischen Energie von der Intensität und Wellenlänge. Die erste Hilfe gibt das Vorgehen an. In der zweiten Hilfe wird die Formel zur Berechnung der kinetischen Energie angegeben.

Hilfe

Bestimmen Sie zur Berechnung der mittleren Steigung, die Quotienten  $m_{ij} = \frac{E_j - E_i}{f_j - f_i}$  für alle Kombinationen aus  $i, j = 1, 2, 3$ .

Bestimmen Sie den Mittelwert aus den errechneten Steigungen. Dies entspricht der mittleren Steigung.

Michelle Schwarz



**Abbildung 4.16.:** Hilfe zur Berechnung der mittleren Steigung. Die Hilfe erklärt, was genau man unter einer mittleren Steigung versteht und wie man diese berechnet.

Hilfe

Für die Steigung erhält man allgemein:


$$m_{i,j} = \frac{E_j - E_i}{f_j - f_i} \quad \text{für alle } i, j = 1, 2, 3$$

Für die Grenzfrequenz  $f_G$  gilt  $E_{kin,max}(f_G) = 0$  und damit erhält man im Mittel mit der mittleren Steigung

$$\bar{m} = \frac{E_j - 0}{f_j - f_G} \quad \text{für alle } i, j = 1, 2, 3$$

$$\Leftrightarrow \bar{f}_G = \frac{1}{3} \left( \frac{\bar{m}f_1 - E_{kin,max,1}}{\bar{m}} + \frac{\bar{m}f_2 - E_{kin,max,2}}{\bar{m}} + \frac{\bar{m}f_3 - E_{kin,max,3}}{\bar{m}} \right)$$

Michelle Schwarz



**Abbildung 4.17.:** Hilfe zur Berechnung der mittleren Grenzfrequenz. Die Hilfe leitet aus der allgemeinen Formel der Steigung und der Bedingung für die Grenzfrequenz die Gleichung für die mittlere Grenzfrequenz her.

## Quanten und Atome

Photoeffekt und Photonenmodell

Michelle Schwarz

AG Prof. Dr. Rolf Pelster | Fakultät NT



UNIVERSITÄT  
DES  
SAARLANDES

### Gegenfeldmethode

Schwerpunkt	Photoeffekt und Photonenmodell																														
Klassenstufe	12-13, G-Kurs und L-Kurs																														
Art	Versuchsdurchführung mit einer Simulation																														
Positionierung	im Anschluss an die Behandlung des Hallwachs-Versuchs im Kapitel „Photoeffekt und Photonenmodell“																														
Lernvoraussetzungen	Wellenmodell des Lichts, Hallwachs-Versuch																														
Lernziel	Die SuS beschreiben die Gegenfeldmethode und begründen die Existenz einer materialabhängigen Grenzfrequenz und Auslösearbeit sowie die lichtelektrische Gleichung.																														
Kompetenzen <sup>1</sup>	S4, S6, S7, K3, K6																														
Kategorien	<table border="0"> <tr> <td>Erarbeitung von neuem Stoff</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Einübung von bekanntem Stoff</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Öffnung der Aufgabe</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Grad der Mathematisierung</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Experimenteller Anteil</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> </table>	Erarbeitung von neuem Stoff	0	1	2	3	4	Einübung von bekanntem Stoff	0	1	2	3	4	Öffnung der Aufgabe	0	1	2	3	4	Grad der Mathematisierung	0	1	2	3	4	Experimenteller Anteil	0	1	2	3	4
Erarbeitung von neuem Stoff	0	1	2	3	4																										
Einübung von bekanntem Stoff	0	1	2	3	4																										
Öffnung der Aufgabe	0	1	2	3	4																										
Grad der Mathematisierung	0	1	2	3	4																										
Experimenteller Anteil	0	1	2	3	4																										

<sup>1</sup>Kompetenzen entnommen aus: KMK & IQB. (2020). *Bildungsstandards im Fach Physik für die Allgemeine Hochschulreife: Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.06.2020*. Kronach: Carl Link Verlag. ISBN: 978-3-556-09045-9.





## Die Gegenfeldmethode

Licht ausreichend großer Frequenz kann Elektronen aus Metallen lösen. Die beobachteten Phänomene aus dem Hallwachs-Versuch können mit einer Photozelle quantitativ untersucht werden. Die dafür verwendete Methode bezeichnet man als Gegenfeldmethode.

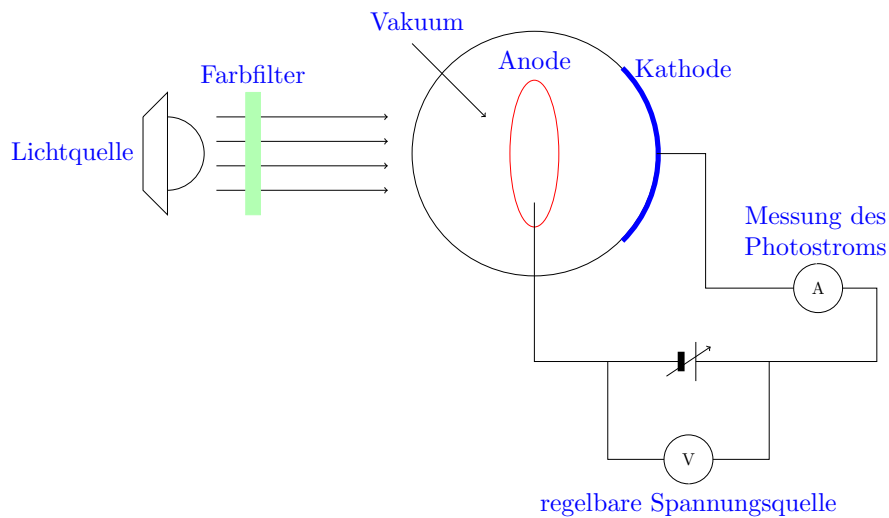
Lesen Sie sich die Erklärung zur Gegenfeldmethode (über QR-Code erreichbar) durch, um die folgenden Aufgaben zu bearbeiten.



### Aufgabe 1

Eine Photozelle besteht aus einer evakuierten Quarzglasröhre (Quarz ist durchlässig für den UV-Anteil des Lichts), die eine Kathode aus einem Alkalimetall wie Cäsium sowie eine Anode in Form eines Drahrings aus dem gleichen Alkalimetall enthält.

- a) Beschriften Sie die Skizze des Versuchsaufbaus.



- b) Erklären Sie die Begriffe in der Tabelle in eigenen Worten.



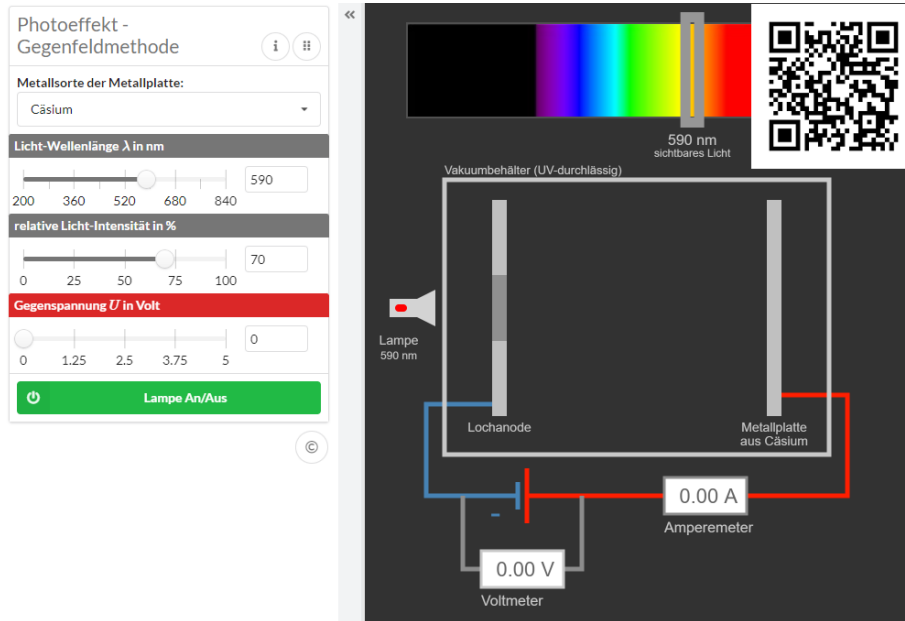
Photoelektronen	ausgelöste Elektronen
Photospannung $U_{Ph}$	Gegenspannung, ab welcher der Photostrom gerade gleich Null ist.
Grenzfrequenz $f_G$	Frequenz, ab der der Photoeffekt auftritt
Auslösearbeit $W_A$	Arbeit, die notwendig ist, damit ein Elektron das Metall verlassen kann.

c) Beschreiben Sie die Gegenfeldmethode in eigenen Worten



Mit der Gegenfeldmethode wird die maximale kinetische Energie der Photoelektronen bestimmt. Mit einer regelbaren Lichtquelle kann man Licht unterschiedlicher Frequenzen auf die Kathode der Photozelle senden. Das Licht fällt auf die Kathode der Photozelle und löst analog zum Hallwachs-Versuch Elektronen aus dieser heraus, die sogenannten Photoelektronen. Die Elektronen erhalten eine kinetische Energie und bewegen sich in Richtung Anode. Durch eine angelegte Gegenspannung werden die Elektronen abgebremst. Erreichen die Elektronen die Anode, so bewegen sie sich durch den Stromkreis zurück zur Kathode, was als Photostrom messbar ist. Die Gegenspannung  $U_G$  zwischen Anode und Kathode wird vergrößert bis der Photostrom gleich Null ist. Diese Spannung bezeichnen wir als Photospannung  $U_{Ph}$ . Die Elektronen erreichen die Anode nun nicht mehr. Der Abbremsvorgang zwischen Kathode und Anode entspricht einem Beschleunigungsvorgang (Energieumwandlung). Die kinetische Energie der Elektronen wird dann vollständig in elektrische Energie umgewandelt. Die maximale kinetische Energie der Elektronen ist dann  $E_{kin,max} = e \cdot U_{Ph}$ .

Mit der Simulation (über den QR-Code abrufbar) führen Sie die Gegenfeldmethode im Folgenden schrittweise durch und leiten damit eine elementare Gleichung der Quantenphysik her.



**Abbildung:** Simulation zur quantitativen Analyse des Hallwachs-Versuchs mit der Gegenfeldmethode, Quelle: Europaschule Gymnasium Westerede, abrufbar unter <https://www.physik.gym-wst.de/de/qphase/ea/quantenobjekte/05.planckkonstante>, Zugriff am 13.11.2023

**Aufgabe 2**

Führen Sie die folgenden Versuche mit einer Cäsiumphotozelle für die drei Wellenlängen  $\lambda_{violett} \approx 400 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ ,  $\lambda_{blau} \approx 440 \cdot 10^{-9} \text{ m}$  und  $\lambda_{grün} \approx 520 \cdot 10^{-9} \text{ m}$  durch. Dokumentieren Sie Ihre Beobachtungen.

- a) Untersuchen Sie die Abhängigkeit des Photostroms von der Lichtintensität.
- b) Untersuchen Sie die Abhängigkeit der maximalen kinetischen Energie der Elektronen  $E_{kin,max}$  von der Intensität (25 %, 50 %, 75 %) und der Wellenlänge.




a) Die Stärke des Photostroms steigt mit wachsender Intensität.

b) Folgende Tabelle zeigt alle Messwerte:

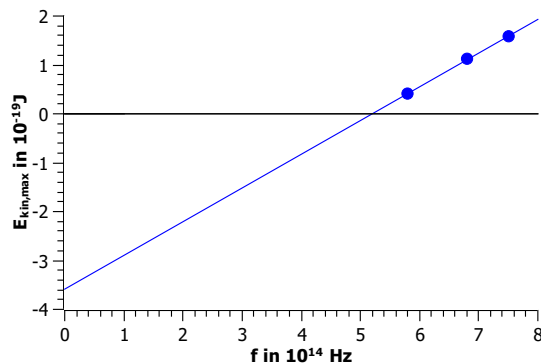
violett ( $\lambda \approx 400 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ )			blau ( $\lambda \approx 440 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ )			grün ( $\lambda \approx 520 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ )		
$I$ in %	$U_{Ph}$ in V	$E_{kin,max}$ in $10^{-19} \text{ J}$	$I$ in %	$U_{Ph}$ in V	$E_{kin,max}$ in $10^{-19} \text{ J}$	$I$ in %	$U_{Ph}$ in V	$E_{kin,max}$ in $10^{-19} \text{ J}$
25	0,99	1,58	25	0,7	1,12	25	0,26	0,41
50	0,99	1,58	50	0,7	1,12	50	0,26	0,41
75	0,99	1,58	75	0,7	1,12	75	0,26	0,41

Die maximale kinetische Energie der Elektronen ist unabhängig von der Intensität. Je größer die Wellenlänge des eingestrahlt Lichts ist, desto kleiner ist die maximale kinetische Energie der Elektronen.

- c) Zeichnen Sie ein Diagramm zur Abhängigkeit der maximalen kinetischen Energie der Photoelektronen von der Frequenz des eingestrahlt Lichts. Dabei soll sowohl die Nullstelle als auch der y-Achsenabschnitt ablesbar sein. 

- c) Die Frequenz berechnet sich aus der Wellenlänge mit  $f = \frac{c}{\lambda}$  und die maximale kinetische Energie berechnet sich mit  $E_{kin,max} = e \cdot U_{Ph}$ :

$\lambda$ in $10^{-9} \text{ m}$	$f$ in $10^{14} \frac{1}{s}$	$U_{Ph}$ in V	$E_{kin,max}$ in $10^{-19} \text{ J}$
400	7,5	0,99	1,58
440	6,8	0,70	1,12
520	5,8	0,26	0,41



- d) Untersuchen Sie auch für eine Natrium- und Kaliumphotozelle die Abhängigkeit der maximalen kinetischen Energie der Photoelektronen von der Frequenz des eingestrahlt Lichts. Stellen Sie die Ergebnisse grafisch in dem Diagramm aus Aufgabe c) dar.

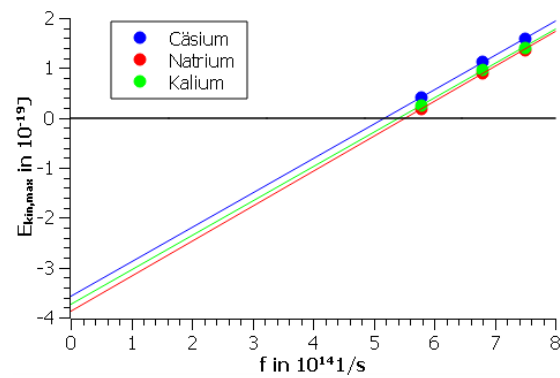
d) Für Natrium und Kalium erhält man:

Natrium

$\lambda$ in $10^{-9}$ m	$f$ in $10^{14} \frac{1}{s}$	$U_{Ph}$ in V	$E_{kin,max}$ in $10^{-19}$ J
400	7,5	0,85	1,36
440	6,8	0,56	0,9
520	5,8	0,11	0,17

Kalium

$\lambda$ in $10^{-9}$ m	$f$ in $10^{14} \frac{1}{s}$	$U_{Ph}$ in V	$E_{kin,max}$ in $10^{-19}$ J
400	7,5	0,88	1,41
440	6,8	0,59	0,95
520	5,8	0,15	0,24



e) Bestimmen Sie für alle drei Materialien die **mittlere** Steigung. ?

e) Cäsium:

$$m_{12} = 6,57 \cdot 10^{-34} \text{ J/s}$$

$$m_{13} = 6,88 \cdot 10^{-34} \text{ J/s}$$

$$m_{23} = 7,1 \cdot 10^{-34} \text{ J/s}$$

$$\Rightarrow \bar{m} = 6,85 \cdot 10^{-34} \text{ J/s}$$

Natrium:

$$\begin{aligned} m_{12} &= 6,57 \cdot 10^{-34} \text{ J/s} \\ m_{13} &= 7,0 \cdot 10^{-34} \text{ J/s} \\ m_{23} &= 7,3 \cdot 10^{-34} \text{ J/s} \\ \Rightarrow \bar{m} &= 6,96 \cdot 10^{-34} \text{ J/s} \end{aligned}$$

Kalium:

$$\begin{aligned} m_{12} &= 6,57 \cdot 10^{-34} \text{ J/s} \\ m_{13} &= 6,88 \cdot 10^{-34} \text{ J/s} \\ m_{23} &= 7,1 \cdot 10^{-34} \text{ J/s} \\ \Rightarrow \bar{m} &= 6,85 \cdot 10^{-34} \text{ J/s} \end{aligned}$$

f) Die Grenzfrequenz ist der Schnittpunkt mit der x-Achse. Der Photoeffekt kann nur auftreten, wenn die Photoelektronen eine maximale kinetische Energie haben, die größer als 0 ist.

Die Auslösearbeit ist der negative Wert des y-Achsenabschnitts. Zum Auslösen eines Elektrons ist eine materialspezifische Auslösearbeit notwendig, sodass die maximale kinetische Energie gerade der Differenz von Lichtenergie und Auslösearbeit entspricht.

$$E_{\text{Licht}} = E_{\text{kin,max}} + W_A \Leftrightarrow E_{\text{kin,max}} = E_{\text{Licht}} - W_A$$

Bestimmen Sie die Grenzfrequenz für alle drei Materialien rechnerisch und lesen Sie die Auslösearbeiten aus dem Diagramm ab. Stellen Sie eine Geradengleichung für alle drei Materialien auf.



f) Für die Steigung erhält man allgemein:

$$m_{i,j} = \frac{E_j - E_i}{f_j - f_i} \quad \text{für alle } i, j = 1, 2, 3$$

Für die Grenzfrequenz  $f_G$  gilt  $E_{\text{kin,max}}(f_G) = 0$  und damit erhält man im Mittel mit der mittleren Steigung

$$\begin{aligned} \bar{m} &= \frac{E_j - 0}{f_j - f_G} \quad \text{für alle } j = 1, 2, 3 \\ \Leftrightarrow \bar{f}_G &= \frac{1}{3} \left( \frac{\bar{m}f_1 - E_{\text{kin,max},1}}{\bar{m}} + \frac{\bar{m}f_2 - E_{\text{kin,max},2}}{\bar{m}} + \frac{\bar{m}f_3 - E_{\text{kin,max},3}}{\bar{m}} \right) \end{aligned}$$

Für die verschiedenen Materialien erhält man damit:

$$f_{G,Cäsium} = \frac{1}{3} (5,19 + 5,17 + 5,20) 10^{14} \text{ Hz} = 5,19 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$f_{G,Natrium} = \frac{1}{3} (5,55 + 5,51 + 5,56) 10^{14} \text{ Hz} = 5,54 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$f_{G,Kalium} = \frac{1}{3} (5,44 + 5,41 + 5,45) 10^{14} \text{ Hz} = 5,43 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Mit den Auslösearbeiten ( $E_{kin,max}(f_G) = 0 \Leftrightarrow m \cdot f_G = W_A$ )

$$W_{A,Cäsium} = 3,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$W_{A,Natrium} = 3,9 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$W_{A,Kalium} = 3,7 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

erhält man die Geradengleichungen

$$\text{Cäsium : } E_{kin,max} = 6,85 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot f - 3,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$\text{Natrium : } E_{kin,max} = 6,96 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot f - 3,9 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$\text{Kalium : } E_{kin,max} = 6,85 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot f - 3,7 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

g) Stellen Sie eine allgemeine Gleichung auf, die die Abhängigkeit der maximalen kinetischen Energie der Photoelektronen von der Frequenz des eingestrahlt Lichts beschreibt.

g)

$$E_{kin,max} = m \cdot f - W_A$$

## Hilfen



Hilfe zu Aufgabe 1a



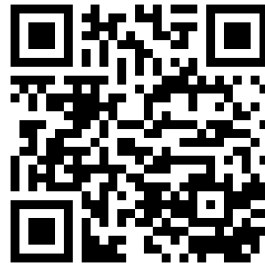
Hilfe zu Aufgabe 1b

Michelle Schwarz





Hilfe zu Aufgabe 1c)



Hilfe zu Aufgabe 2b)



Hilfe zu Aufgabe 2c)



Hilfe zu Aufgabe 2e)



Hilfe zu Aufgabe 2f)



## Lösung



Lösung



LEK

## Didaktische Hinweise

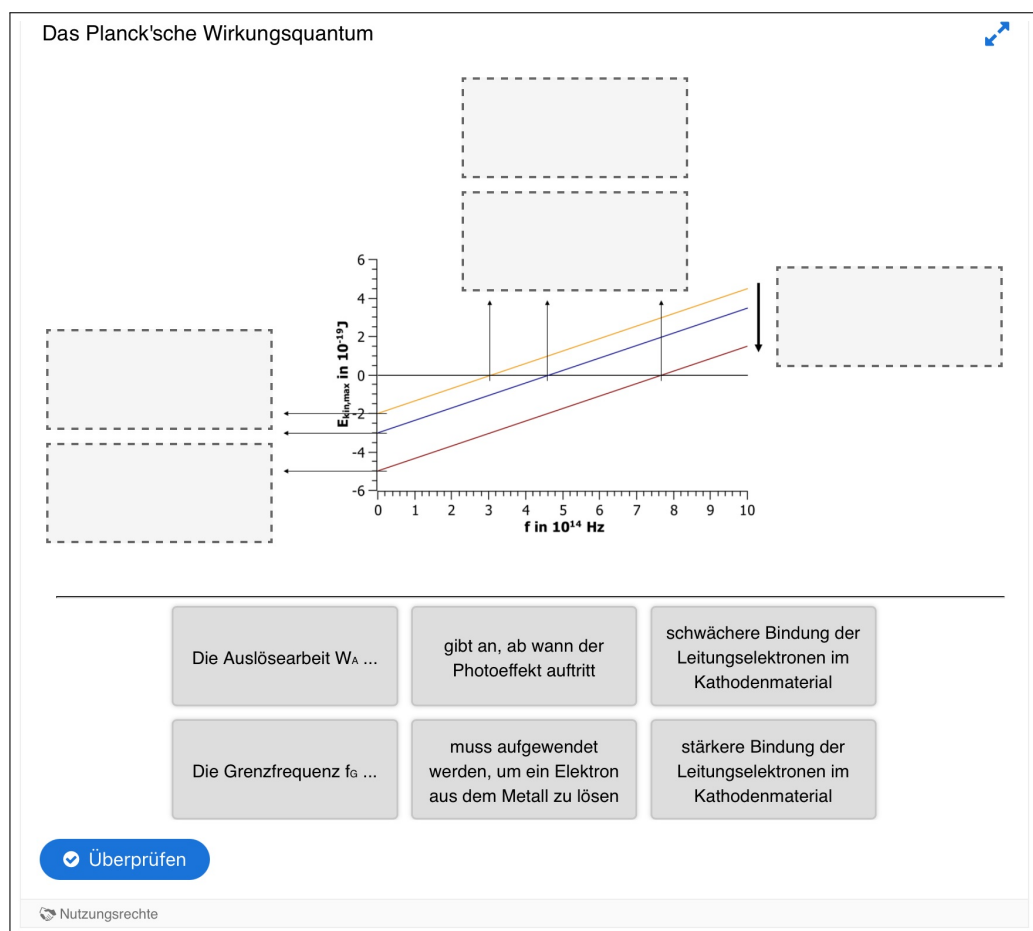
- Es gibt auf der Seite der Europaschule Gymnasium Westerstede ([https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/02\\_photoeffekt02a/photoeffekt02a.html](https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/02_photoeffekt02a/photoeffekt02a.html)) noch eine weitere Simulation zur lichtelektrischen Gleichung mit direkter Auswertung. Bei dieser können die Messwerte direkt grafisch angezeigt werden. Vorteil dieser Simulation ist, dass mehrere Metallsorten direkt miteinander verglichen werden können. Der Nachteil ist, dass den SuS die Umrechnung von Wellenlänge in Frequenz sowie die Umrechnung der Einheiten und die grafische Auswertung abgenommen werden. Eine Grundkompetenz im Fach Physik ist aber auch die Auswertung von Versuchen, weshalb ich mich gegen die Verwendung dieser Simulation entschieden habe.
- Um den Begriff der Kontaktspannung zu vermeiden und dennoch fachlich korrekt zu bleiben, sollte davon ausgegangen werden, dass Anode und Kathode aus dem gleichen Material bestehen.
- In der Literatur findet man verschiedene Werte für die Auslösearbeit der verschiedenen Materialien. Im Unterricht sollte darauf hingewiesen werden, dass die Oberflächenbeschaffenheit die Auslösearbeit beeinflusst.

### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS	Anforderungsbereich
<b>Aufgabe 1</b>		
1a)-1c)	K3: entnehmen unter Berücksichtigung ihres Vorwissens aus Beobachtungen, Darstellungen und Texten relevante Informationen und geben diese in passender Struktur und angemessener Fachsprache wieder. K6: veranschaulichen Informationen und Daten in ziel-, sach- und adressatengerechten Darstellungsformen, auch mithilfe digitaler Werkzeuge.	II
<b>Aufgabe 2</b>		
2a)	S4: bauen Versuchsanordnungen auch unter Verwendung von digitalen Messwerterfassungssystemen nach Anleitungen auf, führen Experimente durch und protokollieren ihre Beobachtungen.	II
2b)-g)	S4: bauen Versuchsanordnungen auch unter Verwendung von digitalen Messwerterfassungssystemen nach Anleitungen auf, führen Experimente durch und protokollieren ihre Beobachtungen. S6: erklären bekannte Auswerteverfahren und wenden sie auf Messergebnisse an. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an. K6: veranschaulichen Informationen und Daten in ziel-, sach- und adressatengerechten Darstellungsformen, auch mithilfe digitaler Werkzeuge.	III

## LEK

Die erste LEK in Abbildung 4.18 prüft das Verständnis der SuS zur Bestimmung des Planck'schen Wirkungsquantums. Ein Graph dient als Ausgangspunkt der LEK. Er hat eine Konstruktionsfunktion, da Zusammenhänge dargestellt werden, die von den SuS erklärt werden. Die SuS ordnen die Auslösearbeit und die Grenzfrequenz als y-Achsenabschnitt und Nullstelle sowie deren Beschreibungen zu, was als Reproduktion dem AF I zuzuordnen ist. Es sind die Geraden für verschiedene Materialien eingezeichnet. Der eingezeichneten Pfeil symbolisiert eine zunehmend stärkere Bindung der Leitungselektronen im Metall. Die korrekte Zuordnung ist als Anwendung des Wissens über die Auslösearbeit dem AF II zuzuordnen ist.



**Abbildung 4.18.:** LEK zur Bestimmung des Planck'schen Wirkungsquantums. Die SuS ordnen die Auslösearbeit und Grenzfrequenz sowie die passenden Erklärungen dem Diagramm zu. Außerdem wird der Zusammenhang der verschiedenen Geraden geprüft. Durch die Schaltfläche „Überprüfen“ besteht die Möglichkeit zur Selbstkontrolle der Lösung.

In der zweiten LEK in Abbildung 4.19 ergänzen die SuS zentrale Ergebnisse der Gegenfeldmethode, indem sie die passende Antwortmöglichkeit auswählen. Die Übertragung der Beobach-

#### 4. Ein saarländisches Unterrichtskonzept

tungen in diesen neuen Kontext ist dem AF II zuzuordnen.

**Abbildung 4.19.:** LEK zur Gegenfeldmethode. Die SuS ergänzen zentrale Ergebnisse der Gegenfeldmethode durch die Auswahl der korrekten Antwortmöglichkeit. Durch die Schaltfläche „Überprüfen“ besteht die Möglichkeit zur Selbstkontrolle der Lösung.

#### 4.2.3. Photonenmodell

Im Anschluss an die Behandlung der Gegenfeldmethode wird gemäß des saarländischen Lehrplans das Photonenmodell als neues Modell des Lichts besprochen.

#### Die Lernumgebung

Die Lernumgebung zum Photonenmodell ist ein Informationsblatt, welches das Lichtmodell beschreibt und damit die Beobachtungen aus dem Hallwachs-Versuch und der quantitativen Analyse mit der Photozelle erklärt. Die Lernumgebung sollte daher im Anschluss an die Gegenfeldmethode im Unterricht eingesetzt werden.

Das Informationsblatt beginnt mit der Benennung der konstanten Steigung als Planck'sches Wirkungsquantum, einer für die SuS neuen Naturkonstante. Mit dieser Benennung kann die Lichtquantenhypothese formuliert werden. Diese liefert dann die Grundlage zur Beschreibung des Photoeffekts im Photonenmodell, die Deutung einer größeren Frequenz bzw. größeren Intensität sowie die Erklärung der Beobachtungen aus dem Hallwachs-Versuch. An dieser Stelle sollte darauf geachtet werden, dass das Wellenmodell von den SuS nicht verworfen wird, das Photonenmodell die Beobachtungen aus dem Photoeffekt allerdings besser beschreibt.

## Quanten und Atome

Photoeffekt und Photonenmodell

Michelle Schwarz

AG Prof. Dr. Rolf Pelster | Fakultät NT



UNIVERSITÄT  
DES  
SAARLANDES

### Photonenmodell

Schwerpunkt	Photoeffekt und Photonenmodell																														
Klassenstufe	12-13, G-Kurs und L-Kurs																														
Art	Informationsblatt																														
Positionierung	im Anschluss an die Behandlung der Gegenfeldmethode im Kapitel „Photoeffekt und Photonenmodell“																														
Lernvoraussetzungen	Wellenmodell des Lichts, Hallwachs-Versuch, Gegenfeldmethode																														
Lernziel	Die SuS beschreiben das Photonenmodell und deuten den Photoeffekt in diesem.																														
Kompetenzen	/																														
Kategorien	<table border="0"> <tr> <td>Erarbeitung von neuem Stoff</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Einübung von bekanntem Stoff</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Öffnung der Aufgabe</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Grad der Mathematisierung</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Experimenteller Anteil</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> </table>	Erarbeitung von neuem Stoff	0	1	2	3	4	Einübung von bekanntem Stoff	0	1	2	3	4	Öffnung der Aufgabe	0	1	2	3	4	Grad der Mathematisierung	0	1	2	3	4	Experimenteller Anteil	0	1	2	3	4
Erarbeitung von neuem Stoff	0	1	2	3	4																										
Einübung von bekanntem Stoff	0	1	2	3	4																										
Öffnung der Aufgabe	0	1	2	3	4																										
Grad der Mathematisierung	0	1	2	3	4																										
Experimenteller Anteil	0	1	2	3	4																										



## Das Photonenmodell

Bei der Durchführung der Gegenfeldmethode erkennt man: Die maximale kinetische Energie der ausgelösten Photoelektronen ist proportional zur Frequenz des eingestrahelten Lichts. Die Steigung ist materialunabhängig. Diese Größe ist das Planck'sches Wirkungsquantum  $h$ , eine Naturkonstante:  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{\text{J}}{\text{s}}$ . Damit können wir unsere Geradengleichung schreiben als

$$E_{kin,max} = h \cdot f - W_A$$

Die Beobachtungen der vorherigen Versuche konnten erstmals 1905 von Albert Einstein gedeutet werden. Er formulierte seine Lichtquantenhypothese:

### Einsteins Lichtquantenhypothese

Der Energieaustausch von Licht mit Materie erfolgt in Energiebeiträgen der Größe  $E_{Licht} = h \cdot f$ . Diese Quanten nennt man Photonen. Die Lichtenergie ist quantisiert, das heißt Energie kann nur portionsweise übertragen werden.

Dieses (für uns neue) Modell des Lichts bezeichnen wir als Photonenmodell des Lichts.

### Deutung des Photoeffekts im Photonenmodell

Beim Photoeffekt trifft Licht auf ein Metall. Ein Photon gibt dabei seine gesamte kinetische Energie an das Elektron ab. Ist diese Energie groß genug, so kann das Elektron die Auslösearbeit überwinden und das Metall verlassen. Die Energieübertragung erfolgt also portionsweise. Höherfrequentes Licht kann größere Energieportionen abgeben aufgrund der Beziehung  $E_{Licht} = h \cdot f$ . Dies erklärt, warum der Photoeffekt erst ab einer bestimmten Grenzfrequenz auftritt.

Die Gleichung  $h \cdot f = E_{kin,max} + W_A$  kann dabei auch als Energiebilanzgleichung interpretiert werden. Wir nehmen an, die Energie, welche das Elektron an das Photon abgibt, ist größer als die notwendige Auslösearbeit. Ein Teil der übertragenen Energie benötigt das Elektron, um das Metall zu verlassen. Die restliche übertragene Energie wird in kinetische Energie umgewandelt.

### Frequenz und Intensität des Lichts

Mit dem Photonenmodell können wir die Bedeutung einer größeren Intensität und größeren Frequenz beschreiben. Wir gehen davon aus, dass der Photoeffekt auftritt.

- Bei konstanter Frequenz bedeutet eine höhere Intensität des verwendeten Lichts, dass mehr Photonen gleicher Energie auf das Metall treffen und dadurch mehr Elektronen ausgelöst werden.
- Bei konstanter Intensität bedeutet eine höhere Frequenz des verwendeten Lichts, dass gleich viele Photonen auf das Metall treffen, diese aber eine größere Energie haben. Das heißt die ausgelösten Elektronen haben eine größere kinetische Energie.

### Deutung des Hallwachs-Versuchs

Wir können die Beobachtungen des Hallwachs-Versuchs mit dem Photonenmodell erklären.

Beobachtung	Erklärung im Photonenmodell
Existenz einer Grenzfrequenz	Haben die Photonen eine zu geringe Energie, können noch so viele Photonen den Photoeffekt nicht auslösen. Die Energie der Photonen ist proportional zur eingestrahlten Frequenz.
Existenz einer maximalen kinetischen Energie	Ein Elektron absorbiert die Energie eines Photons, damit ist die Energieaufnahme beschränkt.
Abhängigkeit der Photospannung von der Frequenz des eingestrahlten Lichts	Die maximale kinetische Energie ist proportional zur Photospannung. Nach der lichtelektrischen Gleichung ist die Energie und damit auch die Photospannung von der Frequenz abhängig.
Unabhängigkeit der Photospannung von der Intensität	Die maximale kinetische Energie ist proportional zur Photospannung. Nach der lichtelektrischen Gleichung ist die Energie und damit auch die Photospannung von der Intensität unabhängig.

### Didaktische Hinweise

- Die Lernumgebung dient als reines Informationsblatt zur Übersicht über das Photonenmodell. Es wird empfohlen das Photonenmodell im Unterricht gemeinsam mit den SuS zu erarbeiten und das Informationsblatt als Übersicht auszuteilen.

#### 4.2.4. Aufgaben zum Photoeffekt und Photonenmodell

Neben der Vermittlung fachlicher Inhalte ist gemäß des saarländischen Lehrplans eine Kompetenz im Kapitel „Photoeffekt und Photonenmodell“, dass die SuS „Aufgaben zum Photoeffekt und Photonenmodell“ [29, Seite 56] lösen. Die vorgeschlagenen Aufgaben dienen sowohl der Übung als auch des Transfers des gelernten Wissens. Die erste Aufgabe ist eine Reproduktion der Gegenfeldmethode und ist damit AF I zuzuordnen. Die aus der Lernumgebung bekannten Auswertungsmethoden werden in Aufgabe zwei (a)-d)) angewendet, weshalb die Aufgabenteile dem AF II zuzuordnen sind. Die Aufgabenteile e) bis f) liegen im AF III, da die SuS die bekannten Methoden und Versuchsergebnisse auf neue Sachverhalte und Rechnungen anwenden müssen. In der dritten Aufgabe untersuchen die SuS den Zusammenhang zwischen Wellenlänge, Gegenspannung und Leistung des eingestrahlt Lichts. Die Herleitungen der Zusammenhänge in den Aufgabenteilen a) und c) sind dem AF III zuzuordnen, während es sich bei Aufgabenteil b) um den AF II handelt, da die SuS die in a) hergeleitete Gleichung umformen und die gegebenen Werte einsetzen. Aufgabe vier betrachtet das Anlegen einer Saugspannung. In Teil a) interpretieren die SuS ein Diagramm zur Abhängigkeit des Photostroms von der Saugspannung, was dem AF III zuzuordnen ist. Die Bestimmung des Kathodenmaterials in Aufgabenteil b) als bekannte Methode ist in der neuen Situation dem AF II zuzuordnen, während die Aufgabenteile c) und d) mit der Berechnung des Anteils der auf die Photokathode auftreffenden Photonen als neue Größe sowie der Anwendung des Einfluss der Intensität im AF III liegen. Aufgabe fünf hat das Ziel die Unterschiede zwischen Wellen- und Photonenmodell zu wiederholen und liegt damit im AF I. Die Aufgaben sechs bis acht sind Anwendungsaufgaben. Die gelernten Inhalte werden hier in verschiedenen Situation, teils in Verknüpfung mit aus der klassischen Physik bekannten Versuchen oder Bauteilen, angewendet. Ein Bezug zu den bekannten Newton'schen Versuchen wird in Aufgabe sechs hergestellt. Die SuS beschreiben in Aufgabenteil a) die Beobachtung bei der Bewegung einer Photozelle durch das Lichtspektrum, was durch die Verknüpfung mit dem Wissen über den Photoeffekt dem AF III zuzuordnen ist. Auch die Herleitung der Formel für die Geschwindigkeit der ausgelösten Photoelektronen in Aufgabenteil b) liegt im AF III. In den Aufgabenteilen c) bis e) werden die bekannten Auswertungsmethoden zur Bestimmung der maximalen Wellenlänge, der maximalen kinetischen Energie und Geschwindigkeit der Photoelektronen angewendet, was dem AF II zuzuordnen ist. In den Aufgabenteilen f) bis g) wenden die SuS ihr Wissen auf neue Fragestellungen an und nehmen Stellung zu Aussagen, was dem AF III zuzuordnen ist. In Aufgabe sieben wird eine Photozelle zum Aufladen eines Kondensators verwendet. Die SuS begründen den Sachverhalt und die Einstellung einer festen Spannung nach einer gewissen Zeit und berechnen die maximal erreichbare Ladung des Kondensators, was im AF III liegt. Den Schwebezustand eines Kupferpartikels zwischen zwei Kondensatorplatten betrachtet Aufgabe acht. Die SuS erläutern das Zustandekommen des Schwebezustand, zeigen, dass das Teilchen die Elementarladung trägt und erläutern die Veränderung der Kondensatorspannung bei mehrmaligem Unterbrechen der



UV-Bestrahlung, sodass Aufgabe acht dem AF III zuzuordnen ist. In Aufgabe neun betrachten die SuS eine Photozelle auf einem Satelliten. Die Interpretation des Spannung-Zeit-Diagramms (a) und c)) ist dem AF III zuzuordnen. Die rechnerischen Bestimmungen der maximalen Spannung, der Geschwindigkeit der Photoelektronen und der Photospannung (Aufgabenteile b), d), e)) liegen durch die Anwendung bekannter Formeln im AF II. Im Aufgabenteil f) wird das Wissen über den Einfluss der Intensität in einer neuen Situation angewendet, was dem AF III entspricht.

## Quanten und Atome

Photoeffekt und Photonenmodell

Michelle Schwarz

AG Prof. Dr. Rolf Pelster | Fakultät NT



UNIVERSITÄT  
DES  
SAARLANDES

### Aufgabensammlung zum Photoeffekt und Photonenmodell

Schwerpunkt	Photoeffekt und Photonenmodell
Klassenstufe	12-13
Art	Aufgaben
Positionierung	im Anschluss an die theoretische Behandlung des Themas „Photoeffekt und Photonenmodell“
Lernvoraussetzungen	Hallwachs-Versuch, Gegenfeldmethode, lichtelektrische Gleichung, Photonenmodell
Lernziel	Die SuS lösen Aufgaben zum Photoeffekt und Photonenmodell.
Kompetenzen <sup>1</sup>	S1, S3, S5, S6, S7, E7, K4, K6, K8
Kategorien	<p>Erarbeitung von neuem Stoff <span style="float: right;">0 1 2 3 4</span></p> <p>Einübung von bekanntem Stoff <span style="float: right;">0 1 2 3 4</span></p> <p>Öffnung der Aufgabe <span style="float: right;">0 1 2 3 4</span></p> <p>Grad der Mathematisierung <span style="float: right;">0 1 2 3 4</span></p> <p>Experimenteller Anteil <span style="float: right;">0 1 2 3 4</span></p>

<sup>1</sup>Kompetenzen entnommen aus: KMK & IQB. (2020). *Bildungsstandards im Fach Physik für die Allgemeine Hochschulreife: Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.06.2020*. Kronach: Carl Link Verlag. ISBN: 978-3-556-09045-9.



## Aufgabensammlung zum Photoeffekt und Photonenmodell

### Aufgabe 1: Aufbau und Durchführung

- Eine Photozelle wird nacheinander mit Licht unterschiedlicher Wellenlänge  $\lambda < \lambda_G$  bestrahlt. Dabei werden Elektronen aus dem Metall gelöst. Skizzieren Sie den Aufbau und beschreiben Sie die Durchführung eines Versuchs, mit welchem die maximale kinetische Energie der ausgelösten Photoelektronen bestimmt werden kann.
- Begründen Sie den Zusammenhang  $E_{\text{Licht}} = e \cdot U + W_A$  in eigenen Worten. Erläutern Sie die Bedeutungen der Grenzwellenlänge  $\lambda_G$  und der Grenzfrequenz  $f_G$ .

### Aufgabe 2: Kenngrößen rechnerisch und graphisch

Die maximale kinetische Energie der Photoelektronen soll in Abhängigkeit der Frequenz des Lichts aufgetragen werden. Folgende Messwerte wurden aufgenommen:

Wellenlänge $\lambda$ in nm	432	484	510
Photospannung $U$ in V	0,77	0,45	0,32

- Zeigen Sie rechnerisch, dass die mittlere Steigung  $m = 6,75 \cdot 10^{-34}$  Js beträgt. Berücksichtigen Sie dazu alle Wertepaare. Führen Sie eine Fehlerbetrachtung anhand des Literaturwerts des Planck'schen Wirkungsquantums durch (LW:  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  Js).
- Zeigen Sie rechnerisch, dass die Grenzfrequenz  $f_G = 5,12 \cdot 10^{14}$  Hz und die dazugehörige Grenzwellenlänge  $\lambda_G = 586$  nm ist. Berücksichtigen Sie dazu alle Werte.
- Bestimmen Sie das Kathodenmaterial, indem Sie die Auslösearbeit  $W_A$  berechnen. Verwenden Sie dazu die Tabelle im Anhang.<sup>2</sup>
- Tragen sie die Werte graphisch auf und überprüfen Sie Ihre berechneten Werte anhand des Graphen.
- Nehmen Sie nun an, der Versuch wird mit einer Photozelle durchgeführt, deren Kathodenmaterial die Leitungselektronen stärker bindet. Tragen Sie einen passenden Graphen in das Diagramm aus d) ein. Begründen Sie.<sup>3</sup>
- Für Wellenlängen  $\lambda < \lambda_G$  kann die kinetische Energie der Photoelektronen bestimmt werden (siehe Teil a)). Beschreiben Sie die Beobachtung für  $\lambda > \lambda_G$  und begründen Sie.

<sup>2</sup>Die Auslösearbeit für ein bestimmtes Material ist nicht immer gleich, sie hängt stark von der Oberflächenbeschaffenheit ab und variiert daher.

<sup>3</sup>Bruckmoser, S. (2016). Physik 12. Bad Brückenau: Franz-Miltenberger-Gymnasium, abrufbar unter [https://www.fmg-brk.de/fachschaften/physik/uebungsmaterial/m\\_494](https://www.fmg-brk.de/fachschaften/physik/uebungsmaterial/m_494), Zugriff am 29.02.2024.

- g) Zeigen Sie rechnerisch, dass die verwendete Photozelle zum Nachweis von grünem Licht ( $f = 5,38 \cdot 10^{14}$  Hz) geeignet ist, nicht aber für den Nachweis von rotem Licht ( $f = 4,5 \cdot 10^{14}$  Hz).

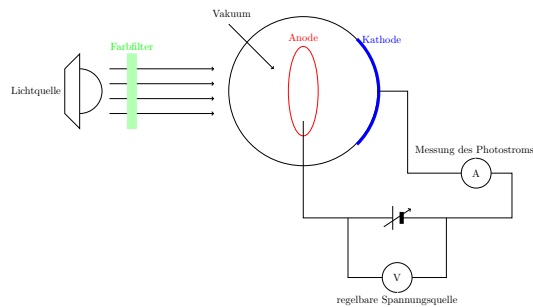
### Aufgabe 3: Zusammenhang von $\lambda, U$ und $P$

- a) Zeigen Sie, dass für die Wellenlänge der Zusammenhang  $\lambda = \frac{h \cdot c}{W_A + e \cdot U}$  gilt.<sup>4</sup>
- b) Bestimmen Sie die Wellenlänge des Lichts für eine Rubidium-Photozelle, wenn die Photospannung  $U = 1$  V ist. Geben Sie die Farbe des Lichts an.<sup>4</sup>
- c) Eine Photozelle wird bei der Gegenspannung 0 V
- 1) mit Licht der Wellenlänge  $\lambda_1$  und der Leistung  $P$ ,
  - 2) mit Licht gleicher Wellenlänge  $\lambda_1$ , aber doppelter Leistung  $P$ ,
  - 3) mit Licht größerer, aber für das Eintreten des Photoeffekts noch ausreichender Wellenlänge  $\lambda_2$  bestrahlt.

Dabei ergeben sich die Stromstärken  $I_1$  und  $I_2$ . Dazu werden die Photospannungen  $U_1, U_2$  und  $U_3$  ermittelt. Erklären Sie mit dem Photonenmodell des Lichts, welche Gegenspannung jeweils erreicht werden muss und vergleichen Sie die Größen.<sup>5</sup>

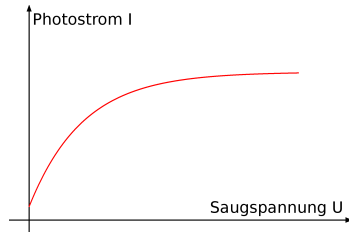
### Aufgabe 4: Photozelle mit Saugspannung

Bei der Gegenfeldmethode wird eine Gegenspannung erzeugt, welche die Elektronen auf ihrem Weg von der Kathode zur Anode bremst. Wir kehren nun die Polung um (Anode an den Pluspol der Spannungsquelle), sodass eine sogenannte Saugspannung die Elektronen von der Kathode zur Anode hin beschleunigt.<sup>3</sup>



<sup>4</sup>LEIFI-Physik, abrufbar unter <https://www.leifiphysik.de/quantenphysik/quantenobjekt-photon/aufgabe/wellenlaengenbestimmung-mit-photozelle-abitur-2008-gk-a2-3>, Zugriff am 29.02.2024.

<sup>5</sup>LEIFI-Physik, abrufbar unter <https://www.leifiphysik.de/quantenphysik/quantenobjekt-photon/aufgabe/verschiedene-bestrahlungen-einer-photozelle>, Zugriff am 29.02.2024.



Eine Photozelle wird mit Licht der Wellenlänge  $\lambda = 436 \text{ nm}$  bestrahlt. Auf die Photokathode fällt dabei eine Lichtleistung von  $1,2 \text{ W}$ . Das langsame Erhöhen der Saugspannung ergibt den dargestellten Verlauf des Photostroms mit der Sättigungsstromstärke  $I_S$ .

- Erklären Sie den Verlauf der Photostromstärke mit zunehmender Saugspannung. Erklären Sie dabei, warum bei einer Saugspannung von  $U = 0 \text{ V}$  bereits ein Photostrom gemessen wird und warum die Sättigungsstromstärke nicht überschritten wird.<sup>3</sup>
- Polzt man um und legt eine Gegenspannung an, so fließt bei einer Gegenspannung von  $U_G = 0,9 \text{ V}$  kein Strom mehr. Bestimmen Sie die Auslösearbeit und daraus das Kathodenmaterial.<sup>3</sup>
- Im Versuch wird eine Sättigungsstromstärke  $I_S = 40 \text{ mA}$  gemessen. Berechnen Sie den Anteil der auf die Photokathode auftreffenden Photonen, welche ein Photoelektron auslösen.<sup>3</sup>
- Die Bestrahlungsintensität wird nun schrittweise erhöht, alle anderen Versuchsbedingungen bleiben gleich. Zeichnen Sie den Verlauf in das Diagramm ein. Begründen Sie.<sup>3</sup>

### Aufgabe 5: Die Grenzen des klassischen Wellenmodells

- Beschreiben und skizzieren Sie den Aufbau des Hallwachs-Versuchs.
- Einige Beobachtungen des Hallwachs-Versuchs können mit dem Wellenmodell, andere nur mit dem Photonenmodell erklärt werden. Ordnen Sie den Beobachtungen die passende Erklärung zu (über QR-Code erreichbar). Kreuzen Sie in der Tabelle an, welche Beobachtungen mit dem Wellenmodell und welche mit dem Photonenmodell erklärt werden können.

Beobachtung	Wellenmodell	Photonenmodell
Bei der Bestrahlung mit Licht entlädt sich die Metallplatte bei einer zuvor negativ geladenen Platte, aber nicht bei einer positiv geladenen Platte.		
Beim Einbringen einer Glasplatte in den Strahlengang oder beim Bestrahlen mit Infrarotlicht entlädt sich die negativ geladene Metallplatte nicht.		
Die Entladung der Metallplatte tritt sofort ohne Zeitverzögerung ein.		



### Aufgabe 6: Die Newton'schen Versuche

Isaac Newton untersuchte 1711 die Farbzerlegung des weißen Lichts und zeigte dabei, dass sich weißes Licht in Spektralfarben zerlegen lässt. Er konnte zeigen, dass blaues Licht am stärksten und rotes Licht am schwächsten gebrochen wird.

In einem Versuch wird weißes Licht mit einem Prisma in die Spektralfarben zerlegt. Eine Cäsium-Photozelle wird vom roten zum violetten Ende des Spektrums bewegt und zwischen Kathode und Anode der Photozelle wird der Photostrom gemessen.

- Beschreiben Sie die Beobachtung während der Bewegung.<sup>6</sup>
- Ein Photostrom wird gemessen, wenn die ausgelösten Elektronen eine hinreichend große kinetische Energie besitzen und die Anode erreichen. Zeigen Sie, dass allgemein für die Geschwindigkeit der ausgelösten Photoelektronen gilt:

$$v_e = \sqrt{\frac{2}{m_e} \cdot \left( h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_A \right)}$$

- Die notwendige Auslösearbeit von Cäsium beträgt 1,94 eV. Berechnen Sie die größte Wellenlänge, die mit dieser Photozelle messbar ist.<sup>3</sup>
- Berechnen Sie die maximale kinetische Energie und die maximale Geschwindigkeit der schnellsten Elektronen. Kann Licht dieser Frequenz auch Elektronen aus einer Silberfläche auslösen?<sup>6</sup>

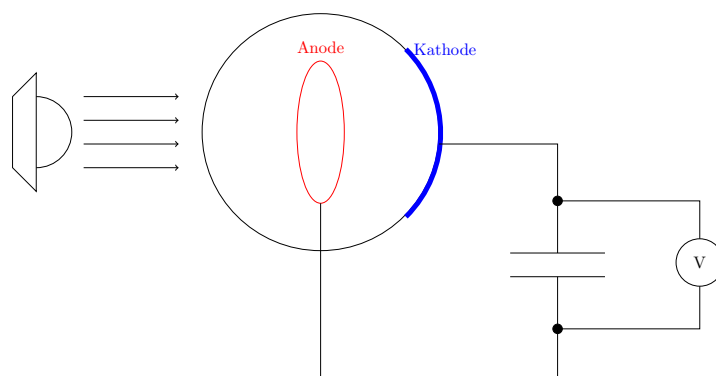
<sup>6</sup>Vogt, M. (2020). *Quantenmechanik und Schulmathematik. Ein Leitfaden für Lehrerinnen und Lehrer*. Göttingen: Cuvillier Verlag.



- e) Bei Verwendung spezieller Legierungen erreicht man bei Photozellen Auslösarbeiten von 1 eV. Untersuchen Sie, in welchem Bereich die Geschwindigkeiten von Photoelektronen liegen, die durch sichtbares Licht (400 nm bis 800 nm) in solchen Photozellen ausgelöst werden.<sup>3</sup>
- f) Bewegt man die Photozelle über das violette Ende des Spektrums hinaus, so beobachtet man weiterhin einen Photostrom. Erläutern Sie.<sup>6</sup>
- g) Kann man eine solche Beobachtung auch machen, wenn man die Photozelle über das rote Spektrum hinausbewegt? Begründen Sie.<sup>6</sup>
- h) Nehmen Sie Stellung zu der Aussage: „Ultraviolettes Licht ist energiereicher als infrarotes Licht.“<sup>7</sup>

### Aufgabe 7: Photozelle als Spannungsquelle

Eine Photozelle kann auch als Spannungsquelle verwendet werden, zum Beispiel zum Aufladen eines Kondensators.



Eine Kaliumphotozelle ( $W_{A,Kalium} = 2,25 \text{ eV}$ ) wird zum Aufladen eines Kondensators der Kapazität  $C = 10 \text{ nF}$  verwendet. Die Bestrahlung der Photokathode mit Licht der Wellenlänge 656 nm bewirkt keine Aufladung des Kondensators, auch wenn die Bestrahlungsstärke erhöht wird. Wird dagegen Licht der Wellenlänge 434 nm verwendet, lädt sich der Kondensator merklich auf.<sup>8</sup>

- a) Erklären Sie den Sachverhalt.<sup>8</sup>

<sup>7</sup>Becker, P. et al. (2009). *Physik Oberstufe Gesamtband: Handreichungen für den Unterricht* (2. Aufl.). Berlin: Cornelson Verlag.

<sup>8</sup>LEIFI-Physik. Internet: <https://www.leifiphysik.de/quantenphysik/quantenobjekt-photon/aufgabe/fotозelle-und-kondensator-abitur-1996-lk-a3-1>. (Zugriff am 13.05.2024).

Im Folgenden wird Licht der Wellenlänge 434 nm verwendet.

- b) Erklären Sie, warum sich nach einer gewissen Zeit eine feste Spannung einstellt, wodurch die Photozelle als Spannungsquelle verwendet werden kann.<sup>3</sup>
- c) Berechnen Sie die maximale Spannung, welche sich zwischen Kathode und Anode einstellt und daraus die maximal erreichbare Ladung des Kondensators.<sup>3</sup>

### Aufgabe 8: Schwebende Partikel

Nun wird ein Kupferpartikel der Masse  $m = 3,2 \cdot 10^{-15}$  kg zwischen die horizontal gelagerten Platten des Kondensators mit Plattenabstand  $d = 3,85$  mm gebracht. Schon nach kurzer Beleuchtung mit hinreichend kurzwelligem UV-Licht der Wellenlänge  $\lambda = 240$  nm tritt der Schwebezustand bei einer angelegten Spannung von  $U_1 = 750$  V ein.<sup>9</sup>

- a) Erläutern Sie das Zustandekommen des Schwebezustands einzelner Partikel. Erklären Sie, warum sich dieser Schwebezustand nur bei einer bestimmten Polung des Kondensators beobachten lässt.<sup>9</sup>
- b) Wird die UV-Beleuchtung jetzt unterbrochen, bleibt der Schwebezustand des Kupferpartikels längere Zeit erhalten. Zeigen Sie, dass die Ladung  $Q_1$  des Teilchens eine Elementarladung ist.<sup>9</sup>
- c) Setzt nun die UV-Bestrahlung des Metallteilchens wieder ein, wird der Gleichgewichtszustand bald wieder gestört, lässt sich aber durch entsprechende Veränderung der Kondensatorspannung auf  $U_2$  von Neuem einstellen. Diese Vorgehensweise wird mehrfach wiederholt ( $U_3, \dots$ ). Bestimme die Spannungen  $U_2$  und  $U_3$ . Begründen Sie.<sup>9</sup>

---

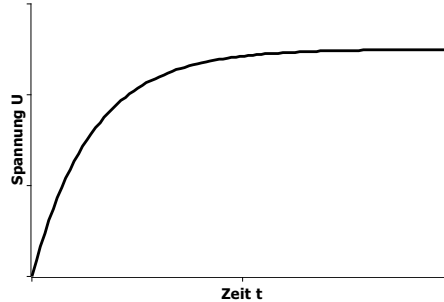
<sup>9</sup>LEIFI-Physik, abrufbar unter <https://www.leifiphysik.de/quantenphysik/quantenobjekt-photon/aufgabe/schwebende-kupferpartikel-abitur-2001-gk-a2-3>, Zugriff am 29.02.2024.



### Aufgabe 9: An Bord eines Satelliten

Eine Cäsium-Photozelle befindet sich an Bord eines Satelliten außerhalb der Erdatmosphäre und wird mit Sonnenlicht bestrahlt, das vorher ein Quarzprisma durchlaufen hat. Quarz ist im UV-Bereich nur für  $\lambda > 250\text{nm}$  durchlässig.<sup>10</sup>

- a) Zwischen Kathode und Anode baut sich eine Spannung auf. Erklären Sie den Aufbau der Spannung und den abgebildeten Spannungsverlauf.
- b) Begründen Sie rechnerisch, weshalb unter diesen Bedingungen die Spannung an der Photozelle einen gewissen Höchstwert  $U_{max}$  nicht überschreitet.<sup>10</sup>
- c) Geben Sie an, wie sich  $U_{max}$  und die Anfangssteigung der  $U$ - $t$ -Kurve verändern, wenn man im Versuch bei gleich bleibender Wellenlänge die Intensität der Bestrahlung erhöht. Begründen Sie kurz Ihre Antwort.<sup>3</sup>



Die Photozelle soll dazu dienen, bei Bedarf eine bestimmte Spannung reproduzieren zu können. Zu diesem Zweck wird die Anordnung so eingestellt, dass die Zelle nur mit Licht der Wellenlänge  $\lambda_L = 382\text{nm}$  bestrahlt wird.<sup>10</sup>

- d) Berechnen Sie die maximale Austrittsgeschwindigkeit der Photoelektronen.
- e) Berechnen Sie die zu  $\lambda_L$  gehörende Photospannung  $U_L$ .<sup>10</sup>
- f) Geben Sie an, wie es sich auf  $U_L$  auswirkt, wenn die Intensität des auf die Photokathode treffenden Lichts der Wellenlänge  $\lambda_L$  Schwankungen unterliegt. Begründen Sie Ihre Antwort.<sup>10</sup>

<sup>10</sup>LEIFI-Physik, abrufbar unter <https://www.leifiphysik.de/quantenphysik/quantenobjekt-photon/aufgabe/photoeffekt-und-spannungsnormal-abitur-2002-gk-a2-2>, Zugriff am 29.02.2024.

### Anhang: Auslösearbeit verschiedener Materialien

Folgende Tabelle gibt einen Überblick über Auslösearbeiten verschiedener Materialien.<sup>11</sup>

Material	$W_A$ in eV	Material	$W_A$ in eV
CS2	0.99 - 1.12	FeS2	3.80
(Ba,Sr)CO3	1.25	FeO	3.85
SrO	1.27	Graphit	4.00
CaO	1.60 ± 0.20	Al	4.06 - 4.41
Cs	1.70 - 2.14	Mo	4.16 - 4.20
BaO	1.80 - 2.52	Ta	4.19
Y2O3	2.00	MoO3	4.25
Gd2O3	2.10	Pb	4.25
Tb2O3	2.10	Ag	4.26 - 4.74
Dy2O3	2.10	Cu	4.30 - 4.50
Ho2O3	2.10	Ti	4.33
Rb	2.13	Zn	4.34
LaB6	2.14	Pyrex	4.48
Li	2.20	Hg	4.49
K	2.25	Fe	4.50 - 4.81
Na	2,28	Cu	4.53 - 4.94
Nd2O3	2.30	W	4.54 - 4.60
Er2O3	2.40	Al	2O3 4.70
ThO2	2.54	MgO	4.70
Eu2O3	2.60	Si	4.85
La2O3	2.80	SiO2	5.00
Pr6O11	2.80	Ni	5.04 - 5.15
Sm2O3	2.80	Co	5.00
UO2	3.15	Au	5.10 - 5.47
CeO2	3.21	Pt	5.32 - 5.66
U	3.63 - 3.90	ZrO2	5.80
BeO	3.80 - 4.70	TiO2	6.21

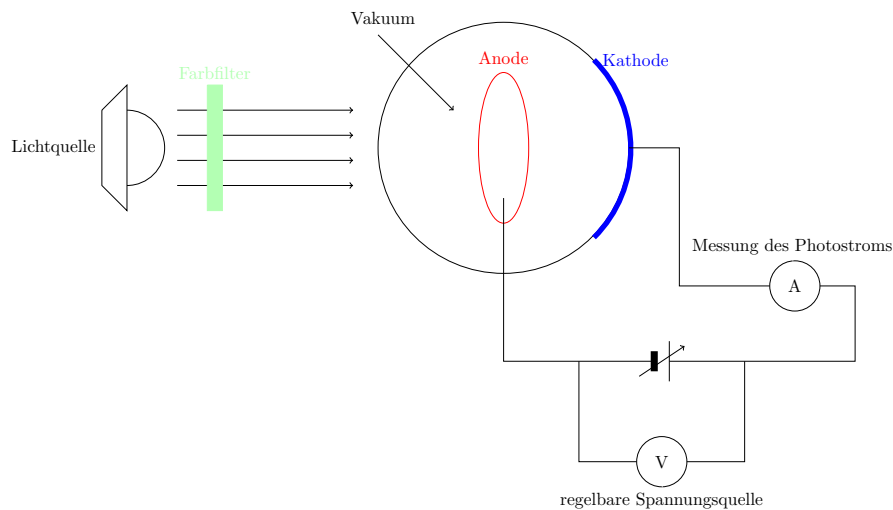
<sup>11</sup>FH Münster, abrufbar unter <https://www.fh-muenster.de/ciw/downloads/personal/juestel/juestel/chemie/Austrittsarbeit.pdf>, Zugriff am 29.02.2024.

## Lösungen

### Aufgabe 1: Aufbau und Durchführung

#### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
a)	S5: erklären bekannte Messverfahren sowie die Funktion einzelner Komponenten eines Versuchsaufbaus. K4: formulieren unter Verwendung der Fachsprache chronologisch und kausal strukturiert	I
b)	S1: erklären Phänomene unter Nutzung bekannter physikalischer Modelle und Theorien.	I



- a) Mit der Gegenfeldmethode wird die maximale kinetische Energie der Photoelektronen bestimmt. Mit einer regelbaren Lichtquelle kann man Licht unterschiedlicher Frequenzen auf die Kathode der Photozelle senden. Das Licht fällt auf die Kathode der Photozelle und löst analog zum Hallwachs-Versuch Elektronen aus dieser heraus, die sogenannten Photoelektronen. Die Elektronen erhalten eine kinetische Energie und bewegen sich in Richtung Anode. Durch eine angelegte Gegenspannung werden die Elektronen abgebremst. Erreichen die Elektronen die Anode, so bewegen sie sich durch den Stromkreis zurück zur

Kathode, was als Photostrom messbar ist. Die Gegenspannung  $U_G$  zwischen Anode und Kathode wird vergrößert bis der Photostrom gleich Null ist. Diese Spannung bezeichnen wir als Photospannung  $U_{Ph}$ . Die Elektronen erreichen die Anode nun nicht mehr. Der Abbremsvorgang zwischen Kathode und Anode entspricht einem Beschleunigungsvorgang (Energieumwandlung). Die kinetische Energie der Elektronen wird dann vollständig in elektrische Energie umgewandelt. Die maximale kinetische Energie der Elektronen ist dann  $E_{kin,max} = e \cdot U_{Ph}$ .

- b) Beim Photoeffekt gibt ein Photon seine Energie an ein Elektron des Kathodenmaterials ab. Ein Teil der Photonenenergie dient dem „Herauslösen“ des Elektrons aus der Kathode (Auslösearbeit  $W_A$ ), der restliche Energiebetrag liegt als kinetische Energie des Elektrons ( $E_{kin}$ ) vor. Aufgrund des Energieerhaltungssatzes gilt

$$E_{Licht} = E_{kin} + W_A$$

Da die kinetische Energie  $E_{kin}$  der Elektronen der Arbeit  $E_{el} = e \cdot U$  im elektrischen Feld dient, ist aus Gründen der Energieerhaltung  $E_{kin} = e \cdot U$  und damit

$$E_{Licht} = e \cdot U + W_A$$

Wir haben experimentell gezeigt, dass der Photoeffekt erst ab einer bestimmten Grenzfrequenz  $f_G$  auftritt. Aufgrund der Beziehung  $f_G = \frac{c}{\lambda_G}$  gibt die Grenzwellenlänge  $\lambda_G$  eine maximale Wellenlänge an, bis zu welcher der Photoeffekt auftritt.

## Aufgabe 2: Kenngrößen rechnerisch und graphisch

### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
a)	S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an. E7: berücksichtigen Messunsicherheiten und analysieren die Konsequenzen für die Interpretation des Ergebnisses.	II
b)c)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	II
d)	S6: erklären bekannte Auswertverfahren und wenden sie auf Messergebnisse an	II

	K6: veranschaulichen Informationen in ziel-, sach- und adressatengerechten Darstellungsformen, auch mithilfe digitaler Werkzeuge.	
e)-g)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	III

- a) Wir ergänzen zunächst unserer Tabelle um die Werte der maximalen kinetischen Energie und der Frequenz. Dabei verwenden wir die Zusammenhänge  $f = \frac{c}{\lambda}$  mit  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s und  $E_{kin,max} = e \cdot U_{Ph}$  mit  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  As.

Wellenlänge $\lambda$ in nm	432	484	510
Frequenz $f$ in $10^{14}$ in 1/s	6,94	6,20	5,88
Photospannung $U_{Ph}$ in V	0,77	0,45	0,32
$E_{kin,max}$ in $10^{-19}$ J	1,23	0,72	0,51

Wir bestimmen die Steigung (Steigungsdreieck) für jeweils zwei Werte:

$$m_{12} = \frac{E_{kin,max,2} - E_{kin,max,1}}{f_2 - f_1} = \frac{(0,72 - 1,23)10^{-19} \text{ J}}{(6,09 - 6,71)10^{14} \frac{1}{\text{s}}} = 6,89 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$m_{13} = \frac{E_{kin,max,3} - E_{kin,max,1}}{f_3 - f_1} = \frac{(0,51 - 1,23)10^{-19} \text{ J}}{(5,88 - 6,94)10^{14} \frac{1}{\text{s}}} = 6,79 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$m_{23} = \frac{E_{kin,max,3} - E_{kin,max,2}}{f_3 - f_2} = \frac{(0,51 - 0,72)10^{-19} \text{ J}}{(5,88 - 6,20)10^{14} \frac{1}{\text{s}}} = 6,56 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Im Mittel erhält man damit eine Steigung von

$$\bar{m} = \frac{1}{3}(6,89 + 6,79 + 6,56) \cdot 10^{-34} \text{ Js} = 6,75 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Fehlerbetrachtung:

absoluter Fehler:  $0,12 \cdot 10^{-34}$  Js

relativer Fehler:  $\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{6,75 \cdot 10^{-34} \text{ Js}} \approx 98\%$

Der berechnete Wert weicht also nur 2% vom Literaturwert ab.

- b) Für die Grenzfrequenz  $f_G$  gilt  $E_{kin,max}(f_G) = 0$  und damit erhält man im Mittel

$$\begin{aligned} \bar{m} &= \frac{E_j - 0}{f_j - f_G} \text{ für alle } i, j = 1, 2, 3 \\ \leftrightarrow \bar{f}_G &= \frac{1}{3} \left( \frac{\bar{m}f_1 - E_{kin,max,1}}{\bar{m}} + \frac{\bar{m}f_2 - E_{kin,max,2}}{\bar{m}} + \frac{\bar{m}f_3 - E_{kin,max,3}}{\bar{m}} \right) \\ &= \frac{1}{3}(5,12 + 5,13 + 5,12) \cdot 10^{14} \text{ Hz} = 5,12 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \end{aligned}$$

Damit ergibt sich für die Grenzwellenlänge

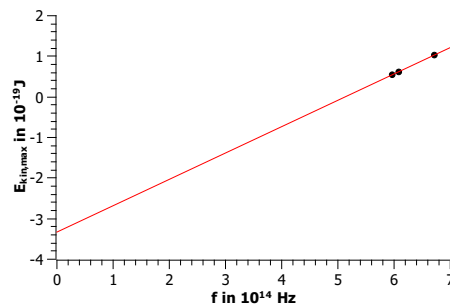
$$\lambda = \frac{c}{f} = 586 \text{ nm}$$

- c) Der Photoeffekt tritt unterhalb der Grenzwellenlänge  $\lambda_G$  auf. Hat das Licht gerade die Grenzwellenlänge  $\lambda_G$ , so ist die maximale kinetische Energie der Elektronen  $E_{kin,max} = 0$ . Mit der lichtelektrischen Gleichung folgt dann:

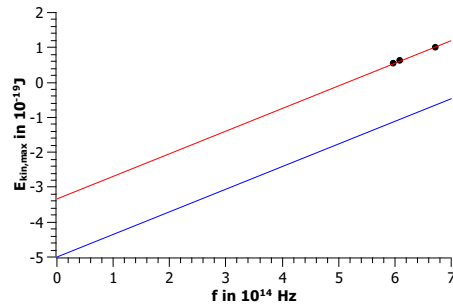
$$\begin{aligned} E_{Licht} &= E_{kin,max} - W_A \\ \Leftrightarrow h \cdot f &= 0 - W_A \\ \Leftrightarrow W_A &= \frac{h \cdot c}{\lambda_G} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{586 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \\ &= 3,39 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,12 \text{ eV} \end{aligned}$$

Damit handelt es sich um das Kathodenmaterial Rubidium.

- d) Diagramm:



- e) Da die Steigung materialunabhängig  $h$  ist, muss der Graph parallel zum Graphen aus d) sein. Da das Material die Elektronen stärker bindet, ist die Auslösearbeit größer und damit der y-Achsenabschnitt kleiner.



- f) Ab der Grenzwellenlänge  $\lambda_G$  erreichen keine Elektronen mehr die Anode. Damit kann keine Photospannung und somit auch keine maximale kinetische Energie der Photoelektronen bestimmt werden.
- g) Damit der Nachweis gelingt, muss die Energie der Photonen größer sein als die Auslösearbeit. Es muss gelten:  $h \cdot f > W_A$ . Wir berechnen die Photonenenergie in eV:

$$E_{\text{Licht,grün}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 5,38 \cdot 10^{14} \frac{1}{\text{s}} = 3,57 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,23 \text{ eV} > 2,12 \text{ eV} = W_A$$

$$E_{\text{Licht,rot}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 4,5 \cdot 10^{14} \frac{1}{\text{s}} = 2,98 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,86 \text{ eV} < 2,12 \text{ eV} = W_A$$

Die Photozelle aus Rubidium ist also für den Nachweis von grünem Licht geeignet, aber nicht für den Nachweis von rotem Licht.

### Aufgabe 3: Zusammenhang von $\lambda$ , $U$ und $P$

#### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
a)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	III
b)	S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	II
c)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen.	III

K6: veranschaulichen Informationen in ziel-, sach- und adressatengerechten Darstellungsformen, auch mithilfe digitaler Werkzeuge.

a)

$$E_{\text{Licht}} = E_{\text{kin}} + W_A \Leftrightarrow \frac{hc}{\lambda} = e \cdot U + W_A \Leftrightarrow \lambda = \frac{hc}{e \cdot U + W_A}$$

b)

$$\lambda = \frac{hc}{e \cdot U + W_A} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} + 3,41 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 4,0 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 400 \text{ nm}$$

Das Licht ist damit violett.

c) Auf die Photokathode treffen pro Sekunde  $N_1$  Photonen:

$$\frac{N_1}{1 \text{ s}} = \frac{P}{E_{\text{Licht}}} = \frac{P \cdot \lambda}{h \cdot c}$$

Ein gewisser Prozentsatz dieser Photonen löst Elektronen aus, die einen Strom  $I_1$  bewirken. Für die Energie dieser Elektronen gilt  $E_{\text{kin,max}} = h \cdot f - W_A$ . Der Photostrom kommt daher bei einer Gegenspannung von

$$E_{\text{kin,max}} = e \cdot U_1 = h \cdot f - W_A \\ \Leftrightarrow U_1 = \frac{h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_A}{e}$$

zum Erliegen, da dann keine Elektronen mehr zur Anode gelangen können.

Im Fall 2) treffen im Vergleich zum Fall 1) doppelt so viele Photonen auf die Kathode ( $P$  ist doppelt so groß), so dass der Photostrom  $I_2$  doppelt so groß ist wie der Photostrom  $I_1$ . Da die Wellenlänge des Lichts und damit auch die Frequenz gleich bleibt, ist wegen  $U_2 = \frac{h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_A}{e}$  die erforderliche Gegenspannung, die Strom  $I_2$  zum Erliegen bringt genauso groß wie bei Fall 1).

Im Fall 3) ist die Photonenenergie wegen  $\lambda_2 > \lambda_1$  nun kleiner. Daher kommt der Photostrom schon bei der Gegenspannung

$$U_3 = \frac{h \cdot \frac{c}{\lambda_2} - W_A}{e} \leq U_2 = U_1$$

zum Erliegen.



**Aufgabe 4: Photozelle mit Saugspannung****Kompetenzen und Anforderungsbereiche**

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
a)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. K8: nutzen ihr Wissen über aus physikalischer Sicht gültige Argumentationsketten zur Beurteilung vorgegebener und zur Entwicklung eigener innerfachlicher Argumentationen.	III
b)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	II
c)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	III
d)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. K8: nutzen ihr Wissen über aus physikalischer Sicht gültige Argumentationsketten zur Beurteilung vorgegebener und zur Entwicklung eigener innerfachlicher Argumentationen.	III

- a) Die Photoelektronen verlassen die Kathode in verschiedene Richtungen, sodass ohne Saugspannung nur wenige die Anode erreichen. Die Saugspannung lädt die Ringanode positiv und zieht die Photoelektronen an. Bei zunehmender Saugspannung treffen somit immer mehr Photoelektronen auf die Anode, was sich in einem größeren Photostrom zeigt. Die Sättigungsstromstärke ist erreicht, sobald nahezu alle Photoelektronen die Anode erreichen.

b)

$$W_A = h \cdot f - U \cdot e = h \cdot \frac{c}{\lambda} - U \cdot e$$

$$= 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{436 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - 1,44 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 3,12 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,95 \text{ eV}$$

Das Material kann also Cäsium oder Bariumoxid sein.

c) Mit:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta E = P \cdot \Delta t = 1,2 \text{ W} \cdot 1 \text{ s} = 1,2 \text{ J}$$

Pro Sekunde auftreffende Photonen:

$$N_{Ph} = \frac{\Delta E}{E_{Licht}} = \frac{\Delta E}{h \cdot f} = \frac{\Delta E \cdot \lambda}{h \cdot c} = \frac{1,2 \text{ J} \cdot 250 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 2,2 \cdot 10^{18}$$

Mit:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta Q = I \cdot \Delta t = 40 \text{ mA} \cdot 1 \text{ s} = 40 \cdot 10^{-3} \text{ C}$$

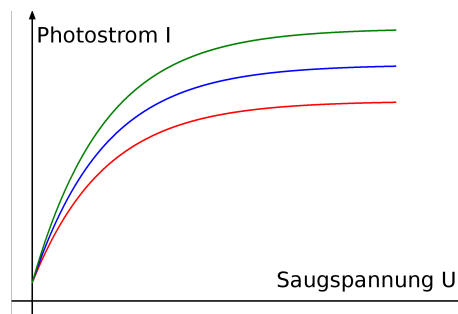
Pro Sekunde ausgelöste Photoelektronen:

$$N_e = \frac{\Delta Q}{e} = \frac{40 \cdot 10^{-3} \text{ C}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 2,5 \cdot 10^{17}$$

Daraus berechnet sich der Anteil zu:

$$\frac{N_e}{N_{Ph}} = \frac{2,5 \cdot 10^{17}}{2,2 \cdot 10^{18}} = 0,114 = 11,4 \%$$

d) Eine zunehmende Bestrahlungsintensität bedeutet mehr Photonen. Diese größere Anzahl an Photonen ist in der Lage, mehr Elektronen aus der Photokathode auszulösen. Damit können auch mehr Photoelektronen die Anode erreichen. Es kann also eine höhere Sättigungsstromstärke erreicht werden.

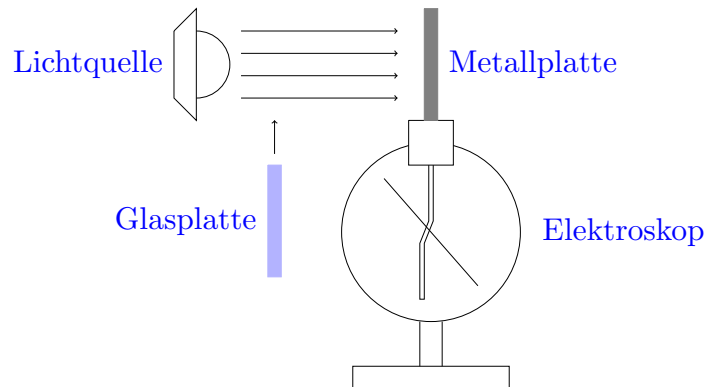


**Aufgabe 5: Die Grenzen des klassischen Wellenmodells**

**Kompetenzen und Anforderungsbereiche**

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
a)	S5: erklären bekannte Messverfahren sowie die Funktion einzelner Komponenten eines Versuchsaufbaus. K4: formulieren unter Verwendung der Fachsprache chronologisch und kausal strukturiert	I
b)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen.	II

- a) Auf ein Elektroskop wird eine Metallplatte gesteckt. Das Elektroskop wird positiv oder negativ aufgeladen und mit einer Lichtquelle bestrahlt. Bei der Versuchsdurchführung wird die Leuchtquelle, deren Intensität und die Ladung der Platte variiert.



- b) Die Lösungen der Zuordnungsaufgabe sind in den QR-Code eingebunden.

Beobachtung	Wellenmodell	Photonenmodell
Bei der Bestrahlung mit Licht entlädt sich die Metallplatte bei einer zuvor negativ geladenen Platte, aber nicht bei einer positiv geladenen Platte.	X	

Beim Einbringen einer Glasplatte in den Strahlengang oder beim Bestrahlen mit Infrarotlicht entlädt sich die negativ geladene Metallplatte nicht.	X
Die Entladung der Metallplatte tritt sofort ohne Zeitverzögerung ein.	X

### Aufgabe 6: Die Newton'schen Versuche

#### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
a)f)g)	S1: erklären Phänomene unter Nutzung bekannter physikalischer Modelle und Theorien.	III
b)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	III
c)-e)	S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	II
h)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. K8: nutzen ihr Wissen über aus physikalischer Sicht gültige Argumentationsketten zur Beurteilung vorgegebener und zur Entwicklung eigener innerfachlicher Argumentationen.	III

- a) Ein Photostrom ist erst ab einer bestimmten Frequenz beobachtbar. Mit zunehmender Frequenz nimmt der Photostrom zu.
- b) Für die Geschwindigkeit der Elektronen gilt:

$$h \cdot f = E_{kin} + W_A = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v_e^2 + W_A$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v_e^2 = h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_A$$

$$\Leftrightarrow v_e = \sqrt{\frac{2}{m_e} \cdot \left( h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_A \right)}$$

c) Mit  $E_{kin,max} = 0$  erhält man:

$$h \cdot f_G = h \cdot \frac{c}{\lambda_G} = W_A$$

$$\Rightarrow \lambda_G = \frac{h \cdot c}{W_A} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,94 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 640 \text{ nm}$$

d) Die schnellsten Elektronen werden durch violettes Licht ausgelöst; deren Frequenz beträgt  $7,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ , dies ist die höchste Frequenz des Spektrums. Die Energie ist:

$$E_{kin,max} = hf - W_A$$

$$= 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 7,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz} - 3,1 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$= 1,87 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$= 1,17 \text{ eV}$$

Die Geschwindigkeit erhält man aus:

$$E_{kin} = m \cdot v$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 1,87 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}}$$

$$= 6,41 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

Die Grenzwellenlänge von Silber ist  $\lambda_G = 260 \text{ nm}$ . Die Wellenlänge von violettem Licht ist  $\lambda_{violett} = 400 \text{ nm}$ . Da  $\lambda_{violett} > \lambda_{G,Silber}$  kann violettes Licht keine Elektronen aus der Silberfläche auslösen.

e) Mit  $v_e = \sqrt{\frac{2}{m_e} \cdot (h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_A)}$  erhält man:

Für  $\lambda_1 = 400 \text{ nm}$  erhält man:  $v_{e,1} = 8,6 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ .

Für  $\lambda_2 = 800 \text{ nm}$  erhält man:  $v_{e,2} = 4,4 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ .

Also gilt  $v_{e,2} \leq v_e \leq v_{e,1}$

f) Die ultravioletten Photonen haben eine höhere Frequenz als die violetten und können somit ebenfalls Elektronen aus der Photokathode auslösen.

g) Die infraroten Photonen haben eine niedrigere Frequenz als die roten und können daher keine Elektronen aus der Photokathode auslösen.

- h) Ultraviolettes Licht hat eine höhere Frequenz als infrarotes Licht. Damit folgt aus  $E = hf$  für die Energie eines Photons, dass ein ultraviolettes Photon mehr Energie besitzt als ein infrarotes. Daher können Elementarprozesse, für die eine bestimmte Energie nötig ist, mit ultraviolettem Licht ausgelöst werden und mit infrarotem nicht.

Die Formulierung, ultraviolettes Licht sei „energiereicher“ als infrarotes, ist jedoch nicht sinnvoll. Die Energie, die von einem Lichtbündel (pro Zeit) transportiert wird, hängt wesentlich von der Photonendichte ab. Die Infrarotstrahlung eines leistungsstarken Grills ist in diesem Sinne sehr viel energiereicher als beispielsweise das UV-Licht einer Quecksilberdampfampe.

### Aufgabe 7: Photozelle als Spannungsquelle

#### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
a)b)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. K8: nutzen ihr Wissen über aus physikalischer Sicht gültige Argumentationsketten zur Beurteilung vorgegebener und zur Entwicklung eigener innerfachlicher Argumentationen.	III
c)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	III

- a) Die Grenzwellenlänge von Kalium ist 551 nm. Photonen mit Wellenlänge 656 nm können keine Elektronen auslösen, während Photonen mit Wellenlänge 434 nm Elektronen auslösen.
- b) Durch das Auslösen der Elektronen aus der Kathode lädt sich diese positiv auf. Durch das Auftreffen der Elektronen auf die Anode lädt sich diese negativ auf. Dadurch entsteht zwischen Anode und Kathode eine Spannung. Ab einer bestimmten Spannung werden die Elektronen so stark gebremst, dass keine Elektronen mehr die Anode erreichen. Die Spannung zwischen Anode und Kathode erhöht sich nicht mehr und bleibt konstant.

c) Setzt man

$$e \cdot U = h \cdot f - W_A = \frac{h \cdot c}{\lambda} - W_A \Leftrightarrow U = \frac{1}{e} \left( \frac{h \cdot c}{\lambda} - W_A \right) = 6,14 \cdot 10^{-11} \text{ V} = 0,61 \text{ eV}$$

in  $Q = C \cdot U$  ein, so ergibt sich

$$\begin{aligned} Q &= \frac{C}{e} \left( \frac{h \cdot c}{\lambda} - W_A \right) \\ &= \frac{10 \cdot 10^{-9} \text{ F}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}} \left( \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{434 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - 2,25 \text{ V} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \right) \\ &= 6,14 \cdot 10^{-9} \text{ As} \end{aligned}$$

### Aufgabe 8: Schwebende Partikel

#### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
a)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. K8: nutzen ihr Wissen über aus physikalischer Sicht gültige Argumentationsketten zur Beurteilung vorgegebener und zur Entwicklung eigener innerfachlicher Argumentationen.	III
b)c)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	III

- a) Das elektrische Feld im Kondensator übt eine Kraft auf die geladenen Kupferpartikel aus. Der Schwebezustand ist möglich, wenn die nach oben gerichtete elektrische Kraft betragsgleich der nach unten gerichteten Gravitationskraft ist. Nach dem Photoeffekt müssen die Kupferpartikel positiv geladen sein, da Elektronen sich ablösen. Daraus kann man folgern, dass die obere Platte des Kondensators negativ geladen sein muss.
- b) Im Schwebezustand ist der Betrag  $F_{el}$  der elektrischen Kraft gleich dem Betrag  $F_G$  der

Gravitationskraft. Daraus ergibt sich

$$F_{el} = F_G \Leftrightarrow q \cdot E = m \cdot g$$

$$\Leftrightarrow q \cdot \frac{U}{d} = m \cdot g$$

$$\Leftrightarrow q = \frac{m \cdot g \cdot d}{U} = \frac{3,2 \cdot 10^{-15} \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ N/kg} \cdot 3,85 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{750 \text{ V}} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} = e$$

- c) Durch die UV-Bestrahlung werden weitere Elektronen aus dem Kupferpartikel gelöst, das der Reihe nach die Ladung  $2e, 3e, \dots$  trägt. Da wegen  $U \sim \frac{1}{q}$  gilt, ergibt sich für  $U_2$  der halbe Wert von  $U_1$ , d.h.  $U_2 = 375 \text{ V}$ . Analog gilt für  $U_3 = \frac{U_1}{3}$  usw.

### Aufgabe 9: An Bord eines Satelliten

#### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
a)c)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. K8: nutzen ihr Wissen über aus physikalischer Sicht gültige Argumentationsketten zur Beurteilung vorgegebener und zur Entwicklung eigener innerfachlicher Argumentationen.	III
b)d)e)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	II
f)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen.	III

- a) Das Licht löst Elektronen aus der Kathode der Photozelle aus. Erhalten die Elektronen eine Energie, die größer als die notwendige Auslösearbeit ist, so besitzen sie kinetische Energie und bewegen sich zur Anode hin. Durch das Auslösen der Elektronen aus der Kathode wird diese positiv (Elektronenmangel), während die Anode negativ geladen wird (Elektronenüberschuss). Je mehr Elektronen die Anode erreichen, desto größer wird die Spannung  $U$  zwischen Metallplatte und Anode. Mit zunehmender Spannung  $U$  erreichen



immer weniger Photoelektronen die Anode, wodurch die Spannung  $U$  langsamer ansteigt und schließlich einen Maximalwert erreicht, bei dem die schnellsten Photoelektronen die Anode gerade nicht mehr erreichen.

- b) Die austretenden Photoelektronen können maximal die Energie

$$E_{kin,max} = E_{Ph} - W_A = \frac{h \cdot c}{\lambda} - W_A$$

besitzen. Sie können also maximal die Spannung

$$\begin{aligned} E_{kin,max} &= U_{max} \cdot e \\ \Leftrightarrow U_{max} &= \frac{E_{kin,max}}{e} = \frac{\frac{h \cdot c}{\lambda} - W_A}{e} \\ &= \frac{\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{250 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - 2,25 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ AsV}}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}} \\ &= 2,72 \text{ V} \end{aligned}$$

aufbauen.

- c)  $U_{max}$  bleibt bei Erhöhung der Bestrahlungsintensität gleich, weil die maximale kinetische Energie unabhängig von der Intensität des Lichts ist. Eine höhere Intensität bedeutet, dass mehr Photonen pro Zeiteinheit auf die Kathode treffen und damit auch mehr Elektronen ausgelöst werden.  $U$  steigt also schneller an.
- d) Die Geschwindigkeit der Elektronen erhält man mit der lichtelektrischen Gleichung:

$$\begin{aligned} \frac{h \cdot c}{\lambda} &= W_A + E_{kin} \\ \Leftrightarrow E_{kin} &= \frac{h \cdot c}{\lambda} - W_A \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 &= \frac{h \cdot c}{\lambda} - W_A \\ \Leftrightarrow v &= \sqrt{\frac{2}{m_e} \left( \frac{h \cdot c}{\lambda} - W_A \right)} \\ &= \sqrt{\frac{2}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} \cdot \left( \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{382 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - 3,4 \cdot 10^{-19} \text{ J} \right)} \\ &= 6,2 \cdot 10^5 \text{ m/s} \end{aligned}$$

e) Analog erhält man

$$\begin{aligned}U_{max} &= \frac{E_{kin,max}}{e} = \frac{\frac{h \cdot c}{\lambda} - W_A}{e} \\&= \frac{\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{382 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - 2,25 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ AsV}}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}} \\&= 1 \text{ V}\end{aligned}$$

f) Die maximale kinetische Energie ist unabhängig von der Intensität des Lichts, daher haben Schwankungen der Intensität keine Auswirkungen auf die Spannung  $U_L$ .

### 4.3. Materiewellen

In dem Kapitel „Materiewellen“ des saarländischen Lehrplans soll die Hypothese von de Broglie und damit die Welleneigenschaften von Teilchen mit der Elektronenbeugungsröhre qualitativ bestätigt werden.

#### Sachanalyse

Da Photonen Teilchencharakter zeigen, kann man ihnen auch typische Teilcheneigenschaften, wie Masse und Impuls, zuschreiben. Jedes Photon besitzt die Energie

$$E_{\text{Photon}} = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}.$$

Mit dem aus der Relativitätstheorie bekannten Zusammenhang zwischen der Ruhemasse  $m_0$  und der dynamischen Masse  $m$  eines Körpers

$$m_0 = m \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

sowie der Kenntnis, dass die Geschwindigkeit eines Photons die Lichtgeschwindigkeit ( $v = c$ ) ist, erhält man

$$m_{0,\text{Photon}} = m \cdot \sqrt{1 - \frac{c^2}{c^2}} = m \cdot 0 = 0.$$

Photonen besitzen somit keine Ruhemasse und können sich in keinem System in Ruhe befinden. Sie besitzen aber eine Energie, weshalb die dynamische Masse von 0 verschieden sein muss. Wir erhalten durch Gleichsetzen

$$E = h \cdot f = m_{\text{Photon}} \cdot c^2 \Leftrightarrow m_{\text{Photon}} = \frac{h \cdot f}{c^2} = \frac{h}{c \cdot \lambda}.$$

Diese Masse bewirkt, dass Photonen von Gravitationsfeldern abgelenkt werden und dabei Energie verlieren oder gewinnen können. Mit  $p = \frac{E}{c}$  erhält man für den Betrag des Impulses

$$|\vec{p}_{\text{Photon}}| = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Für den vektoriellen Impuls erhält man

$$\vec{p} = \frac{h}{\lambda} \cdot \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|} = \frac{h}{2\pi} \cdot \vec{k} \quad \text{mit} \quad |\vec{k}| = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

mit dem Wellenvektor  $\vec{k}$  [104].

Nachdem Einstein die Lichtquantenhypothese begründete, postulierte Louis de Broglie 1924, dass man diese dualistische Beschreibung durch das Wellen- und Teilchenmodell auch auf andere Körper anwenden sollte [115]. Er erhielt 1929 den Nobelpreis in Physik für seine Arbeit [104]. Aussage des Postulats von de Broglie ist, dass man Teilchen als Folge der dualistischen Eigenschaft auch eine Wellenlänge

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{h}{\sqrt{2m \cdot E_{kin}}}$$

zuordnen kann. Für Teilchen im thermischen Gleichgewicht ist die de Broglie-Wellenlänge mit  $E_{kin} = \frac{3}{2}k_B T$

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{\sqrt{3mk_B T}},$$

wobei  $T$  die Temperatur im thermischen Gleichgewicht ist. Analog erhält man für Teilchen, die eine Spannung  $U_B$  durchlaufen und damit auf eine Geschwindigkeit  $v \ll c$  beschleunigt werden mit  $E_{kin} = e \cdot U_B$  die de Broglie-Wellenlänge

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{\sqrt{2meU_B}}.$$

Für relativistische Teilchen ( $v \approx c$ ) erhält man die de Broglie-Wellenlänge über die relativistische Energie-Impuls-Beziehung

$$E = \sqrt{E_0^2 + p^2 c^2} \Leftrightarrow p = \frac{\sqrt{E^2 - E_0^2}}{c}.$$

Mit  $E = E_0 + E_{kin}$  gilt

$$p = \frac{\sqrt{(E_0 + E_{kin})^2 - E_0^2}}{c} = \frac{\sqrt{2 \cdot E_0 \cdot E_{kin} + E_{kin}^2}}{c}.$$

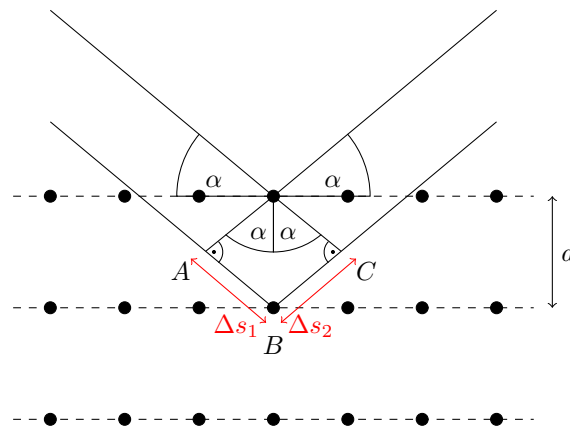
Mit der de Broglie-Wellenlänge  $\lambda_{dB} = \frac{h}{p}$  folgt

$$\lambda_{dB} = \frac{h \cdot c}{\sqrt{2 \cdot E_0 \cdot E_{kin} + E_{kin}^2}}.$$

Man erhält

$$\lambda_{dB} = \frac{h \cdot c}{\sqrt{2 \cdot e \cdot U_B \cdot m_e \cdot c^2 + (e \cdot U_B)^2}}$$

durch Einsetzen von  $E_0 = m_e \cdot c^2$  und  $E_{kin} = e \cdot U_B$  [116].



**Abbildung 4.20.:** Skizze zur Herleitung der Bragg-Bedingung. Die einlaufenden Lichtstrahlen werden an den Gitteratomen gemäß dem Reflexionsgesetz reflektiert .

Clinton Joseph Davisson und Lester Halbert Germer konnten dieses von de Broglie aufgestellte Postulat erstmals beweisen. Sie schickten in einer Serie von Experimenten Elektronen auf einen Einkristall aus Nickel und maßen die Intensität der gestreuten Elektronen in verschiedenen Richtungen. Sie beobachteten je nach Beschleunigungsspannung unterschiedliche Intensitätsmaxima, welche die von de Broglie postulierte Beziehung  $\lambda_{dB} = \frac{h}{mv}$  bestätigten. Außerdem konnten sie zeigen, dass die Messergebnisse die optische Gitterformel, heute bekannt als Bragg-Bedingung, erfüllen [117].

Die Bragg Bedingung wurde 1912 von William Lawrence Bragg hergeleitet und gemeinsam mit seinem Vater William Henry Bragg veröffentlicht. Sie beschreibt mit

$$2d \cdot \sin \alpha = k \cdot \lambda_{DB}, \quad k \in \mathbb{N}$$

die bei der Beugung von Röntgenstrahlung an Kristallen entstehenden Muster durch die Struktur der Gitterebenen. Dabei beschreibt  $d$  den Abstand zwischen den Gitterebenen,  $k$  die Beugungsordnung und  $\alpha$  den Winkel zwischen Röntgenstrahl und Gitterebene [118].

Diese Bragg-Bedingung lässt sich wie folgt nach [25] herleiten. Eine Graphitfolie besteht aus vielen kleinen Kristallen mit unterschiedlich orientierten Netzebenen. Die Kristalle besitzen eine regelmäßige Gitterstruktur, an welcher die Elektronen gebeugt werden. Sie wirken als teildurchlässiger Spiegel und reflektieren nur dann, wenn die Reflexionen an den Schichtebenen zu konstruktiver Interferenz führen. Abbildung 4.20 zeigt eine solche Gitterstruktur.

Sei  $d$  der Abstand der Kristallebenen, dann gilt für den Gangunterschied  $\Delta s$  zwischen Weg 1 und Weg 2

$$\begin{aligned} \Delta s &= \Delta s_1 + \Delta s_2 \\ &= |\overline{AB}| + |\overline{BC}|. \end{aligned}$$

Mit  $|\overline{AB}| = |\overline{BC}|$  und  $\sin \alpha = \frac{|\overline{AB}|}{d}$  folgt

$$\Delta s = 2 |\overline{AB}| = 2d \cdot \sin \alpha.$$

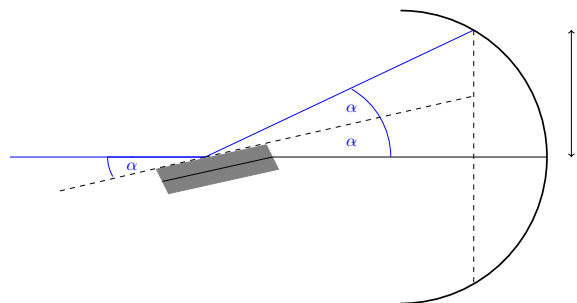
Die Bedingung für konstruktive Interferenz ist

$$\Delta s = k\lambda, \quad k \in \mathbb{N}.$$

Damit folgt die Bragg-Bedingung

$$2d \cdot \sin \alpha = k \cdot \lambda_{DB}, \quad k \in \mathbb{N}.$$

Die Ringstruktur entsteht durch die zufälligen Orientierungen der Mikrokristalle der Graphitfolie im Raum. Abbildung 4.21 zeigt einen zufälligen Mikrokristall. Es kommt nur dann zu einer Reflexion, wenn die Bragg-Bedingung erfüllt ist. Dies bedingt eine axialsymmetrische Streuung zur ursprünglichen Richtung des Elektronenstrahls. Die ringförmigen Maxima und Minima mit einem gemeinsamen Mittelpunkt entstehen unter dem Winkel  $2\alpha$  durch die zylindrischen Streuwinkel. Zu Maxima kommt es, wenn die Bragg-Bedingung erfüllt ist. Da die Bragg-Bedingung abhängig von der Wellenlänge ist, ändert sich auch der Radius der Maxima und Minima mit der Wellenlänge der Elektronen [116].



**Abbildung 4.21.:** Erklärung der Entstehung der Beugungsringe bei Bragg-Reflexion. Die Beugungsringe entstehen durch die zufällige Orientierung der Graphitkristalle im Raum nach [116].

Die Hypothese von de Broglie lässt sich auch experimentell (siehe Abbildung 4.22 bestätigen. Es sei  $L$  der Abstand von Graphit zum Schirm,  $R$  der Radius der Glaskugel und  $r$  der Radius der Ringe auf dem Schirm, wie in Abbildung 4.22 dargestellt. Aus der Zeichnung erhält man

$$\tan 2\alpha = \frac{r}{l_1 + l_2}.$$

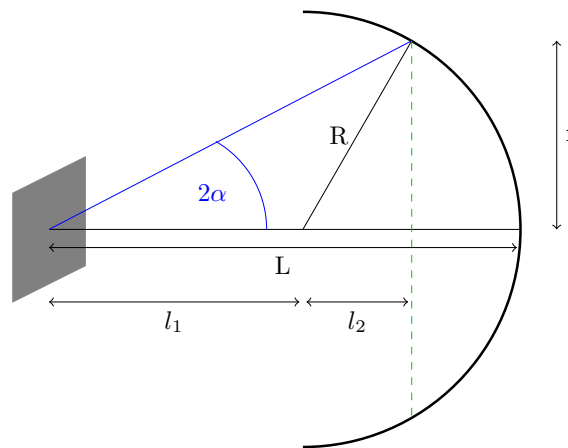
Mit  $l_1 = L - R$  und  $l_2 = \sqrt{R^2 - r^2}$  folgt

$$\tan 2\alpha = \frac{r}{L - R + \sqrt{R^2 - r^2}}$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \frac{1}{2} \cdot \tan^{-1} \left( \frac{r}{L - R + \sqrt{R^2 - r^2}} \right).$$

Interferenzmaxima treten bei Erfüllung der Bragg-Bedingung auf. Wir nehmen an, dass der innere Ring ein Beugungsmaximum 1. Ordnung ist. Damit folgt für die Wellenlänge

$$\lambda_{\text{Experiment}} = 2d \cdot \sin \alpha = 2d \cdot \sin \left( \frac{1}{2} \cdot \tan^{-1} \left( \frac{r}{L - R + \sqrt{R^2 - r^2}} \right) \right).$$

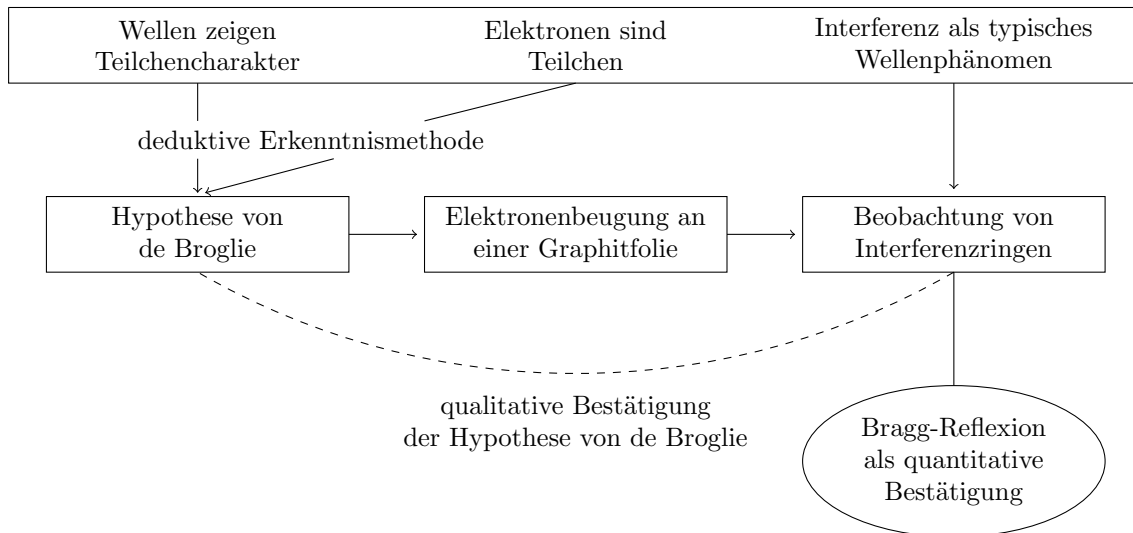


**Abbildung 4.22.:** Experimentelle Bestätigung der Hypothese von de Broglie nach [116].

Ein Netzebenenabstand von Graphit beträgt  $d = 2,13 \cdot 10^{-10}$  m. Vergleicht man diese experimentellen Werte für die Wellenlänge mit den berechneten Werten, so kann die Hypothese von de Broglie bestätigt werden. Auf dem Schirm sieht man im Experiment einen zweiten Interferenzring, welcher ebenfalls ein Maximum 1. Ordnung ist. Das liegt an den zwei unterschiedlichen Netzebenenabständen von Graphit. Graphit besitzt die Netzebenenabstände  $d_1 = 2,13 \cdot 10^{-10}$  m und  $d_2 = 1,23 \cdot 10^{-10}$  m [116].

### Didaktische Analyse

Es bietet sich an, auch in der Schule analog des historischen Gangs die Hypothese von de Broglie als Postulat aufzustellen und anschließend an einem Experiment zu bestätigen. Lernvoraussetzungen für dieses Kapitel sind, wie im Sachstrukturdiagramm in Abbildung 4.23 dargestellt, der Teilchencharakter von Wellen, Elektronen als Teilchen und Interferenz als Wellenphänomen. Aus der lichtelektrischen Gleichung und den bekannten Formeln aus der Relativitätstheorie

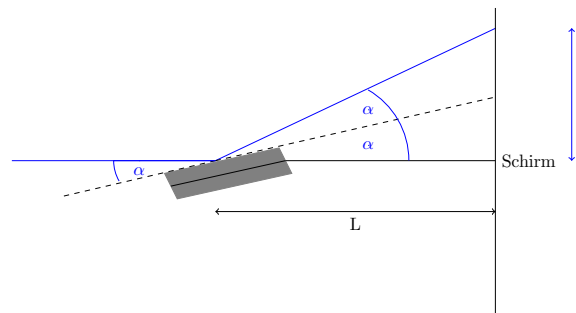


**Abbildung 4.23.:** Sachstrukturdiagramm zu „Materiewellen“

lassen sich Masse und Impuls von Photonen herleiten. Ziel ist, dass die SuS angeben, „dass aus der Relativitätstheorie folgt, dass man Photonen Masse und Impuls zuordnen kann und dass für den Impuls gilt:  $p_{Ph} = \frac{E_{Ph}}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$ “ [29, Seite 57]. Die vektorielle Darstellung des Impulses wird nicht berücksichtigt.

Aus der Erkenntnis, dass Wellen Teilchencharakter zeigen, gelangt man deduktiv zu der Folgerung, dass Teilchen Wellencharakter zeigen und damit zur Hypothese von de Broglie. Durch die Hypothese von de Broglie wird eine historisch bedeutsame Entwicklungsstufe in den Unterricht integriert. Der Lehrplan sieht vor, dass die SuS „die Hypothese von de Broglie [formulieren]: kleine bewegte Teilchen verhalten sich wie eine Welle (Materiewelle) mit der Materiewellenlänge (de Broglie-Wellenlänge):  $\lambda = \frac{h}{p}$  mit  $p = m \cdot v$ “ [29, Seite 57]. Hier ist auf einen vorsichtigen Umgang mit dem Begriff der „Materiewelle“ zu achten. Man sollte betonen, dass es sich um einen formalen Ansatz handelt, um den Wellencharakter von Teilchen zu beschreiben. SuS könnten sonst die Vorstellung entwickeln, dass „etwas Materielles schwingt“ [94]. Weiterhin sollen die SuS „die Formel zur Bestimmung der Materiewellenlänge eines geladenen Teilchens [herleiten], das die Beschleunigungsspannung  $U_B$  durchlaufen hat (nichtrelativistischer Ansatz):  $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2q \cdot U_B \cdot m}}$ “ [29, Seite 57]. Mit dieser Formel werden einige de Broglie-Wellenlängen für verschiedene Beschleunigungsspannungen berechnet und damit gezeigt, dass die de Broglie-Wellenlänge in der Größenordnung von Kristallen liegt. Mit der Elektronenbeugungsröhre wird die Hypothese von de Broglie qualitativ bestätigt [29]. Elektronen werden an Graphit gebeugt und es entsteht ein Interferenzmuster auf dem Fluoreszenzschirm der Elektronenbeugungsröhre. Da Interferenzerscheinungen bislang als typisches Wellenphänomen bekannt sind, ist die Hypothese damit qualitativ bestätigt. Auf eine relativistische Betrachtung wird an dieser Stelle verzichtet. Im LK kann die relativistische Betrachtung und die Abweichung zum klassischen





**Abbildung 4.24.:** Skizze zur Herleitung der Formel für die experimentelle Bestätigung der Bragg-Bedingung in der Schule

Wert im Rahmen einer Fehlerbetrachtung zusätzlich besprochen werden. In der Aufgabensammlung findet sich eine Aufgabe zur relativistischen Rechnung.

Auf eine quantitative Begründung mit Hilfe der Bragg-Reflexion sowie die Thematisierung von zwei Interferenzringen erster Ordnung wird im saarländischen Lehrplan verzichtet. Im LK bietet es sich an, die quantitative Begründung als Vertiefung zu besprechen. Die Herleitung der Bragg-Bedingung kann in der Schule analog der Herleitung in der Sachanalyse durchgeführt werden. Bei der experimentellen Bestätigung kann von einem idealisierten, geraden Schirm ausgegangen werden, wie in Abbildung 4.24 dargestellt. Aus der Zeichnung kann man

$$\begin{aligned}\tan \alpha &= \frac{r}{2L} \\ \Leftrightarrow \alpha &= \tan^{-1}\left(\frac{r}{2L}\right)\end{aligned}$$

ablesen. Mit der Bragg-Bedingung  $2d \cdot \sin(\alpha) = k \cdot \lambda$  erhält man

$$\lambda_{\text{Experiment}} = \frac{2d \cdot \sin(\tan^{-1}(\frac{r}{2L}))}{k}.$$

Diese Formel ist für die SuS leichter nachzuvollziehen als die Herleitung über die Elektronenbeugungsröhre mit einem kugelförmigen Schirm. Außerdem benötigt man den Radius der Kugel nicht und kann die Berechnungen mit einer Simulation problemlos durchführen.

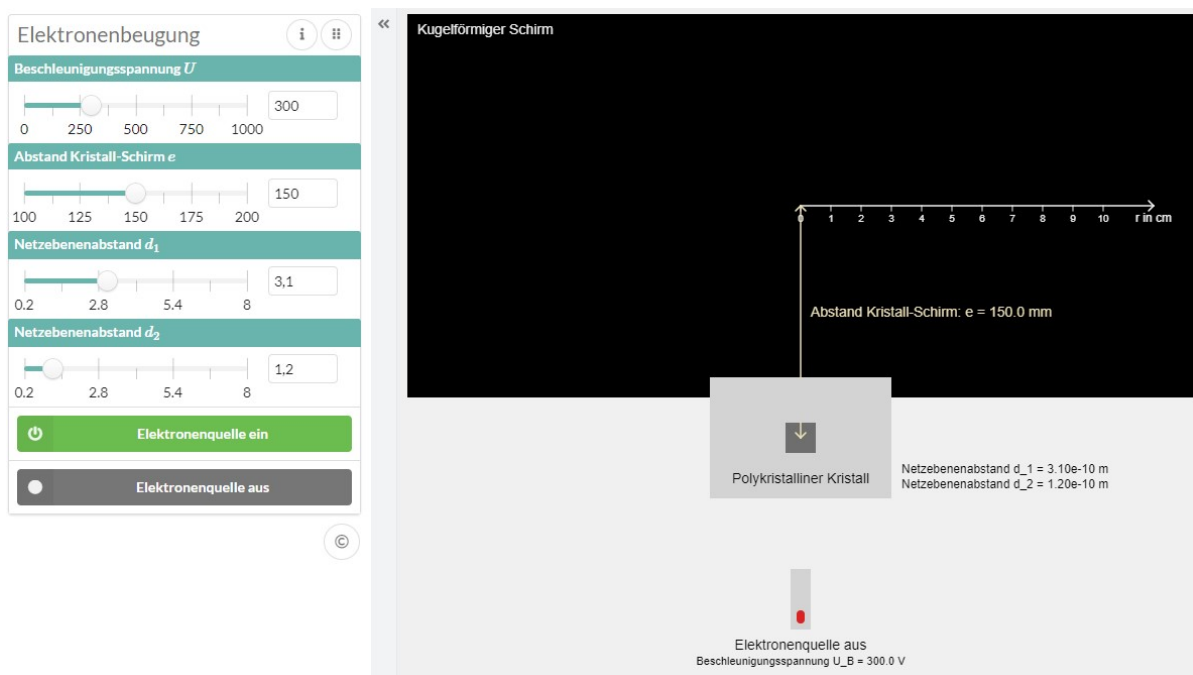
Dass es sich um zwei Interferenzringe erster Ordnung handelt und nicht um eine höhere Ordnung, kann an dieser Stelle ebenfalls experimentell gezeigt werden. Auf die Begründung der Ringstruktur kann in der Schule verzichtet werden. Bei aufkommenden Fragen kann die Ringstruktur mit der räumlichen Anordnung der Graphitkristalle im Raum begründet werden. Aus didaktischer Perspektive wird in diesem Kapitel das EIS-Modell nach Bruner angewendet. Als enaktive Darstellung kann die Beobachtung der Interferenzringe im Experiment gesehen werden. Ikonisch ist die Darstellung in einer Zeichnung und symbolisch die Bragg-Bedingung als Bedingung für das Entstehen der Interferenzringe auf dem Schirm.

### 4.3.1. Hypothese von de Broglie

Die Hypothese von de Broglie wird im Unterricht als Postulat aufgestellt und im Anschluss qualitativ mit der Elektronenbeugungsröhre bestätigt. Bei dem Experiment handelt es sich um das bisher einzige Experiment, mit welchem die Interferenz von Quantenobjekten mit Ruhemasse mit Schulmitteln untersucht werden kann. Als SuS-Versuch kann der Versuch mit einer Simulation durchgeführt werden.

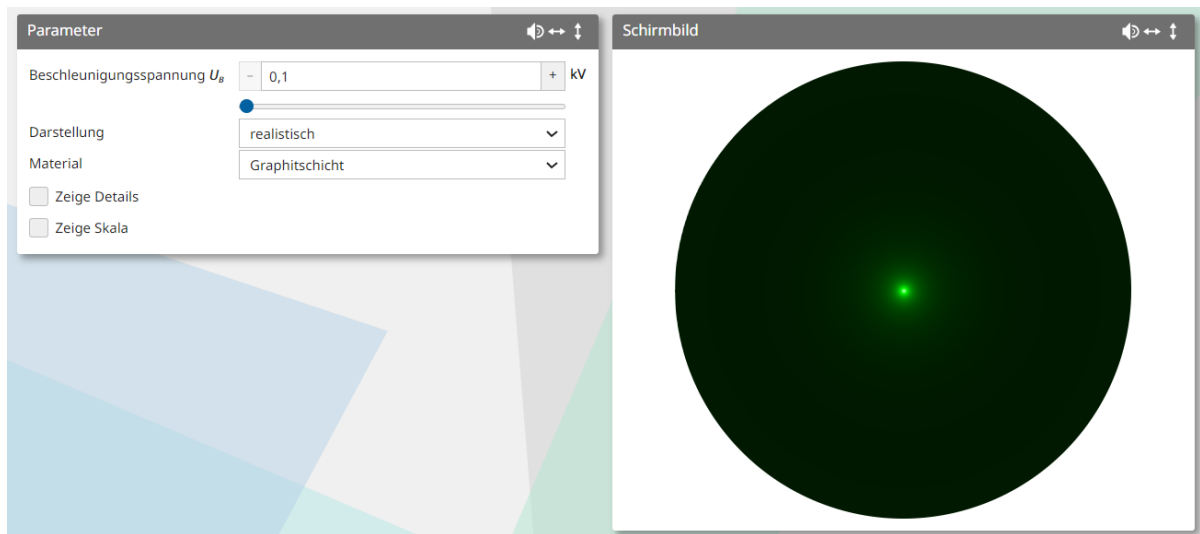
#### Die Simulation

Zur qualitativen Bestätigung der Hypothese von de Broglie bietet die Europaschule Gymnasium Westerstede eine geeignete Simulation [97], welche in Abbildung 4.25 dargestellt ist. In der Simulation lassen sich die Interferenzringe sehr gut erkennen, woraus die Hypothese von de Broglie qualitativ bestätigt werden kann. Durch Veränderung der Beschleunigungsspannung erkennt man, dass die Radien der Interferenzringe mit größerer Beschleunigungsspannung kleiner werden. Die restlichen Einstellungsmöglichkeiten bezüglich der Netzebenenabstände und des Abstands vom Kristall zum Schirm sind für den verpflichtenden Lehrplaninhalt nicht relevant. Diese zusätzlichen Einstellungsmöglichkeiten sind gemäß des Kohärenzprinzips lernhinderlich.



**Abbildung 4.25.:** Simulation zur qualitativen Bestätigung der Hypothese von de Broglie mit der Elektronenbeugungsröhre der Europaschule Gymnasium Westerstede [97], abrufbar unter [https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/06\\_elektronenbeugung/elektronenbeugung.html](https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/06_elektronenbeugung/elektronenbeugung.html), Zugriff am 18.11.2023

Die Simulation von Thomas Kippenberg [101] in Abbildung 4.26 ist hingegen deutlich eif-



**Abbildung 4.26.:** Simulation zur qualitativen Bestätigung der Hypothese von de Broglie mit der Elektronenbeugungsröhre von Thomas Kippenberg [101], abrufbar unter <https://kippenbergs.de/mint-electron-diffraction>, Zugriff am 18.11.2023

cher gehalten und hat weniger Einstellungsmöglichkeiten. Zudem ist das Bild auf dem Schirm in der realistischen Darstellung dem realen Experiment näher. Auch mit dieser Simulation lässt sich die Abhängigkeit der Radien der Interferenzringe von der Beschleunigungsspannung qualitativ zeigen. Falls gewünscht, kann mit der Schaltfläche „Zeige Details“ auch der Abstand von Kristall zu Schirm geändert werden. Außerdem kann die Materialabhängigkeit qualitativ untersucht werden. Einziger Kritikpunkt dieser Simulation ist, dass sich die Interferenzringe bei Veränderung der Beschleunigungsspannung nicht automatisch ändern, sondern erst, wenn man einen bestimmten Wert einstellt.

Eine dritte Simulation ist, eingebettet in einen gesamten Kurs zur Elektronenbeugung, unter [116] vorhanden. Mit den Simulationen können alle notwendigen Beziehungen gezeigt werden. Zur Demonstration der Abhängigkeit der Radien der Interferenzringe von der Beschleunigungsspannung eignet sie sich sehr gut, bietet aber keine weiteren Vertiefungen, wie man in Abbildung 4.27 erkennen kann.

Aufgrund der übersichtlicheren Darstellung und den dennoch verschiedenen Einstellungsmöglichkeiten, wird die Simulation von Thomas Kippenberg in Abbildung 4.26 für die Lernumgebung verwendet.

## Die Lernumgebung

Die Lernumgebung zur Hypothese von de Broglie ist eine Versuchsanleitung und eignet sich für den GK und den LK. Da die Lernumgebung die Hypothese von de Broglie einführt und sie qualitativ bestätigt, ist die Lernumgebung zu Beginn des Kapitels „Materiewellen“ im Unter-

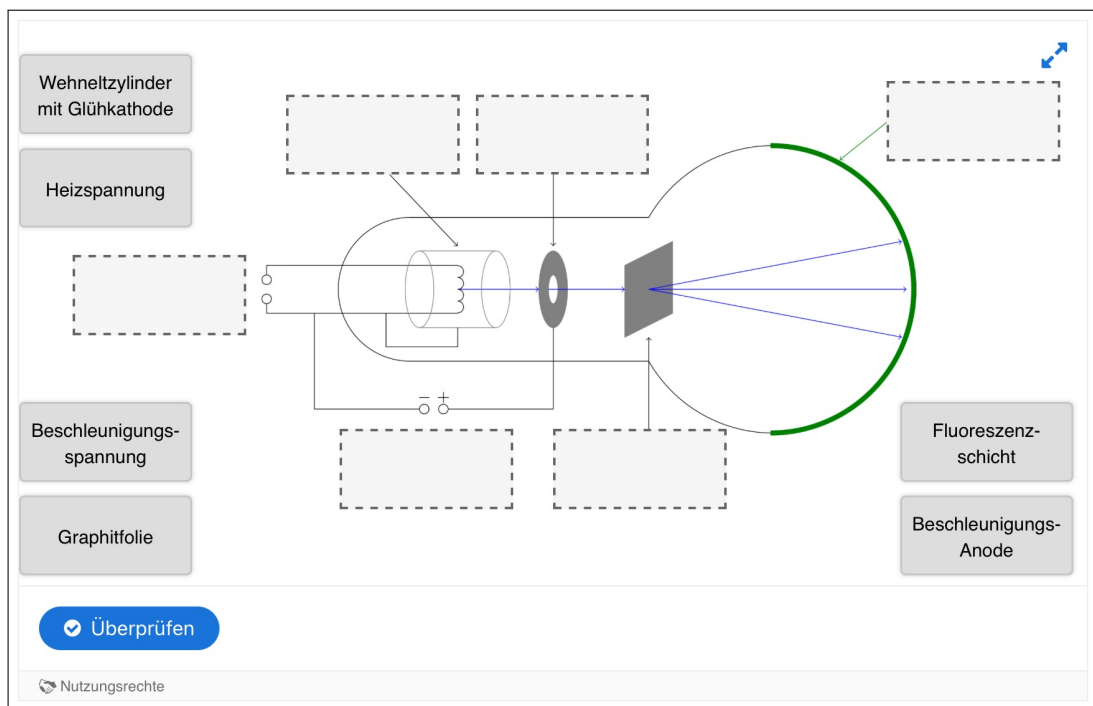


**Abbildung 4.27.:** Simulation zur qualitativen Bestätigung der Hypothese von de Broglie mit der Elektronenbeugungsröhre von Stefan Richtberg [101], abrufbar unter <https://virtuelle-experimente.de/elektronenbeugung/einfuehrung/qualitativ.php>, Zugriff am 18.11.2023

richt einzusetzen. Lernvoraussetzungen sind der Teilchencharakter von Wellen, die Tatsache, dass Elektronen Teilchen sind und die Interferenz als Welleneigenschaft. Es werden die Kompetenzen S3, S4, S7, K3 und K6 angesprochen. Der experimentelle Anteil der Lernumgebung ist hoch und kleine Berechnungen führen zu einem niedrigen Grad der Mathematisierung. Die Aufgaben sind teilweise leicht geöffnet. Zunächst soll eine allgemein formulierte Hypothese „Teilchen zeigen Wellencharakter“ qualitativ begründet werden. Die Entwicklung der Hypothese im Unterrichtsgespräch ist sinnvoll, um den Einstieg in die Lernumgebung gemeinsam zu finden.

Durch eine Textanalyse beschriften die SuS die Skizze zum Versuchsaufbau, was dem AF II zuzuordnen ist. Die Elektronenkanone kann dabei als Lernvoraussetzung gesehen werden, da diese im Kapitel „Ladungsträger im elektrischen Feld“ bereits besprochen wurde [29]. Die Skizze hat eine Zeigefunktion, da sie den SuS eine angemessene Vorstellung über den Versuchsaufbau vermittelt. Die Hilfe in Abbildung 4.28 bietet Unterstützung bei der Aufgabe.

Mithilfe der Simulation aus Abbildung 4.26 bestätigen die SuS die aufgestellte Hypothese qualitativ und untersuchen die Abhängigkeit der Größe der Radien von der Beschleunigungsspan-



**Abbildung 4.28.:** Hilfe zur Skizze des Versuchsaufbaus zur Bestätigung der Hypothese von de Broglie mit der Elektronenbeugungsröhre. Die SuS ordnen die Begriffe den Bauteilen in der Skizze zu. Durch die Schaltfläche „Überprüfen“ besteht die Möglichkeit zur Selbstkontrolle der Lösung.

nung sowie des Materials. Bei der Materialabhängigkeit soll lediglich erkannt werden, dass diese besteht. Eine genauere Begründung des Interferenzmusters von Magnesiumoxid geht aufgrund des flächendeckenden Raumgitters von diesem über den Schulstoff hinaus. Die Durchführung eines neuen Versuchs sowie die Bestätigung der Hypothese sind dem AF II zuzuordnen. Die Simulation fokussiert die Betrachtung der SuS auf den Fluoreszenzschirm.

Anschließend leiten die SuS die Formeln für Masse und Impuls von Photonen her (AF III), da diese Voraussetzung für die Hypothese von de Broglie sind. Die Hilfe in Abbildung 4.29 gibt die Energie eines Photons sowie die relativistische Energiebeziehung an. Aufgrund des gezeigten Wellencharakters kann man Teilchen auch eine Wellenlänge zuschreiben, was die Hypothese von de Broglie aussagt.

Im Anschluss wird der im saarländischen Lehrplan geforderte Zusammenhang zwischen Beschleunigungsspannung und de Broglie-Wellenlänge hergeleitet, was im AF III liegt. Die Hilfe in Abbildung 4.30 gibt relevante Formeln an. Mit der hergeleiteten Formel werden einige de Broglie-Wellenlängen berechnet. Der Vergleich mit der Gitterkonstanten von Kristallen als Folgerung ist dem AF II zuzuordnen und zeigt, dass diese in der gleichen Größenordnung liegt.

#### 4. Ein saarländisches Unterrichtskonzept

---

Hilfe


Ein Photon besitzt die Energie

$$E_{\text{Photon}} = h \cdot f$$

Da sich Photonen mit Lichtgeschwindigkeit bewegen, gilt weiter die Beziehung

$$E_{\text{Photon}} = m \cdot c^2$$

Michelle Schwarz




**Abbildung 4.29.:** Hilfe zur Herleitung von Masse und Impuls von Photonen. Angegeben werden die Energie eines Photons sowie die relativistische Energiebeziehung.

Hilfe

Im nichtrelativistischen Fall hat ein Elektron die kinetische Energie:  $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m_e v^2$  und für den Impuls gilt die Beziehung:

$$p = m \cdot v.$$

Michelle Schwarz



**Abbildung 4.30.:** Hilfe zur Herleitung des Zusammenhangs zwischen Wellenlänge und Beschleunigungsspannung. Der Ansatz für die Herleitung ist die Definition der kinetischen Energie, über die Impulsdefinition kann die Gleichung dann umgeformt werden.

## Quanten und Atome

Materiewellen

Michelle Schwarz

AG Prof. Dr. Rolf Pelster | Fakultät NT



UNIVERSITÄT  
DES  
SAARLANDES

### Hypothese von de Broglie

Schwerpunkt	Elektronenbeugung																														
Klassenstufe	12-13, G-Kurs und L-Kurs																														
Art	Versuchsdurchführung mit einer Simulation																														
Positionierung	zu Beginn des Themas „Materiewellen“																														
Lernvoraussetzungen	Interferenz als Welleneigenschaft, Aufbau einer Elektronenkanone, Bedingung für Interferenzmaxima am Gitter																														
Lernziel	Die SuS beschreiben den Wellencharakter von Teilchen anhand eines Versuchs mit der Elektronenbeugungsröhre und formulieren die Hypothese von de Broglie.																														
Kompetenzen <sup>1</sup>	S3, S4, S7, K3, K6																														
Kategorien	<table border="0"> <tr> <td>Erarbeitung von neuem Stoff</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Einübung von bekanntem Stoff</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Öffnung der Aufgabe</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Grad der Mathematisierung</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Experimenteller Anteil</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> </table>	Erarbeitung von neuem Stoff	0	1	2	3	4	Einübung von bekanntem Stoff	0	1	2	3	4	Öffnung der Aufgabe	0	1	2	3	4	Grad der Mathematisierung	0	1	2	3	4	Experimenteller Anteil	0	1	2	3	4
Erarbeitung von neuem Stoff	0	1	2	3	4																										
Einübung von bekanntem Stoff	0	1	2	3	4																										
Öffnung der Aufgabe	0	1	2	3	4																										
Grad der Mathematisierung	0	1	2	3	4																										
Experimenteller Anteil	0	1	2	3	4																										

<sup>1</sup>Kompetenzen entnommen aus: KMK & IQB. (2020). *Bildungsstandards im Fach Physik für die Allgemeine Hochschulreife: Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.06.2020*. Kronach: Carl Link Verlag. ISBN: 978-3-556-09045-9.



## Die Hypothese von de Broglie

Wellen zeigen Teilchencharakter. Wir vermuten, dass Teilchen auch Wellencharakter zeigen und stellen folgende Hypothese auf:

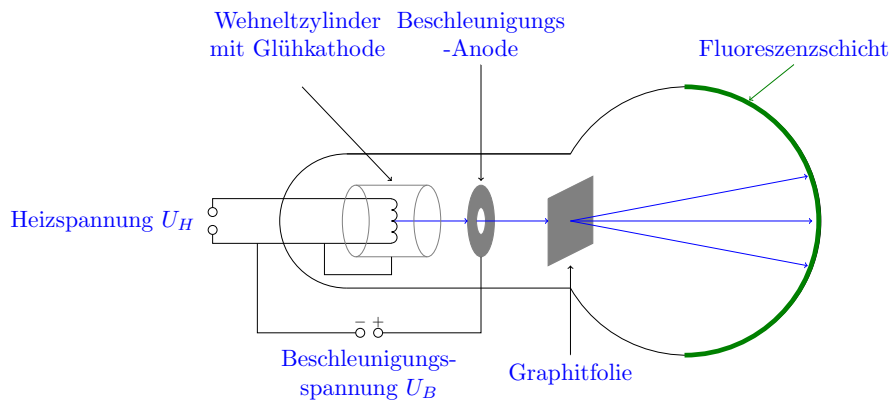
### Hypothese

Teilchen zeigen Wellencharakter.

Wir können diese Hypothese mithilfe einer Elektronenbeugungsröhre bestätigen. Eine Elektronenbeugungsröhre besteht aus einer Elektronenkanone, einer dünnen Folie aus polykristallinem Graphit und einem Fluoreszenzschirm. In dieser evakuierten Glasröhre treten Elektronen aus einer Glühkathode aus, werden durch eine anliegende Spannung beschleunigt und treffen auf die Graphitfolie.

### Aufgabe 1

Beschriften Sie die Skizze des Versuchsaufbaus.

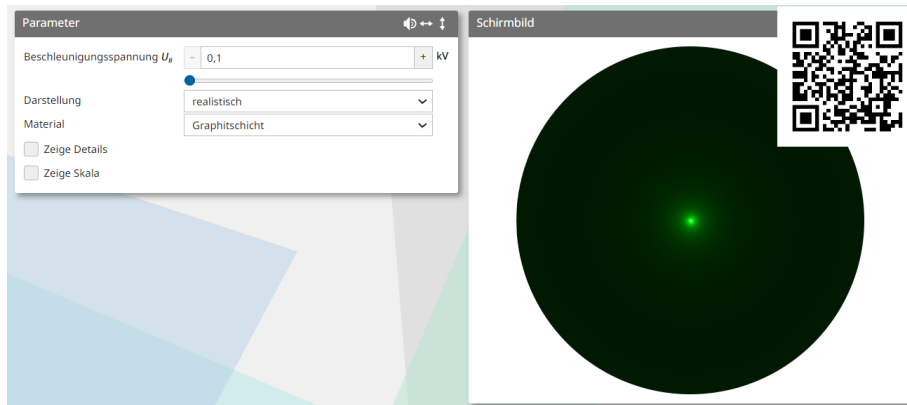


### Aufgabe 2

Die Simulation zeigt die fluoreszierende Schicht der Elektronenbeugungsröhre. Stellen Sie die Beschleunigungsspannung so ein, dass ein Bild auf dem Schirm erkennbar ist.

- Beschreiben Sie Ihre Beobachtung. Variieren Sie die Beschleunigungsspannung und beschreiben Sie die Veränderung des Bildes auf dem Fluoreszenzschirm. Nehmen Sie Stellung zur oben aufgestellten Hypothese.





Simulation zur Elektronenbeugung, Quelle: Thomas Kippenberg, abrufbar unter <https://kippenbergs.de/mint-electron-diffraction>, Zugriff am 28.05.2024

- a) Wir beobachten ein Interferenzmuster mit einem Hauptmaximum in der Mitte und konzentrischen Ringen als Maxima höherer Ordnung. Je größer die Beschleunigungsspannung, desto kleiner die Radien der Ringe. Interferenzerscheinungen sind ein typisches Wellenphänomen, weshalb die Hypothese bestätigt werden kann: Teilchen zeigen Wellencharakter.

- b) Untersuchen Sie bei konstanter Beschleunigungsspannung die Abhängigkeit des Bildes vom Abstand zwischen Graphitfolie und Fluoreszenzschirm.
- c) Untersuchen Sie bei konstanter Beschleunigungsspannung und konstantem Schirmabstand die Materialabhängigkeit.

- b) Je größer der Abstand, desto größer werden die Radien der Interferenzringe.
- c) Bei Magnesiumoxid ist der Radius des 1. Beugungsringes kleiner und die Beugungsringe liegen dichter beieinander.

### Aufgabe 3

Photonen zeigen Teilchencharakter. Daher kann man ihnen auch typische Teilcheneigenschaften wie Masse und Impuls zuordnen. Zeigen Sie, dass für Masse und Impuls von Photonen gilt:

$$m = \frac{h}{c \cdot \lambda} \quad \text{und} \quad p = \frac{h}{\lambda}$$



Jedes Photon besitzt die Energie

$$E_{\text{Photon}} = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

Da sich Photonen mit Lichtgeschwindigkeit bewegen, gilt:

$$E_{\text{Photon}} = h \cdot f = m_{\text{Photon}} \cdot c^2 \Leftrightarrow m_{\text{Photon}} = \frac{h \cdot f}{c^2} = \frac{h}{c \cdot \lambda}$$

Über die Beziehung  $p = m \cdot v$  erhält man

$$p_{\text{Photon}} = m \cdot c = \frac{h}{c \cdot \lambda} \cdot c = \frac{h}{\lambda}$$

Da Teilchen Wellencharakter zeigen, können wir ihnen auch eine Wellenlänge zuordnen und die Beziehung  $p = \frac{h}{\lambda}$  gilt auch für Elektronen. Diese Hypothese stellte auch de Broglie im Jahr 1924 auf:

#### Hypothese von de Broglie

Kleine bewegte Teilchen verhalten sich wie eine Welle (Materiewelle) mit der Materiewellenlänge (de Broglie-Wellenlänge)  $\lambda_{dB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$ .

#### Aufgabe 4

- a) Leiten Sie die Formel zur Bestimmung der Materiewellenlänge eines geladenen Teilchens her, das die Beschleunigungsspannung  $U_B$  durchlaufen hat:

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{\sqrt{2m_e \cdot e \cdot U_B}}$$



- a) Im nichtrelativistischen Fall hat ein Elektron die kinetische Energie:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{p_e^2}{2m_e} = eU_B$$
$$\Leftrightarrow p_e = \sqrt{2m_e \cdot e \cdot U_B}$$

Damit erhält man mit der de Broglie-Wellenlänge:

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{\sqrt{2m_e \cdot e \cdot U_B}}$$

- b) Kristalle sind regelmäßig aufgebaut und haben Gitterstrukturen in der Größenordnung von  $10^{-10}$  m. Zeigen Sie, dass die Materiewellenlänge bei geeigneter Beschleunigungsspannung in der Größenordnung von Kristallen liegt. Berechnen Sie dazu die Materiewellenlänge für die verschiedenen Beschleunigungsspannungen 1 V, 10 V und 100 V.

b) Berechnete Werte:

$U_B$ in V	$\lambda_{dB}$ in m
1	$1,23 \cdot 10^{-9}$
10	$3,88 \cdot 10^{-10}$
100	$1,23 \cdot 10^{-10}$

Wir können erkennen, dass die Wellenlänge in der Größenordnung des Netzebenenabstands von Kristallen liegt.

## Hilfen



Hilfe zu Aufgabe 1



Hilfe zu Aufgabe 3



Hilfe zu Aufgabe 4a)

### Lösung



Lösung



LEK

### Didaktische Hinweise

- Die Hypothese, dass Teilchen auch Wellencharakter zeigen, sollte im Unterrichtsgespräch hergeleitet werden, um einen Einstieg in die Lernumgebung zu finden.
- Auf das flächenzentrierte Rauggitter von Magnesiumoxid und das deutlich kompliziertere Beugungsmuster von diesem soll im Unterricht nicht eingegangen werden. Es soll lediglich gezeigt werden, dass auch die Wahl des Materials das Beugungsmuster beeinflusst.

---

Michelle Schwarz



### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
<b>Aufgabe 1</b>		
1	K3: entnehmen unter Berücksichtigung ihres Vorwissens aus Beobachtungen, Darstellungen und Texten relevante Informationen und geben diese in passender Struktur und angemessener Fachsprache wieder. K6: veranschaulichen Informationen und Daten in ziel-, sach- und adressatengerechten Darstellungsformen, auch mithilfe digitaler Werkzeuge.	II
<b>Aufgabe 2</b>		
2a)-2c)	S4: bauen Versuchsanordnungen auch unter Verwendung von digitalen Messwerterfassungssystemen nach Anleitungen auf, führen Experimente durch und protokollieren ihre Beobachtungen.	II
<b>Aufgabe 3</b>		
3	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen.	III
<b>Aufgabe 4</b>		
4a)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	III
4b)	S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	II

LEK

**Elektronenbeugung**

Elektronen treffen auf eine Graphitschicht. Entscheiden Sie, welche Wertepaare das dargestellte Interferenzmuster erzeugen können. Dabei sei  $L$  der Abstand zwischen Graphitfolie und Fluoreszenzschirm.

$L = 15 \text{ cm}$   
 $U_B = 1,5 \text{ V}$

$L = 18 \text{ cm}$   
 $U_B = 1,5 \text{ V}$

$L = 15 \text{ cm}$   
 $U_B = 1,1 \text{ V}$

$L = 15 \text{ cm}$   
 $U_B = 3 \text{ V}$

$L = 10 \text{ cm}$   
 $U_B = 1,5 \text{ V}$

Überprüfen

Nutzungsrechte

**Abbildung 4.31.:** LEK zur Hypothese von de Broglie. Die LEK prüft das Verständnis über die Abhängigkeit zwischen Radius und Abstand bzw. Beschleunigungsspannung in Form einer Zuordnungsaufgabe. Durch die Schaltfläche „Überprüfen“ besteht die Möglichkeit zur Selbstkontrolle der Lösung.


Die beiden LEK zur Elektronenbeugung in Abbildung 4.31 und 4.32 prüfen das Verständnis über das Elektronenbeugungsexperiment ab. In der ersten LEK ist als Ausgangssituation ein Interferenzbild für das Wertepaar  $L = 15 \text{ cm}$  und  $U_B = 1,5 \text{ V}$  gegeben. Zwei weitere Interferenzbilder zeigen die Verkleinerung bzw. Vergrößerung der Radien der Interferenzringe. Die SuS ordnen diesen Bildern passende Wertepaare zu. Kleinere Interferenzringe können durch eine größere Beschleunigungsspannung oder einen kleineren Abstand zwischen Graphitfolie und Fluoreszenzschirm entstehen. Ein größerer Abstand oder eine kleinere Beschleunigungsspannung führen hingegen zu einem größeren Radius. Die zweite LEK prüft die gleichen Abhängigkeiten als Vertiefung in Form der Ergänzung des Satzanfangs einer Aussage. Beide LEK sind

durch die Reorganisation des Wissens der Lernumgebung in einem neuen Kontext dem AF II zuzuordnen.

Werden Elektronen an einer Graphitfolie gebeugt, so erscheint auf dem Fluoreszenzschirm der Elektronenbeugungsröhre ein Interferenzmuster. Ergänzen Sie den Satzanfang (mehr als eine Auswahl ist möglich).

..... , desto kleiner sind die Radien der Interferenzringe.

- Je größer der Abstand zwischen Graphitfolie und Schirm, .....
- Je kleiner die Beschleunigungsspannung, .....
- Je kleiner der Abstand zwischen Graphitfolie und Schirm, .....
- Je größer die Beschleunigungsspannung, .....



**Abbildung 4.32.:** LEK Aussagen der Hypothese von de Broglie. Die LEK prüft das Verständnis über die Abhängigkeit zwischen Radius und Abstand bzw. Beschleunigungsspannung in Form einer Multiple-Choice-Aufgabe. Durch die Schaltfläche „Überprüfen“ besteht die Möglichkeit zur Selbstkontrolle der Lösung.

### 4.3.2. Bragg-Reflexion

Die Bragg-Reflexion und damit die quantitative Bestätigung der Hypothese von de Broglie ist kein verpflichtendes Thema des saarländischen Lehrplans. Dennoch bietet sie insbesondere im LK die Möglichkeit, eine quantitative Analyse durchzuführen und den Grad der Mathematisierung zu erhöhen.

#### Die Simulation

Für die quantitative Bestätigung der Hypothese von de Broglie eignet sich ebenfalls die Simulation von Thomas Kippenberg in Abbildung 4.26. Mit der Simulation kann die Abhängigkeit der Wellenlänge vom Radius bestimmt werden und mit dem theoretisch berechneten Wert für die de Broglie-Wellenlänge verglichen werden. Dazu bietet sich die idealisierte Darstellung der Simulation an. Neben der quantitativen Bestätigung der Hypothese von de Broglie lässt sich zeigen, dass auch der zweite Interferenzring ein Maximum erster Ordnung ist.

#### Die Lernumgebung

Die Lernumgebung zur quantitativen Bestätigung der Hypothese von de Broglie mit der Bragg-Reflexion und einer Simulation eignet sich als Vertiefung für den LK. Sie sollte im Unterricht nach der Behandlung der Hypothese von de Broglie eingesetzt werden, da diese neben der Interferenzeigenschaft von Wellen eine Lernvoraussetzung darstellt. Es werden die Kompetenzen S3, S4, S7, E7 und K8 angesprochen. Die Hälfte der Lernumgebung besteht aus experimentellen Aufgaben. Insgesamt ist der Grad der Mathematisierung in dieser Lernumgebung aber sehr hoch.

Da die Bragg-Bedingung den SuS noch nicht bekannt ist, muss diese zunächst hergeleitet werden. Dass die Graphitfolie aus vielen Netzebenen und einer Gitterstruktur besteht, führt zur Betrachtung der konstruktiven Interferenz der Reflexionen an den Schichtebenen und ermöglicht die Herleitung der Bragg-Bedingung, was AF III zuzuordnen ist. Als Hilfestellung wird die geometrische Überlegung zur Berechnung des Gangunterschieds sowie die Bedingung für konstruktive Interferenz am Gitter angegeben, wie Abbildung 4.33 zeigt.


Zur quantitativen Bestätigung der Hypothese von de Broglie wird der theoretisch berechnete Wert mit dem Wert aus dem Experiment über die Bestimmung der Radien der Interferenzmaxima verglichen. Die Herleitung einer geeigneten Formel aus der Geometrie der Elektronenbeugungsröhre liegt im AF III. Es wird hier die in der didaktischen Analyse genannte Herleitung (siehe Abbildung 4.24) mit einem geraden Schirm verwendet. Für vorgegebene Beschleunigungsspannungen wird die de Broglie-Wellenlänge berechnet und aus dem Experiment bestimmt. Die SuS sollen auch den Umgang mit Messfehlern und die Bewertung dieser erlernen, weshalb eine Fehlerbetrachtung durchgeführt wird. Die geringe Abweichung der aus dem Experiment bestimmten Wellenlänge von dem theoretisch berechneten Wert wird als Bestätigung



Hilfe

Für den Gangunterschied  $\Delta s$  zwischen Weg 1 und Weg 2 gilt:  $\Delta s = \Delta s_1 + \Delta s_2 = |\overline{AB}| + |\overline{BC}|$ .

Die Bedingung für konstruktive Interferenz ist:  $\Delta s = k\lambda, k \in \mathbb{N}$

Michelle Schwarz  


**Abbildung 4.33.:** Hilfe zur Herleitung der Bragg-Bedingung. Angegeben sind die Bedingungen für den Gangunterschied sowie die konstruktive Interferenz als notwendige Bedingungen für die geometrische Herleitung.

der Hypothese von de Broglie interpretiert. Aufgabenteil 2b) ist dem AF II zuzuordnen, da die SuS Werte mit der neuen Formel bestimmen und daraus die Bestätigung der Hypothese von de Broglie folgern.

Die SuS kennen bereits Maxima und Minima höherer Ordnung von der Beugung an Doppelspalt und Gitter. Man kann also vermuten, dass der 2. Ring ein Maximum zweiter Ordnung ist. Es werden zwei Hypothesen aufgestellt und die SuS entscheiden reflektiert anhand einer Fehlerbetrachtung, welche Hypothese korrekt ist. Diese Aufgabe liegt aufgrund der Folgerungen aus den Messwerten bzw. berechneten Werten im AF II. Die SuS erkennen anhand einer Fehlerbetrachtung, dass es sich um einen weiteren Netzebenenabstand und damit auch um ein Maximum erster Ordnung handeln muss.

## Quanten und Atome

Materiewellen

Michelle Schwarz

AG Prof. Dr. Rolf Pelster | Fakultät NT



UNIVERSITÄT  
DES  
SAARLANDES

### Bragg-Reflexion

Schwerpunkt	Materiewellen
Klassenstufe	12-13, L-Kurs
Art	Versuchsdurchführung mit einer Simulation
Positionierung	nach Behandlung der Hypothese von de Broglie im Kapitel „Materiewellen“
Lernvoraussetzungen	Interferenz als Welleneigenschaft und Hypothese von de Broglie
Lernziel	Die SuS bestätigen die Hypothese von de Broglie mit der Bragg-Bedingung.
Kompetenzen <sup>1</sup>	S3, S4, S7, E7, K8
Kategorien	<p>Erarbeitung von neuem Stoff <span style="float: right;">0 1 2 3 4</span></p> <p>Einübung von bekanntem Stoff <span style="float: right;">0 1 2 3 4</span></p> <p>Öffnung der Aufgabe <span style="float: right;">0 1 2 3 4</span></p> <p>Grad der Mathematisierung <span style="float: right;">0 1 2 3 4</span></p> <p>Experimenteller Anteil <span style="float: right;">0 1 2 3 4</span></p>

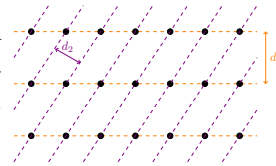
<sup>1</sup>Kompetenzen entnommen aus: KMK & IQB. (2020). *Bildungsstandards im Fach Physik für die Allgemeine Hochschulreife: Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.06.2020*. Kronach: Carl Link Verlag. ISBN: 978-3-556-09045-9.



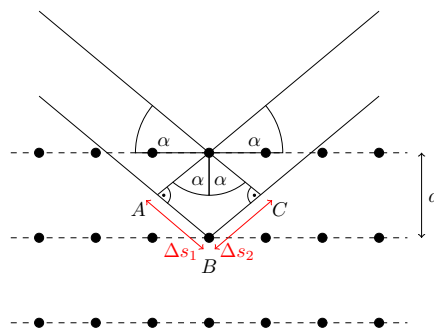
## Die Bragg-Reflexion

Mit der Elektronenbeugungsröhre konnten wir die Hypothese von de Broglie bereits qualitativ bestätigen. Um die Hypothese von de Broglie quantitativ (durch Messungen) bestätigen zu können, müssen wir uns die Struktur einer Graphitfolie genauer ansehen.

Die Graphitfolie enthält viele kleine Kristalle mit unterschiedlich orientierten Netzebenen. Diese haben die Abstände  $d_1$  und  $d_2$ . Im Folgenden betrachten wir die Netzebene mit dem Abstand  $d_1$  genauer.



An der regelmäßigen Gitterstruktur werden die Elektronen gebeugt. Dabei beschreibt  $\alpha$  den Winkel zwischen Elektronenstrahl und Netzebene. Die Kristalle wirken als teildurchlässige Spiegel und reflektieren nur dann, wenn die Reflexionen an den Schichtebenen zu konstruktiver Interferenz führen.



### Aufgabe 1

Leiten Sie die Bragg-Bedingung  $2d \cdot \sin \alpha = k\lambda$ ,  $k \in \mathbb{N}$  aus der Geometrie der Skizze sowie der Bedingung für konstruktive Interferenz her. Beginnen Sie dazu mit der Betrachtung des Gangunterschieds.



Sei  $d$  der Abstand der Kristallebenen, dann gilt für den Gangunterschied  $\Delta s$  zwischen Weg 1 und Weg 2 gilt:

$$\Delta s = \Delta s_1 + \Delta s_2 = |\overline{AB}| + |\overline{BC}|$$

Mit  $|\overline{AB}| = |\overline{BC}|$  und  $\sin \alpha = \frac{|\overline{AB}|}{d}$  folgt:

$$\Delta s = 2|\overline{AB}| = 2d \cdot \sin \alpha$$

Die Bedingung für konstruktive Interferenz ist:

$$\Delta s = k\lambda, k \in \mathbb{N}$$

Damit folgt durch Gleichsetzen:

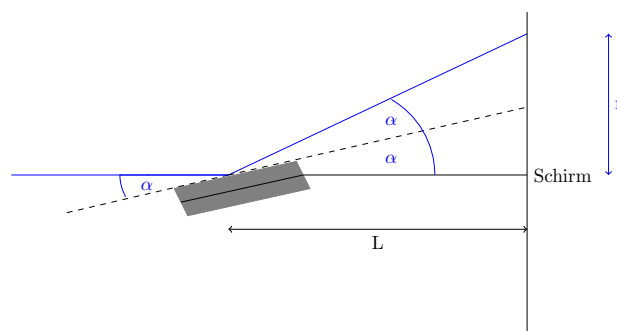
$$2d \sin \alpha = k\lambda, k \in \mathbb{N}$$

### Aufgabe 2

Um die Hypothese von de Broglie zu bestätigen, müssen wir zeigen, dass die Ergebnisse aus dem Experiment mit den Ergebnissen von de Broglie übereinstimmen. Dazu nutzen wir geometrische Überlegungen. Sei nun  $L$  der Abstand von Graphit zum Schirm und  $r$  der Radius der Interferenzringe auf dem Schirm.

- a) Zeigen Sie, dass die Wellenlänge im Experiment mithilfe des Radius der Interferenzringe bestimmt werden kann mit:

$$\lambda_{\text{Experiment}} = \frac{2d \cdot \sin(\tan^{-1}(\frac{r}{2L}))}{k}$$



- a) Aus der Zeichnung können wir ablesen:

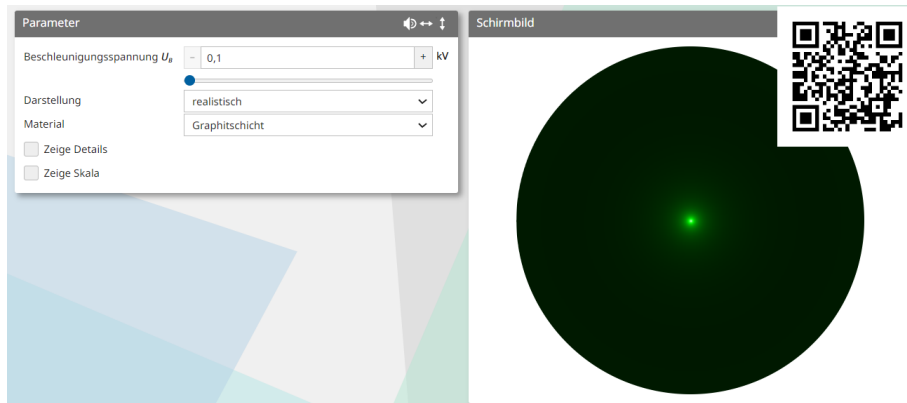
$$\tan \alpha = \frac{r}{2L}$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{r}{2L}\right)$$

Mit der Bragg-Bedingung  $2d \cdot \sin(\alpha) = k \cdot \lambda$  erhält man:

$$\lambda_{\text{Experiment}} = \frac{2d \cdot \sin(\tan^{-1}(\frac{r}{2L}))}{k}$$

Mit der Simulation (über QR-Code erreichbar) können Sie mit der oben hergeleiteten Formel die Hypothese von de Broglie bestätigen.



Simulation zur Elektronenbeugung, Quelle: Thomas Kippenberg, abrufbar unter <https://kippenbergs.de/mint-electron-diffraction>, Zugriff am 28.05.2024

- b) Vergleichen Sie nun die nach de Broglie erwartete Wellenlänge mit der aus dem Experiment berechneten Wellenlänge für die Beschleunigungsspannungen 2 kV, 3 kV und 4 kV und den Abstand zwischen Graphitfolie von 20 cm. Wählen Sie dazu die idealisierte Darstellung der Simulation. Der Netzebenenabstand von Graphit beträgt  $2,13 \cdot 10^{-10}$  m. Berechnen Sie jeweils den relativen Fehler. Nehmen Sie Stellung zur Hypothese von de Broglie.

b) Vergleich zwischen berechnetem und experimentellem Wert:

$U_B$ in kV	$\lambda_{dB}$ in m	r in cm	$\lambda_{Experiment}$ in m	Fehler
2	$2,74 \cdot 10^{-11}$	2,6	$2,76 \cdot 10^{-11}$	0,73 %
3	$2,24 \cdot 10^{-11}$	2,1	$2,23 \cdot 10^{-11}$	0,45 %
4	$1,94 \cdot 10^{-11}$	1,8	$1,92 \cdot 10^{-11}$	1,04 %

Die geringe relative Abweichung bestätigt die Hypothese von de-Broglie.

**Aufgabe 3**

Wir sehen auf dem Schirm einen zweiten Interferenzring. Dazu können zwei Hypothesen aufgestellt werden.

- Hypothese 1:** Es handelt sich um ein Maximum 2. Ordnung des gleichen Netzebenenabstands.  
**Hypothese 2:** Es handelt sich um ein Maximum 1. Ordnung eines weiteren Netzebenenabstands.

- a) Überprüfen Sie Hypothese 1. Vergleichen Sie dazu die nach de Broglie erwartete Wellenlänge für  $k = 2$  mit der Wellenlänge, die für den zweiten Interferenzring aus dem Experiment berechnet werden kann. Bestimmen Sie die Wellenlängen für die Beschleunigungsspannungen 2 kV, 3 kV und 4 kV und einen Abstand zwischen Graphitfolie und Fluoreszenzschirm von  $L = 20$  cm mithilfe der Simulation aus Aufgabe 2. Berechnen Sie auch die relative Abweichung und begründen Sie, ob die aufgestellte Hypothese bestätigt werden kann. Der Netzebenenabstand beträgt  $2,13 \cdot 10^{-10}$  m.

a) Berechnete Werte:

$U_B$ in kV	$\lambda_{dB}$ in m	r in cm	$\lambda_{Experiment}$ in m	Fehler
2	$2,74 \cdot 10^{-11}$	4,6	$2,43 \cdot 10^{-11}$	12,76 %
3	$2,24 \cdot 10^{-11}$	3,7	$1,96 \cdot 10^{-11}$	14,29 %
4	$1,94 \cdot 10^{-11}$	3,2	$1,70 \cdot 10^{-11}$	14,12 %

Die starken relativen Abweichungen zeigen, dass es sich nicht um ein Maximum 2. Ordnung handelt. Hypothese 1 muss verworfen werden.

- b) Überprüfen Sie Hypothese 2. Bestimmen Sie aus der in a) berechneten Wellenlänge und dem gemessenen Radius den Netzebenenabstand, wenn es sich um ein Maximum 1. Ordnung handelt. Vergleichen Sie mit dem Literaturwert  $d_2 = 1,23 \cdot 10^{-10}$  m.

b) Wir verwenden für die Berechnung von  $d$  die Formel

$$d = \frac{\lambda_{dB}}{2 \cdot \sin(\tan^{-1}(\frac{r}{2L}))}$$

Berechnete Werte:

$U_B$ in kV	$\lambda_{dB}$ in m	r in cm	$d$ in m	Fehler zum Literaturwert $d_2$
2	$2,74 \cdot 10^{-11}$	4,6	$1,20 \cdot 10^{-10}$	2,50 %
3	$2,24 \cdot 10^{-11}$	3,7	$1,22 \cdot 10^{-10}$	0,82 %
4	$1,94 \cdot 10^{-11}$	3,2	$1,22 \cdot 10^{-10}$	0,82 %

Die geringen Abweichungen bestätigen Hypothese 2. Der zweite Interferenzring ist also ein Maximum 1. Ordnung, das durch den zweiten Netzebenenabstand entsteht.

### Hilfen



Hilfe zu Aufgabe 1

### Lösung



Lösung



LEK

### Didaktische Hinweise

- Die Lernumgebung zur Bragg-Reflexion ist kein verpflichtender Lehrplaninhalt. Sie dient der Vertiefung und einer quantitativen Bestätigung der Hypothese von de Broglie.
- Auf eine relativistische Betrachtung wird bewusst verzichtet. In der Aufgabensammlung findet sich eine Aufgabe dazu.

Michelle Schwarz



6



- Bei der Herleitung der Formel zur experimentellen Bestimmung der Wellenlänge wird die Vereinfachung eines ebenen Schirms getroffen.
- Auf die Begründung der Ringstruktur wird verzichtet, da es sich lediglich um ein Wahlthema handelt. Es kann aber im Unterricht darauf verwiesen werden, dass die Ringstruktur durch die räumliche Anordnung der Graphitkristalle im Raum zustande kommt.

### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
<b>Aufgabe 1</b>		
1	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	III
<b>Aufgabe 2</b>		
2a)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	II
2b)	S4: bauen Versuchsanordnungen auch unter Verwendung von digitalen Messwerterfassungssystemen nach Anleitungen auf, führen Experimente durch und protokollieren ihre Beobachtungen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an. E7: berücksichtigen Messunsicherheiten und analysieren die Konsequenzen für die Interpretation der Ergebnisse.	II
<b>Aufgabe 3</b>		
3a)	S4: bauen Versuchsanordnungen auch unter Verwendung von digitalen Messwerterfassungssystemen nach Anleitungen auf, führen Experimente durch und protokollieren ihre Beobachtungen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	II



	E7: berücksichtigen Messunsicherheiten und analysieren die Konsequenzen für die Interpretation der Ergebnisse.	
3b)	S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an. E7: berücksichtigen Messunsicherheiten und analysieren die Konsequenzen für die Interpretation der Ergebnisse.	II

## LEK

**Bragg-Bedingung**

$$2 \cdot d \cdot \sin(\alpha) = k \cdot \lambda$$

gibt den Abstand zwischen Graphitschicht und Fluoreszenzschirm an.

gibt die Ordnung des Interferenzmaximums an.

gibt den Winkel zwischen Elektronenstrahl und Netzebene an.

gibt die Materiewellenlänge an.

✓ Überprüfen

Nutzungsrechte

**Abbildung 4.34.:** LEK zur Bragg-Bedingung. Geprüft wird die Bedeutung der Formelzeichen. Durch die Schaltfläche „Überprüfen“ besteht die Möglichkeit zur Selbstkontrolle der Lösung.

Bei SuS ist häufig zu beobachten, dass Gleichungen mit den verwendeten Formelzeichen auswendig gelernt werden, ohne dass die Bedeutung der Formelzeichen bekannt ist. Dies führt zu Problemen bei der Mehrfachbesetzung von Buchstaben. Daher prüft die LEK in Abbildung 4.34 die Bedeutung der Formelzeichen und damit das Verständnis der Gleichung. Die SuS ordnen die Definitionen beziehungsweise die Beschreibungen den Formelzeichen zu.

### 4.3.3. Aufgaben zu Materiewellen

Zu dem Kapitel „Materiewellen“ sieht der Lehrplan auch das Lösen von Aufgaben vor [29]. Für die erste Aufgabe ist lediglich die Hypothese von de Broglie Lernvoraussetzung. Eine Reproduktion der Hypothese von de Broglie bildet Aufgabenteil a). Diese liegt damit in AF I. In Aufgabenteil b) leiten die SuS einen neuen Zusammenhang zwischen Wellenlänge und kinetischer Energie her, was dem AF III zuzuordnen ist. Für die zweite Aufgabe ist zusätzlich die Bragg-Bedingung eine Lernvoraussetzung. In den AF III fällt die Herleitung der Formel für die relativistische Berechnung der de Broglie-Wellenlänge. In Aufgabenteil b) berechnen die SuS den Netzebenenabstand von Wolfram und verknüpfen dazu die aus der Lernumgebung

bekanntes geometrisches Beziehungen mit der Bragg-Bedingung, was dem AF II zuzuordnen ist. Ebenfalls in AF II fallen die Fehlerbetrachtungen in den Aufgabenteilen c) und d) und die Folgerung in d), dass für Elektronen mit niedriger kinetischer Energie klassisch gerechnet werden kann. Auch die Berechnung des Winkels, unter welchem ein Maximum erster Ordnung beim Nickelkristall beobachtet wird, die Geschwindigkeit, mit der die Elektronen auf einen Graphitkristall treffen, sowie die Bestätigung des Graphitkristalls sind dem AF II zuzuordnen, da die Formeln bzw. die Vorgehensweise der Bestätigung bekannt sind.

## Quanten und Atome

Materiewellen

Michelle Schwarz

AG Prof. Dr. Rolf Pelster | Fakultät NT



UNIVERSITÄT  
DES  
SAARLANDES

### Aufgabensammlung zu Materiewellen

Schwerpunkt	Materiewellen																														
Klassenstufe	12-13 G- und L-Kurs																														
Art	Aufgaben																														
Positionierung	im Anschluss an die theoretische Behandlung des Themas „Materiewellen“																														
Lernvoraussetzungen	Hypothese von de Broglie, Bragg-Bedingung (Aufgabe 2)																														
Lernziel	Die SuS lösen Aufgaben zu Welleneigenschaften von Elektronen.																														
Kompetenzen <sup>1</sup>	S3, S5, S7, K4, E7, E8																														
Kategorien	<table border="0"> <tr> <td>Erarbeitung von neuem Stoff</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Einübung von bekanntem Stoff</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Öffnung der Aufgabe</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Grad der Mathematisierung</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Experimenteller Anteil</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> </table>	Erarbeitung von neuem Stoff	0	1	2	3	4	Einübung von bekanntem Stoff	0	1	2	3	4	Öffnung der Aufgabe	0	1	2	3	4	Grad der Mathematisierung	0	1	2	3	4	Experimenteller Anteil	0	1	2	3	4
Erarbeitung von neuem Stoff	0	1	2	3	4																										
Einübung von bekanntem Stoff	0	1	2	3	4																										
Öffnung der Aufgabe	0	1	2	3	4																										
Grad der Mathematisierung	0	1	2	3	4																										
Experimenteller Anteil	0	1	2	3	4																										

<sup>1</sup>Kompetenzen entnommen aus: KMK & IQB. (2020). *Bildungsstandards im Fach Physik für die Allgemeine Hochschulreife: Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.06.2020*. Kronach: Carl Link Verlag. ISBN: 978-3-556-09045-9.



## Aufgabensammlung zu Materiewellen

### Aufgabe 1: Die Hypothese von de Broglie

- Nennen Sie die Hypothese von de Broglie und beschreiben Sie ein Experiment, mit welchem die Hypothese gezeigt werden kann. Fertigen Sie auch eine Skizze dazu an.
- Leiten Sie mit Hilfe der de Broglie-Wellenlänge einen Zusammenhang zwischen Wellenlänge und kinetischer Energie her. Formulieren Sie dazu eine Je-desto-Aussage.

### Aufgabe 2: Elektronenbeugung an verschiedenen Kristallen

In einer evakuierten Röhre trifft ein fein gebündelter Strahl von Elektronen mit der kinetischen Energie  $E_{kin} = 150 \text{ keV}$  senkrecht auf eine dünne Schicht aus polykristallinem **Wolfram**. Auf einem im Abstand von 20 cm dahinter stehenden Schirm beobachtet man einen zentralen Leuchtpunkt und als Beugungsfiguren mehrere Kreise. Der Durchmesser des innersten Kreises beträgt 5,3 mm.<sup>2</sup>

- Für hochenergetische Elektronen liefert ein relativistischer Ansatz genauere Ergebnisse. Leiten Sie die relativistische Energie-Impuls-Beziehung

$$\lambda_{dB} = \frac{h \cdot c}{\sqrt{(e \cdot U_B)^2 + 2 \cdot e \cdot U_B \cdot m_e \cdot c^2}}$$

her. Berechnen Sie damit relativistisch, die den Elektronen zugeordnete de Broglie-Wellenlänge.

- Berechnen Sie den Netzebenenabstand von Wolfram aus den gegebenen Daten und der berechneten Wellenlänge.<sup>2</sup>
- Berechnen Sie die Wellenlänge klassisch und bestimmen Sie die relative Abweichung zur relativistischen Rechnung. Bewerten Sie die Abweichung für solche hochenergetischen Photonen.
- Zeigen Sie, dass für Elektronen mit niedrigerer kinetischen Energie ( $E_{kin} = 54 \text{ eV}$ ) klassisch gerechnet werden darf.

Elektronen der kinetischen Energie  $E_{kin} = 54 \text{ eV}$  treffen nun senkrecht auf die Oberfläche eines **Nickelkristalls**. Dieser wirkt aufgrund der regelmäßigen Anordnung der Atome in der Oberfläche wie ein Reflexionsgitter mit der Gitterkonstanten  $2,15 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ .

<sup>2</sup>LEIFI-Physik, abrufbar unter <https://www.leifiphysik.de/quantenphysik/quantenobjekt-elektron/aufgabe/beugung-am-wolframkristall-abitur-2001-lk-a3-2>, Zugriff am 09.05.2023.

- e) Berechnen Sie die Weite des Winkels, unter dem das Maximum erster Ordnung beobachtet wird.

Elektronen mit der Materiewellenlänge  $2,5 \cdot 10^{-11}$  m treffen senkrecht auf einen **Graphitkristall**. Sie können an dieser Stelle klassisch rechnen.

- f) Berechnen Sie die Geschwindigkeit, mit der die Elektronen auf den Graphitkristall treffen sowie die Beschleunigungsspannung, die sie durchlaufen haben.
- g) Bei einer Messung treten auf dem Leuchtschirm unter den Streuwinkeln  $\alpha_1 = 3,4^\circ$  beziehungsweise  $\alpha_2 = 5,8^\circ$  Interferenzringe auf. Bestätigen Sie durch Berechnung der Netzebenenabstände, dass es sich tatsächlich um einen Graphitkristall handelt. (Hinweis: Berechnen Sie die relative Abweichung zu den Literaturwerten  $d_1 = 2,11 \cdot 10^{-10}$  m und  $d_2 = 1,23 \cdot 10^{-10}$  m).

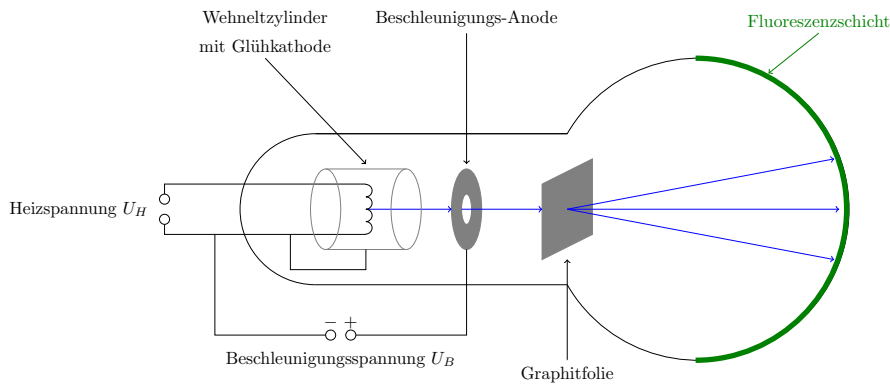
## Lösungen

### Aufgabe 1: Hypothese von de Broglie

#### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
a)	S5: erklären bekannte Messverfahren sowie die Funktion einzelner Komponenten eines Versuchsaufbaus. K4: formulieren unter Verwendung der Fachsprache chronologisch und kausal korrekt strukturiert.	I
b)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	III

- a) Hypothese von de Broglie: Kleine bewegte Teilchen verhalten sich wie eine Welle (Materiewelle) mit der Materiewellenlänge (de Broglie-Wellenlänge)  $\lambda_{dB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$ .



Eine Elektronenbeugungsröhre besteht aus einer Elektronenkanone, einer dünnen Folie aus polykristallinem Graphit und einem Fluoreszenzschirm. In dieser evakuierten Glasröhre treten Elektronen aus einer Glühkathode aus, werden durch eine anliegende Spannung beschleunigt und treffen auf die Graphitfolie. Wir beobachten ein kreisförmiges Interferenzmuster. Je größer die Beschleunigungsspannung, desto kleiner die Radien der Ringe.

- b) Es gilt:  $\lambda = \frac{h}{p}$  oder  $p = \frac{h}{\lambda}$ . Das heißt eine kleinere Wellenlänge führt zu einem größeren Impuls und deshalb zu einer größeren kinetischen Energie gemäß  $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}pv$ . Es gilt also: Je kleiner die Wellenlänge ist, desto größer ist die kinetische Energie.

## Aufgabe 2: Elektronenbeugung an verschiedenen Kristallen

### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
a)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	III
b)f)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	II

c)d)g)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an. E7: berücksichtigen Messunsicherheiten und analysieren die Konsequenzen für die Interpretation des Ergebnisses.	II
e)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an. E8: beurteilen die Eignung physikalischer Modelle und Theorien für die Lösung von Problemen.	II

a) Es gilt die relativistische Energie-Impuls-Beziehung

$$E = \sqrt{E_0^2 + (c \cdot p)^2} \Leftrightarrow p = \frac{\sqrt{E^2 - E_0^2}}{c}$$

Mit  $E = E_0 + E_{kin}$  erhält man:

$$p = \frac{\sqrt{(E_0 + E_{kin})^2 - E_0^2}}{c} = \frac{\sqrt{2 \cdot E_0 \cdot E_{kin} + E_{kin}^2}}{c}$$

Einsetzen in die Formel für die de Broglie-Wellenlänge liefert:

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{p} = \frac{h \cdot c}{\sqrt{2 \cdot E_0 \cdot E_{kin} + E_{kin}^2}}$$

Mit  $E_0 = m_e \cdot c^2$  und  $E_{kin} = e \cdot U_B$  erhält man

$$\lambda_{dB} = \frac{h \cdot c}{\sqrt{(e \cdot U_B)^2 + 2 \cdot e \cdot U_B \cdot m_e \cdot c^2}}$$

Mit  $E_{kin} = 150 \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ V}$ ,  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  und  $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  erhält man für die de Broglie-Wellenlänge

$$\lambda_{dB} = 2,96 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$



- b) Die kreisförmigen Maxima entstehen durch Bragg-Streuung. Die Punkte auf der Kreislinie sind um den doppelten Bragg-Winkel gebeugt. Es gilt

$$\tan \alpha = \frac{r}{2L}$$

$$\alpha = \arctan \frac{r}{2L} = \arctan \frac{5,3 \text{ mm}}{2 \cdot 200 \text{ mm}} = 0,75^\circ$$

und damit

$$\lambda = 2 \cdot d \cdot \sin \alpha$$

$$d = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin \alpha} = \frac{2,96 \cdot 10^{-12} \text{ m}}{2 \cdot \sin 0,75^\circ} = 1,13 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

- c) Mit  $E_{kin} = e \cdot U_B$  können wir die Materiewellenlänge klassisch bestimmen mit:

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{\sqrt{2m_e \cdot e \cdot U_B}}$$

$$= \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{\sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 150 \cdot 10^3 \text{ V}}} = 3,17 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Die relative Abweichung vom relativistisch berechneten Wert beträgt damit  $\approx 7,1\%$ . Diese große Abweichung zeigt, dass eine klassische Rechnung bei hochenergetischen Elektronen zu einem recht großen Fehler führt.

- d) Wir berechnen die de Broglie-Wellenlänge relativistisch und klassisch mit den gegebenen Daten:

$$\lambda_{dB,relativistisch} = \frac{h \cdot c}{\sqrt{(e \cdot U_B)^2 + 2m_e \cdot e \cdot U_B \cdot c^2}}$$

$$= \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\sqrt{(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 54 \text{ V})^2 + 2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 54 \text{ V} \cdot (3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}}$$

$$= 1,67 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$\lambda_{dB,klassisch} = \frac{h}{\sqrt{2m_e \cdot e \cdot U_B}}$$

$$= \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{\sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 54 \text{ V}}} = 1,67 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Wir erhalten bei beiden Rechnungen den gleichen Wert. Bei Elektronen niedrigerer kinetischer Energie kann damit klassisch gerechnet werden.

- e) Da die Elektronen eine geringe Energie haben, weicht das Ergebnis einer klassischen Rechnung nur wenig von dem einer relativistischen Rechnung ab. Daher können wir klassisch

rechnen. Für den Gangunterschied  $\Delta s$  gilt

$$\Delta s = g \cdot \sin \alpha.$$

Für das Maximum erster Ordnung gilt  $\Delta s = \lambda$ . Einsetzen liefert:

$$\lambda = g \cdot \sin \alpha$$

Für die Geschwindigkeit der Elektronen gilt

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = E_{kin} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{m}}$$

Mit der Wellenlänge von de Broglie erhalten wir

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_{kin}}} \\ \sin \alpha &= \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{2,15 \cdot 10^{-10} \text{ m} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 54 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot \text{V}}} \\ &\approx 0,77 \\ \Rightarrow \alpha &\approx 51^\circ \end{aligned}$$

f) Für die Geschwindigkeit der Elektronen erhalten wir:

$$v = \frac{h}{m_e \cdot \lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 2,5 \cdot 10^{-11} \text{ m}} = 2,9 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

Daraus ergibt sich für die durchlaufene Beschleunigungsspannung:

$$U_B = \frac{m_e \cdot v^2}{2e} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (2,9 \cdot 10^7 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \approx 2,4 \text{ kV}$$

g) Bedingung für Maxima erster Ordnung bei Bragg-Reflexion:

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha}$$

Für die Abstände der Kristallebenen ergibt das

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{2,5 \cdot 10^{-11} \text{ m}}{2 \cdot \sin 3,4^\circ} = 2,11 \cdot 10^{-10} \text{ m} \\ d_2 &= \frac{2,5 \cdot 10^{-11} \text{ m}}{2 \cdot \sin 5,8^\circ} = 1,24 \cdot 10^{-10} \text{ m} \end{aligned}$$

Ein Vergleich mit den Literaturwerten bestätigt den Graphitkristall.

## 4.4. Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten

### Sachanalyse

Thomas Young konnte im Jahr 1802 die Beugung von Licht am Doppelspalt zeigen und erklären, was die verbreitete Akzeptanz des Wellenmodells zur Folge hatte. Die Maxima am Doppelspalt treten bei der Bestrahlung mit Licht bei  $\sin(\alpha_k) = \frac{k \cdot \lambda}{g}$  und die Minima bei  $\sin(\alpha_k) = \frac{(2k-1) \cdot \lambda}{g}$  auf, wobei  $g$  den Spaltabstand und  $\alpha_k$  den Beugungswinkel  $k$ -ter Ordnung beschreibt und  $k \in \mathbb{N}$  gilt. Für die Intensitätsverteilung auf dem Schirm erhält man

$$I(\alpha) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi \cdot b}{\lambda} \sin(\alpha)\right)}{\left(\frac{\pi \cdot b}{\lambda} \sin(\alpha)\right)^2} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{2\pi \cdot g}{\lambda} \sin(\alpha)\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi \cdot g}{\lambda} \sin(\alpha)\right)^2}$$

nach [119]. Betrachtet man zunächst einen Einzelspalt und wirft klassische Kugeln durch diesen, so werden die Kugeln am Einzelspalt gestreut und ergeben nach vielen Durchführungen eine Wahrscheinlichkeitsverteilung. Bezeichnet man mit  $P(x)$  die Wahrscheinlichkeit, eine Kugel im Abstand  $x$  zum Schirm zu finden, so ist diese für einen Einzelspalt  $P(x) = P_1(x)$ . Für einen zweiten daneben liegenden Spalt gilt  $P(x) = P_2(x)$ . Öffnet man beide Spalte, so ergibt sich die addierte Wahrscheinlichkeit  $P_{12}(x) = P_1(x) + P_2(x)$ . Führt man das Experiment mit Licht- oder Wasserwellen durch, so ist die Intensität  $I(x)$  auf dem Schirm das Betragsquadrat der Amplitude  $A(x)$ . Vernachlässigt man die Beugungseffekte am Spalt, so erhält man für jeden Einzelspalt ähnliche Bilder wie für die Streuung der Kugeln am Einzelspalt. Es gilt für die Intensitäten  $I_1(x) = |A_1(x)|^2$  und  $I_2(x) = |A_2(x)|^2$ . Öffnet man aber beide Spalte, so entsteht ein Interferenzmuster und für die Intensität gilt

$$I_{12}(x) = |A_1(x) + A_2(x)|^2 = I_1(x) + I_2(x) + 2\sqrt{I_1(x)I_2(x)} \cos(\delta(x)),$$

wobei  $\delta(x)$  die Phasendifferenz beschreibt [120].

Bereits der Photoeffekt und die Lichtquantenhypothese waren ein Hinweis auf die Quantennatur des Lichts. 1908 führte Geoffrey Ingram Taylor ein Beugungsexperiment mit extrem schwachem Licht durch, das sogenannte Taylor-Experiment. Er nahm an, dass die einzelnen, weit voneinander entfernten Einheiten extrem abgeschwächter Intensität keine Energie verlieren. In seinem Experiment wurde das Licht durch rußgeschwärzte Platten unterschiedlicher Schwärzung abgeschwächt und an einer Nadelspitze gebeugt. Auf einer Photoplatte war anfänglich ein körniges, stochastisches Muster zu sehen. Nach einer längeren Belichtungszeit (die längste war drei Monate) bildete sich das gleiche Interferenzmuster wie bei hoher Lichtintensität und kurzer Belichtungszeit [121]. Heute weiß man, dass das Taylor-Experiment nicht das erste Experiment zum Nachweis von einzelnen Photonen darstellt. Denn zur Schwärzung der Silberkörner der Photoplatte, die aus vier Silberatomen bestehen, ist mehr als ein Photon notwendig [104]. Außerdem weiß man heute, dass durch eine extrem schwache Intensität der Lichtquel-

le aufgrund des sogenannten „Bunchings“ keine einzelnen Photonen erzeugt werden können. Photonen treten in sogenannten „bunches“ auf, das heißt auf nahezu gleichzeitig ausgesandte Photonen folgen Phasen in denen keine Emission auftritt. Beobachten kann man dies in höheren Koinzidenzraten [122]. Das Taylor-Experiment ist also kein Experiment mit einzelnen Photonen, dennoch hat es eine große historische Bedeutung.

Claus Jönssen führte 1960 erstmals den Doppelspaltversuch mit einzelnen Elektronen durch. Er konnte damit experimentell zeigen, dass Elektronen sich am Doppelspalt wie Licht verhalten. Daraus konnte er folgern, dass Elektronen Teilchen- und Wellencharakter haben [123]. Das Verhalten von Quantenobjekten am Doppelspalt kann mit Detektoren und Polarisationsfiltern untersucht werden. Schickt man einzelne Quantenobjekte auf den Doppelspalt, so erkennt man auf dem Schirm zunächst einzelne statistisch verteilte Punkte, die sich zu einem charakteristischen Interferenzmuster zusammensetzen. Bringt man hinter jeden Spalt des Doppelspalts einen idealisierten Detektor, so stellt man fest, dass immer nur ein Detektor klickt [25]. Bringt man in jeden Weg einen Polarisationsfilter, so erhält man ein Interferenzmuster bei paralleler Ausrichtung der Polarisationsfilter. Stehen die Polarisationsfilter senkrecht aufeinander, so verschwindet das Interferenzmuster. Diese Beobachtung führt zur Komplementarität von Welcher-Weg-Information und Interferenzmuster und damit zum Quantenmechanischen Fundamentalprinzip. Eine Verallgemeinerung des Prinzips beschreibt die unterschiedlichen Winkel zwischen den Polarisationsfiltern. Man verändert den Winkelunterschied von  $0^\circ$  schrittweise auf  $90^\circ$ . Bei zunehmendem Winkelunterschied wird das Interferenzmuster immer undeutlicher bis es verschwindet. Man kann also folgern, dass die Interferenzfähigkeit von Quantenobjekten umso geringer ist, desto besser sich die klassischen Wege unterscheiden lassen. Sei  $\Delta\alpha$  der Winkelunterschied zwischen den Polarisationsfiltern, dann beschreibt  $P(\Delta\alpha) = 1 - \frac{\cos^2(\Delta\alpha)}{2}$  die Wahrscheinlichkeit für den Erhalt einer vollständigen Welcher-Weg-Information. Für senkrecht aufeinander stehende Polarisationsfilter ist  $\Delta\alpha = \frac{\pi}{2}$  und damit  $P(\Delta\alpha) = 1$ . Man erhält also eine vollständige Welcher-Weg-Information. Für parallele Polarisationsfilter ist  $P(\Delta\alpha) = 0$  für  $\Delta\alpha = 0$ . Man erhält keine Welcher-Weg-Information [25]. Ein dritter Polarisationsfilter vor dem Schirm im  $45^\circ$ -Winkel zu den beiden anderen, macht die Wege wieder ununterscheidbar und das Interferenzmuster erscheint wieder. Man nennt dies ein Delayed-Choice-Experiment oder einen Quantenradierer [124]. Der Quantenradierer am Doppelspalt wurde erstmals von Scully und Dühr 1982 formuliert [125] und 1999 von Kim, Yu, Kulik, Shih und Scully erstmalig umgesetzt. Das Experiment beruht auf der Durchführung mit verschränkten Photonen. Sie konnten den Wellen- und Teilchencharakter mit verschränkten Photonen sowie die nachträgliche Löschung der Welcher-Weg-Information eines Photons durch das andere verschränkte Photon zeigen [126].

Das Delayed-Choice Experiment lässt eine Art Rückwärtskausalität oder Rückwärtsverursachung vermuten. Man könnte vermuten, dass nachträglich durch den dritten Polarisationsfilter entschieden wird, ob das Photon gemäß einer verbreiteten Vorstellung durch beide Spalte geht

oder nur durch einen. Allerdings sind die Eigenschaften eines Photons vor einer Messung nicht realisiert, sondern werden erst durch die Messung realisiert, also erst wenn das Photon auf den Schirm auftrifft, sodass die Kausalität an dieser Stelle nicht verletzt ist [127, 128]. Der Begriff Delayed-Choice beschreibt also die verzögerte Wahl. Auch nach Durchgang durch den Doppelspalt kann man mit dem dritten Polarisationsfilter entscheiden, ob man den Teilchen- oder Wellencharakter zeigen will, da die Eigenschaft zuvor nicht realisiert war.

Im Folgenden werden die Beobachtungen mathematisch beschrieben. Zur Beschreibung der Welleneigenschaften von Teilchen verwendet man sogenannte Materiewellen, welche durch die Wellenfunktion

$$\Psi(x, t) = C \cdot e^{i(\omega t - kx)} = C \cdot e^{\frac{2\pi \cdot i}{h \cdot E t - p x}}$$

beschrieben werden, wobei für die Frequenz  $\omega$  der Materiewelle  $\omega = 2\pi f$  gilt und damit  $E = h \cdot \frac{\omega}{2\pi}$ . Dabei beschreibt  $f$  die Erregerfrequenz einer Welle und  $\omega$  die Kreisfrequenz. Für den Impuls gilt  $\vec{p} = \frac{h}{2\pi} \vec{k}$  mit dem Wellenvektor  $\vec{k}$ . Über einen relativistischen Ansatz kann man sehen, dass die Phasengeschwindigkeit der Materiewelle von  $k$  abhängt und größer als die Lichtgeschwindigkeit wird, was zu einem Widerspruch führt. Das Problem liegt darin, dass eine Materiewelle eine ebene Welle mit ortsunabhängiger Amplitude ist, die über den gesamten Raum ausgebreitet ist. Für ein klassisches Teilchen hingegen kann zu jeder Zeit ein exakter Ort bestimmt werden. Um Materiewellen in gewisser Weise auch zu „lokalisieren“, verwendet man Wellenpakete zur Beschreibung der Materiewelle. Wellenpakete sind eine Überlagerung mehrerer ebener monochromatischer Wellen mit Amplitude  $C_j$ , nahe benachbarter Frequenzen  $\omega_j$  und parallelen Wellenvektoren  $\vec{k}_j$ , die in x-Richtung laufen. Man schreibt für das Wellenpaket

$$\Psi(x, t) = \sum_j C_j e^{i(\omega_j t - k_j x)}.$$

An bestimmten Orten  $x_m$  zeigt diese Überlagerung maximale Amplituden, welche sich mit der Gruppengeschwindigkeit  $v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$  in x-Richtung bewegen. Liegen die Frequenzen unendlich vieler Wellen im Intervall  $\omega = \omega_0 \pm \frac{\Delta\omega}{2}$  und die Wellenzahlen im Intervall  $k = k_0 \pm \frac{\Delta k}{2}$ , so geht die Summe in ein Integral über. Durch eine Taylorentwicklung und die Ausführung des Integrals erhält man für das Wellenpaket

$$\Psi(x, t) = A(x, t) e^{i(\omega_0 t - k_0 x)},$$

wobei  $A(x, t)$  die Amplitude der ebenen Welle beschreibt.  $\Psi(x, t)$  bezeichnen wir als Wellenpaket. Sein Maximum bewegt sich mit der Gruppengeschwindigkeit

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{hk}{2\pi m} = \frac{p}{m} = v_T,$$

welche gerade der Teilchengeschwindigkeit entspricht. Daher eignen sich Wellenpakete besser zur Beschreibung bewegter Quantenobjekte als die ebene Materiewelle. Weiterhin bestimmt der Wellenvektor  $\vec{k}_0$  den Teilchenimpuls und das Wellenpaket ist im Gegensatz zur ebenen Welle lokalisiert. Das Wellenpaket kann jedoch nicht direkt als das Wellenmodell des Teilchens angesehen werden, denn die Wellenfunktion  $\Psi(x, t)$  kann komplexe und negative Werte annehmen und sie kann nicht beobachtet werden. Weiterhin verändert sich die Breite des Wellenpakets im Laufe seiner Ausbreitung aufgrund von Dispersion und eine Welle kann durch einen Strahlteiler geteilt werden. Reale Eigenschaften eines Teilchens hingegen nehmen keine komplexen oder negativen Werte an, das Teilchen ändert seine Form nicht und kann nicht aufgeteilt werden [104].

Bei Untersuchung der Stoßvorgänge schlug Max Born 1926 eine statistische Deutung der Quantenmechanik vor. Er untersuchte Stoßvorgänge, bei denen Elektronen von einem Anfangszustand in einen Endzustand gestreut werden. Grundlage seiner Überlegungen war die Schrödinger-Gleichung. Beschreibt man die Wellenfunktion mit  $\Psi$ , so ist  $\Psi^2$  die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Elektron in eine andere Richtung gestreut wird [129]. Überträgt man dies auf die Feststellung des Ortes des Elektrons am Doppelspalt und beachtet, dass für komplexe Wellenfunktionen das Betragsquadrat verwendet werden muss, so erhält man eine mathematische Beschreibung für die Wahrscheinlichkeit, das Elektron an einem bestimmten Ort zu finden. Diese Wahrscheinlichkeit ist im Gegensatz zur Wellenfunktion beobachtbar. Beschreibt man die Wellenfunktion mit  $\Psi(x, y, z, t)$ , so ist  $|\Psi(x, y, z, t)|^2 dx dy dz$  proportional zur Wahrscheinlichkeit, das Teilchen im Volumen  $dV = dx dy dz$  zu finden. Im zweidimensionalen Fall beschreibt  $\Psi(x, t)$  die Materiewelle. Damit folgt für die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen zur Zeit  $t$  am Ort  $x + dx$  anzutreffen

$$P(x, t)dx \propto |\Psi(x, t)|^2 dx.$$

$|\Psi(x, t)|^2$  bezeichnet man als Wahrscheinlichkeitsdichte am Ort  $x$  und zur Zeit  $t$ . Das Teilchen befindet sich an irgendeinem Ort, weshalb die Normierungsbedingung

$$\int_{x=-\infty}^{x=\infty} |\Psi(x, t)|^2 dx = 1$$

gilt. Man kann damit schreiben

$$P(x, t)dx = |\Psi(x, t)|^2 dx,$$

da der Proportionalitätsfaktor 1 wird. Analog gilt

$$P(x, y, z, t)dx dy dz = |\Psi(x, y, z, t)|^2 dx dy dz,$$

für den dreidimensionalen Fall [104].

Bereits Max Born konnte zeigen, dass die Störung durch einen Stoß durch eine Superposition von Lösungen des ungestörten Vorgangs formuliert werden kann [129]. Bezeichnet man die Wellenfunktion für den Fall, dass nur der linke Spalt bzw. nur der rechte Spalt des Doppelspalts geöffnet ist mit  $\Psi_1$  bzw.  $\Psi_2$ , so erhält man die Wellenfunktion für beide geöffnete Spalte als Superposition von  $\Psi_1$  und  $\Psi_2$  mit

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_1 + \Psi_2).$$

Der Vorfaktor dient der Normierung von  $\Psi$ . Klassisch würden wir, wie beim Durchgang der Kugeln durch den Doppelspalt, für die Wahrscheinlichkeitsdichte die Summe der Einzelwahrscheinlichkeiten

$$P(x, t) = \frac{1}{2} (|\Psi_1|^2 + |\Psi_2|^2)$$

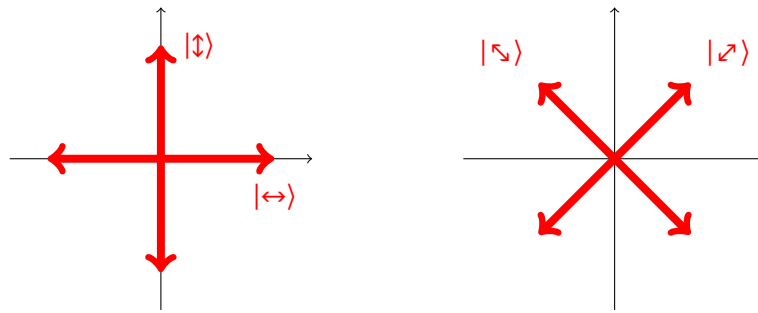
erwarten. Quantenmechanisch erhält man für eine komplexe Wellenfunktion

$$\begin{aligned} P(x, t) = |\Psi(x, t)|^2 &= \left| \frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_1 + \Psi_2) \right|^2 \\ &= \frac{1}{2} (\Psi_1 + \Psi_2) + \overline{(\Psi_1 + \Psi_2)} \\ &= \frac{1}{2} (|\Psi_1|^2 + |\Psi_2|^2 + \overline{\Psi_1} \Psi_2 + \Psi_1 \overline{\Psi_2}) \\ &= \frac{1}{2} (|\Psi_1|^2 + |\Psi_2|^2) + \text{Re}(\overline{\Psi_1} \Psi_2). \end{aligned}$$

Die beiden Ergebnisse unterscheiden sich also in dem sogenannte Interferenzterm  $\text{Re}(\overline{\Psi_1} \Psi_2)$ .

Die Wellenfunktion beschreibt ein Quantenobjekt vollständig, sie beschreibt den sogenannten Zustand eines Quantenobjekts. „Unter dem Zustand eines physikalischen Systems versteht man die Gesamtheit aller im Rahmen der verwendeten Theorie zugänglichen Informationen über das System“ [25, Seite 53]. Zur Beschreibung eines solchen Zustands verwendet man die von Paul Dirac eingeführte Bra-Ket-Notation. Ein quantenmechanischer Zustand wird beschrieben durch einen zweidimensionalen Vektor des Hilbert-Raumes. Wir bezeichnen beispielsweise einen Zustand mit dem Ket-Vektor  $|A\rangle$ . Der komplex konjugierte Vektor zu diesem bezeichnen wir als Bra-Vektor  $\langle A|$ . Das Skalarprodukt aus zwei Vektoren wird definiert mit  $\langle A|A\rangle$  [130].

Im Folgenden werden Polarisationszustände von Photonen betrachtet. Für Photonen darf der Born'sche Formalismus nicht ohne Weiteres angewendet werden, da Photonen masselose, relativistische Quantenobjekte der Quantenfeldtheorie sind. Sie gehören also nicht zum nicht-relativistischen Geltungsbereich der Born'schen Wahrscheinlichkeitsinterpretation. Sie gehören zum Beispiel nicht der Schrödinger-Gleichung, da sie keine Ruhemasse besitzen [25]. Die Schrödinger-Gleichung ist heute eine fundamentale Gleichung der Quantenmechanik und dient als Bestimmungsgleichung der Wellenfunktion  $\Psi$ . In ihrer allgemeinen Form lautet sie



**Abbildung 4.35.:** Polarisationszustände des Photons. Die Zustände  $|\uparrow\rangle$  und  $|\leftrightarrow\rangle$  sind die Basiszustände der + Basis (linke Abbildung). Die Zustände  $|\swarrow\rangle$  und  $|\nearrow\rangle$  sind die Basiszustände der x Basis (rechte Abbildung).

$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H} \Psi$ . Erwin Schrödinger leitete diese Gleichung in einer Reihe von vier Aufsätzen im Jahr 1926 her [131–134]. Für Photonen lassen sich somit keine Wellenfunktionen im eigentlichen Sinne definieren, mit den sogenannten Fock-Zuständen findet man aber eine zur Wellenfunktion ähnlichen Beschreibung. An dieser Stelle ist zu beachten, dass es sich bei der Polarisation um eine klassische Eigenschaft handelt. Die Polarisation ist die Eigenschaft einer Mode des elektromagnetischen Feldes. Allgemein beschreibt man damit einen quantenmechanischen Zustand durch einen sogenannten n-Photonen-Zustandsvektor. Der Zustandsvektor

$$|\Psi\rangle = |n_{l_1}, n_{l_2}, \dots, n_{l_j}, \dots\rangle$$

beschreibt einen Fock-Zustand. Der Eintrag  $n_{l_1}$  bedeutet, dass der Zustand  $n_{l_1}$  Photonen der Mode  $l_1$  besitzt.  $l$  beschreibt dabei einen Index, welcher die Parameter der Ausbreitungsrichtung und der Polarisation einer elektromagnetischen Welle enthält. Betrachtet man nun Einzelmoden-Einphotonen-Zustände, so schreibt man allgemein

$$|0, 0, \dots, 0, n_{\alpha, \vec{k}=1, 0, \dots}\rangle \equiv |1_{\alpha, \vec{k}}\rangle \equiv |\alpha, \vec{k}\rangle,$$

wobei  $\alpha$  die Polarisationsrichtung und  $\vec{k}$  den Wellenvektor beschreibt. Geht man nun davon aus, dass die Ausbreitungsrichtung für alle Photonen gleich ist, so kann man ein Photon in Mode  $\alpha$  vereinfacht als Zustand  $|\alpha\rangle$  bezeichnen, wobei  $\alpha$  die Polarisationsrichtung beschreibt. Im Folgenden werden horizontal polarisierte Photonen  $|\leftrightarrow\rangle$ , vertikal polarisierte Photonen  $|\updownarrow\rangle$  und diagonal polarisierte Photonen  $|\swarrow\rangle$  und  $|\nearrow\rangle$  unterschieden [25]. Betrachtet man Abbildung 4.35, so kann man den Basiszuständen der + Basis und der x Basis die zweidimensionalen Vektoren



$$\begin{aligned}
 |\leftrightarrow\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\nearrow\rangle + |\searrow\rangle) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 |\updownarrow\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\nearrow\rangle - |\searrow\rangle) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\
 |\nearrow\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\leftrightarrow\rangle + |\updownarrow\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\
 |\searrow\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\leftrightarrow\rangle - |\updownarrow\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

zuordnen. Die Basiszustände einer Basis können also jeweils als Superposition der Basiszustände der jeweils anderen Basis geschrieben werden. Die Basiswahl entscheidet, ob sich ein Photon in einem Superpositionszustand oder in einem Eigenzustand der Basis befindet. Ein Photon, welches um den Winkel  $\alpha$  zur Horizontalen gedreht ist, beschreibt man mit dem Zustand

$$|\Psi\rangle = \cos \alpha |\leftrightarrow\rangle + \sin \alpha |\updownarrow\rangle = \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}.$$

Diesen Vektor bezeichnet man gemäß des Jones-Formalismus auch als allgemeinen, normierten Jones-Vektor [135, 136]. Trifft ein horizontales Photon auf einen horizontal ausgerichteten Polarisationsfilter, so berechnet sich die Wahrscheinlichkeit nach [25] mit

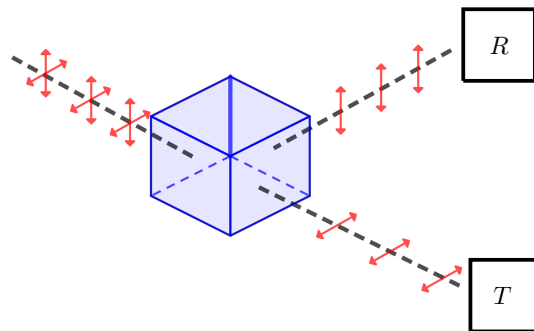
$$|\langle \leftrightarrow | \leftrightarrow \rangle|^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1.$$

Trifft ein diagonal polarisiertes Photon auf einen horizontal ausgerichteten Polarisationsfilter, so ist die Wahrscheinlichkeit für die Transmission nach [25]

$$|\langle \leftrightarrow | \nearrow \rangle|^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{2}} (\langle \leftrightarrow | \leftrightarrow \rangle + \langle \leftrightarrow | \updownarrow \rangle) \right|^2 = \frac{1}{2}.$$

Das Messergebnis hängt somit nicht nur vom Ausgangszustand des Photons ab, sondern auch von der Messeinstellung und dem Zufall. Eine alternative Berechnung liefert das Gesetz von Malus. Sei  $\alpha$  der Winkel zwischen der Polarisation des Photons und der Einstellung des Polarisationsfilters, so berechnet sich die Transmissionswahrscheinlichkeit mit

$$P_{\text{Transmission}}(\alpha) = \cos^2(\alpha).$$



**Abbildung 4.36.:** Transmission und Reflexion am polarisierenden Strahlteilerwürfel. Horizontal polarisierte Photonen werden transmittiert und vertikal polarisierte Photonen reflektiert.

Ein Photon trifft nun zuerst auf einen Polarisationsfilter, welcher mit dem Ausgangszustand des Photons den Winkel  $\alpha_1$  einschließt und dann auf einen zweiten Polarisationsfilter, welcher mit dem Ausgangszustand des Photons den Winkel  $\alpha_2$  einschließt. Dann berechnet sich die Transmissionswahrscheinlichkeit mit

$$P_{\text{Transmission}}(\alpha_1, \alpha_2) = \cos^2(\alpha_1) \cdot \cos^2(\alpha_2 - \alpha_1).$$

Passiert ein Photon einen Polarisationsfilter, so nimmt es im Anschluss die Polarisationsrichtung des Polarisationsfilters an. Ein diagonal polarisiertes Photon ist nach Passieren des horizontalen Polarisationsfilters also horizontal polarisiert. Bestätigt werden kann dies rechnerisch mit der Jones-Matrix

$$\begin{pmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{pmatrix},$$

wobei  $\alpha$  den Winkel des Polarisationsfilters zur Horizontalen beschreibt. Trifft ein horizontal polarisiertes Photon auf einen horizontalen Polarisationsfilter, so lautet die Matrixgleichung

$$\begin{pmatrix} \cos^2 0^\circ & \sin 0^\circ \cos 0^\circ \\ \sin 0^\circ \cos 0^\circ & \sin^2 0^\circ \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos^2 0^\circ \\ \sin^2 0^\circ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Das Photon ist nach Passieren also horizontal polarisiert, wie erwartet [135, 136].

Trifft ein Photon mit dem Polarisationswinkel  $\alpha$  gegenüber der Horizontalen auf einen Strahlteilerwürfel (Abbildung 4.36), so berechnet sich die Wahrscheinlichkeit für die Detektion an Detektor  $T$  nach dem Gesetz von Malus mit

$$P_{\text{Transmission}}(\alpha) = \cos^2(\alpha)$$

und die Wahrscheinlichkeit für die Detektion an Detektor R mit

$$P_{\text{Reflexion}}(\alpha) = \sin^2(\alpha).$$

Ein horizontal polarisiertes Photon wird gemäß Abbildung 4.36 mit der Wahrscheinlichkeit von 100 % transmittiert, ein vertikal polarisiertes mit einer Wahrscheinlichkeit von 100 % reflektiert. Trifft ein diagonal polarisiertes Photon auf den Strahlteilerwürfel, so befindet es sich nach dem Strahlteilerwürfel in einem Superpositionszustand aus einer horizontalen und vertikalen Polarisation. An den Detektoren wird eine der Eigenschaften realisiert, sodass zufällig Detektor  $T$  oder Detektor  $R$  klickt.

Mit der Dirac-Notation und der Polarisation von Photonen kann das Delayed-Choice-Experiment am Doppelspalt mathematisch beschrieben werden. Bringt man vor dem Doppelspalt einen Polarisationsfilter an, der die Photonen in den Zustand  $|\nearrow\rangle$  bringt, so befindet sich das Photon am Ort des Doppelspalts im Superpositionszustand

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|S1\rangle \otimes |\nearrow\rangle + |S2\rangle \otimes |\nearrow\rangle),$$

wobei  $|S1\rangle$  und  $|S2\rangle$  die Zustände der beiden Spalte beschreiben. Hinter Spalt 1 wird ein horizontal und hinter Spalt 2 ein vertikal ausgerichteter Polarisationsfilter. Dadurch befindet sich das Photon im Superpositionszustand

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|S1\rangle \otimes |\leftrightarrow\rangle + |S2\rangle \otimes |\updown\rangle).$$

Dieser Superpositionszustand kann nicht in eine Überlagerung der Spaltzustände separiert werden. Das bezeichnen wir als Welcher-Weg-Information. Das Interferenzmuster verschwindet. Die Wahrscheinlichkeit, das Photon in einer bestimmten Region  $\Delta y$  auf dem Schirm zu finden ergibt sich mit dem Projektionsoperator  $P_{\Delta y}$  zu

$$\frac{1}{2} (\langle S1|P_{\Delta y}S1\rangle + \langle S2|P_{\Delta y}S2\rangle),$$

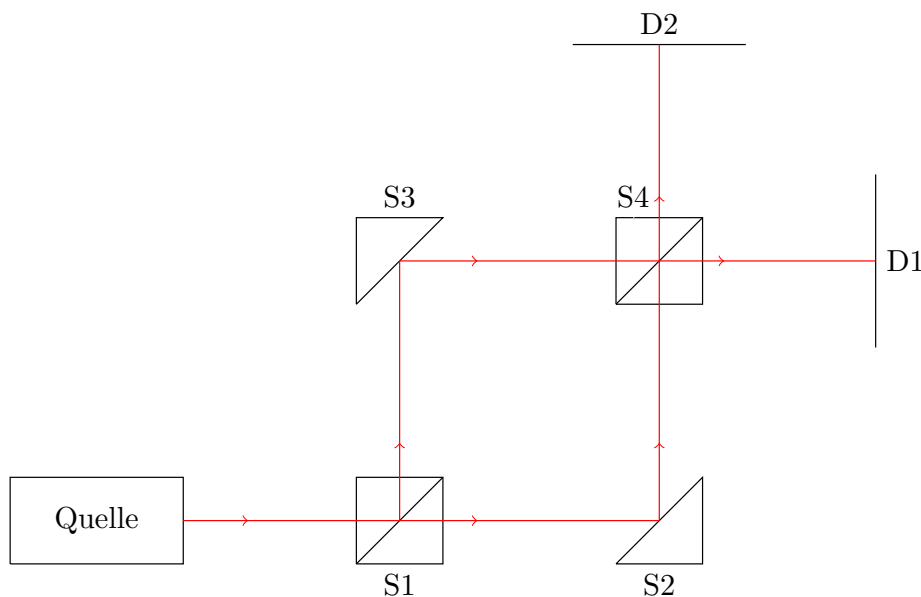
was dem Durchschnitt der Einzelwahrscheinlichkeiten der Spalte entspricht, die keine Interferenz zeigen. Entscheidend dafür ist, dass die Polarisationsfilter senkrecht zueinander orientiert sind  $\langle \leftrightarrow | \updown \rangle = 0 = \langle \updown | \leftrightarrow \rangle$  und damit die Interferenz zwischen den Spalten löschen. Der Superpositionszustand bleibt erhalten bis die Photonen auf den Schirm treffen. Erst bei Messung am Schirm wird der Superpositionszustand zerstört, es kommt zum Kollaps der Wellenfunktion. Bringt man einen dritten Polarisationsfilter in der Einstellung  $45^\circ$  zwischen Doppelspalt und Schirm, so eliminiert dieser die  $-45^\circ$  Komponente. Man erhält den Superpositionszustand

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|S1\rangle + |S2\rangle) \otimes |\nwarrow\rangle.$$

Die Messung der ersten Komponente durch den Operator  $P_{\Delta y}$  ist die Superposition  $|S1\rangle + |S2\rangle$ , wodurch wieder ein Interferenzmuster entsteht. Das entstehende Muster ist umgekehrt zu dem ohne Polarisationsfilter. Bringt man einen Polarisationsfilter unter dem Winkel  $-45^\circ$  vor den Schirm, so erhält man das ursprüngliche Interferenzmuster. Das wieder entstehende Interferenzmuster zeigt, dass das Photon sich in dem Superpositionszustand  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|S1\rangle \otimes |\leftrightarrow\rangle + |S2\rangle \otimes |\updownarrow\rangle)$  befunden haben muss und nicht in einer Mischung aus  $|S1\rangle \otimes |\leftrightarrow\rangle$  und  $|S2\rangle \otimes |\updownarrow\rangle$ . Wäre das Photon zum Beispiel im Zustand  $|S1\rangle \otimes |\leftrightarrow\rangle$ , dann würde es den zweiten Filter im Zustand  $|S1\rangle \otimes |\searrow\rangle$  passieren, was kein Interferenzmuster bewirken würde. Das zeigt aber auch, dass es keine Mischung aus „Photon geht durch Spalt 1“ und „Photon geht durch Spalt 2“ gibt [128].

Die beschriebenen Experimente liefern einen wichtigen Beitrag zum Verständnis des quantenphysikalischen Weltbilds. Max Born folgerte bereits 1926 den Indeterminismus der Quantenmechanik [129]. Kennt man die Anfangsbedingungen (z.B. Ort und Impuls) sowie die äußeren Bedingungen (einwirkenden Kräfte) eines Experiments, so können wir die Ergebnisse vorherhersagen. Die klassische Physik ist also deterministisch. Beim Doppelspaltversuch kann man den Ort eines einzelnen Photons auf dem Schirm nicht vorherhersagen, auch bei genauer Kenntnis der Anfangsbedingungen und äußeren Bedingungen. Man kann lediglich Wahrscheinlichkeitsaussagen treffen, was dem klassischen Determinismus widerspricht. Ein Einzelergebnis ist also nicht deterministisch. Allerdings lässt sich das entstehende Interferenzmuster (nach dem Auftreffen vieler Photonen) bei gleichen Anfangsbedingungen reproduzieren. Dieses Interferenzmuster ist stochastisch vorherhersagbar.

Dass wir nicht sagen können, durch welchen Spalt das Quantenobjekt geht, begründet sich mit dem quantenmechanischen Realitätsbegriff. Albert Einstein, Boris Podolsky und Nathan Rosen (EPR) definierten in ihrer berühmten Arbeit, welche heute unter dem Namen EPR-Paradoxen bekannt ist, die klassische Realität: „Wenn wir, ohne auf irgendeine Weise ein System zu stören, den Wert einer physikalischen Größe mit Sicherheit (d.h. mit der Wahrscheinlichkeit gleich eins) vorherhersagen können, dann gibt es ein Element der physikalischen Realität, das dieser physikalischen Größe entspricht“ [137]. Realität bedeutet aber auch, dass etwas unabhängig von der Beobachtung, also der Messung existiert [138]. Der vorliegenden Arbeit wird die folgende Definition der Realität nach [139] zu Grunde gelegt: Ein Objekt hat festgelegte Eigenschaften unabhängig davon, ob daran eine Beobachtung (Messung) erfolgt. Dabei meint der Begriff Eigenschaft eine messbare physikalische Größe, wie zum Beispiel Farbe, Material oder Ort. Als Wert einer Eigenschaft bezeichnet man hingegen den Messwert, beispielsweise rot, Holz oder die Koordinaten des Objekts im Raum. Beim Doppelspaltversuch existiert am Ort des Doppelspalts der Wert der Eigenschaft, durch welchen Spalt das Elektron gegangen ist, nicht. Dies entspricht damit nicht der klassischen Realität. Das Quantenobjekt befindet sich am Ort des Doppelspalts in einem Superpositionszustand aus den beiden möglichen klassischen Wegen. Eine Messung (z.B. mit Detektoren) führt zum Kollaps der Wellenfunktion und damit zur Realisierung einer der beiden Eigenschaften, dem Klicken eines Detektors. In der Quantenphysik



**Abbildung 4.37.:** Aufbau eines Mach-Zehnder-Interferometers nach [25]

muss der Begriff der Realität somit nach [140] eingeschränkt werden: Die Eigenschaften eines Quantenobjekts können bis zur Messung undefiniert sein, also als Superposition vorliegen. Eine Messung „zerstört“ die Superposition und realisiert einen Wert der Eigenschaft. Vor der Messung liegen demnach alle Werte einer Eigenschaft als gleichzeitige Möglichkeiten vor. Diese Definition deckt sich mit den Ergebnissen des Doppelspaltversuchs. Schrödinger konstruierte hierzu 1935 das berühmte Gedankenexperiment „Schrödingers Katze“. Eine Katze wird in eine Kiste eingesperrt. In dieser Kiste befindet sich eine radioaktive Substanz, die in einer Stunde mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % zerfällt. Zerfällt die Substanz, so wird ein Gift freigesetzt, welches die Katze tötet. Bevor man in die Kiste schaut, würde sich die Katze gemäß der Quantenmechanik in einem Überlagerungszustand aus tot und lebendig befinden. Die direkte Beobachtung legt den Zustand schließlich fest. Schrödinger fasst zusammen, dass dieses quantenmechanische Modell daher nicht als Abbild der Wirklichkeit gesehen werden kann [141]. Heute weiß man, dass quantenmechanische Ereignisse in der makroskopischen Welt aufgrund von Dekohärenz nicht beobachtet werden können. Unter Dekohärenz versteht man die ständige Wechselwirkung mit der Umgebung, also eine ständige Beobachtung bzw. Messung des Systems. Diesen Einfluss der Bewegung erkannte Zeh bereits 1970 [142].

Als zweites Beispiel zur Demonstration des Wahrscheinlichkeitsverhaltens von Quantenobjekten dient das Mach-Zehnder-Interferometer. Der Aufbau ist in Abbildung 4.37 dargestellt. Betrachtet man zunächst Licht im Interferometer, so wird dieses an den beiden Strahlteilern jeweils zur Hälfte transmittiert und reflektiert. Die beiden Schirme werden also auf zwei Wegen erreicht. In Folge der Phasendifferenz der beiden Teilwellen treten Interferenzerscheinungen auf. Licht

erfährt am Spiegel einen Phasensprung von  $\pi$  und am Strahlteiler von  $\frac{\pi}{2}$ . Betrachtet man nun Licht der Wellenlänge  $\lambda$ , so erhält man für die beiden möglichen Wege zum Detektor  $D_1$  die Phasenverschiebungen

$$\begin{aligned}\Phi_{S_1 S_2 S_4 D_1} &= \frac{3\pi}{2} + \frac{2\pi l_1}{\lambda} \quad \text{und} \\ \Phi_{S_1 S_3 S_4 D_1} &= \frac{3\pi}{2} + \frac{2\pi l_2}{\lambda},\end{aligned}$$

wobei  $l_1$  und  $l_2$  die beiden möglichen Wege sind. Daraus erhält man die Phasendifferenz

$$\Delta\Phi = 2\pi \frac{l_2 - l_1}{\lambda}.$$

Analog gilt am Detektor  $D_2$

$$\begin{aligned}\Phi_{S_1 S_2 S_4 D_2} &= \pi + \frac{2\pi l_1}{\lambda}, \\ \Phi_{S_1 S_3 S_4 D_2} &= 2\pi + \frac{2\pi l_2}{\lambda} \quad \text{und} \\ \Delta\Phi &= \pi + 2\pi \frac{l_2 - l_1}{\lambda}.\end{aligned}$$

Betrachtet man ein Interferometer mit identischen Weglängen  $l_1 = l_2$ , so entsteht an Detektor 1 keine Phasendifferenz und an Detektor 2 eine Phasendifferenz von  $\pi$  [25]. Die Teilstrahlen können mit

$$\begin{aligned}E_{S_1, S_2, S_4} &= \frac{E}{2} e^{i(\phi_0 + \phi_{S_1, S_2, S_4})} \quad \text{und} \\ E_{S_1, S_3, S_4} &= \frac{E}{2} e^{i(\phi_0 + \phi_{S_1, S_3, S_4})}\end{aligned}$$

beschrieben werden, wobei für  $l_1 = l_2$  auch die Phasen  $\phi_0$  gleich sind. An den Detektoren überlagern sich die Wellen zu  $E_{1,2} = E_{S_1, S_2, S_4} + E_{S_1, S_3, S_4}$ . Die Intensität berechnet sich dann zu

$$\begin{aligned}I_{1,2} &= |E_{S_1, S_2, S_4} + E_{S_1, S_3, S_4}|^2 \\ &= \frac{E^2}{2} (1 + \cos(\phi_{S_1, S_2, S_4} - \phi_{S_1, S_3, S_4})).\end{aligned}$$

An Detektor 1 gilt  $\phi_{S_1, S_2, S_4} = \phi_{S_1, S_3, S_4} = \pi$  und damit

$$I_1 = \frac{E^2}{2} (1 + 1) = E^2 = I_0.$$

An Detektor 2 gilt  $\phi_{S1,S2,S4} = \pi$ ,  $\phi_{S1,S3,S4} = 2\pi$  und damit

$$I_2 = 0.$$

Aufgrund der Ausdehnung des Laserstrahls durchläuft die Phasendifferenz, neben den zuvor für die optische Achse hergeleiteten Werten, kontinuierlich weitere Werte radial nach außen, wodurch kreisförmige Maxima und Minima entstehen. Im Zentrum von Schirm  $D_1$  tritt dann allerdings ein Maximum und im Zentrum von Schirm  $D_2$  ein Minimum auf [25]. Analog zum Doppelspaltversuch kann man auch am Interferometer ein Delayed-Choice-Experiment durchführen.

Zur Demonstration der verzögerten Quantenwahl schlug John Archibald Wheeler 1983 ein Gedankenexperiment vor, welches eine kosmologische Größenordnung betrachtet. Ausgangspunkt der Analyse von Wheeler war die Frage nach dem Verhalten von Photonen am Strahlteiler. Er hält fest, dass es falsch ist, von einem Weg durch den Strahlteiler zu sprechen, da erst die Messung zu einer Erscheinung führt. Die Distanz zwischen Quelle und Strahlteiler kann auch Milliarden Lichtjahre betragen und die Zeit Milliarden Jahre. Er ging davon aus, dass von einem Quasar Licht ausgesendet wird. Das sich zwischen Quasar und Erde befindende Gravitationsfeld eines Galxienclusters wirkt wie eine optische Linse. Er betrachtete in seinem Gedankenexperiment die Krümmung des Lichtwegs durch die Gravitation und zeigte, dass es vom Beobachter abhängt, ob er den Wellen- oder Teilchencharakter des Photons zeigt, auch Milliarden Jahre später [143].

Philippe Grangier, Gérard Roger und Alain Aspect schickten 1986 erstmals einzelne Photonen auf einen Strahlteiler. Die Schwierigkeit bestand in der Herstellung einzelner Photonen. Sie verwendeten eine Quelle, welche zwei Photonen aussendete. Eines wird auf einen Strahlteiler gesendet und das andere gemessen. Sie konnten eine sehr niedrige Koinzidenzrate hinter dem Strahlteiler finden und damit die Eigenschaften einzelner Photonen zeigen. Mit diesem Experiment konnten sie beweisen, dass ein Photon sich nicht aufteilt. Außerdem konnten sie zeigen, dass das Verhalten des Photons am Strahlteiler echter Zufall ist und bei einer großen Versuchszahl dem Ergebnis von Licht entspricht (50:50-Verteilung). Durch das Senden des Photons durch ein Mach-Zehnder-Interferometer konnten sie zeigen, dass das Photon sich stets nur in einem Arm befindet und immer nur Detektor  $D1$  klickt. Es kommt daher analog der Durchführung mit Licht bei  $D1$  zu konstruktiver Interferenz und bei  $D2$  zu destruktiver Interferenz [144].

Das Gedankenexperiment von Wheeler aus dem Jahr 1983 zum Delayed-Choice-Experiment wurde 2007 in einem Experiment von einer Gruppe Physiker an einem Mach-Zehnder-Interferometer umgesetzt. Dabei wird erst nach Eintreten des Photons in das Mach-Zehnder-Interferometer entschieden, ob der zweite Strahlteiler eingebaut sein soll oder nicht. Diese Entscheidung wird über einen Quantenzufallsgenerator getroffen. Dieser sowie der zweite Strahlteiler befinden sich weit genug entfernt vom ersten Strahlteiler, sodass eine Beeinflussung ausgeschlossen wer-

den kann. Der zweite Strahlteiler besteht aus einer  $\frac{\lambda}{2}$ -Platte, einem polarisierenden Strahlteiler und einem elektrooptischen Modulator, dessen optische Achse auf  $22,5^\circ$  orientiert ist, sowie einem Wollaston-Prisma. Mit dem Quantenzufallsgenerator wird entschieden, ob der elektrooptische Modulator offen oder geschlossen ist. Ist er geöffnet, so steht das Klicken von jedem Detektor für einen Pfad des Mach-Zehnder-Interferometers. Die Pfade überlagern sich nicht. Ist er geschlossen, so entspricht die Funktion der einer  $\frac{\lambda}{2}$ -Platte, welche die Polarisation um  $45^\circ$  dreht. Die beiden Pfade überlagern sich dann und es kommt zur Interferenz. Dies zeigt, dass das Verhalten des Photons im Interferometer von der Größe abhängt, die gemessen wird, auch wenn die Wahl erst nach Eintreten des Photons in das Interferometer geschieht [145].

Im Folgenden werden einzelne Photonen am Mach-Zehnder-Interferometer mathematisch beschrieben. Sendet die Quelle Photonen im Zustand  $|\Psi_0\rangle$  aus, so tritt ein Phasensprung von  $\pi$  bei Reflexion an einem Spiegel auf und Phasensprung von  $\pi/2$  am Strahlteiler. Ein Photon, welches am Strahlteiler durchgelassen wird, wird mit  $|T\rangle$  und ein Photon, welches reflektiert wird, wird mit  $|R\rangle$  bezeichnet. Ein Photon, welches bei Detektor 1 ankommt, bezeichnen wir mit  $|D1\rangle$  und eines, welches bei Detektor 2 ankommt, mit  $|D2\rangle$ . Man erhält nach S1, S2 und S3 den Superpositionszustand

$$|\Psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( e^{\pi i} |T\rangle + e^{\frac{3\pi i}{2}} |R\rangle \right) = -\frac{1}{\sqrt{2}} (|T\rangle + i |R\rangle).$$

Nach dem Strahlteiler S4 erhält man den Superpositionszustand

$$\begin{aligned} |\Psi_D\rangle &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} (i |D1\rangle + |D2\rangle) + \frac{i}{\sqrt{2}} (|D1\rangle + i |D2\rangle) \right] \\ &= \frac{1}{2} (i |D1\rangle + |D2\rangle + i |D1\rangle - |D2\rangle) = i |D1\rangle. \end{aligned}$$

Dies bestätigt die Überlegung, dass das Photon mit einer Wahrscheinlichkeit von 100 % an Detektor 1 registriert wird [25].

Wir erhalten im Mach-Zehnder-Interferometer eine Superposition aus beiden möglichen Wegen  $|R1\rangle + |T1\rangle$ . Das Photon bleibt in diesem Superpositionszustand bis zur Messung am Detektor und dem Kollaps des Superpositionszustands zu einem Eigenzustand. Befindet sich nur Strahlteiler 1 im Interferometer, so wird auch immer nur Detektor 1 Weg 1 messen und Detektor 2 Weg 2. Durch den zweiten Strahlteiler entsteht eine neue Superposition aus beiden möglichen Wegen:

$$(|T1, R2\rangle + |R1, T2\rangle)_{D1} + (|T1, T2\rangle + |R1, R2\rangle)_{D2}$$

Auch hier könnte man die Retrokausalität erwarten in Abhängigkeit davon, ob der zweite Strahlteiler eingebaut ist oder nicht, aber auch hier ist analog zum Doppelspaltversuch die Kausalität nicht verletzt [128].



## Didaktische Analyse



**Abbildung 4.38.:** Sachstrukturdiagramm zu „Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten“

In der Schule steht man zu Beginn dieses Kapitels vor dem kognitiven Konflikt, dass die SuS das Wellen- und das Photonenmodell zur Beschreibung von Licht kennen. Durch die Betrachtung von einzelnen Quantenobjekten am Doppelspalt wird dieser kognitive Konflikt problemorientiert gelöst. Lernvoraussetzungen für dieses Kapitel sind gemäß des Sachstrukturdiagramms in Abbildung 4.38 das Verhalten von Licht am Doppelspalt sowie der Wellen- und Teilchencharakter von Licht. Als Wiederholung sieht der Lehrplan zu Beginn die Beschreibung der „Intensitätsverteilung hinter einem Doppelspalt mit Laserlicht“ [29, Seite 58] vor. Als Übergang zum Versuch mit einzelnen Quantenobjekten wird der historische Versuch von Taylor mit stark reduzierter Intensität besprochen. Bereits mit dem Taylor-Versuch kann begründet werden, „dass die Intensität in einem kleinen Bereich ein Maß für die Wahrscheinlichkeit ist, ein Photon in diesem Bereich zu registrieren“ [29, Seite 58]. Außerdem sieht der Lehrplan hier die Behandlung einer „fehlende[n] Kausalität“ [29, Seite 58] vor, da das Auftreffen der einzelnen

Photonen auf dem Schirm nicht vorhergesagt werden kann. Die Begründung liegt hierbei aber nicht in der fehlenden Kausalität, sondern in einem fehlenden Determinismus. Die Kausalität wird, wie in der Sachanalyse beschrieben, nicht verletzt. Am Taylorexperiment kann gezeigt werden, dass die Intensitätsverteilung reproduzierbar ist und nach längerer Zeit der von Licht entspricht, was als Determiniertheit der Verteilung gedeutet werden kann [29]. Damit können bereits die beiden Wesenszüge „Stochastische Vorhersagbarkeit“ und „Fähigkeit zur Interferenz“ aus Tabelle 2.6 gezeigt werden, weshalb der Doppelspaltversuch im Folgenden näher untersucht wird.

Der Doppelspaltversuch wird mit einzelnen Quantenobjekten durchgeführt, in Anlehnung an den historischen Versuch von Jönssen. In der Schule ist dieser Versuch nur mit einer Simulation durchführbar. Die Lehrperson sollte erwähnen, dass der Doppelspaltversuch mit einzelnen Quantenobjekten (Elektronen und Photonen) auch real durchgeführt werden kann. Der Vergleich der Wahrscheinlichkeitsdichten am Doppelspalt und Einzelspalt führt zu dem Ergebnis, „dass die Superposition der beiden Nachweiswahrscheinlichkeitsdichten an den Einzelspalten nicht mit der Nachweiswahrscheinlichkeitsdichte am Doppelspalt übereinstimmt“ [29, Seite 58]. Außerdem zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung auf dem Schirm, dass sich ein ähnliches Muster wie bei Licht ergibt. Damit lässt sich folgern, „dass sich bei einzelnen Quantenobjekten (z.B. Elektronen, Photonen) am Doppelspalt das Phänomen Interferenz beobachten lässt“ [29, Seite 58]. Zur Erklärung der Beobachtung benötigt man also beide Modelle. Der in diesem Zusammenhang oft verwendete Begriff „Welle-Teilchen-Dualismus“ ist zu vermeiden. Er führt zur Vorstellung, dass es nur Welle oder Teilchen geben kann. Quantenobjekte sind allerdings weder Welle noch Teilchen, sondern etwas Drittes. Quantenobjekte zeigen entweder Wellen- oder Teilchencharakter. Hier ist zu beachten, dass dieser Übergang kontinuierlich ist, wie mit der Simulation zum Mach-Zehnder-Interferometer (siehe Kapitel 4.4.5) gezeigt werden kann. Mit dem Wellenmodell kann man die Interferenz und mit dem Photonenmodell das einzelne, zufällige Auftreffen der Quantenobjekte auf dem Schirm erklären. Diese Beobachtung führt zu einem neuen kognitiven Konflikt, denn es stellt sich die Frage, wie einzelne Quantenobjekte am Doppelspalt Interferenz zeigen können. Dazu wird mit Detektoren an den Spalten gezeigt, dass immer nur ein Photon im Strahlengang ist. Auch hier existieren einige Fehlkonzepte, welche durch Vorstellungsschwierigkeiten zu begründen sind, die auch im Internet oder in Büchern zu finden sind. Ein den SuS bekanntes Analogon zu Einzelphotonendetektoren sind Geiger-Müller-Zählrohre zum Nachweis radioaktiver Strahlung. Die mittlere Zerfallsrate einer Probe ist vorhersagbar, nicht aber die Zeitpunkte des Zerfalls einzelner Kerne: man hört daher statistische „Knackgeräusche“. Das Photon interferiert am Doppelspalt mit sich selbst und es kommt zu einer „Interferenz der Möglichkeiten“. Allerdings verschwindet bei Einbringen der Detektoren auch das Interferenzmuster, was einen neuen kognitiven Konflikt auslöst. Der Einsatz der Detektoren ermöglicht eine Messung des Quantenobjekts nach Durchgang durch den Doppelspalt. Das Vorliegen einer Welcher-Weg-Information verhindert das Auftreten von

Interferenz. Dies führt zur Erkenntnis der „Komplementarität von Weginformation und Interferenzfähigkeit“ [29, Seite 58]. Die Bezeichnung als quantenmechanisches Fundamentalprinzip kann an dieser Stelle erfolgen. Beim Doppelspaltversuch wird meist angenommen, dass man mit den Detektoren messen kann, durch welchen Spalt das Photon gegangen ist und ein Klicken des Detektors wird interpretiert als eine Bestätigung durch welchen Spalt das Photon gegangen ist. Dabei handelt es sich um eine falsche Vorstellung. So findet man Aussagen wie „Im folgenden Experiment soll bestimmt werden, auf welchem Weg ein Lichtquant von der Lampe zum Schirm fliegt. Dazu wird an jeden Spalt ein Lichtdetektor angebracht. Wenn ein Lichtquant einen Spalt passiert, leuchtet der Lichtdetektor auf und man weiß, welchen Spalt das Lichtquant passiert hat“[97] oder „Ein senkrecht polarisiertes Photon hat eindeutig Weg 1 genommen, ein horizontal polarisiertes Photon eindeutig Weg 2“[95]. Das Photon befindet sich aber in einem Superpositionszustand, sofern es zwei mögliche klassische Pfade zwischen Quelle und Detektor gibt, und der Detektor realisiert eine der Eigenschaften „Detektor 1 klickt“ oder „Detektor 2 klickt“. Gleiches Ergebnis zeigt sich beim Einbringen von senkrecht aufeinanderstehenden Polarisationsfiltern in den Strahlengang. Die senkrecht aufeinanderstehenden Polarisationsfilter dienen in diesem Fall als Wegmarkierung. Die Überlagerung von physikalischen Größen ist den SuS von der Kräfteaddition oder der Polarisation von Licht bekannt, sodass das Vorliegen des Superpositionszustand nachvollziehbar ist. Fragen wie „Durch welchen Spalt geht das Photon?“ dürfen nicht gestellt werden. Das Photon befindet sich am Ort des Doppelspalts immer in einer Superposition aus beiden Möglichkeiten. Das Einbringen eines dritten, um  $45^\circ$  gedrehten Polarisationsfilters simuliert einen Quantenradierer, welcher die Welcher-Weg-Information wieder aufhebt. Die Beobachtung des Interferenzmusters und die Aufhebung der Weginformation bezeichnet man als Delayed-Choice-Experiment, wie im Lehrplan angegeben [29]. Entscheidend ist, dass auch bei vorhandener Welcher-Weg-Information der Superpositionszustand nicht am Doppelspalt reduziert wird, sondern immer erst bei Antreffen am Schirm. Damit hat man auch die beiden Wesenszüge „Mögliche Messergebnisse“ und „Komplementarität“ angesprochen. Allerdings sollte man bei der Formulierung beachten, dass ein fehlendes Interferenzmuster nicht unbedingt auf eine Welcher-Weg-Information hinweist. Auch eine Welcher-Weg-Information kann dazu führen, dass die Wege ununterscheidbar bleiben und ein Interferenzmuster entsteht [25]. Eine weitere Vorstellung kann darin bestehen, dass die SuS davon ausgehen, dass die Welcher-Weg-Information nachträglich gelöscht wird, was die Vorstellung einer Retrokausalität folgern würde. So findet man unter anderem in Schulbüchern häufig Aussagen wie „Durch diesen Filter wird die Weginformation ausgelöscht“[95]. Es ist darauf zu achten, dass nichts rückwirkend geschieht, sondern der Einbau der optischen Bauteile zu den Beobachtungen führt. Es ist zu betonen, dass der dritte Polarisationsfilter auch erst nach Passieren des Doppelspalts eingebaut werden kann und damit die Beobachtung nach Passieren des Doppelspalts noch beeinflusst werden kann. An dieser Stelle sollte nochmals auf den Anfangskonflikt eingegangen werden, was Licht nun wirklich ist. Es sollte darauf aufmerk-

sam gemacht werden, dass Licht sowohl Teilchen- als auch Wellencharakter zeigt, eine genaue Definition aber nicht möglich ist. Dies führt im Unterricht auch zu der Frage, wie man einzelne Quantenobjekte beschreiben kann.

Zur mathematischen Beschreibung der Experimente führt man in der Schule die Wellenfunktion  $\Psi(x, t)$  und das Betragsquadrat  $|\Psi(x, t)|^2$  als Wahrscheinlichkeit ein, ein Teilchen an einem bestimmten Ort auf dem Schirm anzutreffen. Dieser Zusammenhang zur Wahrscheinlichkeit ist für die SuS leicht nachvollziehbar, da bereits aus der klassischen Wellenlehre bekannt ist, dass die Intensität proportional zu dem Betragsquadrat der elektrischen Feldstärke ist. Es wird bewusst von Antreffwahrscheinlichkeit und nicht von Aufenthaltswahrscheinlichkeit gesprochen. Aufenthaltswahrscheinlichkeit würde darauf hindeuten, dass der Ort eines Quantenobjekts zu jeder Zeit genau bestimmt werden kann, was allerdings nicht möglich ist. Um falsche Vorstellungen und daraus resultierende Fehlkonzepte zu vermeiden, spricht man von Antreffwahrscheinlichkeit oder auch Nachweiswahrscheinlichkeit. Es ist hervorzuheben, dass die Wellenfunktion  $\Psi(x, t)$  den Zustand eines Quantenobjekts vollständig beschreibt, sich eindeutig berechnen lässt, aber nicht beobachtbar ist. Die Wahrscheinlichkeitsdichte  $|\Psi(x, t)|^2$  hingegen ist messbar. Mit dieser Wahrscheinlichkeitsinterpretation lässt sich der Doppelspaltversuch mathematisch begründen, denn „unter der vereinfachten Annahme punktförmiger Spaltöffnungen [kann] die Nachweiswahrscheinlichkeitsdichte beim Doppelspaltversuch mit Hilfe der Superposition zweier Wellenfunktionen beschrieben werden [...]:  $\Psi_{res}(x, t) = \Psi_1(x, t) + \Psi_2(x, t)$ , wobei  $\Psi_1$  und  $\Psi_2$  die Wellenfunktionen sind, welche die von den beiden Spalten ausgehenden Materiewellen beschreiben“ [29, Seite 58]. Auch wenn die Beschreibung mit der Wellenfunktion formal nicht auf Photonen zutrifft, sollte in der Schule kein Unterschied in der Beschreibung gemacht werden, vorausgesetzt man geht mit dem Begriff Photon vorsichtig um. Es sollte keineswegs die Vorstellung von Photonen als Teilchen oder sogar kleinen Kügelchen, die Bestandteil des Lichts sind, entstehen.

Die Vorgabe der KMK zur Behandlung des quantenphysikalischen Weltbilds steht im saarländischen Lehrplan in den Hinweisen mit „Quantenphysikalisches Weltbild hinsichtlich der Begriffe „Realität“, „Lokalität“, „Kausalität“ und „Determinismus““ [29, Seite 64]. Die Determiniertheit der Quantenphysik folgt aus den Beobachtungen am Doppelspalt. Die Unvorhersagbarkeit des Auftreffens der einzelnen Photonen auf dem Schirm widerspricht dem klassischen Determinismus. Es sind lediglich gemäß der Born'schen Wahrscheinlichkeitsinterpretation Wahrscheinlichkeitsaussagen möglich. Nach dem Auftreffen vieler Photonen entsteht eine, bei gleichen Anfangsbedingungen, reproduzierbare Verteilung. Das bezeichnet man als Determiniertheit der Quantenphysik. Bei Deutung der Born'schen Wahrscheinlichkeitsinterpretation am Doppelspalt wird auf die komplexe Schreibweise verzichtet. Auf den Begriff der „Determiniertheit der Zufallsverteilung“ [29, Seite 58] sollte hingegen verzichtet werden. Die SuS könnten vermuten, dass das Interferenzmuster zufällig entsteht, was somit zu falschen Vorstellungen führen kann. Zur Unterscheidung der klassischen und quantenmechanischen Definition empfiehlt es

sich, in der Quantenphysik stets von Determiniertheit anstelle von Determinismus zu sprechen. Ausgehend von der Feststellung, dass der Ort des Photons am Ort des Doppelspalts nicht bestimmbar ist, kann auch der Realitätsbegriff behandelt werden. Die Einführung des Zustandsbegriffs ermöglicht die genaue Erklärung des verschwindenden Interferenzmusters bei einer Messung. Verantwortlich dafür ist der „Kollaps der Wellenfunktion“, was man auch als Zustandsreduktion bezeichnet. Hier ist darauf zu achten, dass in einem Superpositionszustand nicht beide Zustände gleichzeitig vorliegen, sondern es es sich bei dem Superpositionszustand auch wieder um einen reinen physikalisch zulässigen Zustand handelt. Vielmehr liegen die Komponenten des Superpositionszustands gleichzeitig oder teilweise vor. Die Zerlegung von physikalischen Größen in Komponenten und das Prinzip der Superposition sind den SuS aus der Kräfteaddition und allgemein aus der Vektorrechnung bekannt. Die Eigenschaften liegen vor der Messung noch gar nicht vor. Vergleicht man den klassischen Realitätsbegriff mit den Beobachtungen im Doppelspaltversuch, so erkennt man, dass der quantenmechanische Realitätsbegriff davon abweicht. Ein Vergleich der Quantenwelt mit der makroskopischen Welt führt zum Begriff der Dekohärenz. An dieser Stelle bietet es sich auch an, das historische Gedankenexperiment „Schrödingers Katze“ zu besprechen. Als zweites Beispiel für Zustände kann als Vorbereitung auf spätere Vertiefungen die Polarisation von Photonen thematisiert werden. Hier wird erneut der Vergleich zur Welle angestellt und die SuS erkennen, dass man Quantenobjekten durchaus Eigenschaften zusprechen kann. Diese Behandlung legt die Grundlage für die Besprechung des Lokalitätsbegriffs am Beispiel der Verschränkung.

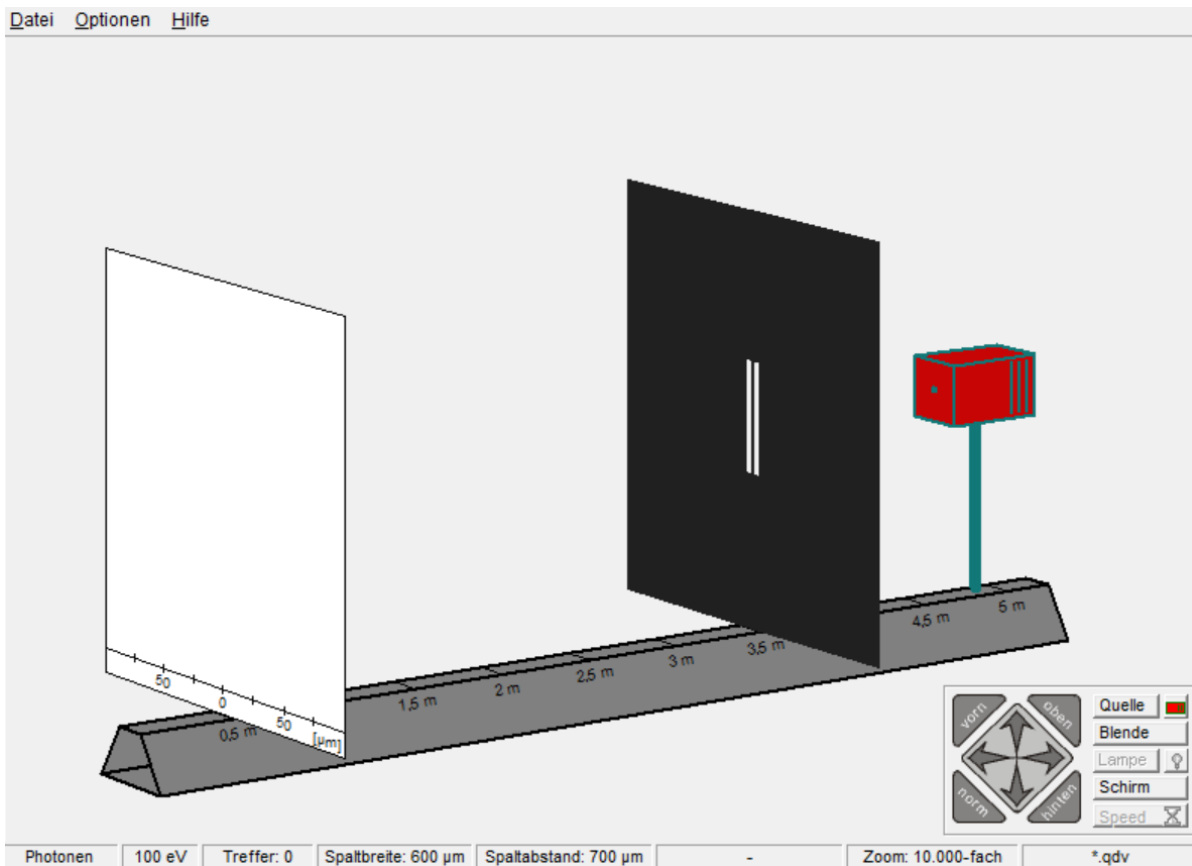
Als Vertiefung kann im LK das Mach-Zehnder-Interferometer mit einzelnen Quantenobjekten qualitativ besprochen werden. Diese Vertiefung bietet die Möglichkeit, dass die SuS ein Experiment planen und durchführen, was zu den Grundkompetenzen im Fach Physik gehört. Das Ergebnis ist, dass Quantenobjekte im Mach-Zehnder-Interferometer gleiches Verhalten wie am Doppelspalt zeigen. Damit wird das quantenmechanische Fundamentalprinzip bestätigt. In der Sachanalyse wird das Delayed-Choice-Experiment mit dem Einbau eines zweiten Strahlteilers beschrieben. In der Schule empfiehlt sich die Durchführung mit Polarisationsfiltern, wodurch die SuS die Analogien zum Doppelspaltversuch leichter erkennen.

##### **4.4.1. Doppelspaltversuch mit einzelnen Quantenobjekten**

Mit dem Doppelspaltversuch kann das Verhalten von Quantenobjekten näher untersucht werden. Da es in der Schule nicht möglich ist, mit einzelnen Quantenobjekten zu arbeiten, sind lediglich Analogieversuche oder Simulationen im Unterricht einsetzbar.

##### **Die Simulation**

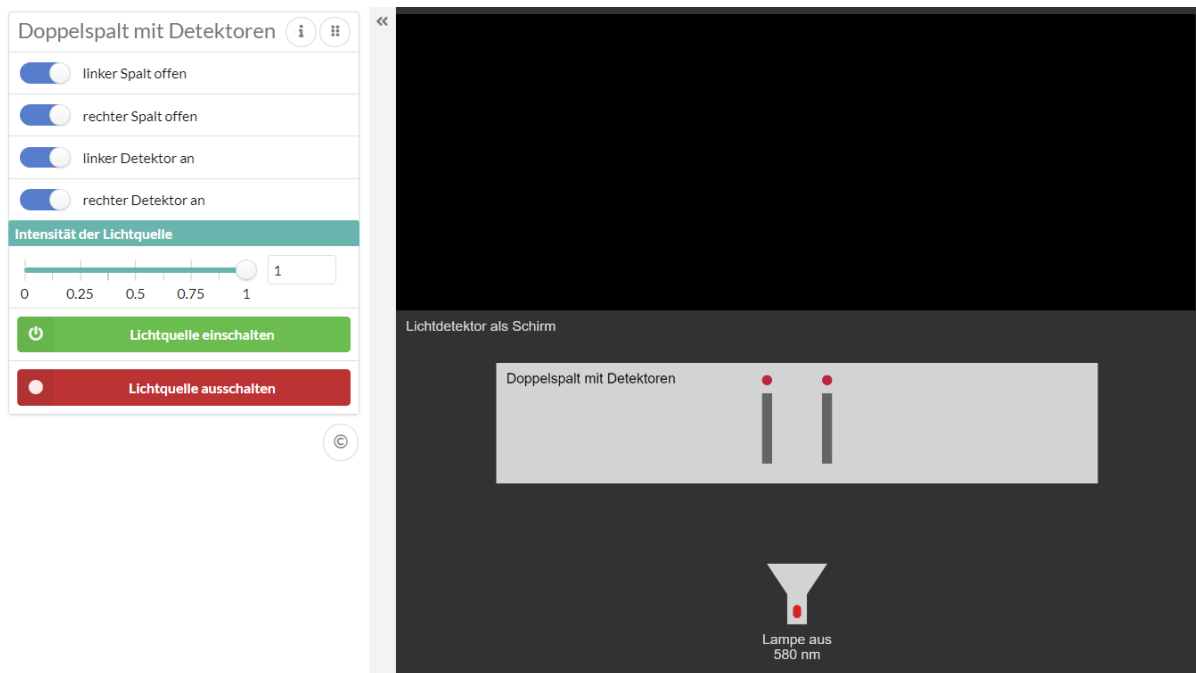
Für die Durchführung des Versuchs als SuS-Experiment findet man drei geeignete Simulationen. Mit der Simulation zum Doppelspaltversuch von MILQ [102], welche in Abbildung 4.39 darge-



**Abbildung 4.39.:** Simulation zum Doppelspaltversuch mit einzelnen Quantenobjekten von MILQ [102], abrufbar unter <https://www.milq.info/materialien/simulationsprogramme/>, Zugriff am 19.11.2023

stellt ist, lässt sich das Verhalten verschiedener Objekte, unter anderem Photonen und Elektronen, am Doppelspalt miteinander vergleichen. Unter „Quelle“ öffnet sich ein Menüpunkt zur Auswahl der Objekte. Mit dem Menüpunkt „Blende“ gibt es die Möglichkeit einen Spalt zu verdecken und unter dem Menüpunkt „Schirm“ kann man sich auch den theoretischen Verlauf des Interferenzbildes anzeigen lassen. Das einzelne Auftreffen der Quantenobjekte und die Zusammensetzung zu einem charakteristischen Muster ist erkennbar. Deutlich wird auch, dass bei der Öffnung beider Spalte ein typisches Doppelspalt-Interferenzmuster entsteht und keine Überlagerung der Einzelspaltmuster, wie klassisch zu erwarten wäre. Mit diesen Beobachtungen sieht man, dass beide Modelle des Lichts zur Beschreibung notwendig sind. Ein Nachteil ist allerdings, dass die Simulation heruntergeladen werden muss und nicht online verfügbar ist. Dadurch ist eine Einbettung als QR-Code in eine Lernumgebung nicht möglich. Außerdem lässt sich die Simulation auf dem iPad nicht herunterladen und da die SuS im Saarland mit iPads ausgestattet sind, ist die Simulation als SuS-Experiment nicht praktikabel.

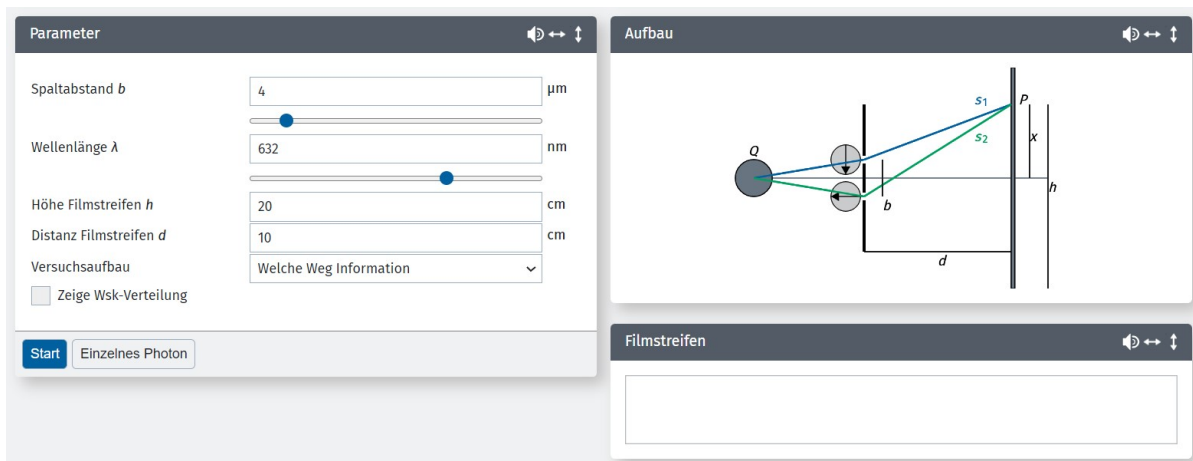
Die Simulation der Europaschule Gymnasium Westerstede [97] in Abbildung 4.40 hingegen ist



**Abbildung 4.40.:** Simulation zum Doppelspaltversuch mit einzelnen Quantenobjekten der Europaschule Gymnasium Westerstede [97], abrufbar unter [https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/04\\_doppelspaltphoton03/doppelspaltphoton03.html](https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/04_doppelspaltphoton03/doppelspaltphoton03.html), Zugriff am 19.11.2023

online verfügbar, kann über einen QR-Code eingebettet und auf den SuS-iPads genutzt werden. Mit der Simulation kann die Abhängigkeit des Interferenzbildes von der Öffnung der Spalte analysiert werden. Die SuS sehen, dass es nicht zu einer Überlagerung der Einzelspaltbilder kommt. Außerdem kann gezeigt werden, dass sich das Photon nicht aufteilt, indem hinter jedem Spalt ein Detektor angebracht wird. Damit kann auch die Komplementarität von Welcher-Weg-Information und Interferenzmuster gezeigt werden. Nachteil dieser Simulation ist, dass das Delayed-Choice-Experiment am Doppelspalt nicht durchgeführt werden kann.

Das Delayed-Choice-Experiment kann mit der Simulation von Thomas Kippenberg [101] in Abbildung 4.41 gezeigt werden. Diese Simulation zeigt die Komplementarität von Welcher-Weg-Information und Interferenzmuster indem hinter jedem Spalt Polarisationsfilter angebracht werden, welche senkrecht zueinander stehen. Die Abhängigkeit der Öffnung der Spalte sowie die Tatsache, dass sich das Photon nicht aufteilt, kann damit nicht gezeigt werden, weshalb sich die Simulation nicht als Eingangssimulation eignet. Außerdem ist die Darstellung mit den eingezeichneten Strahlverläufen als Einsteiger suboptimal. Der Strahlverlauf in der Simulation zeigt die möglichen Wege, erinnert aber stark an Lichtstrahlen. In diesem Versuch soll aber der Wellen- und Teilchencharakter gezeigt werden. Auch die Darstellung der Polarisationsfilter vor dem Doppelspalt ist nicht optimal, aber für das Zeigen des Phänomens des Quantenradierers nicht störend. Durch Einbringen eines dritten Polarisationsfilters besteht die Möglichkeit, die Funktionsweise des Doppelspalts als Quantenradierer zu zeigen. Weiterhin ist eine Überleitung



**Abbildung 4.41.:** Simulation zum Doppelspaltversuch mit einzelnen Quantenobjekten von Thomas Kippenberg [101], abrufbar unter <https://kippenbergs.de/mint-dualism>, Zugriff am 19.11.2023

in die Wahrscheinlichkeitsdeutung möglich. In der im Folgenden vorgestellten Lernumgebung wird die Simulation in Abbildung 4.40 als Einstieg in die Lernumgebung und die Simulation in Abbildung 4.41 zur Behandlung des Delayed-Choice-Experiments verwendet.

## Die Lernumgebung

Die Lernumgebung zum Doppelspalt stellt eine Versuchsdurchführung mit einer Simulation dar. Sie führt schrittweise durch die einzelnen Beobachtungen am Doppelspalt und sollte daher zu Beginn des Kapitels „Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten“ im Unterricht eingesetzt werden. Die Lernumgebung kann im GK und LK eingesetzt werden. Das Delayed-Choice-Experiment ist kein verpflichtender Lehrplaninhalt im GK, die Komplementarität von Welcher-Weg-Information und Interferenzmuster ist hingegen verpflichtend. Es ist den LP überlassen, ob das Delayed-Choice-Experiment als fakultativer Inhalt behandelt wird. Lernvoraussetzungen sind die Intensitätsverteilung bei Bestrahlung des Doppelspalts mit Licht sowie das Photonenmodell und Materiewellen. In der Lernumgebung erarbeiten die SuS neue Inhalte und der experimentelle Anteil ist sehr groß. Die Aufgaben sind leicht geöffnet und der Grad der Mathematisierung ist gering, da es vorwiegend um qualitative Beobachtungen geht. An Kompetenzen werden S3, S4, K3 und K4 angesprochen.

Nach einer Wiederholung der Intensitätsverteilung hinter dem Doppelspalt bei Bestrahlung mit Licht, dient der historische Taylor-Versuch als Einstieg in die Lernumgebung. Das Bild der Intensitätsverteilung mit Licht ersetzt die komplexe Beschreibung der Beobachtung und zeigt den bereits bekannten Inhalt. Die SuS sollen in der Oberstufe auch den Umgang mit Quellen lernen, daher lesen sie die übersetzte Originalarbeit von Taylor, welche von [94] entnommen wurde und beschreiben den Versuch sowie die Beobachtungen mit eigenen Worten.



Die Textanalyse ist dem AF II zuzuordnen.

Im Anschluss wird mit Hilfe der Simulation aus Abbildung 4.40 der Versuch mit einzelnen Photonen durchgeführt. Das Bild der Simulation hat eine Zeigefunktion, da es den SuS eine Vorstellung über den Versuchsaufbau vermittelt. Außerdem fokussiert die Simulation die Aufmerksamkeit auf den Schirm. Die SuS erkennen das typische Doppelspalt-Interferenzmuster von Licht anstelle einer Überlagerung der Einzelspaltmuster sowie ein stoachstisches Aufleuchten einzelner Punkte und die schrittweise Zusammensetzung zum Interferenzmuster, was im AF II liegt. Eine erste Gegenüberstellung von Wellenmodell und Photonenmodell erfolgt über eine Zuordnungsaufgabe, wie in Abbildung 4.42 dargestellt. Die Verknüpfung der Modelle mit den Beobachtungen ist dem AF III zuzuordnen.

**Erklärung des Doppelspaltversuchs**

Auf dem Schirm erscheinen einzelne Punkte, deren Ort nicht erklärbar ist.


Es entsteht ein Interferenzmuster.

---

**Aufgabe**  
Ordnen Sie die passenden Textpassagen zu.

Nach dem Teilchenmodell fliegen die Quantenobjekte auf geraden Flugbahnen von der Lichtquelle zum Schirm. Nach dem Wellenmodell überlagern sich Wellen, sodass ein Interferenzmuster entsteht.

Nach dem Teilchenmodell ist die Energie der Quantenobjekte in einem Raumpunkt konzentriert. Nach dem Wellenmodell ist die Energie im gesamten Raum gleichmäßig verteilt.



**Abbildung 4.42.:** Zuordnungsaufgabe auf der Lernumgebung zum Doppelspaltversuch. Die SuS ordnen die Erklärungen den Beobachtungen aus dem Simulationsexperiment zu. Durch die Schaltfläche „Überprüfen“ besteht die Möglichkeit zur Selbstkontrolle der Lösung.

Da die SuS wissen, dass Interferenz durch die Überlagerung von Wellen entsteht, kann man vermuten, dass das Photon sich aufteilt und es so zu einer Überlagerung kommt. Durch das Anbringen von Detektoren hinter jedem Spalt (AF II), wird diese Vermutung widerlegt. Das Einbringen der Detektoren führt zum Verschwinden des Interferenzmusters, was die Komplementarität zwischen Welcher-Weg-Information und Interferenzmuster zeigt und damit zur Formulierung des quantenmechanischen Fundamentalprinzips (AF III) führt.

Mit der Simulation aus Abbildung 4.41 wird diese Komplementarität nochmals mithilfe von Polarisationsfiltern untersucht und das Delayed-Choice-Experiment durchgeführt, was dem AF II zuzuordnen ist. Auch hier vermittelt das Bild der Simulation durch die Zeigefunktion eine Vorstellung über den Versuchsaufbau.

Der Lehrplan sieht noch vor, dass die SuS angeben, dass Elektronen und Photonen das gleiche Verhalten am Doppelspalt zeigen. Dies wird in der Lernumgebung angegeben und durch eine Aufgabe vertieft. Die SuS finden durch Berechnen der Wellenlänge heraus, welches Interferenzmuster von Photonen und welches von Elektronen erzeugt wurde. Die Interpretation der Werte ist dem AF III zuzuordnen.

## Quanten und Atome

Wahrscheinlichkeitsverhalten von  
Quantenobjekten

Michelle Schwarz  
AG Prof. Dr. Rolf Pelster | Fakultät NT



UNIVERSITÄT  
DES  
SAARLANDES

### Doppelspaltversuch

Schwerpunkt	Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten																														
Klassenstufe	12-13, G-Kurs und L-Kurs																														
Art	Versuchsdurchführung mit einer Simulation																														
Positionierung	nach dem Photoeffekt und der Elektronenbeugung																														
Lernvoraussetzungen	Doppelspaltversuch mit Licht, Photonenmodell, Materiewellen																														
Lernziel	Die SuS beschreiben den Doppelspaltversuch mit einzelnen Quantenobjekten und ein Delayed-Choice-Experiment.																														
Kompetenzen <sup>1</sup>	S3, S4, K3, K4																														
Kategorien	<table border="0"> <tr> <td>Erarbeitung von neuem Stoff</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Einübung von bekanntem Stoff</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Öffnung der Aufgabe</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Grad der Mathematisierung</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Experimenteller Anteil</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> </table>	Erarbeitung von neuem Stoff	0	1	2	3	4	Einübung von bekanntem Stoff	0	1	2	3	4	Öffnung der Aufgabe	0	1	2	3	4	Grad der Mathematisierung	0	1	2	3	4	Experimenteller Anteil	0	1	2	3	4
Erarbeitung von neuem Stoff	0	1	2	3	4																										
Einübung von bekanntem Stoff	0	1	2	3	4																										
Öffnung der Aufgabe	0	1	2	3	4																										
Grad der Mathematisierung	0	1	2	3	4																										
Experimenteller Anteil	0	1	2	3	4																										

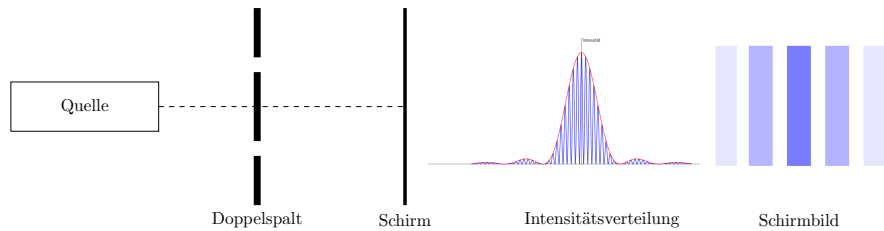
<sup>1</sup>Kompetenzen entnommen aus: KMK & IQB. (2020). *Bildungsstandards im Fach Physik für die Allgemeine Hochschulreife: Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.06.2020*. Kronach: Carl Link Verlag. ISBN: 978-3-556-09045-9.



## Der Doppelspaltversuch mit einzelnen Quantenobjekten

**Frage:** Ist das Wellenmodell oder das Teilchenmodell korrekt, um Licht zu beschreiben?

Zur Beantwortung dieser Frage betrachten wir einzelne Quantenobjekte am Doppelspalt. Die Intensitätsverteilung hinter dem Doppelspalt bei der Bestrahlung mit Laserlicht kennen Sie bereits:



### Aufgabe 1

Der Physiker Geoffrey Ingram Taylor führte den Doppelspaltversuch im Jahr 1908 mit extrem schwachem Licht durch. Lesen Sie die übersetzte Originalarbeit von Taylor (über QR-Code erreichbar). Beschreiben Sie den Versuch und die Erkenntnisse von Taylor in eigenen Worten.



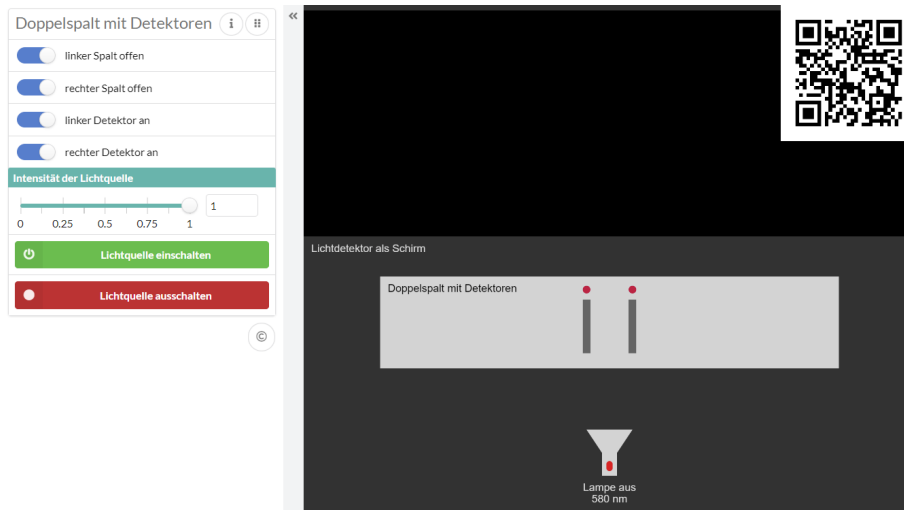
Beim Taylorversuch stand eine Kerze vor einem schmalen Spalt. Die Intensität des Lichts wurde mit Rauchglasscheiben verringert. Auf einem Film (Photoplatte) wurde das Interferenzmuster aufgenommen.

Um den Anteil des Lichts zu bestimmen, der durch die Rauchglasscheiben gefiltert wird, wurde eine Photoplatte dem direkten Gaslicht eine bestimmte Zeit ausgesetzt. Im zweiten Schritt wurde die Photoplatte einer, durch verschiedene Rauchglasscheiben abgeschwächten, Gasflamme so lange ausgesetzt bis sie so schwarz war wie die Platte im ersten Schritt. Die notwendigen Belichtungszeiten wurden proportional zu den Intensitäten der Gasflamme angenommen.

Taylor führte den Versuch fünfmal durch, einmal mit direkter Belichtung des Spalts und viermal mit Rauchglasscheiben zwischen Flamme und Spalt. Die Belichtungszeit für die erste Belichtung erhielt er durch Ausprobieren. Die restlichen Belichtungszeiten wurden durch die entsprechenden Intensitäten gewonnen. Die längste Zeit waren ca. 3 Monate. In keinem Fall beobachtete er eine Abnahme in der Schärfe der Interferenzmuster, obwohl nicht alle Platten das Niveau an Dunkelheit der ersten Photoplatte erreichten.

### Aufgabe 2

Der Doppelspaltversuch kann heute auch mit einzelnen Quantenobjekten durchgeführt werden. Führen Sie den Doppelspaltversuch mit Photonen mit der Simulation durch (über QR-Code erreichbar) Beschreiben Sie für a)-c) Ihre Beobachtung.



Simulation zur Durchführung des Doppelspaltversuchs mit einzelnen Quantenobjekten, Quelle: Europaschule Gymnasium Westerstede, abrufbar unter [https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/04\\_doppelspaltphoton03/doppelspaltphoton03.html](https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/04_doppelspaltphoton03/doppelspaltphoton03.html), Zugriff am 19.11.2023

- Öffnen Sie den linken Spalt, schließen Sie den rechten Spalt und schalten Sie die Quelle ein.
- Schließen Sie nun den linken Spalt, öffnen Sie den rechten Spalt und schalten Sie die Quelle ein.
- Öffnen Sie beide Spalte und schalten Sie die Quelle ein.
- Beschreiben Sie die Entstehung des Musters auf dem Schirm.

- Ist der linke Spalt offen und der rechte geschlossen, entsteht auf dem Schirm eine Anhäufung von Punkten in der Verlängerung der Achse des linken Spalts (Bild eines Einzelspalts).
- Ist der rechte Spalt offen und der linke geschlossen, entsteht auf dem Schirm eine Anhäufung von Punkten in der Verlängerung der Achse des rechten Spalts (Bild eines Einzelspalts).

Michelle Schwarz



3



- c) Sind beide Spalte geöffnet, so entsteht ein typisches Doppelspalt-Interferenzmuster mit einem Hauptmaximum in der Mitte und sich abwechselnden Maxima und Minima höherer Ordnung rechts und links davon.
- d) Die einzelnen Quantenobjekte treffen zufällig auf den Schirm auf und lassen einzelne Punkte aufleuchten. Es lässt sich nicht vorhersagen, welcher Punkt als nächstes aufleuchtet. Nach einer gewissen Zeit setzen sich diese Punkte zum charakteristischen Doppelspalt-Interferenzmuster zusammen.

e) Einige Beobachtungen des Doppelspaltversuchs können mit dem Wellenmodell, andere mit dem Photonenmodell erklärt werden. Ordnen Sie den Beobachtungen die passende Erklärung zu (über QR-Code erreichbar). Kreuzen Sie in der Tabelle an, welche Beobachtung mit dem Wellenmodell und welche mit dem Photonenmodell erklärt werden kann.

Beobachtung	Wellenmodell	Photonenmodell
Auf dem Schirm erscheinen einzelne Punkte, deren Ort nicht erklärbar ist.		x
Es entsteht ein Interferenzmuster.	x	



### Aufgabe 3

Sie wissen bereits, dass ein Interferenzmuster durch die Überlagerung von Wellen entsteht. Wie kann ein einzelnes Quantenobjekt Interferenz zeigen? Teilt es sich auf?

Zur Beantwortung dieser Frage betrachten wir ein idealisiertes Gedankenexperiment. Dazu wird hinter jedem Spalt ein Detektor angebracht. Wir nehmen an, dass ein Photon von einem Detektor registriert wird, ohne dass es zur Messung absorbiert wird. Passiert ein Photon den Spalt, so leuchtet der Detektor grün. Ist der Detektor ausgeschaltet, so leuchtet er rot. Ist er angeschaltet, aber kein Photon passiert den Spalt, leuchtet er gelb. Führen Sie die folgenden drei Versuchsteile mit der Simulation aus Aufgabe 2 durch. Beschreiben Sie das entstehende Muster auf dem Schirm für die Aufgabenteile a)-c).

- a) Beide Detektoren sind ausgeschaltet. Schalten Sie die Quelle ein.
- b) Schalten Sie einen Detektor ein und schalten Sie die Quelle ein.
- c) Schalten Sie beide Detektoren ein und schalten Sie die Quelle ein.
- d) Teilt sich das Photon auf? Begründen Sie.

e) Durch den Einbau der Detektoren erhalten wir eine sogenannte Welcher-Weg-Information. Formulieren Sie aus Ihren Beobachtungen aus Aufgabe 2 und 3 hinsichtlich der Welcher-Weg-Information und dem Interferenzmuster das quantenmechanische Fundamentalprinzip.

- a) Wir erhalten das Interferenzmuster aus Aufgabe 2.
- b) Das Interferenzmuster verschwindet.
- c) Das Interferenzmuster verschwindet.
- d) Es leuchtet immer nur ein Detektor grün, das heißt es befindet sich immer nur ein Photon im Strahlengang und es teilt sich nicht auf.

**Quantenmechanisches Fundamentalprinzip**

- e) Liegt eine Welcher-Weg-Information vor, so entsteht kein Interferenzmuster. Liegt keine Welcher-Weg-Information vor, so entsteht ein Interferenzmuster.  
→ Welcher-Weg-Information und Interferenzmuster sind komplementär zueinander.

**Aufgabe 4**

Anstelle von Detektoren können auch Polarisationsfilter in den Strahlengang eingebracht werden. Führen Sie den Versuch mit der Simulation (über QR-Code erreichbar) durch. Beobachten Sie das entstehende Muster auf dem Filmstreifen.

Simulation zum Delayed-Choice-Experiment, Quelle: Thomas Kippenberg, abrufbar unter <https://kippenbergs.de/mint-dualism>, Zugriff am 19.11.2023

- a) Wählen Sie den Standard-Versuchs-Aufbau und starten Sie die Simulation.
- b) Wählen Sie nun den Aufbau „Welche Weg Information“. Es werden zwei Polarisationsfilter in den Strahlengang eingebracht, die senkrecht zueinander stehen.
- c) Wählen Sie nun den Aufbau „Quantenradierer“. Vor dem Schirm wird ein dritter Polarisationsfilter eingebracht, der im 45°-Winkel zu den anderen steht. Erklären Sie, warum dieser Aufbau als Quantenradierer bezeichnet wird.

- a) Wir erhalten ein Interferenzmuster.
- b) Das Interferenzmuster verschwindet.
- c) Das Interferenzmuster erscheint wieder. Der dritte Polarisationsfilter „radiert“ die Quanteneigenschaft „Welcher-Weg-Information“ weg, sodass das Interferenzmuster wieder erscheint.

#### Delayed-Choice-Experiment

Der Quantenradierer wird auch als Delayed-Choice-Experiment bezeichnet, da auch nach Passieren des Doppelspalts und der ersten beiden Polarisationsfilter noch über den Einbau des dritten Polarisationsfilters (45°) entschieden werden kann. Damit wird der Ausgang des Experiments verzögert beeinflusst.

#### Aufgabe 5

Der Doppelspaltversuch kann auch mit Elektronen durchgeführt werden. Als Quantenobjekte zeigen Elektronen am Doppelspalt das gleiche Verhalten wie Photonen. Einen Unterschied sieht man lediglich anhand des entstehenden Interferenzmusters. Entscheiden Sie begründet, welches Interferenzmuster von Elektronen und welches von Photonen erzeugt wurde. Sie dürfen den Zusammenhang  $d_k = \frac{k \cdot \lambda \cdot l}{g}$  verwenden, wobei  $d_k$  den Abstand vom 0. zum k. Maximum angibt,  $l = 1$  m der Abstand zum Schirm und  $g = 10 \mu\text{m}$  der Spaltabstand ist.

Schirmbild 1		Schirmbild 2	
$d_1$	0,05 m	$d_1$	$1,5 \cdot 10^{-5}$ m
$d_2$	0,1 m	$d_2$	$3 \cdot 10^{-5}$ m
$d_3$	0,15 m	$d_3$	$4,5 \cdot 10^{-5}$ m

Für das 1. Schirmbild erhält man die Wellenlänge

$$d_1 = 0,05 \text{ m} \Rightarrow \lambda = 500 \text{ nm}$$

$$d_2 = 0,1 \text{ m} \Rightarrow \lambda = 500 \text{ nm}$$

$$d_3 = 0,15 \text{ m} \Rightarrow \lambda = 500 \text{ nm}$$



Für das 2. Schirmbild erhält man die Wellenlänge

$$d_1 = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ m} \Rightarrow \lambda = 0,15 \text{ nm}$$

$$d_2 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ m} \Rightarrow \lambda = 0,15 \text{ nm}$$

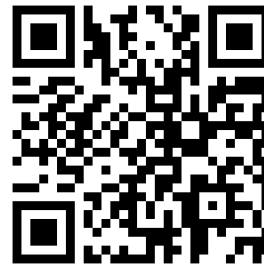
$$d_3 = 4,5 \cdot 10^{-5} \text{ m} \Rightarrow \lambda = 0,15 \text{ nm}$$

Da die Wellenlänge im ersten Schirmbild im sichtbaren Bereich liegt, kann dieses Schirmbild Photonen zugeordnet werden. Das zweite Schirmbild entstand daher bei der Durchführung mit Elektronen.

### Lösung



Lösung



LEK

### Didaktische Hinweise

- Der Doppelspaltversuch kann im realen Experiment mit einzelnen Quantenobjekten durchgeführt werden und ist nicht nur mit einer Simulation möglich.
- Der Zustandsbegriff und der Begriff des Messens in Bezug auf den „Kollaps der Wellenfunktion“ sind an dieser Stelle noch nicht bekannt. Aussagen wie „Das Photon geht durch Spalt 1“ sollen nicht verwendet werden. Das Photon befindet sich am Ort des Doppelspalts in einem Superpositionszustand. Auch das Einbringen von Detektoren oder Polarisationsfiltern ändert dies nicht.
- Ebenfalls falsch ist „Der Detektor misst, durch welchen Spalt das Photon gegangen ist“. Am Ort des Doppelspalts war das Photon aber in einem Superpositionszustand. Durch die Messung wird der Superpositionszustand auf die Werte der „Detektor 1 klickt“ oder „Detektor 2 klickt“ reduziert.

- Es empfiehlt sich die Betrachtung eines idealisierten Gedankenexperiment und die Formulierung: „Die Detektoren registrieren das Photon ohne es zu absorbieren“.
- Ein den SuS bekanntes Analogon zu Einzelphotonendetektoren sind Geiger-Müller-Zählrohre zum Nachweis radioaktiver Strahlung. Die mittlere Zerfallsrate einer Probe ist vorhersagbar, nicht aber die Zeitpunkte des Zerfalls einzelner Kerne: man hört daher statistische „Knackgeräusche“.
- Das Verhalten der Photonen an den Polarisationsfiltern wird hier phänomenologisch betrachtet. Die Erklärung folgt in einer eigenen Lernumgebung.
- Bei vorhandener Welcher-Weg-Information zeigen Quantenobjekte Teilchencharakter, bei vorhandenem Interferenzmuster Wellencharakter. Der Übergang ist kontinuierlich, das heißt bei zunehmenden Winkelunterschied der Polarisationsfilter verblasst das Interferenzmuster zunehmend (siehe Lernumgebung zum Mach-Zehnder-Interferometer). Die Komplementarität von Welcher-Weg-Information und Interferenzmuster ist somit eine Unbestimmtheitsrelation analog der im späteren Verlauf behandelten Heisenberg’schen Unbestimmtheitsrelation.
- Bei dem Quantenradierer sollten Formulierungen wie „rückgängig machen“ nicht verwendet werden, da dann die Vorstellung einer Retrokausalität entstehen könnte. Es handelt sich aber um eine verzögerte Wahl der Beobachtungen im Experiment. Die Kausalität wird nicht verletzt.
- Im Anschluss an die Lernumgebung sollte die Anfangsfrage „Welches Modell ist richtig?“ diskutiert werden. Dabei ist darauf zu achten, dass das Licht Wellen- und Teilchencharakter zeigt, aber die eindeutige Natur des Lichts damit nicht festgelegt ist.

### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
<b>Aufgabe 1</b>		
1	K3: entnehmen unter Berücksichtigung ihres Vorwissens aus Beobachtungen, Darstellungen und Texten relevante Informationen und geben diese in passender Struktur und angemessener Fachsprache wieder. K4: formulieren unter Verwendung der Fachsprache chronologisch und kausal korrekt strukturiert.	II
<b>Aufgabe 2</b>		

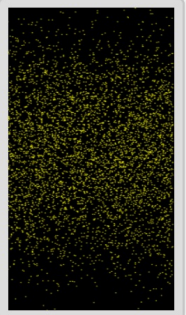
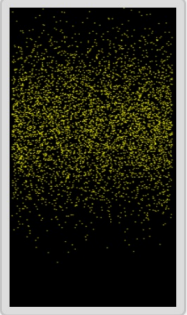
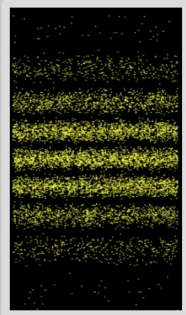
a) - c)	S4: bauen Versuchsanordnungen auch unter Verwendung von digitalen Messwerterfassungssystemen nach Anleitungen auf, führen Experimente durch und protokollieren ihre Beobachtungen.	II
e)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen.	III
<b>Aufgabe 3</b>		
a)-c)	S4: bauen Versuchsanordnungen auch unter Verwendung von digitalen Messwerterfassungssystemen nach Anleitungen auf, führen Experimente durch und protokollieren ihre Beobachtungen.	II
d) - e)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen.	III
<b>Aufgabe 4</b>		
a)-d)	S4: bauen Versuchsanordnungen auch unter Verwendung von digitalen Messwerterfassungssystemen nach Anleitungen auf, führen Experimente durch und protokollieren ihre Beobachtungen.	II
<b>Aufgabe 5</b>		
5	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	III

LEK

Doppelspaltversuch

Doppelspalt	Beobachtung	Doppelspalt	Beobachtung

**Aufgabe:**  
Ordnen Sie jeweils dem Versuchsaufbau das zu beobachtende Schirmbild zu.



Nutzungsrechte

**Abbildung 4.43.:** LEK zum Doppelspaltversuch. Die SuS ordnen die Wahrscheinlichkeitsverteilung sowie das auf dem Schirm entstehende Interferenzmuster dem Versuchsaufbau zu. Durch die Schaltfläche „Überprüfen“ besteht die Möglichkeit zur Selbstkontrolle der Lösung.

Die erste LEK zum Doppelspaltversuch in Abbildung 4.43 prüft die Kenntnis über den Ausgang des Experiments. Die Situationen werden mit Bildern dargestellt, die als Bildanleitung einen realistischen Bezugsrahmen schaffen und den situativen Kontext herausstellen. Die SuS interpretieren den Versuchsaufbau hinsichtlich der Öffnung der Spalte und dem Vorhandensein einer Welcher-Weg-Information und ordnen das passende Schirmbild zu. Die Reproduktion der Versuchsergebnisse des Doppelspaltversuchs ist dem AF I zugeordnet.

Die zweite LEK (siehe Abbildung 4.44) prüft das Verständnis des Doppelspaltversuchs und des Delayed-Choice-Experiments anhand von Aussagen. Zur erfolgreichen Bearbeitung müssen die SuS die Funktion von Detektoren und Polarisationsfiltern und die Komplementarität von Welcher-Weg-Information und Interferenzmuster verstanden haben.

**Aussagen zum Doppelspaltversuch**

Einzelne Quantenobjekte werden auf einen Doppelspalt geschickt. Vervollständigen Sie die Aussagen zum Doppelspaltversuch durch Auswahl der passenden Antwortmöglichkeit (es können mehrere Antworten richtig sein).

**Quiz starten**

---

Auf dem Schirm hinter dem Doppelspalt ist ein Interferenzmuster zu sehen, wenn .....

nur ein Spalt geöffnet ist.

beide Spalte geöffnet sind.

**Überprüfen**

---

Das Interferenzmuster verschwindet beim Vorliegen einer Welcher-Weg-Information. Diese erhält man durch .....

das Einbringen von jeweils einem Detektor hinter beiden Spalten.

das Einbringen von jeweils einem Polarisationsfiltern hinter beiden Spalten, wenn die Polarisationsfilter parallel zueinander sind.

das Einbringen von jeweils einem Polarisationsfiltern hinter beiden Spalten, wenn die Polarisationsfilter senkrecht zueinander sind.

das Einbringen von einem Detektor hinter einem Spalt.

das Einbringen von einem Polarisationsfilter hinter einem Spalt.

**Überprüfen**

---

Eine vorliegende Welcher-Weg-Information kann wieder aufgehoben werden, indem ein .....

dritter Polarisationsfilter vor dem Schirm angebracht wird.

dritter Detektor vor dem Schirm angebracht wird.

**Überprüfen**

**Abbildung 4.44.:** LEK zu Aussagen zum Doppelspaltversuch. Die SuS ergänzen Aussagen zum Doppelspaltversuch und Delayed-Choice-Experiment. Durch die Schaltfläche „Überprüfen“ besteht die Möglichkeit zur Selbstkontrolle der Lösung.

#### 4.4.2. Determiniertheit

Mit Einführung der Born'schen Wahrscheinlichkeitsinterpretation kann das Verhalten von einzelnen Quantenobjekten am Doppelspalt genauer beschrieben werden. Auch die Determiniertheit, als ein Aspekt des quantenphysikalischen Weltbilds, kann damit thematisiert werden. Gleichzeitig leitet die Wellenfunktion zur Definition eines quantenmechanischen Zustands und damit zum Realitätsbegriff über.

#### Die Lernumgebung

Die Lernumgebung zur Determiniertheit in der Quantenphysik ist ein Informationsblatt mit zwei kleinen Verständnisaufgaben. Die Lernumgebung sollte nach dem Doppelspaltversuch im

Unterricht behandelt werden, da dieser auch Lernvoraussetzung ist. Die Lernumgebung eignet sich für GK und LK, wobei die Born'sche Wahrscheinlichkeitsinterpretation kein verpflichtender Inhalt im GK-Lehrplan ist. Die Determiniertheit in der Quantenphysik soll gemäß der Vorgaben von KMK und IQB aber auch im GK behandelt werden. Die SuS erarbeiten mit dieser Lernumgebung neuen Stoff und der Grad der Mathematisierung liegt im mittleren Bereich. Es wird lediglich die Kompetenz S2 bei den Aufgaben angesprochen.

Aus dem bisherigen Physikunterricht ist den SuS bekannt, dass die klassische Physik deterministisch ist. Die Definition des klassischen Determinismus und ein Beispiel dienen als ein Einstieg in die Lernumgebung. In der ersten Aufgabe formulieren die SuS den Widerspruch des Doppelspaltversuchs zur klassischen Definition des Determinismus. Dabei vergleichen die SuS ihre Erfahrungen aus der klassischen Physik mit den Beobachtungen aus dem Doppelspaltversuch, was dem AF II zuzuordnen ist. Das Bild repräsentiert den zugehörigen Text und wiederholt die Beobachtung am Doppelspalt visuell. Durch diesen Widerspruch wird ein kognitiver Konflikt erzeugt. Der Merksatz hält fest, dass für ein einzelnes Quantenobjekt die Quantenphysik nicht deterministisch ist. Über das entstehende Interferenzmuster gelangt man zur Beschreibung von Quantenobjekten mit der Born'schen Wahrscheinlichkeitsinterpretation. Die Deutung des Doppelspaltversuchs mithilfe dieser kann mit den experimentellen Ergebnissen, wie Interferenzterm und Interferenzmuster, verknüpft werden. Das entstehende Interferenzmuster lässt sich reproduzieren, was als Determiniertheit der Quantenphysik bezeichnet wird. In der zweiten Aufgabe beschreiben die SuS den Unterschied zwischen klassischem Determinismus und der Determiniertheit in der Quantenphysik am Beispiel des Torwandschießens und des Doppelspaltversuchs. Die SuS wenden ihr Wissen in einer neuen Situation an, was dem AF II entspricht. Das Bild des Torwandschießens erfüllt eine dekorative Funktion.

## Quanten und Atome

Wahrscheinlichkeitsverhalten von  
Quantenobjekten

Michelle Schwarz  
AG Prof. Dr. Rolf Pelster | Fakultät NT



UNIVERSITÄT  
DES  
SAARLANDES

### Determiniertheit

Schwerpunkt	Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten										
Klassenstufe	12-13, G-Kurs und L-Kurs										
Art	Informationsblatt										
Positionierung	nach der Behandlung des Doppelspaltversuchs										
Lernvoraussetzungen	Doppelspaltversuch mit einzelnen Quantenobjekten										
Lernziel	Die SuS erläutern den Begriff der Determiniertheit in der Quantenphysik und beschreiben Quantenobjekte durch Wellenfunktionen.										
Kompetenzen <sup>1</sup>	S2										
Kategorien	<table border="0"> <tr> <td>Erarbeitung von neuem Stoff</td> <td> </td> </tr> <tr> <td>Einübung von bekanntem Stoff</td> <td> </td> </tr> <tr> <td>Öffnung der Aufgabe</td> <td> </td> </tr> <tr> <td>Grad der Mathematisierung</td> <td> </td> </tr> <tr> <td>Experimenteller Anteil</td> <td> </td> </tr> </table>	Erarbeitung von neuem Stoff		Einübung von bekanntem Stoff		Öffnung der Aufgabe		Grad der Mathematisierung		Experimenteller Anteil	
Erarbeitung von neuem Stoff											
Einübung von bekanntem Stoff											
Öffnung der Aufgabe											
Grad der Mathematisierung											
Experimenteller Anteil											

<sup>1</sup>Kompetenzen entnommen aus: KMK & IQB. (2020). *Bildungsstandards im Fach Physik für die Allgemeine Hochschulreife: Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.06.2020*. Kronach: Carl Link Verlag. ISBN: 978-3-556-09045-9.



## Determiniertheit in der Quantenphysik

### Klassische Definition des Determinismus

Kennen wir die Anfangsbedingungen sowie die äußeren Bedingungen eines Experiments, so können wir das Ergebnis vorhersagen. Die klassische Physik ist also deterministisch.

**Beispiel:** Kennen wir Ort und Impuls eines Objekts sowie alle einwirkenden Kräfte, so können wir das Verhalten des Objekts beliebig in die Zukunft und die Vergangenheit berechnen.

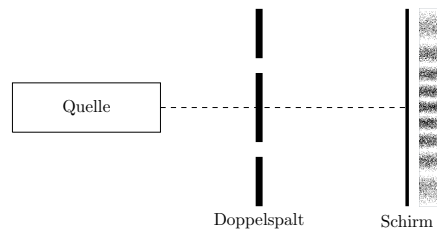
### Aufgabe 1

Passiert ein einzelnes Photon einen Doppelspalt, so können wir den genauen Auftreffort des Photons auf dem Schirm nicht vorhersagen. Erläutern Sie den Widerspruch zur klassischen Definition des Determinismus.

Trotz des bekannten Spaltabstands und der bekannten Spaltbreite, können wir den Auftreffort des Photons auf dem Schirm nicht vorhersagen. Gemäß der klassischen Definition des Determinismus müssten wir bei bekannten Anfangsbedingungen den Auftreffort des Photons auf dem Schirm bestimmen können. Wir erhalten damit einen Widerspruch zur klassischen Definition.

Für ein einzelnes Photon ist die Quantenphysik nicht deterministisch.

Passieren viele Photonen den Doppelspalt, so sieht man, dass in der Mitte des Schirms deutlich mehr Photonen ankommen als am Rand. Es entsteht ein Interferenzmuster. Die Wahrscheinlichkeit ein Photon in der Mitte des Schirms anzutreffen ist deutlich größer als am Rand.



Max Born schlug im Jahr 1926 eine statistische Deutung der Quantenmechanik vor, welche heute unter dem Namen „Born'sche Wahrscheinlichkeitsinterpretation“ bekannt ist.



**Born'sche Wahrscheinlichkeitsinterpretation**

Quantenobjekte zeigen Wellencharakter, weshalb sie mit der Wellenfunktion  $\Psi(x, t)$  in Abhängigkeit des Ortes  $x$  und der Zeit  $t$  beschrieben werden können. Das Betragsquadrat  $|\Psi(x, t)|^2$  beschreibt die Wahrscheinlichkeitsdichte, das Quantenobjekt am Ort  $x$  auf dem Schirm anzutreffen. Sie ist proportional zur Wahrscheinlichkeit das Quantenobjekt im Intervall  $x + dx$  anzutreffen:

$$P(x, t)dx \propto |\Psi(x, t)|^2 dx$$

Die Wahrscheinlichkeit  $P$  ein Photon auf dem Intervall  $[a, b]$  anzutreffen ist

$$P([a, b]) = \int_a^b |\Psi(x, t)|^2 dx.$$

Die Wahrscheinlichkeit das Quantenobjekt im gesamten Raum (also irgendwo) zu finden, muss 1 sein. Daraus folgt die Normierungsbedingung

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x, t)|^2 dx = 1.$$

Daraus folgt

$$P(x, t)dx = |\Psi(x, t)|^2 dx$$

**Deutung des Doppelspaltversuchs**

Wir erhalten für die Wahrscheinlichkeit ein Photon zwischen  $x = a$  und  $x = b$  auf dem Schirm anzutreffen

$$P([a, b]) = \int_a^b |\Psi(x)|^2 dx.$$

Die Variable  $x$  beschreibt die Lage auf dem Schirm mit dem Maximum 0. Ordnung bei  $x = 0$ . Es sei nun  $\Psi_1$  die Wellenfunktion, wenn nur der linke Spalt geöffnet ist und  $\Psi_2$  die Wellenfunktion, wenn nur der rechte Spalt geöffnet ist. Für den Fall, dass beide Spalten geöffnet sind, erhalten wir

$$\Psi_{res} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_1 + \Psi_2).$$

Wir erhalten für die Wahrscheinlichkeitsdichte

$$|\Psi|^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_1 + \Psi_2) \right|^2 = \frac{1}{2} (|\Psi_1|^2 + |\Psi_2|^2) + \Psi_1 \Psi_2.$$

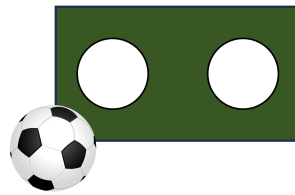
Der Term  $\Psi_1 \Psi_2$  zeigt das Auftreten eines Interferenzmusters und wird deshalb als Interferenzterm bezeichnet.

**Determiniertheit in der Quantenmechanik**

Für ein einzelnes Quantenobjekt (System) ist die Quantenphysik nicht deterministisch. Nach dem Auftreffen vieler Photonen entsteht das typische Doppelspaltinterferenzmuster. Diese Verteilung ist bei gleichen Anfangsbedingungen (Spaltbreite, Spaltabstand) reproduzierbar und damit **stochastisch vorhersagbar**.

**Aufgabe 2**

Erklären Sie anhand des Torwandschießens und dem Verhalten eines einzelnen Photons am Doppelspalt den Unterschied zwischen dem klassischen Determinismus und der quantenmechanischen Determiniertheit.



Schießen wir einen Fußball durch die abgebildete Torwand, so können wir bei bekannten Anfangsbedingungen (Ort, Impuls, einwirkende Kräfte) bestimmen, wo der Fußball an einer Wand hinter der Torwand auftrifft. Das Verhalten des Fußballs ist deterministisch. Schicken wir aber ein einzelnes Photon durch einen Doppelspalt, so können wir trotz genauer Kenntnis über die Anfangsbedingungen nicht vorhersagen, wo wir das Photon auf dem Schirm antreffen. Wir können lediglich Wahrscheinlichkeitsaussagen treffen. Erst für viele Photonen ist die Verteilung reproduzierbar und stochastisch vorhersagbar. Die Quantenphysik ist determiniert.

**Lösung**



Lösung



LEK

**Didaktische Hinweise**

- Der Lehrplan sieht bei der Born'schen Wahrscheinlichkeitsinterpretation vor, dass die Superposition angegeben wird mit  $\Psi_{res} = \Psi_1 + \Psi_2$  vor. Der Normierungsfaktor wird damit



vernachlässigt. Da die SuS zu diesem Zeitpunkt bereits mit der Integralrechnung vertraut sind, empfiehlt sich die korrekte Formulierung mit der Normierungskonstanten  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ . Die komplexe Darstellung der Wahrscheinlichkeitsdichte am Doppelspalt wird nicht thematisiert, da komplexe Zahlen kein Inhalt der Schulmathematik sind.

- Im Lehrplan wird der Begriff „Determiniertheit der Zufallsverteilung“ genannt. Dieser Begriff sollte vermieden werden, da er zu Fehlvorstellungen durch die Kombination der sich ausschließenden Wörter Determiniertheit und Zufall führt. Die SuS könnten assoziieren, dass die Wahrscheinlichkeitsverteilung auch zufällig ist. Gemeint ist, dass die Verteilung der „zufällig“ auftreffenden Photonen reproduzierbar und determiniert ist.
- Ein Schwerpunkt sollte auf der Unterscheidung des klassischen Determinismus und der quantenmechanischen Determiniertheit liegen. Es empfiehlt sich den Begriff „Determinismus“ in der Quantenphysik zu meiden und stets von „Determiniertheit“ zu sprechen, um die unterschiedliche Bedeutung hervorzuheben.

### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
<b>Aufgaben 1 &amp; 2</b>		
1, 2	S2: erläutern Gültigkeitsbereiche von Modellen und Theorien und beschreiben deren Aussage- und Vorhersagemöglichkeiten.	II

## LEK

Füllen Sie den Lückentext aus.

Kennen wir die Anfangsbedingungen sowie die äußeren Bedingungen eines klassischen Experiments, so können wir . Die  ist deterministisch. In der  können wir , auch wenn wir die Anfangsbedingungen und äußeren Bedingungen kennen. Wir können aber  treffen gemäß der . Dies ermöglicht die  der Verteilung der Wahrscheinlichkeitsdichte beim Doppelspaltversuch. Wir sagen: Die Quantenphysik ist .

Nutzungsrechte

**Abbildung 4.45.:** LEK zur Determiniertheit. Die SuS füllen den Lückentext zur Determiniertheit aus. Durch die Schaltfläche „Überprüfen“ besteht die Möglichkeit zur Selbstkontrolle der Lösung.

Die LEK in Abbildung 4.45 prüft die Kenntnis über den Unterschied zwischen dem klassischen Determinismus und der quantenmechanischen Determiniertheit. Dazu müssen die SuS die klassische Definition des Determinismus kennen sowie verstanden haben, dass diese in der Quantenphysik nicht erfüllt wird und dieses Wissen reorganisieren (AF II), um den Lückentext auszufüllen. Aus den Experimenten wissen die SuS, dass die Verteilung der Wahrscheinlichkeitsdichte stochastisch vorhersagbar ist. Es können also Wahrscheinlichkeitsaussagen in der Quantenphysik getroffen werden, woraus die Determiniertheit der Quantenphysik gefolgert werden kann.

### 4.4.3. Quantenmechanischer Realitätsbegriff

Anhand des Doppelspaltversuchs bietet sich die Möglichkeit auch die Einschränkung des Realitätsbegriffs in der Quantenphysik einzuführen. Dazu wird in der Lernumgebung zunächst der quantenmechanische Zustand bzw. Superpositionszustand eingeführt. Eine Simulation zum Superpositionszustand findet man auf der Seite von QuVis. Die Simulation erklärt den Superpositionszustand allerdings mit Hilfe des Spins und eignet sich damit nicht für die Erklärung im Rahmen des saarländischen Lehrplans [146].

## Die Lernumgebung

Die Lernumgebung zur Realität ist Teil der fakultativen Behandlung des quantenmechanischen Weltbilds im saarländischen Lehrplan sowohl im LK als auch im GK. Die Lernumgebung setzt die Behandlung des Doppelspaltversuchs und den Superpositionsbegriff voraus. Es bietet sich an, die Lernumgebung nach der Determiniertheit im Kapitel „Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten“ im Unterricht zu besprechen. Die Lernumgebung legt den Schwerpunkt auf eine qualitative Erarbeitung. Der Grad der Mathematisierung und der experimentelle Anteil sind daher gering. Es werden die Kompetenzen S3, E10, K3 und K6 angesprochen.

Die Lernumgebung beginnt mit der klassischen Definition der Realität. Am Beispiel der Eigenschaft „Ort“ eines Tisches wird diese verdeutlicht. Das zugehörige Bild repräsentiert den Text visuell und vermittelt eine angemessene Vorstellung des Kontextes. Zur Unterscheidung der Begriffe „Eigenschaft“ und „Wert der Eigenschaft“ dient eine Zuordnungsaufgabe. Die SuS ordnen die Begriffe sowohl einander als auch der jeweiligen Kategorie zu, weshalb die Aufgabe im AF II einzuordnen ist. Anhand der Beobachtungen aus dem Doppelspaltversuch wird zur Prüfung der Gültigkeit der klassischen Realitätsdefinition zunächst der Zustandsbegriff eingeführt. Als Zustandsnotation werden die Ket-Vektoren verwendet. Auf eine mathematische Beschreibung der Ket-Vektoren mit Vektoren wird verzichtet. Die Einführung des Zustandsbegriffs erfolgt dabei schrittweise anhand der Detektion eines Quantenobjekts hinter dem Doppelspalt. Die Skizzen sowie die Wahrscheinlichkeitsverteilungen repräsentieren den zugehörigen Text. Die Definition des quantenmechanischen Zustands fasst die Herleitung in einem Merksatz zusammen. Mithilfe von Detektoren kann auch bei zwei geöffneten Spalten der Ort des Photons hinter dem Doppelspalt bestimmt werden. Dadurch wird der Superpositionszustand zerstört, was man auch als Kollaps der Wellenfunktion bezeichnet. Die Skizze des Messprozesses konstruiert ein mentales Modell und zeigt den Prozess. Der Begriff „Kollaps der Wellenfunktion“ wird nur in Klammern erwähnt, da im GK die Behandlung der Wellenfunktion kein verpflichtender Teil des Lehrplans ist. Der Kollaps der Wellenfunktion sollte den SuS aber auch in Vorbereitung auf die Lernumgebung zur Lokalität bekannt sein. Durch Vergleich des klassischen Realitätsbegriffs mit den Ergebnissen aus dem Doppelspaltversuch gelangt man zur Einschränkung des klassischen Realitätsbegriffs in der Quantenphysik. Ein Vergleich mit der Alltagserfahrung führt zum Begriff der Dekohärenz. Die Bewertung der berühmten Frage von Albert Einstein, ob der Mond denn nur da ist, wenn man hinschaut, nimmt Bezug zum Realitätsbegriff und der Dekohärenz. Die Aufgabe ist dem AF III zuzuordnen, da die SuS die Aussage auf Grundlage der klassischen Realitätsdefinition sowie der Einschränkung in der Quantenphysik bewerten. Als weitere Aufgabe wird das historische Gedankenexperiment „Schrödingers Katze“ thematisiert. Das Bild hat eine dekorative Funktion und motiviert die SuS für den Sachverhalt. In Teil a) der Aufgabe analysieren die SuS einen Auszug aus der Arbeit von Erwin Schrödinger [141] und geben diesen in eigenen Worten wieder, was AF II zuzuordnen ist. Die Teile b)-d) sind dem AF III zuzuordnen, da die SuS die zuvor neu gelernten Begriffe an einem Beispiel anwenden.

## Quanten und Atome

Wahrscheinlichkeitsverhalten von  
Quantenobjekten

Michelle Schwarz  
AG Prof. Dr. Rolf Pelster | Fakultät NT



UNIVERSITÄT  
DES  
SAARLANDES

### Realität

Schwerpunkt	Fakultativer Inhalt: Quantenmechanisches Weltbild																														
Klassenstufe	12-13, G-Kurs und L-Kurs																														
Art	Lernumgebung																														
Positionierung	nach der Behandlung der Determiniertheit in der Quantenphysik																														
Lernvoraussetzungen	Doppelspaltversuch, Superpositionsbegriff																														
Lernziel	Die SuS definieren einen quantenmechanischen Zustand und erläutern die Einschränkung des Realitätsbegriffs in der Quantenphysik am Beispiel des Doppelspalts.																														
Kompetenzen <sup>1</sup>	S3, E10, K3, K6																														
Kategorien	<table border="0"> <tr> <td>Erarbeitung von neuem Stoff</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Einübung von bekanntem Stoff</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Öffnung der Aufgabe</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Grad der Mathematisierung</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Experimenteller Anteil</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> </table>	Erarbeitung von neuem Stoff	0	1	2	3	4	Einübung von bekanntem Stoff	0	1	2	3	4	Öffnung der Aufgabe	0	1	2	3	4	Grad der Mathematisierung	0	1	2	3	4	Experimenteller Anteil	0	1	2	3	4
Erarbeitung von neuem Stoff	0	1	2	3	4																										
Einübung von bekanntem Stoff	0	1	2	3	4																										
Öffnung der Aufgabe	0	1	2	3	4																										
Grad der Mathematisierung	0	1	2	3	4																										
Experimenteller Anteil	0	1	2	3	4																										

<sup>1</sup>Kompetenzen entnommen aus: KMK & IQB. (2020). *Bildungsstandards im Fach Physik für die Allgemeine Hochschulreife: Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.06.2020*. Kronach: Carl Link Verlag. ISBN: 978-3-556-09045-9.



## Realität in der Quantenphysik

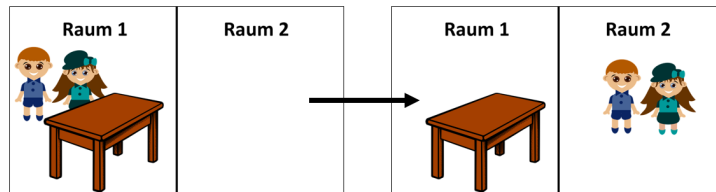
### Klassische Definition der Realität

Ein Objekt hat festgelegte Eigenschaften unabhängig davon, ob daran eine Beobachtung (Messung) erfolgt.

**Beispiel:** Der Tisch befindet sich an einem bestimmten Ort in Raum 1, auch

- wenn wir nicht hinschauen oder
- die genaue Position nicht kennen, weil wir die Position nicht gemessen haben.

Der Wert der Eigenschaft ist festgelegt. Kennen wir den Wert der Eigenschaft Ort (die genauen Koordinaten) nicht, so liegt dies an bloßer Unwissenheit.



### Aufgabe 1

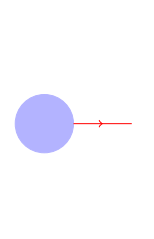
Wir unterscheiden „Eigenschaften“ als messbare physikalische Größen und „Werte von Eigenschaften“ als bei der Messung ermittelte Messwerte. Ordnen Sie die folgenden Begriffe sowohl einander als auch der passenden Kategorie zu.

Material, braun, Höhe, 70 cm, Holz, Koordinaten (3,6,2), Farbe, Ort

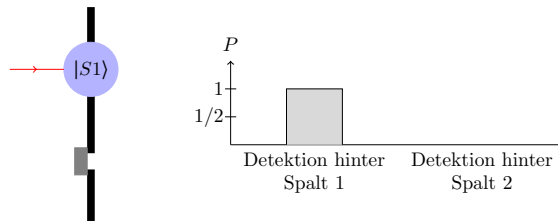
Eigenschaft	Wert der Eigenschaft
Material	Holz
Höhe	70 cm
Ort	Koordinaten (3,6,2)
Farbe	braun

### Der Zustandsbegriff

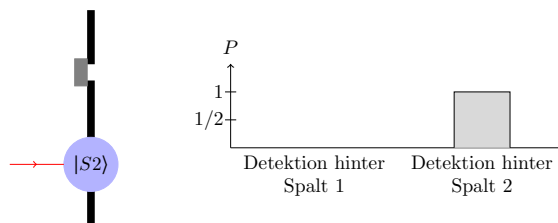
Im Folgenden überprüfen wir die Gültigkeit der klassischen Realitätsdefinition in der Quantenphysik am Beispiel der Eigenschaft „Ort des Photons“ am Doppelspalt. Wir betrachten ein Photon, welches sich dem Doppelspalt nähert. Wir gehen davon aus, dass das Photon hinter dem Doppelspalt detektiert wird.



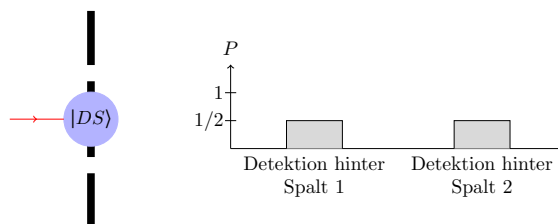
- 1) Es ist nur Spalt 1 geöffnet. Das Photon wird mit der Wahrscheinlichkeit  $P = 1$  hinter Spalt 1 detektiert. Es befindet sich im Zustand  $|S1\rangle$ .



- 2) Es ist nur Spalt 2 geöffnet. Das Photon wird mit der Wahrscheinlichkeit  $P = 1$  hinter Spalt 2 detektiert. Es befindet sich im Zustand  $|S2\rangle$ .



- 3) Es sind beide Spalte geöffnet. Das Photon wird zufällig mit einer Wahrscheinlichkeit von  $P = \frac{1}{2}$  hinter Spalt 1 oder Spalt 2 detektiert. Es befindet sich am Ort des Doppelspalts in einem **Superpositionszustand** (Überlagerungszustand)  $|DS\rangle$ . Dieser setzt sich in gleichen Anteilen aus den beiden Zuständen  $|S1\rangle$  und  $|S2\rangle$  zusammen. Nur ein solcher Superpositionszustand ist in der Lage, ein Interferenzmuster zu erzeugen.



Wir können nicht sagen, durch welchen Spalt das Photon gegangen ist. Am Ort des Doppelspalts liegen somit beide klassischen Möglichkeiten (Spalt 1 oder Spalt 2) gleichzeitig vor.

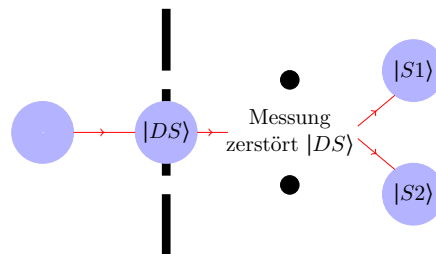


**Der quantenmechanische Zustand**

Ein quantenmechanischer Zustand beschreibt ein Quantenobjekt vollständig. Das bedeutet alle Eigenschaften, die man über ein Quantenobjekt erhalten kann, werden durch den quantenmechanischen Zustand beschrieben.

**Der quantenmechanische Messprozess**

Am Ort des Doppelspalts befindet sich das Photon in dem Superpositionszustand  $|DS\rangle$ . Durch das Anbringen von Detektoren besteht die Möglichkeit, den Ort des Photons hinter dem Doppelspalt zu bestimmen. Dabei beschreibt  $|S1\rangle$  den Zustand, dass Detektor 1 das Photon registriert hat und  $|S2\rangle$  den Zustand, dass Detektor 2 das Photon registriert hat.



Die Messung des Detektors führt zu einem eindeutigen Ergebnis: Das Photon befindet sich nach der Messung jeweils mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % im Zustand  $|S1\rangle$  oder  $|S2\rangle$ , es klicken aber niemals beide Detektoren gleichzeitig. Die Messung „zerstört“ also den Superpositionszustand („Kollaps der Wellenfunktion“) und realisiert einen Wert der Eigenschaft Ort. Es gibt hierfür zwei Möglichkeiten:

- $|DS\rangle$  kollabiert zu  $|S1\rangle$
- $|DS\rangle$  kollabiert zu  $|S2\rangle$

**Einschränkung des Begriffs Realität in der Quantenphysik**

Die Eigenschaften eines Quantenobjekts können bis zu dem Moment der Messung undefiniert sein, also als Superposition vorliegen. Eine Messung „zerstört“ die Superposition und realisiert einen Wert der Eigenschaft.

### Superpositionszustände in der Alltagswelt

In der makroskopischen Welt (Alltagswelt) findet stetig eine Wechselwirkung mit der Umgebung statt. Diese Wechselwirkung entspricht einer Messung und führt damit zum Kollaps der Wellenfunktion. Daher können wir im Alltag keine Interferenzmuster beobachten. Wir bezeichnen das als **Dekohärenz**.

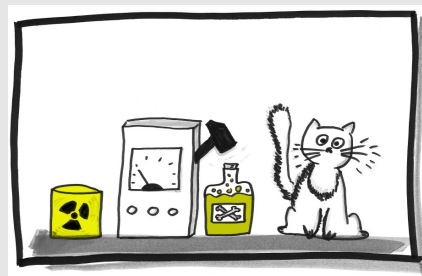
#### Aufgabe 2

Albert Einstein stellte die provokante Frage: Ist der Mond nur da, wenn man nach ihm schaut? Nehmen Sie Stellung zu dieser Frage.

Die Eigenschaften eines Quantenobjekts, wie zum Beispiel auch der Ort, können bis zur Messung unbestimmt sein. Dies spielt jedoch keine Rolle bei makroskopischen Objekten wie dem Mond. Durch die Dekohärenz (Wechselwirkung mit der Umgebung) ist der Mond immer da, auch wenn man nicht nach ihm schaut.

#### Aufgabe 3

Erwin Schrödinger führte 1935 ein Gedankenexperiment durch, um zu zeigen, dass die Theorie der Quantenmechanik nicht auf die makroskopische Alltagswelt übertragen werden kann. Das Gedankenexperiment ist heute bekannt unter dem Namen „Schrödingers Katze“. Schrödinger zeigte mit dem Experiment, dass im Falle der Vollständigkeit der Quantenmechanik eine Katze zugleich tot und lebendig sein müsse, was paradox ist.



Quelle: LEIFI-Physik, abrufbar unter [https://www.leifiphysik.de/sites/default/files/medien/schrodingers\\_katze\\_illu.jpg](https://www.leifiphysik.de/sites/default/files/medien/schrodingers_katze_illu.jpg), Zugriff am 27.06.2024

- Geben Sie den Ablauf des Gedankenexperiments von Schrödinger in eigenen Worten wieder. Ein Auszug aus einer Arbeit von Schrödinger ist über den QR-Code erreichbar.
- Beschreiben Sie den Superpositionszustand, in welchem sich die Katze im Gedankenexperiment nach einer Halbwertszeit befindet. Erklären Sie die Auswirkungen auf diesen Zustand, wenn wir in die Kiste schauen.
- Versetzen Sie sich in die Lage von Schrödinger. Wie würde Schrödinger die Verletzung des klassischen Realitätsbegriffs begründen?
- Erklären Sie, warum das Experiment zeigt, dass die Gesetze der Quantenmechanik nicht einfach auf unsere makroskopische Alltagswelt übertragen werden können.



- a) Eine Katze befindet sich in einer abgeschlossenen Kiste, gemeinsam mit einer geringen Menge radioaktiver Substanz. Die Wahrscheinlichkeit, dass eines der radioaktiven Atome in einer Stunde zerfällt beträgt 50 %. Darüber hinaus befinden sich in der Kiste ein Detektor, ein Hammer und ein Gefäß mit Blausäure. Sobald ein Atom zerfällt, wird der Zerfall durch den Detektor registriert. Dies bewirkt, dass der Hammer das Gefäß mit der Blausäure zerstört. Die Katze stirbt.
- b) Der Zustand der Katze hängt davon ab, ob ein Atom zerfallen ist oder nicht. Bei verschlossener Kiste können wir das nicht beurteilen, sodass sich die Katze in dem Superpositionszustand aus tot und lebendig befindet. Schauen wir in die Kiste, so findet eine Wechselwirkung mit der Umgebung statt, wir führen also eine Messung durch. Die Katze nimmt einen eindeutigen Zustand an, ein Wert der Eigenschaft (tot oder lebendig) wird realisiert. Nach einer Halbwertszeit ist die Wahrscheinlichkeit, eine tote oder lebendige Katze vorzufinden jeweils 50 %.
- c) Solange die Kiste verschlossen ist (man spricht von einem abgeschlossenen System) können wir den Zustand der Katze nicht bestimmen. Etwas ist nach der klassischen Definition der Realität aber nur „real“, wenn das Objekt festgelegte Eigenschaften unabhängig von einer Messung hat. Daher ist der klassische Realitätsbegriff verletzt.
- d) Eine Katze kann im Alltag nicht in einen Zustand gebracht werden, in welchem sie zugleich tot und lebendig ist. Eine ständige Wechselwirkung mit der Umgebung führt in der makroskopischen Welt zu einem ständigen Kollaps der Wellenfunktion. Daher können die Gesetze der Quantenmechanik nicht einfach auf unseren Alltag übertragen werden.

### Lösung und LEK



Lösung



LEK

### Didaktische Hinweise

- Die Behandlung der Wellenfunktion  $\Psi$  ist kein verpflichtender Lehrplaninhalt im Grundkurs, weshalb hier auf die Schreibweise verzichtet wird. Der „Kollaps der Wellenfunktion“ sollte hingegen als zentraler Begriff der Quantenphysik erläutert werden. Im Grundkurs empfiehlt sich an dieser Stelle auf die Beschreibung von Quantenobjekten mit der Wellenfunktion näher einzugehen.
- Den Superpositionszustand  $|DS\rangle$  schreibt man mathematisch allgemein als  $|DS\rangle = \alpha \cdot |S1\rangle + \beta \cdot |S2\rangle$ , wobei  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$  gelten muss. Die Skalare  $|\alpha|^2$  und  $|\beta|^2$  beschreiben jeweils die Wahrscheinlichkeit, dass der Superpositionszustand zu  $|S1\rangle$  bzw.  $|S2\rangle$  kollabiert.
- In der Quantenphysik sind die Werte der Eigenschaften bis zum Moment der Messung unbestimmt. Es muss darauf geachtet werden, dass es sich hierbei nicht um Unwissenheit handelt. Erst bei der Messung wird der Wert einer Eigenschaft realisiert.

### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
<b>Aufgabe 1</b>		
	E10: beziehen theoretische Überlegungen und Modelle zurück auf Alltagssituationen und reflektieren ihre Generalisierbarkeit.	II
<b>Aufgabe 2</b>		
	K4: formulieren unter Verwendung der Fachsprache chronologisch und kausal korrekt strukturiert.	III
<b>Aufgabe 3</b>		
a)	K3: entnehmen unter Berücksichtigung ihres Vorwissens aus Beobachtungen, Darstellungen und Texten relevante Informationen und geben diese in passender Struktur und angemessener Fachsprache wieder. K4: formulieren unter Verwendung der Fachsprache chronologisch und kausal korrekt strukturiert.	II
b)-d)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. K4: formulieren unter Verwendung der Fachsprache chronologisch und kausal korrekt strukturiert.	III

## LEK

Voraussetzungen für die erfolgreiche Zuordnung der Aussagen in den beiden LEK in Abbildung 4.46 und 4.47 ist die Kenntnis über den Zustandsbegriff, den Begriff der Superposition sowie den Messprozess. In der ersten LEK müssen die SuS den Unterschied zwischen klassischer und quantenmechanischer Realitätsdefinition zur korrekten Zuordnung kennen der Aussagen kennen. In der zweiten LEK wählen die SuS zu einer in der klassischen Physik korrekten Aussage die passende Aussage in der Quantenphysik aus. Die LEK sind beide dem AF II zuzuordnen, da die SuS ihr Wissen in einem neuen Kontext reorganisieren müssen.

**Realität** 

**Aufgabe:** Ordnen Sie die Aussagen dem klassischen Realitätsbegriff und der Einschränkung des klassischen Realitätsbegriffs in der Quantenphysik zu.

Klassischer Realitätsbegriff	Einschränkung des klassischen Realitätsbegriffs in der Quantenphysik
Das Objekt besitzt einen Wert der Eigenschaft Ort, unabhängig davon ob gemessen wird.	Das Objekt befindet sich bis zur Messung in einem Superpositionszustand.
Eine Messung legt den Wert der Eigenschaft fest.	Der Wert der Eigenschaft Ort ist bis zu einer Messung undefiniert.

 Überprüfen

**Abbildung 4.46.:** LEK zur Realität. Die SuS ordnen Aussagen der klassischen und quantenmechanischen Realität zu. Durch die Schaltfläche „Überprüfen“ besteht die Möglichkeit zur Selbstkontrolle der Lösung.

The image shows a screenshot of a learning environment with three questions. Each question is followed by two possible answers in a grey box. A blue progress bar is visible at the top of each question section, and a 'Nutzungsrechte' icon is present below each question.

**Question 1:** In der klassischen Physik ist der Wert einer Eigenschaft zu jeder Zeit genau bestimmt. In der Quantenphysik .....

**Answers:**  
ist der Wert einer Eigenschaft bis zur Messung unbestimmt.  
ist der Wert einer Eigenschaft auch zu jeder Zeit genau bestimmt.

**Question 2:** In der klassischen Physik handelt es sich um Unwissenheit, wenn wir den Wert einer Eigenschaft nicht kennen. In der Quantenphysik .....

**Answers:**  
sind Messungen deutlich schwerer durchzuführen. Es handelt es sich auch um Unwissenheit.  
ist es nicht möglich, den Wert einer Eigenschaft bis zum Moment der Messung zu bestimmen.

**Question 3:** In der klassischen Physik befindet sich ein Objekt immer in einem eindeutigen Zustand. In der Quantenphysik .....

**Answers:**  
befindet sich ein Objekt bis zur Messung in einem Überlagerungszustand. Nach der Messung befindet sich das Quantenobjekt in einem eindeutigen Zustand.  
befindet sich das Objekt auch vor der Messung in einem eindeutigen Zustand, wir können diesen nur nicht bestimmen. Die Messung ermöglicht es uns, den Zustand zu bestimmen.

**Abbildung 4.47.:** LEK zur Realität. Die SuS ordnen einer in der klassischen Physik korrekten Aussage die passende Aussage in der Quantenphysik zu. Durch die Schaltfläche „Überprüfen“ besteht die Möglichkeit zur Selbstkontrolle der Lösung.

#### 4.4.4. Polarisationszustand von Photonen

Zur Vertiefung des Realitätsbegriffs und als Lernvoraussetzung für die Behandlung der Nicht-lokalität wird der Polarisationszustand als zweites Beispiel für Zustände besprochen.

#### Die Animationen

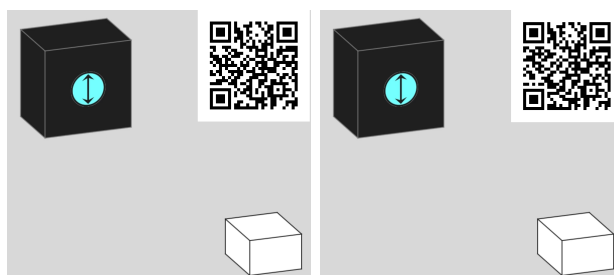
Zur Darstellung der Messung der Polarisationsrichtung mit einem Detektor wurde die Animation in Abbildung 4.48 erstellt. Trifft ein Photon im Zustand  $|\leftrightarrow\rangle$  oder  $|\updownarrow\rangle$  auf den Detektor, so zeigt dieser die Polarisationsrichtung des Photons an. Es ist zu beachten, dass ein Detektor nicht jede beliebige Polarisationsrichtung messen kann, er kann immer nur 2 Ergebnisse je nach

gewählter Messrichtung (Basis) anzeigen.



**Abbildung 4.48.:** Animation zur Messung der Polarisationsrichtung von Photonen durch einen Detektor.

Die Animationen in Abbildung 4.49 wurden aus einer Simulation von Olaf Leismann [103] erstellt und zeigen zwei mögliche Erklärungen für die Messung der Polarisationsrichtung am Detektor. Aus Sicht des Beobachters kann nicht unterschieden werden, ob die Photonen vor der Messung bereits eine definierte Polarisationsrichtung hatten oder ob das Photon in einem Superpositionszustand die Quelle verlässt. Eine feste Polarisierung wird farbig mit der entsprechenden Polarisationsrichtung als Pfeil dargestellt, eine Superposition grau. Die Darstellung der Photonen als Kugeln kann isoliert betrachtet zur Vorstellung führen, dass Photonen eine Ruhemasse besitzen. Da dies aber in den vorherigen Lernumgebungen bereits besprochen wurde, kann an dieser Stelle die Darstellung als Notation betrachtet werden. Es empfiehlt sich die ausdrückliche Erläuterung der Lehrperson, dass es sich lediglich um eine Notation zur Darstellung handelt und Photonen keine Kugeln sind.



**Abbildung 4.49.:** Animationen zu zwei Erklärungsmöglichkeiten für das Messergebnis am Detektor, entnommen aus der Simulation von Olaf Leismann [103], abrufbar unter <http://olafleismann.de/simulations/polarizationDetector.html>, Zugriff am 18.04.2024

## Die Lernumgebung

Die Lernumgebung zur Polarisierung von Photonen eignet sich für den GK und LK und sollte nach Behandlung des Realitätsbegriffs im Unterricht eingesetzt werden, da dieser neben der Polarisierung von Wellen eine Lernvoraussetzung darstellt. Neben der Behandlung des Po-


larisationszustands wird auch die Einschränkung des Realitätsbegriffs in der Quantenphysik eingeübt. Es wird lediglich die Kompetenz S2 angesprochen.

Die SuS wissen bereits, dass Wellen polarisiert sein können. Die Skizze zeigt eine horizontal und vertikal polarisierte Welle. Da Photonen wellenähnliches Verhalten zeigen, liegt es nahe, dass Photonen auch horizontal oder vertikal polarisiert sein können. Die Lernumgebung betrachtet einen Detektor in der + Basis (Messeinstellung  $0^\circ$ ). Wird ein horizontal bzw. vertikal polarisiertes Photon auf diesen Detektor gesendet, so kann er die Polarisationsrichtung bestimmen. Das Bild der möglichen Messergebnisse des Detektors fokussiert die Aufmerksamkeit auf diese. Die Animation aus Abbildung 4.48 zeigt die im Folgenden verwendete vereinfachte Darstellung des Detektors und seine Funktion. Die beiden Animationen aus Abbildung 4.49 zeigen zwei mögliche Erklärungen. Die SuS begründen, welche Erklärung die klassische Realitätsdefinition erfüllt. Die Aufgabe ist dem AF II zuzuordnen, da die SuS Gültigkeitsbereiche von Modellen und Theorien beschreiben und die sich daraus ergebenden Aussage- und Vorhersagemöglichkeiten erläutern. Die Screenshots der Animationen vermitteln mit der Zeigefunktion eine angemessene Vorstellung der Situation. Damit wird der Realitätsbegriff an einem zweiten Beispiel wiederholt. Als Hilfe für diese Aufgabe dienen die beiden Hinweise in Abbildung 4.50.

Hilfe 1

In der klassischen Realität sind die Eigenschaften zu jedem Zeitpunkt genau bestimmbar. In der Quantenphysik befinden sich die Objekte vor einer Messung in einem Superpositionszustand.


Michelle Schwarz



Hilfe 2

Gemäß der klassischen Realitätsdefinition existiert die Polarisationsrichtung des Photons unabhängig von der Messung. In der quantenmechanischen Realität realisiert die Messung am Detektor eine Polarisationsrichtung.

Michelle Schwarz



**Abbildung 4.50.:** Hilfe zur Unterscheidung der klassischen und der quantenmechanischen Realitätsdefinition am Beispiel der Polarisation. Die erste Hilfe beschreibt den allgemeinen Unterschied, während die zweite Hilfe diesen dann auf die Polarisation bezieht.



## Quanten und Atome

Wahrscheinlichkeitsverhalten von  
Quantenobjekten

Michelle Schwarz  
AG Prof. Dr. Rolf Pelster | Fakultät NT



UNIVERSITÄT  
DES  
SAARLANDES

### Realität am Beispiel Polarisisation von Photonen

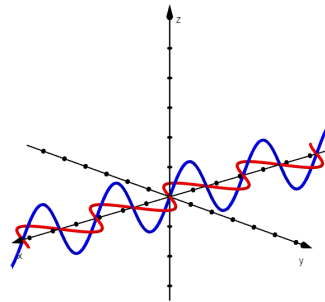
Schwerpunkt	Fakultativer Inhalt: Quantenmechanisches Weltbild
Klassenstufe	12-13, G-Kurs und L-Kurs
Art	Lernumgebung
Positionierung	nach Behandlung der Realität in der Quantenphysik
Lernvoraussetzungen	Polarisation von Wellen, Realität in der Quantenphysik
Lernziel	Die SuS erläutern den quantenmechanischen Messprozess am Beispiel des Polarisationszustands von Photonen.
Kompetenzen <sup>1</sup>	S2
Kategorien	<p>Erarbeitung von neuem Stoff <span style="float: right;">-----●-----●-----●-----●-----●-----</span>  <span style="margin-left: 100px;">0    1    2    3    4</span></p> <p>Einübung von bekanntem Stoff <span style="float: right;">-----●-----●-----●-----●-----●-----</span>  <span style="margin-left: 100px;">0    1    2    3    4</span></p> <p>Öffnung der Aufgabe <span style="float: right;">-----●-----●-----●-----●-----●-----</span>  <span style="margin-left: 100px;">0    1    2    3    4</span></p> <p>Grad der Mathematisierung <span style="float: right;">-----●-----●-----●-----●-----●-----</span>  <span style="margin-left: 100px;">0    1    2    3    4</span></p> <p>Experimenteller Anteil <span style="float: right;">-----●-----●-----●-----●-----●-----</span>  <span style="margin-left: 100px;">0    1    2    3    4</span></p>

<sup>1</sup>Kompetenzen entnommen aus: KMK & IQB. (2020). *Bildungsstandards im Fach Physik für die Allgemeine Hochschulreife: Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.06.2020*. Kronach: Carl Link Verlag. ISBN: 978-3-556-09045-9.

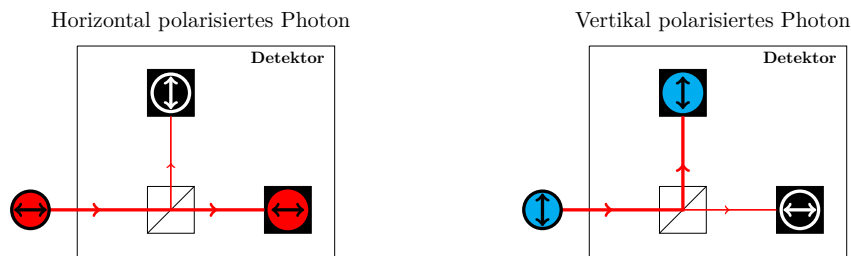


### Polarisationszustand von Photonen

In der Quantenphysik können wir den klassischen Realitätsbegriff nicht anwenden. In dieser Lernumgebung betrachten wir dazu als zweites Beispiel den Polarisationszustand. Eine linear polarisierte Welle kann verschiedene Polarisationsrichtungen annehmen. Im Folgenden betrachten wir die horizontale (rote Welle) und vertikale (blaue Welle) Polarisationsrichtung.



Sie wissen bereits, dass Photonen wellenähnliches Verhalten zeigen. Daraus können wir folgern, dass auch Photonen horizontal oder vertikal polarisiert sein können. Trifft ein horizontal oder vertikal polarisiertes Photon auf einen Detektor, so kann dieser die Polarisationsrichtung des Photons bestimmen:

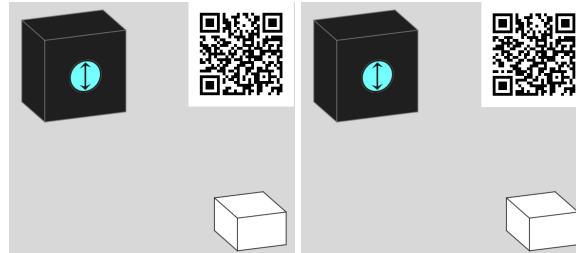


Im Folgenden wird der Detektor vereinfacht, wie in nebenstehender Grafik, dargestellt. Schauen Sie sich zur Veranschaulichung der Messung der Polarisationsrichtung die Animation (über den QR-Code erreichbar) an.



**Aufgabe 1**

Die beiden Animationen zeigen zwei mögliche Erklärungen für die Messung der Polarisationsrichtung mit einem Detektor. Entscheiden Sie begründet, ob in der jeweiligen Animation die klassische Realitätsdefinition erfüllt ist.



Animationen zu zwei Erklärungsmöglichkeiten für das Messergebnis am Detektor, Quelle: Olaf Leismann, abrufbar unter <http://olafleismann.de/simulations/polarizationDetector.html>, Zugriff am 18.04.2024

Die linke Animation erfüllt die klassische Realitätsdefinition. Die Quelle sendet Photonen mit einer bestimmten Polarisierung aus. Die Photonen besitzen die Eigenschaft „Polarisationsrichtung“ schon bevor diese vom Detektor gemessen wird. Das Photon besitzt die Eigenschaft „Polarisationsrichtung“ unabhängig davon, ob daran eine Messung erfolgt.

Zur Erklärung der rechten Animation muss der Realitätsbegriff eingeschränkt werden. Die Photonen befinden sich in einem Superpositionszustand, wenn sie den Detektor verlassen. Erst bei der Messung wird der Wert der Eigenschaft „Polarisationsrichtung“ realisiert.

**Hilfen**



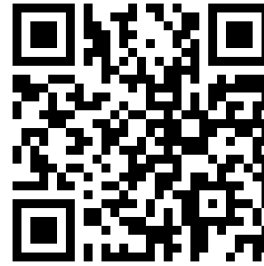
Hilfe zu Aufgabe 1



### Lösung und LEK



Lösung



LEK

### Didaktische Hinweise

- Auf den Begriff der Basis sowie die Erklärung der Bra-Ket-Notation wird verzichtet. Stattdessen wird von einer „Messeinstellung“ gesprochen und die Bra-Ket-Notation als symbolische Schreibweise eingeführt.
- Es ist auf die richtige Formulierung der quantenmechanischen Realitätsdefinition zu achten:
  - **falsch:** Das Photon besitzt die Eigenschaft schon vorher, sie befindet sich nur in einer Superposition mit anderen möglichen Eigenschaften. Die Messung macht die Eigenschaft sichtbar oder deckt sie auf.
  - **richtig:** Eine Eigenschaft wird „realisiert“. Die Messung „zerstört“ die Superposition und ein Wert der realisierten Eigenschaft wird festgelegt.

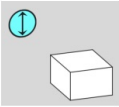
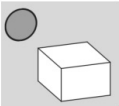

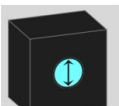
### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
<b>Aufgabe 1</b>		
1	S2: erläutern Gültigkeitsbereiche von und Theorien und beschreiben deren Aussage- und Vorhersagemöglichkeiten.	II

LEK

### Realität am Beispiel der Polarisation ↗

**Aufgabe:** Wählen Sie für jede Situation aus, ob diese der klassischen Realitätsdefinition und / oder der Einschränkung dieser in der Quantenphysik zuzuordnen ist. Ordnen Sie der Situation eine passende Aussage zu.

Situation	klassische Realitätsdefinition	Einschränkung der klassischen Realitätsdefinitionen in der Quantenphysik	Aussage
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="text"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="text"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="text"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="text"/>

✓

✗

Die Polarisationsrichtung des Photons ist bereits bei Verlassen der Quelle festgelegt.

Das Photon verlässt die Quelle in einem Superpositionszustand.

Nach Messung des Detektors ist nicht mehr zu unterscheiden, ob das Photon vor der Messung schon eine bestimmte Polarisationsrichtung hatte oder ob es sich in einer Superposition befand.

Der Wert der Polarisationsrichtung ist bereits bestimmt, bevor das Photon auf den Detektor trifft.

✓ Überprüfen

🔒 Nutzungsrechte

**Abbildung 4.51.:** LEK zum Realitätsbegriff am Beispiel der Polarisation. Die SuS ordnen den verschiedenen Situationen die quantenmechanische Realität oder / und die klassische Realität zu. Durch die Schaltfläche „Überprüfen“ besteht die Möglichkeit zur Selbstkontrolle der Lösung.

Die LEK in Abbildung 4.51 prüft das Verständnis des Realitätsbegriffs am Beispiel der Polarisation. Die Bilder vermitteln mit der Zeigefunktion eine Vorstellung der Situation. Den SuS

muss der Unterschied zwischen der klassischen und der quantenmechanischen Realität zu verschiedenen Zeiten des Experiments bekannt sein. Außerdem müssen Sie die Darstellung der Polarisation bzw. des Superpositionszustands zuordnen können. Eine Schwierigkeit liegt im letzten Fall, da dieser beide Realitätsdefinitionen beschreibt. Um auch die Interpretation der Situationen zu testen, ordnen die SuS Aussagen zu den bildlichen Situationen zu. Insgesamt liegt die Aufgabe im AF I-2, da die SuS bekannte Inhalte reproduzieren, diese aber in einer neuen Situation wiedergeben.

#### 4.4.5. Mach-Zehnder-Interferometer

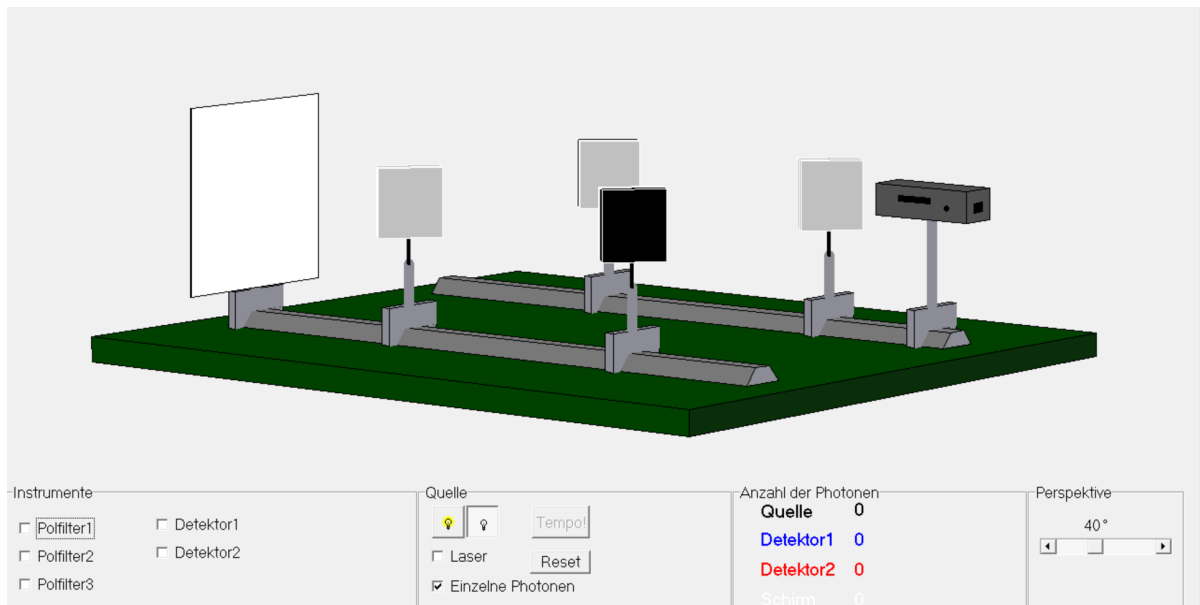
Das Mach-Zehnder-Interferometer dient als zweites Beispiel für die Demonstration des quantenmechanischen Fundamentalprinzips. Da einzelne Quantenobjekte durch das Mach-Zehnder-Interferometer geschickt werden, ist der Versuch nur mit einer Simulation durchführbar.

#### Die Simulation

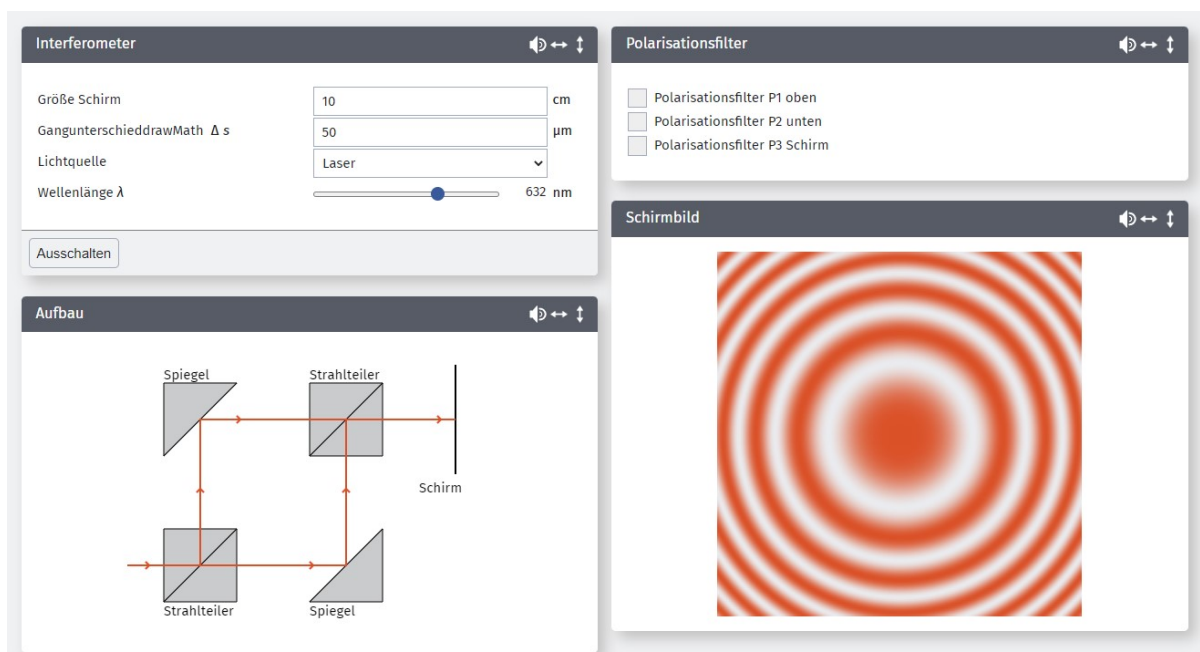
Zur Durchführung des Experiments mit einer Simulation stehen die Simulationen von MILQ in Abbildung 4.52 [102] und Thomas Kippenberg in Abbildung 4.53 [101] zur Verfügung. Analog zum Doppelspaltversuch kann man mit beiden Simulationen ohne zusätzliche Elemente das stochastische Auftreffen der Quantenobjekte auf dem Schirm sowie die Entstehung eines Interferenzmusters erkennen. Bei beiden Simulationen gibt es zusätzlich die Möglichkeit, Polarisationsfilter in den Strahlengang zu bringen, welche sich auch beliebig in ihrer Ausrichtung verändern lassen. Man kann somit das quantenmechanische Fundamentalprinzip erneut bestätigen und zusätzlich zeigen, dass das Interferenzmuster immer verschwommener wird je mehr die Winkel der Polarisationsfilter voneinander abweichen. Durch Einbau eines dritten Polarisationsfilters lässt sich zusätzlich ein Delayed-Choice-Experiment durchführen.

Vorteil der Simulation in Abbildung 4.52 ist die erhöhte Anschaulichkeit durch die Möglichkeit des Perspektivenwechsels. Außerdem gibt es hier die Möglichkeit, Detektoren einzubauen, um zu zeigen, dass das Photon sich nicht aufteilt. Ein Nachteil ist allerdings, dass die Simulation heruntergeladen werden muss und nicht online verfügbar ist. Dadurch ist eine Einbettung als QR-Code in eine Lernumgebung nicht möglich. Außerdem kann die Simulation mit einem iPad nicht heruntergeladen werden und da die SuS im Saarland mit iPads ausgestattet sind, ist die Simulation als SuS-Experiment nicht geeignet.

Bei der Simulation von Thomas Kippenberg in Abbildung 4.53 können zwar keine Detektoren eingebaut werden, dennoch ist die Simulation sehr anschaulich gestaltet. Dass sich das Photon nicht aufteilt, wurde bereits beim Doppelspaltversuch gezeigt. Durch die Möglichkeit auch „Laser“ als Lichtquelle auszuwählen zeigt die Simulation auch das Verhalten von Licht im Interferometer. Für die Lernumgebung wird daher die Simulation von Thomas Kippenberg in Abbildung 4.53 verwendet.



**Abbildung 4.52.:** Simulation zum Mach-Zehnder-Interferometer von MILQ [102], abrufbar unter <https://www.milq.info/materialien/simulationsprogramme/>, Zugriff am 22.11.2023



**Abbildung 4.53.:** Simulation zum Mach-Zehnder-Interferometer von Thomas Kippenberg [101], abrufbar unter <https://kippenbergs.de/mint-machzehnder>, Zugriff am 22.11.2023

Als Ergänzung können die Simulationen von QuVis dienen. Auf der Seite findet sich eine Simulation, welche die Unterschiede in den Koinzidenzmessungen zwischen klassischen Teilchen, elektromagnetischen Wellen und einzelnen Photonen zeigt. Die SuS können hier sehen, dass bei elektromagnetischen Wellen Koinzidenzen auftreten, während dies für einzelne Photonen nicht der Fall ist. Eine weitere Simulation zeigt anschaulich das nachträgliche Hinzufügen und Entfernen des zweiten Strahlteilers bei Durchführung des Delayed-Choice-Experiments am Mach-Zehnder-Interferometer. Die Simulation passt nicht zu den vorherigen Argumentationen, bei denen ein dritter Polarisationsfilter eingebaut werden kann und wird daher in den Lernumgebungen nicht berücksichtigt. Die nachträgliche Beeinflussung und der Widerspruch zur Retrokausalität können mit der Simulation ergänzend gezeigt werden [146].

### Die Lernumgebung

Die Lernumgebung zum Mach-Zehnder-Interferometer eignet sich als Vertiefung des quantenmechanischen Fundamentalprinzips im LK. Die Lernumgebung setzt das Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten am Doppelspalt sowie das quantenmechanische Fundamentalprinzip voraus, weshalb sie nach der Behandlung des Doppelspaltversuchs im Unterricht eingesetzt werden. Die Aufgaben sind offen formuliert und der hohe experimentelle Anteil weist einen geringen Grad der Mathematisierung auf. Es werden die Kompetenzen S2, S4, S5 und E5 angesprochen.

Als Einstieg recherchieren die SuS Aufbau und Funktionsweise des Mach-Zehnder-Interferometers mit Licht, was dem AF III entspricht, da die SuS eine passende Quelle auswählen. Die Skizze des Mach-Zehnder-Interferometers vermittelt eine Vorstellung des Versuchsaufbaus und fokussiert die Aufmerksamkeit auf die wesentlichen Elemente. Die Versuchsdurchführung mit Licht ist dem AF II zuzuordnen. Mit den Erkenntnissen aus dem Doppelspaltversuch planen die SuS im Anschluss ein Experiment (AF III), welches die Ergebnisse des Doppelspaltversuchs am Mach-Zehnder-Interferometer zeigen soll. Als Hilfe gibt Abbildung 4.54 Ergebnisse aus dem Doppelspaltversuch und die zu verwendenden Bauteile an.

In Aufgabe zwei führen die SuS das Experiment mit der Simulation aus Abbildung 4.53 durch, was dem AF II entspricht. Ein Screenshot der Simulation vermittelt eine Vorstellung des Versuchsaufbaus. Ein QR-Code (Abbildung 4.55) dient als Überprüfung der Ergebnisse aus Aufgabe 1, um die vollständige und korrekte Durchführung des Experiments sicherzustellen.

Die SuS beobachten die Komplementarität zwischen Welcher-Weg-Information und Interferenzmuster und führen ein Delayed-Choice-Experiment durch. Die Analyse der Abhängigkeit zwischen Stärke des Interferenzmusters und Winkelunterschied der Polarisationsfilter ist dem AF III zuzuordnen. Das Vorgehen wird als Hilfe (Abbildung 4.56) angegeben.

Zur Vertiefung des Prinzips der Komplementarität von Welcher-Weg-Information und Interferenzmuster dient eine Zuordnungsaufgabe. Die Aufgabe ist dem AF II zuzuordnen, da die SuS das erlernte Wissen in einem neuen Kontext wiedergeben. Im AF III liegt der abschließende




Hilfe 1

Die Erkenntnisse aus dem Doppelspalt-Versuch sind:

- Es entsteht ein Interferenzmuster, wenn beide Spalte geöffnet sind.
- Das Photon teilt sich nicht auf.
- Welcher-Weg-Information und die Entstehung eines Interferenzmusters sind komplementär zueinander.
- Die Welcher-Weg-Information kann wieder aufgehoben werden (Delayed-Choice-Experiment).


Michelle Schwarz



Hilfe 2

Verwenden Sie für "Das Photon teilt sich nicht auf" Detektoren und für die Erkenntnisse zur "Welcher-Weg-Information" Polarisationsfilter.

Michelle Schwarz




**Abbildung 4.54.:** Hilfe zur Planung des Experiments mit dem Mach-Zehnder-Interferometer. Es werden die Ergebnisse aus dem Doppelspaltversuch und die notwendigen Bauteile angegeben.

Lösung zur Planung des Experiment

Die einzelnen Versuchsteile können sein:

- Wir schalten die Quelle ein und erwarten ein Interferenzmuster auf dem Schirm.
- Wir bringen in jeden Arm des Interferometers einen Detektor und erwarten, dass immer nur ein Detektor leuchtet.
- Wir bringen in jeden Arm des Interferometers einen Polarisationsfilter. An einem Polarisationsdreher stellen wir  $0^\circ$  ein, an dem anderen  $90^\circ$ . Wir erwarten, dass das Interferenzmuster verschwindet.
- Wir bringen einen dritten Polarisationsfilter im  $45^\circ$ -Winkel zu den beiden anderen Polarisationsfiltern hinter dem zweiten Strahlteilerwürfel ein und erwarten, dass das Interferenzmuster wieder erscheint.

Michelle Schwarz



Diese Lösung habe ich

richtig


falsch

**Abbildung 4.55.:** Lösung zur Planung des Experiments mit dem Mach-Zehnder-Interferometers zur Selbstkontrolle zur Sicherstellung der korrekten Durchführung des Experiments.

Hilfe

Durchführung: Wir drehen einen Polarisationsfilter auf die 0°-Einstellung und ändern den Winkel an Polarisationsfilter 2 nun in 10°-Schritten von 0° auf 90° und schicken für jeden Winkel Photonen durch das Interferometer.

Michelle Schwarz



**Abbildung 4.56.:** Hilfe zur Überprüfung der Abhängigkeit zwischen Winkelunterschied und Interferenzmuster am Mach-Zehnder-Interferometer. Die Winkelabhängigkeit kann mit der Simulation zum Doppelspaltversuch nicht überprüft werden, weshalb die SuS die Hilfe zur Durchführung des Experiments erhalten.

Vergleich der Beobachtungen mit Licht und Photonen.

## Quanten und Atome

Wahrscheinlichkeitsverhalten von  
Quantenobjekten

Michelle Schwarz  
AG Prof. Dr. Rolf Pelster | Fakultät NT



UNIVERSITÄT  
DES  
SAARLANDES

### Mach-Zehnder-Interferometer

Schwerpunkt	Fakultativer Inhalt: Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten																														
Klassenstufe	12-13, L-Kurs																														
Art	Versuchsdurchführung mit einer Simulation																														
Positionierung	nach der Behandlung des Doppelspalts im Kapitel „Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten“																														
Lernvoraussetzungen	Doppelspaltversuch mit einzelnen Quantenobjekten																														
Lernziel	Die SuS bestätigen das quantenmechanische Fundamentalprinzip am Mach-Zehnder-Interferometer.																														
Kompetenzen <sup>1</sup>	S2, S4, S5, E5																														
Kategorien	<table border="0"> <tr> <td>Erarbeitung von neuem Stoff</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Einübung von bekanntem Stoff</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Öffnung der Aufgabe</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Grad der Mathematisierung</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Experimenteller Anteil</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> </table>	Erarbeitung von neuem Stoff	0	1	2	3	4	Einübung von bekanntem Stoff	0	1	2	3	4	Öffnung der Aufgabe	0	1	2	3	4	Grad der Mathematisierung	0	1	2	3	4	Experimenteller Anteil	0	1	2	3	4
Erarbeitung von neuem Stoff	0	1	2	3	4																										
Einübung von bekanntem Stoff	0	1	2	3	4																										
Öffnung der Aufgabe	0	1	2	3	4																										
Grad der Mathematisierung	0	1	2	3	4																										
Experimenteller Anteil	0	1	2	3	4																										

<sup>1</sup>Kompetenzen entnommen aus: KMK & IQB. (2020). *Bildungsstandards im Fach Physik für die Allgemeine*

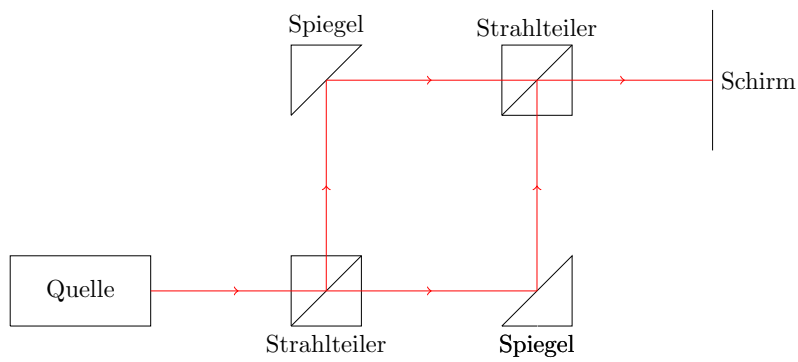


## Das Mach-Zehnder-Interferometer

In dem Kapitel „Wellenmodell des Lichts“ haben Sie das Michelson-Interferometer kennengelernt. Im Folgenden untersuchen Sie das Mach-Zehnder-Interferometer mit Licht und einzelnen Photonen.

### Aufgabe 1

- a) Recherchieren Sie den Aufbau und die Funktionsweise eines Mach-Zehnder-Interferometers mit Licht anhand der Skizze.



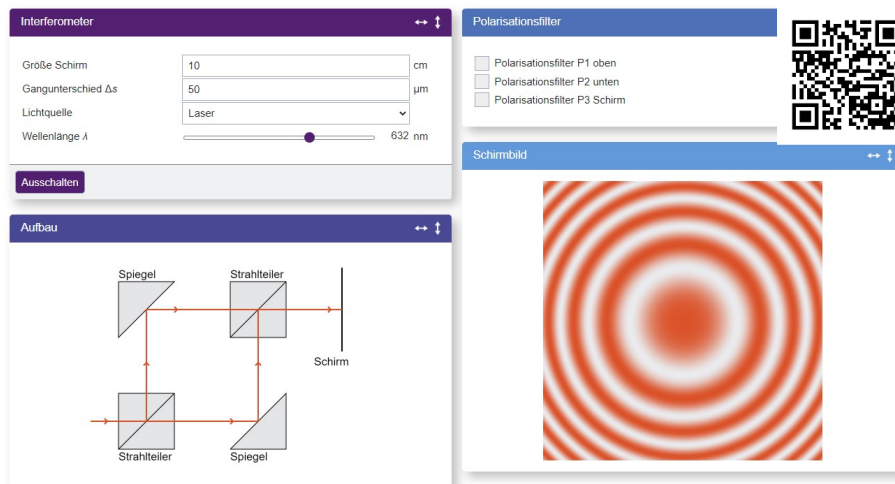
- a) Im Mach-Zehnder-Interferometer befinden sich zwei Strahlteiler und zwei Spiegel. An einem Strahlteiler teilt sich die elektromagnetische Welle in zwei Teilwellen: 50 % der Intensität der elektromagnetischen Welle werden transmittiert und 50 % reflektiert. Bei Reflexion am Strahlteiler erfährt die reflektierte Welle einen Phasensprung von  $\frac{\pi}{2}$ . An einem Spiegel wird die elektromagnetische Welle zu 100 % reflektiert und die reflektierte Welle erfährt einen Phasensprung von  $\pi$ . Nimmt man an, dass die beiden Wege im Interferometer gleich lang sind, so erhält man einen Gangunterschied zwischen den beiden Teilwellen, welche am Schirm ankommen. Das führt zu konstruktiver oder destruktiver Interferenz, wodurch ein kreisförmiges Interferenzmuster auf dem Schirm entsteht.

- b) Senden Sie mit der Simulation (über QR-Code erreichbar) Licht durch das Interferometer und beschreiben Sie Ihre Beobachtung.

Hochschulreife: Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.06.2020. Kronach: Carl Link Verlag. ISBN: 978-3-556-09045-9.

Michelle Schwarz





Simulation zum Mach-Zehnder-Interferometer. Quelle: Thomas Kippenberg, abrufbar unter <https://kippenbergs.de/mint-machzehnder>, Zugriff am 22.11.2023

b) Es entsteht ein kreisförmiges Interferenzmuster auf dem Schirm.

c) Planen Sie ein Experiment mit einzelnen Photonen im Mach-Zehnder-Interferometer, welches die Erkenntnisse aus dem Doppelspaltversuch untersucht. Zusätzlich zu den Elementen in der Skizze stehen Ihnen für die Versuchsdurchführung Detektoren und Polarisationsfilter zur Verfügung. Beschreiben Sie auch die erwartete Beobachtung.



- c) – Wir schalten die Quelle ein und erwarten ein Interferenzmuster auf dem Schirm.
- Wir bringen in jeden Arm des Interferometers einen Detektor in den Strahlengang und erwarten, dass immer nur ein Detektor leuchtet.
  - Wir bringen in jeden Arm des Interferometers einen Polarisationsfilter. An einem Polarisationsfilter stellen wir  $0^\circ$  ein, an dem anderen  $90^\circ$ . Wir erwarten, dass das Interferenzmuster verschwindet.
  - Wir bringen einen dritten Polarisationsfilter im  $45^\circ$ -Winkel zu den beiden anderen Polarisationsfiltern hinter dem zweiten Strahlteilerwürfel ein und erwarten, dass das Interferenzmuster wieder erscheint.

**Aufgabe 2**

- a) Kontrollieren Sie Ihre Lösung aus Aufgabe 1 mit dem nebenstehenden QR-Code und führen Sie alle mit der Simulation durchführbaren Versuchsteile mit einzelnen Photonen als Lichtquelle durch.



- a) 1) Wir schalten die Quelle ein und beobachten den Schirm.

**B.:** Auf dem Schirm entsteht ein Interferenzmuster.

- 2) Wir bringen zwei Polarisationsfilter in den Strahlengang. An einem Polarisationsfilter stellen wir  $0^\circ$  ein, an dem anderen  $90^\circ$  und beobachten das Interferenzmuster.

**B.:** Das Interferenzmuster verschwindet.

- 3) Wir bringen einen dritten Polarisationsfilter im  $45^\circ$ -Winkel zu den beiden anderen Polarisationsfiltern hinter dem zweiten Strahlteilerwürfel ein und beobachten das Interferenzmuster.

**B.:** Auf dem Schirm entsteht ein Interferenzmuster.

- b) Untersuchen Sie zusätzlich, die Veränderung des Interferenzmusters mit zunehmendem Winkelunterschied zwischen den beiden Polarisationsfiltern. Beschreiben Sie Ihr Vorgehen und Ihre Beobachtung.



- b) Wir drehen einen Polarisationsfilter auf die  $0^\circ$ -Einstellung und ändern den Winkel an Polarisationsfilter 2 nun in  $10^\circ$ -Schritten von  $0^\circ$  auf  $90^\circ$  und schicken Sie für jeden Winkel Photonen durch das Interferometer.

**B.:** Je mehr die Winkel der Polarisationsfilter voneinander abweichen, desto verschwommener wird das Interferenzmuster bis es komplett verschwindet.

- c) Kreuzen Sie jeweils an, ob in der jeweiligen Situation eine Welcher-Weg-Information vorliegt oder / und ein Interferenzmuster auftritt. Erläutern Sie anhand Ihres Ergebnisses die Gültigkeit des Quantenmechanischen Fundamentalprinzips.

Situation	Welcher-Weg-Information	Interferenzmuster
Einzelne Quantenobjekte werden ohne zusätzliche Bauteile auf das Mach-Zehnder-Interferometer geschickt.		X
Ein Detektor wird in den Strahlengang eingebracht.	X	

Zwei parallel zueinander ausgerichtete Polarisationsfilter werden in den Strahlengang gebracht.		X
Zwei senkrecht zueinander ausgerichtete Polarisationsfilter werden in den Strahlengang gebracht.	X	
Wir bringen einen dritten Polarisationsfilter vor dem Schirm in den Strahlengang. Dieser steht im 45°-Winkel zu den anderen beiden.		X

c) Anhand der Ergebnisse in der Tabelle ist die Komplementarität von Welcher-Weg-Information und Interferenzmuster zu erkennen. Dies bestätigt die Gültigkeit des quantenmechanischen Fundamentalprinzips.

d) Vergleichen Sie Ihre Beobachtungen mit Licht und Photonen im Mach-Zehnder-Interferometer. Erklären Sie mit dem Photonenmodell des Lichts.

d) Mit einem Laser als Lichtquelle macht man die gleichen Beobachtungen wie mit einzelnen Photonen. Nach dem Photonenmodell des Lichts besteht Licht aus einzelnen Energiequanten, den sog. Photonen. Dies erklärt auch die gleichen Beobachtungen. Einziger Unterschied ist das einzelne Auftreffen der Photonen auf dem Schirm bei der Verwendung einzelner Photonen.

### Hilfen



Hilfe zu Aufgabe 1c)

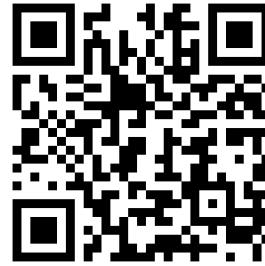


Hilfe zu Aufgabe 2b)

**Lösung**



Lösung



LEK

**Kompetenzen und Anforderungsbereiche**

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
<b>Aufgabe 1</b>		
a)	K1: recherchieren zu physikalischen Sachverhalten zielgerichtet in analogen und digitalen Medien und wählen für ihre Zwecke passende Quellen aus.	III
b)	S4: bauen Versuchsanordnungen auch unter Verwendung von digitalen Messwerterfassungssystemen nach Anleitung auf, führen Experimente durch und protokollieren ihre Beobachtungen.	II
c)	E5: planen geeignete Experimente und Auswertungen zur Untersuchung einer physikalischen Fragestellung.	III
<b>Aufgabe 2</b>		
a)	S4: bauen Versuchsanordnungen auch unter Verwendung von digitalen Messwerterfassungssystemen nach Anleitung auf, führen Experimente durch und protokollieren ihre Beobachtungen.	II
b)	E5: planen geeignete Experimente und Auswertungen zur Untersuchung einer physikalischen Fragestellung.	III
c)	S2: erklären Gültigkeitsbereiche von Modellen und Theorien und beschreiben deren Aussage- und Vorhersagemöglichkeiten.	II

Michelle Schwarz





d)	S1: erklären Phänomene unter Nutzung bekannter physikalischer Modelle und Theorien. S4: bauen Versuchsanordnungen auch unter Verwendung von digitalen Messwerterfassungssystemen nach Anleitung auf, führen Experimente durch und protokollieren ihre Beobachtungen.	III
----	---	-----

LEK

**Mach-Zehnder-Interferometer**

Quelle, Spiegel, Strahlteiler

0°, 0°    30°, 60°    51°, 51°    60°, 90°    30°, 90°    135°, 45°

0°, 90°    80°, 20°    75°, 75°    0°, 60°    10°, 100°

51°, 111°    45°, 45°    70°, 40°    30°, 120°    51°, 81°

**Aufgabe**  
Ordnen Sie die Winkeinstellungen den Abbildungen zu.

Überprüfen

Nutzungsrechte

**Abbildung 4.57.:** LEK zum Mach-Zehnder-Interferometer. Die SuS ordnen die verschiedenen Winkelpaare den entstehenden Interferenzmustern zu. Durch die Schaltfläche „Überprüfen“ besteht die Möglichkeit zur Selbstkontrolle der Lösung.

Die LEK überprüft das bei der Behandlung des Mach-Zehnder-Interferometers neu erlernte Wissen über den Zusammenhang zwischen dem Winkelunterschied der Polarisationsfilter und der Schärfe des Interferenzmusters. Die Bilder des Versuchsaufbaus und der Interferenzmuster dienen der Bildanleitung, indem sie den situativen Kontext herausstellen und bilden einen Ersatz für eine komplexe Beschreibung. Die SuS müssen für die LEK wissen, dass ein Interferenzbild entsteht, wenn die Polarisationsfilter parallel zueinander ausgerichtet sind. Je größer der Winkelunterschied ist, desto mehr verblasst das Interferenzmuster. Stehen die Polarisationsfilter senkrecht aufeinander, verschwindet das Interferenzmuster komplett. Die Schwierigkeit besteht darin, dass auch Winkelunterschiede zur Auswahl stehen, die in der Lernumgebung nicht thematisiert wurden.

#### 4.4.6. Aufgaben zum Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten

Der saarländische Lehrplan sieht vor, dass die SuS Aufgaben zum Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten rechnen. Die erste Aufgabe behandelt den Doppelspaltversuch mit einzelnen Quantenobjekten. Die SuS beschreiben den im Unterricht durchgeführten Versuch sowie Gemeinsamkeiten und Unterschiede bei der Durchführung mit Licht und Quantenobjekten, was als Reproduktion dem AF I zuzuordnen ist. Die Beobachtungen aus den durchgeführten Experimenten wenden die SuS anschließend an, um anhand des Doppelspaltversuchs den Wellen- und Teilchencharakter von Quantenobjekten zu zeigen. Als Transferaufgabe liegt diese Aufgabe im AF III. Im Aufgabenteil d) beschreiben die SuS ein Experiment zur Bestätigung von Elektronen. Dazu müssen die SuS Wissen aus dem früheren Physikunterricht mit dem experimentellen Aufbau des Doppelspaltversuchs verknüpfen, was im AF III liegt. Die Erläuterung von Elektronen als Quantenobjekte liegt im AF II, während die Erläuterung der  $\Psi$ -Funktion und des Betragquadrat eine Reproduktion aus dem Unterricht darstellen und damit im AF I liegen. Die Eigenschaften von Elektronen und Photonen sind den SuS bekannt, weshalb der Vergleich der Quantenobjekte dem AF II zuzuordnen ist.

Die zweite Aufgabe betrachtet das Interferenzmuster. Die Herleitung der Formel zur Berechnung des Abstand der Maxima am Doppelspalt ist dem AF III zuzuordnen. Im AF II liegt die Berechnung der de Broglie-Wellenlänge sowie des ersten Abstands der Interferenzmaxima. Durch Berechnungen des zweiten Interferenzmaximums für unterschiedliche Abstände zwischen Doppelspalt und Schirm folgern die SuS einen allgemeinen Zusammenhang, was dem AF II zuzuordnen ist. Die Berechnung der Geschwindigkeit der Elektronen beinhaltet ein Umstellen bekannter Formeln und ist daher im AF II einzuordnen.

Mit dem Quantenradierer beschäftigt sich die dritte Aufgabe. Das Einzeichnen der Stellung des dritten Polarisationsfilters prüft das Verständnis des Zusammenhangs zwischen Winkeleinstellung und Interferenzmuster und ist damit dem AF II zuzuordnen. Die Wiedergabe des quantenmechanischen Fundamentalprinzips liegt als Reproduktion im AF I. Aufgabenteil c) beinhaltet Aussagen, die sich an verbreiteten falschen Vorstellungen der SuS orientieren. Die SuS nehmen begründet Stellung zu den Aussagen, was dem AF III zuzuordnen ist. Auf das Phänomen der Dekohärenz zielt die vierte Aufgabe ab. In Teil a) erläutern die SuS das Prinzip der Dekohärenz an dem Beispiel der Elefantenherde (AF II), während in Aufgabenteil b) bewiesen wird, dass auch in einem abgeschlossenen System kein Interferenzmuster beobachtet werden kann (AF III).

## Quanten und Atome

Wahrscheinlichkeitsverhalten von  
Quantenobjekten

Michelle Schwarz  
AG Prof. Dr. Rolf Pelster | Fakultät NT



UNIVERSITÄT  
DES  
SAARLANDES

### Aufgabensammlung zum Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten

Schwerpunkt	Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten										
Klassenstufe	12-13, G- und L-Kurs										
Art	Aufgaben										
Positionierung	im Anschluss an die theoretische Behandlung des Themas „Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten“										
Lernvoraussetzungen	Doppelspaltversuch, Determiniertheit, Realität, Zustandsbegriff										
Lernziel	Die SuS lösen Aufgaben zum Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten.										
Kompetenzen <sup>1</sup>	S1, S2, S3, S5, S7, E5, K8, B1										
Kategorien	<table border="0"> <tr> <td>Erarbeitung von neuem Stoff</td> <td>0 1 2 3 4</td> </tr> <tr> <td>Einübung von bekanntem Stoff</td> <td>0 1 2 3 4</td> </tr> <tr> <td>Öffnung der Aufgabe</td> <td>0 1 2 3 4</td> </tr> <tr> <td>Grad der Mathematisierung</td> <td>0 1 2 3 4</td> </tr> <tr> <td>Experimenteller Anteil</td> <td>0 1 2 3 4</td> </tr> </table>	Erarbeitung von neuem Stoff	0 1 2 3 4	Einübung von bekanntem Stoff	0 1 2 3 4	Öffnung der Aufgabe	0 1 2 3 4	Grad der Mathematisierung	0 1 2 3 4	Experimenteller Anteil	0 1 2 3 4
Erarbeitung von neuem Stoff	0 1 2 3 4										
Einübung von bekanntem Stoff	0 1 2 3 4										
Öffnung der Aufgabe	0 1 2 3 4										
Grad der Mathematisierung	0 1 2 3 4										
Experimenteller Anteil	0 1 2 3 4										

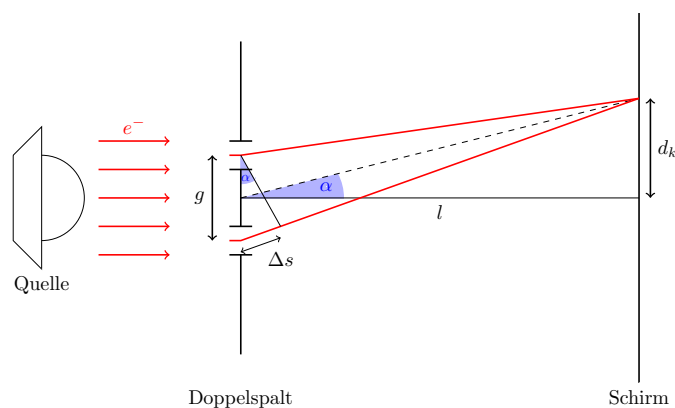
<sup>1</sup>Kompetenzen entnommen aus: KMK & IQB. (2020). *Bildungsstandards im Fach Physik für die Allgemeine Hochschulreife: Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.06.2020*. Kronach: Carl Link Verlag. ISBN: 978-3-556-09045-9.



## Aufgabensammlung zum Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten

### Aufgabe 1: Die Aussagen des Versuchs

Elektronen werden in einem elektrischen Feld mit einer Beschleunigungsspannung von 1000 V beschleunigt und treffen senkrecht auf einen Doppelspalt mit Spaltabstand  $g = 1 \mu\text{m}$ . Auf einem 50 cm entfernten Schirm werden die auftreffenden Elektronen nachgewiesen.



- Die Elektronen treten einzeln durch den Doppelspalt. Beschreiben Sie das auf dem Schirm entstehende Bild nach kurzer Zeit (wenige durchgelaufene Elektronen) und nach langer Zeit (viele durchgelaufene Elektronen).
- Vergleichen Sie die Beobachtungen aus a) mit dem Verhalten von Licht und klassischen Teilchen am Doppelspalt.
- Bis vor Kurzem kannten Sie das Elektron nur als Teilchen. Nun haben Sie schon einige Situationen gesehen, in denen das Elektron Welleneigenschaften zeigt. Erläutern Sie die Aussage anhand des Doppelspaltexperiments: „Das Elektron kann sowohl Wellencharakter als auch Teilchencharakter zeigen.“
- Beschreiben Sie einen Versuch, mit dem man nachweisen kann, dass das Bild auf dem Schirm tatsächlich von Elektronen erzeugt wird und nicht von Licht.<sup>2</sup>
- Erläutern Sie anhand der Interferenzfähigkeit und stochastischen Verteilung, dass Elektronen Quantenobjekte sind.

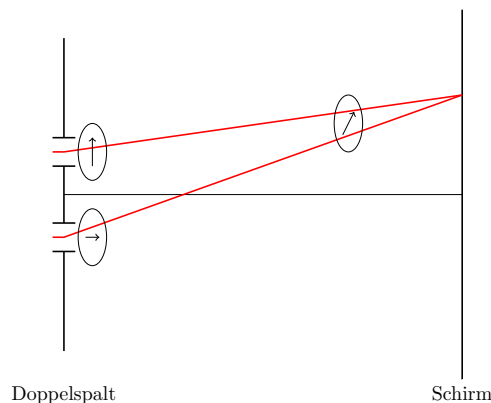
<sup>2</sup>Bruckmoser, S. (2016). Physik 12. Bad Brückenau: Franz-Miltener-Gymnasium, abrufbar unter [https://www.fmg-brk.de/fachschaften/physik/uebungsmaterial/m\\_494](https://www.fmg-brk.de/fachschaften/physik/uebungsmaterial/m_494), Zugriff am 29.02.2024.

- f) Erläutern Sie die Bedeutung der Zustandsfunktion  $\Psi(x, t)$  sowie der Wahrscheinlichkeitsdichte  $|\Psi(x, t)|^2$  und stellen Sie Unterschiede dar.
- g) Elektronen und Photonen zeigen am Doppelspalt das gleiche Verhalten. Geben Sie Unterschiede und Gemeinsamkeiten von Elektronen und Photonen an.

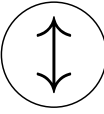

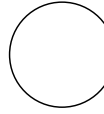
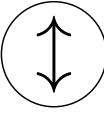
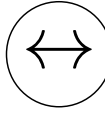
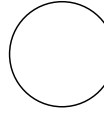
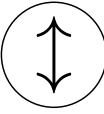
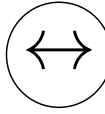
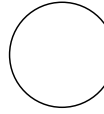
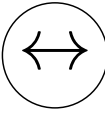

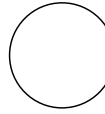
### Aufgabe 2: Das Interferenzmuster

- a) Zeigen Sie, dass für den Abstand zweier Maxima am Doppelspalt allgemein  $d_k = \frac{k \cdot \lambda \cdot l}{g}$  gilt, wobei  $l$  den Abstand zum Schirm und  $g$  den Spaltmittenabstand beschreibt.<sup>2</sup>
- b) Die Elektronen werden mit 500 V auf den Doppelspalt beschleunigt.
  - i) Berechnen Sie die de Broglie-Wellenlänge der Elektronen.
  - ii) Berechnen Sie den zu erwartenden Abstand der 1. Interferenzmaxima auf dem Schirm.
- c) Berechnen Sie für die Materiewellenlänge  $5,48 \cdot 10^{-11}$  m den Abstand vom 0. zum 2. Maximum für die Entfernungen des Schirms vom Doppelspalt  $l_1 = 50$  cm,  $l_2 = 100$  cm und  $l_3 = 150$  cm. Finden Sie einen allgemeinen Zusammenhang zwischen Abstand der Maxima von 0. zu 2. Ordnung und dem Abstand vom Schirm zum Doppelspalt.
- d) Im Experiment wird ein Abstand der Maxima 1. Ordnung von  $70 \mu\text{m}$  gemessen. Berechnen Sie die Geschwindigkeit, mit welcher die Elektronen durch den Spalt gehen und die Beschleunigungsspannung, welche sie dazu durchlaufen müssen.

### Aufgabe 3: Der Quantenradierer



- a) Beschreiben Sie die Funktionsweise eines Quantenradierers und ergänzen Sie die Stellung des dritten Polarisationsfilters.<sup>3</sup>

	Polfilter Spalt 1	Polfilter Spalt 2	Polfilter vor Schirm
scharfes Interferenzmuster			
scharfes Interferenzmuster			
kein Interferenzmuster			
scharfes Interferenzmuster			

- b) Erläutern Sie das Quantenmechanische Fundamentalprinzip am Beispiel des Doppelspaltversuchs.
- c) Nehmen Sie Stellung zu folgenden Aussagen:
- 1) Mit Detektoren können wir messen durch welchen Spalt das Photon gegangen ist.
  - 2) Ein Photon befindet sich bis zur Messung in einem Superpositionszustand. Die Messung zerstört diesen.
  - 3) Der dritte Polarisationsfilter „hebt die Welcher-Weg-Information auf“.
  - 4) Der dritte Polarisationsfilter entscheidet verzögert über den Ausgang des Experiments.
  - 5) Eine Messung realisiert eine Eigenschaft.
  - 6) Die Eigenschaften sind vor der Messung schon real, nur nicht bestimmt.

<sup>3</sup>Becker, P. et al. (2009). *Physik Oberstufe Gesamtband: Handreichungen für den Unterricht* (2. Aufl.). Berlin: Cornelson Verlag.

- 7) Die Eigenschaft existiert vor der Messung nicht.
- 8) Quantenobjekte interferieren mit sich selbst.

#### Aufgabe 4: Interferenz im Alltag?

Fullerenmoleküle zeigen, trotz ihrer deutlich größeren Masse, auch Interferenzerscheinungen. Stellen Sie sich nun eine Herde Elefanten ( $m_{Elefant} = 6 \text{ t}$ ) vor, welche mit  $v = 11 \text{ m/s}$  durch eine Baumreihe ( $g = 4 \text{ m}$ ) trampelt. Gehen Sie von einem riesigen Schirm hinter der Baumreihe vor, auf dem man das Interferenzmuster beobachten kann.<sup>4</sup>

- a) Erläutern Sie, warum wir bei der Elefantenherde keine Interferenzerscheinung beobachten können.
- b) Stellen Sie sich nun vor, die Elefantenherde befindet sich in einem abgeschlossenen physikalischen System. Berechnen Sie den Ablenkwinkel erster Ordnung. Begründen Sie, ob es nun möglich ist, ein Interferenzmuster zu sehen.

---

<sup>4</sup>Vogt, M. (2020). *Quantenmechanik und Schulmathematik. Ein Leitfaden für Lehrerinnen und Lehrer*. Göttingen: Cuvillier Verlag.



## Lösungen

### Aufgabe 1: Die Aussagen des Versuchs

Kompetenzen und Anforderungsbereiche		
Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
a) b)	S5: erklären bekannte Messverfahren sowie die Funktion einzelner Komponenten eines Versuchsaufbaus.	I
c)	K8: nutzen ihr Wissen über aus physikalischer Sicht gültige Argumentationsketten zur Beurteilung vorgegebener und zur Entwicklung eigener fachlicher Argumentationen.	III
d)	E5: planen geeignete Experimente und Auswertungen zur Untersuchung einer physikalischen Fragestellung.	III
e)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen.	II
f)	K8: nutzen ihr Wissen über aus physikalischer Sicht gültige Argumentationsketten zur Beurteilung vorgegebener und zur Entwicklung eigener fachlicher Argumentationen.	I
g)	S5: erklären bekannte Messverfahren sowie die Funktion einzelner Komponenten eines Versuchsaufbaus.	II

- a) Auf dem Schirm erscheinen zunächst scheinbar zufällig verteilte einzelne Punkte. Nach und nach entsteht ein Interferenzmuster aus hellen und dunklen Streifen.
- b) Bei der Bestrahlung des Doppelspalts mit Licht erhält man das gleiche Interferenzbild wie in Aufgabenteil a) nach langer Belichtungszeit. Bei klassischen Teilchen beobachtet man hinter jedem Spalt ein Bild analog eines Einfachspalts.
- c) Das einzelne Auftreffen der Elektronen auf dem Schirm lässt sich mit der Teilchenvorstellung erklären und nicht mit der Wellenvorstellung, während sich die Entstehung des Interferenzmusters nur mit der Wellenvorstellung erklären lässt. Keine der Vorstellungen beschreibt das Verhalten des Elektrons damit ausreichend. Das Elektron ist ein Quantenobjekt, welches sowohl Wellen- als auch Teilcheneigenschaften aufweist.
- d) Lenkt ein Magnet das Beugungsbild ab, so wird es von Elektronen erzeugt.

- e) Interferenzfähigkeit: Elektronen kann man gemäß der Hypothese von de Broglie eine Wellenlänge zuordnen und sie zeigen Interferenz am Doppelspalt.

Stochastische Verteilung: Den Auftreffort eines einzelnen Elektrons auf dem Schirm können wir nicht vorhersagen, es sind lediglich Wahrscheinlichkeitsaussagen möglich. Das entstehende Interferenzmuster lässt sich reproduzieren und dementsprechend auch vorhersagen.

Elektronen zeigen Wellen- und Teilchencharakter und sind damit Quantenobjekte.

- f) Die Zustandsfunktion ist eine mathematische Größe, physikalisch ist sie nicht messbar. Das Quadrat der Funktion ist die Wahrscheinlichkeitsdichte. Sie gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Quantenobjekt in einem Volumenelement anzutreffen ist.
- g) Elektronen und Photonen sind Quantenobjekte, denen eine Wellenlänge zugeschrieben werden kann und die Interferenz zeigen. Die Wellenlänge von Elektronen ist in Interferenzexperimenten kleiner als die von sichtbarem Licht. Photonen können in großer Zahl als elektromagnetische Welle beschrieben werden, Elektronen als Materiewelle. Photonen haben im Gegensatz zu Elektronen keine Ruhemasse und keine Ladung.

## Aufgabe 2: Das Interferenzmuster

### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
a)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	III
b)-d)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	II

- a) Die Bedingung für das Auftreten von Maxima am Doppelspalt ist:  $\Delta s = k \cdot \lambda$ . Aus der Skizze lesen wir die geometrischen Beziehungen:

$$\sin \alpha = \frac{\Delta s}{g}$$

$$\tan \alpha = \frac{d_k}{l}$$

Da  $d_k \ll l$ , gilt  $\tan \alpha \approx \sin \alpha$  und damit:

$$\begin{aligned}\Delta s &= k \cdot \lambda = \sin \alpha \cdot g \\ \Leftrightarrow \sin \alpha &= \frac{k \cdot \lambda}{g} = \frac{d_k}{l} = \tan \alpha \\ \Leftrightarrow d_k &= \frac{k \cdot \lambda \cdot l}{g}\end{aligned}$$

b) i)

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_e \cdot e \cdot U_B}} \\ &= \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{\sqrt{2 \cdot 1,9 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 500 \text{ V}}} \\ &= 5,48 \cdot 10^{-11} \text{ m}.\end{aligned}$$

ii) Wir erhalten man mit a) und i):

$$d_1 = \frac{1 \cdot \lambda \cdot l}{g} = \frac{5,48 \cdot 10^{-11} \text{ m} \cdot 1 \text{ m}}{1 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 2,74 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 27,4 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 27,4 \mu\text{m}$$

Der Abstand der 1. Maxima beträgt also  $2 \cdot d_1 = 54,8 \mu\text{m}$ .

c) Für das Maximum zweiter Ordnung gilt

$$d_2 = \frac{2 \cdot \lambda \cdot l}{g}$$

Somit ergibt sich für  $l_1 = 0,5 \text{ m}$ :

$$d_2 = 0,5 \text{ m} \cdot \frac{2 \cdot 5,48 \cdot 10^{-11} \text{ m}}{1 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 5,48 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Für  $l_2 = 1 \text{ m}$ :

$$d_2 = 1 \text{ m} \cdot \frac{2 \cdot 5,48 \cdot 10^{-11} \text{ m}}{1 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 10,96 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Für  $l_2 = 1,5 \text{ m}$ :

$$d_2 = 1,5 \text{ m} \cdot \frac{2 \cdot 5,48 \cdot 10^{-11} \text{ m}}{1 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 16,44 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Es gilt:  $l_2 = 2 \cdot l_1$  und  $l_3 = 3 \cdot l_1$ . Je größer also der Abstand zwischen Doppelspalt und Schirm ist, desto größer ist auch der Abstand zwischen dem 0. und 2. Maximum.

d) Der Abstand vom 0. zum 1. Maximum beträgt also  $d_1 = 35 \mu\text{m}$ . Mit  $d_1 = \frac{\lambda l}{g}$  erhalten wir

für die Materiewellenlänge:

$$\lambda = \frac{d_1 \cdot g}{l} = \frac{35 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{0,5 \text{ m}} = 7 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

Mit  $m \cdot v = p = \frac{h}{\lambda}$  erhalten wir für die Geschwindigkeit:

$$v = \frac{h}{m_e \cdot \lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 7 \cdot 10^{-11} \text{ m}} = 10,39 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Für die Berechnung der Beschleunigungsspannung gibt es zwei Möglichkeiten:

1) Es gilt

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{\sqrt{2m_e \cdot e \cdot U_B}} \\ \Leftrightarrow \lambda^2 &= \frac{h^2}{2m_e \cdot e \cdot U_B} \\ \Leftrightarrow U_B &= \frac{h^2}{\lambda^2 \cdot 2m_e \cdot e} = v \cdot \frac{h}{2\lambda \cdot e} \\ &= 10,39 \cdot 10^6 \text{ m/s} \cdot \frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js})^2}{2 \cdot 7 \cdot 10^{-11} \text{ m} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 307,38 \text{ V} \end{aligned}$$

2) Es gilt

$$\begin{aligned} E_{kin} &= \frac{1}{2}mv^2 = e \cdot U_B \\ U_B &= \frac{m_e v^2}{2e} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (10,39 \cdot 10^6 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 306,89 \text{ V} \end{aligned}$$

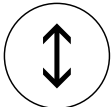
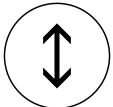
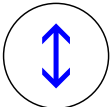
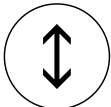
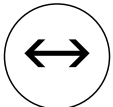
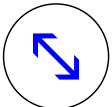
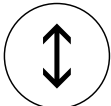
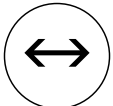
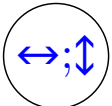
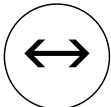
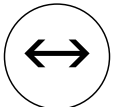
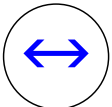
### Aufgabe 3: Der Quantenradierer

#### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
a)	S5: erklären bekannte Messverfahren sowie die Funktion einzelner Komponenten eines Versuchsaufbaus. S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen.	II
b)	S2: erläutern Gültigkeitsbereiche von Modellen und Theorien und beschreiben deren Aussage- und Vorhersagemöglichkeiten.	I

c)	<p>S2: erläutern Gültigkeitsbereiche von Modellen und Theorien und beschreiben deren Aussage- und Vorhersagemöglichkeiten.</p> <p>K8: nutzen ihr Wissen über aus physikalischer Sicht gültige Argumentationsketten zur Beurteilung vorgegebener und zur Entwicklung eigener innerfachlicher Argumentationen.</p>	III
----	--	-----

- a) Bringt man hinter jedem Spalt einen Polarisationsfilter an, so beobachtet man: Sind die Polarisationsfilter parallel orientiert, so entsteht auf dem Schirm ein Interferenzmuster. Sind sie senkrecht orientiert, so verschwindet das Interferenzmuster. Bringen wir vor dem Schirm einen dritten Polarisationsfilter in den Versuchsaufbau und drehen diesen auf  $45^\circ$ , so erscheint das Interferenzmuster wieder.

	Polfilter Spalt 1	Polfilter Spalt 2	Polfilter vor Schirm
scharfes Interferenzmuster			
scharfes Interferenzmuster			
kein Interferenzmuster			
scharfes Interferenzmuster			

- b) Das quantenmechanische Fundamentalprinzip beschreibt die Komplementarität von Welcher-Weg-Information und Interferenzmuster. Beim Doppelspaltexperiment verschwindet das Interferenzmuster, sobald wir bestimmen können durch welchen Spalt das Elektron geht

(Detektor oder Polarisationsfilter). Diese Messung des Ortes führt zu einer Welcher-Weg-Information. Nach dem Quantenmechanischen Fundamentalprinzip muss das Interferenzmuster also verschwinden. Dies entspricht der Beobachtung im Experiment.

- c) 1) Falsch. Am Ort des Doppelspalts befindet sich das Photon immer in einem Superpositionszustand. Die Detektoren führen zum Kollaps der Wellenfunktion und zur Zerstörung des Superpositionszustands. Sie können aber nicht rückwirkend entscheiden, durch welchen Spalt das Photon gegangen ist, da es sich immer in einem Superpositionszustand befindet.
- 2) Richtig. Der Zustand eines Photons ist bis zur Messung unbestimmt. Das Photon befindet sich in einem Superpositionszustand. Eine Messung zerstört diesen Zustand und realisiert eine Eigenschaft.
- 3) Richtig. Durch die Superposition mit dem dritten Polarisationsfilter wird die Welcher-Weg-Information aufgehoben.
- 4) Richtig. Der dritte Polarisationsfilter kann auch erst eingebaut werden, wenn das Photon den Detektor bereits passiert hat. Damit kann der Ausgang verzögert beeinflusst werden.
- 5) Richtig. Eine Messung zerstört den Superpositionszustand und realisiert eine Eigenschaft.
- 6) Falsch. Die Eigenschaften liegen vor der Messung nicht vor. Erst die Messung realisiert eine Eigenschaft.
- 7) Richtig. Der Zustand eines Photons ist bis zur Messung unbestimmt.
- 8) Richtig. Es befindet sich immer nur ein Photon in der Apparatur. Es kommt zu einer Interferenz der Möglichkeiten.

#### Aufgabe 4: Interferenz im Alltag?

##### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
a)	S1: erklären Phänomene unter Nutzung bekannter physikalischer Modelle und Theorien.	II
b)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	III

- a) Im Alltag können wir allgemein keine Interferenzerscheinung beobachten, da dauerhaft eine Wechselwirkung mit der Umgebung stattfindet. Es wird also dauerhaft gemessen und damit liegt eine Welcher-Weg-Information vor. Nach dem Quantenmechanischen Fundamentalprinzip sind Welcher-Weg-Information und Interferenzmuster komplementär zueinander, weshalb bei vorhandener Welcher-Weg-Information kein Interferenzmuster auftritt.

- b) De Broglie-Wellenlänge der Elefanten:

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{mv} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{6000 \text{ kg} \cdot 11 \text{ m/s}} = 2,2 \cdot 10^{-38} \text{ m}$$

Bedingung für Beugungsmaxima:

$$\sin \alpha_n = \frac{n \lambda_{DB}}{g}$$

Für den Ablenkungswinkel der Maxima erster Ordnung erhält man:

$$\alpha_1 = \arcsin \left( \frac{10^{-34} \text{ m}}{4 \text{ m}} \right) = 1,44 \cdot 10^{-37} \text{ }^\circ$$

Der Ablenkungswinkel ist so klein, dass wir mit dem bloßen Auge keine Maxima und Minima erkennen können.

## 4.5. Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation

### Sachanalyse

Werner Heisenberg formulierte im Jahr 1927 erstmals die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation: „In dem Moment, in dem der Ort des Elektrons bekannt ist, kann daher sein Impuls nur bis auf Größen, die jener un stetigen Änderung entsprechen, bekannt sein; also je genauer der Ort bestimmt ist, desto ungenauer ist der Impuls bekannt und umgekehrt“ [147, Seite 175]. Er fand damals allerdings zunächst den Zusammenhang  $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{2\pi}$  [147]. Kennard konnte nur kurze Zeit nach Heisenberg im Jahr 1927 die heute bekannte Gleichung  $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi}$  herleiten, wobei er diese Gleichung bereits auf jedes Paar kanonischer Größen verallgemeinerte. Er leitete diese Formulierung mit dem Gaußschen Wellenpaket her unter der Annahme, dass die Gaußsche Verteilung den kleinsten Wert für das Produkt  $\Delta x \cdot \Delta p$  liefert [148]. Betrachtet man ein Gaußsches Wellenpaket der Breite  $a$  und nimmt an, dass für  $x_{1,2} = \pm \frac{a}{2}$  die Wahrscheinlichkeitsdichte  $|\Psi(x, 0)|^2$  auf  $\frac{1}{\sqrt{e}}$  ihres Maximalwerts abgesunken ist, so erhält man für die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation  $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi}$ . Zu beachten ist, dass die untere Grenze für das Produkt  $\Delta x \cdot \Delta p_x$  von der Definition der Ortsunbestimmtheit bzw. Impulsunbestimmtheit abhängt. So erhält man für die Wahl des Intervalls zwischen zwei Punkten, an denen  $|\Psi(x, 0)|^2$  auf  $\frac{1}{e}$  des Maximalwerts gesunken ist  $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq 2\pi$ . Wählt man den Abstand der ersten beiden Nullstellen, so erhält man  $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h$  [104].

Betrachtet man die Beugung von Elektronen am Spalt der Breite  $d$ , so besitzen die Elektronen vor der Beugung am Spalt die Impulskomponente  $p_x = 0$ . Die Unbestimmtheit des Ortes ist die Spaltbreite  $\Delta x = d$ . Gemäß der Gleichung  $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h$  ist die Unbestimmtheit der Impulskomponente  $\Delta p_x \geq \frac{h}{d}$ . Die Elektronen erreichen den Schirm im Winkel

$$\sin(\alpha) = \frac{\Delta p_x}{p} \geq \frac{h}{d \cdot p}.$$

Mit der de Broglie-Wellenlänge  $\lambda = \frac{h}{p}$  erhält man

$$\sin(\alpha) = \frac{h}{d \cdot p} = \frac{\lambda}{d},$$

was der aus der Optik bekannten Gleichung für das erste Minimum am Einzelspalt  $\sin(\alpha) = \frac{h}{d}$  entspricht [104].

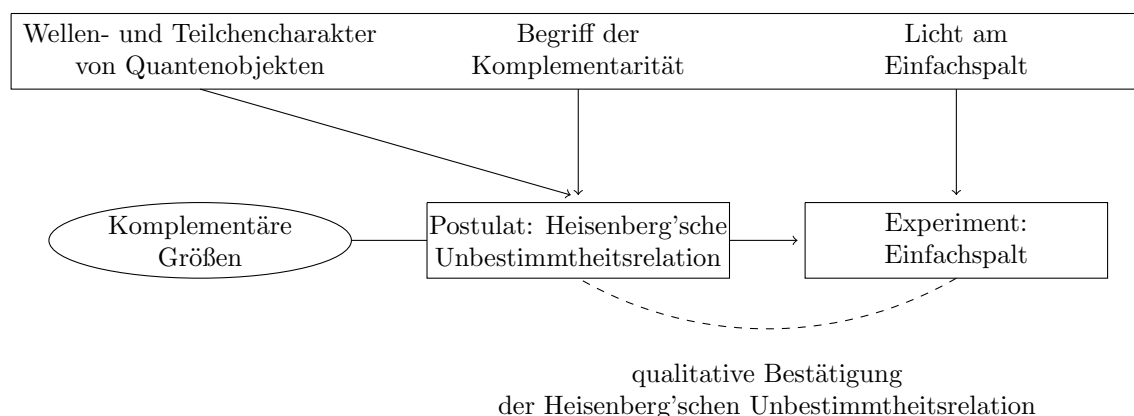
Robertson formulierte 1929 eine mathematische Verallgemeinerung der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation. Er zeigte für zwei beliebige Observablen  $\hat{A}$  und  $\hat{B}$ , dass die Relation  $\Delta \hat{A} \cdot \Delta \hat{B} \geq \frac{1}{2} \left| \langle [\hat{A}, \hat{B}] \rangle \right|$  gilt [149]. Als Spezialfall erhält man die Orts-Impuls-Unbestimmtheitsrelation  $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$ , welche auch unter dem Namen „Kennard-Weyl-Unschärferelation“ bekannt ist. „Es ist unmöglich, ein physikalisches System in einen Zustand zu bringen, sodass bei vielen Messungen einer Ortskomponente  $x$  und der zugehörigen Impulskomponente  $p_x$  an iden-



tischen solchen Systemen [die] Ungleichung verletzt wird“ [25, Seite 110]. Eine Herleitung der Formulierung von Robertson ist in [150] zu finden. Während Heisenberg ursprünglich eine Messfehler-Störungsrelation herleitete, handelt es sich bei Robertson um die heute verbreitete Standardabweichungs-Unbestimmtheitsrelation. Die genauen Unterschiede spielen für die Schulphysik nur eine untergeordnete Rolle und sind in [25] dargestellt.

Die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation kann vernachlässigt werden, wenn der Drehimpuls deutlich größer als  $\hbar$  ist. Ein Beispiel hierfür ist das Fadenstrahlrohr. In der Quantenphysik ist die Bahnvorstellung hingegen aufzugeben, da der Drehimpuls in der Größenordnung von  $\hbar$  liegt [151]. Nehmen wir an, es gibt eine Bahn, welche den Ort  $x$  eines Teilchens zu jeder Zeit  $t$  angibt, dann könnten wir über die Teilchengeschwindigkeit auch zu jeder Zeit den Impuls exakt bestimmen, dies ist aber aufgrund der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation nicht möglich. Statt einer Bahnvorstellung müssen wir Punktwolken von Aufenthaltswahrscheinlichkeiten im Ortsraum und Verteilungswahrscheinlichkeiten im Impulsraum angeben. Die Unbestimmtheit gibt dabei die Ausdehnung dieser Punktwolken an [150].

### Didaktische Analyse



**Abbildung 4.58.:** Sachstrukturdiagramm zu „Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation“

Zur Behandlung der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation sind als Lernvoraussetzungen der Wellen- und Teilchencharakter von Quantenobjekten, der Begriff der Komplementarität sowie das Verhalten von Licht am Einzelspalt notwendig, wie auch in Abbildung 4.58 dargestellt. In der Schule bietet es sich an, die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation als Postulat aufzustellen, da die Herleitung über den Schulstoff hinausgeht. Auch der Lehrplan sieht vor, dass die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation in der Form  $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{4\pi}$  angegeben wird, wobei  $\Delta x$  die Ortsunbestimmtheit bezeichnet und  $\Delta p_x$  die Impulsunbestimmtheit [29]. Hier ist darauf zu achten, von einer Unbestimmtheit und nicht von einer Unschärfe zu sprechen. Unschärfe deutet darauf hin, dass etwas „verschmiert“ ist und nur aufgrund einer ungenauen

Messung nicht genau bestimmbar ist. Unbestimmtheit hingegen beschreibt, dass wir eine Größe unabhängig von der Genauigkeit der Messung nicht genau bestimmen können [94]. Außerdem hat die Studie von Wiesner (Kapitel 2.2.2) gezeigt, dass die wenigsten SuS das  $\Delta$  richtig interpretieren. Hier sollte stets von einer Standardabweichung und nie von einer Änderung des realen Werts oder einer Abweichung von diesem gesprochen werden. Begründet werden kann die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation mit einem einzelnen Experiment in Anlehnung an die heuristische Methode der Partikularisierung. In der Didaktik gibt es hier verschiedene Ansätze:

- **Das Einzelspalt-Experiment**

Dabei wird das klassische Einzelspalt-Experiment aus der Optik wieder aufgegriffen, nur dass der Versuch mit Quantenobjekten durchgeführt wird. Durch geometrische Überlegungen gelangt man zur Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation und der Zusammenhang lässt sich gut mit Messwerten nachvollziehen.

**Nachteil:** Diese Vorgehensweise führt schnell zur Vorstellung einer klassischen geraden Bahn, auf der sich die Quantenobjekte vom Spalt zum Schirm bewegen. Außerdem werden dem Elektron ein fester Impuls sowie ein fester Auftreffort auf dem Schirm zugeordnet. Mit der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation möchte man aber gerade zeigen, dass die Elektronen hinter dem Spalt keinen festen Impuls und einen unbestimmten Auftreffpunkt besitzen [152]. Problematisch ist weiterhin, dass der echte quantenphysikalische Charakter erst bei der Durchführung mit einzelnen Quantenobjekten deutlich wird, was in der Schule im realen Experiment nicht umsetzbar ist. Der Versuch ist den SuS bereits aus der Wellenoptik bekannt, sodass der experimentelle Aufbau für die SuS nicht neu ist und damit auch unbefriedigend sein kann [153].

- **Das Heisenberg-Mikroskop**

Bereits Heisenberg verwendete dieses Gedankenexperiment. Versucht man den Ort eines Elektrons durch die Beleuchtung mit hinreichend kurzwelligem Licht zu ermitteln, so wird der Impuls des Elektrons durch den Rückstoß des gestreuten Photons gestört. Dies erfüllt die Unbestimmtheitsrelation [152].

**Nachteil:** Diese Einführung der Unbestimmtheitsrelation kann zur Vorstellung führen, dass das Elektron vor der Störung einen bestimmten Impuls und einen bestimmten Ort gehabt hat. Damit werden klassische Vorstellungen über Quantenobjekte gefördert, was es in der Schule zu vermeiden gilt [152].

- **Unbestimmtheit von Wellenpaketen:**

Mit einer Fouriertransformation lässt sich eine Unbestimmtheitsrelation der Form  $\Delta x \cdot \Delta k \geq \frac{1}{2}$  herleiten, welche sagt, dass es nicht möglich ist Wellenpakete aus einem bestimm-

ten Wellenzahlenbereich  $\Delta k$  zu konstruieren, deren Ortsausdehnung kleiner als  $\frac{1}{\Delta k}$  ist. Mit Hilfe der de Broglie-Beziehung lässt sich diese unmittelbar auf die Quantenphysik übertragen. Die ebenen Wellen können dabei zu Impulseigenfunktionen uminterpretiert werden [152].

**Nachteil:** Grundsätzlich ist diese Argumentation korrekt und für den Einsatz in der Schule geeignet. Da aber die komplexe Exponentialfunktion nicht zur Verfügung steht, liegt es nahe, die ebene Welle mit der Sinusfunktion zu beschreiben. Beim Übergang zur Quantenphysik ist es dann aber nicht mehr korrekt, die Funktion als ebene Welle mit einem bestimmten Impuls zu betrachten, wodurch die Argumentation ihren quantenphysikalischen Hintergrund verliert [152]. Außerdem sind Wellenpakete nicht Teil des saarländischen Lehrplans.

- **Gauß'sche Wellenpakete:**

Die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation lässt sich auch durch eine direkte Berechnung von Orts- und Impulsbreite an einem Gauß'schen Wellenpaket durchführen. Dies sind Zustände minimaler Unbestimmtheit, sodass man die Unbestimmtheitsrelation mit einem Gleichheitszeichen erhält [152].

**Nachteil:** Für diese Vorgehensweise müssen Gauß'sche Integrale gelöst werden, die mit den mathematischen Mitteln der Schule nicht möglich sind [152]. Auch hier kommt hinzu, dass Wellenpakete nicht Teil des saarländischen Lehrplans sind.

- **Potenzialtopf**

Die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation lässt sich am eindimensionalen Potenzialtopf mit unendlich hohen Wänden nachrechnen. Vorteil ist, dass man auf echte quantenmechanische Standardabweichungen zurückgreifen kann [152].

**Nachteil:** Im saarländischen Lehrplan wird der eindimensionale Potenzialtopf mit unendlich hohen Wänden erst nach der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation behandelt. Ein Nachrechnen der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation am Potenzialtopf ist also erst zu einem späterem Zeitpunkt möglich und für eine Einführung ungeeignet.

In der folgenden Lernumgebung wird aufgrund der einfachsten Umsetzung und der Vorgabe durch den saarländischen Lehrplan das Einzelspalt-Experiment thematisiert. Die SuS sollen angeben, „dass eine Vergrößerung der Genauigkeit der Messung des Ortes (Verkleinerung der Spaltbreite) eines Quantenobjekts zu einer Verringerung der Genauigkeit der Messung der zugehörigen Impulskomponente (Breite des nullten Maximums) führt“ [29, Seite 59]. Da die mathematischen Voraussetzungen nicht gegeben sind, ist nur eine idealisierte geometrische Herleitung anhand der Abstände der Minima möglich, welche zur Gleichung  $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq 2h$  führt. Da  $h > \frac{h}{4\pi}$  ist, kann die Richtigkeit der Gleichung dennoch gefolgert werden. Komple-

mentäre Größen werden definiert als Größen, „deren Beträge nicht gleichzeitig genau gemessen werden können“ [29, Seite 59]. Damit kann auch die Unbestimmtheit als „Unmöglichkeit, einen Zustand zu präparieren, bei dem zueinander komplementäre Größen jeweils einen exakten Wert haben“ [29, Seite 59] definiert werden.

#### 4.5.1. Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation

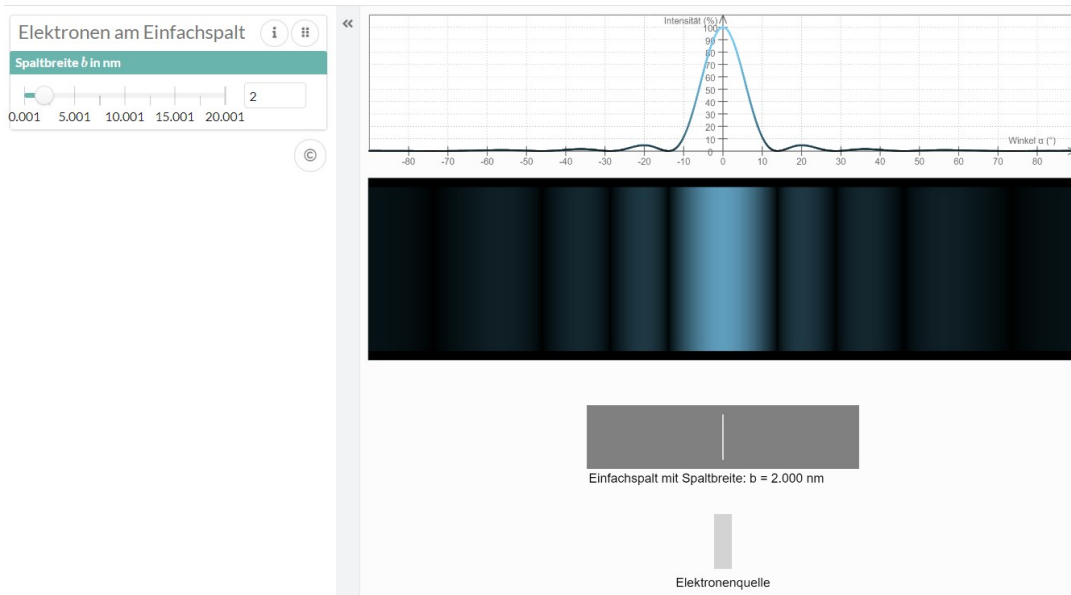
Die Durchführung des Einzelspalt-Experiments mit Licht führt zum gleichen Ergebnis wie mit Quantenobjekten. Da die SuS dieses Experiment aber bereits kennen, würde das Neue der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation verloren gehen. Um zu verdeutlichen, dass es sich hier um eine Quanteneigenschaft handelt, welche lediglich am Einzelspalt verdeutlicht wird, sollte auf das Realexperiment verzichtet werden und nur eine Simulation mit einzelnen Quantenobjekten durchgeführt werden.

#### Die Simulation

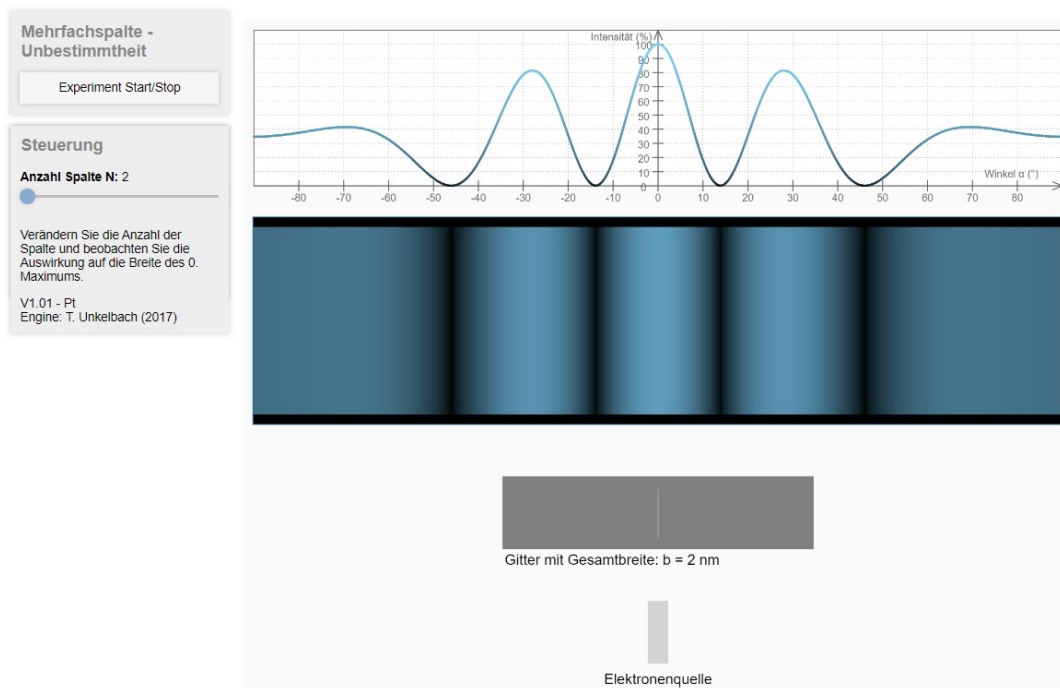
Zur Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation bietet die Europaschule Gymnasium Westerstede [97] geeignete Simulationen. Die Simulation in Abbildung 4.59 ermöglicht die Herleitung des im Lehrplan geforderten Zusammenhangs von Spaltbreite und Breite des nullten Maximums. Die Komplementarität von den zwei Größen Ort und Impuls lässt sich mit dieser Simulation gut erkennen. Die Simulation in Abbildung 4.60 dient als Vertiefung und zeigt, dass die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation auch am Mehrfachspalt gültig ist.

Die Simulation von Thomas Kippenberg [101] in Abbildung 4.61 liefert eine anschauliche Darstellung für den Zusammenhang zwischen Orts- und Impulsunbestimmtheit. Allerdings kennen die SuS den Begriff des Wellenpakets nicht und die Veränderung des Wellenpakets und die Darstellung dessen erfordern großen Erklärungsbedarf und führen eher zur Verwirrung der SuS. Daher werden lediglich Beispiele der Darstellung von Orts- und Impulsunbestimmtheit als Screenshot in die Lernumgebung eingefügt.

Eine weitere Simulation zur Unbestimmtheit findet man auf der Seite von QuVis. Allerdings arbeitet diese Simulation mit dem Spin [146]. Der Spin wird im saarländischen Lehrplan nicht behandelt, weshalb diese Simulation für den saarländischen Quantenphysikunterricht nicht geeignet ist.

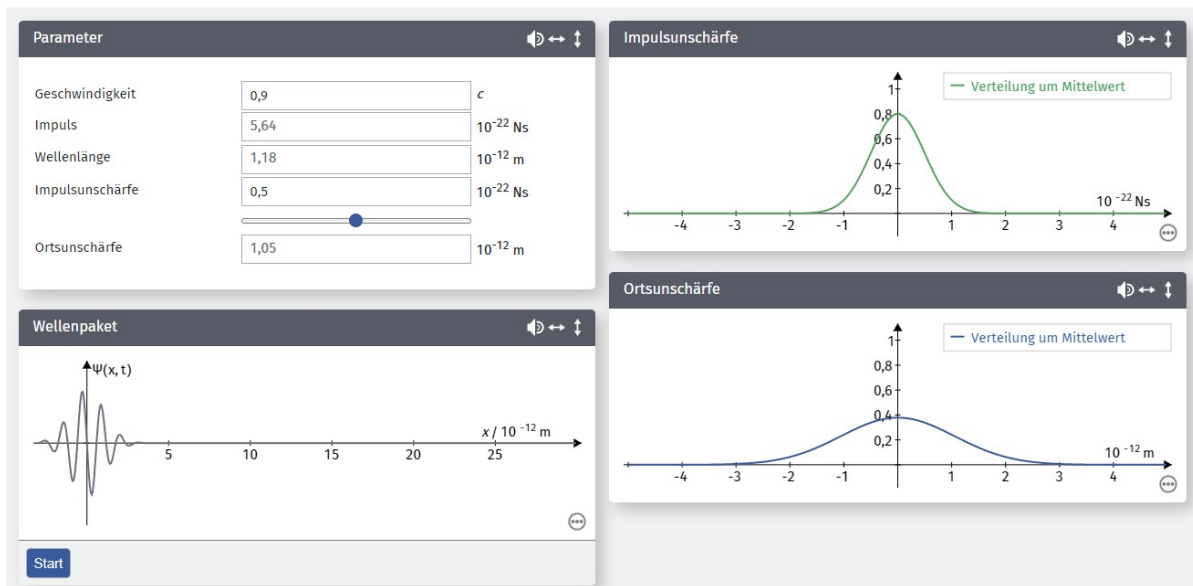


**Abbildung 4.59.:** Simulation zur Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation der Europaschule Gymnasium Westerstede [97], abrufbar unter [https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/24\\_Einzelspaltheisenberg/Einzelspaltheisenberg.html](https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/24_Einzelspaltheisenberg/Einzelspaltheisenberg.html), Zugriff am 02.12.2023



**Abbildung 4.60.:** Simulation zur Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation am Mehrfachspalt der Europaschule Gymnasium Westerstede [97], abrufbar unter [https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/24\\_mehrfachspaltheisenberg/mehrfachspalteisenberg.html](https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/24_mehrfachspaltheisenberg/mehrfachspalteisenberg.html), Zugriff am 02.12.2023

#### 4. Ein saarländisches Unterrichtskonzept



**Abbildung 4.61.:** Simulation zum Zusammenhang zwischen Orts- und Impulsunbestimmtheit von Thomas Kippenberg [101], abrufbar unter <https://kippenbergs.de/mint-wavepacket>, Zugriff am 02.12.2023

### Die Lernumgebung

Die Behandlung der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation ist nur im LK vorgesehen, weshalb sich diese Lernumgebung auch an den LK richtet. Die Lernumgebung dient als Einführung des Themas der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation und sollte daher zu Beginn des Kapitels im Unterricht eingesetzt werden. Lernvoraussetzungen sind der Komplementaritätsbegriff und das Verhalten von Licht am Einzelspalt. Der experimentelle Anteil der Lernumgebung ist hoch, die Aufgaben sind vorwiegend offen gestaltet und der Grad der Mathematisierung ist im mittleren Bereich. Es werden die Kompetenzen S1, S3, S4, S7 und E4 angesprochen.

Die SuS kennen bereits das Prinzip der Komplementarität von Welcher-Weg-Information und Interferenzmuster. Daher wird als Einstieg in die Lernumgebung die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation als Postulat formuliert. Zunächst zeigen die SuS, dass der Spalt nur einige Nanometer breit sein darf, damit Elektronen Interferenz am Einzelspalt zeigen. Dies dient als Wiederholung der Formel für die Berechnung der de Broglie-Wellenlänge, was dem AF II zuzuordnen ist. In der zweiten Aufgabe führen die SuS das Experiment mit der Simulation aus Abbildung 4.59 durch und zeigen, dass eine größere Spaltbreite zu einer Verkleinerung der Breite des nullten Maximums führt. Das Bild der Simulation vermittelt mit der Zeigefunktion eine angemessene Vorstellung der Situation und fokussiert die Aufmerksamkeit gleichzeitig auf den Schirm und die Verteilung der Wahrscheinlichkeitsdichte. Der Beweis, dass es sich tatsächlich um Elektronen handelt, dient als Wiederholung der Bestimmung der Maxima am Einzelspalt aus dem Kapitel „Schwingungen und Wellen“ sowie der Wiederholung des Bereichs

der Materiewellenlänge von Elektronen. Die Aufgabe ist mit der Versuchsdurchführung und der korrekten Folgerung aus den experimentellen Beobachtungen dem AF III zuzuordnen. In der dritten Aufgabe leiten die SuS den Zusammenhang zwischen den Größen Ort und Impuls und den experimentellen Ergebnissen her. Der Transfer der Beobachtungen auf die Skizze ist dem AF III zuzuordnen. Die Skizze konstruiert den Zusammenhang zwischen den einzelnen Größen. Die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation wird anschließend mit der Skizze mathematisch begründet. Die SuS folgern aus geometrischen Überlegungen die Gültigkeit der HU, was im AF III liegt. Als Hilfestellung werden, wie in Abbildung 4.62 dargestellt, die ersten Schritte der geometrischen Begründung angegeben.


Hilfe 1

Die allgemeine Bedingung für Minima am Einzelspalt ist:

$$\sin \alpha_k = \frac{k \cdot \lambda}{d}$$

Für das erste Minimum ( $k = 1$ ) erhalten wir mit der Spaltbreite  $d = 2\Delta x$ :

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{2\Delta x}$$

Michelle Schwarz  


Hilfe 2

Die allgemeine Bedingung für Minima am Einzelspalt ist:

$$\sin \alpha_k = \frac{k \cdot \lambda}{d}$$


Für das erste Minimum ( $k = 1$ ) erhalten wir mit der Spaltbreite  $d = 2\Delta x$ :

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{2\Delta x}$$

Mit der de Broglie Wellenlänge  $\lambda = \frac{h}{p}$  erhalten wir:

$$\sin \alpha = \frac{h}{2p\Delta x}$$

Für  $\sin \alpha$  können wir durch geometrische Betrachtung schreiben  $\sin \alpha = \frac{\Delta p_x}{p}$ .

Michelle Schwarz  


**Abbildung 4.62.:** Hilfe zur geometrischen Begründung der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation. In der ersten Hilfe ist die Bedingung für Minima als Grundlage für die Herleitung angegeben. Die zweite Hilfe liefert die notwendigen Umformungsschritte.

Die Darstellung der Unbestimmtheit in der Impuls- und Ortsverteilung soll mit den experimentellen Ergebnissen verknüpft werden. Die SuS wenden das neu erlernte Wissen in einer neuen Situation an, was dem AF III entspricht. Hierzu wurden Screenshots der Simulation von [101] verwendet. Auch wenn diese für ein einzelnes Wellenpaket stehen, ist die Darstellung

auch allgemein anwendbar. Die fünfte Aufgabe soll den SuS zeigen, dass die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation kein Phänomen des Einzelspalts ist, sondern auch am Mehrfachspalt auftritt. Die Durchführung und Folgerung sind dem AF II zuzuordnen. Das Bild der Simulation vermittelt mit der Zeigefunktion eine angemessene Vorstellung der Situation und fokussiert die Aufmerksamkeit gleichzeitig auf den Schirm und die Verteilung der Wahrscheinlichkeitsdichte.



## Quanten und Atome

Heisenberg'sche  
Unbestimmtheitsrelation

Michelle Schwarz  
AG Prof. Dr. Rolf Pelster | Fakultät NT



UNIVERSITÄT  
DES  
SAARLANDES

### Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation

Schwerpunkt	Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation																														
Klassenstufe	12-13, L-Kurs																														
Art	Versuchsdurchführung mit einer Simulation																														
Positionierung	zu Beginn des Kapitels „Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation“																														
Lernvoraussetzungen	Komplementaritätsbegriff, Einfachspalt																														
Lernziel	Die SuS begründen die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation am Einzelspalt.																														
Kompetenzen <sup>1</sup>	S1, S3, S4, S7, E4																														
Kategorien	<table border="0"> <tr> <td>Erarbeitung von neuem Stoff</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Einübung von bekanntem Stoff</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Öffnung der Aufgabe</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Grad der Mathematisierung</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Experimenteller Anteil</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> </table>	Erarbeitung von neuem Stoff	0	1	2	3	4	Einübung von bekanntem Stoff	0	1	2	3	4	Öffnung der Aufgabe	0	1	2	3	4	Grad der Mathematisierung	0	1	2	3	4	Experimenteller Anteil	0	1	2	3	4
Erarbeitung von neuem Stoff	0	1	2	3	4																										
Einübung von bekanntem Stoff	0	1	2	3	4																										
Öffnung der Aufgabe	0	1	2	3	4																										
Grad der Mathematisierung	0	1	2	3	4																										
Experimenteller Anteil	0	1	2	3	4																										

<sup>1</sup>Kompetenzen entnommen aus: KMK & IQB. (2020). *Bildungsstandards im Fach Physik für die Allgemeine Hochschulreife: Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.06.2020*. Kronach: Carl Link Verlag. ISBN: 978-3-556-09045-9.



## Die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation

Am Doppelspalt haben Sie das Prinzip der Komplementarität kennengelernt. Dass es sich hierbei um ein grundlegendes Phänomen handelt, formulierte erstmals Werner Heisenberg im Jahr 1927:

### Postulat: Die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation

Die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation beschreibt die Unmöglichkeit einen Zustand zu präparieren, bei dem zueinander komplementäre Größen jeweils einen exakten Wert haben. Für die Orts-Impuls-Unbestimmtheit lautet sie

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi},$$

wobei  $\Delta x$  die Ortsunbestimmtheit und  $\Delta p_x$  die Impulsunbestimmtheit in x-Richtung beschreibt.

### Aufgabe 1

Einzelne Elektronen zeigen am Einfachspalt Interferenzerscheinungen, wenn die Spaltbreite im Bereich der de Broglie-Wellenlänge liegt. Die Elektronen werden durch eine angelegte Beschleunigungsspannung beschleunigt und auf den Spalt geschickt. Berechnen Sie die de Broglie-Wellenlänge für die Beschleunigungsspannungen  $U_B = 1 \text{ V}$ ,  $U_B = 100 \text{ V}$  und  $U_B = 1000 \text{ V}$ . Begründen Sie damit, dass der Spalt zur Beobachtung von Interferenzerscheinungen nur wenige Nanometer breit sein darf.

Es gilt allgemein:

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{\sqrt{2m_e \cdot e \cdot U_B}}$$

Für  $U_B = 1 \text{ V}$  erhält man:

$$\lambda_{dB} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V}}} \approx 1,2 \cdot 10^{-9} \text{ m} \approx 1,2 \text{ nm}$$

Für  $U_B = 100 \text{ V}$  erhält man:

$$\lambda_{dB} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 100 \text{ V}}} \approx 0,12 \cdot 10^{-9} \text{ m} \approx 0,12 \text{ nm}$$

Für  $U_B = 1000 \text{ V}$  erhält man:

$$\lambda_{dB} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1000 \text{ V}}} \approx 0,038 \cdot 10^{-9} \text{ m} \approx 0,038 \text{ nm}$$

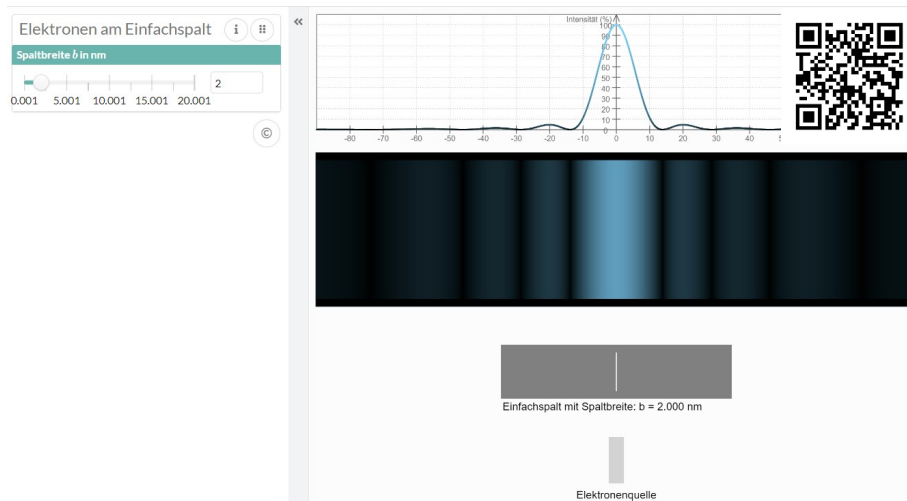
Da die Spaltbreite in der Größenordnung der de Broglie-Wellenlänge liegen muss, darf der Spalt nur wenige Nanometer breit sein.

Michelle Schwarz



**Aufgabe 2**

Mit der Simulation (über QR-Code erreichbar) können Sie die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation bestätigen. Untersuchen Sie mit der Simulation die Abhängigkeit der Breite des 0. Maximums von der Spaltbreite. Zeigen Sie, dass es sich tatsächlich um Elektronen handelt.



Simulation zur Bestätigung der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation am Einfachspalt. Quelle: Europaschule Gymnasium Westeredede, abrufbar unter [https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/24\\_einfachspaltheisenberg/einfachspaltheisenberg.html](https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/24_einfachspaltheisenberg/einfachspaltheisenberg.html), Zugriff am 02.12.2023

Eine kleinere Spaltbreite führt zu einem breiteren Hauptmaximum. Eine größere Spaltbreite führt zu einem schmalen Hauptmaximum.

Die Lage des  $k$ -ten Interferenzminimums am Einfachspalt berechnet sich allgemein mit  $\sin \alpha_k = \frac{k \cdot \lambda}{d}$ , wobei  $d$  die Spaltbreite bezeichnet. Für eine Spaltbreite von  $2,8 \text{ nm}$  liegt das erste Interferenzminimum bei einem Winkel von  $10^\circ$ . Man erhält damit für die Wellenlänge

$$\lambda = \sin(10^\circ) \cdot 2,8 \text{ nm} = 0,48 \text{ nm}$$

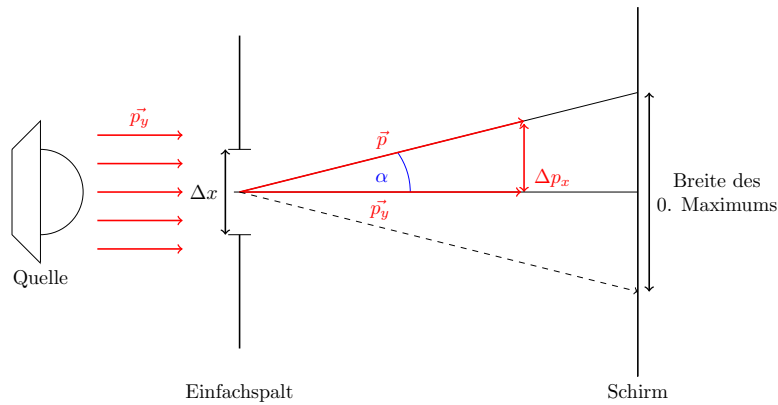
Diese Wellenlänge liegt nicht im sichtbaren Bereich, aber im Bereich der Materiewellenlänge von Elektronen.

**Aufgabe 3**

Die Skizze zeigt die Orts- und Impulsunbestimmtheit am Einfachspalt. Vor Auftreffen auf den Einfachspalt kann den Elektronen durch ihre Ausbreitungsrichtung ein eindeutiger Impuls zugeordnet werden. Am Einfachspalt kommt es zur Beugung, sodass die Ausbreitungsrichtung der Elektronen und damit ihr Impuls nicht mehr eindeutig ist.

Michelle Schwarz





a) Erklären Sie den Zusammenhang von Ort, Impuls, Spaltbreite und Breite des 0. Maximums. Übertragen Sie das Ergebnis aus Aufgabe 2 auf die Größen Ort und Impuls und bestätigen Sie damit die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation qualitativ.

a) Eine Verkleinerung der Spaltbreite führt zu einer kleineren Ortsunbestimmtheit, eine Verkleinerung der Breite des 0. Hauptmaximums führt zu einer kleineren Impulsunbestimmtheit. Analog zu unserer Beobachtung in Aufgabe 2 führt also eine Vergrößerung der Genauigkeit der Messung des Ortes (Verkleinerung der Spaltbreite) zu einer Verringerung der Genauigkeit der Messung der zugehörigen Impulskomponente (breiteres nulles Maximum). Diese Beobachtung entspricht der Aussage der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation. Wir konnten diese also qualitativ bestätigen.

b) Weisen Sie durch geometrische Überlegungen aus der Skizze die Gültigkeit der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation nach. Verwenden Sie hierfür die Bedingung für Minima am Einfachspalt.



*Hinweis: Sie erhalten als untere Schranke nicht  $\frac{h}{4\pi}$ .*

b) Die allgemeine Bedingung für Minima am Einfachspalt ist:

$$\sin \alpha_k = \frac{k \cdot \lambda}{d}$$

Für das erste Minimum ( $k = 1$ ) erhalten wir mit der Spaltbreite  $d = \Delta x$ :

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{\Delta x}$$

Mit der de Broglie Wellenlänge  $\lambda = \frac{h}{p}$ :

$$\sin \alpha = \frac{h}{p \cdot \Delta x}$$

Für  $\sin(\alpha)$  können wir durch geometrische Betrachtung schreiben  $\sin(\alpha) = \frac{\Delta p_x}{p}$  und erhalten damit:

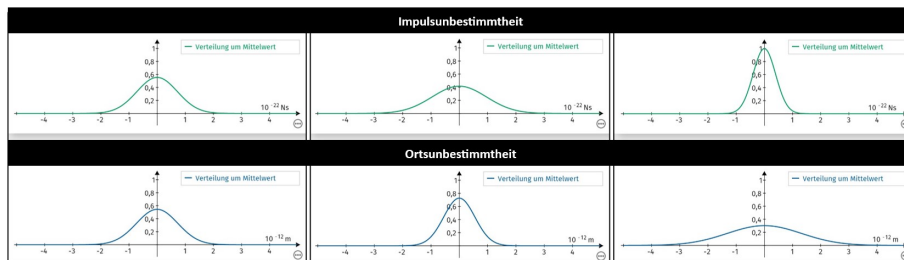
$$\frac{\Delta p_x}{p} = \frac{h}{p \cdot \Delta x}$$

$$\Leftrightarrow \Delta x \cdot \Delta p_x = h$$

Da  $h > \frac{h}{4\pi}$  gilt damit auch die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation.

#### Aufgabe 4

Gemäß der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation besitzt ein Teilchen mit einer Ortsunbestimmtheit  $\Delta x$  auch eine Impulsunbestimmtheit  $\Delta p_x$ . Impuls- und Ortsunbestimmtheit sind in der Grafik abgebildet. Beschreiben Sie qualitativ den Zusammenhang zwischen Orts- und Impulsunbestimmtheit. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Spaltbreite und der Breite des 0. Maximums für jedes Bild.



Zusammenhang zwischen Orts- und Impulsunbestimmtheit. Quelle: Thomas Kippenberg, abrufbar unter <https://kippenbergs.de/mint-wavepacket>, Zugriff am 02.12.2023

Je größer die Impulsunbestimmtheit wird, desto kleiner wird die Ortsunbestimmtheit. Je kleiner die Impulsunbestimmtheit, desto schmaler wird die Grafik der Impulsverteilung und desto flacher und breiter wird die Grafik der Ortsverteilung. Eine schmale Verteilung des Orts bedeutet, dass der Ort relativ genau bestimmt werden kann und der Spalt somit schmal ist. Eine schmale Verteilung des Impulses bedeutet eine relativ genaue Messung des Impulses und damit ein schmales multiples Maximum der Verteilung.

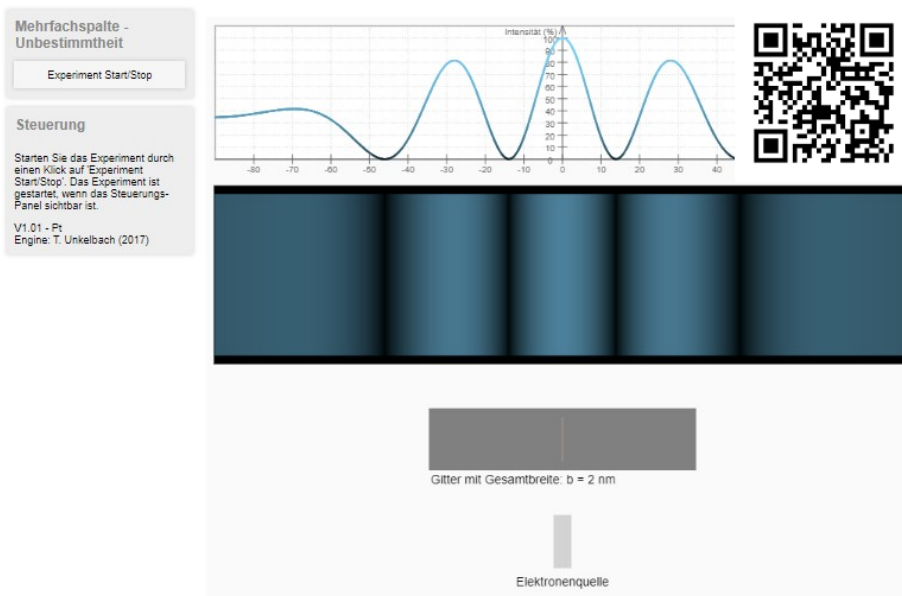
Michelle Schwarz



**Aufgabe 5**

Auch am Doppelspalt und Gitter treten Interferenzerscheinungen auf. Untersuchen Sie mit der Simulation (über QR-Code erreichbar) die Breite des 0. Maximums in Abhängigkeit von der Anzahl der Spalten. Erklären Sie Ihre Beobachtungen mit der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation.

*Hinweis: Die Ortsunschärfe definiert sich nun über die Breite des Gitters und nicht über die Spaltbreite.*



Simulation zur Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation am Mehrfachspalt. Quelle: Europa-schule Gymnasium Westerede, abrufbar unter [https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/24\\_mehrfachspaltheisenberg/mehrfachspalteheisenberg.html](https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/24_mehrfachspaltheisenberg/mehrfachspalteheisenberg.html), Zugriff am 02.12.2023

**Beobachtung:** Am Doppelspalt beobachtet man ein breites 0. Maximum und am Gitter mit vielen Spalten ein schmales 0. Maximum.

**Erklärung:** Bei nur 2 Spalten ist das Gitter sehr schmal und die Ortsunbestimmtheit  $\Delta x$  damit auch sehr klein. Gemäß der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation muss die Impulsunbestimmtheit  $\Delta p_x$  dann groß sein, was ein breites 0. Maximum zur Folge hat. Bei vielen Spalten hingegen ist die Ortsunbestimmtheit groß und gemäß der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation folglich die Impulsunbestimmtheit klein, was ein schmales 0. Maximum zur Folge hat.



### Hilfen



Hilfe zu Aufgabe 3b)

### Lösung



Lösung



LEK

### Didaktische Hinweise

- Es wird bewusst von „Unbestimmtheit“ statt „Unschärfe“ gesprochen. „Unschärfe“ deutet daraufhin, dass Messergebnisse nur ungenau sind, da man nicht genau genug gemessen hat. „Unbestimmtheit“ hingegen bedeutet, dass etwas unabhängig der Genauigkeit der Messung nicht genau bestimmt werden kann, was bei der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation zutrifft.
- Es ist darauf zu achten, dass  $\Delta$  nicht die Änderung oder Abweichung vom realen Wert beschreibt, sondern die Unbestimmtheit bzw. Standardabweichung.

- Das Einfachspalt-Experiment sollte nicht mit Licht durchgeführt werden, da dies den SuS von der klassischen Wellenlehre bekannt ist. Um das Besondere der Quantenphysik hervorzuheben, sollte der Versuch mit Quantenobjekten durchgeführt werden.
- Mit der geometrischen Herleitung erhält man  $h$  statt  $\frac{h}{4\pi}$ , da man den Abstand zwischen den Minima als Ausgangspunkt nimmt, statt den für die Standardabweichung üblichen Wert von  $\frac{1}{\sqrt{e}}$ , wenn  $e$  der Maximalwert von  $|\Psi(x, t)|^2$  ist. Aufgrund der komplexen Darstellungen ist eine solche Herleitung in der Schule nicht möglich. Die Bestätigung der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation ist dennoch möglich, da  $h > \frac{h}{4\pi}$  gilt.

### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
<b>Aufgabe 1</b>		
1	S1: erklären Phänomene unter Nutzung bekannter physikalischer Modelle und Theorien. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	II
<b>Aufgabe 2</b>		
2	S4: bauen Versuchsanordnungen auch unter Verwendung von digitalen Messwerterfassungssystemen nach Anleitungen auf, führen Experimente durch und protokollieren ihre Beobachtungen.	III
<b>Aufgabe 3</b>		
a)	E4: modellieren Phänomene physikalisch, auch mithilfe mathematischer Darstellungen und digitaler Werkzeuge, wobei sie theoretische Überlegungen und experimentelle Erkenntnisse aufeinander beziehen.	III
b)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	III
<b>Aufgabe 4</b>		
4	S1: erklären Phänomene unter Nutzung bekannter physikalischer Modelle und Theorien.	III



E4: modellieren Phänomene physikalisch, auch mit Hilfe mathematischer Darstellungen und digitaler Werkzeuge, wobei sie theoretische Überlegungen und experimentelle Erkenntnisse aufeinander beziehen.

**Aufgabe 5**

5	<p>S1: erklären Phänomene unter Nutzung bekannter physikalischer Modelle und Theorien.</p> <p>S4: bauen Versuchsanordnungen auch unter Verwendung von digitalen Messwerterfassungssystemen nach Anleitungen auf, führen Experimente durch und protokollieren ihre Beobachtungen</p>	II
---	---	----



LEK

Die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation

**Aufgabe:** Ordnen Sie die Bilder der Orts- und Impulsunbestimmtheit zu.

$\Delta x$  wird größer

$\Delta x$			
$\Delta p$			

---

**Bilder Ortsunbestimmtheit:**

--	--	--

**Bilder Impulsunbestimmtheit:**

--	--	--

**Abbildung 4.63.:** LEK zur Heisenberg’schen Unbestimmtheitsrelation. Die SuS ordnen die Bilder und die passenden Werte der Unbestimmtheiten von Ort und Impuls passend zu. Durch die Schaltfläche „Überprüfen“ besteht die Möglichkeit zur Selbstkontrolle der Lösung.

Die LEK in Abbildung 4.63 prüft das Verständnis der Unbestimmtheit von Ort und Impuls. Die Bilder der Unbestimmtheiten fokussieren die Aufmerksamkeiten auf das Wesentliche. Die SuS müssen den Zusammenhang zwischen Orts- und Impulsunbestimmtheit kennen und wissen, dass eine breitere Verteilung eine größere Unbestimmtheit bedeutet. Weiterhin müssen die SuS die Einheiten der Werte der Orts- bzw. Impulsunbestimmtheit zuordnen. Die Aufgabe ist dem AF II zuzuordnen.

### 4.5.2. Aufgaben zur Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation

Auch zur Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation sieht der Lehrplan für den LK das Lösen von Aufgaben vor. Die Aufgaben setzen die theoretische Behandlung der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation sowie das Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten am Doppelspalt voraus. Der Grad der Mathematisierung ist hoch und es werden die Kompetenzen S2, S3, S5, S7, K4, B1 und B4 angesprochen.

Die erste Aufgabe beinhaltet die Reproduktion (AF I) der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation sowie der Beschreibung der experimentellen Bestätigung dieser am Einzelspalt. Im Aufgabenteil c) verknüpfen die SuS bekannte Beziehungen mit den neuen Ergebnissen aus der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation und berechnen damit verschiedene Größen, was dem AF III zuzuordnen ist. In Aufgabe zwei verknüpfen die SuS das Wissen aus dem Kapitel Materiewellen mit der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation und berechnen verschiedene Größen durch das Umstellen von bekannten Formeln, was im AF II liegt. In der dritten Aufgabe zeigen die SuS, dass die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation im Alltag keine Bedeutung hat (AF III) und nehmen Stellung zu zwei Aussagen (AF III).

## Quanten und Atome

Heisenberg'sche  
Unbestimmtheitsrelation

Michelle Schwarz  
AG Prof. Dr. Rolf Pelster | Fakultät NT



UNIVERSITÄT  
DES  
SAARLANDES

### Aufgabensammlung zur Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation

Schwerpunkt	Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation																														
Klassenstufe	12-13, L-Kurs																														
Art	Aufgaben																														
Positionierung	im Anschluss an die theoretische Behandlung des Themas „Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation“																														
Lernvoraussetzungen	Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation, Wellen- und Teilchencharakter von Quantenobjekten																														
Lernziel	Die SuS lösen Aufgaben zur Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation.																														
Kompetenzen <sup>1</sup>	S2, S3, S5, S7, K4, B1, B4																														
Kategorien	<table border="0"> <tr> <td>Erarbeitung von neuem Stoff</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Einübung von bekanntem Stoff</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Öffnung der Aufgabe</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Grad der Mathematisierung</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Experimenteller Anteil</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> </table>	Erarbeitung von neuem Stoff	0	1	2	3	4	Einübung von bekanntem Stoff	0	1	2	3	4	Öffnung der Aufgabe	0	1	2	3	4	Grad der Mathematisierung	0	1	2	3	4	Experimenteller Anteil	0	1	2	3	4
Erarbeitung von neuem Stoff	0	1	2	3	4																										
Einübung von bekanntem Stoff	0	1	2	3	4																										
Öffnung der Aufgabe	0	1	2	3	4																										
Grad der Mathematisierung	0	1	2	3	4																										
Experimenteller Anteil	0	1	2	3	4																										

<sup>1</sup>Kompetenzen entnommen aus: KMK & IQB. (2020). *Bildungsstandards im Fach Physik für die Allgemeine*

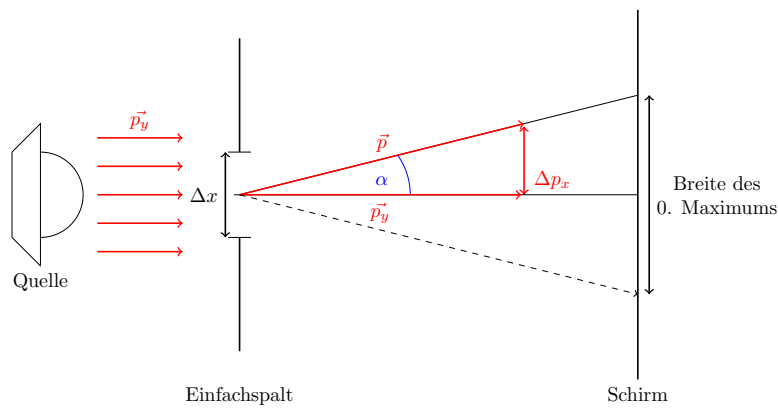


## Aufgabensammlung zur Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation

### Aufgabe 1: Elektronen am Einfachspalt

- a) Formulieren Sie die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation und erläutern Sie den Begriff der komplementären Größen.

Elektronen werden auf einen Einfachspalt geschickt.



- b) Beschreiben Sie, wie mit diesem Versuch die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation qualitativ bestätigt werden kann.
- c) Elektronen treffen senkrecht auf einen Einfachspalt der Breite  $\Delta x = 1 \cdot 10^{-6}$  m. Die kinetische Energie der Elektronen ist im ersten Fall  $E_{kin,1} = 10$  eV und im zweiten Fall  $E_{kin,2} = 0,5$  MeV.
- Schätzen Sie den Betrag  $\Delta p_x$  des Impulses der Teilchen mit Hilfe der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation ab.<sup>2</sup>
  - Ermitteln Sie den Gesamtimpuls der Teilchen durch vektorielle Addition der Impulse  $\Delta p_x$  und  $\Delta p_y$  (Impuls vor dem Spalt). Entscheiden Sie, ob die Richtung des Gesamtimpulses deutlich von der Richtung des ursprünglichen Impulses abweicht.<sup>2</sup>
  - Bestimmen Sie für  $E_{kin,1}$  und  $E_{kin,2}$  die Breite des Beugungsbildes  $s$ , wenn der Schirm in einem Abstand von 2 m aufgestellt wird.

<sup>1</sup>Hochschulreihe: Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.06.2020. Kronach: Carl Link Verlag. ISBN: 978-3-556-09045-9.

<sup>2</sup>LEIFI-Physik, abrufbar unter <https://www.leifiphysik.de/quantenphysik/quantenobjekt-elektron/aufgabe/alphateilchen-am-spalt>, Zugriff am 15.03.2024

- iv) Berechnen Sie die Entfernung des Schirms, wenn eine Aufweitung von 1 m zu beobachten ist.

### Aufgabe 2: Materiewellen und Unbestimmtheit

Bei einem Doppelspaltversuch treffen beschleunigte Elektronen mit der Materiewellenlänge  $\lambda = 30 \text{ pm}$  auf einen Doppelspalt mit dem Spaltmittenabstand  $g = 6,2 \mu\text{m}$ .<sup>3</sup>

- a) Berechnen Sie für die Wellenlänge  $\lambda$  die Geschwindigkeit  $v$  der Elektronen und die erforderliche Beschleunigungsspannung, welche die zu Anfang ruhenden Elektronen durchlaufen müssen, damit sie diese Geschwindigkeit erreichen.<sup>3</sup>
- b) Der Abstand zwischen Schirm und Doppelspalt beträgt  $l = 1 \text{ m}$ . Berechnen Sie den Abstand  $b$  zwischen dem 0. und 1. Interferenzmaximum.<sup>3</sup>
- c) Die Impulsunbestimmtheit  $\Delta p_x$  senkrecht zur Flugrichtung lässt sich mit der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation  $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{4\pi}$  abschätzen. Legen Sie dabei der Ortsunbestimmtheit  $\Delta x$  den Spaltmittenabstand  $d$  zugrunde. Berechnen Sie die Impulsunbestimmtheit  $\Delta p_x$  und die dazugehörige Geschwindigkeitskomponente  $\Delta v_x$  senkrecht zur Flugrichtung der Elektronen.<sup>3</sup>

### Aufgabe 3: Wahr oder falsch?

- a) Betrachten Sie nun ein ideal präpariertes quantenmechanisches System. Nehmen Sie also an, dass keine Wechselwirkung mit der Umgebung stattfindet, also keine ständige Messung. Wir betrachten Elfmeterschießen mit einem Fußball ( $m = 450 \text{ g}$ ). Im Falle eines verwandelten Elfmeters wird die Ortsunbestimmtheit in Querrichtung durch die Breite eines Fußballtores von 7,32 m begrenzt. Zeigen Sie, dass sich der Torwart bei ständig nichtgehaltenen Elfmietern nicht quantenmechanisch mit der Unbestimmtheit der Geschwindigkeitskomponenten der Fußbälle in Querrichtung und der angeblich daraus resultierenden Unberechenbarkeit ihrer Flugbahnen herausreden kann.<sup>4</sup>
- b) Erläutern Sie, warum die Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation im Alltag nicht auftritt.

Erläutern Sie, inwiefern es sich bei folgenden Aussagen über die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation um wahre oder falsche Aussagen handelt:

<sup>3</sup>Bruckmoser, S. (2016). Physik 12. Bad Brückenau: Franz-Miltenberger-Gymnasium, abrufbar unter [https://www.fmg-brk.de/fachschaften/physik/uebungsmaterial/m\\_494](https://www.fmg-brk.de/fachschaften/physik/uebungsmaterial/m_494), Zugriff am 15.03.2024.

<sup>4</sup>Vogt, M. (2020). *Quantenmechanik und Schulmathematik. Ein Leitfaden für Lehrerinnen und Lehrer*. Göttingen: Cuvillier Verlag.

- c) Die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation stellt eine Grenze für die Genauigkeit dar, mit der wir die Werte physikalischer Größen herausfinden können. <sup>4</sup>
- d) Die Größen  $\Delta x$  und  $\Delta p_x$  beschreiben die Abweichungen zum wahren Wert der Größe.

## Lösungen

### Aufgabe 1: Elektronen am Einfachspalt

#### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
a)	S2: erläutern Gültigkeitsbereiche von Modellen und Theorien und beschreiben deren Aussage- und Vorhersagemöglichkeiten. K4: formulieren unter Verwendung der Fachsprache chronologisch und kausal korrekt strukturiert.	I
b)	S5: erklären bekannte Messverfahren sowie die Funktion einzelner Komponenten eines Versuchsaufbaus. K4: formulieren unter Verwendung der Fachsprache chronologisch und kausal korrekt strukturiert.	I
c)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	III

- a) Die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation beschreibt die Unmöglichkeit einen Zustand zu präparieren, bei dem zueinander komplementäre Größen jeweils einen exakten Wert haben. Für die Orts-Impuls-Unbestimmtheit lautet sie

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi},$$

wobei  $\Delta x$  die Ortsunbestimmtheit und  $\Delta p_x$  die Impulsunbestimmtheit in x-Richtung beschreibt.

- b) Bei Variation der Spaltbreite beobachtet man für die Breite des Hauptmaximums folgendes: Eine kleinere Spaltbreite führt zu einem breiteren Hauptmaximum. Eine größere Spaltbreite führt zu einem schmaleren Hauptmaximum.

Eine Verkleinerung der Spaltbreite führt zu einer kleineren Ortsunbestimmtheit, eine Verkleinerung der Breite des Hauptmaximums führt zu einer kleineren Impulsunbestimmtheit. Analog zur Beobachtung führt also eine Vergrößerung der Genauigkeit der Messung des Ortes (Verkleinerung der Spaltbreite) zu einer Verringerung der Genauigkeit der Messung



der zugehörigen Impulskomponente (breiteres nulltes Maximum). Diese Beobachtung entspricht der Aussage der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation.

c) i) Für beide Fälle gilt:

$$\begin{aligned}\Delta p_x \cdot \Delta x &\geq \frac{h}{4 \cdot \pi} \\ \Leftrightarrow \Delta p_x &\geq \frac{h}{4 \cdot \pi \cdot \Delta x} \\ &= \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{4 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}} \\ &= 5,3 \cdot 10^{-29} \text{ Ns}\end{aligned}$$

ii) In i) haben wir den Impuls in x-Richtung berechnet:

$$\Delta p_x \geq 5,3 \cdot 10^{-29} \text{ Ns}$$

Den Impulsbetrag  $p_y$  bestimmen wir aus der klassischen Energie-Impuls-Beziehung:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_e v^2$$

Mit  $p_y = m_e v \Leftrightarrow v = \frac{p_y}{m_e}$  erhalten wir:

$$\begin{aligned}E_{kin} &= \frac{p_y^2}{2 \cdot m_e} \\ \Leftrightarrow p_y &= \sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_{kin}} \\ \Rightarrow p_{y,1} &= \sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 10 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot \text{V}} = 1,71 \cdot 10^{-24} \text{ Ns} \\ \Rightarrow p_{y,2} &= \sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 0,5 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot \text{V}} = 3,82 \cdot 10^{-22} \text{ Ns}\end{aligned}$$

Für den Betrag des Gesamtimpulses  $p_{ges}$  gilt:

$$p_{ges} = \sqrt{p_y^2 + (\Delta p_x)^2}$$

Da in beiden Fällen  $p_y \gg \Delta p_x$  ist, gilt:

$$p_{ges} \approx p_y$$

Da  $p_y$  um mindestens sieben Größenordnungen über  $\Delta p_x$  liegt, kommt es in beiden Fällen zu keiner merklichen Aufweitung des Strahls.

iii) Mit dem Strahlensatz erhält man für die Aufweitung  $s$  des Strahls:

$$\frac{\frac{s}{2}}{\Delta p_x} = \frac{2 \text{ m}}{p_y}$$

Für  $E_{kin,1} = 10 \text{ eV}$  erhält man:

$$\Leftrightarrow s_1 = \frac{2 \cdot 2 \text{ m} \cdot \Delta p_x}{p_y} = \frac{2 \cdot 2 \text{ m} \cdot 5,3 \cdot 10^{-29} \text{ Ns}}{1,71 \cdot 10^{-24} \text{ Ns}} = 12,39 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

Für  $E_{kin,2} = 0,5 \text{ MeV}$  erhält man:

$$\Leftrightarrow s_2 = \frac{2 \cdot 2 \text{ m} \cdot \Delta p_x}{p_y} = \frac{2 \cdot 2 \text{ m} \cdot 5,3 \cdot 10^{-29} \text{ Ns}}{3,82 \cdot 10^{-22} \text{ Ns}} = 5,55 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Zur Bestimmung der Breite des Beugungsbilds müssen wir zu der Aufweitung noch die Breite des Spalts addieren. Wir erhalten damit für die Breiten:

$$s_1 = 1,24 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$s_2 = 1,55 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

iv) Wir subtrahieren die Spaltbreite von der Aufweitung:

$$s = 1 \text{ m} - \Delta x \approx 0,99 \text{ m}$$

Mit dem Strahlensatz gilt für  $E_{kin,1} = 10 \text{ eV}$ :

$$\frac{\frac{s}{2}}{\Delta p_x} = \frac{2 \text{ m}}{p_y}$$

$$\Leftrightarrow l = \frac{s \cdot p_y}{2 \cdot \Delta p_x} = \frac{0,99 \text{ m} \cdot 1,71 \cdot 10^{-24} \text{ Ns}}{2 \cdot 5,3 \cdot 10^{-29} \text{ Ns}} = 15970,75 \text{ m} \approx 16 \text{ km}$$

Für  $E_{kin,2} = 0,5 \text{ MeV}$  erhält man:

$$\frac{\frac{s}{2}}{\Delta p_x} = \frac{2 \text{ m}}{p_y}$$

$$\Leftrightarrow l = \frac{s \cdot p_y}{2 \cdot \Delta p_x} = \frac{0,99 \text{ m} \cdot 3,82 \cdot 10^{-22} \text{ Ns}}{2 \cdot 5,3 \cdot 10^{-29} \text{ Ns}} \approx 3568 \text{ km}$$

**Aufgabe 2: Materiewellen und Unbestimmtheit****Kompetenzen und Anforderungsbereiche**

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
a)-c)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	II

a) Die Geschwindigkeit der Elektronen ergibt sich zu:

$$\frac{h}{\lambda} = p = m \cdot v$$

$$\Leftrightarrow v = \frac{h}{m \cdot \lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 30 \cdot 10^{-12} \text{ m}} = 2,43 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

$$U \cdot e = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Um diese Geschwindigkeit zu erreichen, müssen die Elektronen die Beschleunigungsspannung

$$\Leftrightarrow U = \frac{m \cdot v^2}{2e} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} (2,43 \cdot 10^7 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 1,68 \text{ kV}$$

durchlaufen.

b) Allgemein gilt am Mehrfachspalt für die Wellenlänge  $\lambda$ , den Spaltabstand  $g$ , den Abstand vom  $k$ -ten zum 0. Maximum  $b_k$  sowie den Abstand von Schirm zu Doppelspalt  $l$ :

$$\lambda = \frac{g \cdot b_k}{k \cdot l}$$

Für den Abstand vom 1. zum 0. Maximum erhält man:

$$\lambda = \frac{g \cdot b}{l}$$

$$\Leftrightarrow b = \frac{l \cdot \lambda}{g} = \frac{1 \text{ m} \cdot 30 \cdot 10^{-12} \text{ m}}{6,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 4,84 \mu\text{m}$$

c)

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi} \Leftrightarrow \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi \Delta x} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{4\pi \cdot 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}} \geq 8,5 \cdot 10^{-30} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta p_x = m \cdot \Delta v_x \Leftrightarrow \Delta v_x = \frac{\Delta p_x}{m} = \frac{8,5 \cdot 10^{-30} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} = 9,3 \text{ m/s}$$

### Aufgabe 3: Aussagen über die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation

#### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
a)	S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an. B4: bilden sich reflektiert und rational in außerfachlichen Kontexten ein eigenes Urteil.	III
b)	S3: wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen. K4: formulieren unter Verwendung der Fachsprache chronologisch und kausal korrekt strukturiert.	III
c) - d)	B1: erläutern aus verschiedenen Perspektiven Eigenschaften einer schlüssigen und überzeugenden Argumentation. K4: formulieren unter Verwendung der Fachsprache chronologisch und kausal korrekt strukturiert.	III

- a) Betrachtet man den Fußball als Massepunkt mit der Masse 450 g, so erhält man mit  $\Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi \Delta x}$  und  $\Delta p_x = m \cdot \Delta v_x$ :

$$\Delta v_x \geq \frac{h}{4\pi \cdot m \cdot \Delta x} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{4\pi \cdot 0,45 \text{ kg} \cdot 7,32 \text{ m}} = 1,6 \cdot 10^{-35} \text{ m}$$

Die Unbestimmtheit der Geschwindigkeit ist so klein, dass der Torwart davon nicht beeinflusst wird.

- b) Im Alltag kommt es immer zu einer Wechselwirkung mit der Umgebung, es findet also dauerhaft eine Messung statt. Gemäß des Realitätsprinzips zerstört eine Messung allerdings den quantenmechanischen Zustand eines System. Daher kann die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation im Alltag nicht beobachtet werden.

- c) „Wahre Werte“ physikalischer Größen, die man nur nicht genau kennt, gibt es in der Quantenmechanik im Allgemeinen nicht. Bei der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation wird eine untere Grenze angegeben, inwieweit Ort und Impuls an einem Systems gleichzeitig genau bestimmt werden können.
- d) Die Größen  $\Delta x$  und  $\Delta p_x$  beschreiben die Standardabweichung statistischer Verteilungen von Messwerten.

## 4.6. Nichtlokalität der Quantenphysik

### Sachanalyse

Die Behandlung des quantenmechanischen Weltbilds beinhaltet die Determiniertheit, Realität, Lokalität und Kausalität der Quantenphysik. Die Determiniertheit, Realität und Kausalität wurden bereits im Kapitel „Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten“ besprochen. Im Rahmen der Behandlung der Lokalität werden diese aber auch in den folgenden Lernumgebungen wiederholt.

EPR stellten im Jahr 1935 die Vollständigkeit der Quantenmechanik in Frage. Eine Theorie muss nach EPR vollständig sein, das heißt „jedes Element der physikalischen Realität muß seine Entsprechung in der physikalischen Theorie haben“ [137, Seite 29]. Unter Realität verstanden sie die bereits erwähnte Definition: „Wenn wir, ohne auf irgendeine Weise ein System zu stören, den Wert einer physikalischen Größe mit Sicherheit (d.h. mit der Wahrscheinlichkeit gleich eins) vorhersagen können, dann gibt es ein Element der physikalischen Realität, das dieser physikalischen Größe entspricht“ [137, Seite 29]. Dass der quantenmechanische Realitätsbegriff nicht dem klassischen Realitätsbegriff entspricht, wurde bereits am Doppelspaltversuch gezeigt. Auch die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation zeigt, dass zwei komplementäre Größen nicht beliebig genau bestimmbar sind. Daraus folgerten EPR, dass die quantenmechanische Beschreibung der Realität nicht vollständig ist oder dass nicht beiden Größen zugleich eine Realität zukommt. EPR konstruierten daraufhin ein Gedankenexperiment. Sie betrachteten zwei Teilchen, die miteinander wechselwirken und dann voneinander getrennt werden. Vor der Wechselwirkung ist der Zustand der Teilchen bekannt und nach der Wechselwirkung lässt er sich nur durch eine Messung, also einen Kollaps der Wellenfunktion, bestimmen. EPR folgerten, dass „als Folge zweier verschiedener Messungen, die an dem ersten System ausgeführt werden, das zweite System in Zuständen mit zwei verschiedenen Wellenfunktionen vorliegt“ [137, Seite 32], man also zwei Wellenfunktionen der gleichen Realität zuordnen kann. Sie schlugen vor, an Teilchen  $A$  den Ort zu messen, womit sich auch der Ort des Teilchens  $B$  durch den Kollaps der Wellenfunktion festlegt. An Teilchen  $B$  wird der Impuls gemessen. Damit hat Teilchen  $B$  einen festen Ort und Impuls, was nach der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation nicht möglich ist. Sie schließen in der Arbeit, dass die durch die Wellenfunktion vermittelte Beschreibung der Realität nicht vollständig ist und vermuteten, dass es eine vollständige Theorie gibt, die noch nicht bekannt war [137, 154].

Dem Paradoxon liegen sogenannte verschränkte Zustände zugrunde. Den Begriff der Verschränkung verwendete erstmals Schrödinger [141]. Eine Superposition, wie beim Doppelspaltversuch, vor der Messung ist auch zwischen mehreren Teilchen möglich. Betrachtet man ein System aus zwei Teilchen und befindet sich Photon  $A$  im Zustand  $|\leftrightarrow\rangle$  und Photon  $B$  im Zustand  $|\updownarrow\rangle$ , so

beschreibt

$$|\Psi\rangle = |\leftrightarrow\rangle_A |\uparrow\rangle_B = |\leftrightarrow\uparrow\rangle_{A,B}$$

den Zustand des Systems, welches aus den Photonen  $A$  und  $B$  besteht. Einen solchen Zustand bezeichnet man auch als Produktzustand. Wird Photon  $A$  an Alice gesendet und Photon  $B$  an Bob, so misst Alice mit einer Wahrscheinlichkeit von 100 % den Zustand  $|\leftrightarrow\rangle$  und Bob mit einer Wahrscheinlichkeit von 100 % den Zustand  $|\uparrow\rangle$ . Analog kann man auch den Zustand

$$|\Psi\rangle = |\uparrow\rangle_A |\leftrightarrow\rangle_B = |\uparrow\leftrightarrow\rangle_{A,B}$$

betrachten. Alice und Bob messen dann mit einer Wahrscheinlichkeit von 100 % den jeweils anderen Zustand. Eine Superposition dieser beiden Produktzustände nennt man verschränkten Zustand

$$|\Psi\rangle_V = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\leftrightarrow\rangle_A |\uparrow\rangle_B + |\uparrow\rangle_A |\leftrightarrow\rangle_B) = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\leftrightarrow\uparrow\rangle_{A,B} + |\uparrow\leftrightarrow\rangle_{A,B}).$$

In diesem verschränkten Zustand sind die Polarisierungen der beiden Photonen unbestimmt, aber immer entgegengesetzt. Ein verschränkter Zustand lässt sich nicht als Produkt von Zuständen schreiben. Wird ein Photon  $A$  an Alice gesendet und Alice misst in der  $+$  Basis  $|\leftrightarrow\rangle$ , so misst Bob mit einer Wahrscheinlichkeit von 100 % in der  $+$  Basis  $|\uparrow\rangle$ . Als  $+$  Basis bezeichnen wir eine Basis mit den Basiszuständen  $|\leftrightarrow\rangle$  und  $|\uparrow\rangle$ . Diese Antikorrelation besteht auch in jeder anderen Basis. Misst Alice in der  $+$  Basis, so misst sie mit der Wahrscheinlichkeit von 50 % den Eigenwert  $+1$  oder  $-1$ . Im Moment der Messung von  $+1$  von Alice in der  $+$  Basis kollabiert die Wellenfunktion bei Bob, dann zu

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Bei einer Messung von  $+1$  in der  $x$  Basis (Basiszustände  $|\nearrow\rangle$  und  $|\searrow\rangle$ ) kollabiert die Wellenfunktion zu

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Bob erhält also abhängig von der Messung bei Alice unterschiedliche Zustände [155, 156]. Wählt man die Messbasis erst nach Senden der einzelnen Photonen, erhält man dennoch eine Antikorrelation [120].

Man unterscheidet vier maximal verschränkte Zustände:

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\leftrightarrow\rangle + |\leftrightarrow\uparrow\rangle) \\ |\Psi\rangle_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\leftrightarrow\rangle - |\leftrightarrow\uparrow\rangle) \\ |\Psi\rangle_3 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\uparrow\rangle + |\leftrightarrow\leftrightarrow\rangle) \\ |\Psi\rangle_4 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\uparrow\rangle - |\leftrightarrow\leftrightarrow\rangle) \end{aligned}$$

Diese Zustände bezeichnet man auch als Bell-Zustände nach John Stewart Bell [157].

Wäre die Theorie, wie von EPR gefolgert, nicht vollständig, so muss es nach David Bohm „verborgene Variablen“ geben, welche die Teilchen des verschränkten Zustands besitzen. David Bohm stellte 1951 eine vereinfachte Version des EPR-Gedankenexperiments mit Spin vor. Diesen Spin trägt jedes Teilchen von der Quelle an mit sich. Damit sind die Messungen von Alice  $A(\lambda, \vec{a})$  und Bob  $B(\lambda, \vec{b})$  nur von dieser verborgenen Variable  $\lambda$  und den Messeinstellungen  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  am Detektor abhängig. Die Antikorrelation bei gleicher Messeinstellung kann damit erklärt werden [158]. John Stewart Bell fand 1964 dann eine Ungleichung, mit welcher die Theorie der verborgenen Variablen experimentell widerlegt werden kann. Diese Ungleichung ist heute unter dem Namen Bell'sche Ungleichung bekannt. Bell ging von der Lokalität der Quantenphysik und der Existenz der verborgenen Variablen aus. Die vorliegende Arbeit definiert den Lokalitätsbegriff nach [139] mit: Bei zwei gleichzeitig stattfindenden und räumlich getrennten Messungen A und B beeinflusst Messung A nicht das Messergebnis von B und umgekehrt. Der Erwartungswert an beiden Detektoren ist demnach nur von der verborgenen Variable und der Messeinstellung abhängig:

$$\vec{A}(\lambda, \vec{a}) = \pm 1 \quad \text{und} \quad \vec{B}(\lambda, \vec{b}) = \pm 1$$

Mit der normierten Wahrscheinlichkeitsdichte  $\rho(\lambda)$  erhält man den Erwartungswert

$$\vec{E}(\vec{a}, \vec{b}) = \int d\lambda \rho(\lambda) \vec{A}(\lambda, \vec{a}) \vec{B}(\lambda, \vec{b}),$$

welcher die Korrelation der Messungen angibt. Unterscheidet man drei verschiedene Messeinstellungen  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ , so erhält man über geometrische Überlegungen und Betragsabschätzungen die Bell'sche Ungleichung mit

$$|E(\vec{u}, \vec{v}) - E(\vec{u}, \vec{w})| \leq 1 + E(\vec{v}, \vec{w})$$

Bell zeigte, dass der Erwartungswert für die beiden Messeinstellungen gemäß der Quantenme-



chanik

$$E(\vec{a}, \vec{b}) = -\vec{a} \cdot \vec{b} = -a \cdot b \cdot \cos(\Delta\alpha)$$

ist, wobei  $\Delta\alpha$  der Winkel zwischen den Messeinstellungen ist. Bei gleicher Ausrichtung folgt eine maximale Antikorrelation mit

$$E(\vec{a}, \vec{a}) = -1.$$

Erfüllen die Messeinstellungen die Gleichung

$$\vec{u} = \frac{(\vec{v} - \vec{w})}{|\vec{v} - \vec{w}|} \text{ und } \vec{v} \perp \vec{w},$$

so erhält man für die Bell'sche Ungleichung einen Widerspruch mit  $\sqrt{2} \leq 1$ . Bell folgerte daraus, dass die Quantenmechanik nichtlokal ist, da keine lokale Theorie die Ergebnisse erklären kann. Die Antikorrelation kann nicht durch die gemeinsame Vergangenheit der Photonen erklärt werden [120, 156, 159], denn die Teilchen beeinflussen sich scheinbar auch weit voneinander entfernt, sie besitzen eine scheinbare „spukhafte Fernwirkung“, nach einem bekannten Zitat von Albert Einstein [160].

Eine allgemeinere Gleichung der Bell'schen Ungleichung dient heute oft zum experimentellen Beweis der Nichtlokalität. Diese Gleichung wurde von John Clauser, Michael Horne, Abner Shimony und Richard Holt (CHSH) entwickelt. Man spricht daher auch von der CHSH-Ungleichung [161]. Bei der Versuchsdurchführung entsendet eine Quelle verschränkte Paare von Photonen. Solche Photonenpaarquellen beruhen auf Erhaltungssätzen. Ein Photon höherer Energie zerfällt zum Beispiel unter Energieerhaltung mittels parametrischer Fluoreszenz in einem nichtlinearen optischen Kristall in zwei Photonen niedrigerer Energie. Hierbei kommt es zu verschiedenen Verschränkungen in Abhängigkeit der Art des Prozesses, wobei die Polarisationsverschränkung ein Beispiel ist [162, 163].

Mit einem Polarisationsdreher, einer sogenannten  $\lambda/2$ -Platten, wird die Messeinstellung bei Alice und Bob eingestellt. Dieser dreht den Polarisationswinkel um das Doppelte des eingestellten Winkels. Die Jones-Matrix für eine  $\frac{\lambda}{2}$  mit der x-Achse als schnelle Achse lautet

$$A_{\frac{\lambda}{2}}^x = -i \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

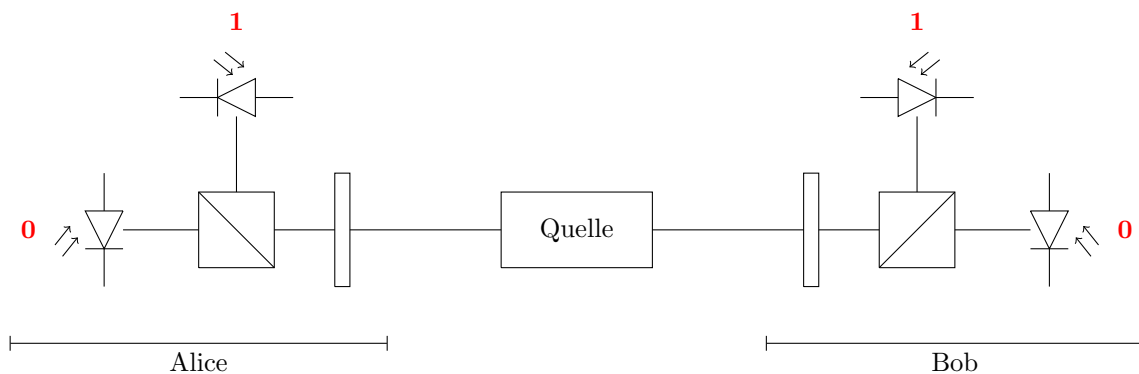
Mit der y-Achse als schnelle Achse erhält man analog

$$A_{\frac{\lambda}{2}}^y = i \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Der Vorfaktor hat keinen Einfluss auf die Polarisationsrichtung nach der Drehung, da alle Elemente gleich gedreht werden. Wird die  $\frac{\lambda}{2}$ -Platte um den Winkel  $\alpha$  gegenüber der schnellen Achse gedreht, so berechnet sich die Jones-Matrix mit

$$A(\alpha) = R(\alpha)AR(-\alpha) \quad \text{mit} \quad R(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}.$$

Dabei wird das Koordinatensystem zunächst um den Winkel  $\alpha$  gedreht, die Jones-Matrix angewendet und das Koordinatensystem anschließend wieder zurückgedreht [135, 136]. An einem Strahlteilerwürfel wird das Messergebnis von Alice und Bob bestimmt. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 4.64 dargestellt.



**Abbildung 4.64.:** Versuchsaufbau zum Beweis der CHSH-Ungleichung. Eine Quelle entsendet verschränkte Photonenpaare. Alice und Bob stellen ihre Messeinstellung mit einem Polarisationsdreher ein und messen mit einem Strahlteilerwürfel 0 oder 1.

Im Folgenden wird skizziert, dass die CHSH-Ungleichung bei der Verwendung verschränkter Photonen verletzt wird. Eine ausführliche Herleitung des Beweises findet man in [164]. Bezeichnet man die Einstellung des Polarisationsdrehers bei Alice mit  $\alpha_A$  und die Einstellung des Polarisationsdrehers bei Bob mit  $\alpha_B$ , dann erhält man für die Wahrscheinlichkeiten der möglichen Kombinationen der Messergebnisse:

$$\begin{aligned} P_{11}(\alpha_A, \alpha_B) &: \text{Alice und Bob messen 1} \\ P_{10}(\alpha_A, \alpha_B) &: \text{Alice misst 1 und Bob misst 0} \\ P_{01}(\alpha_A, \alpha_B) &: \text{Alice misst 0 und Bob misst 1} \\ P_{00}(\alpha_A, \alpha_B) &: \text{Alice und Bob messen 0} \end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeiten müssen zwei Bedingungen erfüllen. Die Gesamtwahrscheinlichkeit, entweder eine 0 oder eine 1 zu messen, muss 50% betragen und die Ergebnisse des EPR-Experiments bei gleicher Messeinstellung müssen reproduziert werden. Nimmt man an, die

Quelle entsendet den verschränkten Bell-Zustand  $|\Psi\rangle_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\leftrightarrow\rangle_A |\uparrow\rangle_B + |\uparrow\rangle_A |\leftrightarrow\rangle_B)$ , so müssen die Ergebnisse bei gleicher Messeinstellung immer antikorreliert sein.

Bei Annahme der Theorie der verborgenen Variablen gilt für die Wahrscheinlichkeiten:

$$\begin{aligned} P_{11}(\alpha_A, \alpha_B) &= \frac{1}{2} \left( \sin^2 \alpha_A \cos^2 \alpha_B + \cos^2 \alpha_A \sin^2 \alpha_B \right) \\ P_{10}(\alpha_A, \alpha_B) &= \frac{1}{2} \left( \sin^2 \alpha_A \sin^2 \alpha_B + \cos^2 \alpha_A \cos^2 \alpha_B \right) \\ P_{01}(\alpha_A, \alpha_B) &= \frac{1}{2} \left( \cos^2 \alpha_A \cos^2 \alpha_B + \cos^2 \alpha_A \cos^2 \alpha_B \right) \\ P_{00}(\alpha_A, \alpha_B) &= \frac{1}{2} \left( \cos^2 \alpha_A \sin^2 \alpha_B + \sin^2 \alpha_A \cos^2 \alpha_B \right) \end{aligned}$$

Betrachtet man das Experiment quantenmechanisch und nimmt an, dass Bob stets den Winkel  $\alpha_B = 0^\circ$  einstellt, dann misst Bob mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% eine 1 oder eine 0. Misst Bob zum Beispiel eine 0, so misst Alice aufgrund der notwendigen Antikorrelation mit der Wahrscheinlichkeit  $\sin^2 \alpha_A$  eine 0 und mit der Wahrscheinlichkeit  $\cos^2 \alpha_A$  eine 1. Wird  $\alpha_B$  auch zufällig gewählt, so ergeben sich die Wahrscheinlichkeiten zu:

$$\begin{aligned} P_{11}(\alpha_A, \alpha_B) &= \frac{1}{2} \sin^2(\alpha_A - \alpha_B) \\ P_{10}(\alpha_A, \alpha_B) &= \frac{1}{2} \cos^2(\alpha_A - \alpha_B) \\ P_{01}(\alpha_A, \alpha_B) &= \frac{1}{2} \cos^2(\alpha_A - \alpha_B) \\ P_{00}(\alpha_A, \alpha_B) &= \frac{1}{2} \sin^2(\alpha_A - \alpha_B) \end{aligned}$$

Ein Vergleich der Theorie der verborgenen Variablen mit der quantenmechanischen Beschreibung führt zum Widerspruch. Wir wissen, dass bei gleichem Winkel eine perfekte Antikorrelation erreicht werden muss. Bei dem Winkel  $\alpha_A = \alpha_B = 0^\circ$  erhält man bei beiden Theorien eine perfekte Antikorrelation. Während wir mit der quantenmechanischen Theorie auch bei  $\alpha_A = \alpha_B = 45^\circ$  eine perfekte Antikorrelation erhalten, erhalten wir bei der Theorie der verborgenen Variablen eine Wahrscheinlichkeit von jeweils 50% für eine gleiche und ungleiche Messung. Dies liegt daran, dass die Theorie der verborgenen Variablen von einer lokalen Theorie, also einer lokalen Polarisation ausgeht. Dadurch sind die Photonen vor dem Strahlteiler diagonal polarisiert. Die von CHSH hergeleitete Gleichung

$$-2 \leq S \leq 2$$

gilt für alle Theorien der verborgenen Variablen. Dabei ist der Parameter  $S$  definiert als

$$S = E(\alpha_{A1}, \alpha_{B1}) - E(\alpha_{A1}, \alpha_{B2}) + E(\alpha_{A2}, \alpha_{B1}) + E(\alpha_{A2}, \alpha_{B2})$$

und für den Erwartungswert gilt

$$E(\alpha_{A1}, \alpha_{B1}) = P_{11}(\alpha_A, \alpha_B) + P_{00}(\alpha_A, \alpha_B) - P_{10}(\alpha_A, \alpha_B) - P_{01}(\alpha_A, \alpha_B).$$

Wählt man die Winkel

$$\alpha_{A1} = 0^\circ \quad \alpha_{B1} = 22,5^\circ \quad \alpha_{A2} = 45^\circ \quad \alpha_{B2} = 67,5^\circ,$$

so erhält man  $S = 2\sqrt{2}$  und damit die Verletzung der CHSH-Ungleichung [164].

Mittlerweile konnte die Bell'sche Ungleichung schon mehrfach widerlegt und damit die Quantenmechanik bestätigt werden. Den ersten Vorschlag machte hierzu Alain Aspect 1976 [165]. Er setzte die ersten Experimente dann auch mit Kollegen um (siehe hierzu [166, 167]). Die Experimente wiesen noch kleine Lücken auf, die in den folgenden Jahren von verschiedenen Physikern spezifiziert wurden [168–170].

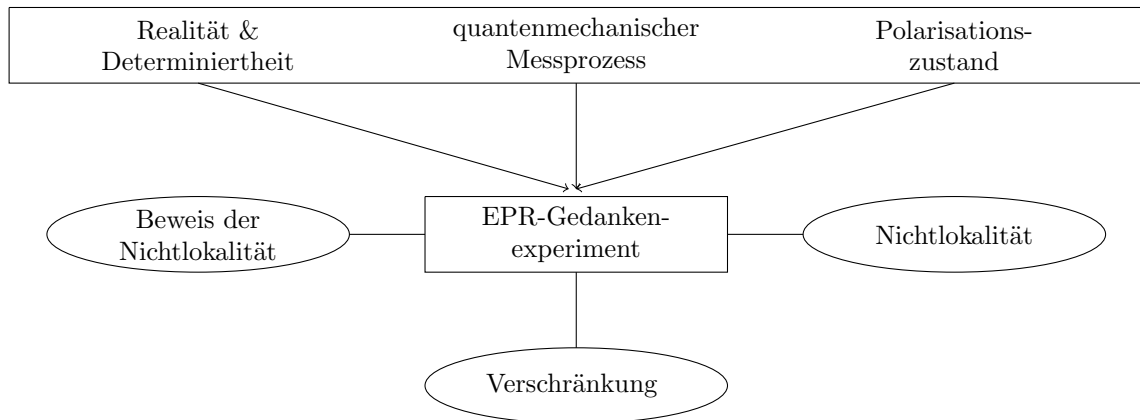
Die Verschränkung kann auch beim Phänomen der Dekohärenz betrachtet werden. Kommt ein verschränkter Zustand mit der Umgebung in Kontakt, so kollabiert die ursprüngliche Verschränkung und es liegen nur noch Einzelzustände vor [171]. Neben der für die vorliegende Arbeit relevanten Verschränkung von zwei Teilchen, ist es auch möglich, mehrere Teilchen zu verschränken. Ein Beispiel für einen verschränkten Dreiphotonenzustand ist

$$|\Psi\rangle_{GHZ} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\leftrightarrow\rangle_A |\leftrightarrow\rangle_B |\leftrightarrow\rangle_C - |\Downarrow\rangle_A |\Downarrow\rangle_B |\Downarrow\rangle_C),$$

welcher nach Greenberger, Horne und Zeilinger als GHZ-Zustand bezeichnet wird [172].

## Didaktische Analyse

Obwohl die KMK die Behandlung des quantenmechanischen Weltbilds im GK und LK als neuen Inhalt definiert [2], befindet sich das Thema im saarländischen Lehrplan nur in den Hinweisen [29]. Dennoch handelt es sich bei Realität, Lokalität, Kausalität und Determiniertheit um fundamentale Begriffe zum Verständnis des quantenphysikalischen Weltbilds, weshalb diese im Unterricht thematisiert werden sollten. Die Begriffe Determiniertheit, Realität und Kausalität können bereits am verpflichtenden Lehrplaninhalt „Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten“ besprochen werden. Realität und Determiniertheit bilden neben dem quantenmechanischen Messprozess sowie dem Zustandsbegriff Lernvoraussetzungen für die Behandlung des EPR-Paradoxons. Abbildung 4.65 zeigt dies in der Übersicht. Zur Klärung des Lokalitätsbegriffs bietet es sich an, das EPR-Gedankenexperiment zur experimentellen Veranschaulichung



**Abbildung 4.65.:** Sachstrukturdiagramm zu „Nichtlokalität der Quantenphysik“

qualitativ mit einer Animation zu betrachten. Über den Ausgang des Messergebnisses können verschränkte Zustände definiert werden. Hier ist darauf zu achten, dass nicht die einzelnen Messergebnisse die Verschränkung zeigen, sondern erst deren Korrelation. Zur Folgerung der Nichtlokalität in der Quantenphysik ist die Beschränkung auf Phänomene und Qualitatives ausreichend. Wichtig ist, dass auch hier wieder betont wird, dass über den Zustand der einzelnen Photonen vor der Detektion keine Aussagen gemacht werden können. Die Informationsübertragung als Erklärung des experimentellen Ergebnisses kann mit einer Animation ausgeschlossen werden.

Es besteht die Möglichkeit anzugeben, dass Bell die Vollständigkeit und damit die Nichtlokalität beweisen konnte. Eine einfache Version des Beweises ist aber auch in der Schule möglich. Auf den mathematischen Beweis über die CHSH-Ungleichung sollte verzichtet werden. Ein erster Erklärungsversuch für die SuS beschreibt die Festlegung der Polarisationsrichtungen in der Quelle. Nimmt man an, die Quelle sendet ein horizontal polarisiertes Photon zu Alice und ein vertikal polarisiertes Photon zu Bob. Stellt Alice den Winkel  $\alpha_A$  am Detektor ein und Bob  $\alpha_B$ , so sind die Wahrscheinlichkeiten für eine 0 zu messen in diesem Fall  $P(0_A) = \cos^2(\alpha_A)$  und  $P(0_B) = \sin^2(\alpha_B)$ . Man erhält für die Wahrscheinlichkeit, dass Alice und Bob trotz angenommener orthogonaler Verschränkung beide 0 messen  $P(0_A 0_B) = \cos^2(\alpha_A) \cdot \sin^2(\alpha_B) \neq 0$ , was den experimentellen Ergebnissen widerspricht. Ein zweiter Erklärungsversuch ist eine Festlegung der Messung am Detektor je nach Messeinstellung. Jedes Photon erhält ein Etikett und weiß, wie es sich bei entsprechender Messeinstellung am Detektor verhalten soll. Es werden acht mögliche Etikettierungen der Photonen gefunden. Alice und Bob haben dabei drei verschiedene, aber gleiche Messeinstellungen zur Auswahl. Auf den Begriff der Basis sollte ebenfalls verzichtet und stattdessen von Messeinstellung gesprochen werden. Man erhält für die acht Etikette die Tabelle 4.2.

**Tabelle 4.2.:** Beweis von Bell in der Schule. Alice und Bob haben drei Messeinstellungen zur Auswahl und messen bei gleicher Messeinstellung antikorreliert. Dabei gibt es acht mögliche Kombinationen.

	Alice			Bob		
	0°	60°	120°	0°	60°	120°
0	0	0	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1	0
2	0	1	0	1	0	1
3	0	1	1	1	0	0
4	1	0	0	0	1	1
5	1	0	1	0	1	0
6	1	1	0	0	0	1
7	1	1	1	0	0	0

Man erhält für die Wahrscheinlichkeiten

$$P_{gleich}(\lambda_i) = \begin{cases} 0 & , i \in \{0, 7\} \\ \frac{2}{3} & , \text{sonst} \end{cases} \quad P_{ungleich}(\lambda_i) = \begin{cases} 1 & , i \in \{0, 7\} \\ \frac{1}{3} & , \text{sonst} \end{cases}$$

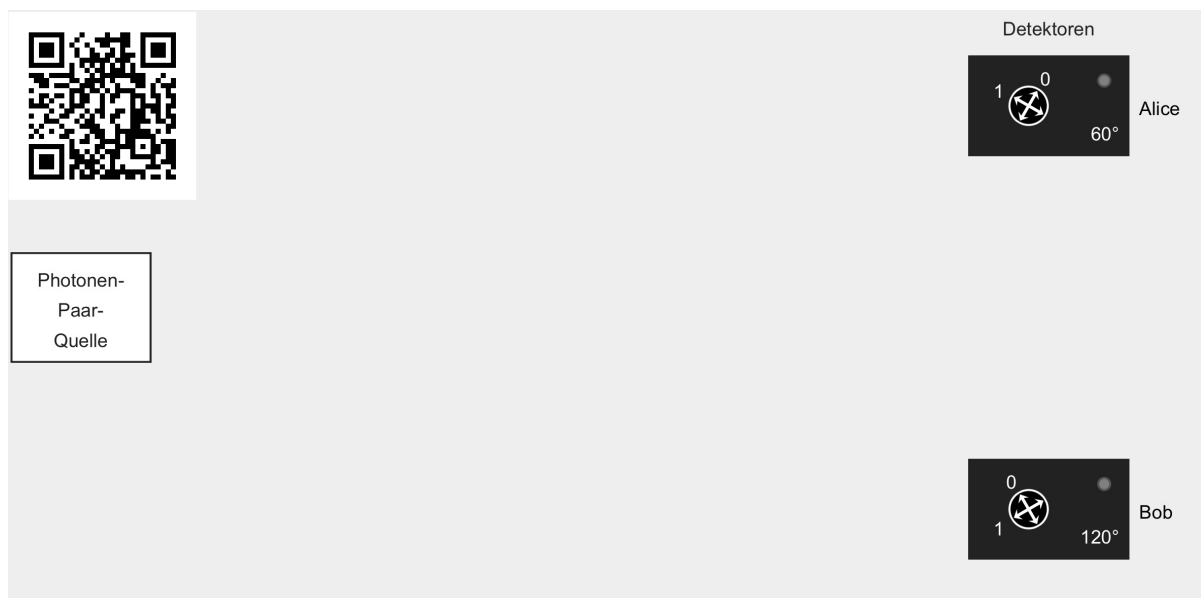
Die Verteilung der  $\lambda_i$  ist nicht bekannt, dennoch kann man die Schranken  $P_{gleich} \leq 2/3$  und  $P_{ungleich} \geq 1/3$  ablesen. Mit einer Simulation können die SuS durch Abzählen erkennen, dass die Grenzen nicht eingehalten werden. Man erhält  $P_{gleich} \approx 3/4$  und  $P_{ungleich} \approx 1/4$ .

Erklärt werden kann das Verhalten der verschränkten Photonen mit dem Kollaps der Wellenfunktion. Hier bietet sich eine Analogiebildung zum Doppelspaltversuch an. Statt einem System aus einem Quantenobjekt kollabiert hier ein System aus zwei Quantenobjekten, welche sich zuvor in einem Superpositionszustand aus zwei Teilchen befand. Messen Alice und Bob in der gleichen Messeinstellung, so kollabiert das System mit einer Wahrscheinlichkeit von 100% zu einem perfekt antikorrelierten Ergebnis. Wählen Alice und Bob unterschiedliche Messeinstellungen und sei  $\Delta\alpha$  der Winkelunterschied zwischen den Messeinstellungen, dann misst Bob mit einer Wahrscheinlichkeit von  $P(0_B) = \cos^2(\Delta\theta)$  eine 0, falls Alice eine 1 gemessen hat.

### 4.6.1. Verschränkte Zustände und Nichtlokalität

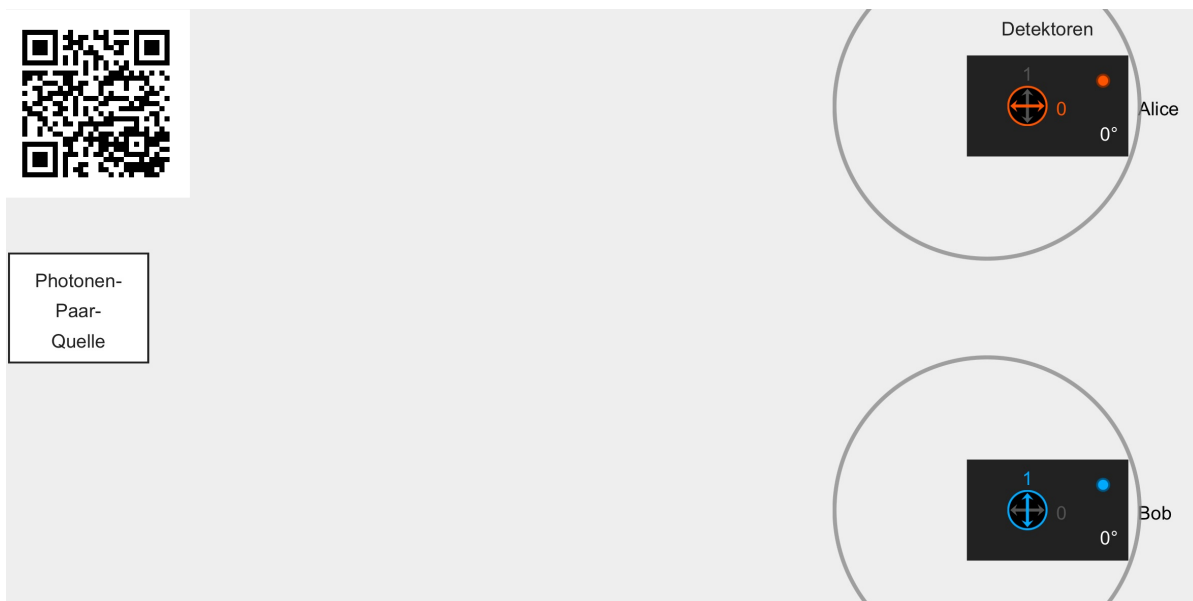
#### Die Animationen

Zur Nichtlokalität finden sich keine geeigneten Simulationen im Internet, weshalb eine passende Simulation in Zusammenarbeit mit Olaf Leismann [103] erstellt wurde. Die im Folgenden vorgestellten Animation wurden aus dieser entnommen. In der Animation in Abbildung 4.66 entsendet die Quelle einen orthogonal verschränkten Zustand. Alice und Bob wählen unabhängig voneinander ihre Messrichtung aus den Möglichkeiten  $0^\circ$ ,  $60^\circ$  und  $120^\circ$ . Die Detektoren zeigen die Polarisierung sowie das Messergebnis an. Das Messergebnis ist farblich codiert analog zu der Farbwahl in der Lernumgebung zur Polarisierung von Photonen (rot steht für 0 und blau für 1). Die SuS können leicht erkennen, dass die Ergebnisse immer antikorreliert sind, wenn Alice und Bob die gleiche Messeinstellung gewählt haben.



**Abbildung 4.66.:** Animation zum EPR-Gedankenexperiment, entnommen aus einer Simulation von Olaf Leismann [103], abrufbar unter <https://olafleismann.de/simulations/photonEntanglement/>, Zugriff am 08.07.2024

Die Animation in Abbildung 4.67 zeigt, dass die experimentellen Ergebnisse nicht durch Informationsübertragung erklärt werden können. Sendet Alice nach ihrer Messung eine Information mit dem Messergebnis an Bob (Darstellung über sich ausbreitende Kugelwelle), so erkennt man, dass Bobs Messergebnis schon feststeht bevor die Kugelwelle Bob erreicht. Eine Informationsübertragung kann damit ausgeschlossen werden.



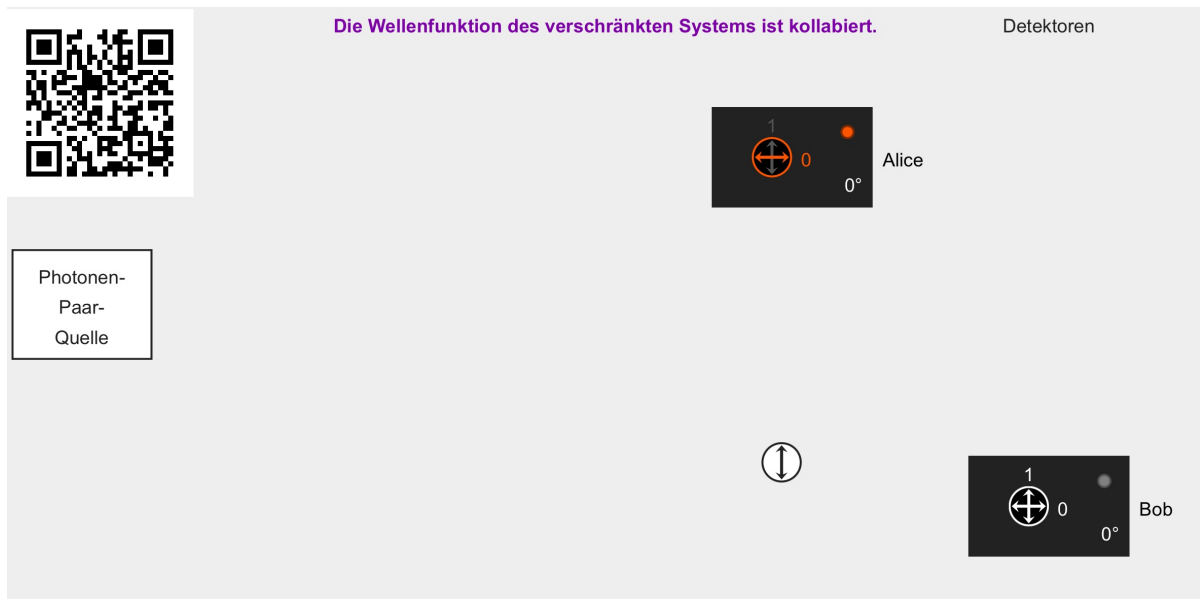
**Abbildung 4.67.:** Animation zum Ausschluss der Informationsübertragung zur Erklärung des EPR-Experiments, entnommen aus einer Simulation von Olaf Leismann [103], abrufbar unter <https://olafleismann.de/simulations/photonEntanglement/>, Zugriff am 08.07.2024

Zur Erklärung des Messprozesses dient die Animation in Abbildung 4.68. Alice rückt hier ein Stück näher an die Quelle heran, sodass sie zuerst misst. Misst Alice ihr Photon, so sieht man dass auch Bobs Photon in einen bestimmten Polarisationszustand kollabiert. Durch den Kollaps der Wellenfunktion wird der Superpositionszustand zerstört und die Wahrscheinlichkeit für die Messung an Bobs Detektor festgelegt. Hier wird nur die Messeinstellung  $0^\circ$  betrachtet, da die SuS bereits wissen, dass die Antikorrelation nur bei gleicher Messeinstellung zu beobachten ist.

### Die Lernumgebung

Die Lernumgebung zur Lokalität ist eine Lernumgebung, welche sich für GK und LK eignet. Voraussetzungen sind der quantenmechanische Messprozess, der Polarisationszustand sowie die Realität und Determiniertheit in der Quantenphysik. Es bietet sich an die Lernumgebung nach den verpflichtenden Themen, also nach der Lernumgebung zur Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation im Unterricht zu behandeln. Die Lernumgebung soll qualitativ die Nichtlokalität der Quantenphysik zeigen, weshalb der Grad der Mathematisierung gering ist. Der experimentelle Anteil liegt im mittleren Bereich. Es werden die Kompetenzen K3 und E8 angesprochen. Die SuS haben an dieser Stelle bereits einige Widersprüche der Quantenphysik zur klassischen Physik kennengelernt. Die Lernumgebung beginnt daher mit den Zweifel von EPR an der Vollständigkeit der Quantenphysik. Zunächst wird das Gedankenexperiment von EPR beschrieben und die möglichen Messergebnisse 0 und 1 werden anhand der gemessenen Polarisation für verschiedene Messeinstellungen eingeführt. Die Bilder erfüllen die Zeigefunktion und stellen





**Abbildung 4.68.:** Animation zur Erklärung des EPR-Gedankenexperiments, entnommen aus einer Simulation von Olaf Leismann [103], abrufbar unter <https://olafleismann.de/simulations/photonEntanglement/>, Zugriff am 08.07.2024

die Situationen dar. Die Messeinstellung wird analog zur Lernumgebung zum Polarisationszustand durch das eingezeichnete Kreuz dargestellt. In der ersten Aufgabe führen die SuS das EPR-Gedankenexperiment mit der Animation in Abbildung 4.66 durch. Die Aufgabe ist dem AF III zuzuordnen, da die SuS die Darstellungen der Animation deuten und aus den Beobachtungen eine Folgerung ziehen. Der Screenshot der Animation vermittelt eine Vorstellung des Ablaufs. Die SuS erkennen, dass Alice und Bob bei gleicher Messeinstellung stets antikorreliert messen. Dieses Messergebnis wird zur Definition verschränkter Photonen genutzt. Eine naheliegende Hypothese zur Erklärung des Experiments ist die Beeinflussung der Ergebnisse durch Informationsübertragung im Sinne der Lokalität. Ein Beispiel erläutert die Bedeutung der Lokalitätsdefinition. Anhand der Animation in Abbildung 4.67 folgern die SuS den Widerspruch zur aufgestellten Hypothese und schließen damit eine Informationsübertragung als Erklärung aus. Diese Bewertung der Hypothese ist dem AF III zuzuordnen. Zur Erklärung des Experiments befinden sich Alice und Bob in der Animation in Abbildung 4.68 in unterschiedlichen Entfernungen von der Quelle. Die Messung führt analog zu den vorherigen Experimenten mit einem Photon auch in einem System aus zwei Photonen zu einer Zerstörung des Superpositionszustands und damit zum Kollaps der Wellenfunktion. An dieser Stelle ist zu beachten, dass die experimentellen Ergebnisse unabhängig davon sind, ob Alice oder Bob zuerst messen. Die erste Messung realisiert den Wert der Eigenschaft „Polarisationsrichtung“ für beide Photonen fest. Die Skizze zeigt die möglichen Wertepaare, welche durch den Kollaps festgelegt werden können, sofern die Messeinstellung  $0^\circ$  gewählt wurde.

## Quanten und Atome

Nichtlokalität in der Quantenphysik

Michelle Schwarz

AG Prof. Dr. Rolf Pelster | Fakultät NT



UNIVERSITÄT  
DES  
SAARLANDES

### Verschränkung & Lokalität

Schwerpunkt	Fakultativer Inhalt: Quantenmechanisches Weltbild																														
Klassenstufe	12-13, G- und L-Kurs																														
Art	Lernumgebung																														
Positionierung	im Anschluss an den verpflichtenden Lehrplaninhalt																														
Lernvoraussetzungen	Realität und Determiniertheit in der Quantenphysik, quantenmechanischer Messprozess, Polarisationszustand																														
Lernziel	Die SuS definieren verschränkte Photonen und erläutern die Nichtlokalität der Quantenphysik.																														
Kompetenzen <sup>1</sup>	K3, E8																														
Kategorien	<table border="0"> <tr> <td>Erarbeitung von neuem Stoff</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Einübung von bekanntem Stoff</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Öffnung der Aufgabe</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Grad der Mathematisierung</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Experimenteller Anteil</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> </table>	Erarbeitung von neuem Stoff	0	1	2	3	4	Einübung von bekanntem Stoff	0	1	2	3	4	Öffnung der Aufgabe	0	1	2	3	4	Grad der Mathematisierung	0	1	2	3	4	Experimenteller Anteil	0	1	2	3	4
Erarbeitung von neuem Stoff	0	1	2	3	4																										
Einübung von bekanntem Stoff	0	1	2	3	4																										
Öffnung der Aufgabe	0	1	2	3	4																										
Grad der Mathematisierung	0	1	2	3	4																										
Experimenteller Anteil	0	1	2	3	4																										

<sup>1</sup>Kompetenzen entnommen aus: KMK & IQB. (2020). *Bildungsstandards im Fach Physik für die Allgemeine Hochschulreife: Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.06.2020*. Kronach: Carl Link Verlag. ISBN: 978-3-556-09045-9.

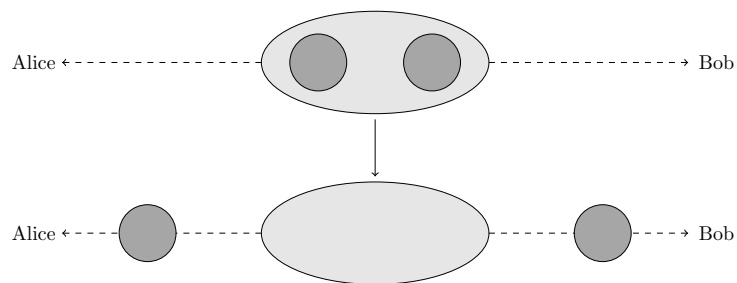


## Verschränkung & Lokalität in der Quantenphysik

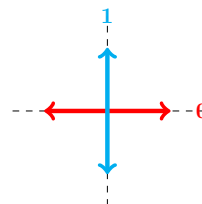
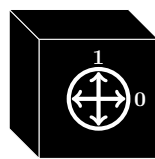
Albert Einstein, Boris Podolsky und Nathan Rosen (EPR) zweifelten 1935 die Vollständigkeit der Quantenmechanik an. Das Gedankenexperiment der drei Physiker ist heute unter dem Namen EPR-Paradoxon bekannt. Sie führen ein dazu analoges Experiment im Folgenden durch.

### Das Gedankenexperiment

Eine Quelle entsendet ein Photonenpaar. Ein Photon wird an Alice gesendet und ein Photon an Bob. Nach Versenden der Photonen besteht keine Wechselwirkung zwischen den beiden Photonen. Ihr Polarisationszustand ist unbekannt (definiert und unbekannt gemäß der klassischen Realitätsdefinition oder undefiniert gemäß der Einschränkung in der Quantenphysik).

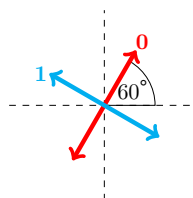
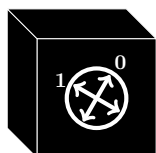


Alice und Bob messen die Polarisationsrichtung der Photonen. Wir betrachten eine Einstellung des Detektors, in welcher die Polarisationsrichtungen  $|\leftrightarrow\rangle$  und  $|\updownarrow\rangle$  gemessen werden können. Diese Einstellung bezeichnen wir als Messeinstellung  $0^\circ$ . Im Folgenden bezeichnen wir die Messergebnisse mit 0 und 1.

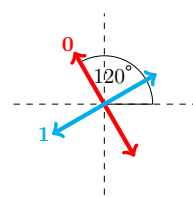
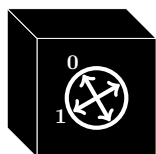


Messeinstellung  $0^\circ$

Alice und Bob können an ihrem Detektor auch andere Messeinstellungen einstellen, wie zum Beispiel  $60^\circ$  oder  $120^\circ$ . Auch in diesen Messeinstellungen können Alice und Bob 0 oder 1 messen:



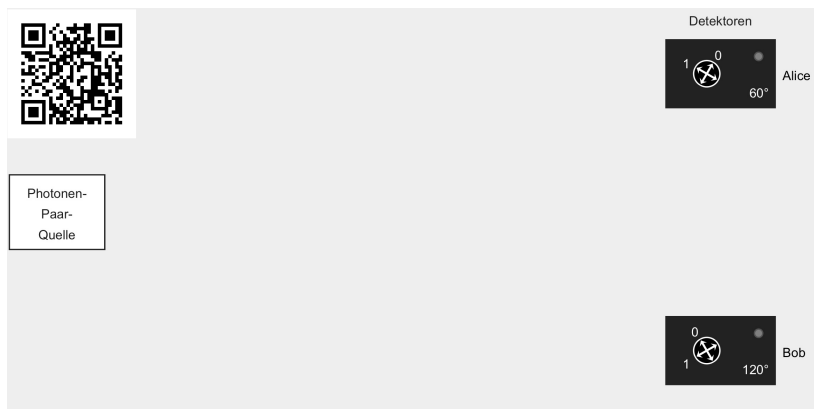
Messeinstellung  $60^\circ$



Messeinstellung  $120^\circ$

**Aufgabe 1**

- a) Im Folgenden wählen Alice und Bob unabhängig voneinander zwischen den Messeinstellung  $0^\circ$ ,  $60^\circ$  und  $120^\circ$ . Schauen Sie sich die Animationen des EPR-Experiments an (über QR-Code erreichbar). Notieren Sie jeweils die Messergebnisse von Alice und Bob sowie die gewählte Messeinstellung.



Animation zum EPR-Experiment. Quelle: Olaf Leismann, abrufbar unter <https://olaffeismann.de/simulations/photonEntanglement/>, Zugriff am 08.07.2024

	Alice		Bob	
	Messeinstellung	Messergebnis	Messeinstellung	Messergebnis
1	120°	1	120°	0
2	60°	0	120°	1
3	120°	1	120°	0
4	120°	1	120°	0
5	60°	0	60°	1
6	0°	0	120°	0
7	120°	0	0°	0
8	60°	1	0°	1
9	120°	1	60°	0
10	60°	1	120°	1

b) Vervollständigen Sie den Merksatz.

#### Verschränkte Photonen

Alice und Bob wählen unabhängig voneinander ihre Messeinstellung. Wählen sie zufällig die gleiche Messeinstellung, so messen sie immer **antikorreliert / umgekehrt / entgegengesetzt / unterschiedlich**. Quantenobjekte, die auf diese Art miteinander verknüpft sind, nennt man (orthogonal) verschränkt.

Diesen neuen Aspekt der Verschränkung wollen wir erklären. Ein Erklärungsversuch dafür wäre die Informationsübertragung zwischen Alice und Bob.

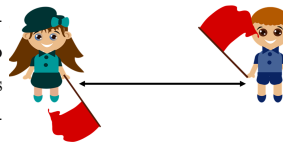
#### Hypothese: Alice und Bob tauschen sich aus und beeinflussen so die Messungen.

Zwei Messungen können sich nur beeinflussen, wenn Informationen übertragen werden. Informationen können maximal mit Lichtgeschwindigkeit übertragen werden. Daraus folgt die Definition der Lokalität.

#### Definition der Lokalität

Bei zwei gleichzeitig stattfindenden und räumlich getrennten Messungen A und B beeinflusst Messung A nicht das Messergebnis von B und umgekehrt.

**Beispiel:** Betrachten Sie nebenstehende Situation. Alice und Bob stehen in Sichtweite voneinander entfernt. Sobald Bob seine Flagge hebt, hebt auch Alice ihre Flagge gleichzeitig. Bob beobachtet jedoch eine Zeitverzögerung. Grund dafür ist, dass die Information „Bob hebt seine Flagge“ maximal mit Lichtgeschwindigkeit übertragen werden kann.



Michelle Schwarz



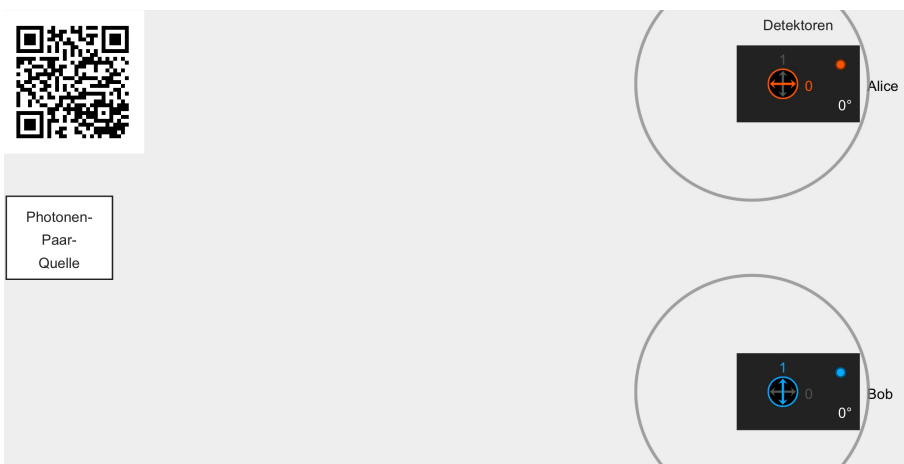
4



Im Folgenden wollen wir prüfen, ob diese Lokalitätsdefinition auch in der Quantenphysik tragbar ist.

**Aufgabe 2**

Schauen Sie sich die Animation (über den QR-Code erreichbar) an. Beschreiben Sie Ihre Beobachtung hinsichtlich einer möglichen Informationsübertragung. Beurteilen Sie Ihre Beobachtung im Hinblick auf die Definition der Lokalität.

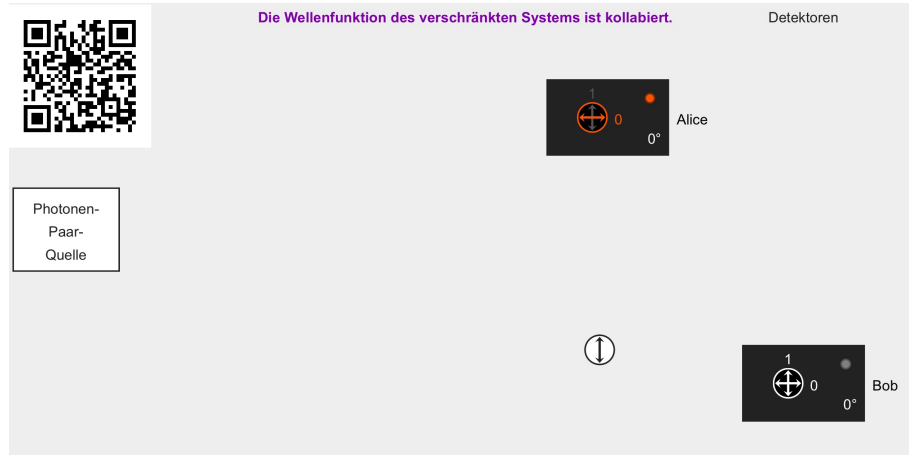


Animation zur Informationsübertragung beim EPR-Experiment. Quelle: Olaf Leismann, abrufbar unter <https://olafleismann.de/simulations/photonEntanglement/>, Zugriff am 08.07.2024

Die Informationsübertragung ist als Kugelwelle dargestellt, welche sich nach Messen des Photons bei Alice in Richtung Bob ausbreitet. Man beobachtet, dass die Messung von Bobs Photon bereits erfolgt ist, bevor die Kugelwelle, also die Information über das Messergebnis, bei Bobs Detektor ankommt. Das Messergebnis kann nicht durch Informationsaustausch erklärt werden.

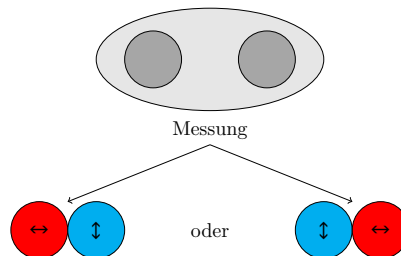
**Erklärung des Experiments**

Schauen Sie sich zur Erklärung des Experiments die folgende Animation (über den QR-Code an). Bob befindet sich nun weiter von der Quelle entfernt als Alice. In der Animation wird angenommen, dass Alice und Bob die gleiche Messeinstellung ( $0^\circ$ ) wählen.



Animation zur Erklärung des EPR-Experiments. Quelle: Olaf Leismann, abrufbar unter <https://olafleismann.de/simulations/photonEntanglement/>, Zugriff am 08.07.2024

Die Quelle entsendet ein verschränktes Photonenpaar, welches sich in einem Superpositionszustand aus zwei Teilchen befindet. Da Alice und Bob die Messeinstellung  $0^\circ$  wählen, misst Alice entweder ein horizontal polarisiertes Photon  $|\leftrightarrow\rangle$  oder ein vertikal polarisiertes Photon  $|\uparrow\downarrow\rangle$ . Das Photon von Bob nimmt instantan die entgegengesetzte Polarisationsrichtung an:



Die Messung von Alice zerstört den Superpositionszustand (Kollaps der Wellenfunktion) und realisiert die Polarisationsrichtung beider Photonen. Umgekehrt könnte auch Bob zuerst messen und damit den Superpositionszustand zerstören und beide Polarisationsrichtungen realisieren.

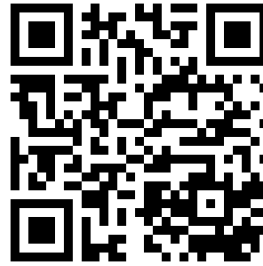
**Lokalität in der Quantenphysik**

Der Kollaps der Wellenfunktion führt zur beobachteten Antikorrelation. Die erste Messung realisiert den Wert der Eigenschaft „Polarisationsrichtung“ für beide Photonen. Bei gleicher Messeinstellung messen Alice und Bob immer antikorreliert ohne Informationsübertragung. Die Quantenphysik ist nichtlokal.

## Lösung und LEK



Lösung



LEK

## Didaktische Hinweise

- Die Lernumgebung zeigt rein phänomenologisch anhand der Messergebnisse und dem Phänomen der Verschränkung die Verletzung des lokalen Realismus. Für den Beweis von Bell gibt es eine separate Lernumgebung.
- In der vorliegenden Lernumgebung wird die orthogonale Verschränkung betrachtet. Neben dieser gibt es auch die parallele Verschränkung. Bei einer parallelen Verschränkung messen Alice und Bob bei gleicher Messeinstellung immer das gleiche Ergebnis.
- Es gibt nur eine Definition der Lokalität. Die klassische Physik erfüllt diese und die Quantenphysik nicht.
- Die Erzeugung verschränkter Photonen ist ein Naturphänomen. Polarisationsverschränkte Photonenpaare können mittels der Spontanen Parametrischen Fluoreszenz (Down Conversion) erzeugt werden. Die technische Herausforderung besteht im Nachweis der Verschränkung. Eine genaue Erklärung geht weit über den Schulstoff hinaus. Für die SuS nachvollziehbar ist die Erklärung über Erhaltungssätze. Bekannt sind den SuS die Energie- und Impulserhaltung. Ein weiterer Erhaltungssatz erklärt die Erzeugung verschränkter Photonenpaare.
- Der Lehrplan sieht neben Realität, Determiniertheit und Lokalität auch die Besprechung des Kausalitätsbegriffs vor. Alice kann das Ergebnis von Bob nicht aktiv beeinflussen, da ihre eigenes Messergebnis nicht vorherbestimmt ist. Es wird keine Information mit Überlichtgeschwindigkeit übertragen und die Kausalität wird auch nicht verletzt (Begründung Minkowski-Diagramm). Manchmal spricht man von „fehlender Kausalität“, was aber lediglich ausdrücken soll, dass es keine Kausalkette zwischen Alice und Bob gibt, es gibt keine aktive direkte Beeinflussung, also keine Ursache-Wirkung-Beziehung.



### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
<b>Aufgabe 1</b>		
a) b)	K3: entnehmen unter Berücksichtigung ihres Vorwissens aus Beobachtungen, Darstellungen und Texten relevante Informationen und geben diese in passender Struktur und angemessener Fachsprache wieder.	III
<b>Aufgabe 2</b>		
	E8: beurteilen die Eignung physikalischer Modelle und Theorien für die Lösung von Problemen	III

## LEK

Die erste LEK in in Abbildung 4.69 prüft das Verständnis des EPR-Experiments und der Nichtlokalität. Das Bild erfüllt die Zeigefunktion und stellt die Situation dar. Die SuS ordnen den angegebenen Messeinstellungen die möglichen Messergebnisse sowie die passenden Aussagen zu. Dabei liegt die Schwierigkeit darin, dass bei unterschiedlicher Messeinstellung sowohl antikorreliert als auch gleich gemessen werden kann. Die Aufgabe ist dem AF II zuzuordnen.

**Lokalität** ↗

**Aufgabe:** Ordnen Sie die möglichen Messergebnisse von Alice und Bob den gewählten Messeinstellungen zu. Wählen Sie passende Aussagen aus.

Situation	Messeinstellung	Mögliche Ergebnisse	Aussagen
<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="background-color: black; color: white; padding: 2px 5px; margin-right: 10px;">Photonen-paarquelle</div> </div>	Alice: 0° Bob: 0°		
	Alice: 60° Bob: 120°		

Alice: 1  
Bob: 0

Alice: 0  
Bob: 0

Alice und Bob können das gleiche Ergebnis messen.

Alice: 1  
Bob: 1

Alice: 0  
Bob: 1

Alice und Bob müssen unterschiedliche Messergebnisse messen.

Alice und Bob können unterschiedliche Messergebnisse messen.

Alice und Bob müssen das gleiche Ergebnis messen.

✓ Überprüfen

Nutzungsrechte

**Abbildung 4.69.:** LEK zur Nichtlokalität. Die SuS ordnen die Ergebnisse des EPR-Experiments dem Versuchsaufbau zu und wählen die passenden Aussagen aus. Durch die Schaltfläche „Überprüfen“ besteht die Möglichkeit zur Selbstkontrolle der Lösung.

Die zweite LEK in Abbildung 4.70 prüft das Verständnis der Nichtlokalität in Form von Aussagen. Dabei bildet die erste Aussage einen Teil des Merksatzes zur Nichtlokalität und gilt damit als Reproduktionsaufgabe im AF I. Die zweite und dritte Aussage nehmen Bezug zur Loka-

litätsdefinition und insbesondere zur Informationsübertragung. Diese sind der Reorganisation und damit dem AF II zuzuordnen.

**Abbildung 4.70.:** LEK zu Aussagen zur Nichtlokalität. Die SuS entscheiden, ob die Aussagen wahr oder falsch sind.

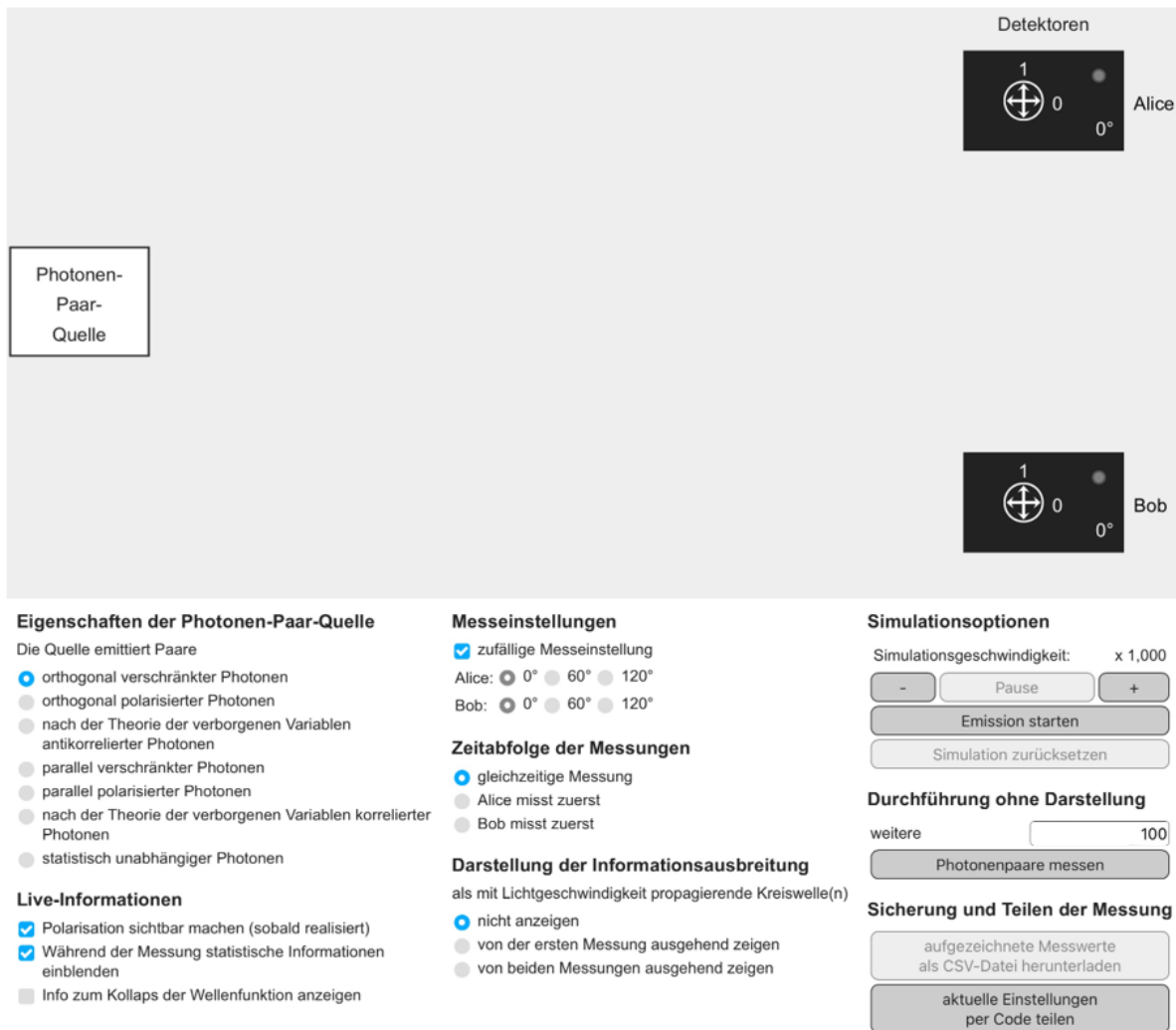
#### 4.6.2. Beweis der Nichtlokalität

Zum Beweis der Nichtlokalität kann man in der Schule eine vereinfachte Form des Beweises von Bell durchführen. Der Grad der Mathematisierung wird durch die vereinfachte Form stark reduziert und eignet sich insbesondere für den LK.

#### Die Simulation

Online konnte lediglich eine Simulation zu den verborgenen Variablen auf der Seite von QuVis gefunden werden. Allerdings arbeitet diese Simulation mit dem Spin statt der Polarisation von Photonen [146]. Der Spin wird im saarländischen Lehrplan nicht behandelt, weshalb sich diese Simulation für die Lernumgebung nicht eignet. Der Beweis der Nichtlokalität kann mit einer in Zusammenarbeit mit Olaf Leismann [103] erstellten Simulation (Abbildung 4.71) durchgeführt werden. Man kann wählen zwischen (orthogonal oder parallel) verschränkten oder polarisierten Photonen, der Theorie der verborgenen Variablen sowie statistisch unabhängiger Photonen. Es ist möglich die Darstellungsart (Polarisation sichtbar, Anzeige statistischer Information, Anzeige des Kollaps der Wellenfunktion) anzupassen sowie die Zeitabfolge der Messungen festzulegen. Auch die Simulationsgeschwindigkeit sowie die Anzahl der Durchführungen kann festgelegt werden. Man kann weiterhin eine feste oder zufällige Messeinstellung auswählen. Zum Ausschluss der Erklärung des EPR-Experiments durch Informationsübertragung bietet die Simulation die Möglichkeit der Einblendung einer Kreiswelle. Außerdem bietet die Simulation die Möglichkeit, die aufgenommenen Daten zu exportieren, um eine genauere Analyse in einem Tabellenkalkulationsprogramm durchzuführen. Diese Auswertung kostet in der Schule viel Zeit, weshalb auch eine automatische Auswertung der Anzahl der gleichen und ungleichen Messergebnisse bei

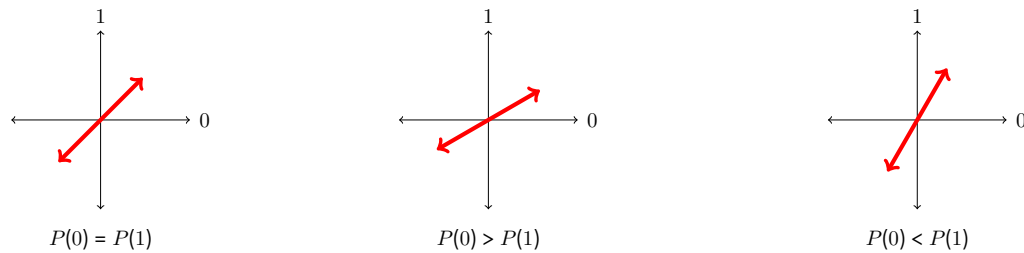
gleicher und verschiedener Messeinstellung erfolgt. Weiterhin besteht die Möglichkeit für die Lehrperson, eine Reihe von Daten aufzunehmen oder eine feste Einstellung vorzugeben und diese durch einen Code an die SuS zu senden. Neben den für die Schule relevanten Funktionen bietet die Simulation auch zahlreiche Anwendungen im universitären Kontext, welche in [103] dargestellt werden.



**Abbildung 4.71.:** Simulation zum Beweis von Bell von Olaf Leismann [103], abrufbar unter <https://olafleismann.de/simulations/photonEntanglement/>, Zugriff am 08.07.2024

## Die Lernumgebung

Die Lernumgebung zum Beweis der Nichtlokalität eignet sich für den LK als Vertiefung der Lernumgebung zur Lokalität. Daher bietet es sich an, die Lernumgebung im Anschluss an die Behandlung der Lokalität im Unterricht einzusetzen. Lernvoraussetzungen sind die Nichtlokalität der Quantenphysik, die Verschränkung sowie die quantenmechanische Realität. Der Grad



**Abbildung 4.72.:** Erklärung für das Auftreffen eines beliebig polarisierten Photons auf die Messeinstellung  $0^\circ$ . Der Winkelunterschied zwischen Polarisation und Messrichtung entscheidet über die Wahrscheinlichkeit für das Messergebnis.

der Mathematisierung wird gering gehalten, experimenteller und theoretischer Anteil gleichen sich aus. Es werden die Kompetenzen S4, S7 und E8 angesprochen.

Die Lernumgebung beginnt mit der Wiederholung des experimentellen Ergebnisses, da dieses die Grundlage des Beweises bildet. Außerdem wird der erste Erklärungsversuch aus der Lernumgebung zur Verschränkung und Lokalität wiederholt, da eine Informationsübertragung bereits ausgeschlossen wurde. Die Hypothese des ersten Erklärungsversuchs behauptet, dass die Photonen bereits in der Quelle die Polarisation festlegen. Die Skizze konstruiert den Vorgang gemäß dieser. Die SuS zeigen mit der Simulation, dass auch bei gleicher Messeinstellung manchmal gleiche Ergebnisse auftreten, was den experimentellen Beobachtungen widerspricht. Die Aufgabe ist dem AF III zuzuordnen, da die SuS die Beobachtungen aus der Simulation deuten und daraus die Hypothese bewerten. Das Bild der Simulation vermittelt eine Vorstellung über das Experiment. Damit wurde die erste Hypothese widerlegt. Als Fazit kann man festhalten, dass die Photonen in einem Superpositionszustand die Quelle verlassen. Bei Erklärungsversuch 1 kann die Frage aufkommen, wie der Detektor zum Beispiel in der Messeinstellung  $0^\circ$  auch bei beliebig polarisierten Photonen entscheiden kann, ob eine 0 oder eine 1 gemessen wird. Da dieser Erklärungsversuch sofort verworfen wird, ist die Erklärung kein Teil der Lernumgebung. Eine einfache Möglichkeit der Erklärung bietet die in den didaktischen Hinweisen dargestellte bildliche Darstellung in Abbildung 4.72.

Trifft ein diagonal polarisiertes Photon auf einen Detektor in der Messeinstellung  $0^\circ$ , so wird mit einer Wahrscheinlichkeit von jeweils 50 % eine 0 oder eine 1 gemessen. Bei einer Polarisation von  $30^\circ$  ist es wahrscheinlicher, dass eine 0 gemessen wird. Bei einer Polarisation von  $60^\circ$  ist es wahrscheinlicher, dass eine 1 gemessen wird.

Als zweiter Erklärungsversuch wird die Theorie der verborgenen Variablen überprüft, was in der Lernumgebung in einer zweiten Hypothese als geheime Abstimmung behauptet wird. Zunächst muss die Theorie das experimentelle Ergebnis bei gleicher Messeinstellung widerspiegeln. Dazu füllen die SuS die Tabelle der geheimen Abstimmung aus und erkennen, dass die Theorie der verborgenen Variablen für gleiche Messeinstellungen das Experiment erklärt. Die Bewertung der Hypothese ist dem AF III zuzuordnen. Die Theorie muss aber auch für verschiedene

Messeinstellungen gelten, was in einer dritten Hypothese behauptet wird. Auf Grundlage der Theorie der verborgenen Variablen muss also eine Regel gefunden werden, um die Theorie und die experimentellen Ergebnisse für verschiedene Messeinstellungen zu vergleichen. Anhand der in der didaktischen Analyse beschriebenen Vorgehensweise, bestimmen die SuS die Wahrscheinlichkeiten für ein gleiches oder ungleiches Messergebnis in jedem Etikett. Die obere bzw. untere Schranke ist leicht ersichtlich. Die Aufgabe ist dem AF II zuzuordnen, da die SuS die Berechnung der Wahrscheinlichkeiten analog dem gegebenen Beispiel durchführen. Mit der Simulation führen die SuS das Experiment anschließend mit verschränkten Photonen durch und widerlegen damit die Hypothese der verborgenen Variablen. Die Aufgabe ist dem AF III zuzuordnen, da die SuS die Beobachtungen aus der Simulation deuten und daraus die Hypothese bewerten. Die Daten könnten von den SuS auch selbst ausgewertet werden, was für das Ziel der Lernumgebung aber keinen zusätzlichen Lerneffekt bringt. Damit konnte die Nichtlokalität und die Vollständigkeit der Quantenphysik gezeigt werden.

## Quanten und Atome

Nichtlokalität in der Quantenphysik

Michelle Schwarz

AG Prof. Dr. Rolf Pelster | Fakultät NT



UNIVERSITÄT  
DES  
SAARLANDES

### Beweis der Nichtlokalität

Schwerpunkt	Fakultativer Inhalt: Quantenmechanisches Weltbild																														
Klassenstufe	12-13, L-Kurs																														
Art	Lernumgebung																														
Positionierung	im Anschluss an die Lernumgebung „Lokalität“																														
Lernvoraussetzungen	Nichtlokalität und Realität in der Quantenphysik, Verschränkung																														
Lernziel	Die SuS erläutern, dass nur die Quantenphysik eine widerspruchsfreie Erklärung für die experimentellen Ergebnisse des EPR-Experiments liefert und diese damit nichtlokal ist.																														
Kompetenzen <sup>1</sup>	S4, S7, E8																														
Kategorien	<table border="0"> <tr> <td>Erarbeitung von neuem Stoff</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Einübung von bekanntem Stoff</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Öffnung der Aufgabe</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Grad der Mathematisierung</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>Experimenteller Anteil</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> </table>	Erarbeitung von neuem Stoff	0	1	2	3	4	Einübung von bekanntem Stoff	0	1	2	3	4	Öffnung der Aufgabe	0	1	2	3	4	Grad der Mathematisierung	0	1	2	3	4	Experimenteller Anteil	0	1	2	3	4
Erarbeitung von neuem Stoff	0	1	2	3	4																										
Einübung von bekanntem Stoff	0	1	2	3	4																										
Öffnung der Aufgabe	0	1	2	3	4																										
Grad der Mathematisierung	0	1	2	3	4																										
Experimenteller Anteil	0	1	2	3	4																										

<sup>1</sup>Kompetenzen entnommen aus: KMK & IQB. (2020). *Bildungsstandards im Fach Physik für die Allgemeine Hochschulreife: Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.06.2020*. Kronach: Carl Link Verlag. ISBN: 978-3-556-09045-9.



## Der Beweis der Nichtlokalität der Quantenphysik

Sie haben schon das Prinzip der Verschränkung kennengelernt und gesehen, dass die Quantenphysik nichtlokal ist. Dies widerspricht unseren Beobachtungen im Alltag. Daher fragen wir uns: Gibt es noch eine andere Erklärung, die sich mit unserer Vorstellung des lokalen Realismus vereinbaren lässt?

### Experimentelles Ergebnis

Bei gleicher Messeinstellung messen Alice und Bob immer antikorreliert. Das heißt: Sie dürfen bei gleicher Messeinstellung nie gleiche Messergebnisse erhalten.

## Erklärungsversuch 0

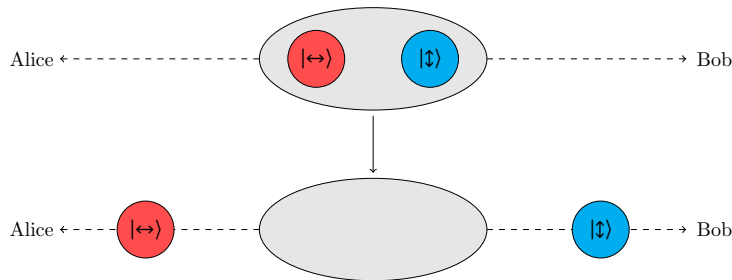
**Hypothese 0: Alice und Bob tauschen sich aus und beeinflussen so die Messungen.**

Diese Hypothese konnte bereits in der Lernumgebung „Verschränkung & Lokalität“ widerlegt werden. Es findet keine Informationsübertragung statt.

## Erklärungsversuch 1

**Hypothese 1: Die Quelle legt die Polarisation der Photonen fest.**

Zum Beispiel entscheidet die Quelle, dass ein horizontal polarisiertes Photon an Alice gesendet wird und ein vertikal polarisiertes Photon an Bob.



### Aufgabe 1

Wählen Sie in der Simulation (über QR-Code erreichbar) „orthogonal polarisierte Photonen“ aus. Führen Sie 100 Messungen durch und vergleichen Sie die Ergebnisse bei gleicher Messeinstellung. Nehmen Sie Stellung zur Hypothese.



The screenshot shows a simulation interface for quantum entanglement. At the top left is a QR code labeled 'Photonen-Paar-Quelle'. To its right is a large grey area representing the simulation space. On the right side, there are two detector panels labeled 'Alice' and 'Bob', each showing a dial with '1' and '0' and a '0°' label. Below the simulation area is a control panel with several sections:

- Eigenschaften der Photonen-Paar-Quelle:** Includes options like 'orthogonal verschränkter Photonen' (selected), 'orthogonal polarisierter Photonen', and 'statistisch unabhängiger Photonen'.
- Messeinstellungen:** Includes 'zufällige Messeinstellung' (checked) and angle selectors for Alice and Bob (0°, 60°, 120°).
- Zeitabfolge der Messungen:** Includes 'gleichzeitige Messung' (selected) and options for who measures first.
- Darstellung der Informationsausbreitung:** Includes 'nicht anzeigen' (selected) and options for how information spread is shown.
- Simulationsoptionen:** Includes a speed multiplier (x 1,000), 'Pause', 'Emission starten', and 'Simulation zurücksetzen' buttons.
- Durchführung ohne Darstellung:** Includes a 'weitere' counter (100) and a 'Photonenpaare messen' button.
- Sicherung und Teilen der Messung:** Includes buttons for 'aufgezeichnete Messwerte als CSV-Datei herunterladen' and 'aktuelle Einstellungen per Code teilen'.

Simulation zum Beweis der Nichtlokalität, Quelle: Olaf Leismann, abrufbar unter <https://olafleismann.de/simulations/photonEntanglement/>, Zugriff am 08.07.2024

Bei gleicher Messeinstellung erhalten Alice und Bob manchmal gleiche Ergebnisse. Das darf gemäß dem experimentellen Ergebnis nicht vorkommen. Unsere Hypothese erklärt das Experiment nicht und wir müssen sie verwerfen.

**Fazit zu Hypothese 1**

Die Polarisation der Photonen ist in der Quelle unbestimmt, das heißt die Photonen befinden sich in einem Superpositionszustand.



## Erklärungsversuch 2: Einsteins Idee

### Hypothese 2: Die Photonen stimmen sich in der Quelle ab.

Zur „Rettung des lokalen Realismus“ behaupteten Albert Einstein, Boris Podolsky und Nathan Rosen, dass sich die Photonen in der Quelle abstimmen. Diese Abstimmung bedeutet, dass die Photonen geheime Eigenschaften in sich tragen, die wir nur nicht kennen. Man bezeichnet diese Theorie als „Theorie der verborgenen Variablen“.

### Die geheime Abstimmung

Die Photonen erhalten in der Quelle ein Etikett, welches das Verhalten bei einer bestimmten Messeinstellung am Detektor bestimmt. Ein Etikett für das Photon, welches zu Alice gesendet wird, ist zum Beispiel:

- Wenn Alice  $0^\circ$  einstellt, misst Alice eine 1.
- Wenn Alice  $60^\circ$  einstellt, misst Alice eine 0.
- Wenn Alice  $120^\circ$  einstellt, misst Alice eine 1.

Da Alice und Bob immer antikorreliert messen, kennt das Photon von Bob auch sein Verhalten:

- Wenn Bob  $0^\circ$  einstellt, misst Bob eine 0.
- Wenn Bob  $60^\circ$  einstellt, misst Bob eine 1.
- Wenn Bob  $120^\circ$  einstellt, misst Bob eine 1.

### Aufgabe 2

Das Photon von Alice kann acht verschiedene Etiketten tragen. Ergänzen Sie die Tabelle so, dass Alice und Bob bei gleicher Messeinstellung immer antikorreliert messen. Nehmen Sie Stellung zu diesem Erklärungsversuch in Bezug auf unsere Beobachtung im Experiment.

Etikett	Messeinstellung Alice			Messeinstellung Bob		
	$0^\circ$	$60^\circ$	$120^\circ$	$0^\circ$	$60^\circ$	$120^\circ$
0	0	0	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1	0
2	0	1	0	1	0	1
3	0	1	1	1	0	0
4	1	0	0	0	1	1
5	1	0	1	0	1	0
6	1	1	0	0	0	1
7	1	1	1	0	0	0

Bei gleicher Messeinstellung messen Alice und Bob immer antikorreliert, das heißt die Hypothese erklärt das Experiment für gleiche Messeinstellungen.

**Fazit zu Hypothese 2**

Für gleiche Messeinstellungen erklärt die Theorie der verborgenen Variablen das Experiment.

**Hypothese 3: Die Theorie der verborgenen Variablen gilt auch für verschiedene Messeinstellungen von Alice und Bob.**

Wenn die Theorie der verborgenen Variablen die Quantenphysik vollständig beschreibt, dann muss sie auch für unterschiedliche Messeinstellungen das experimentelle Ergebnis korrekt vorhersagen.

Dazu bestimmen wir für jedes Etikett die Wahrscheinlichkeit bei unterschiedlicher Messeinstellung ein gleiches oder ungleiches Ergebnis zu erhalten.

**Beispiel:** Wir betrachten Etikett 5.

Etikett	Messeinstellung Alice			Messeinstellung Bob		
	0°	60°	120°	0°	60°	120°
5	1	0	1	0	1	0

Wir betrachten nur die Fälle, in denen Alice und Bob unterschiedliche Messeinstellungen wählen. Wir tragen die Messwerte in eine Tabelle ein und zählen die Anzahl für gleiche und ungleiche Ergebnisse und berechnen daraus die Wahrscheinlichkeiten.

		Alice		
		0°	60°	120°
Bob	0°			
	60°			
	120°			

- Anzahl gleicher Ergebnisse: 4
- Anzahl ungleicher Ergebnisse: 2
- $P(\text{gleiches Ergebnis}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
- $P(\text{ungleiches Ergebnis}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

**Aufgabe 3**

Bestimmen Sie nun für jedes Etikett die Wahrscheinlichkeit, dass Alice und Bob gleiche bzw. unterschiedliche Ergebnisse messen. Tragen Sie die Ergebnisse in die Tabelle ein. Ergänzen Sie anschließend die Regel für die Theorie der verborgenen Variablen.



**Regel für die Theorie der verborgenen Variablen**  
 Wählen Alice und Bob unterschiedliche Messeinstellungen, so gilt nach der Theorie der verborgenen Variablen:  $P(\text{gleiches Ergebnis}) \leq 2/3$  und  $P(\text{ungleiches Ergebnis}) \geq 1/3$

Etikett	Tabelle				P(gleich)	P(ungleich)																
	Alice \ Bob	0°	60°	120°																		
0	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">Alice \ Bob</td> <td style="padding: 2px;">0°</td> <td style="padding: 2px;">60°</td> <td style="padding: 2px;">120°</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">0°</td> <td style="padding: 2px;">■</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">60°</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">■</td> <td style="padding: 2px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">120°</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">■</td> </tr> </table>	Alice \ Bob	0°	60°	120°	0°	■	0	0	60°	1	■	1	120°	1	0	■				0	1
Alice \ Bob	0°	60°	120°																			
0°	■	0	0																			
60°	1	■	1																			
120°	1	0	■																			
1	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">Alice \ Bob</td> <td style="padding: 2px;">0°</td> <td style="padding: 2px;">60°</td> <td style="padding: 2px;">120°</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">0°</td> <td style="padding: 2px;">■</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">60°</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">■</td> <td style="padding: 2px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">120°</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">■</td> </tr> </table>	Alice \ Bob	0°	60°	120°	0°	■	0	1	60°	1	■	1	120°	0	0	■				$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
Alice \ Bob	0°	60°	120°																			
0°	■	0	1																			
60°	1	■	1																			
120°	0	0	■																			
2	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">Alice \ Bob</td> <td style="padding: 2px;">0°</td> <td style="padding: 2px;">60°</td> <td style="padding: 2px;">120°</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">0°</td> <td style="padding: 2px;">■</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">60°</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">■</td> <td style="padding: 2px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">120°</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">■</td> </tr> </table>	Alice \ Bob	0°	60°	120°	0°	■	1	0	60°	0	■	0	120°	1	0	■				$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
Alice \ Bob	0°	60°	120°																			
0°	■	1	0																			
60°	0	■	0																			
120°	1	0	■																			
3	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">Alice \ Bob</td> <td style="padding: 2px;">0°</td> <td style="padding: 2px;">60°</td> <td style="padding: 2px;">120°</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">0°</td> <td style="padding: 2px;">■</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">60°</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">■</td> <td style="padding: 2px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">120°</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">■</td> </tr> </table>	Alice \ Bob	0°	60°	120°	0°	■	1	1	60°	0	■	1	120°	0	0	■				$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
Alice \ Bob	0°	60°	120°																			
0°	■	1	1																			
60°	0	■	1																			
120°	0	0	■																			
4	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">Alice \ Bob</td> <td style="padding: 2px;">0°</td> <td style="padding: 2px;">60°</td> <td style="padding: 2px;">120°</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">0°</td> <td style="padding: 2px;">■</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">60°</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">■</td> <td style="padding: 2px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">120°</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">■</td> </tr> </table>	Alice \ Bob	0°	60°	120°	0°	■	0	0	60°	1	■	1	120°	1	1	■				$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
Alice \ Bob	0°	60°	120°																			
0°	■	0	0																			
60°	1	■	1																			
120°	1	1	■																			
5	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">Alice \ Bob</td> <td style="padding: 2px;">0°</td> <td style="padding: 2px;">60°</td> <td style="padding: 2px;">120°</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">0°</td> <td style="padding: 2px;">■</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">60°</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">■</td> <td style="padding: 2px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">120°</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">■</td> </tr> </table>	Alice \ Bob	0°	60°	120°	0°	■	0	1	60°	1	■	1	120°	0	1	■				$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
Alice \ Bob	0°	60°	120°																			
0°	■	0	1																			
60°	1	■	1																			
120°	0	1	■																			
6	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">Alice \ Bob</td> <td style="padding: 2px;">0°</td> <td style="padding: 2px;">60°</td> <td style="padding: 2px;">120°</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">0°</td> <td style="padding: 2px;">■</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">60°</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">120°</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">■</td> </tr> </table>	Alice \ Bob	0°	60°	120°	0°	■	0	0	60°	0	1	0	120°	1	1	■				$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
Alice \ Bob	0°	60°	120°																			
0°	■	0	0																			
60°	0	1	0																			
120°	1	1	■																			
7	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">Alice \ Bob</td> <td style="padding: 2px;">0°</td> <td style="padding: 2px;">60°</td> <td style="padding: 2px;">120°</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">0°</td> <td style="padding: 2px;">■</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">60°</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">120°</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">■</td> </tr> </table>	Alice \ Bob	0°	60°	120°	0°	■	1	1	60°	0	1	0	120°	0	1	■				0	1
Alice \ Bob	0°	60°	120°																			
0°	■	1	1																			
60°	0	1	0																			
120°	0	1	■																			



**Aufgabe 4**

Beurteilen Sie die Theorie der verborgenen Variablen, indem Sie diese mit den experimentellen Ergebnissen aus der Simulation aus Aufgabe 1 vergleichen. Wählen Sie „orthogonal verschränkte Photonen“ als Photonenpaarquelle. Führen Sie 1000 Messungen durch. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten  $P(\text{gleiches Ergebnis})$  und  $P(\text{ungleiches Ergebnis})$  für die Fälle, in denen Alice und Bob unterschiedliche Messeinstellungen gewählt haben.

Wir erhalten für die Wahrscheinlichkeit  $P(\text{gleiches Ergebnis}) = 3/4 > 2/3$  und damit einen Widerspruch zur Theorie der verborgenen Variablen.

**Fazit zu Hypothese 3**

Die Theorie der verborgenen Variablen stimmt für unterschiedliche Messeinstellungen nicht mit den experimentellen Ergebnissen überein. Daher muss die Theorie der verborgenen Variablen als Erklärungsversuch auch verworfen werden.

Alle Erklärungsversuche sind damit gescheitert, allein die Quantenphysik liefert eine widerspruchsfreie Erklärung.

**Nichtlokalität der Quantenphysik**

Die Quantenphysik ist eine vollständige und nichtlokale Theorie. Die erste Messung realisiert den Wert der Eigenschaft „Polarisationsrichtung“ für beide Photonen. Bei gleicher Messeinstellung messen Alice und Bob immer antikorreliert ohne Informationsübertragung.

**Lösung**

Lösung

**Didaktische Hinweise**

- John Stewart Bell zeigte 1964 erstmals den Widerspruch der Theorie der verborgenen Variablen und zeigte damit die Nichtlokalität der Quantenphysik. Er führte den Beweis rein

Michelle Schwarz

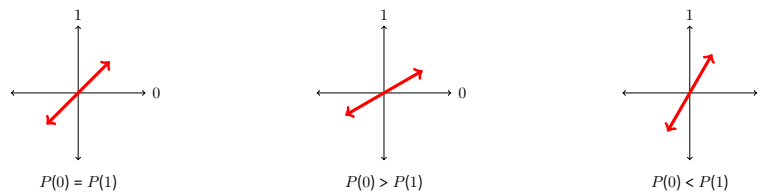


7



mathematisch durch, heute ist auch ein experimenteller Nachweis möglich. Dabei wird für den experimentellen Nachweis meist die von John Clauser, Michael Horne, Abner Shimony und Richard Holt entwickelte sogenannte CHSH-Ungleichung zum Widerspruch geführt. Für die Schule bietet das Abzählen der Möglichkeiten eine anschauliche Möglichkeit zum Beweis der Nichtlokalität.

- Die Lernumgebung bedient sich der Beweismethode „Beweis durch Widerspruch“. Die Methode sollte vor Durchführung der Lernumgebung besprochen werden, da in der Schule selten Beweise durch Widerspruch durchgeführt werden. Ein klassischer Beweis durch Widerspruch in der Schule ist der Beweis der Irrationalität von  $\sqrt{2}$ .
- Bei Erklärungsversuch 1 kann die Frage aufkommen, wie der Detektor zum Beispiel in der Messeinstellung  $0^\circ$  auch bei beliebig polarisierten Photonen entscheiden kann, ob eine 0 oder eine 1 gemessen wird. Da dieser Erklärungsversuch sofort verworfen wird, ist die Erklärung kein Teil der Lernumgebung. Eine einfache Möglichkeit der Erklärung bietet die folgende bildliche Darstellung:



Trifft ein diagonal polarisiertes Photon auf einen Detektor in der Messeinstellung  $0^\circ$ , so wird mit einer Wahrscheinlichkeit von jeweils 50% eine 0 oder eine 1 gemessen. Bei einer Polarisation von  $30^\circ$  ist es wahrscheinlicher, dass eine 0 gemessen wird. Bei einer Polarisation von  $60^\circ$  ist es wahrscheinlicher, dass eine 1 gemessen wird.

### Kompetenzen und Anforderungsbereiche

Aufgabe	Kompetenzen: Die SuS ...	Anforderungsbereich
<b>Aufgabe 1 &amp; 4</b>		
1, 4	S4: bauen Versuchsanordnungen auch unter Verwendung von digitalen Messwerterfassungssystemen nach Anleitung auf, führen Experimente durch und protokollieren ihre Beobachtungen. E8: beurteilen die Eignung physikalischer Modelle und Theorien für die Lösung von Problemen	III
<b>Aufgabe 2</b>		

2	E8: beurteilen die Eignung physikalischer Modelle und Theorien für die Lösung von Problemen	III
<b>Aufgabe 3</b>		
3	S7: wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.	II





## 5. Fazit und Ausblick

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Quantenphysik sowohl für die LP als auch für SuS Schwierigkeiten bereithält. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden vorhandene Vorstellungsschwierigkeiten sowie bekannte und erprobte Konzepten berücksichtigt, um fachlich sinnvolle Formulierungen vorzuschlagen sowie auf didaktische und fachliche Hürden hinzuweisen.

Bei den Lernumgebungen handelt es sich um Vorschläge für den Einsatz im Unterricht. Die Lernumgebungen werden sowohl in der Version für die LP als auch in der SuS-Version allen saarländischen LP sowie allen Referendarinnen und Referendaren über die Plattform Online-Schule Saarland zur Verfügung gestellt. Dazu wird ein Kurs zur Quantenphysik erstellt, welcher der Struktur der vorliegenden Dissertation entspricht. Neben den Lernumgebungen werden die erstellten LEK und interaktiven Hilfestellungen direkt als H5P-Datei zur Verfügung gestellt. Die in der Dissertation dargestellten Sachanalysen und didaktische Analysen zu jedem Thema werden als einzelne Dateien in den Kurs eingebunden. Die Lizenzierung CC BY-NC-SA 4.0 der erstellten Materialien ermöglicht das Teilen und Bearbeiten der Materialien unter den Bedingungen „Namensnennung“, „nicht kommerzielle Nutzung“ sowie „Weitergabe unter gleichen Bedingungen“.

Thematisch gesehen ist es möglich im Anschluss an die Unterrichtsreihe noch auf Aspekte der Quanteninformation einzugehen. Hierzu wurden im Rahmen des Projekts QUANTAG an der Universität des Saarlandes Lehrmaterialien zur Quantenkryptographie entwickelt, welche am Schülerforschungszentrum Saarlouis durchgeführt und ausgeliehen werden können. Auch ein Seminarfach wurde dazu konzipiert. Mit Behandlung der Verschränkung ist auch eine ergänzende Behandlung der Quantenteleportation und des Quantencomputers möglich. Während die Quantenteleportation gut mit Schulmitteln behandelt werden kann und insbesondere zeigen kann, dass Quantenteleportation keine Übertragung von Materie beinhaltet, wie dies zum Beispiel in Star Trek gezeigt wird, ist die Behandlung des Quantencomputers mit Schulmitteln nur schwer umsetzbar. Die für das Verständnis des Quantencomputers zu diskutierenden Algorithmen gehen in der Komplexität deutlich über den Schulstoff hinaus.



# Literatur

- [1] *Quantum Flagship*. VDI Technologiezentrum GmbH. URL: <https://qt.eu/> (besucht am 09.01.2024).
- [2] Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland und Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen. *Bildungsstandards im Fach Physik für die Allgemeine Hochschulreife. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.06.2020*. Carl Link, 18.06.2020. ISBN: 978-3-556-09045-9. URL: [https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2020/2020\\_06\\_18-BildungsstandardsAHR\\_Physik.pdf](https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2020/2020_06_18-BildungsstandardsAHR_Physik.pdf) (besucht am 09.01.2024).
- [3] Kultusministerkonferenz. „Eckpunkte für die curricularen Vorgaben der gymnasialen Oberstufe in den Fächern Biologie, Chemie und Physik“. In: (18.06.2020). URL: [https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2020/2020\\_06\\_18-Curriculare-Vorgaben-AHR-Bio-Ch-Ph.pdf](https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2020/2020_06_18-Curriculare-Vorgaben-AHR-Bio-Ch-Ph.pdf) (besucht am 09.01.2024).
- [4] Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen und Kultusministerkonferenz. „Aufgaben für das Fach Physi. Inhaltliche Vereinbarungen zur Gestaltung der Aufgaben“. In: *Gemeinsame Abituraufgabepools der Länder* (20.01.2022), S. 6–7. URL: <https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/dokumente/naturwissenschaften/> (besucht am 09.01.2024).
- [5] Kultusministerkonferenz. „Einheitliche Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung Physik. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 01.12.1989 i.d.F. vom 05.02.2004“. In: (05.02.2004). URL: [https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/1989/1989\\_12\\_01-EPA-Physik.pdf](https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/1989/1989_12_01-EPA-Physik.pdf) (besucht am 09.01.2024).
- [6] Kim-Alessandro Weber, Gunnar Friege und Rüdiger Scholz. „Quantenphysik in der Schule - Was benötigen Lehrkräfte? Ergebnisse einer Delphi-Studie“. In: *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften* 26 (13.10.2020), S. 173–190. DOI: 10.1007/s40573-020-00119-6. URL: <https://doi.org/10.1007/s40573-020-00119-6> (besucht am 09.01.2024).
- [7] Gesche Pospiech und Matthias Schöne. „Quantenphysik in Schule und Hochschule“. In: *PhyDid B - Didaktik Der Physik - Beiträge Zur DPG-Frühjahrstagung* (2012). URL: <https://ojs.dpg-physik.de/index.php/phydid-b/article/view/392/509> (besucht am 10.01.2024).

- [8] Rainer Müller. „Die Quantenphysik im Spannungsfeld zwischen Fachlichkeit, empirischer Forschung und Schulpraxis.“ In: *Authentizität und Lernen - das Fach in der Fachdidaktik. Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik Jahrestagung in Berlin 2015*. Hrsg. von Christian Maurer. Bd. 36. Regensburg: Universität Regensburg, 2016, S. 13–24. DOI: 10.25656/01:12125. URL: [chrome-extension://efaidnbmninnibpacjpcglclefindmkaj/https://www.pedocs.de/volltexte/2016/12125/pdf/Maurer\\_2015\\_Authentizitaet\\_und\\_Lernen\\_Tagungsbericht.pdf](chrome-extension://efaidnbmninnibpacjpcglclefindmkaj/https://www.pedocs.de/volltexte/2016/12125/pdf/Maurer_2015_Authentizitaet_und_Lernen_Tagungsbericht.pdf) (besucht am 10. 01. 2024).
- [9] B. Schorn und H. Wiesner. „Die Quantenphysik. In der Sekundarstufe I.“ In: *Praxis der Naturwissenschaften - Physik in der Schule* 57.6 (2008), S. 26–33. ISSN: 0177-8374.
- [10] Rainer Müller. „Schülvorstellungen zur Quantenphysik“. In: *Schülvorstellungen in der Physik: Festschrift für Hartmut Wiesner*. Hrsg. von Rainer Müller, Rita Wodzinski und Martin Hopf. 3. Aufl. Aulis Verlag, 2011, S. 239–266. ISBN: 978-3-7614-2555-8.
- [11] Thomas Bethge. „Vorstellungen von Schülerinnen und Schülern zu Begriffen der Atomphysik“. In: *Quantenphysik in der Schule*. Hrsg. von Helmut Fischler. Kiel: Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften Kiel, 1992, S. 215–233. ISBN: 3-89088-069-X.
- [12] Michael Lichtfeldt. *Schülvorstellungen in der Quantenphysik und ihre möglichen Veränderungen durch Unterricht*. Bd. 15. Naturwissenschaften und Unterricht - Didaktik im Gespräch. Essen: Westarp Wissenschaften, 1992, S. 126–269.
- [13] *Lehrplan Physik Gymnasiale Oberstufe Leistungskurs Hauptphase - Erprobungsphase*. Ministerium für Bildung und Kultur des Saarlandes. 07/2019. URL: [chrome-extension://efaidnbmninnibpacjpcglclefindmkaj/https://www.saarland.de/SharedDocs/Downloads/DE/mbk/Lehrplaene/Lehrplaene\\_GOS\\_ab\\_2019\\_2020/Physik/LP\\_Ph\\_HP\\_LK\\_2019.pdf?\\_\\_blob=publicationFile&v=4](chrome-extension://efaidnbmninnibpacjpcglclefindmkaj/https://www.saarland.de/SharedDocs/Downloads/DE/mbk/Lehrplaene/Lehrplaene_GOS_ab_2019_2020/Physik/LP_Ph_HP_LK_2019.pdf?__blob=publicationFile&v=4) (besucht am 12. 01. 2024).
- [14] Alto Brachner und Richard Fichtner. *Quantenmechanik für Lehrer und Studenten*. Schroedel, 1977. zitiert nach [20].
- [15] Alto Brachner und Richard Fichtner. *Quantenmechanik*. Schroedel, 1980. zitiert nach [20].
- [16] Alfred Berg, Helmut Fischler, Michael Lichtfeldt u. a. *Einführung in die Quantenphysik. Ein Unterrichtsvorschlag für Grund- und Leistungskurse*. 1989. URL: [https://aecp.univie.ac.at/fileadmin/user\\_upload/z\\_didaktik/AECC\\_Physik/Lehrer\\_innen/11\\_3\\_Berg\\_Fischler\\_Einfuehrung\\_Quantenphysik\\_OCR.pdf](https://aecp.univie.ac.at/fileadmin/user_upload/z_didaktik/AECC_Physik/Lehrer_innen/11_3_Berg_Fischler_Einfuehrung_Quantenphysik_OCR.pdf) (besucht am 10. 01. 2024).
- [17] Hans Niedderer. „Quantenphysik in der Schule“. In: Hrsg. von Helmut Fischler. Kiel: Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften an der Universität Kiel, 1992. Kap. Atomphysik mit anschaulichem Quantenmodell, S. 88–113. ISBN: 978-3890880693.
- [18] J. Küblbeck. *Modellbildung in der Physik*. Stuttgart: Landesinstitut für Erziehung und Unterricht, 1997.

- [19] Franz Bader. *Eine Quantenwelt ohne Dualismus*. Naturwissenschaftlicher Unterricht heute. Schroedel Schulbuchverlag, 01. 01. 1996. ISBN: 978-3507765306.
- [20] *Das Münchner Unterrichtskonzept zur Quantenmechanik. Didaktische Konzepte*. URL: <https://www.milq.info/spezialgebiete/didaktische-konzepte/> (besucht am 10. 01. 2024).
- [21] Dean A. Zollman, N. Sanjay Rebello und Kirsten Hogg. „Quantum mechanics for everyone: Hands-on activities integrated with technology“. In: *American journal of Physics*. Visualization, curriculum, development and assessment 70.3 (01. 03. 2002), S. 252–259. DOI: 10.1119/1.1435347. URL: <https://doi.org/10.1119/1.1435347> (besucht am 12. 01. 2024).
- [22] Hartmut Müller Rainer und Wiesner. *Das Münchner Unterrichtskonzept zur Quantenmechanik*. Technische Universität Braunschweig. URL: [https://www.milq.info/data/\\_uploaded/Lehrgang/milq\\_gesamt\\_skript.pdf](https://www.milq.info/data/_uploaded/Lehrgang/milq_gesamt_skript.pdf) (besucht am 12. 01. 2024).
- [23] Jan Peter Meyn. *QuantumLab*. Friedrich-Alexander-Universität-Erlangen-Nürnberg. URL: <https://www.quantumlab.nat.fau.de/> (besucht am 12. 01. 2024).
- [24] Friedrich Hermann. *Der Karlsruher Physikkurs für die Sekundarstufe II. Atomphysik, Kernphysik, Teilchenphysik*. Bd. 5. Der Karlsruher Physikkurs. Aulis Verlag, 2019. ISBN: 978-3-7614-2810-8. URL: <https://publikationen.bibliothek.kit.edu/1000154294> (besucht am 12. 01. 2024).
- [25] Markus Vogt. *Quantenmechanik und Schulmathematik. Ein Leitfaden für Lehrerinnen und Lehrer*. Göttingen: Cuvillier Verlag, 2020. ISBN: 978-3-7369-7303-9.
- [26] Rudolf Lehn. „Gutachten über den Karlsruher Physikkurs“. In: (28. 02. 2013). URL: [https://www.dpg-physik.de/veroeffentlichungen/publikationen/stellungnahmen-der-dpg/bildung-wissenschaftlicher-nachwuchs/kpk/stellungnahme\\_kpk.pdf](https://www.dpg-physik.de/veroeffentlichungen/publikationen/stellungnahmen-der-dpg/bildung-wissenschaftlicher-nachwuchs/kpk/stellungnahme_kpk.pdf) (besucht am 12. 01. 2024).
- [27] Richard P. Feynman, Robert B. Leighton und Matthew Sands. *The Feynman Lectures on Physics, Vol. III. Quantum Mechanics*. California Institute of Technology. URL: [https://www.feynmanlectures.caltech.edu/III\\_toc.html](https://www.feynmanlectures.caltech.edu/III_toc.html) (besucht am 12. 01. 2024).
- [28] Rainer Küblbeck Josef und Müller. *Die Wesenszüge der Quantenphysik: Modelle, Bilder und Experimente*. 2. Aufl. Aulis-Verlag Deubner, 2002.
- [29] *Physik Lehrplan Gymnasiale Oberstufe Leistungskurs*. Ministerium für Bildung und Kultur des Saarlandes. 07/2023. URL: [chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.saarland.de/SharedDocs/Downloads/DE/mbk/Lehrplaene/Lehrplaene\\_GOS\\_ab\\_2019\\_2020/Physik/LP\\_Ph\\_HP\\_LK\\_2023.pdf?\\_\\_blob=publicationFile&v=1](chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.saarland.de/SharedDocs/Downloads/DE/mbk/Lehrplaene/Lehrplaene_GOS_ab_2019_2020/Physik/LP_Ph_HP_LK_2023.pdf?__blob=publicationFile&v=1) (besucht am 12. 01. 2024).

- [30] Hessisches Kultusministerium. *Kerncurriculum gymnasiale Oberstufe Physik*. URL: <https://kultus.hessen.de/sites/kultusministerium.hessen.de/files/2021-07/kcgo-ph.pdf> (besucht am 07.04.2024).
- [31] Wissenschaft und Kultur Thüringer Ministerium für Bildung. *Lehrplan für den Erwerb der allgemeinen Hochschulreife*. 2012. URL: <https://www.schulportal-thueringen.de/media/detail?tspi=2280> (besucht am 07.04.2024).
- [32] Sachsen-Anhalt: Ministerium für Bildung. *Fachlehrplan Gymnasium Physik*. 08/2022. URL: [https://www.bildung-lsa.de/files/b45de329c361a40a2f0a7211902d5815/FLP\\_Physik\\_Gym\\_01082022\\_swd.pdf](https://www.bildung-lsa.de/files/b45de329c361a40a2f0a7211902d5815/FLP_Physik_Gym_01082022_swd.pdf) (besucht am 07.04.2024).
- [33] Ministerium für Bildung Rheinland-Pfalz. *Lehrplan Physik: Grund- und Leistungsfach in der gymnasialen Oberstufe (Mainzer Studienstufe)*. 2022. URL: <https://bildung.rlp.de/lehrplaene/seite/1> (besucht am 07.04.2024).
- [34] Freie und Hansestadt Hamburg: Behörde für Schule und Berufsausbildung. *Bildungsplan Studienstufe Physik*. 2022. URL: <https://www.hamburg.de/contentblob/16762790/19dd85ea3e0f1f9e9847c58d34d35d4c/data/physik-gyo-2022.pdf> (besucht am 07.04.2024).
- [35] Freie Hansestadt Bremen. *Physik: Bildungsplan für die Gymnasiale Oberstufe: Einführungsphase und Qualifikationsphase*. 2022. URL: <https://www.lis.bremen.de/schulqualitaet/bildungsplaene/sekundarbereich-ii-allgemeinbildend-16698> (besucht am 07.04.2024).
- [36] Wissenschaft und Kultur Schleswig-Holstein: Ministerium für Bildung. *Fachanforderungen Physik: Allgemein bildende Schulen*. 2022. URL: <https://fachportal.lernnetz.de/sh/fachanforderungen/physik.html> (besucht am 07.04.2024).
- [37] Jugend und Familie Land Brandenburg: Ministerium für Bildung Jugend und Sport und Berlin: Senatsverwaltung für Bildung. *Rahmenlehrplan für die Qualifikationsphase der gymnasialen Oberstufe: Teil C: Physik*. 2021. URL: <https://www.berlin.de/sen/bildung/unterricht/faecher-raahmenlehrplaene/rahmenlehrplaene/oberstufe/> (besucht am 07.04.2024).
- [38] Staatsministerium für Kultus: Freistaat Sachsen. *Lehrplan Gymnasium Physik*. 2022. URL: [https://www.schulportal.sachsen.de/lplandb/index.php?lplanid=523&lplansc=brEvxekIvE368J1fdpso&token=65830b3841030054d095553ee2d42ee2#page523\\_\\_29686](https://www.schulportal.sachsen.de/lplandb/index.php?lplanid=523&lplansc=brEvxekIvE368J1fdpso&token=65830b3841030054d095553ee2d42ee2#page523__29686) (besucht am 07.04.2024).
- [39] Jugend und Sport Baden-Württemberg Ministerium für Kultus. *Quantenphysik und Materie*. 25.03.2022. URL: <https://www.bildungsplaene-bw.de/,Lde/LS/BP2016BW/ALLG/GMSO/PH.V2/IK/12-13-LF/06> (besucht am 07.04.2024).

- 
- [40] Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung München. *Physik 13 (erhöhtes Anforderungsniveau)*. URL: <https://www.lehrplanplus.bayern.de/fachlehrplan/gymnasium/13/physik/erhoeht> (besucht am 07.04.2024).
- [41] Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen. *Kernlernplan für die Sekundarstufe II Gymnasien / Gesamtschule in Nordrhein-Westfalen: Physik*. 06/2022. URL: [https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/332/gost\\_klp\\_ph\\_2022\\_06\\_07.pdf](https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/332/gost_klp_ph_2022_06_07.pdf) (besucht am 07.04.2024).
- [42] Niedersächsisches Kultusministerium. *Kerncurriculum für das Gymnasium – gymnasiale Oberstufe die Gesamtschule – gymnasiale Oberstufe das Berufliche Gymnasium das Abendgymnasium das Kolleg*. 2022. URL: [https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/332/gost\\_klp\\_ph\\_2022\\_06\\_07.pdf](https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/332/gost_klp_ph_2022_06_07.pdf) (besucht am 07.04.2024).
- [43] Mecklenburg-Vorpommern: Ministerium für Bildung und Kindertagesförderung. *Rahmenlehrplan für die Qualifikationsphase der gymnasialen Oberstufe: Physik: Erprobungsphase*. 07/2022. URL: [https://www.bildung-mv.de/export/sites/bildungsserver/downloads/unterricht/rahmenplaene\\_allgemeinbildende\\_schulen/Physik/RP\\_PHYS\\_SEK2\\_Erprobungsfassung.pdf](https://www.bildung-mv.de/export/sites/bildungsserver/downloads/unterricht/rahmenplaene_allgemeinbildende_schulen/Physik/RP_PHYS_SEK2_Erprobungsfassung.pdf) (besucht am 07.04.2024).
- [44] Ernst Kircher. „Einführung: Was ist Physikdidaktik“. In: *Physikdidaktik. Theorie und Praxis*. Hrsg. von Ernst Kircher, Raimund Girwitz und Peter Häußler. 3. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 2015, S. 3–14. ISBN: 978-3-642-41744-3. DOI: 10.1007/978-3-642-41745-0.
- [45] Bernhard Sieve, Michael Sach und Frank Hilker. „Allgemeine Planungsschritte: Systematisch an Leitfragen orientiert“. In: *Physik unterrichten: Ein praktischer Leitfaden für Berufseinsteiger* (2020). Hrsg. von Bernhard Sieve, Michael Sach und Frank Hilker, S. 7–17.
- [46] Wolfgang Klafki. „Didaktische Analyse als Kern der Unterrichtsvorbereitung“. In: *Studien zur Bildungstheorie und Didaktik*. Hrsg. von Wolfgang Klafki. Weinheim: Verlag Justus Beltz, 1963, S. 126–153.
- [47] *Lehrplan Physik Gymnasium Klassenstufe 7 und 8*. Ministerium für Bildung und Kultur des Saarlandes. 05/2013. URL: [chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.saarland.de/SharedDocs/Downloads/DE/mbk/Lehrplaene/Lehrplaene\\_Gymnasium/Physik/Physik\\_7und8\\_Gym\\_2013.pdf?\\_\\_blob=publicationFile&v=3](chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.saarland.de/SharedDocs/Downloads/DE/mbk/Lehrplaene/Lehrplaene_Gymnasium/Physik/Physik_7und8_Gym_2013.pdf?__blob=publicationFile&v=3) (besucht am 12.01.2024).
- [48] Klaus Westphalen. *Praxisnahe Curriculumentwicklung - Eine Einführung in die Curriculumreform am Beispiel Bayerns*. 5. Aufl. Donauwörth: Ludwig Auer, 1973. ISBN: 3-403-00376-0.

- [49] Ernst Kircher. „Ziele und Kompetenzen im Physikunterricht“. In: *Physikdidaktik. Theorie und Praxis*. Hrsg. von Ernst Kircher, Raimund Girwidz und Peter Häußler. 3. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 2015, S. 75–106. ISBN: 978-3-642-41744-3. DOI: 10.1007/978-3-642-41745-0.
- [50] *Physik: Allgemeine Prüfungsanforderungen für das Abitur (APA): Gymnasiale Oberstufe (GOS)*. Ministerium für Bildung und Kultur des Saarlandes. 07/2023. URL: chrome-extension://efaidnbmninnibpcajpcgclefindmkaj/https://www.saarland.de/SharedDocs/Downloads/DE/mbk/Lehrplaene/Lehrplaene\_GOS\_ab\_2019\_2020/Physik/APA\_Physik\_2023.pdf?\_\_blob=publicationFile&v=2 (besucht am 12.01.2024).
- [51] Peter Reinhold. „Elementarisierung und didaktische Rekonstruktion“. In: *Physik Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II*. Hrsg. von Helmut F Mikelskis. 2. Aufl. Berlin: Cornelsen Scriptor, 2010, S. 86–102. ISBN: 978-3-589-22148-6.
- [52] Silke Mikelskis-Seifert. „Modellmethode als epistemologisches und didaktisches Konzept“. In: *Physik Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II*. Hrsg. von Helmut F Mikelskis. 2. Aufl. Berlin: Cornelsen Scriptor, 2010, S. 120–138. ISBN: 978-3-589-22148-6.
- [53] Ernst Kircher. „Elementarisierung und didaktische Rekonstruktion“. In: *Physikdidaktik. Theorie und Praxis*. Hrsg. von Ernst Kircher, Raimund Girwidz und Peter Häußler. 3. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 2015, S. 107–139. ISBN: 978-3-642-41744-3. DOI: 10.1007/978-3-642-41745-0.
- [54] Susanne Metzger. „Didaktische Rekonstruktion: Fachsystematik und Lernprozesse in der Balance halten“. In: *Fachdidaktik Naturwissenschaft. 1.-9. Schuljahr*. Hrsg. von Peter Labudde und Susanne Metzger. 3. Aufl. Stuttgart, Deutschland: uHaupt Verlag, 2019, S. 45–58. ISBN: 978-3-8252-5207-6.
- [55] Martin Wagenschein. *Ursprüngliches Verstehen und exaktes Denken*. Bd. 2. Stuttgart: Ernst Klett Verlag, 1970. ISBN: 978-3129285107.
- [56] Jerome S. Bruner. „Gedanken zu einer Theorie des Unterrichts“. In: *Unterrichtsforschung und didaktische Theorie*. Hrsg. von Günther Dohmen, Friedemann Maurer und Walter Popp. 2. Aufl. Erziehung in Wissenschaft und Praxis ; 11. München: Piper, 1972, S. 188–218. ISBN: 3-492-01813-0.
- [57] Hans Mothes. *Methodik und Didaktik der Physik und Chemie*. 8. Aufl. Köln: Aulis Verlag Deubner, 1972. ISBN: 3-7614-0162-0.
- [58] Veit Berger. „Die experimentelle Methode“. In: *Physik Methodik. Handbuch für die Sekundarstufe I und II*. Hrsg. von Silke Mikelskis-Seifert und Thorid Rabe. 3. Aufl. Berlin: Cornelsen Scriptor, 2012, S. 29–43. ISBN: 978-3-589-22377-0.



- 
- [59] Silke Mikelskis-Seifert und Lutz Kasper. „Modelle entwickeln und anwenden“. In: *Physik unterrichten: Ein praktischer Leitfaden für Berufseinsteiger* (2020). Hrsg. von Bernhard Sieve, Michael Sach und Frank Hilker, S. 123–128.
- [60] Silke Mikelskis-Seifert und Antje Leisner-Bodenthin. „Die Modellmethode“. In: *Physik Methodik. Handbuch für die Sekundarstufe I und II*. Hrsg. von Silke Mikelskis-Seifert und Thorid Rabe. 3. Aufl. Berlin: Cornelsen Scriptor, 2012, S. 15–29. ISBN: 978-3-589-22377-0.
- [61] Ernst Kircher. „Methoden im Physikunterricht“. In: *Physikdidaktik. Theorie und Praxis*. Hrsg. von Ernst Kircher, Raimund Girwitz und Peter Häußler. 3. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 2015, S. 41–192. ISBN: 978-3-642-41744-3. DOI: 10.1007/978-3-642-41745-0.
- [62] Gunter Lind. *Sachbezogene Motivation im naturwissenschaftlichen Unterricht*. Weinheim und Basel: Beltz Verlag, 1975. ISBN: 3-407-69104-1.
- [63] Josef Leisen. „Problemorientierter Unterricht und Aufgabenkultur“. In: *Physik Methodik. Handbuch für die Sekundarstufe I und II*. Hrsg. von Silke Mikelskis-Seifert und Thorid Rabe. 3. Aufl. Berlin: Cornelsen Scriptor, 2012, S. 82–94. ISBN: 978-3-589-22377-0.
- [64] Alexander Kauertz, Patrick Löffler und Hans E. Fischer. „Physikaufgaben“. In: *Physikdidaktik. Theorie und Praxis*. Hrsg. von Ernst Kircher, Raimund Girwitz und Peter Häußler. 3. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 2015, S. 451–478. ISBN: 978-3-642-41744-3. DOI: 10.1007/978-3-642-41745-0.
- [65] Raimund Girwitz. „Medien im Physikunterricht“. In: *Physikdidaktik. Theorie und Praxis*. Hrsg. von Ernst Kircher, Raimund Girwitz und Peter Häußler. 3. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 2015, S. 193–245. ISBN: 978-3-642-41744-3. DOI: 10.1007/978-3-642-41745-0.
- [66] Bernd Weidenmann. „Multicodierung und Multimodalität im Lernprozeß“. In: *Information und Lernen mit Multimedia*. Hrsg. von Ludwig J. Issing und Paul Klimsa. 2. Aufl. Weinheim: Beltz Psychologie Verlags Union, 1997, S. 65–84. ISBN: 3-621-27374-3.
- [67] Raimund Girwitz. „Neue Medien und Multimedia“. In: *Physikdidaktik. Theorie und Praxis*. Hrsg. von Ernst Kircher, Raimund Girwitz und Peter Häußler. 3. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 2015, S. 401–427. ISBN: 978-3-642-41744-3. DOI: 10.1007/978-3-642-41745-0.
- [68] Tanja Jadin. „Multimedia und Gedächtnis. Kognitionspsychologische Sicht auf das Lernen mit Technologien“. In: *Lehrbuch für Lernen und Lehren mit Technologien*. Hrsg. von Sandra Ebner Martin ans Schön. Norderstedt: Books on Demand GmbH, 2013, S. 167–173. ISBN: 9783842340114.

- [69] Richard C. Atkinson und Richard M. Shiffrin. „Human Memory: A Proposed System and its Control Processes“. In: Hrsg. von Kenneth W. Spence und Janet Taylor Spence. Bd. 2. *Psychology of Learning and Motivation*. Academic Press, 1968, S. 89–195.
- [70] Wolfgang Schnotz. „Integrated Model of Text and Picture Comprehension“. In: *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning*. Hrsg. von E. Mayer Richard und Logan Fiorella. 3. Aufl. New York: Cambridge University Press, 2022, S. 82–99. ISBN: 978-1-108-81466-9. DOI: 10.1017/9781108894333.
- [71] Alan Baddeley. *Human memory: Theory and practice*. East Sussex: psychology press, 1997. ISBN: 0-86377-431-8.
- [72] Alan D. Baddeley und Robert Logie. „Models of working memory: Mechanisms of aktive maintance and executive control“. In: Hrsg. von Akira Miyake und Priti Shah. New York: Cambridge University Press, 1999, S. 28–61. ISBN: 0-521-58325-X.
- [73] Gino Camp, Tim Surma und Paul A. Kirschner. „Foundations of Multimedia Learning“. In: *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning*. Hrsg. von E. Mayer Richard und Logan Fiorella. 3. Aufl. New York: Cambridge University Press, 2022, S. 17–24. ISBN: 978-1-108-81466-9. DOI: 10.1017/9781108894333.
- [74] James M Clark und Allan Paivio. „Dual coding theory and education“. In: *Educational psychology review* 3.3 (09/1991), S. 149–210. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01320076>.
- [75] Dawn M. McBride und Barbara Anne Doshier. „A comparison of conscious and automatic memory processes for picture and word stimuli: A process dissociation analysis“. In: *Consciousness and Cognition* 11.3 (2002), S. 423–460. ISSN: 1053-8100. DOI: [https://doi.org/10.1016/S1053-8100\(02\)00007-7](https://doi.org/10.1016/S1053-8100(02)00007-7). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1053810002000077> (besucht am 12.01.2024).
- [76] John Sweller, Jeroen JG Van Merriënboer und Fred GWC Paas. „Cognitive architecture and instructional design“. In: *Educational psychology review* 10.3 (09/1998), S. 251–296.
- [77] E. Mayer Richard. „Cognitive Theory of Multimedia Learning“. In: *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning*. Hrsg. von E. Mayer Richard und Logan Fiorella. 3. Aufl. New York: Cambridge University Press, 2022, S. 57–72. ISBN: 978-1-108-81466-9. DOI: 10.1017/9781108894333.
- [78] Wolfgang Schnotz. „Wissenserwerb mit Diagrammen und Texten“. In: *Information und Lernen mit Multimedia*. Hrsg. von Ludwig J. Issing und Paul Klimsa. 2. Aufl. Weinheim: Beltz Psychologie Verlags Union, 1997, S. 85–106. ISBN: 3-621-27374-3.
- [79] Wolfgang Schnotz. *Wissenserwerb mit logischen Bildern*. Bd. 58. DIFF Forschungsberichte. Tübingen: Deutsches Institut für Fernstudium an der Universität Tübingen, 1992.
- [80] Bernd Weidenmann. *Abbilder in Multimedia-Anwendungen*. Hrsg. von Ludwig J. Issing und Paul Klimsa. Weinheim, 1997.

- 
- [81] Joel R. Levin. „On functions in pictures in prose“. In: *Neuropsychological and cognitive processes in reading*. Hrsg. von Francis J. Pirozzolo und Merlin C. Wittrock. New York: Academic Press, 1981, S. 203–228. ISBN: 978-0-12-185030-2.
- [82] Inghard Langer, Friedemann Schulz von Thun und Reinhard Tausch. *Sich verständlich ausdrücken*. 11. Aufl. Ernst Reinhardt Verlag, 11.03.2019, S. 21–27. ISBN: 978-3-497-61133-1.
- [83] Michael Sach und Frank Hilker. „Das Experiment im Physikunterricht“. In: *Physik unterrichten: Ein praktischer Leitfaden für Berufseinsteiger* (2020). Hrsg. von Bernhard Sieve, Michael Sach und Frank Hilker, S. 88–96.
- [84] C. Blake und E. Scanlon. „Reconsidering simulations in science education at a distance: features of effective use“. In: *Journal of Computer Assisted Learning* 23.6 (09.05.2007), S. 491–502. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1365-2729.2007.00239.x>. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1365-2729.2007.00239.x> (besucht am 12.01.2024).
- [85] Veit Berger. „Mit dem Computer im Unterricht modellieren“. In: *Physik-Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II*. Hrsg. von Helmut F. Mikelskis. 2. Aufl. Berlin: Cornelsen Scriptor, 2010, S. 139–148. ISBN: 978-3-589-22148-6.
- [86] Johannes Haack. „Interaktivität als Kennzeichen von Multimedia und Hypermedia“. In: *Information und Lernen mit Multimedia*. Hrsg. von Ludwig J. Issing und Paul Klimsa. 2. Aufl. Weinheim: Beltz Psychologie Verlags Union, 1997, S. 151–166. ISBN: 3-621-27374-3.
- [87] Robert Strzebkowski. „Realisierung von Interaktivität und multimedialen Präsentationstechniken“. In: *Information und Lernen mit Multimedia*. Hrsg. von Ludwig J. Issing und Paul Klimsa. 2. Aufl. Weinheim: Beltz Psychologie Verlags Union, 1997, S. 269–304. ISBN: 3-621-27374-3.
- [88] E. Mayer Richard und Logan Fiorella. „Principles for Reducing Extraneous Processing in Multimedia Learning“. In: *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning*. Hrsg. von E. Mayer Richard und Logan Fiorella. 3. Aufl. New York: Cambridge University Press, 2022, S. 185–198. ISBN: 978-1-108-81466-9. DOI: 10.1017/9781108894333.
- [89] Slava Kalyuga. „The Expertise Reversal Principle in Multimedia Learning“. In: *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning*. Hrsg. von E. Mayer Richard und Logan Fiorella. 3. Aufl. New York: Cambridge University Press, 2022, S. 171–181. ISBN: 978-1-108-81466-9. DOI: 10.1017/9781108894333.

- [90] Logan Fiorella und E. Mayer Richard. „Principles Based on Social Cues in Multimedia Learning“. In: *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning*. Hrsg. von E. Mayer Richard und Logan Fiorella. 3. Aufl. New York: Cambridge University Press, 2022, S. 277–285. ISBN: 978-1-108-81466-9. DOI: 10.1017/9781108894333.
- [91] E. Mayer Richard und Logan. Fiorella. „Principles for Managing Essential Processing in Multimedia Learning“. In: *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning*. Hrsg. von E. Mayer Richard und Logan Fiorella. 3. Aufl. New York: Cambridge University Press, 2022, S. 243–260. ISBN: 978-1-108-81466-9. DOI: 10.1017/9781108894333.
- [92] Logan Fiorella und E. Mayer Richard. „The Generative Activity Principle in Multimedia Learning“. In: *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning*. Hrsg. von E. Mayer Richard und Logan Fiorella. 3. Aufl. New York: Cambridge University Press, 2022, S. 339–350. ISBN: 978-1-108-81466-9. DOI: 10.1017/9781108894333.
- [93] Claudia Schrader, Slava Kalyuga und Jan L. Plass. „Motivation and Affect in Multimedia Learning“. In: *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning*. Hrsg. von E. Mayer Richard und Logan Fiorella. 3. Aufl. New York: Cambridge University Press, 2022, S. 121–131. ISBN: 978-1-108-81466-9. DOI: 10.1017/9781108894333.
- [94] *LEIFI-Physik: Quantenphysik*. Joachim Herz Stiftung. URL: <https://www.leifiphysik.de/quantenphysik> (besucht am 12. 01. 2024).
- [95] Peter Becker, Ralf Böhlemann, Bardo Diehl u. a. *Handreichungen für den Unterricht: Physik: Oberstufe: Gesamtband*. Berlin: Cornelson, 2011. ISBN: 978-3-06-013007-8.
- [96] Stefan Bruckmoser. *Physik 12*. Franz-Mittelberger-Gymnasium. URL: [https://www.fmg-brk.de/fachschaften/physik/uebungsmaterial/m\\_494](https://www.fmg-brk.de/fachschaften/physik/uebungsmaterial/m_494) (besucht am 12. 01. 2024).
- [97] *Europaschule Gymnasium Westerstede. Physik interaktiv*. Europaschule Gymnasium Westerstede. URL: <https://www.physik.gym-wst.de/> (besucht am 12. 01. 2024).
- [98] *H5P*. H5P Group. URL: <https://h5p.org/> (besucht am 16. 02. 2024).
- [99] *Online-Schule-Saarland*. Ministerium für Bildung und Kultur des Saarlandes und Landesinstitut für Pädagogik und Medien. URL: <https://online-schule.saarland/> (besucht am 12. 01. 2024).
- [100] Johannes Mann. *qr lernhilfen*. URL: <https://qr-lernhilfen.de/create> (besucht am 12. 01. 2024).
- [101] Thomas Kippenberg. *Physik: Simulationen und Animationen zur Physik - von der Mechanik bis zu Quantenphysik*. URL: <https://kippenbergs.de/mint-index-physics> (besucht am 12. 01. 2024).
- [102] Rainer Müller. *Das Münchner Unterrichtskonzept zur Quantenmechanik: Simulationsprogramme*. Technische Universität Braunschweig. URL: <https://www.milq.info/materialien/simulationsprogramme/> (besucht am 12. 01. 2024).

- 
- [103] Olaf Leismann. „Arbeitstitel: Erstellung von Simulationen für den Physikunterricht“. Diss. Universität des Saarlandes. noch nicht publiziert.
- [104] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 3: Atome, Moleküle und Festkörper*. 5. Aufl. Springer Spektrum, 2016, S. 71–96, 233–234. ISBN: 978-3-662-49093-8.
- [105] Max Planck. „Über das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum“. In: *Annalen der Physik* 309.3 (01/1901), S. 553–563. URL: <https://doi.org/10.1002/andp.19013090310> (besucht am 12.01.2024).
- [106] Heinrich Hertz. „Über einen Einfluss des ultravioletten Lichtes auf die elektrische Entladung“. In: *Annalen der Physik* 267.8 (01/1887), S. 983–1000. URL: <https://doi.org/10.1002/andp.18872670827> (besucht am 12.01.2024).
- [107] Wilhelm Hallwachs. „über den Einfluss des Lichtes auf electrostatisch geladene Körper“. In: *Annalen der Physik* 269.2 (01/1888), S. 301–312. URL: <https://doi.org/10.1002/andp.18882690206> (besucht am 12.01.2024).
- [108] Philipp Lenard. „Erzeugung von Kathodenstrahlen durch ultraviolettes Licht“. In: *Annalen der Physik* 307.6 (01/1900), S. 359–375. URL: <https://doi.org/10.1002/andp.19003070611> (besucht am 12.01.2024).
- [109] Philipp Lenard. „Über die lichtelektrische Wirkung“. In: *Annalen der Physik* 313.5 (01/1902), S. 149–198. URL: <https://doi.org/10.1002/andp.19023130510> (besucht am 12.01.2024).
- [110] Albert Einstein. „Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt“. In: *Annalen der Physik* 322.6 (01/1905), S. 132–148. URL: <https://doi.org/10.1002/andp.19053220607> (besucht am 12.01.2024).
- [111] R. A. Millikan. „A Direct Photoelectric Determination of Planck’s „ $h$ ““. In: *Phys. Rev.* 7 (3 01.03.1916), S. 355–388. DOI: 10.1103/PhysRev.7.355. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.7.355> (besucht am 12.01.2024).
- [112] R. von Baltz, F. Hermann und M. Pohlig. „Altlasten der Physik: Der photoelektrische Effekt“. In: *Praxis der Naturwissenschaften* 6.58 (2009), S. 47–49. URL: <https://www.pohlig.de/Veroeffentlichungen/Artikel/Photoeffekt.pdf> (besucht am 12.01.2024).
- [113] P. Lukirsky und S. Priležaev. „Über den normalen Photoeffekt“. In: *Zeitschrift für Physik* 49.3-4 (03/1928), S. 236–258. URL: <https://doi.org/10.1007/BF01340480> (besucht am 12.01.2024).
- [114] Wolfgang Lorenz. „Über mögliche Strukturabhängigkeiten des Metallelektrodenpotentials“. In: *Zeitschrift für Naturforschung A* 5.5 (1950), S. 283–291. DOI: 10.1515/zna-1950-0506. URL: <https://doi.org/10.1515/zna-1950-0506> (besucht am 12.01.2024).

- [115] Louis de Broglie. „XXXV. A tentative theory of light quanta“. In: *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 47.278 (02/1924), S. 446–458. ISSN: 1941-5982. DOI: 10.1080/14786442408634378. URL: <https://doi.org/10.1080/14786442408634378> (besucht am 12.01.2024).
- [116] Stefan Richtberg. *Bewegung von Elektronen im E- und B-Feld: Elektronenbeugung*. URL: <https://virtuelle-experimente.de/elektronenbeugung/einfuehrung/versuchsaufbau.php> (besucht am 12.01.2024).
- [117] Clinton Davisson und Lester H. Germer. „The scattering of electrons by a single crystal of nickel“. In: *Nature* 119.2998 (01.04.1927), S. 558–560.
- [118] William Henry Bragg und William Lawrence Bragg. „The reflection of X-rays by crystals“. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* 88.605 (01.07.1913), S. 428–438. ISSN: 2053-9150. DOI: 10.1098/rspa.1913.0040. URL: <https://royalsocietypublishing.org/doi/abs/10.1098/rspa.1913.0040> (besucht am 12.01.2024).
- [119] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik*. 6. Aufl. Springer Lehrbuch. Berlin, Heidelberg: Springer, 2013. ISBN: 978-3-642-29944-5.
- [120] Peter Schmüser. *Theoretische Physik für Studierende des Lehramts 1. Quantenmechanik*. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 2012. ISBN: 978-3-642-25397-3. DOI: 10.1007/978-3-642-25397-3.
- [121] Geoffrey Ingram Taylor. „Interference fringes with feeble light“. In: *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. Bd. 15. 1909, S. 114–115.
- [122] Michael Rode. „Glossar zur Quantenphysik: Zentrale Begriffe kurz erläutert“. In: *Unterricht Physik* 28.162 (2017): *Quantenphysik*.
- [123] Claus Jönsson. „Elektroneninterferenzen an mehreren künstlich hergestellten Feinspalten“. In: *Zeitschrift für Physik* 161.4 (1961), S. 454–474. URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/bf01342460> (besucht am 12.01.2024).
- [124] Anil Ananthaswamy. *Through Two Doors at Once: The Elegant Experiment That Captures the Enigma of Our Quantum Reality*. Dutton, 2018. ISBN: 9781101986097.
- [125] Marlan O Scully und Kai Drühl. „Quantum eraser: A proposed photon correlation experiment concerning observation and "delayed choice" in quantum mechanics“. In: *Physical Review A* 25.4 (01.04.1982), S. 2208. URL: <https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRevA.25.2208> (besucht am 12.01.2024).
- [126] Yoon-Ho Kim, Rong Yu, Sergei P Kulik u. a. „Delayed “choice” quantum eraser“. In: *Physical Review Letters* 84.1 (03.01.2000), S. 1. URL: <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.84.1> (besucht am 12.01.2024).

- 
- [127] Jan-Markus Schwindt. *Tutorium Quantenmechanik: von einem erfahrenen Tutor - für Physik und Mathematikstudenten*. 2. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 2016. ISBN: 978-3-662-49399-1. DOI: 10.1007/978-3-662-49399-1.
- [128] David Ellerman. „Why delayed choice experiments do not imply retrocausality“. In: *Quantum Studies: Mathematics and Foundations* 2 (21. 01. 2015), S. 183–199. URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/s40509-014-0026-2> (besucht am 12. 01. 2024).
- [129] Max Born. „Quantenmechanik der stoßvorgänge“. In: *Zeitschrift für physik* 38.11-12 (1926), S. 803–827. URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF01397184> (besucht am 12. 01. 2024).
- [130] Paul A. M. Dirac. „A new notation for quantum mechanics“. In: *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* 35.3 (1939), S. 416–418. DOI: 10.1017/S0305004100021162.
- [131] Erwin Schrödinger. „Quantisierung als Eigenwertproblem“. In: *Annalen der Physik* 384.4 (01/1926), S. 361–376. URL: <https://doi.org/10.1002/andp.19263840404> (besucht am 12. 01. 2024).
- [132] Erwin Schrödinger. „Quantisierung als Eigenwertproblem“. In: *Annalen der Physik* 384.6 (01/1926), S. 489–527. URL: <https://doi.org/10.1002/andp.19263840602> (besucht am 12. 01. 2024).
- [133] Erwin Schrödinger. „Quantisierung als Eigenwertproblem“. In: *Annalen der Physik* 385.13 (01/1926), S. 437–490. URL: <https://doi.org/10.1002/andp.19263851302> (besucht am 12. 01. 2024).
- [134] Erwin Schrödinger. „Quantisierung als Eigenwertproblem“. In: *Annalen der Physik* 386.18 (01/1926), S. 109–139. URL: <https://doi.org/10.1002/andp.19263861802> (besucht am 12. 01. 2024).
- [135] Eugene Hecht. *Optik*. 7. Aufl. Berlin, Boston: De Gruyter, 2018. ISBN: 9783110526653. DOI: doi:10.1515/9783110526653. URL: <https://doi.org/10.1515/9783110526653> (besucht am 12. 01. 2024).
- [136] Frank Pedrotti, Leno Pedrotti, Werner Bausch u. a. *Optik für Ingenieure*. 3. Aufl. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 2005. ISBN: 3-540-22813-6.
- [137] Albert Einstein, Boris Podolsky und Nathan Rosen. In: *Albert Einstein, Boris Podolsky, Nathan Rosen: Kann die quantenmechanische Beschreibung der physikalischen Realität als vollständig betrachtet werden?* Hrsg. von Claus Kiefer. Klassische Texte der Wissenschaft. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 2015. Kap. Kann man die quantenmechanische Beschreibung der physikalischen Wirklichkeit als vollständig betrachten?, S. 28–34. ISBN: 978-3-642-41999-7. DOI: 10.1007/978-3-642-41999-7.

- [138] Adam Becker. *Was ist real? Das ungelöste Problem der Quantenphysik*. Springer, 2021. ISBN: 978-3-662-62542-2. DOI: 10.1007/978-3-662-62542-2.
- [139] Philipp Kollenbroich. „Und Einstein hatte doch nicht recht“. In: *Spiegel Wissenschaft* (09.02.2017). URL: <https://www.spiegel.de/wissenschaft/natur/albert-einstein-und-die-quantentheorie-wo-das-genie-falsch-lag-a-1133669.html> (besucht am 14.04.2024).
- [140] Ben Brubaker. „How Bell’s Theorem Proved ‘Spooky Action at a Distance’ Is Real“. In: *Die Zeit* (20.07.2021). URL: <https://www.quantamagazine.org/how-bells-theorem-proved-spooky-action-at-a-distance-is-real-20210720/> (besucht am 12.01.2024).
- [141] Erwin Schrödinger. „Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik“. In: *Die Naturwissenschaften* 23.50 (13.12.1935), S. 844–849. DOI: 10.1007/BF01491891. URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF01491891> (besucht am 12.01.2024).
- [142] H Dieter Zeh. „On the interpretation of measurement in quantum theory“. In: *Foundations of Physics* 1.1 (03/1970), S. 69–76. URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00708656> (besucht am 12.01.2024).
- [143] John Archibald Wheeler. „Quantum Theory and Measurement“. In: Hrsg. von John Archibald Wheeler und Wojciech Hubert Zurek. Princeton Series in Physics. Princeton: Princeton University Press, 1983. Kap. Law Without Law, S. 182–213. URL: [https://psychonautwiki.org/w/images/3/30/Wheeler\\_law\\_without\\_law.pdf](https://psychonautwiki.org/w/images/3/30/Wheeler_law_without_law.pdf) (besucht am 12.01.2024).
- [144] Philippe Grangier, Gérard Roger und Alain Aspect. „Experimental Evidence for a Photon Anticorrelation Effect on a Beam Splitter: A New Light on Single-Photon Interferences“. In: *Europhysics Letters (EPL)* 1.4 (15.02.1986), S. 173–179. DOI: 10.1209/0295-5075/1/4/004. URL: <https://doi.org/10.1209/0295-5075/1/4/004> (besucht am 12.01.2024).
- [145] Vincent Jacques, E Wu, Frédéric Grosshans u. a. „Experimental realization of Wheeler’s delayed-choice gedanken experiment“. In: *Science* 315.5814 (16.02.2007), S. 966–968. DOI: 10.1126/science.1136303. URL: <https://www.science.org/doi/full/10.1126/science.1136303> (besucht am 12.01.2024).
- [146] *The Quantum Mechanics Visualisation Project (QuVis)*. Institute of Physics (IOP). URL: <https://www.st-andrews.ac.uk/physics/quvis/> (besucht am 12.01.2024).
- [147] Werner Heisenberg. „Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik“. In: *Zeitschrift für Physik* 43.3-4 (1927), S. 172–198. URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF01397280> (besucht am 12.01.2024).
- [148] Earle H. Kennard. „Zur Quantenmechanik einfacher Bewegungstypen“. In: *Zeitschrift für Physik* 44 (1927), S. 326–352. URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF01391200> (besucht am 12.01.2024).



- 
- [149] H. P. Robertson. „The Uncertainty Principle“. In: *Phys. Rev.* 34 (1 01.07.1929), S. 163–164. DOI: 10.1103/PhysRev.34.163. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.34.163> (besucht am 12. 01. 2024).
- [150] Siegfried Großmann. „Heisenberg’sche Unschärferelation“. In: (2013). URL: [https://fislandschaft.de/fileadmin/user\\_upload/Redaktion/Gebiete/theorien/Grundzuege\\_der\\_QM/201011\\_unschaeferfe.pdf](https://fislandschaft.de/fileadmin/user_upload/Redaktion/Gebiete/theorien/Grundzuege_der_QM/201011_unschaeferfe.pdf) (besucht am 12. 01. 2024).
- [151] Stefan Heusler, Malte Ubben und Philipp Bitzenbauer. „Was ist so besonders an Superpositionen? Von Überlagerungen in der klassischen Wellenlehre zu Superpositionen in der Quantenphysik“. In: *Naturwissenschaften im Unterricht Physik* 34.198 (2023): *Quantentechnologien*. Hrsg. von Stefan Heusler, Philipp Bitzenbauer und Malte Ubben, S. 8–11.
- [152] Rainer Müller und Hartmut Wiesner. „Die Heisenberg’sche Unbestimmtheitsrelation im Unterricht“. In: *Physik in der Schule* 11.35 (1997), S. 380–384.
- [153] Matthias Hauck. „Experimente zur Heisenberg’schen Unschärferelation: Ein Unterrichtskonzept von Dr. Matthias Hauck“. In: *Wissenschaft in die Schulen! / Physik in unserer Zeit* (). URL: [http://www.wissenschaft-schulen.de/sixcms/media.php/1308/WIS\\_HUR\\_Hauptdokument.pdf](http://www.wissenschaft-schulen.de/sixcms/media.php/1308/WIS_HUR_Hauptdokument.pdf) (besucht am 12. 01. 2024).
- [154] Albert Einstein, Boris Podolsky und Nathan Rosen. „Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?“. In: *Phys. Rev.* 47 (10 15.05.1935), S. 777–780. DOI: 10.1103/PhysRev.47.777. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.47.777> (besucht am 12. 01. 2024).
- [155] Ulrich Hohenester und Klaus Irgang. *Einführung in die Quantenmechanik: Für Studierende des Lehramts Physik*. Berlin: Springer Spektrum, 2023. ISBN: 978-3-662-65980-9. DOI: 10.1007/978-3-662-65980-9.
- [156] Cord Friebe, Meinard Kuhlmann, Holger Lyre u. a. *Philosophie der Quantenphysik. Einführung und Diskussion der zentralen Begriffe und Problemstellungen der Quantentheorie für Physiker und Philosophen*. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 2015. ISBN: 978-3-642-37790-7. DOI: 10.1007/978-3-642-37790-7.
- [157] Silvia Arroyo Camejo. *Skurrile Quantenwelt*. 6. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer, 2006. ISBN: 978-3-540-29720-8.
- [158] David Bohm. „A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of "Hidden" Variables. I“. In: *Phys. Rev.* 85 (2 15.01.1952), S. 166–179. DOI: 10.1103/PhysRev.85.166. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.85.166> (besucht am 12. 01. 2024).

- [159] John S. Bell. „On the einstein podolsky rosen paradox“. In: *Physics Physique Fizika* 1.3 (04.11.1964), S. 195. URL: <https://journals.aps.org/ppf/pdf/10.1103/PhysicsPhysiqueFizika.1.195> (besucht am 12.01.2024).
- [160] Albert Einstein. In: *Albert Einstein, Boris Podolsky, Nathan Rosen: Kann die quantenmechanische Beschreibung der physikalischen Realität als vollständig betrachtet werden?* Hrsg. von Claus Kiefer. Klassische Texte der Wissenschaft. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 2015. Kap. Einstein Arbeit von 1948, S. 55–60. ISBN: 978-3-642-41999-7. DOI: 10.1007/978-3-642-41999-7.
- [161] John F. Clauser, Michael A. Horne, Abner Shimony u. a. „Proposed Experiment to Test Local Hidden-Variable Theories“. In: *Phys. Rev. Lett.* 23 (15 13.10.1969), S. 880–884. DOI: 10.1103/PhysRevLett.23.880. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.23.880> (besucht am 12.01.2024).
- [162] Paul G. Kwiat, Klaus Mattle, Harald Weinfurter u. a. „New High-Intensity Source of Polarization-Entangled Photon Pairs“. In: *Phys. Rev. Lett.* 75 (24 12/1995), S. 4337–4341. DOI: 10.1103/PhysRevLett.75.4337. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.75.4337>.
- [163] J. B. Altepeter, E. R. Jeffrey und P. G. Kwiat. „Phase-compensated ultra-bright source of entangled photons“. In: *Opt. Express* 13.22 (10/2005), S. 8951–8959. DOI: 10.1364/OPEX.13.008951. URL: <https://opg.optica.org/oe/abstract.cfm?URI=oe-13-22-8951>.
- [164] Mark Fox. *Quantum optics: an introduction*. Oxford master series in atomic, optical, and laserphysics. Oxford: Oxford Univ. Press, 2006.
- [165] Alain Aspect. „Proposed experiment to test the nonseparability of quantum mechanics“. In: *Phys. Rev. D* 14 (8 15.10.1976), S. 1944–1951. DOI: 10.1103/PhysRevD.14.1944. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.14.1944> (besucht am 12.01.2024).
- [166] Alain Aspect, Philippe Grangier und Gérard Roger. „Experimental Tests of Realistic Local Theories via Bell’s Theorem“. In: *Phys. Rev. Lett.* 47 (7 17.08.1981), S. 460–463. DOI: 10.1103/PhysRevLett.47.460. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.47.460> (besucht am 12.01.2024).
- [167] Alain Aspect, Jean Dalibard und Gérard Roger. „Experimental Test of Bell’s Inequalities Using Time-Varying Analyzers“. In: *Phys. Rev. Lett.* 49 (25 20.12.1982), S. 1804–1807. DOI: 10.1103/PhysRevLett.49.1804. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.49.1804> (besucht am 12.01.2024).
- [168] Gregor Weihs, Thomas Jennewein, Christoph Simon u. a. „Violation of Bell’s Inequality under Strict Einstein Locality Conditions“. In: *Phys. Rev. Lett.* 81 (23 07.12.1998), S. 5039–5043. DOI: 10.1103/PhysRevLett.81.5039. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.81.5039> (besucht am 12.01.2024).

- 
- [169] Mary A Rowe, David Kielpinski, Volker Meyer u. a. „Experimental violation of a Bell’s inequality with efficient detection“. In: *Nature* 409 (15. 02. 2001), S. 791–794. URL: <https://www.nature.com/articles/35057215> (besucht am 12. 01. 2024).
- [170] Antoine Suarez. „Is there a real time ordering behind the nonlocal correlations?“ In: (20. 10. 2001). URL: [https://www.researchgate.net/publication/2186915\\_Is\\_there\\_a\\_real\\_time\\_ordering\\_behind\\_the\\_nonlocal\\_correlations](https://www.researchgate.net/publication/2186915_Is_there_a_real_time_ordering_behind_the_nonlocal_correlations) (besucht am 12. 01. 2024).
- [171] Wolfgang W. Osterhage. *Studium Generale Quantenphysik: Ein Rundflug von der Unschärferelation bis zu Schrödingers Katze*. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 2014. ISBN: 978-3-642-41743-6. DOI: 10.1007/978-3-642-41743-6.
- [172] Gernot Alber und Matthias Freyberger. „Quantenphysik: Quantenkorrelationen und die Bell’schen Ungleichungen. Von der Grundlagenforschung zur technologischen Anwendung“. In: *Physikalische Blätter* 55.10 (10/1999), S. 23–27. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/phbl.19990551006> (besucht am 12. 01. 2024).



# A. Anhang

## A.1. Kompetenzen

**Tabelle A.1.:** Übersicht über die Kompetenzen der KMK zugeordnet zu den Kompetenzbereichen[2, Seite 14-18]

<b>Sachkompetenz: Die SuS ...</b>	
S1	erklären Phänomene unter Nutzung bekannter physikalischer Modelle und Theorien.
S2	erläutern Gültigkeitsbereiche von Modellen und Theorien und beschreiben deren Aussage- und Vorhersagemöglichkeiten.
S3	wählen aus bekannten Modellen bzw. Theorien geeignete aus, um sie zur Lösung physikalischer Probleme zu nutzen.
S4	bauen Versuchsanordnungen auch unter Verwendung von digitalen Messwerterfassungssystemen nach Anleitungen auf, führen Experimente durch und protokollieren ihre Beobachtungen.
S5	erklären bekannte Messverfahren sowie die Funktion einzelner Komponenten eines Versuchsaufbaus.
S6	erklären bekannte Auswerteverfahren und wenden sie auf Messergebnisse an
S7	wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an.
<b>Erkenntnisgewinnungskompetenz: Die SuS ...</b>	
E1	identifizieren und entwickeln Fragestellungen zu physikalischen Sachverhalten.
E2	stellen theoriegeleitet Hypothesen zur Bearbeitung von Fragestellungen auf.

E3	beurteilen die Eignung von Untersuchungsverfahren zur Prüfung bestimmter Hypothesen.
E4	modellieren Phänomene physikalisch, auch mithilfe mathematischer Darstellungen und digitaler Werkzeuge, wobei sie theoretische Überlegungen und experimentelle Erkenntnisse aufeinander beziehen.
E5	planen geeignete Experimente und Auswertungen zur Untersuchung einer physikalischen Fragestellung.
E6	erklären mithilfe bekannter Modelle und Theorien die in erhobenen oder recherchierten Daten gefundenen Strukturen und Beziehungen.
E7	berücksichtigen Messunsicherheiten und analysieren die Konsequenzen für die Interpretation des Ergebnisses.
E8	beurteilen die Eignung physikalischer Modelle und Theorien für die Lösung von Problemen
E9	reflektieren die Relevanz von Modellen, Theorien, Hypothesen und Experimenten für die physikalische Erkenntnisgewinnung.
E10	beziehen theoretische Überlegungen und Modelle zurück auf Alltagssituationen und reflektieren ihre Generalisierbarkeit.
E11	reflektieren Möglichkeiten und Grenzen des konkreten Erkenntnisgewinnungsprozesses sowie der gewonnenen Erkenntnisse (z.B. Reproduzierbarkeit, Falsifizierbarkeit, Intersubjektivität, logische Konsistenz, Vorläufigkeit).

---

**Kommunikationskompetenz: Die SuS ...**

---

K1	recherchieren zu physikalischen Sachverhalten zielgerichtet in analogen und digitalen Medien und wählen für ihre Zwecke passende Quellen aus.
K2	prüfen verwendete Quellen hinsichtlich der Kriterien Korrektheit, Fachsprache und Relevanz für den untersuchten Sachverhalt.

K3	entnehmen unter Berücksichtigung ihres Vorwissens aus Beobachtungen, Darstellungen und Texten relevante Informationen und geben diese in passender Struktur und angemessener Fachsprache wieder.
K4	formulieren unter Verwendung der Fachsprache chronologisch und kausal korrekt strukturiert.
K5	wählen ziel-, sach- und adressatengerecht geeignete Schwerpunkte für die Inhalte von Präsentationen, Diskussionen oder anderen Kommunikationsformen aus.
K6	veranschaulichen Informationen und Daten in ziel-, sach- und adressatengerechten Darstellungsformen, auch mithilfe digitaler Werkzeuge.
K7	präsentieren physikalische Sachverhalte sowie Lern- und Arbeitsergebnisse sach-, adressaten- und situationsgerecht unter Einsatz geeigneter analoger und digitaler Medien.
K8	nutzen ihr Wissen über aus physikalischer Sicht gültige Argumentationsketten zur Beurteilung vorgegebener und zur Entwicklung eigener innerfachlicher Argumentationen.
K9	tauschen sich mit anderen konstruktiv über physikalische Sachverhalte aus, vertreten, reflektieren und korrigieren gegebenenfalls den eigenen Standpunkt.
K10	prüfen die Urheberschaft, belegen verwendete Quellen und kennzeichnen Zitate.

---

**Bewertungskompetenz: Die SuS ...**

---

B1	erläutern aus verschiedenen Perspektiven Eigenschaften einer schlüssigen und überzeugenden Argumentation.
B2	beurteilen Informationen und deren Darstellung aus Quellen unterschiedlicher Art hinsichtlich Vertrauenswürdigkeit und Relevanz.
B3	entwickeln anhand relevanter Bewertungskriterien Handlungsoptionen in gesellschaftlich- oder alltagsrelevanten Entscheidungssituationen mit fachlichem Bezug und wägen sie gegeneinander ab.
B4	bilden sich reflektiert und rational in außerfachlichen Kontexten ein eigenes Urteil.

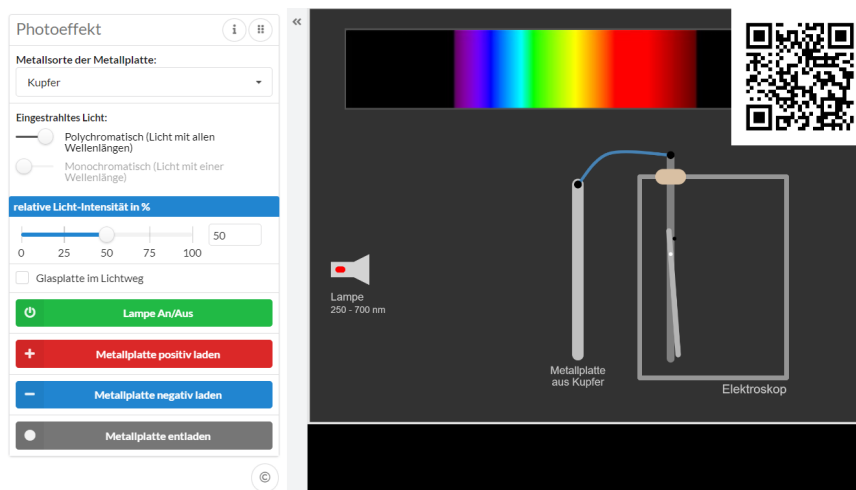
- |    |   |
|----|---|
| B5 | reflektieren Bewertungen von Technologien und Sicherheitsmaßnahmen oder Risikoinschätzungen hinsichtlich der Güte des durchgeführten Bewertungsprozesses.                     |
| B6 | beurteilen Technologien und Sicherheitsmaßnahmen hinsichtlich ihrer Eignung und Konsequenzen und schätzen Risiken, auch in Alltagssituationen, ein.                           |
| B7 | reflektieren kurz- und langfristige, lokale und globale Folgen eigener und gesellschaftlicher Entscheidungen.   |
| B8 | reflektieren Auswirkungen physikalischer Weltbetrachtung sowie die Bedeutung physikalischer Kompetenzen in historischen, gesellschaftlichen oder alltäglichen Zusammenhängen. |



## A.2. SuS-Versionen der Lernumgebungen

### Der Hallwachs-Versuch

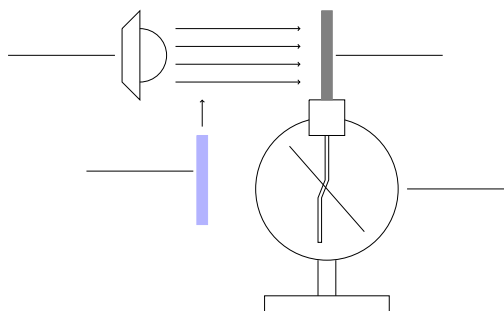
Ende des 19. Jahrhunderts und zu Beginn des 20. Jahrhunderts war die Erforschung elektromagnetischer Wellen ein Schwerpunkt der damaligen Physik. Beim Experimentieren mit diesen machte Heinrich Hertz 1887 eine Entdeckung, die 1895 von Wilhelm Hallwachs genauer untersucht wurde. Der Versuch ist heute unter dem Namen „Hallwachs-Versuch“ bekannt. Mit der Simulation (über QR-Code erreichbar) können Sie den Versuch nun selbst durchführen.



**Abbildung:** Simulation des Hallwachs-Versuchs, Quelle: Europaschule Gymnasium Westerstede, abrufbar unter [https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/01\\_photoeffekt01/photoeffekt01.html](https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/01_photoeffekt01/photoeffekt01.html), Zugriff am 11.11.2023

#### Aufgabe 1

Beschriften Sie die Skizze des Versuchsaufbaus.



Michelle Schwarz



1





## Die Gegenfeldmethode

Licht ausreichend großer Frequenz kann Elektronen aus Metallen lösen. Die beobachteten Phänomene aus dem Hallwachs-Versuch können mit einer Photozelle quantitativ untersucht werden. Die dafür verwendete Methode bezeichnet man als Gegenfeldmethode.

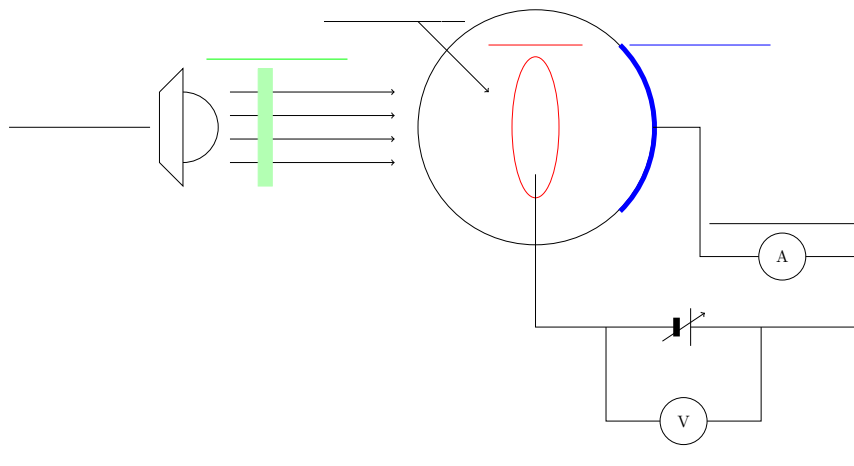
Lesen Sie sich die Erklärung zur Gegenfeldmethode (über QR-Code erreichbar) durch, um die folgenden Aufgaben zu bearbeiten.



### Aufgabe 1

Eine Photozelle besteht aus einer evakuierten Quarzglasröhre (Quarz ist durchlässig für den UV-Anteil des Lichts), die eine Kathode aus einem Alkalimetall wie Cäsium sowie eine Anode in Form eines Drahrings aus dem gleichen Alkalimetall enthält.

- a) Beschriften Sie die Skizze des Versuchsaufbaus.

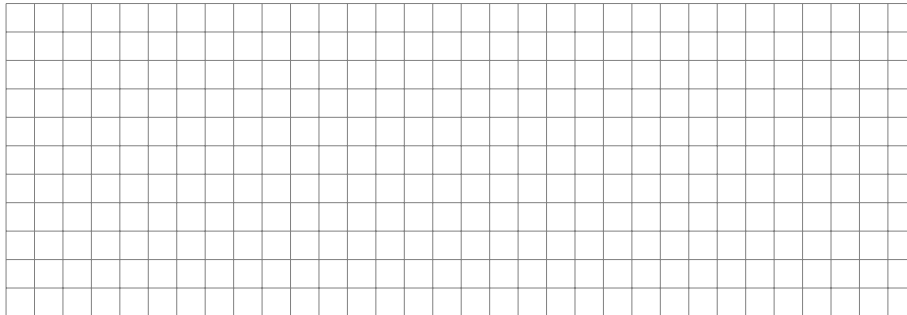


- b) Erklären Sie die Begriffe in der Tabelle in eigenen Worten.

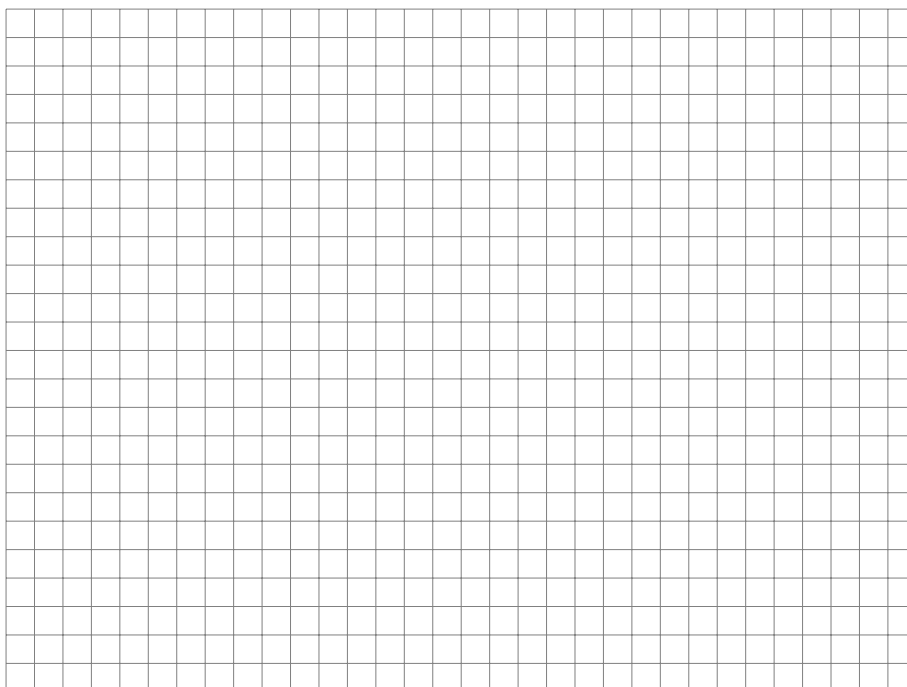




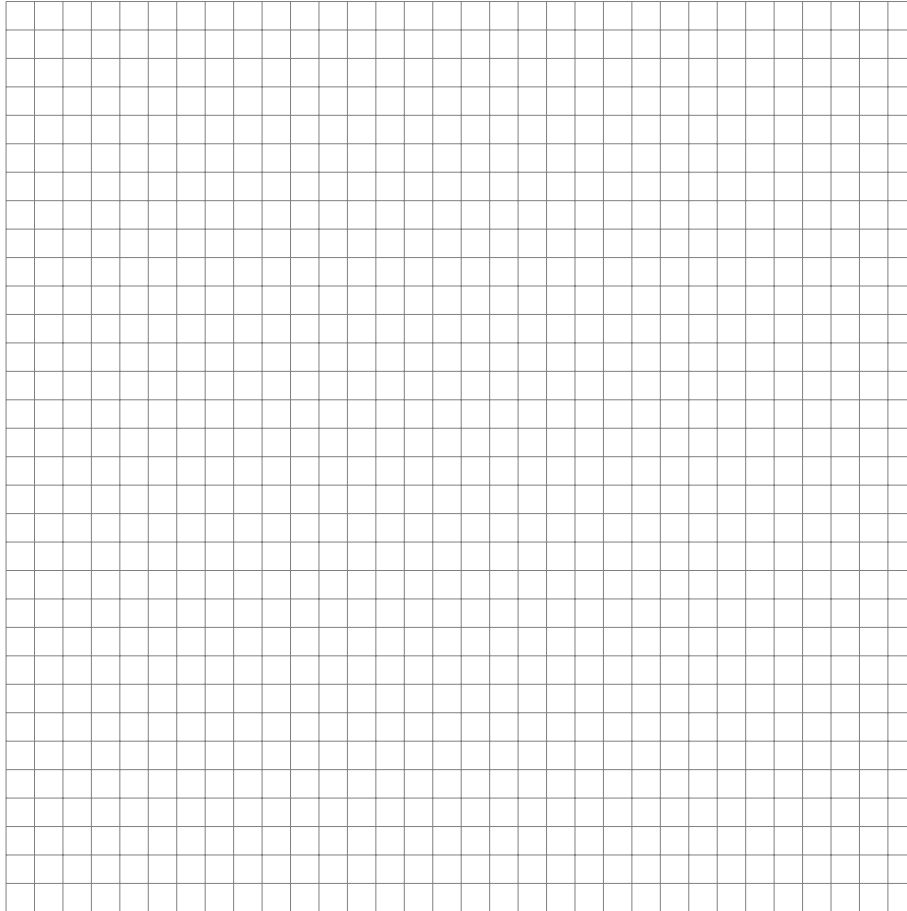




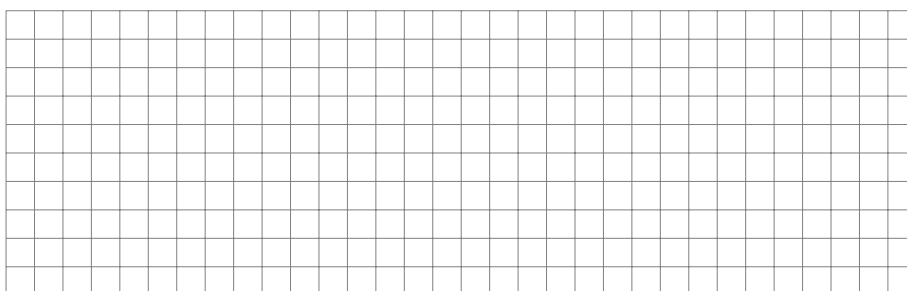
c) Zeichnen Sie ein Diagramm zur Abhängigkeit der maximalen kinetischen Energie der Photoelektronen von der Frequenz des eingestrahlt Lichts. Dabei soll sowohl die Nullstelle als auch der y-Achsenabschnitt ablesbar sein.

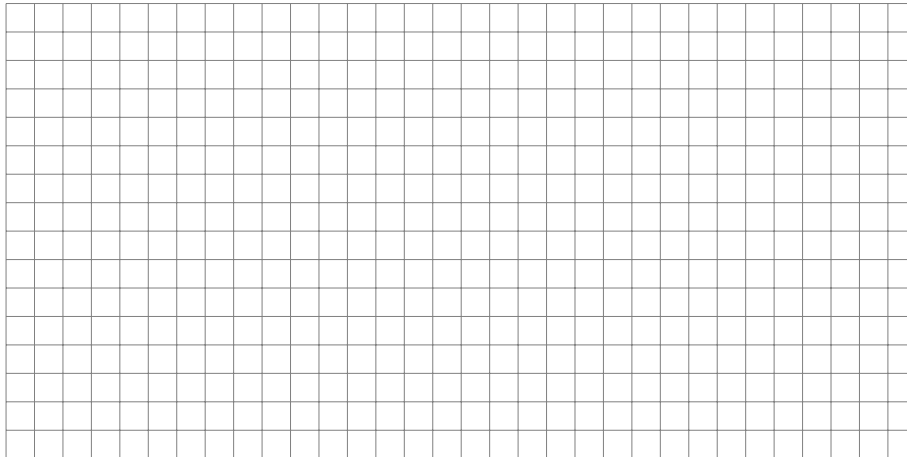


d) Untersuchen Sie auch für eine Natrium- und Kaliumphotozelle die Abhängigkeit der maximalen kinetischen Energie der Photoelektronen von der Frequenz des eingestrahlt Lichts. Stellen Sie die Ergebnisse grafisch in dem Diagramm aus Aufgabe c) dar.



e) Bestimmen Sie für alle drei Materialien die **mittlere** Steigung.





f) Die Grenzfrequenz ist der Schnittpunkt mit der x-Achse. Der Photoeffekt kann nur auftreten, wenn die Photoelektronen eine maximale kinetische Energie haben, die größer als 0 ist.

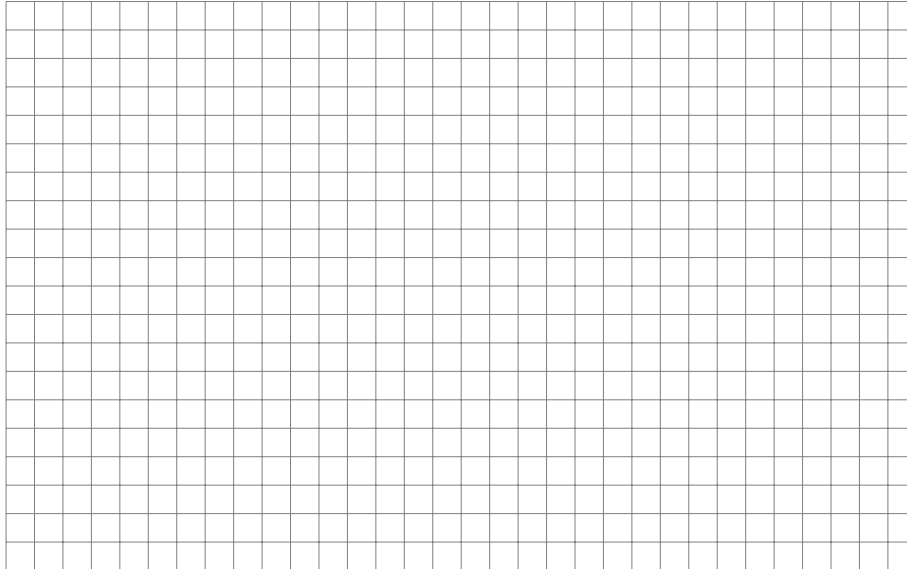
Die Auslösearbeit ist der negative Wert des y-Achsenabschnitts. Zum Auslösen eines Elektrons ist eine materialspezifische Auslösearbeit notwendig, sodass die maximale kinetische Energie gerade der Differenz von Lichtenergie und Auslösearbeit entspricht.

$$E_{\text{Licht}} = E_{\text{kin,max}} + W_A \Leftrightarrow E_{\text{kin,max}} = E_{\text{Licht}} - W_A$$

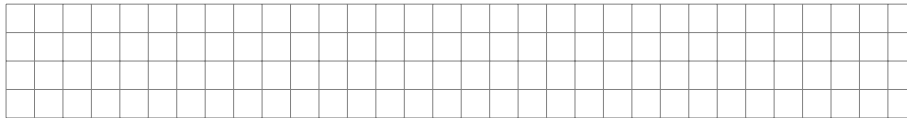
Bestimmen Sie die Grenzfrequenz für alle drei Materialien rechnerisch und lesen Sie die Auslösearbeiten aus dem Diagramm ab. Stellen Sie eine Geradengleichung für alle drei Materialien auf.







g) Stellen Sie eine allgemeine Gleichung auf, die die Abhängigkeit der maximalen kinetischen Energie der Photoelektronen von der Frequenz des eingestrahlt Lichts beschreibt.



## Das Photonenmodell

Bei der Durchführung der Gegenfeldmethode erkennt man: Die maximale kinetische Energie der ausgelösten Photoelektronen ist proportional zur Frequenz des eingestrahlichten Lichts. Die Steigung ist materialunabhängig. Diese Größe ist das Planck'sches Wirkungsquantum  $h$ , eine Naturkonstante:  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{\text{J}}{\text{s}}$ . Damit können wir unsere Geradengleichung schreiben als

$$E_{kin,max} = h \cdot f - W_A$$

Die Beobachtungen der vorherigen Versuche konnten erstmals 1905 von Albert Einstein gedeutet werden. Er formulierte seine Lichtquantenhypothese:

### Einsteins Lichtquantenhypothese

Der Energieaustausch von Licht mit Materie erfolgt in Energiebeiträgen der Größe  $E_{Licht} = h \cdot f$ . Diese Quanten nennt man Photonen. Die Lichtenergie ist quantisiert, das heißt Energie kann nur portionsweise übertragen werden.

Dieses (für uns neue) Modell des Lichts bezeichnen wir als Photonenmodell des Lichts.

### Deutung des Photoeffekts im Photonenmodell

Beim Photoeffekt trifft Licht auf ein Metall. Ein Photon gibt dabei seine gesamte kinetische Energie an das Elektron ab. Ist diese Energie groß genug, so kann das Elektron die Auslösearbeit überwinden und das Metall verlassen. Die Energieübertragung erfolgt also portionsweise. Höherfrequentes Licht kann größere Energieportionen abgeben aufgrund der Beziehung  $E_{Licht} = h \cdot f$ . Dies erklärt, warum der Photoeffekt erst ab einer bestimmten Grenzfrequenz auftritt.

Die Gleichung  $h \cdot f = E_{kin,max} + W_A$  kann dabei auch als Energiebilanzgleichung interpretiert werden. Wir nehmen an, die Energie, welche das Elektron an das Photon abgibt, ist größer als die notwendige Auslösearbeit. Ein Teil der übertragenen Energie benötigt das Elektron, um das Metall zu verlassen. Die restliche übertragene Energie wird in kinetische Energie umgewandelt.

### Frequenz und Intensität des Lichts

Mit dem Photonenmodell können wir die Bedeutung einer größeren Intensität und größeren Frequenz beschreiben. Wir gehen davon aus, dass der Photoeffekt auftritt.

- Bei konstanter Frequenz bedeutet eine höhere Intensität des verwendeten Lichts, dass mehr Photonen gleicher Energie auf das Metall treffen und dadurch mehr Elektronen ausgelöst werden.
- Bei konstanter Intensität bedeutet eine höhere Frequenz des verwendeten Lichts, dass gleich viele Photonen auf das Metall treffen, diese aber eine größere Energie haben. Das heißt die ausgelösten Elektronen haben eine größere kinetische Energie.

**Deutung des Hallwachs-Versuchs**

Wir können die Beobachtungen des Hallwachs-Versuchs mit dem Photonenmodell erklären.

<b>Beobachtung</b>	<b>Erklärung im Photonenmodell</b>
Existenz einer Grenzfrequenz	Haben die Photonen eine zu geringe Energie, können noch so viele Photonen den Photoeffekt nicht auslösen. Die Energie der Photonen ist proportional zur eingestrahnten Frequenz.
Existenz einer maximalen kinetischen Energie	Ein Elektron absorbiert die Energie eines Photons, damit ist die Energieaufnahme beschränkt.
Abhängigkeit der Photospannung von der Frequenz des eingestrahnten Lichts	Die maximale kinetische Energie ist proportional zur Photospannung. Nach der lichtelektrischen Gleichung ist die Energie und damit auch die Photospannung von der Frequenz abhängig.
Unabhängigkeit der Photospannung von der Intensität	Die maximale kinetische Energie ist proportional zur Photospannung. Nach der lichtelektrischen Gleichung ist die Energie und damit auch die Photospannung von der Intensität unabhängig.

## Die Hypothese von de Broglie

Wellen zeigen Teilchencharakter. Wir vermuten, dass Teilchen auch Wellencharakter zeigen und stellen folgende Hypothese auf:

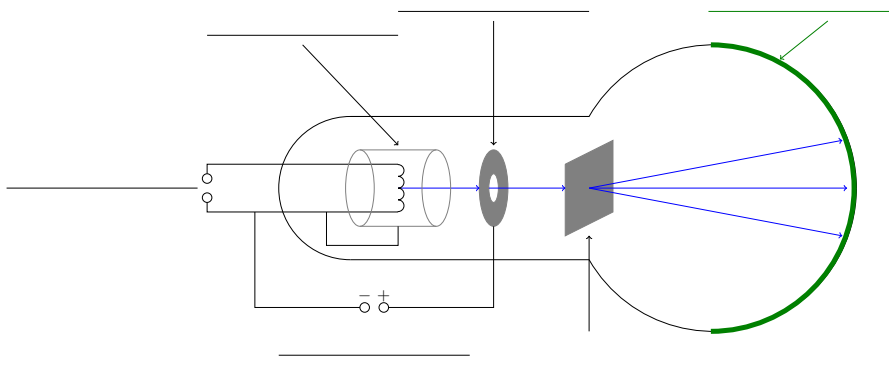
### Hypothese

Teilchen zeigen Wellencharakter.

Wir können diese Hypothese mithilfe einer Elektronenbeugungsröhre bestätigen. Eine Elektronenbeugungsröhre besteht aus einer Elektronenkanone, einer dünnen Folie aus polykristallinem Graphit und einem Fluoreszenzschirm. In dieser evakuierten Glasröhre treten Elektronen aus einer Glühkathode aus, werden durch eine anliegende Spannung beschleunigt und treffen auf die Graphitfolie.

### Aufgabe 1

Beschriften Sie die Skizze des Versuchsaufbaus.



### Aufgabe 2

Die Simulation zeigt die fluoreszierende Schicht der Elektronenbeugungsröhre. Stellen Sie die Beschleunigungsspannung so ein, dass ein Bild auf dem Schirm erkennbar ist.

- Beschreiben Sie Ihre Beobachtung. Variieren Sie die Beschleunigungsspannung und beschreiben Sie die Veränderung des Bildes auf dem Fluoreszenzschirm. Nehmen Sie Stellung zur oben aufgestellten Hypothese.

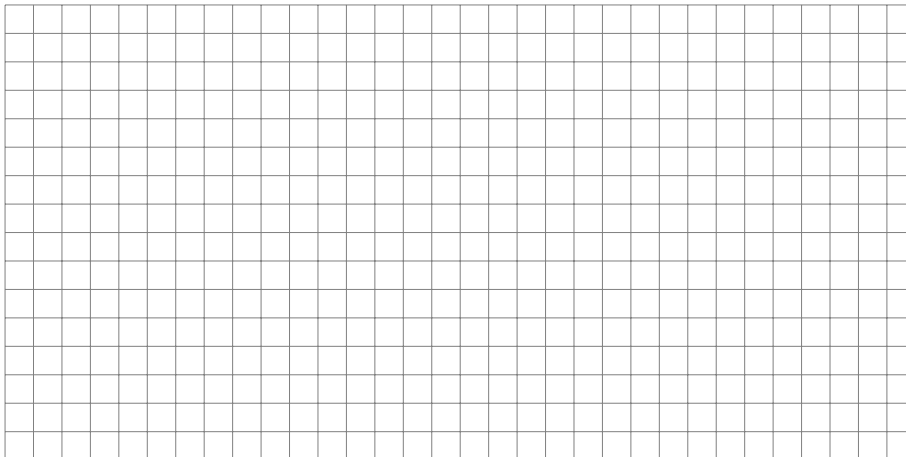


**Aufgabe 3**

Photonen zeigen Teilchencharakter. Daher kann man ihnen auch typische Teilcheneigenschaften wie Masse und Impuls zuordnen. Zeigen Sie, dass für Masse und Impuls von Photonen gilt:



$$m = \frac{h}{c \cdot \lambda} \quad \text{und} \quad p = \frac{h}{\lambda}$$



Da Teilchen Wellencharakter zeigen, können wir ihnen auch eine Wellenlänge zuordnen und die Beziehung  $p = \frac{h}{\lambda}$  gilt auch für Elektronen. Diese Hypothese stellte auch de Broglie im Jahr 1924 auf:

**Hypothese von de Broglie**

Kleine bewegte Teilchen verhalten sich wie eine Welle (Materiewelle) mit der Materiewellenlänge (de Broglie-Wellenlänge)  $\lambda_{dB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$ .

**Aufgabe 4**

a) Leiten Sie die Formel zur Bestimmung der Materiewellenlänge eines geladenen Teilchens her, das die Beschleunigungsspannung  $U_B$  durchlaufen hat:

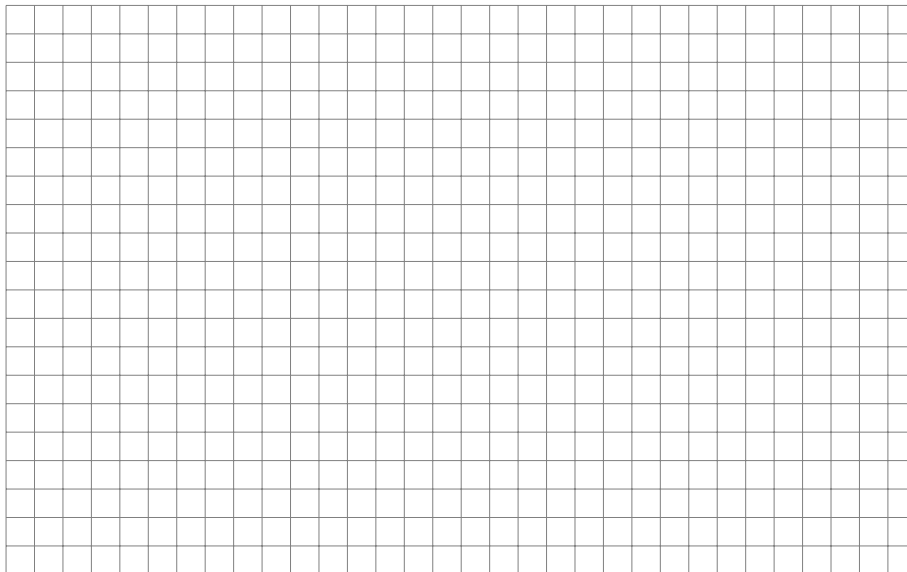


$$\lambda_{dB} = \frac{h}{\sqrt{2m_e \cdot e \cdot U_B}}$$



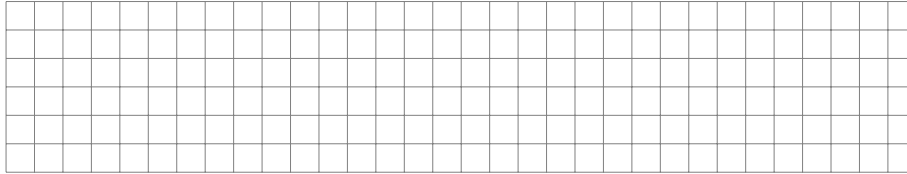


b) Kristalle sind regelmäßig aufgebaut und haben Gitterstrukturen in der Größenordnung von  $10^{-10}$  m. Zeigen Sie, dass die Materiewellenlänge bei geeigneter Beschleunigungsspannung in der Größenordnung von Kristallen liegt. Berechnen Sie dazu die Materiewellenlänge für die verschiedenen Beschleunigungsspannungen 1 V, 10 V und 100 V.





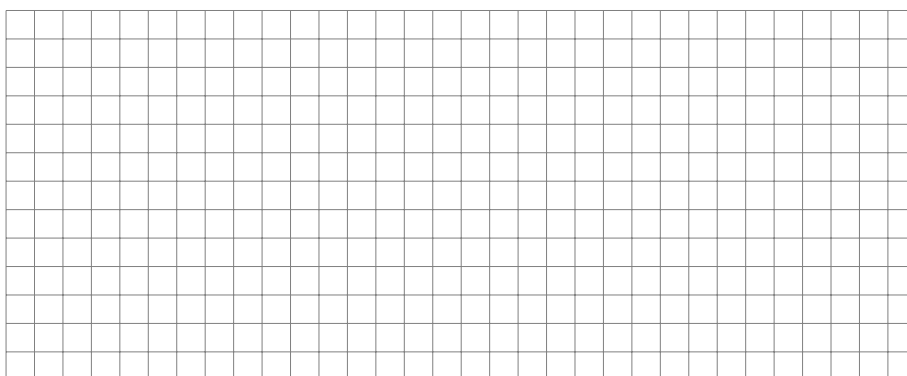
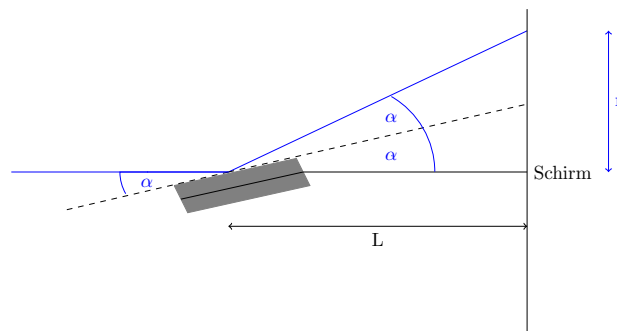


**Aufgabe 2**

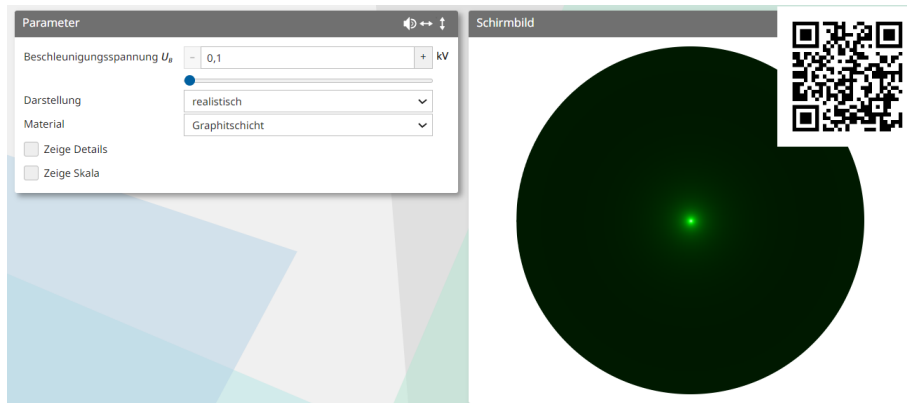
Um die Hypothese von de Broglie zu bestätigen, müssen wir zeigen, dass die Ergebnisse aus dem Experiment mit den Ergebnissen von de Broglie übereinstimmen. Dazu nutzen wir geometrische Überlegungen. Sei nun  $L$  der Abstand von Graphit zum Schirm und  $r$  der Radius der Interferenzringe auf dem Schirm.

- a) Zeigen Sie, dass die Wellenlänge im Experiment mithilfe des Radius der Interferenzringe bestimmt werden kann mit:

$$\lambda_{\text{Experiment}} = \frac{2d \cdot \sin(\tan^{-1}(\frac{r}{2L}))}{k}$$

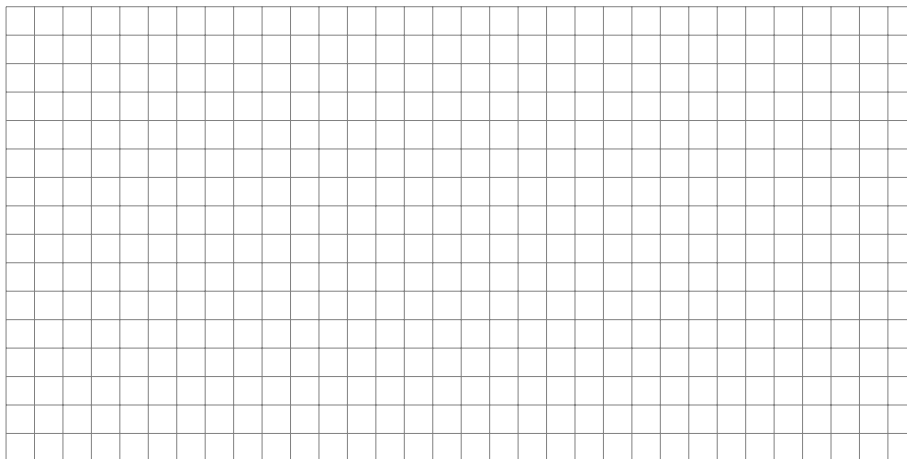


Mit der Simulation (über QR-Code erreichbar) können Sie mit der oben hergeleiteten Formel die Hypothese von de Broglie bestätigen.



Simulation zur Elektronenbeugung, Quelle: Thomas Kippenberg, abrufbar unter <https://kippenbergs.de/mint-electron-diffraction>, Zugriff am 28.05.2024

- b) Vergleichen Sie nun die nach de Broglie erwartete Wellenlänge mit der aus dem Experiment berechneten Wellenlänge für die Beschleunigungsspannungen 2 kV, 3 kV und 4 kV und den Abstand zwischen Graphitfolie von 20 cm. Wählen Sie dazu die idealisierte Darstellung der Simulation. Der Netzebenenabstand von Graphit beträgt  $2,13 \cdot 10^{-10}$  m. Berechnen Sie jeweils den relativen Fehler. Nennen Sie Stellung zur Hypothese von de Broglie.

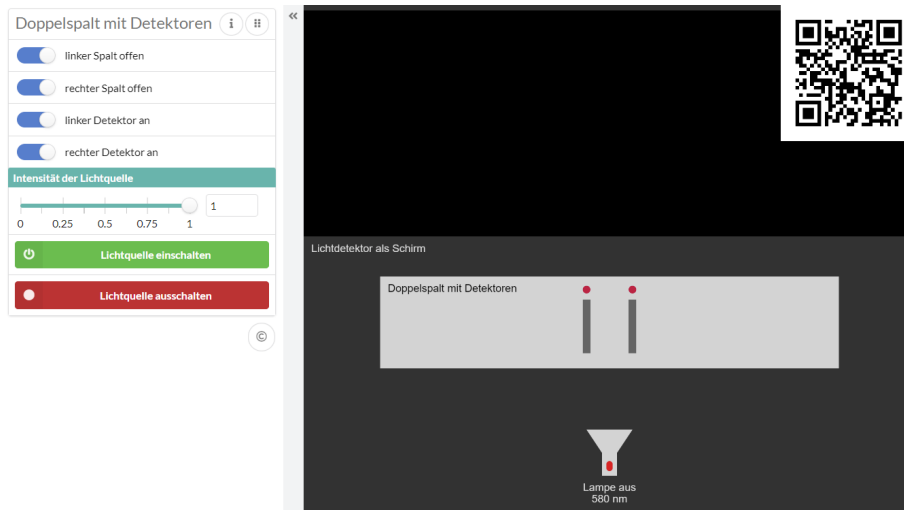






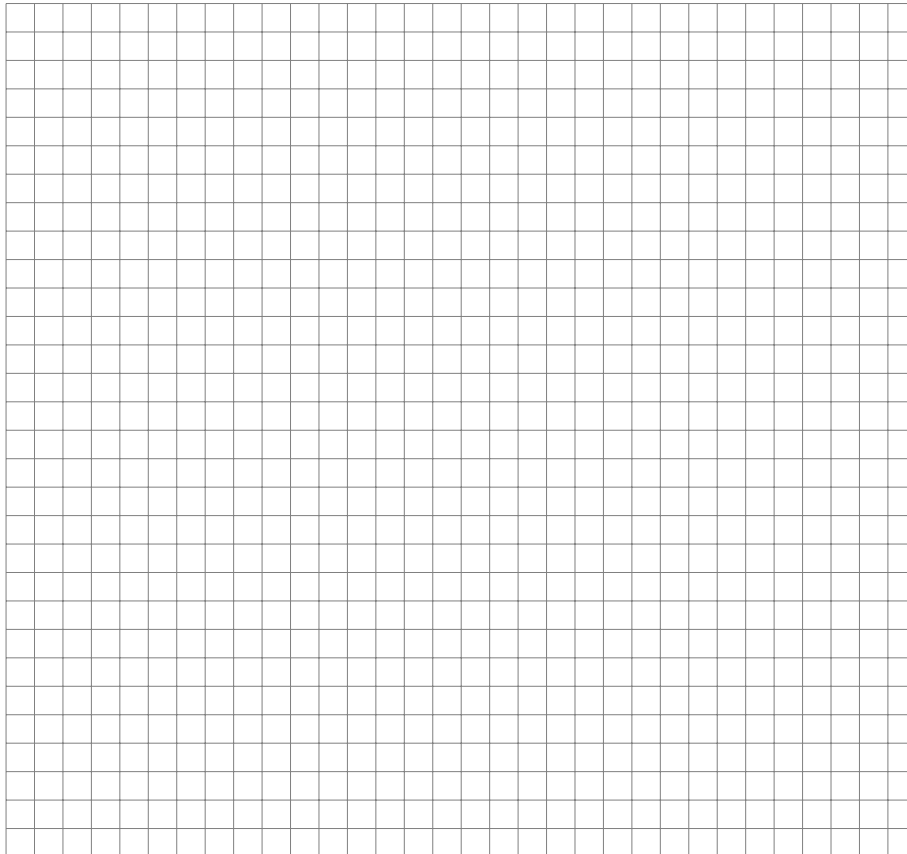
**Aufgabe 2**

Der Doppelspalt-Versuch kann heute auch mit einzelnen Quantenobjekten durchgeführt werden. Führen Sie den Doppelspalt-Versuch mit Photonen mit der Simulation durch (über QR-Code erreichbar). Beschreiben Sie für a)-c) Ihre Beobachtung.



Simulation zur Durchführung des Doppelspaltversuchs mit einzelnen Quantenobjekten, Quelle: Europaschule Gymnasium Westerstede, abrufbar unter [https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/04\\_doppelspaltphoton03/doppelspaltphoton03.html](https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/04_doppelspaltphoton03/doppelspaltphoton03.html), Zugriff am 19.11.2023

- Öffnen Sie den linken Spalt, schließen Sie den rechten Spalt und schalten Sie die Quelle ein.
- Schließen Sie nun den linken Spalt, öffnen Sie den rechten Spalt und schalten Sie die Quelle ein.
- Öffnen Sie beide Spalte und schalten Sie die Quelle ein.
- Beschreiben Sie die Entstehung des Musters auf dem Schirm.



e) Einige Beobachtungen des Doppelspaltversuchs können mit dem Wellenmodell, andere mit dem Photonenmodell erklärt werden. Ordnen Sie den Beobachtungen die passende Erklärung zu (über QR-Code erreichbar). Kreuzen Sie in der Tabelle an, welche Beobachtung mit dem Wellenmodell und welche mit dem Photonenmodell erklärt werden kann.

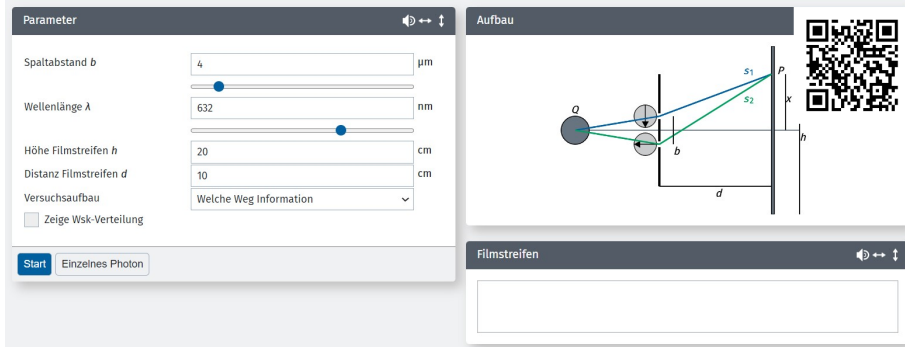
Beobachtung	Wellenmodell	Photonenmodell
Auf dem Schirm erscheinen einzelne Punkte, deren Ort nicht erklärbar ist.		
Es entsteht ein Interferenzmuster.		





**Aufgabe 4**

Anstelle von Dektoren können auch Polarisationsfilter in den Strahlengang eingebracht werden. Führen Sie den Versuch mit der Simulation (über QR-Code erreichbar) durch. Beobachten Sie das entstehende Muster auf dem Filmstreifen.



Simulation zum Delayed-Choice-Experiment, Quelle: Thomas Kippenberg, abrufbar unter <https://kippenbergs.de/mint-dualism>, Zugriff am 19.11.2023

- Wählen Sie den Standard-Versuchs-Aufbau und starten Sie die Simulation.
- Wählen Sie nun den Aufbau „Welche Weg Information“. Es werden zwei Polarisationsfilter in den Strahlengang eingebracht, die senkrecht zueinander stehen.
- Wählen Sie nun den Aufbau „Quantenradierer“. Vor dem Schirm wird ein dritter Polarisationsfilter eingebracht, der im 45°-Winkel zu den anderen steht. Erklären Sie, warum dieser Aufbau als Quantenradierer bezeichnet wird.





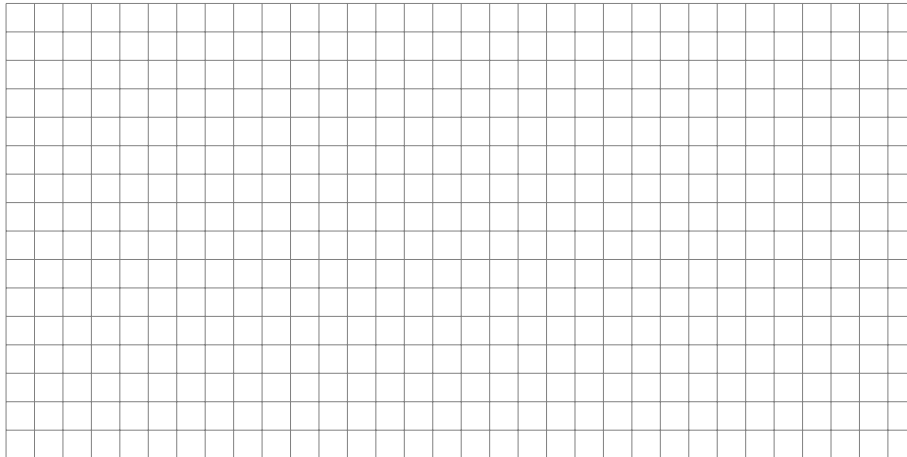
**Delayed-Choice-Experiment**

Der Quantenradierer wird auch als Delayed-Choice-Experiment bezeichnet, da auch nach Passieren des Doppelspalts und der ersten beiden Polarisationsfilter noch über den Einbau des dritten Polarisationsfilters ( $45^\circ$ ) entschieden werden kann. Damit wird der Ausgang des Experiments verzögert beeinflusst.

**Aufgabe 5**

Der Doppelspaltversuch kann auch mit Elektronen durchgeführt werden. Als Quantenobjekte zeigen Elektronen am Doppelspalt das gleiche Verhalten wie Photonen. Einen Unterschied sieht man lediglich anhand des entstehenden Interferenzmusters. Entscheiden Sie begründet, welches Interferenzmuster von Elektronen und welches von Photonen erzeugt wurde. Sie dürfen den Zusammenhang  $d_k = \frac{k \cdot \lambda \cdot l}{g}$  verwenden, wobei  $d_k$  den Abstand vom 0. zum k. Maximum angibt,  $l = 1 \text{ m}$  der Abstand zum Schirm und  $g = 10 \mu\text{m}$  der Spaltabstand ist.

Schirmbild 1		Schirmbild 2	
$d_1$	0,05 m	$d_1$	$1,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$
$d_2$	0,1 m	$d_2$	$3 \cdot 10^{-5} \text{ m}$
$d_3$	0,15 m	$d_3$	$4,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$





**Born'sche Wahrscheinlichkeitsinterpretation**

Quantenobjekte zeigen Wellencharakter, weshalb sie mit der Wellenfunktion  $\Psi(x, t)$  in Abhängigkeit des Ortes  $x$  und der Zeit  $t$  beschrieben werden können. Das Betragsquadrat  $|\Psi(x, t)|^2$  beschreibt die Wahrscheinlichkeitsdichte das Quantenobjekt am Ort  $x$  auf dem Schirm anzutreffen. Sie ist proportional zur Wahrscheinlichkeit das Quantenobjekt im Intervall  $x + dx$  anzutreffen:

$$P(x, t)dx \propto |\Psi(x, t)|^2 dx$$

Die Wahrscheinlichkeit  $P$  ein Photon auf dem Intervall  $[a, b]$  anzutreffen ist

$$P([a, b]) = \int_a^b |\Psi(x, t)|^2 dx.$$

Die Wahrscheinlichkeit das Quantenobjekt im gesamten Raum (also irgendwo) zu finden, muss 1 sein. Daraus folgt die Normierungsbedingung

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x, t)|^2 dx = 1.$$

Daraus folgt

$$P(x, t)dx = |\Psi(x, t)|^2 dx$$

**Deutung des Doppelspaltversuchs**

Wir erhalten für die Wahrscheinlichkeit ein Photon zwischen  $x = a$  und  $x = b$  auf dem Schirm anzutreffen

$$P([a, b]) = \int_a^b |\Psi(x)|^2 dx.$$

Die Variable  $x$  beschreibt die Lage auf dem Schirm mit dem Maximum 0. Ordnung bei  $x = 0$ . Es sei nun  $\Psi_1$  die Wellenfunktion, wenn nur der linke Spalt geöffnet ist und  $\Psi_2$  die Wellenfunktion, wenn nur der rechte Spalt geöffnet ist. Für den Fall dass beide Spalten geöffnet sind, erhalten wir

$$\Psi_{res} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_1 + \Psi_2).$$

Wir erhalten für die Wahrscheinlichkeitsdichte

$$|\Psi|^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_1 + \Psi_2) \right|^2 = \frac{1}{2} (|\Psi_1|^2 + |\Psi_2|^2) + \Psi_1 \Psi_2.$$

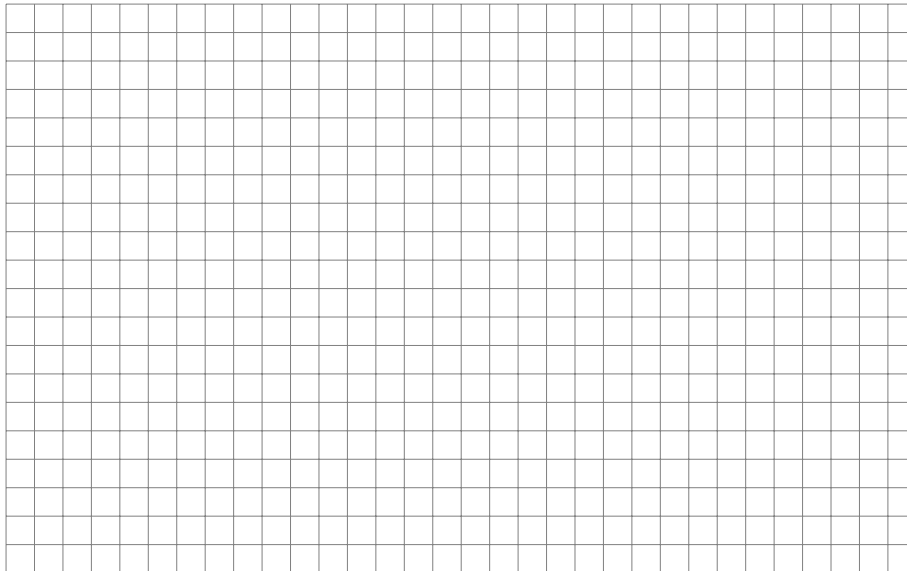
Der Term  $\Psi_1 \Psi_2$  zeigt das Auftreten eines Interferenzmusters und wird deshalb als Interferenzterm bezeichnet.

**Determiniertheit in der Quantenmechanik**

Für ein einzelnes Quantenobjekt (System) ist die Quantenphysik nicht deterministisch. Nach dem Auftreffen vieler Photonen entsteht das typische Doppelspaltinterferenzmuster. Diese Verteilung ist bei gleichen Anfangsbedingungen (Spaltbreite, Spaltabstand) reproduzierbar und damit **stochastisch vorhersagbar**.

**Aufgabe 2**

Erklären Sie anhand des Torwandschießens und dem Verhalten eines einzelnen Photons am Doppelspalt den Unterschied zwischen dem klassischen Determinismus und der quantenmechanischen Determiniertheit.



## Realität in der Quantenphysik

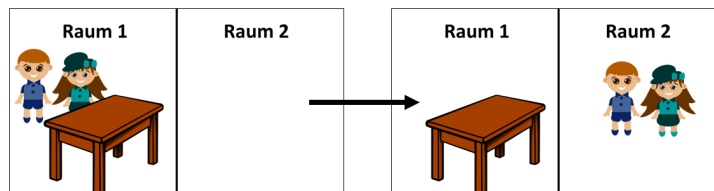
### Klassische Definition der Realität

Ein Objekt hat festgelegte Eigenschaften unabhängig davon, ob daran eine Beobachtung (Messung) erfolgt.

**Beispiel:** Der Tisch befindet sich an einem bestimmten Ort in Raum 1, auch

- wenn wir nicht hinschauen oder
- die genaue Position nicht kennen, weil wir die Position nicht gemessen haben.

Der Wert der Eigenschaft ist festgelegt. Kennen wir den Wert der Eigenschaft Ort (die genauen Koordinaten) nicht, so liegt dies an bloßer Unwissenheit.



### Aufgabe 1

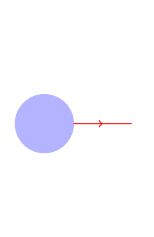
Wir unterscheiden „Eigenschaften“ als messbare physikalische Größen und „Werte von Eigenschaften“ als bei der Messung ermittelte Messwerte. Ordnen Sie die folgenden Begriffe sowohl einander als auch der passenden Kategorie zu.

Material, braun, Höhe, 70 cm, Holz, Koordinaten (3,6,2), Farbe, Ort

Eigenschaft	Wert der Eigenschaft
Material	Holz
Höhe	70 cm
Ort	Koordinaten (3,6,2)
Farbe	braun

### Der Zustandsbegriff

Im Folgenden überprüfen wir die Gültigkeit der klassischen Realitätsdefinition in der Quantenphysik am Beispiel der Eigenschaft „Ort des Photons“ am Doppelspalt. Wir betrachten ein Photon, welches sich dem Doppelspalt nähert. Wir gehen davon aus, dass das Photon hinter dem Doppelspalt detektiert wird.



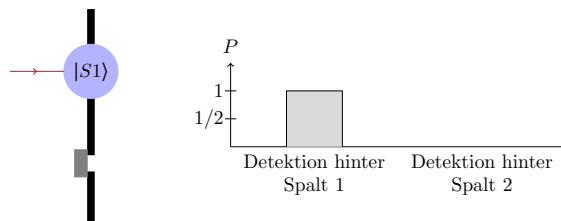
Michelle Schwarz



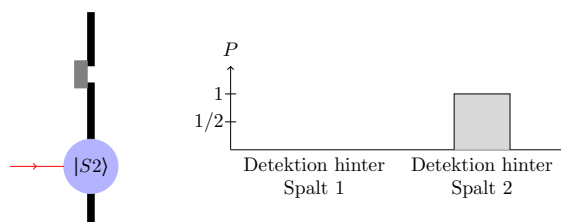
1



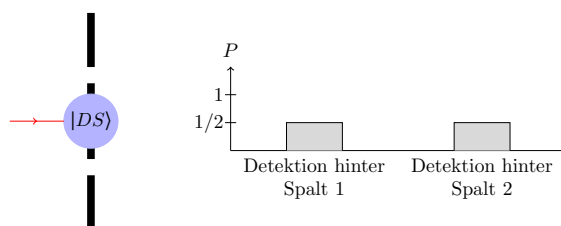
- 1) Es ist nur Spalt 1 geöffnet. Das Photon wird mit der Wahrscheinlichkeit  $P = 1$  hinter Spalt 1 detektiert. Es befindet sich im Zustand  $|S1\rangle$ .



- 2) Es ist nur Spalt 2 geöffnet. Das Photon wird mit der Wahrscheinlichkeit  $P = 1$  hinter Spalt 2 detektiert. Es befindet sich im Zustand  $|S2\rangle$ .



- 3) Es sind beide Spalte geöffnet. Das Photon wird zufällig mit einer Wahrscheinlichkeit von  $P = \frac{1}{2}$  hinter Spalt 1 oder Spalt 2 detektiert. Es befindet sich am Ort des Doppelspalts in einem **Superpositionszustand** (Überlagerungszustand)  $|DS\rangle$ . Dieser setzt sich in gleichen Anteilen aus den beiden Zuständen  $|S1\rangle$  und  $|S2\rangle$  zusammen. Nur ein solcher Superpositionszustand ist in der Lage, ein Interferenzmuster zu erzeugen.



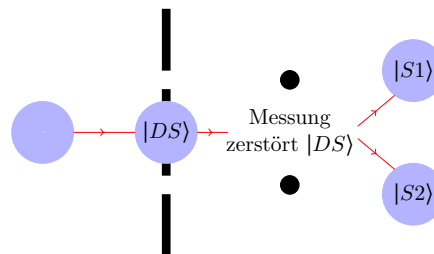
Wir können nicht sagen, durch welchen Spalt das Photon gegangen ist. Am Ort des Doppelspalts liegen somit beide klassischen Möglichkeiten (Spalt 1 oder Spalt 2) gleichzeitig vor.

**Der quantenmechanische Zustand**

Ein quantenmechanischer Zustand beschreibt ein Quantenobjekt vollständig. Das bedeutet alle Eigenschaften, die man über ein Quantenobjekt erhalten kann, werden durch den quantenmechanischen Zustand beschrieben.

**Der quantenmechanische Messprozess**

Am Ort des Doppelspalts befindet sich das Photon in dem Superpositionszustand  $|DS\rangle$ . Durch das Anbringen von Detektoren besteht die Möglichkeit, den Ort des Photons hinter dem Doppelspalt zu bestimmen. Dabei beschreibt  $|S1\rangle$  den Zustand, dass Detektor 1 das Photon registriert hat und  $|S2\rangle$  den Zustand, dass Detektor 2 das Photon registriert hat.



Die Messung des Detektors führt zu einem eindeutigen Ergebnis: Das Photon befindet sich nach der Messung jeweils mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % im Zustand  $|S1\rangle$  oder  $|S2\rangle$ , es klicken aber niemals beide Detektoren gleichzeitig. Die Messung „zerstört“ also den Superpositionszustand („Kollaps der Wellenfunktion“) und realisiert einen Wert der Eigenschaft Ort. Es gibt hierfür zwei Möglichkeiten:

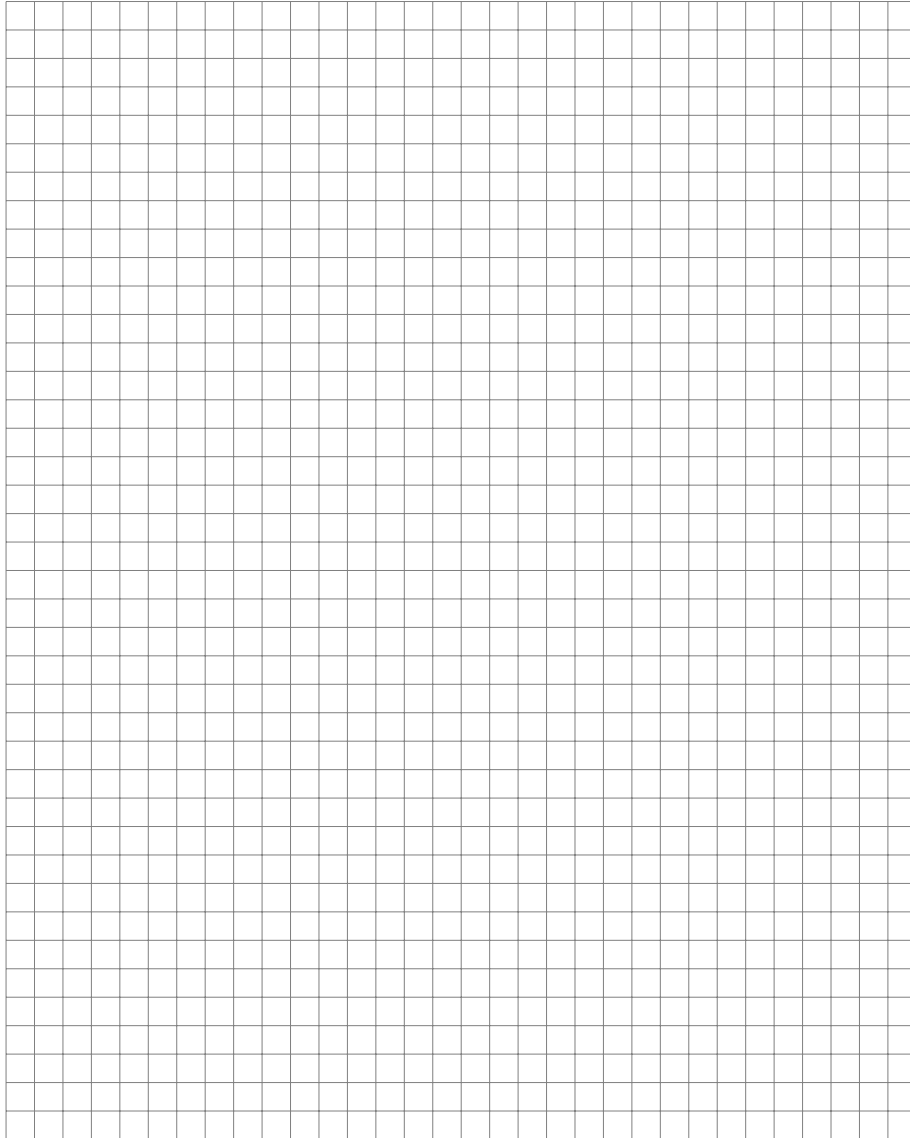
- $|DS\rangle$  kollabiert zu  $|S1\rangle$
- $|DS\rangle$  kollabiert zu  $|S2\rangle$

**Einschränkung des Begriffs Realität in der Quantenphysik**

Die Eigenschaften eines Quantenobjekts können bis zu dem Moment der Messung undefiniert sein, also als Superposition vorliegen. Eine Messung „zerstört“ die Superposition und realisiert einen Wert der Eigenschaft.

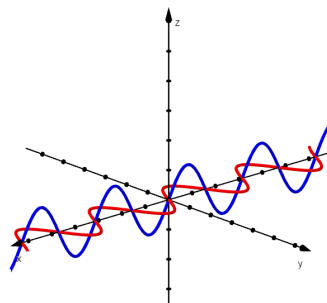




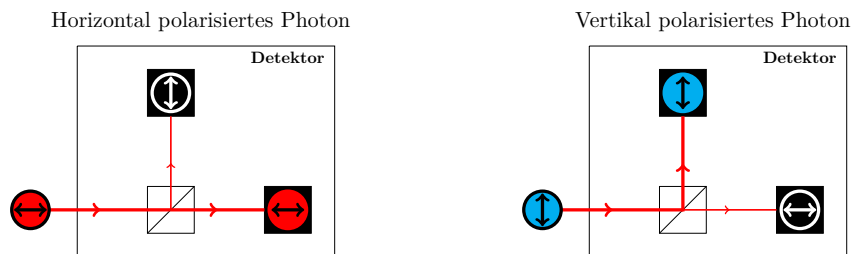


### Polarisationszustand von Photonen

In der Quantenphysik können wir den klassischen Realitätsbegriff nicht anwenden. In dieser Lernumgebung betrachten wir dazu als zweites Beispiel den Polarisationszustand. Eine linear polarisierte Welle kann verschiedene Polarisationsrichtungen annehmen. Im Folgenden betrachten wir die horizontale (rote Welle) und vertikale (blaue Welle) Polarisationsrichtung.



Sie wissen bereits, dass Photonen wellenähnliches Verhalten zeigen. Daraus können wir folgern, dass auch Photonen horizontal oder vertikal polarisiert sein können. Trifft ein horizontal oder vertikal polarisiertes Photon auf einen Detektor, so kann dieser die Polarisationsrichtung des Photons bestimmen:

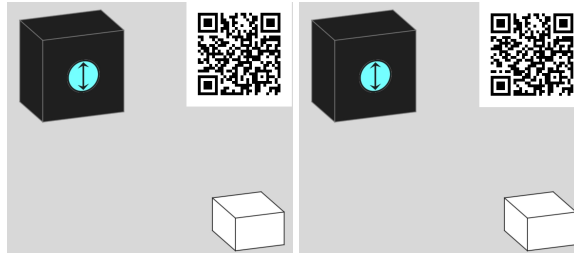


Im Folgenden wird der Detektor vereinfacht, wie in nebenstehender Grafik, dargestellt. Schauen Sie sich zur Veranschaulichung der Messung der Polarisationsrichtung die Animation (über den QR-Code erreichbar) an.

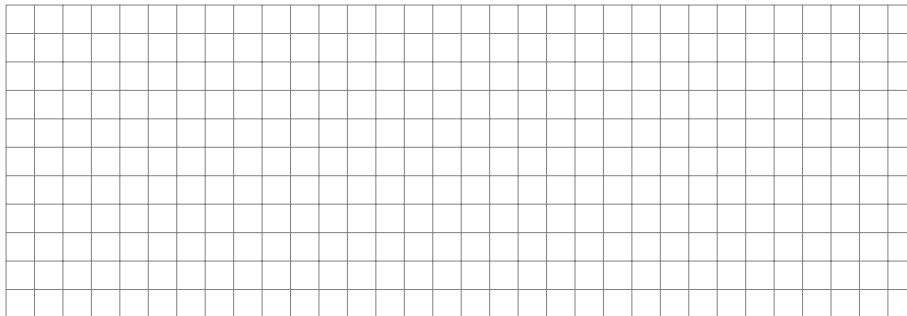


**Aufgabe 1**

Die beiden Animationen zeigen zwei mögliche Erklärungen für die Messung der Polarisationsrichtung mit einem Detektor. Entscheiden Sie begründet, ob in der jeweiligen Animation die klassische Realitätsdefinition erfüllt ist.



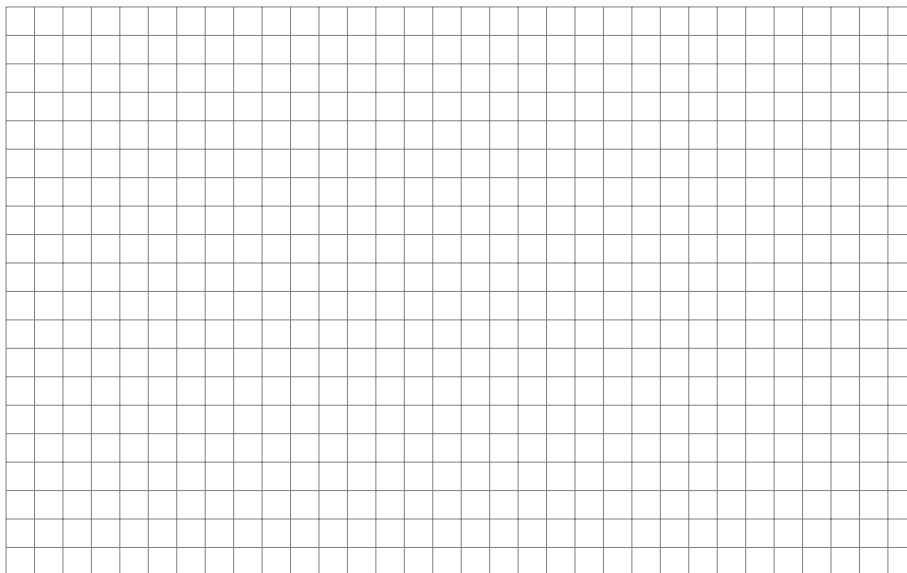
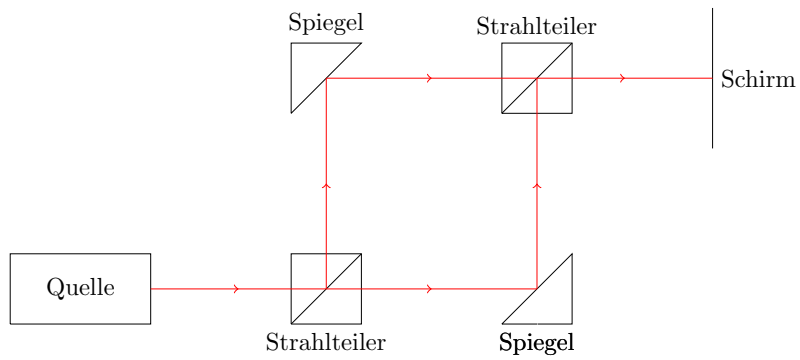
Animationen zu zwei Erklärungsmöglichkeiten für das Messergebnis am Detektor, Quelle: Olaf Leismann, abrufbar unter <http://olafeismann.de/simulations/polarizationDetector.html>, Zugriff am 18.04.2024



### Das Mach-Zehnder-Interferometer

In dem Kapitel „Wellenmodell des Lichts“ haben Sie das Michelson-Interferometer kennengelernt. Im Folgenden untersuchen Sie das Mach-Zehnder-Interferometer mit Licht und einzelnen Photonen.

**Aufgabe 1**  
a) Recherchieren Sie den Aufbau und die Funktionsweise eines Mach-Zehnder-Interferometers mit Licht anhand der Skizze.



b) Senden Sie mit der Simulation (über QR-Code erreichbar) Licht durch das Interferometer und beschreiben Sie Ihre Beobachtung.

Simulation zum Mach-Zehnder-Interferometer. Quelle: Thomas Kippenberg, abrufbar unter <https://kippenbergs.de/mint-machzehnder>, Zugriff am 22.11.2023

c) Planen Sie ein Experiment mit einzelnen Photonen im Mach-Zehnder-Interferometer, welches die Erkenntnisse aus dem Doppelspaltversuch untersucht. Zusätzlich zu den Elementen in der Skizze stehen Ihnen für die Versuchsdurchführung Detektoren und Polarisationsfilter zur Verfügung. Beschreiben Sie auch die erwartete Beobachtung.







## Die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation

Am Doppelspalt haben Sie das Prinzip der Komplementarität kennengelernt. Dass es sich hierbei um ein grundlegendes Phänomen handelt, formulierte erstmals Werner Heisenberg im Jahr 1927:

### Postulat: Die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation

Die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation beschreibt die Unmöglichkeit einen Zustand zu präparieren, bei dem zueinander komplementäre Größen jeweils einen exakten Wert haben. Für die Orts-Impuls-Unbestimmtheit lautet sie

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi},$$

wobei  $\Delta x$  die Ortsunbestimmtheit und  $\Delta p_x$  die Impulsunbestimmtheit in x-Richtung beschreibt.

### Aufgabe 1

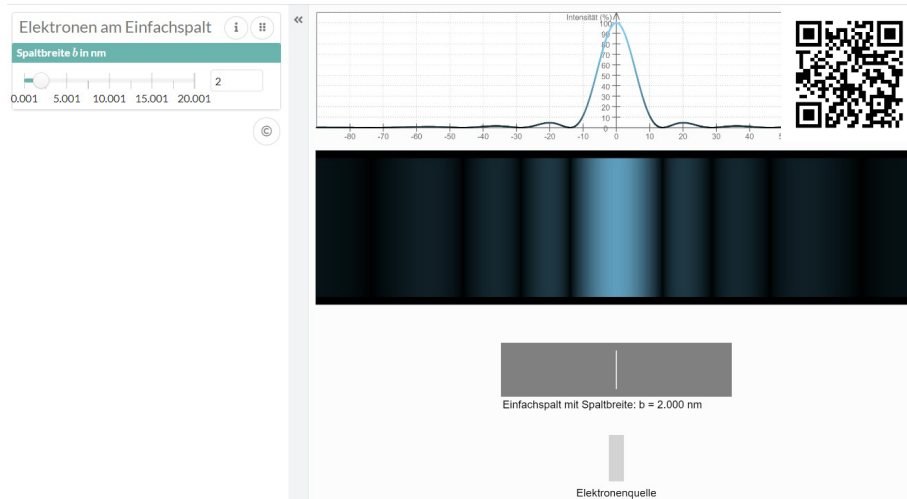
Einzelne Elektronen zeigen am Einfachspalt Interferenzerscheinungen, wenn die Spaltbreite im Bereich der de Broglie-Wellenlänge liegt. Die Elektronen werden durch eine angelegte Beschleunigungsspannung beschleunigt und auf den Spalt geschickt. Berechnen Sie die de Broglie-Wellenlänge für die Beschleunigungsspannungen  $U_B = 1 \text{ V}$ ,  $U_B = 100 \text{ V}$  und  $U_B = 1000 \text{ V}$ . Begründen Sie damit, dass der Spalt zur Beobachtung von Interferenzerscheinungen nur wenige Nanometer breit sein darf.





**Aufgabe 2**

Mit der Simulation (über QR-Code erreichbar) können Sie die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation bestätigen. Untersuchen Sie mit der Simulation die Abhängigkeit der Breite des 0. Maximums von der Spaltbreite. Zeigen Sie, dass es sich tatsächlich um Elektronen handelt.

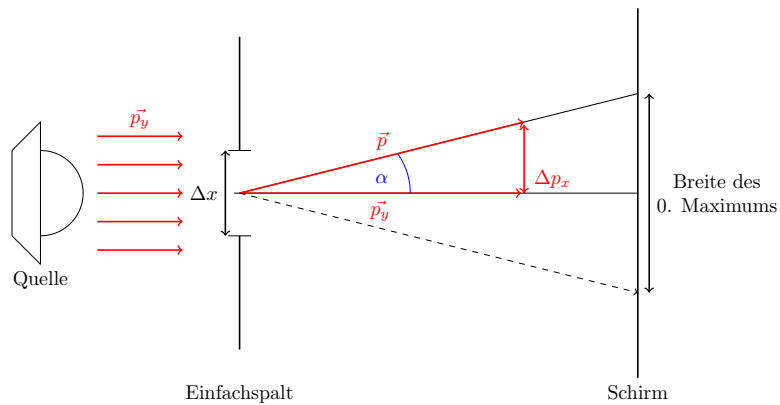


Simulation zur Bestätigung der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation am Einfachspalt. Quelle: Europaschule Gymnasium Westeredede, abrufbar unter [https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/24\\_einfachspaltheisenberg/einfachspaltheisenberg.html](https://www.physik.gym-wst.de/localhtml/qp/24_einfachspaltheisenberg/einfachspaltheisenberg.html), Zugriff am 02.12.2023

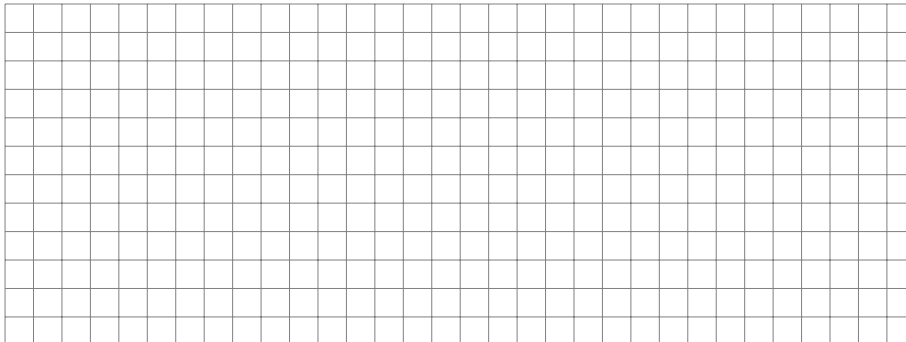


**Aufgabe 3**

Die Skizze zeigt Orts- und Impulsunbestimmtheit am Einfachspalt. Vor Auftreffen auf den Einfachspalt kann den Elektronen durch ihre Ausbreitungsrichtung ein eindeutiger Impuls zugeordnet werden. Am Einfachspalt kommt es zur Beugung, sodass die Ausbreitungsrichtung der Elektronen und damit ihr Impuls nicht mehr eindeutig ist.



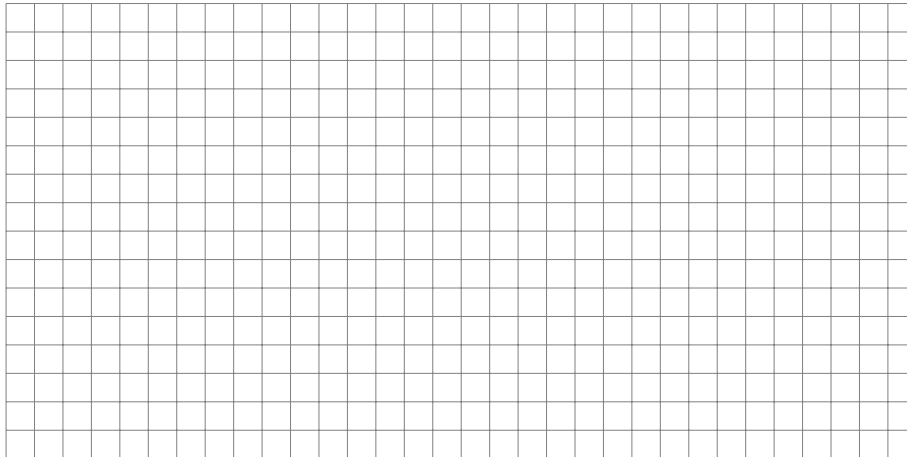
a) Erklären Sie den Zusammenhang von Ort, Impuls, Spaltbreite und Breite des 0. Maximums. Übertragen Sie das Ergebnis aus Aufgabe 2 auf die Größen Ort und Impuls und bestätigen Sie damit die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation qualitativ.



b) Weisen Sie durch geometrische Überlegungen aus der Skizze die Gültigkeit der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation nach. Verwenden Sie hierfür die Bedingung für Minima am Einfachspalt.

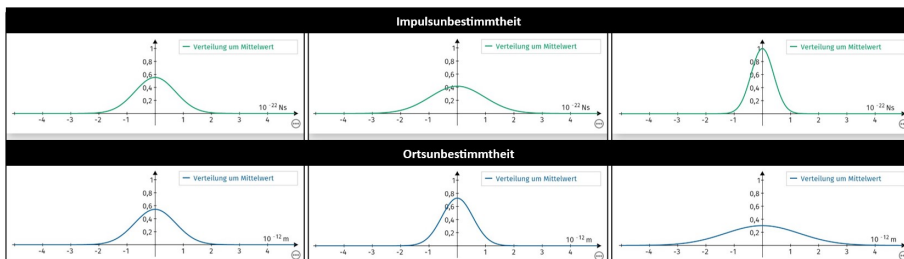


*Hinweis: Sie erhalten als untere Schranke nicht  $\frac{h}{4\pi}$ .*

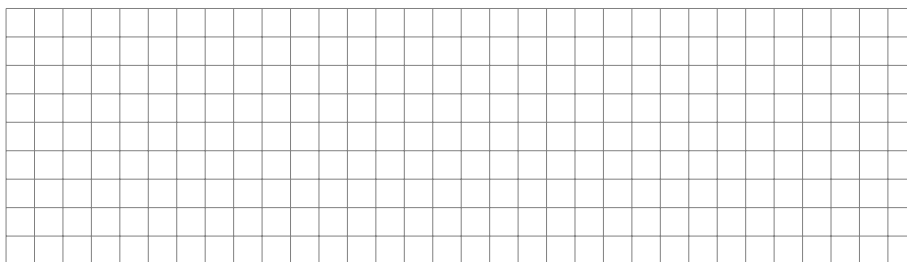


**Aufgabe 4**

Gemäß der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation besitzt ein Teilchen mit einer Ortsunbestimmtheit  $\Delta x$  auch eine Impulsunbestimmtheit  $\Delta p_x$ . Impuls- und Ortsunbestimmtheit sind in der Grafik abgebildet. Beschreiben Sie qualitativ den Zusammenhang zwischen Orts- und Impulsunbestimmtheit. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Spaltbreite und der Breite des 0. Maximums für jedes Bild.



Zusammenhang zwischen Orts- und Impulsunbestimmtheit. Quelle: Thomas Kippenberg, abrufbar unter <https://kippenbergs.de/mint-wavepacket>, Zugriff am 02.12.2023



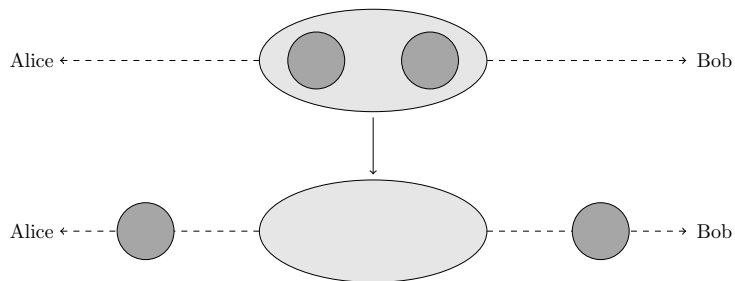


## Verschränkung & Lokalität in der Quantenphysik

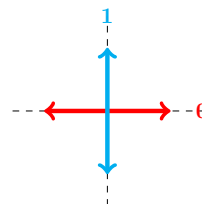
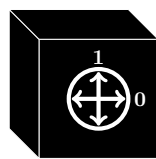
Albert Einstein, Boris Podolsky und Nathan Rosen (EPR) zweifelten 1935 die Vollständigkeit der Quantenmechanik an. Das Gedankenexperiment der drei Physiker ist heute unter dem Namen EPR-Paradoxon bekannt. Sie führen ein dazu analoges Experiment im Folgenden durch.

### Das Gedankenexperiment

Eine Quelle entsendet ein Photonenpaar. Ein Photon wird an Alice gesendet und ein Photon an Bob. Nach Versenden der Photonen besteht keine Wechselwirkung zwischen den beiden Photonen. Ihr Polarisationszustand ist unbekannt (definiert und unbekannt gemäß der klassischen Realitätsdefinition oder undefiniert gemäß der Einschränkung in der Quantenphysik).

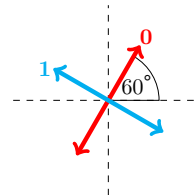
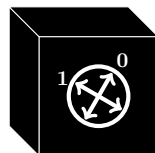


Alice und Bob messen die Polarisationsrichtung der Photonen. Wir betrachten eine Einstellung des Detektors, in welcher die Polarisationsrichtungen  $|\leftrightarrow\rangle$  und  $|\updownarrow\rangle$  gemessen werden können. Diese Einstellung bezeichnen wir als Messeinstellung  $0^\circ$ . Im Folgenden bezeichnen wir die Messergebnisse mit 0 und 1.

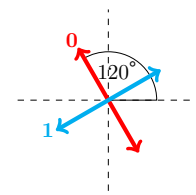
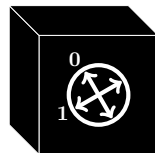


Messeinstellung  $0^\circ$

Alice und Bob können an ihrem Detektor auch andere Messeinstellungen einstellen, wie zum Beispiel  $60^\circ$  oder  $120^\circ$ . Auch in diesen Messeinstellungen können Alice und Bob 0 oder 1 messen:



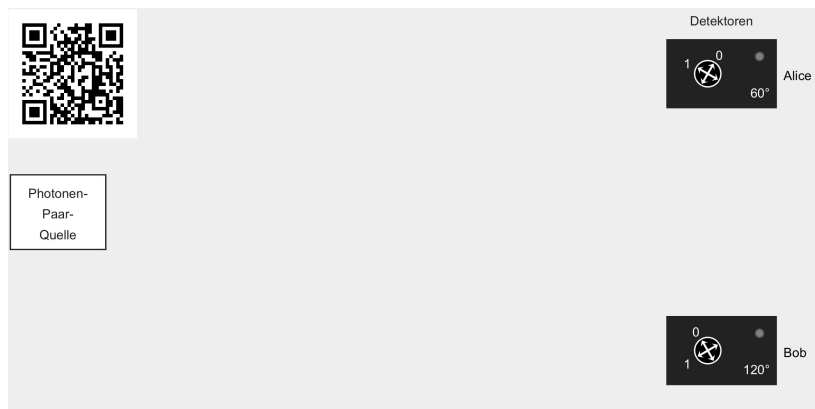
Messeinstellung  $60^\circ$



Messeinstellung  $120^\circ$

### Aufgabe 1

- a) Im Folgenden wählen Alice und Bob unabhängig voneinander zwischen den Messeinstellung  $0^\circ$ ,  $60^\circ$  und  $120^\circ$ . Schauen Sie sich die Animationen des EPR-Experiments an (über QR-Code erreichbar). Notieren Sie jeweils die Messergebnisse von Alice und Bob sowie die gewählte Messeinstellung.



Animation zum EPR-Experiment. Quelle: Olaf Leismann, abrufbar unter <https://olaffeismann.de/simulations/photonEntanglement/>, Zugriff am 08.07.2024

	Alice		Bob	
	Messeinstellung	Messergebnis	Messeinstellung	Messergebnis
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

b) Vervollständigen Sie den Merksatz.

**Verschränkte Photonen**  
 Alice und Bob wählen unabhängig voneinander ihre Messeinstellung. Wählen sie zufällig die gleiche Messeinstellung, so messen sie immer ..... Quantenobjekte, die auf diese Art miteinander verknüpft sind, nennt man (orthogonal) verschränkt.

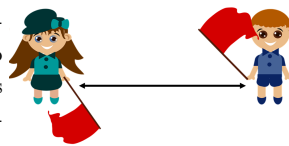
Diesen neuen Aspekt der Verschränkung wollen wir erklären. Ein Erklärungsversuch dafür wäre die Informationsübertragung zwischen Alice und Bob.

**Hypothese: Alice und Bob tauschen sich aus und beeinflussen so die Messungen.**

Zwei Messungen können sich nur beeinflussen, wenn Informationen übertragen werden. Informationen können maximal mit Lichtgeschwindigkeit übertragen werden. Daraus folgt die Definition der Lokalität.

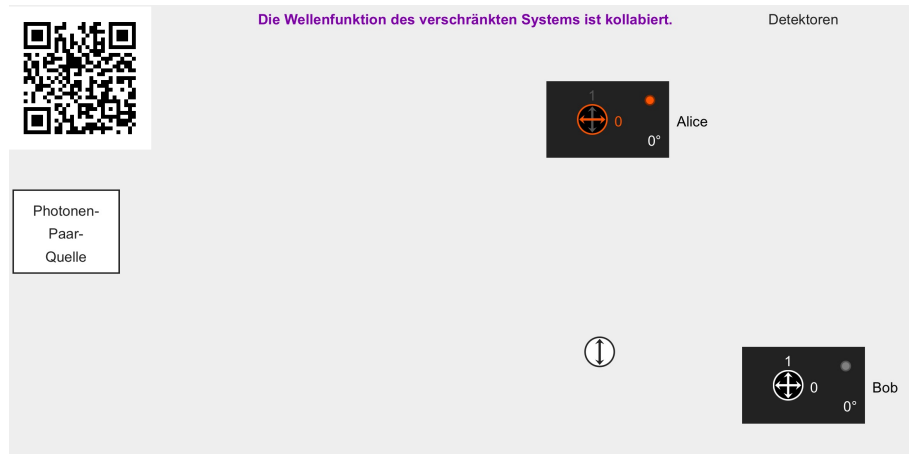
**Definition der Lokalität**  
 Bei zwei gleichzeitig stattfindenden und räumlich getrennten Messungen A und B beeinflusst Messung A nicht das Messergebnis von B und umgekehrt.

**Beispiel:** Betrachten Sie nebenstehende Situation. Alice und Bob stehen in Sichtweite voneinander entfernt. Sobald Bob seine Flagge hebt, hebt auch Alice ihre Flagge gleichzeitig. Bob beobachtet jedoch eine Zeitverzögerung. Grund dafür ist, dass die Information „Bob hebt seine Flagge“ maximal mit Lichtgeschwindigkeit übertragen werden kann.



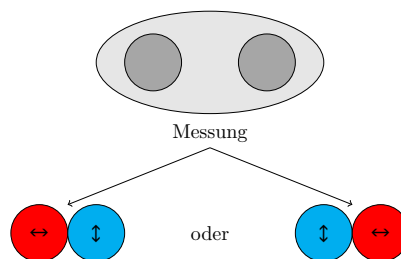






Animation zur Erklärung des EPR-Experiments. Quelle: Olaf Leismann, abrufbar unter <https://olafleismann.de/simulations/photonEntanglement/>, Zugriff am 08.07.2024

Die Quelle entsendet ein verschränktes Photonenpaar, welches sich in einem Superpositionszustand aus zwei Teilchen befindet. Da Alice und Bob die Messeinstellung  $0^\circ$  wählen, misst Alice entweder ein horizontal polarisiertes Photon  $|\leftrightarrow\rangle$  oder ein vertikal polarisiertes Photon  $|\uparrow\downarrow\rangle$ . Das Photon von Bob nimmt instantan die entgegengesetzte Polarisationsrichtung an:



Die Messung von Alice zerstört den Superpositionszustand (Kollaps der Wellenfunktion) und realisiert die Polarisationsrichtung beider Photonen. Umgekehrt könnte auch Bob zuerst messen und damit den Superpositionszustand zerstören und beide Polarisationsrichtungen realisieren.

#### Lokalität in der Quantenphysik

Der Kollaps der Wellenfunktion führt zur beobachteten Antikorrelation. Die erste Messung realisiert den Wert der Eigenschaft „Polarisationsrichtung“ für beide Photonen. Bei gleicher Messeinstellung messen Alice und Bob immer antikorreliert ohne Informationsübertragung. Die Quantenphysik ist nichtlokal.

## Der Beweis der Nichtlokalität der Quantenphysik

Sie haben schon das Prinzip der Verschränkung kennengelernt und gesehen, dass die Quantenphysik nichtlokal ist. Dies widerspricht unseren Beobachtungen im Alltag. Daher fragen wir uns: Gibt es noch eine andere Erklärung, die sich mit unserer Vorstellung des lokalen Realismus vereinbaren lässt?

### Experimentelles Ergebnis

Bei gleicher Messeinstellung messen Alice und Bob immer antikorreliert. Das heißt: Sie dürfen bei gleicher Messeinstellung nie gleiche Messergebnisse erhalten.

## Erklärungsversuch 0

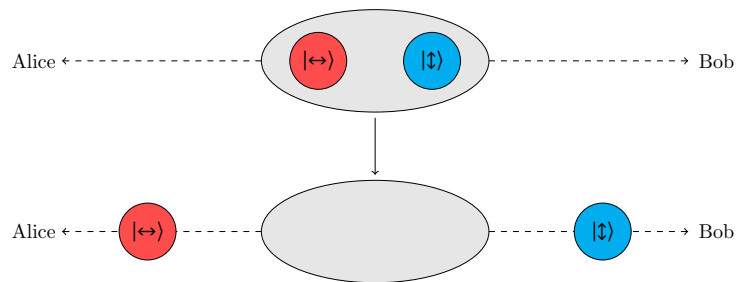
**Hypothese 0: Alice und Bob tauschen sich aus und beeinflussen so die Messungen.**

Diese Hypothese konnte bereits in der Lernumgebung „Verschränkung & Lokalität“ widerlegt werden. Es findet keine Informationsübertragung statt.

## Erklärungsversuch 1

**Hypothese 1: Die Quelle legt die Polarisation der Photonen fest.**

Zum Beispiel entscheidet die Quelle, dass ein horizontal polarisiertes Photon an Alice gesendet wird und ein vertikal polarisiertes Photon an Bob.



### Aufgabe 1

Wählen Sie in der Simulation (über QR-Code erreichbar) „orthogonal polarisierte Photonen“ aus. Führen Sie 100 Messungen durch und vergleichen Sie die Ergebnisse bei gleicher Messeinstellung. Nehmen Sie Stellung zur Hypothese.



## Erklärungsversuch 2: Einsteins Idee

### Hypothese 2: Die Photonen stimmen sich in der Quelle ab.

Zur „Rettung des lokalen Realismus“ behaupteten Albert Einstein, Boris Podolsky und Nathan Rosen, dass sich die Photonen in der Quelle abstimmen. Diese Abstimmung bedeutet, dass die Photonen geheime Eigenschaften in sich tragen, die wir nur nicht kennen. Man bezeichnet diese Theorie als „Theorie der verborgenen Variablen“.

### Die geheime Abstimmung

Die Photonen erhalten in der Quelle ein Etikett, welches das Verhalten bei einer bestimmten Messeinstellung am Detektor bestimmt. Ein Etikett für das Photon, welches zu Alice gesendet wird, ist zum Beispiel:

- Wenn Alice  $0^\circ$  einstellt, misst Alice eine 1.
- Wenn Alice  $60^\circ$  einstellt, misst Alice eine 0.
- Wenn Alice  $120^\circ$  einstellt, misst Alice eine 1.

Da Alice und Bob immer antikorreliert messen, kennt das Photon von Bob auch sein Verhalten:

- Wenn Bob  $0^\circ$  einstellt, misst Bob eine 0.
- Wenn Bob  $60^\circ$  einstellt, misst Bob eine 1.
- Wenn Bob  $120^\circ$  einstellt, misst Bob eine 1.

### Aufgabe 2

Das Photon von Alice kann acht verschiedene Etiketten tragen. Ergänzen Sie die Tabelle so, dass Alice und Bob bei gleicher Messeinstellung immer antikorreliert messen. Nehmen Sie Stellung zu diesem Erklärungsversuch in Bezug auf unsere Beobachtung im Experiment.

Etikett	Messeinstellung Alice			Messeinstellung Bob		
	$0^\circ$	$60^\circ$	$120^\circ$	$0^\circ$	$60^\circ$	$120^\circ$
0	0	0	0			
1	0	0	1			
2	0	1	0			
3	0	1	1			
4	1	0	0			
5	1	0	1	0	1	0
6	1	1	0			
7	1	1	1			



**Fazit aus Hypothese 3**

Wählen Alice und Bob unterschiedliche Messeinstellungen, so gilt nach der Theorie der verbor- genen Variablen:  $P(\text{gleiches Ergebnis}) \leq \dots\dots\dots$  und  $P(\text{ungleiches Ergebnis}) \geq \dots\dots\dots$  .

Etikett	Tabelle				P(gleich)	P(ungleich)	
	Alice \ Bob	0°	60°	120°			
0	0°	■	■	■			
	60°	■	■	■			
	120°	■	■	■			
	120°	■	■	■			
1	0°	■	■	■			
	60°	■	■	■			
	120°	■	■	■			
	120°	■	■	■			
2	0°	■	■	■			
	60°	■	■	■			
	120°	■	■	■			
	120°	■	■	■			
3	0°	■	■	■			
	60°	■	■	■			
	120°	■	■	■			
	120°	■	■	■			
4	0°	■	■	■			
	60°	■	■	■			
	120°	■	■	■			
	120°	■	■	■			
5	0°	■	0	0	1		
	60°	1	■	1	1		
	120°	0	1	0	■		
	120°	0	0	0	■		
6	0°	■	■	■			
	60°	■	■	■			
	120°	■	■	■			
	120°	■	■	■			
7	0°	■	■	■			
	60°	■	■	■			
	120°	■	■	■			
	120°	■	■	■			





### A.3. SuS-Versionen der Aufgabensammlungen

#### Aufgabensammlung zum Photoeffekt und Photonenmodell

##### Aufgabe 1: Aufbau und Durchführung

- a) Eine Photozelle wird nacheinander mit Licht unterschiedlicher Wellenlänge  $\lambda < \lambda_G$  bestrahlt. Dabei werden Elektronen aus dem Metall gelöst. Skizzieren Sie den Aufbau und beschreiben Sie die Durchführung eines Versuchs, mit welchem die maximale kinetische Energie der ausgelösten Photoelektronen bestimmt werden kann.
- b) Begründen Sie den Zusammenhang  $E_{\text{Licht}} = e \cdot U + W_A$  in eigenen Worten. Erläutern Sie die Bedeutungen der Grenzwellenlänge  $\lambda_G$  und der Grenzfrequenz  $f_G$ .

##### Aufgabe 2: Kenngrößen rechnerisch und graphisch

Die maximale kinetische Energie der Photoelektronen soll in Abhängigkeit der Frequenz des Lichts aufgetragen werden. Folgende Messwerte wurden aufgenommen:

Wellenlänge $\lambda$ in nm	432	484	510
Photospannung $U$ in V	0,77	0,45	0,32

- a) Zeigen Sie rechnerisch, dass die mittlere Steigung  $m = 6,75 \cdot 10^{-34}$  Js beträgt. Berücksichtigen Sie dazu alle Wertepaare. Führen Sie eine Fehlerbetrachtung anhand des Literaturwerts des Planck'schen Wirkungsquantums durch (LW:  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  Js).
- b) Zeigen Sie rechnerisch, dass die Grenzfrequenz  $f_G = 5,12 \cdot 10^{14}$  Hz und die dazugehörige Grenzwellenlänge  $\lambda_G = 586$  nm ist. Berücksichtigen Sie dazu alle Werte.
- c) Bestimmen Sie das Kathodenmaterial, indem Sie die Auslösearbeit  $W_A$  berechnen. Verwenden Sie dazu die Tabelle im Anhang.<sup>1</sup>
- d) Tragen sie die Werte graphisch auf und überprüfen Sie Ihre berechneten Werte anhand des Graphen.
- e) Nehmen Sie nun an, der Versuch wird mit einer Photozelle durchgeführt, deren Kathodenmaterial die Leitungselektronen stärker bindet. Tragen Sie einen passenden Graphen in das Diagramm aus d) ein. Begründen Sie.<sup>2</sup>
- f) Für Wellenlängen  $\lambda < \lambda_G$  kann die kinetische Energie der Photoelektronen bestimmt werden (siehe Teil a)). Beschreiben Sie die Beobachtung für  $\lambda > \lambda_G$  und begründen Sie.

<sup>1</sup>Die Auslösearbeit für ein bestimmtes Material ist nicht immer gleich, sie hängt stark von der Oberflächenbeschaffenheit ab und variiert daher.

<sup>2</sup>Bruckmoser, S. (2016). Physik 12. Bad Brückenau: Franz-Miltenberger-Gymnasium, abrufbar unter [https://www.fmg-brk.de/fachschaften/physik/uebungsmaterial/m\\_494](https://www.fmg-brk.de/fachschaften/physik/uebungsmaterial/m_494), Zugriff am 29.02.2024.





- g) Zeigen Sie rechnerisch, dass die verwendete Photozelle zum Nachweis von grünem Licht ( $f = 5,38 \cdot 10^{14}$  Hz) geeignet ist, nicht aber für den Nachweis von rotem Licht ( $f = 4,5 \cdot 10^{14}$  Hz).

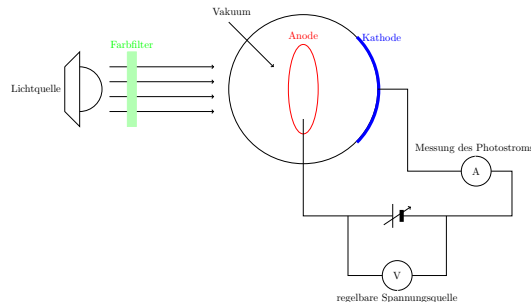
### Aufgabe 3: Zusammenhang von $\lambda$ , $U$ und $P$

- a) Zeigen Sie, dass für die Wellenlänge der Zusammenhang  $\lambda = \frac{h \cdot c}{W_A + e \cdot U}$  gilt.<sup>3</sup>
- b) Bestimmen Sie die Wellenlänge des Lichts für eine Rubidium-Photozelle, wenn die Photospannung  $U = 1$  V ist. Geben Sie die Farbe des Lichts an.<sup>3</sup>
- c) Eine Photozelle wird bei der Gegenspannung 0 V
- 1) mit Licht der Wellenlänge  $\lambda_1$  und der Leistung  $P$ ,
  - 2) mit Licht gleicher Wellenlänge  $\lambda_1$ , aber doppelter Leistung  $P$ ,
  - 3) mit Licht größerer, aber für das Eintreten des Photoeffekts noch ausreichender Wellenlänge  $\lambda_2$  bestrahlt.

Dabei ergeben sich die Stromstärken  $I_1$  und  $I_2$ . Dazu werden die Photospannungen  $U_1$ ,  $U_2$  und  $U_3$  ermittelt. Erklären Sie mit dem Photonenmodell des Lichts, welche Gegenspannung jeweils erreicht werden muss und vergleichen Sie die Größen.<sup>4</sup>

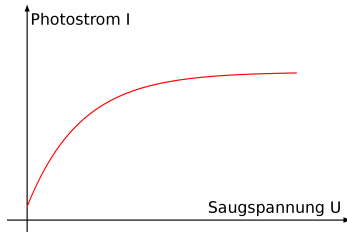
### Aufgabe 4: Photozelle mit Saugspannung

Bei der Gegenfeldmethode wird eine Gegenspannung erzeugt, welche die Elektronen auf ihrem Weg von der Kathode zur Anode bremst. Wir kehren nun die Polung um (Anode an den Pluspol der Spannungsquelle), sodass eine sogenannte Saugspannung die Elektronen von der Kathode zur Anode hin beschleunigt.<sup>2</sup>



<sup>3</sup>LEIFI-Physik, abrufbar unter <https://www.leifiphysik.de/quantenphysik/quantenobjekt-photon/aufgabe/wellenlaengenbestimmung-mit-photozelle-abitur-2008-gk-a2-3>, Zugriff am 29.02.2024.

<sup>4</sup>LEIFI-Physik, abrufbar unter <https://www.leifiphysik.de/quantenphysik/quantenobjekt-photon/aufgabe/verschiedene-bestrahlungen-einer-photozelle>, Zugriff am 29.02.2024.



Eine Photozelle wird mit Licht der Wellenlänge  $\lambda = 436 \text{ nm}$  bestrahlt. Auf die Photokathode fällt dabei eine Lichtleistung von  $1,2 \text{ W}$ . Das langsame Erhöhen der Saugspannung ergibt den dargestellten Verlauf des Photostroms mit der Sättigungsstromstärke  $I_S$ .

- Erklären Sie den Verlauf der Photostromstärke mit zunehmender Saugspannung. Erklären Sie dabei, warum bei einer Saugspannung von  $U = 0 \text{ V}$  bereits ein Photostrom gemessen wird und warum die Sättigungsstromstärke nicht überschritten wird.<sup>2</sup>
- Polt man um und legt eine Gegenspannung an, so fließt bei einer Gegenspannung von  $U_G = 0,9 \text{ V}$  kein Strom mehr. Bestimmen Sie die Auslösearbeit und daraus das Kathodenmaterial.<sup>2</sup>
- Im Versuch wird eine Sättigungsstromstärke  $I_S = 40 \text{ mA}$  gemessen. Berechnen Sie den Anteil der auf die Photokathode auftreffenden Photonen, welche ein Photoelektron auslösen.<sup>2</sup>
- Die Bestrahlungsintensität wird nun schrittweise erhöht, alle anderen Versuchsbedingungen bleiben gleich. Zeichnen Sie den Verlauf in das Diagramm ein. Begründen Sie.<sup>2</sup>

### Aufgabe 5: Die Grenzen des klassischen Wellenmodells

- Beschreiben und skizzieren Sie den Aufbau des Hallwachs-Versuchs.
- Einige Beobachtungen des Hallwachs-Versuchs können mit dem Wellenmodell, andere nur mit dem Photonenmodell erklärt werden. Ordnen Sie den Beobachtungen die passende Erklärung zu (über QR-Code erreichbar). Kreuzen Sie in der Tabelle an, welche Beobachtungen mit dem Wellenmodell und welche mit dem Photonenmodell erklärt werden können.

Beobachtung	Wellenmodell	Photonenmodell
Bei der Bestrahlung mit Licht entlädt sich die Metallplatte bei einer zuvor negativ geladenen Platte, aber nicht bei einer positiv geladenen Platte.		
Beim Einbringen einer Glasplatte in den Strahlengang oder beim Bestrahlen mit Infrarotlicht entlädt sich die negativ geladene Metallplatte nicht.		
Die Entladung der Metallplatte tritt sofort ohne Zeitverzögerung ein.		



### Aufgabe 6: Die Newton'schen Versuche

Isaac Newton untersuchte 1711 die Farbzerlegung des weißen Lichts und zeigte dabei, dass sich weißes Licht in Spektralfarben zerlegen lässt. Er konnte zeigen, dass blaues Licht am stärksten und rotes Licht am schwächsten gebrochen wird.

In einem Versuch wird weißes Licht mit einem Prisma in die Spektralfarben zerlegt. Eine Cäsium-Photozelle wird vom roten zum violetten Ende des Spektrums bewegt und zwischen Kathode und Anode der Photozelle wird der Photostrom gemessen.

- Beschreiben Sie die Beobachtung während der Bewegung.<sup>5</sup>
- Ein Photostrom wird gemessen, wenn die ausgelösten Elektronen eine hinreichend große kinetische Energie besitzen und die Anode erreichen. Zeigen Sie, dass allgemein für die Geschwindigkeit der ausgelösten Photoelektronen gilt:

$$v_e = \sqrt{\frac{2}{m_e} \cdot \left( h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_A \right)}$$

- Die notwendige Auslösearbeit von Cäsium beträgt 1,94 eV. Berechnen Sie die größte Wellenlänge, die mit dieser Photozelle messbar ist.<sup>2</sup>
- Berechnen Sie die maximale kinetische Energie und die maximale Geschwindigkeit der schnellsten Elektronen. Kann Licht dieser Frequenz auch Elektronen aus einer Silberfläche auslösen?<sup>5</sup>

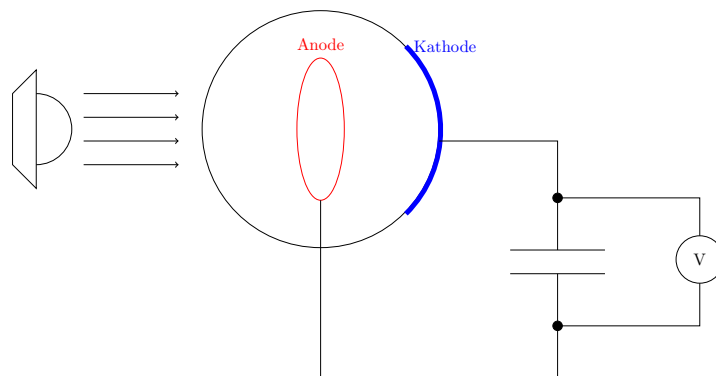
<sup>5</sup>Vogt, M. (2020). *Quantenmechanik und Schulmathematik. Ein Leitfaden für Lehrerinnen und Lehrer*. Göttingen: Cuvillier Verlag.



- e) Bei Verwendung spezieller Legierungen erreicht man bei Photozellen Auslösarbeiten von 1 eV. Untersuchen Sie, in welchem Bereich die Geschwindigkeiten von Photoelektronen liegen, die durch sichtbares Licht (400 nm bis 800 nm) in solchen Photozellen ausgelöst werden.<sup>2</sup>
- f) Bewegt man die Photozelle über das violette Ende des Spektrums hinaus, so beobachtet man weiterhin einen Photostrom. Erläutern Sie.<sup>5</sup>
- g) Kann man eine solche Beobachtung auch machen, wenn man die Photozelle über das rote Spektrum hinausbewegt? Begründen Sie.<sup>5</sup>
- h) Nehmen Sie Stellung zu der Aussage: „Ultraviolettes Licht ist energiereicher als infrarotes Licht.“<sup>6</sup>

### Aufgabe 7: Photozelle als Spannungsquelle

Eine Photozelle kann auch als Spannungsquelle verwendet werden, zum Beispiel zum Aufladen eines Kondensators.



Eine Kaliumphotozelle ( $W_{A,Kalium} = 2,25 \text{ eV}$ ) wird zum Aufladen eines Kondensators der Kapazität  $C = 10 \text{ nF}$  verwendet. Die Bestrahlung der Photokathode mit Licht der Wellenlänge  $656 \text{ nm}$  bewirkt keine Aufladung des Kondensators, auch wenn die Bestrahlungsstärke erhöht wird. Wird dagegen Licht der Wellenlänge  $434 \text{ nm}$  verwendet, lädt sich der Kondensator merklich auf.<sup>7</sup>

- a) Erklären Sie den Sachverhalt.<sup>7</sup>

<sup>6</sup>Becker, P. et al. (2009). *Physik Oberstufe Gesamtband: Handreichungen für den Unterricht* (2. Aufl.). Berlin: Cornelson Verlag.

<sup>7</sup>LEIFI-Physik. Internet: <https://www.leifiphysik.de/quantenphysik/quantenobjekt-photon/aufgabe/fotозelle-und-kondensator-abitur-1996-lk-a3-1>. (Zugriff am 13.05.2024).

Im Folgenden wird Licht der Wellenlänge 434 nm verwendet.

- b) Erklären Sie, warum sich nach einer gewissen Zeit eine feste Spannung einstellt, wodurch die Photozelle als Spannungsquelle verwendet werden kann.<sup>2</sup>
- c) Berechnen Sie die maximale Spannung, welche sich zwischen Kathode und Anode einstellt und daraus die maximal erreichbare Ladung des Kondensators.<sup>2</sup>

### Aufgabe 8: Schwebende Partikel

Nun wird ein Kupferpartikel der Masse  $m = 3,2 \cdot 10^{-15}$  kg zwischen die horizontal gelagerten Platten des Kondensators mit Plattenabstand  $d = 3,85$  mm gebracht. Schon nach kurzer Beleuchtung mit hinreichend kurzwelligem UV-Licht der Wellenlänge  $\lambda = 240$  nm tritt der Schwebezustand bei einer angelegten Spannung von  $U_1 = 750$  V ein.<sup>8</sup>

- a) Erläutern Sie das Zustandekommen des Schwebezustands einzelner Partikel. Erklären Sie, warum sich dieser Schwebezustand nur bei einer bestimmten Polung des Kondensators beobachten lässt.<sup>8</sup>
- b) Wird die UV-Beleuchtung jetzt unterbrochen, bleibt der Schwebezustand des Kupferpartikels längere Zeit erhalten. Zeigen Sie, dass die Ladung  $Q_1$  des Teilchens eine Elementarladung ist.<sup>8</sup>
- c) Setzt nun die UV-Bestrahlung des Metallteilchens wieder ein, wird der Gleichgewichtszustand bald wieder gestört, lässt sich aber durch entsprechende Veränderung der Kondensatorspannung auf  $U_2$  von Neuem einstellen. Diese Vorgehensweise wird mehrfach wiederholt ( $U_3, \dots$ ). Bestimme die Spannungen  $U_2$  und  $U_3$ . Begründen Sie.<sup>8</sup>

<sup>8</sup>LEIFI-Physik, abrufbar unter <https://www.leifiphysik.de/quantenphysik/quantenobjekt-photon/aufgabe/schwebende-kupferpartikel-abitur-2001-gk-a2-3>, Zugriff am 29.02.2024.

### Aufgabe 9: An Bord eines Satelliten

Eine Cäsium-Photozelle befindet sich an Bord eines Satelliten außerhalb der Erdatmosphäre und wird mit Sonnenlicht bestrahlt, das vorher ein Quarzprisma durchlaufen hat. Quarz ist im UV-Bereich nur für  $\lambda > 250\text{nm}$  durchlässig.<sup>9</sup>

- a) Zwischen Kathode und Anode baut sich eine Spannung auf. Erklären Sie den Aufbau der Spannung und den abgebildeten Spannungsverlauf.
- b) Begründen Sie rechnerisch, weshalb unter diesen Bedingungen die Spannung an der Photozelle einen gewissen Höchstwert  $U_{max}$  nicht überschreitet.<sup>9</sup>
- c) Geben Sie an, wie sich  $U_{max}$  und die Anfangssteigung der  $U$ - $t$ -Kurve verändern, wenn man im Versuch bei gleich bleibender Wellenlänge die Intensität der Bestrahlung erhöht. Begründen Sie kurz Ihre Antwort.<sup>2</sup>



Die Photozelle soll dazu dienen, bei Bedarf eine bestimmte Spannung reproduzieren zu können. Zu diesem Zweck wird die Anordnung so eingestellt, dass die Zelle nur mit Licht der Wellenlänge  $\lambda_L = 382\text{nm}$  bestrahlt wird.<sup>9</sup>

- d) Berechnen Sie die maximale Austrittsgeschwindigkeit der Photoelektronen.
- e) Berechnen Sie die zu  $\lambda_L$  gehörende Photospannung  $U_L$ .<sup>9</sup>
- f) Geben Sie an, wie es sich auf  $U_L$  auswirkt, wenn die Intensität des auf die Photokathode treffenden Lichts der Wellenlänge  $\lambda_L$  Schwankungen unterliegt. Begründen Sie Ihre Antwort.<sup>9</sup>

<sup>9</sup>LEIFI-Physik, abrufbar unter <https://www.leifiphysik.de/quantenphysik/quantenobjekt-photon/aufgabe/photoeffekt-und-spannungsnormal-abitur-2002-gk-a2-2>, Zugriff am 29.02.2024.

### Anhang: Auslösearbeit verschiedener Materialien

Folgende Tabelle gibt einen Überblick über Auslösearbeiten verschiedener Materialien.<sup>10</sup>

Material	$W_A$ in eV	Material	$W_A$ in eV
CS <sub>2</sub>	0.99 - 1.12	FeS <sub>2</sub>	3.80
(Ba,Sr)CO <sub>3</sub>	1.25	FeO	3.85
SrO	1.27	Graphit	4.00
CaO	1.60 ± 0.20	Al	4.06 - 4.41
Cs	1.70 - 2.14	Mo	4.16 - 4.20
BaO	1.80 - 2.52	Ta	4.19
Y <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	2.00	MoO <sub>3</sub>	4.25
Gd <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	2.10	Pb	4.25
Tb <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	2.10	Ag	4.26 - 4.74
Dy <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	2.10	Cu	4.30 - 4.50
Ho <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	2.10	Ti	4.33
Rb	2.13	Zn	4.34
LaB <sub>6</sub>	2.14	Pyrex	4.48
Li	2.20	Hg	4.49
K	2.25	Fe	4.50 - 4.81
Na	2,28	Cu	4.53 - 4.94
Nd <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	2.30	W	4.54 - 4.60
Er <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	2.40	Al	2O <sub>3</sub> 4.70
ThO <sub>2</sub>	2.54	MgO	4.70
Eu <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	2.60	Si	4.85
La <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	2.80	SiO <sub>2</sub>	5.00
Pr <sub>6</sub> O <sub>11</sub>	2.80	Ni	5.04 - 5.15
Sm <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	2.80	Co	5.00
UO <sub>2</sub>	3.15	Au	5.10 - 5.47
CeO <sub>2</sub>	3.21	Pt	5.32 - 5.66
U	3.63 - 3.90	ZrO <sub>2</sub>	5.80
BeO	3.80 - 4.70	TiO <sub>2</sub>	6.21

<sup>10</sup>FH Münster, abrufbar unter <https://www.fh-muenster.de/ciw/downloads/personal/juestel/juestel/chemie/Austrittsarbeit.pdf>, Zugriff am 29.02.2024.

## Aufgabensammlung zu Materiewellen

### Aufgabe 1: Die Hypothese von de Broglie

- Nennen Sie die Hypothese von de Broglie und beschreiben Sie ein Experiment, mit welchem die Hypothese gezeigt werden kann. Fertigen Sie auch eine Skizze dazu an.
- Leiten Sie mit Hilfe der de Broglie-Wellenlänge einen Zusammenhang zwischen Wellenlänge und kinetischer Energie her. Formulieren Sie dazu eine Je-desto-Aussage.

### Aufgabe 2: Elektronenbeugung an verschiedenen Kristallen

In einer evakuierten Röhre trifft ein fein gebündelter Strahl von Elektronen mit der kinetischen Energie  $E_{kin} = 150 \text{ keV}$  senkrecht auf eine dünne Schicht aus polykristallinem **Wolfram**. Auf einem im Abstand von 20 cm dahinter stehenden Schirm beobachtet man einen zentralen Leuchtpunkt und als Beugungsfiguren mehrere Kreise. Der Durchmesser des innersten Kreises beträgt 5,3 mm.<sup>1</sup>

- Für hochenergetische Elektronen liefert ein relativistischer Ansatz genauere Ergebnisse. Leiten Sie die relativistische Energie-Impuls-Beziehung

$$\lambda_{dB} = \frac{h \cdot c}{\sqrt{(e \cdot U_B)^2 + 2 \cdot e \cdot U_B \cdot m_e \cdot c^2}}$$

her. Berechnen Sie damit relativistisch, die den Elektronen zugeordnete de Broglie-Wellenlänge.

- Berechnen Sie den Netzebenenabstand von Wolfram aus den gegebenen Daten und der berechneten Wellenlänge.<sup>1</sup>
- Berechnen Sie die Wellenlänge klassisch und bestimmen Sie die relative Abweichung zur relativistischen Rechnung. Bewerten Sie die Abweichung für solche hochenergetischen Photonen.
- Zeigen Sie, dass für Elektronen mit niedrigerer kinetischen Energie ( $E_{kin} = 54 \text{ eV}$ ) klassisch gerechnet werden darf.

Elektronen der kinetischen Energie  $E_{kin} = 54 \text{ eV}$  treffen nun senkrecht auf die Oberfläche eines **Nickelkristalls**. Dieser wirkt aufgrund der regelmäßigen Anordnung der Atome in der Oberfläche wie ein Reflexionsgitter mit der Gitterkonstanten  $2,15 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ .

---

<sup>1</sup>LEIFI-Physik, abrufbar unter <https://www.leifiphysik.de/quantenphysik/quantenobjekt-elektron/aufgabe/beugung-am-wolframkristall-abitur-2001-lk-a3-2>, Zugriff am 09.05.2023.



- e) Berechnen Sie die Weite des Winkels, unter dem das Maximum erster Ordnung beobachtet wird.

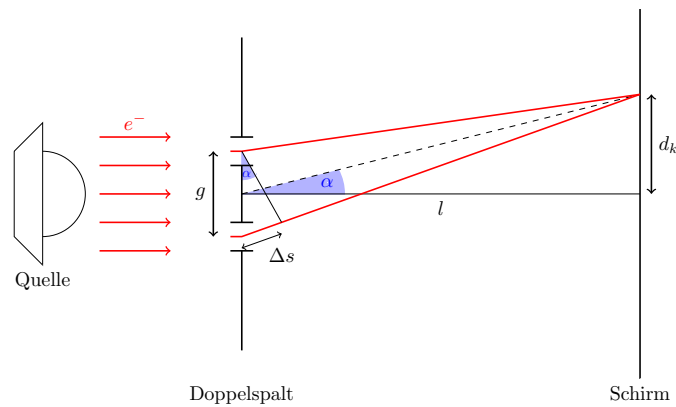
Elektronen mit der Materiewellenlänge  $2,5 \cdot 10^{-11}$  m treffen senkrecht auf einen **Graphitkristall**. Sie können an dieser Stelle klassisch rechnen.

- f) Berechnen Sie die Geschwindigkeit, mit der die Elektronen auf den Graphitkristall treffen sowie die Beschleunigungsspannung, die sie durchlaufen haben.
- g) Bei einer Messung treten auf dem Leuchtschirm unter den Streuwinkeln  $\alpha_1 = 3,4^\circ$  beziehungsweise  $\alpha_2 = 5,8^\circ$  Interferenzringe auf. Bestätigen Sie durch Berechnung der Netzebenenabstände, dass es sich tatsächlich um einen Graphitkristall handelt. (Hinweis: Berechnen Sie die relative Abweichung zu den Literaturwerten  $d_1 = 2,11 \cdot 10^{-10}$  m und  $d_2 = 1,23 \cdot 10^{-10}$  m).

## Aufgabensammlung zum Wahrscheinlichkeitsverhalten von Quantenobjekten

### Aufgabe 1: Die Aussagen des Versuchs

Elektronen werden in einem elektrischen Feld mit einer Beschleunigungsspannung von 1000 V beschleunigt und treffen senkrecht auf einen Doppelspalt mit Spaltabstand  $g = 1 \mu\text{m}$ . Auf einem 50 cm entfernten Schirm werden die auftreffenden Elektronen nachgewiesen.



- Die Elektronen treten einzeln durch den Doppelspalt. Beschreiben Sie das auf dem Schirm entstehende Bild nach kurzer Zeit (wenige durchgelaufene Elektronen) und nach langer Zeit (viele durchgelaufene Elektronen).
- Vergleichen Sie die Beobachtungen aus a) mit dem Verhalten von Licht und klassischen Teilchen am Doppelspalt.
- Bis vor Kurzem kannten Sie das Elektron nur als Teilchen. Nun haben Sie schon einige Situationen gesehen, in denen das Elektron Welleneigenschaften zeigt. Erläutern Sie die Aussage anhand des Doppelspaltexperiments: „Das Elektron kann sowohl Wellencharakter als auch Teilchencharakter zeigen.“
- Beschreiben Sie einen Versuch, mit dem man nachweisen kann, dass das Bild auf dem Schirm tatsächlich von Elektronen erzeugt wird und nicht von Licht.<sup>1</sup>
- Erläutern Sie anhand der Interferenzfähigkeit und stochastischen Verteilung, dass Elektronen Quantenobjekte sind.

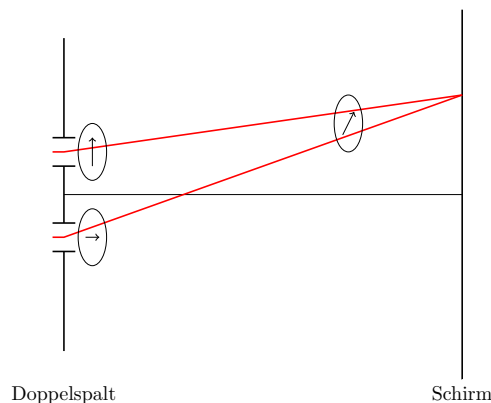
<sup>1</sup>Bruckmoser, S. (2016). Physik 12. Bad Brückenau: Franz-Miltner-Gymnasium, abrufbar unter [https://www.fmg-brk.de/fachschaften/physik/uebungsmaterial/m\\_494](https://www.fmg-brk.de/fachschaften/physik/uebungsmaterial/m_494), Zugriff am 29.02.2024.

- f) Erläutern Sie die Bedeutung der Zustandsfunktion  $\Psi(x, t)$  sowie der Wahrscheinlichkeitsdichte  $|\Psi(x, t)|^2$  und stellen Sie Unterschiede dar.
- g) Elektronen und Photonen zeigen am Doppelspalt das gleiche Verhalten. Geben Sie Unterschiede und Gemeinsamkeiten von Elektronen und Photonen an.

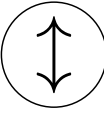

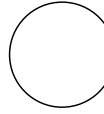
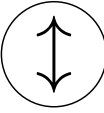
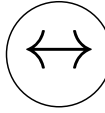
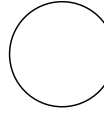
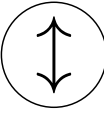
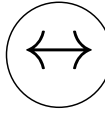
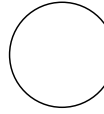
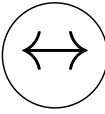

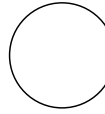
### Aufgabe 2: Das Interferenzmuster

- a) Zeigen Sie, dass für den Abstand zweier Maxima am Doppelspalt allgemein  $d_k = \frac{k \cdot \lambda \cdot l}{g}$  gilt, wobei  $l$  den Abstand zum Schirm und  $g$  den Spaltmittlenabstand beschreibt.<sup>1</sup>
- b) Die Elektronen werden mit 500 V auf den Doppelspalt beschleunigt.
- Berechnen Sie die de Broglie-Wellenlänge der Elektronen.
  - Berechnen Sie den zu erwartenden Abstand der 1. Interferenzmaxima auf dem Schirm.
- c) Berechnen Sie für die Materiewellenlänge  $5,48 \cdot 10^{-11}$  m den Abstand vom 0. zum 2. Maximum für die Entfernungen des Schirms vom Doppelspalt  $l_1 = 50$  cm,  $l_2 = 100$  cm und  $l_3 = 150$  cm. Finden Sie einen allgemeinen Zusammenhang zwischen Abstand der Maxima von 0. zu 2. Ordnung und dem Abstand vom Schirm zum Doppelspalt.
- d) Im Experiment wird ein Abstand der Maxima 1. Ordnung von  $70 \mu\text{m}$  gemessen. Berechnen Sie die Geschwindigkeit, mit welcher die Elektronen durch den Spalt gehen und die Beschleunigungsspannung, welche sie dazu durchlaufen müssen.

### Aufgabe 3: Der Quantenradierer



a) Beschreiben Sie die Funktionsweise eines Quantenradierers und ergänzen Sie die Stellung des dritten Polarisationsfilters.<sup>2</sup>

	Polfilter Spalt 1	Polfilter Spalt 2	Polfilter vor Schirm
scharfes Interferenzmuster			
scharfes Interferenzmuster			
kein Interferenzmuster			
scharfes Interferenzmuster			

b) Erläutern Sie das Quantenmechanische Fundamentalprinzip am Beispiel des Doppelspaltversuchs.

c) Nehmen Sie Stellung zu folgenden Aussagen:

- 1) Mit Detektoren können wir messen durch welchen Spalt das Photon gegangen ist.
- 2) Ein Photon befindet sich bis zur Messung in einem Superpositionszustand. Die Messung zerstört diesen.
- 3) Der dritte Polarisationsfilter „hebt die Welcher-Weg-Information auf“.
- 4) Der dritte Polarisationsfilter entscheidet verzögert über den Ausgang des Experiments.
- 5) Eine Messung realisiert eine Eigenschaft.
- 6) Die Eigenschaften sind vor der Messung schon real, nur nicht bestimmt.

<sup>2</sup>Becker, P. et al. (2009). *Physik Oberstufe Gesamtband: Handreichungen für den Unterricht* (2. Aufl.). Berlin: Cornelson Verlag.

- 7) Die Eigenschaft existiert vor der Messung nicht.
- 8) Quantenobjekte interferieren mit sich selbst.

#### Aufgabe 4: Interferenz im Alltag?

Fullerenmoleküle zeigen, trotz ihrer deutlich größeren Masse, auch Interferenzerscheinungen. Stellen Sie sich nun eine Herde Elefanten ( $m_{Elefant} = 6 \text{ t}$ ) vor, welche mit  $v = 11 \text{ m/s}$  durch eine Baumreihe ( $g = 4 \text{ m}$ ) trampelt. Gehen Sie von einem riesigen Schirm hinter der Baumreihe vor, auf dem man das Interferenzmuster beobachten kann.<sup>3</sup>

- a) Erläutern Sie, warum wir bei der Elefantenherde keine Interferenzerscheinung beobachten können.
- b) Stellen Sie sich nun vor, die Elefantenherde befindet sich in einem abgeschlossenen physikalischen System. Berechnen Sie den Ablenkwinkel erster Ordnung. Begründen Sie, ob es nun möglich ist, ein Interferenzmuster zu sehen.

---

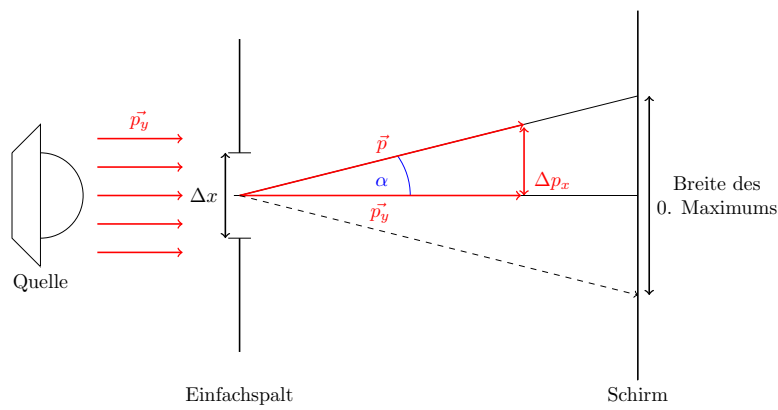
<sup>3</sup>Vogt, M. (2020). *Quantenmechanik und Schulmathematik. Ein Leitfaden für Lehrerinnen und Lehrer*. Göttingen: Cuvillier Verlag.

## Aufgabensammlung zur Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation

### Aufgabe 1: Elektronen am Einfachspalt

- a) Formulieren Sie die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation und erläutern Sie den Begriff der komplementären Größen.

Elektronen werden auf einen Einfachspalt geschickt.



- b) Beschreiben Sie, wie mit diesem Versuch die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation qualitativ bestätigt werden kann.
- c) Elektronen treffen senkrecht auf einen Einfachspalt der Breite  $\Delta x = 1 \cdot 10^{-6}$  m. Die kinetische Energie der Elektronen ist im ersten Fall  $E_{kin,1} = 10$  eV und im zweiten Fall  $E_{kin,2} = 0,5$  MeV.
- Schätzen Sie den Betrag  $\Delta p_x$  des Impulses der Teilchen mit Hilfe der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation ab.<sup>1</sup>
  - Ermitteln Sie den Gesamtimpuls der Teilchen durch vektorielle Addition der Impulse  $\Delta p_x$  und  $\Delta p_y$  (Impuls vor dem Spalt). Entscheiden Sie, ob die Richtung des Gesamtimpulses deutlich von der Richtung des ursprünglichen Impulses abweicht.<sup>1</sup>
  - Bestimmen Sie für  $E_{kin,1}$  und  $E_{kin,2}$  die Breite des Beugungsbilds  $s$ , wenn der Schirm in einem Abstand von 2 m aufgestellt wird.
  - Berechnen Sie die Entfernung des Schirms, wenn eine Aufweitung von 1 m zu beobachten ist.

<sup>1</sup>LEIFI-Physik, abrufbar unter <https://www.leifiphysik.de/quantenphysik/quantenobjekt-elektron/aufgabe/alphateilchen-am-spalt>, Zugriff am 15.03.2024

## Aufgabe 2: Materiewellen und Unbestimmtheit

Bei einem Doppelspaltversuch treffen beschleunigte Elektronen mit der Materiewellenlänge  $\lambda = 30 \text{ pm}$  auf einen Doppelspalt mit dem Spaltmittenabstand  $g = 6,2 \mu\text{m}$ .<sup>2</sup>

- Berechnen Sie für die Wellenlänge  $\lambda$  die Geschwindigkeit  $v$  der Elektronen und die erforderliche Beschleunigungsspannung, welche die zu Anfang ruhenden Elektronen durchlaufen müssen, damit sie diese Geschwindigkeit erreichen.<sup>2</sup>
- Der Abstand zwischen Schirm und Doppelspalt beträgt  $l = 1 \text{ m}$ . Berechnen Sie den Abstand  $b$  zwischen dem 0. und 1. Interferenzmaximum.<sup>2</sup>
- Die Impulsunbestimmtheit  $\Delta p_x$  senkrecht zur Flugrichtung lässt sich mit der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation  $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi}$  abschätzen. Legen Sie dabei der Ortsunbestimmtheit  $\Delta x$  den Spaltmittenabstand  $d$  zugrunde. Berechnen Sie die Impulsunbestimmtheit  $\Delta p_x$  und die dazugehörige Geschwindigkeitskomponente  $\Delta v_x$  senkrecht zur Flugrichtung der Elektronen.<sup>2</sup>

## Aufgabe 3: Wahr oder falsch?

- Betrachten Sie nun ein ideal präpariertes quantenmechanisches System. Nehmen Sie also an, dass keine Wechselwirkung mit der Umgebung stattfindet, also keine ständige Messung. Wir betrachten Elfmeterschießen mit einem Fußball ( $m = 450 \text{ g}$ ). Im Falle eines verwandelten Elfmeters wird die Ortsunbestimmtheit in Querrichtung durch die Breite eines Fußballtores von  $7,32 \text{ m}$  begrenzt. Zeigen Sie, dass sich der Torwart bei ständig nichtgehaltenen Elfmeteren nicht quantenmechanisch mit der Unbestimmtheit der Geschwindigkeitskomponenten der Fußbälle in Querrichtung und der angeblich daraus resultierenden Unberechenbarkeit ihrer Flugbahnen herausreden kann.<sup>3</sup>
- Erläutern Sie, warum die Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation im Alltag nicht auftritt.

Erläutern Sie, inwiefern es sich bei folgenden Aussagen über die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation um wahre oder falsche Aussagen handelt:

- Die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation stellt eine Grenze für die Genauigkeit dar, mit der wir die Werte physikalischer Größen herausfinden können.<sup>3</sup>
- Die Größen  $\Delta x$  und  $\Delta p_x$  beschreiben die Abweichungen zum wahren Wert der Größe.

<sup>2</sup>Bruckmoser, S. (2016). Physik 12. Bad Brückenau: Franz-Miltenberger-Gymnasium, abrufbar unter [https://www.fmg-brk.de/fachschaften/physik/uebungsmaterial/m\\_494](https://www.fmg-brk.de/fachschaften/physik/uebungsmaterial/m_494), Zugriff am 15.03.2024.

<sup>3</sup>Vogt, M. (2020). *Quantenmechanik und Schulmathematik. Ein Leitfaden für Lehrerinnen und Lehrer*. Göttingen: Cuvillier Verlag.

