

BNE im Mathematikunterricht

Nicht *nur* eine Frage der Lerninhalte: Der Achtsame Unterricht

Katharina Maria Wilhelm

Dissertation

zur Erlangung des Grades
der Doktorin der Naturwissenschaften
der Fakultät für Mathematik und Informatik
der Universität des Saarlandes

Saarbrücken 2024

Tag des Kolloquiums: 28.06.2024

Dekan: Prof. Dr. Roland Speicher

Prüfungsausschuss: Vorsitzender
Prof. Dr. Michael Bildhauer

Berichterstattende
Prof. Dr. Anselm Lambert
Prof. Dr. Wilfried Herget
Prof. Dr. Melanie Platz

Akademische Mitarbeiterin
Dr. Christina Bierbrauer

Für meinen Papa.

Kurzfassung

Eine Auseinandersetzung mit dem Konzept „Bildung für nachhaltige Entwicklung“ (BNE) und dessen Verankerung im Unterricht macht sichtbar, dass sich die Integration von BNE nicht *nur* in den Lerninhalten ausdrücken kann. Dies würde die Bildungsidee des Konzepts BNE verkürzen, indem übergeordnete, dem Leitprinzip innewohnende pädagogische Aspekte unberücksichtigt blieben. Wenn der Mathematikunterricht also auch zu dem Ziel beitragen will, eine nachhaltige Transformation der Gesellschaft mitzugestalten und daher BNE in sich verankert, dann betrifft dies nicht *nur* BNE als Lerninhalt im Unterricht, sondern auch eine der Bildungsidee BNE angepasste Unterrichtskultur.

Aus diesem Grund greift die Arbeit einerseits die Beschäftigung mit BNE als Lerninhalt im Mathematikunterricht auf und arbeitet die wechselseitigen Potentiale von Mathematik(unterricht) und BNE heraus: Welches Potential ist mit der Integration von Aspekten der BNE für den Mathematikunterricht verbunden? Und umgekehrt: Welchen spezifischen Beitrag kann der Mathematikunterricht zur BNE leisten? Diese Fragen beinhalten insbesondere die reflektierende Auseinandersetzung mit dem Allgemeinbildungsauftrag des Mathematikunterrichts sowie dem sinnvollen Umgang mit Größenvorstellungen, Ungenauigkeiten und Unsicherheiten im Mathematikunterricht im Rahmen von relevanten Verwendungskontexten von Mathematik.

Andererseits mündet die Beschäftigung mit einer der Bildungsidee BNE förderlichen Unterrichtskultur in der Auseinandersetzung mit den Arbeiten BERNHARD ANDELFINGERS, der in den 1980er Jahren durch sein Konzept des *Sanften Unterrichts* eine global verträgliche Unterrichtskultur präsentiert, die bereits ähnliche Ziele verfolgte wie BNE heute. Das in der vorliegenden Arbeit entwickelte Konzept des *Achtsamen Unterrichts* greift zentrale Ideen jenes Sanften Unterrichts vor dem Hintergrund der BNE auf, fundiert sie weiter durch eine Einbettung in pädagogische und didaktische Forschungsarbeiten und ergänzt neue Überlegungen. Der *Achtsame Unterricht* hat dabei zum übergeordneten Ziel, die Bereitschaft der Lernenden zur Verwendung von Mathematik auch über die Schule hinaus bei der Bewältigung künftiger Herausforderungen zu wecken – etwa, um in gesellschaftlichen Entscheidungen selbstbestimmt mitzubestimmen –, indem er Selbstwirksamkeitserfahrungen, auch im Kontext nachhaltiger Entwicklung, ermöglicht. Als *notwendig* hierzu schätzt er Person und Sache in besonderem Maße wert – dies gelingt durch gegenseitiges Ernstnehmen und Aufklären im Mathematikunterricht.

Abstract

An examination of the concept of "Education for Sustainable Development" (ESD) and its embedding in the classroom makes it clear that the integration of ESD cannot be expressed only in the learning content. This would shorten the educational idea of the concept ESD by ignoring higher-level pedagogical aspects that are inherent in the guiding principle. If mathematics education also wants to contribute to the goal of shaping a sustainable transformation of society and therefore anchoring ESD in itself, then this does not only concern ESD as learning content in the classroom, but also a teaching culture adapted to the educational idea of ESD.

Therefore, on the one hand, this paper deals with ESD as a learning content in mathematics education and reviews the mutual potentials of mathematics (education) and ESD: What is the potential of integrating aspects of ESD into mathematics education? And vice versa: What specific contribution can mathematics education make to ESD? These questions include in particular the reflective examination of the general educational mission of mathematics education, as well as the sensible handling of magnitude concepts, imprecision and uncertainty in mathematics education within the scope of relevant application contexts of mathematics.

On the other hand, the study of a culture of teaching that is conducive to the educational idea of ESD leads to an examination of the work of BERNHARD ANDELFIN-GER, who presented a globally compatible culture of teaching in the 1980s with his concept of *Gentle Teaching*, which already pursued similar goals to those of ESD today. The concept of *Mindful Teaching* developed in the present thesis takes up central ideas of that Gentle Teaching against the background of ESD, substantiates them by embedding them in pedagogical and didactical research, and adds new considerations. The overriding goal of *Mindful Teaching* is to awaken the readiness of learners to use mathematics beyond the classroom to meet future challenges – for example, to participate in social decision-making in a self-determined way –, by enabling experiences of self-efficacy also in the context of sustainable development. As necessary for this purpose, *Mindful Teaching* values the person and the subject to a special degree – this is achieved by taking each other seriously by mathematics education and by enlightening through it.

Danksagung

Ich möchte an dieser Stelle allen beteiligten Personen meinen Dank aussprechen, die mich bei der Anfertigung meiner Dissertation begleitet haben.

Mein vorderster Dank gilt meinem Doktorvater Professor Dr. Anselm Lambert für die Betreuung der Arbeit. Lieber Anselm, du hast durch deine stete Unterstützung und deine kritischen Diskussionen das Entstehen der Arbeit vorangebracht. Du hast mir die Freiheit gegeben, meine eigenen Interessen einzubringen und meinen Weg zu finden. Ich bin sehr dankbar, was ich in den letzten Jahren über eine Mathematikdidaktik, die sich durch konkreten Praxisbezug auszeichnet, lernen durfte.

Mein Dank gilt außerdem dem gesamten Lehrstuhl-Team, der „Lehrstuhl-Familie“. Die gemeinsame Zeit hat uns zusammenwachsen und zu Freunden werden lassen. Danke für euren Diskurs, die Literaturtipps, die Stärkung und eure Rückmeldungen. Danke für die schöne Zeit.

Besonderer Dank geht des Weiteren an Dr. Bernhard Andelfinger, dessen Konzept des Sanften Unterrichts einen wichtigen Anstoß zum Entstehen meiner Arbeit gegeben hat. Danke dafür, dass Sie damals dem Kontakt so aufgeschlossen entgegenstanden haben. Danke auch für die kritischen Diskussionen, die mir geholfen haben, meine Sichtweise auf eine für den Mathematikunterricht weiterzuentwickelnde Unterrichtskultur aufzuschärfen. Sehr gerne erinnere ich mich auch an Ihren herzlichen Empfang am Bodensee.

Ich danke auch meinem Schulleiter Herrn OStD Uwe Peters, der mein Vorhaben der Verbindung meiner unterrichtlichen Tätigkeit mit einer Promotion stets unterstützt und durch die Befürwortung einer Abordnung erst ermöglicht hat.

Außerdem gilt mein Dank meiner Familie und meinen Freunden, die mir während der Zeit meiner Promotion immer unterstützend zur Seite gestanden haben. Ganz besonders möchte ich meinem Lebensgefährten Pascal Schmidt danken, der mich stets ermutigt hat, meinen Weg zu gehen, und der mich vor allem in der Schlussphase der Arbeit geduldig unterstützt hat. Meinen Eltern bin ich von Herzen dankbar, dass sie mir immer zu Seite gestanden haben, mich immer unterstützt und immer an mich geglaubt haben. Die Arbeit ist für euch!

An dieser Stelle möchte ich mich auch beim Ministerium für Umwelt, Klima, Mobilität, Agrar und Verbraucherschutz des Saarlandes für die Erlaubnis zur Verwendung und Abdruckgenehmigung des Factsheets der Kampagne *Schulradeln* sowie bei der Redaktion Ansbach plus (www.ansbachplus.de) der Main-Post GmbH für die Abdruckgenehmigung der Fotografie *Kassenbons* bedanken.

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	i
Abstract	ii
Danksagung	iii
Abkürzungsverzeichnis	ix
0 Einleitung	1
0.1 Einführender Überblick: Motivation	1
0.2 Ziele, Inhalte und Aufbau der Arbeit	10
0.3 Einordnung der vorliegenden Arbeit	16
0.3.1 ... in den Nationalen Aktionsplan BNE.....	16
0.3.2 ... in die Mathematikdidaktik.....	18
1 Nachhaltigkeit, Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE) und Mathematikunterricht	20
1.1 Grundlagen: Nachhaltigkeit und BNE	22
1.1.1 Nachhaltige Entwicklung – Begriffsklärung für die vorliegende Arbeit.....	22
1.1.2 Entwicklungsziel 4 der Agenda 2030: Bildung als wesentlicher Bestandteil zur Förderung einer nachhaltigen Entwicklung	29
1.1.2.1 Das Konzept BNE im bildungspolitischen Diskurs	29
1.1.2.2 Zur unterrichtlichen Umsetzung von BNE.....	33
1.1.3 Prinzipielle Kritik an BNE	47
1.2 Ausblick: Implikationen für die Unterrichtskultur	49
1.3 BNE im Mathematikunterricht der Sekundarstufen	55
1.3.1 Die (mathematik)didaktische Forschungsperspektive auf BNE und Mathematik(unterricht)	55
1.3.1.1 Forschungsbeiträge zu BNE und Mathematik(unterricht).....	56
1.3.1.2 Mathematikdidaktische Forschungs- und Entwicklungsbeiträge zu BNE	62
1.3.2 Eine curriculare Bestandsaufnahme der BNE in der Sekundarstufe I	74
1.4 Zwischenfazit zur deskriptiven Bestandsaufnahme	78
2 BNE als Beitrag zur Allgemeinbildung im Mathematikunterricht	83
2.1 Pädagogische Allgemeinbildungsdiskussionen	86
2.1.1 WOLFGANG KLAFKIS epochaltypische Schlüsselprobleme und Grundfähigkeiten	86
2.1.2 HARTMUT VON HENTIGs Neuorientierung von Schule, Bildungsmaßstäbe und Werteerziehung	96
2.2 Schnittstelle zur Mathematikdidaktik	103
2.2.1 HANS WERNER HEYMANNs Weltorientierung, kritischer Vernunftgebrauch und Verantwortungsbereitschaft.....	103

2.3	Mathematikdidaktische Allgemeinbildungsdiskussionen.....	111
2.3.1	HEINRICH WINTERS Grunderfahrungen und allgemeine Lernziele.....	111
2.3.2	LUTZ FÜHRERS Pädagogik des Mathematikunterrichts.....	113
2.4	Zusammenführende Diskussion und Zwischenfazit.....	116
3	Perspektiven eines postmodernen Mathematikunterrichts bei BERNHARD ANDELFINGER	126
3.1	Mathematik und der Geist des Schulfachs Mathe	127
3.2	Veränderung der Unterrichtskultur: Sanfter Unterricht.....	130
3.2.1	Ausgangslage.....	130
3.2.2	Einbettung: Kartesische und gaitische Weltdeutungen.....	135
3.2.3	Handlungskonzept: Prinzipien und Grundsätze des Sanften Unterrichts	141
3.2.4	Erfahrungen: Chancen und Barrieren	150
3.3	Mathe aus Sicht der Systemökologie	155
3.4	Inhaltlich-strukturelle Konsequenzen	158
3.5	Zwischenfazit.....	167
4	Der Achtsame Unterricht – Weiterentwicklung der Unterrichtskultur	171
4.1	Grundlagen des Konzepts <i>Achtsamer Unterricht</i>	172
4.1.1	Motivation und Herangehensweise.....	172
4.1.2	Ziele des Achtsamen Unterrichts	174
4.1.3	Aspekte, die aus dem <i>Sanften Unterricht</i> übernommen bzw. vertieft werden.....	175
4.1.4	Erweiterungen und Ergänzungen des Konzepts des <i>Sanften Unterrichts</i>	178
4.1.5	Der öffentlich-wissenschaftliche Charakter des Achtsamen Unterrichts	184
4.1.6	Semiotische und epistemologische Unterscheidung von Mathe und Mathematik....	186
4.2	Dimensionen des Achtsamen Unterrichts – die erste Brille	192
4.2.1	Die Dimension <i>diskursiv</i>	193
4.2.2	Die Dimension <i>nützlich</i>	206
4.2.3	Die Dimension <i>unterhaltsam</i>	216
4.3	Intendierte Interaktionsprozesse im Achtsamen Unterricht – die zweite Brille	220
4.3.1	Gegenseitig Ernstnehmen zur Wertschätzung der Person – Säule I.....	224
4.3.1.1	Berücksichtigung des mathematikspezifischen Fundaments der Lernenden ..	231
4.3.1.2	Die Haltungen des Personenzentrierten Unterrichtens nach REINHARD TAUSCH.....	236
4.3.1.3	Ermöglichen von Selbstwirksamkeitserfahrungen.....	239
4.3.1.4	Eröffnen von angemessenen demokratischen Partizipationsmöglichkeiten	244
4.3.2	Gegenseitig Aufklären zur Wertschätzung der Sache – Säule II.....	251
4.3.2.1	Metakognitiv moderierte Aufklärung beim Treiben von Mathe	254
4.3.2.2	Aufklärung über die Welt	259
4.4	Zwischenfazit: Rückblick und Ausblick.....	268
4.4.1	Die Bedeutung des Pädagogischen im Achtsamen Unterricht	271
4.4.2	Das Zusammenspiel der beiden Brillen im Achtsamen Unterricht.....	276

4.5	Exkurs: Achtsamkeit.....	278
4.5.1	Eine Annäherung an den Begriff <i>Achtsamkeit</i>	280
4.5.1.1	Ursprünge in der buddhistischen Tradition.....	281
4.5.1.2	Definitionsversuche von Achtsamkeit im Westen: KABAT-ZINN	282
4.5.1.3	Einbettung von Achtsamkeit in wissenschaftlich-psychologische Konzepte.....	283
4.5.2	Achtsamkeit im pädagogischen Kontext.....	283
4.5.3	Übertragungsansätze: Achtsamkeit im Achtsamen Unterricht.....	288
5	BNE als Lerninhalt: Belebung des Umgangs mit Ungenauigkeit im Mathematikunterricht.....	297
5.1	Mathematik und Wirklichkeit	301
5.1.1	Exaktheit und Genauigkeit	301
5.1.2	Ziel und Anliegen der <i>Passt-so-Mathe</i>	303
5.1.3	Umgang mit Ungenauigkeit beim Modellieren.....	312
5.1.4	FERMI-Aufgaben als Beitrag zur <i>Passt-so-Mathe</i>	320
5.2	BNE-FERMI-Aufgaben.....	326
5.2.1	Belebung der <i>Passt-so-Mathe</i> und Förderung von BNE.....	326
5.2.2	Konkret: BNE-FERMI-Aufgaben für den Unterricht	335
5.2.2.1	Das Fundament: Aufklärung im Achtsamen Unterricht.....	336
5.2.2.2	Beispiele für BNE-FERMI-Aufgaben.....	340
5.2.2.2.1	Kassenbonpflicht in Bäckereien (Wirtschaft).....	340
5.2.2.2.2	Leitungs- vs. Mineralwasser (Konsum)	342
5.2.2.2.3	Aktion Schulradeln (Mobilität und Umwelt).....	344
5.2.2.2.4	Toastbrot-Müll (Konsum und Ernährung).....	347
5.2.2.2.5	Greenpeace: Ich zähle! (Konsum und Mobilität)	350
5.2.2.3	Unterrichtseinsatz: Beobachtungen und Hypothesen.....	351
5.2.2.4	Grenzen von BNE-FERMI-Aufgaben.....	361
6	Schlussbetrachtungen	363
6.1	Rückblick auf die vorliegende Arbeit.....	363
6.2	Einige Perspektiven für zukünftige Forschung.....	366
6.3	Erste Schritte in die Zukunft.....	368
7	Anhang.....	371
7.1	Kernkompetenzen des Lernbereichs Globale Entwicklung.....	371
7.2	Fachbezogene Teilkompetenzen des Mathematikunterrichts	372
7.3	Intendierte Interaktionsprozesse im Achtsamen Unterricht (Abbildung).....	375
7.4	Arbeitsblätter	376
7.4.1	Ab. 01 – Kassenbonpflicht in Bäckereien	376
7.4.2	Ab. 02 – Leitungs- vs. Mineralwasser	377
7.4.3	Ab. 03 – Aktion Schulradeln.....	378
7.4.4	Ab. 04 – Toastbrot-Müll.....	379
	Literaturverzeichnis.....	381

Literatur der praxisbezogenen Materialien aus Unterabschnitt	
1.3.1.2	408
Abbildungsverzeichnis.....	411
Tabellenverzeichnis.....	415
Glossar.....	417

Abkürzungsverzeichnis

Ab.	Arbeitsblatt
BMBF	Bundesministerium für Bildung und Forschung
BMZ	Bundesministerium für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung
BNE	Bildung für nachhaltige Entwicklung
DUK	Deutsche UNESCO-Kommission
ESD	Education for Sustainable Development (Bildung für nachhaltige Entwicklung)
KMK	Kultusministerkonferenz
MGIEP	Mahatma Gandhi Institute of Education for Peace and Sustainable Development
MINT	Mathematik-Informatik-Naturwissenschaft-Technik
MU	Mathematikunterricht
MUED	Mathematik-Unterrichts-Einheiten-Datei
ÖPNV	Öffentlicher Personennahverkehr
PISA	Programme for International Student Assessment
SD	Sustainable Development (Nachhaltige Entwicklung)
SDG	Sustainable Development Goal (Ziel für nachhaltige Entwicklung)
UN	United Nations (Vereinte Nationen)
UNCED	United Nations Conference on Environment and Development (Konferenz der Vereinten Nationen über Umwelt und Entwicklung)
UNESCO	United Nations Educational Scientific and Cultural Organization (Organisation der Vereinten Nationen für Erziehung, Wissenschaft und Kultur)
WAP	Weltaktionsprogramm
WCED	World Commission on Environment and Development (Weltkommission für Umwelt und Entwicklung)

0 Einleitung

Das Interesse an der Nachhaltigkeitsthematik hat dazu geführt, dass ich an einer fachübergreifenden Multiplikatoren¹-Ausbildung zur Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE) teilgenommen habe. Dort regelmäßig mit anderen Teilnehmern und Kursleitern in den Diskurs kommend über schulische Umsetzungsmöglichkeiten von BNE, beispielsweise im Rahmen von Projekten, tauchte bei mir immer wieder die Frage nach alltäglichen Verankerungsmöglichkeiten von BNE auch in auf den ersten Blick weniger nachhaltigkeitsaffinen Fächern auf; genauer: im Mathematikunterricht. Welche besondere Bedeutung kommt dem Mathematikunterricht im Rahmen einer BNE zu? Kann BNE auch etwas für den Mathematikunterricht bewirken – wenn ja, was? Welche Unterrichtskultur im Mathematikunterricht ist der Bildungsidee BNE förderlich? ... Dies sind einige spannende Impulse und Denkrichtungen, die sich gewissermaßen an der Schnittstelle meiner beiden Studien- und Unterrichtsfächer, Mathematik und Geographie, bewegen und mich in den folgenden Jahren beim Entstehen der vorliegenden Arbeit (be)g(e)leitet haben.

Das einleitende Kapitel soll Sie, liebe Leser, in die Konzeption der vorliegenden Arbeit und die zentralen Fragestellungen einführen. Hierzu ist es in drei Sinnabschnitte untergliedert: Unterkapitel 0.1 beleuchtet ausgehend von verschiedenen Jugendstudien die Bedeutung der Nachhaltigkeitsthematik für die Jugendlichen sowie deren Bildungswünsche im Hinblick auf BNE. Dies mündet in der Reflexion der Rolle des Fachunterrichts, im Speziellen des Mathematikunterrichts, bei der Realisierung von BNE im schulischen Rahmen. Aus diesen Betrachtungen heraus lassen sich die Ziele und Inhalte der Arbeit in Unterkapitel 0.2 formulieren. Das Unterkapitel gibt auch einen Überblick über den Aufbau der Arbeit. Abschließend erfolgt im dritten Unterkapitel 0.3 die Einordnung der Arbeit im Hinblick auf rechtliche Rahmenvorgaben aus dem Bereich BNE sowie der Vorgehensweise der Arbeit aus mathematikdidaktischer Sicht.

Wichtige Begriffe finden Sie im Glossar am Ende des Dokuments.

0.1 Einführender Überblick: Motivation

Nachhaltigkeit scheint für viele Jugendliche ein Thema zu sein: So bringt etwa die Bewegung *Fridays for Future* zum Ausdruck, dass zukunftsrelevante Probleme im Bewusstsein vieler junger Menschen sind, und sie zeigt auch deren Besorgnis und

¹ Aus Gründen der besseren Lesbarkeit wird hier und im Folgenden auf die gleichzeitige Verwendung männlicher, weiblicher und diverser Sprachformen verzichtet. I. d. R. wird die männliche Form aufgeführt. Unberührt hiervon bleiben direkte Zitate.

Handlungswillen. Diese Einschätzung wird durch verschiedene Jugendstudien bestätigt: Die Shell-Studie 2019 etwa zeigt, dass für fast drei von vier Jugendlichen in Deutschland der Schutz der Umwelt einen unverzichtbaren Wert darstellt – dieser ist für die Jugendlichen damit wichtiger als ein eigener hoher Lebensstandard (vgl. Matthias² Albert et al.³ 2019, S. 21). Die Studien können zudem weitere in diesem Zusammenhang bildungsrelevante Aspekte offenlegen, die für eine vertiefte Beschäftigung mit BNE motivieren und aus denen sich auch Folgerungen für die Gestaltung von Lernprozessen ziehen lassen. Auf einige wesentliche Ergebnisse der Studien wird daher hier genauer eingegangen:

Bildungsarbeit kann das **Interesse** der Jugendlichen an der Nachhaltigkeitsthematik aufgreifen und fördern. So stellt die Bertelsmann-Stiftung 2009 fest, dass Nachhaltigkeit für sechs von zehn Jugendlichen in Deutschland und Österreich ein Thema ist (vgl. Bertelsmann-Stiftung 2009, S. 6). Laut der in Deutschland durchgeführten Studie *Zukunft? Jugend fragen!* aus dem Jahr 2019 kennt die Mehrheit (80 %) der Befragten die Klimaschutzbewegung *Fridays for Future*, jeder Vierte hat sogar schon an den Klimastreiks teilgenommen. Von den letztgenannten haben 90 % weiterhin vor, künftig erneut zu streiken. Von jenen, die bisher noch nicht teilgenommen haben, kann sich knapp die Hälfte vorstellen, künftig mitzumachen (vgl. BMU 2020, S. 21 f.). Die Hauptmotive, an der Aktion teilzunehmen, sind die eingeschätzte große Zukunftsbedeutung des Themas (vgl. auch Albert et al. 2019, S. 13) und die Möglichkeit, etwas bewegen zu können (vgl. BMU 2020, S. 24). Die Ergebnisse der Studien bestätigen das Interesse vieler Jugendlicher an zukunftsrelevanten Problemen, deren Bewusstsein über diese sowie ihre Bereitschaft zum Handeln. Dass hiermit auch eine Besorgnis über die Zukunft der Welt verbunden ist, bekräftigten verschiedene Studien (vgl. Albert et al. 2019, S. 15; Bertelsmann-Stiftung 2009, S. 7; SINUS 2019, S. 1). Die Verankerung von BNE im schulischen Lernangebot greift damit die Interessen sowie Sorgen der Jugendlichen auf, kann Kenntnisse der vielfach vernetzten Zusammenhänge fundieren und so helfen, die Besorgnis in Handlungskompetenz umzuwandeln.

Ausgehend von den beschriebenen Einschätzungen überrascht der Wunsch nach mehr BNE nicht (vgl. auch UNESCO 2022a): So fordern sieben von zehn Jugendlichen mehr davon (vgl. Bertelsmann-Stiftung 2009, S. 15). Dies macht den Entwicklungsbedarf im Bildungsbereich aus Sicht der Jugendlichen deutlich: „69 % der deutschen und 72 % der österreichischen Jugendlichen wünschen sich in Schule und Ausbildung eine umfassendere Wissensvermittlung über die globalen Probleme und ihre Verantwortung für die Welt“ (Bertelsmann-Stiftung 2009,

² Im Folgenden wird nach Möglichkeit bei der ersten Nennung eines Nachnamens auch der zugehörige Vorname ergänzt.

³ Bei einem Verweis im Text für Quellen mit mehr als zwei Autoren wird nach APA-Richtlinien die Angabe verkürzt: Es wird nur der erste Autor genannt, gefolgt von *et al.*

S. 15).⁴ Das bestätigt auch eine im Auftrag des Bundesministeriums für Umwelt, Naturschutz, Bau und Reaktorsicherheit durchgeführte Studie in Deutschland: Trotz des generellen Problembewusstseins herrsche weiterer Handlungsbedarf für Bildungseinrichtungen, denn die Jugendlichen fühlen sich „[ü]ber Einzelheiten und Zusammenhänge [...] oft unzureichend informiert. Sie bedauern, dass Nachhaltigkeitsthemen in öffentlichen Bildungseinrichtungen nicht den Stellenwert haben, den sie ihrer Meinung nach haben sollten“ (BMU 2018b, S. 13). Die Jugendlichen fordern konkret die Integration von BNE in die verpflichtenden Stundenpläne, da sie außerhalb des regulären Unterrichts nur begrenzt Bildungsangebote zum Thema Nachhaltigkeit wahrnehmen (vgl. BMU 2018b, S. 54).

Die strukturelle Verankerung von BNE im Regelunterricht unterschiedlicher Fächer könnte den Wunsch der Jugendlichen aufgreifen, der Nachhaltigkeitsthematik einen festen Stellenwert im schulischen Lernen zuzuweisen. Eine von Greenpeace in Deutschland durchgeführte Studie kommt zum Ergebnis, dass sich nachhaltigkeitsbezogener, die eigene Auseinandersetzung ermöglichender Unterricht positiv auf die Handlungsbereitschaft auswirkt:

Befragte, die von der eigenen Auseinandersetzung mit Fragen der Nachhaltigkeit im Unterricht berichten, engagieren sich häufiger und sind aktiver in Bezug auf die Umsetzung entsprechender Maßnahmen. Sie schätzen die Perspektive grundsätzlich als wichtiger ein und möchten sich deutlicher in Entscheidungsprozesse einbringen als die Befragten, die mit einem solchen Unterricht nicht in Kontakt gekommen sind.

(Gerd Michelsen et al. 2016, S. 4)⁵

Die Befragung kann im Vergleich zu der im Jahr 2012 im Hinblick auf die Bedeutung der Thematik in Bildungseinrichtungen eine klare Entwicklung feststellen: Der Anteil derjenigen, die sich mit Aspekten nachhaltiger Entwicklung in der Schule beschäftigen, habe sich in dem Zeitraum fast verdoppelt. Laut der Greenpeace-Studie begegnen 71 % der Befragten Nachhaltigkeit in der Schule (vgl. Michelsen et al. 2016, S. 4 f.). Weiterer Handlungsbedarf bestehe trotz der erkennbaren Steigerung dennoch, gerade was die Verankerung im **alltäglichen Unterricht** betreffe: „Hieraus die Schlussfolgerung zu ziehen, dass nun im Bereich Nachhaltigkeit und Schule alles getan wäre, ist allerdings falsch. Die Bemühungen müssen weiter gehen, ein alltäglicher Umgang mit Themen und Zielen einer nachhaltigen Entwicklung im Unterricht ist nämlich noch nicht festzustellen“ (Michelsen et al. 2016, S. 4 f.).

⁴ Der satzabschließende Punkt bei wörtlichen Zitaten steht nach APA-Richtlinien immer nach der Quellenangabe.

⁵ Wörtliche Zitate mit mehr als 40 Wörtern werden nach APA-Richtlinien ohne Anführungszeichen dargestellt und als Block eingerückt. Von dieser Konvention weichen wörtliche Zitate in Fußnoten aus gestalterischen Gründen ab.

Der nachhaltigkeitsbezogene Unterricht, wo er denn stattfindet, weist häufig noch Qualitätsdefizite auf. Das Thema werde vermehrt „wie ein Thema neben vielen anderen besprochen und abgehandelt“ (Michelsen et al. 2016, S. 4). Defizite ergeben sich beispielsweise daraus, dass 61 % der Befragten angeben, keine abweichenden Sichtweisen im Unterricht thematisiert zu haben, dass 47 % der Befragten im Unterricht nicht an Zukunftsvisionen gearbeitet haben, dass in 36 % der Fälle das Interesse der Jugendlichen nicht mit in den Unterricht einbezogen wurde usw. (vgl. Michelsen et al. 2015, S. 5). Nicht zuletzt stellt auch der UNESCO-Bildungsreport von 2022 international die Qualität derzeitiger Bildung in Bezug auf den Klimawandel in Frage, denn laut der Untersuchung können 70 % der Jugendlichen den Klimawandel nicht oder nur in Grundzügen erklären:

Seventy per cent of the youth surveyed say that they cannot explain climate change, or can only explain its broad principles, or do not know anything about it, putting into question the quality of climate change education in our schools today.

(UNESCO 2022a, S. 3)

Hieraus ergibt sich die Notwendigkeit der Ausarbeitung qualitativ hochwertiger Konzepte (vgl. auch UNESCO 2022a, S. 15), die sowohl fachdidaktische Prinzipien als auch BNE-bezogene Qualitätskriterien beachten: „Schließlich ist die Qualität der Lehre ausschlaggebend dafür, ob die 71 % der jüngeren Generation, die sich im Unterricht mit nachhaltiger Entwicklung auseinandergesetzt haben, auch die entsprechenden Kernkompetenzen entwickeln können, um künftig nachhaltig handeln zu können“ (Michelsen et al. 2015, S. 5).

Die Studien geben auch einige Anhaltspunkte für die Unterrichtsgestaltung im Hinblick auf die **Themenwahl**: Bei der Erstellung von Lernangeboten sind alle Dimensionen nachhaltiger Entwicklung zu bedenken, insbesondere vor dem Hintergrund, dass bei den Jugendlichen ökonomische und soziale Aspekte des Nachhaltigkeitsbegriffs unterbetont sind. Der Begriff sei bei ihnen relativ einseitig ökologisch geprägt: „Mit ‚Nachhaltigkeit‘ verbinden die Befragten vor allem einen sparsamen Umgang mit Ressourcen. Der Begriff steht in enger Beziehung zu umweltschonenden Aktivitäten in den Bereichen Mobilität, Energie, Entsorgung und Alltagskonsum“ (BMU 2018b, S. 28).

Aus der Tatsache, dass die Jugendlichen die Einflussmöglichkeiten jedes Einzelnen auf den Klima- und Umweltschutz am höchsten einschätzen und die meisten zugleich selbstkritisch eigene Handlungsdefizite sehen (75 % sind der Meinung, dass in diesem Bereich eher nicht genug bis nicht genug getan wird) (vgl. BMU 2020, S. 30 f.), lässt sich folgern, dass die Auswahl der Beispiele diesen Aspekt individueller Handlungsmöglichkeiten berücksichtigen sollte. Die Beispiele können hier sensibilisieren, informieren, die Auswirkungen eigenen Handelns sowie

Handlungsoptionen aufzeigen, um eine positive Wirkung auf die Handlungsbereitschaft und -kompetenz der Schüler zu erzielen.

Das Bewusstsein in Bezug auf Klimaschutzmaßnahmen ist bei den Jugendlichen in unterschiedlichen Themenbereichen allerdings different ausgeprägt: So stellt eine 2019 durch das SINUS-Institut in Deutschland durchgeführte Befragung fest, dass die junge Generation in Bezug auf Klimaschutzmaßnahmen ein hohes Bewusstsein im Bereich der Mobilität aufweise (etwas mehr als die Hälfte der Befragten geben an, bei Kurzstrecken zu Fuß zu gehen oder das Rad bzw. den ÖPNV zu nutzen; etwa ein Drittel der Befragten verzichtet auf ein eigenes Auto; etwa ein Drittel verzichtet auf Fernreisen) (vgl. SINUS 2019, S. 2). Im Gegensatz dazu sei das Bewusstsein in vielen Konsum- und Lifestylefragen weniger ausgeprägt:

So achtet jeweils nur ein Fünftel beim Einkaufen von Lebensmitteln auf Regionalität und Saisonalität (22 %) oder sagt aus Klimaschutzgründen kategorisch Nein zu Fast Food, Lieferessen und Coffee-to-go (19 %). Noch weniger ist in der Jugend verankert, wegen der Klimabelastung von Fleischkonsum (14 %) und Billigkleidung (16 %) Abstand zu nehmen.

(SINUS 2019, S. 2)

Nicht zuletzt geben die Studien einen Hinweis darauf, dass auch der formale **Bildungshintergrund** im Hinblick auf die Auseinandersetzung mit nachhaltiger Entwicklung eine Rolle spielt: Die Bertelsmann-Studie stellt etwa fest, dass sich eher Gymnasiasten als Real- und Hauptschüler mit der Thematik auseinandergesetzt haben (vgl. Bertelsmann-Stiftung 2009, S. 6). Die Relevanz des formalen Bildungshintergrundes für das Klimaschutzbewusstsein reproduziert auch die SINUS-Studie:

- Bedenklich stimmen muss, dass die Jugendlichen mit formal niedriger Bildung auch deutlich häufiger der Ansicht sind, der Klimawandel sei kein Problem, an dem die Menschen schuld sind (Formal Niedriggebildete: 28 %, formal Hochgebildete: 15 %).
- Während sich 65 % der formal Hochgebildeten vorstellen können, bei kurzen Alltagsstrecken auf das Auto zu verzichten, sind es unter den formal Niedriggebildeten nur 41%.
- Auch sind nur 36 % der formal Niedriggebildeten überzeugt davon, auf das neueste Smartphone zugunsten des Klimas verzichten zu wollen. Bei den formal Hochgebildeten sind es immerhin 53 %.

(SINUS 2019, S. 3)

Bezogen auf die Bildungsarbeit bedeutet dies, das Thema für alle Schulformen in den Blick zu nehmen und im Fachunterricht zu verankern.

Die vorliegende Arbeit möchte an diesen Ergebnissen, die insbesondere die Perspektiven der Schüler widerspiegeln, ansetzen – als Teil des Ernstnehmens der Lernenden:

- Die Arbeit trägt dazu bei, die Interessen und Wünsche der Schüler im Rahmen von Unterricht aufzugreifen und diesbezüglich deren Partizipation an der Unterrichtsgestaltung zu ermöglichen.⁶ Das vorhandene Problembewusstsein kann durch die schulische Auseinandersetzung mit der Nachhaltigkeitsthematik im Rahmen des Fachunterrichts (weiter) fundiert werden, um Besorgnis umzuwandeln in Handlungskompetenz.
- Die Arbeit forciert u. a.⁷ die strukturelle Integration der Nachhaltigkeitsthematik in den (alltäglichen) Fachunterricht – hier Mathematikunterricht. Dabei müssen sowohl BNE-spezifische als auch fachdidaktische Kriterien berücksichtigt werden.
- Bei der Themenauswahl sollte der Nachhaltigkeitsbegriff in seiner Gesamtheit, d. h. den unterschiedlichen Dimensionen aufgegriffen werden. Ebenso muss das Herstellen von individuellen Handlungsbezügen im Alltag im Rahmen der unterrichtlichen Beschäftigung beachtet werden – aber auch deren Grenzen (vgl. dazu auch S. 44).
- Bei der Gestaltung nachhaltigkeitsbezogenen Unterrichts möchte die Arbeit die Breite der Lernenden erreichen und hat daher die Sekundarstufen aller Schulformen im Blick. Auch vor dem Hintergrund der Studienergebnisse scheint es wichtig, Jugendliche auf breiter Basis zu informierten Entscheidungen für eine nachhaltigere Gestaltung der Gegenwart und Zukunft zu befähigen. Welche und wie viel (wie wenig) mathematische Vorbildung nötig ist, um viele wesentliche Kontexte im Mathematikunterricht thematisieren zu können, wird in der Arbeit dargelegt.

Ausgehend von diesen allgemeinen Zielsetzungen stellt sich die Frage nach der **Realisierung von BNE im schulischen Rahmen**. Neben Ansätzen wie etwa dem *Whole School Approach*, bei dem BNE als ganzheitlicher Ansatz zur Gestaltung des ganzen Schullebens und zur Schulentwicklung etabliert wird (vgl. Diana Grundmann & Gundula Büker 2022; LPM o. J.), neben Formen von Projektunterricht oder Arbeitsgemeinschaften, neben Forderungen nach einem eigenen Schulfach, ist die Verankerung im Unterricht unterschiedlicher Fächer eine Möglichkeit

⁶ Dies darf nicht falsch verstanden werden als Ruf nach der Ausrichtung von Unterricht *allein* an den Interessen der Lernenden. REGINA BRUDER (2018) weist etwa darauf hin, dass das Aufgreifen von Interesse im Rahmen von Anwendungsbezügen im Mathematikunterricht durchaus sinnvoll ist, um die „Lernenden dort ‚abzuholen‘, wo sie sich in ihrer Motivations- und Interessenentwicklung gerade befinden“ (ebd., S. 134), aber auch seine Grenzen hat: „Es darf und muss auch noch etwas unterrichtet werden, das die Lernenden (noch) nicht interessiert. Alles andere ist eine gründlich falsch verstandene ‚Schülerorientierung‘ und ignoriert den Bildungsauftrag der Schule“ (ebd.).

⁷ Wie die Erläuterungen im Verlauf der vorliegenden Arbeit zeigen und konkretisieren werden, geht es bei BNE allerdings um mehr als (nur) die Integration der Thematik als Lerninhalt.

der langfristigen Vertiefung nachhaltigkeitsrelevanter Problemstellungen (vgl. BMU 2018a; Eleni Christodoulou et al. 2017, S. 21 f.; Grundmann 2017, S. 128 ff.). Dass die Einbindung in den regulären Unterricht besonders wichtig ist, bestätigt GRUNDMANN auf Basis der Ergebnisse ihrer Interviewstudie zur strukturellen Verankerung von BNE in Schulen (vgl. Grundmann 2017, S. 232). Und auch SIMONE FLEISCHMANN, Präsidentin des Bayrischen Lehrer- und Lehrerinnenverbandes e. V., plädiert im Gegensatz zur Einführung eines eigenen Schulfaches für die Umsetzung des Themas als „Querschnittsaufgabe durch alle Fächer“: „Es geht ja darum, Nachhaltigkeit tiefgreifend bei Kindern und Jugendlichen zu verankern. Es geht um Haltung, Werte und Persönlichkeitsentwicklung – und das lässt sich nun mal verdammt schwer mit einem einzigen Schulfach vermitteln“ (Deutsche Telekom Stiftung 2022, S. 13). Gerade auch die Komplexität der Thematik macht eine fächerübergreifende, vernetzte Behandlung notwendig: Perspektiven und Kompetenzen aus unterschiedlichen Fächern können kombiniert ein differenziertes Gesamtbild auf verschiedene Aspekte zum Thema Nachhaltigkeit ermöglichen.

Im Zusammenhang mit BNE treten eher häufiger **Fächer** wie Erdkunde oder Biologie auf, andere Fächer erscheinen weniger präsent (vgl. auch Werner Rieß et al. 2008, S. 42 f.). RIESS et al. (2008) führen eine Studie zur Erfassung der schulischen Praxis bezüglich BNE durch, bei der 1835 Lehrkräfte von insgesamt 81 Schulen weiterführender Schularten in Baden-Württemberg mittels Fragebogen befragt werden. Etwa ein Viertel dieser Lehrkräfte hat das Fach Mathematik studiert (vgl. Rieß et al. 2008, S. 18 ff.). Die Studie stellt fest, dass ca. 70 % der Lehrpersonen mindestens ein BNE-relevantes Thema im betrachteten Schuljahr unterrichtet haben, dies ergibt knapp 4200 Unterrichtseinsätze. Allerdings entfallen hiervon lediglich 25 Unterrichtseinheiten auf das Fach Mathematik – also etwa 1 % (vgl. ebd., S. 36 ff.)⁸. Die 2022 herausgegebene Ausgabe 11 des Bildungsmagazins der Deutschen Telekom Stiftung *sonar* stellt das Thema Nachhaltigkeit ins Zentrum ihrer Betrachtungen, es werden vielfältige Bildungsanlässe geschildert. Die Mathematik taucht hier nicht auf (vgl. Deutsche Telekom Stiftung 2022). Ähnlich widmet die Pädagogische Hochschule Freiburg eine Ausgabe ihrer Zeitschrift dem Thema BNE, um auf der Ebene der Hochschule den Stand des Lerngegenstands in den einzelnen Fächern zu beschreiben. Die Mathematik wird hier zuweilen zwar *mit* angesprochen, allerdings mehr im Rahmen methodischer Überlegungen oder übergeordneter Projektideen wie dem 3D-Druck (vgl. Aileen Fahrländer & Katja Maaß 2022, S. 30 f. oder Fahrländer et al. 2022, S. 41 f.).

⁸ Bei dem Vergleich ist allerdings zu bedenken, dass die Fächer in der Stichprobe nicht gleichverteilt sind und nicht das gleiche Stundenkontingent aufweisen (vgl. Rieß et al. 2008, S. 43).

Auf den ersten Blick scheint eine Konkretisierung des BNE-Anliegens auf der Ebene des Faches **Mathematik** also häufig zu fehlen.⁹ Dies führt zu zwei zentralen Fragen, auf die die Arbeit u. a. Antworten sucht:

- Welchen spezifischen Beitrag kann der Mathematikunterricht im Rahmen von BNE leisten?
- Und was kann BNE für den Mathematikunterricht leisten?

Die Reflexion der Rolle des Mathematikunterrichts bei der Realisierung von BNE im schulischen Rahmen bildet somit einen der beiden konstituierenden Ausgangspunkte der vorliegenden Arbeit.

UTE STOLTENBERG (2017, S. 292 ff.) thematisiert beispielsweise die wechselseitige Beziehung von BNE und dem Fachunterricht – übergeordnet für alle MINT-Fächer: „Ohne das Wissen, die Denkweisen und Methoden dieser Fächer wird sich eine zukunftsfähige Entwicklung [...] nicht gestalten lassen. Sie müssen integrativer Bestandteil einer Bildung für eine nachhaltige Entwicklung sein“ (Stoltenberg 2017, S. 292). Sie verdeutlicht die Potentiale anhand von neun zentralen Gedanken (siehe Unterabschnitt 1.3.1.1). Diese liefern *auch* für das Fach Mathematik einige Ansatzpunkte, bedürfen allerdings weiterer Konkretisierung und Ausarbeitung (siehe Unterkapitel 1.4).

Auch MOSHE RENERT wirft folgende Frage nach der Verbindung von Mathematikunterricht und der Nachhaltigkeitsthematik auf: „[H]ow should we reconcile the urgent need to act for the future with the practices of mathematics education of today?“ (Renert 2011, S. 20). Er konstatiert, dass ökologische Fragen in der mathematischen Bildung und Forschung bisher eine untergeordnete Rolle spielen – ein möglicher Grund dafür sei folgender:

But by and large, ecology has played only a negligible role in mathematics pedagogy. Sustainability has likewise attracted little attention in mathematics educational research. Why is this so? I believe that it is the legacy of Platonism.^[10] Mathematics is popularly conceived of as a pure body of knowledge, independent of its environment, and value-free (e.g. Hardy, 1940). From the Platonist perspective, connections between global warming and the topics found in mathematics textbooks, such as fractions or quadratic equations, are not readily apparent.

(Renert 2011, S. 20)

⁹ Der Stand von BNE im Mathematikunterricht und der Mathematikdidaktik wird in Unterkapitel 1.3 genauer dargelegt.

¹⁰ Der Platonismus ist nur eine mögliche Philosophie der Mathematik. In ANDREAS LOOS et al. (2022) findet sich ab Seite 129 eine Übersicht über weitere philosophische Sichtweisen auf Mathematik.

Auf die reine Mathematik als Wissenschaft abseits der angewandten Mathematik mag Letzteres im Weiten zutreffen, sie braucht *lediglich* (selbst) definierte Grundlagen und logisch stringentes Schließen, wie auch BERNHARD ANDELFINGER beschreibt: Er bezeichnet die Mathematik als „semivirtuell“, da sie die Wirklichkeit zur Verifizierung ihrer Erkenntnisse nicht brauche, ihre Erkenntnisse sich aber auf die Welt anwenden bzw. in ihr finden lassen (vgl. z. B. Andelfinger 2014, S. 184). Zeitgemäßer Mathematikunterricht aber könne kein wertneutraler Raum sein (vgl. Andelfinger 1993, S. 23) – er ist stets eingebettet in die Gesellschaft und damit an deren Werte und Normen gebunden (vgl. z. B. auch Andelfinger 1995, S. 3).¹¹ Dies gilt ebenso für die in ihm verwendete Mathematik: Im Rahmen von Modellierungen etwa können die zugrunde gelegten Ziele Auswirkungen auf das Ergebnis haben, je nach Absicht also verschiedene Wege und Konsequenzen ermöglichen. Mathematikunterricht kann bei expliziter Berücksichtigung dessen aus der vermeintlichen Neutralität und Wertfreiheit von Mathematik in der Schule heraustreten (vgl. Wilfried Herget & Jürgen Maaß 2016, S. 6). RENERT hält dennoch fest, dass trotz des Infragestellens des Platonismus und der Hervorhebung auch politischer und soziologischer Dimensionen des Lehrens und Lernens Nachhaltigkeit und Mathematikunterricht in der Forschung weitgehend unverbunden bleiben (vgl. Renert 2011, S. 20).

Die vorangegangenen Erläuterungen reißen lediglich anhand eines speziellen Aspekts an, dass die Beschäftigung mit Aspekten von BNE im Mathematikunterricht in der vorliegenden Arbeit eine darüber hinausgehende Zuwendung zu Fragen einer der BNE-Idee förderlichen **Unterrichtskultur** anregt: Verbindet man mit BNE nicht primär einen neuen Inhalt, sondern ein neues Bildungsverständnis (vgl. Stoltenberg & Simon Burandt 2014, S. 568 f.; Arjen E. J. Wals 2011, S. 179 f.), dann führt auch dies zu grundsätzlichen Aspekten der Unterrichtskultur – siehe Unterkapitel 1.2. So weist DIANA GRUNDMANN auf Basis ihrer Studie – einer Befragung von 30 Lehrkräften von insgesamt 16 BNE-Schulen hinsichtlich der ganzheitlichen Verankerung von BNE an Schulen – darauf hin, dass eine an das BNE-Konzept angepasste Lernkultur, die etwa Verantwortung an die Schüler abgibt und Partizipation ermöglicht, eine Hürde bei der Umsetzung von BNE darstelle (vgl. Grundmann 2017, S. 232). Auch CHRISTODOULOU et al. (2017, S. 24) stellen heraus, dass es um eine „Neuausrichtung der Fächer“ gehe, „damit sie einem sozial und global relevanten Zweck dienen: beizutragen zu einer nachhaltigen, gerechten und friedlichen Welt mit jungen Menschen, die motiviert, darauf vorbereitet und mündig sind, bestehende und lokale sowie globale Herausforderungen zu meistern“. Die Beschäftigung mit BNE aus der Allgemeinbildungsperspektive kann

¹¹ Angesichts der Umweltgefährdung erinnert DIETER VOLK 1987 daran, dass die Forderung nach der Wertfreiheit des Mathematikunterrichts zu einem „asozialen Akt“ (Volk 1987, S. 270) werde. Unterkapitel 3.1 greift die im Zitat anklingende und von ANDELFINGER verfolgte Unterscheidung der Wissenschaft Mathematik von der Mathematik in der Schule auf.

darüber hinaus weiter den Blick auf Aspekte von Unterrichtskultur lenken (siehe Unterkapitel 2.4).

Wegweisend in Bezug auf den Mathematikunterricht sind in dieser Hinsicht die Arbeiten von ANDELFINGER, insbesondere seine Veröffentlichungen ab Mitte der 1980er Jahre zur Notwendigkeit einer Veränderung der Unterrichtskultur im Mathematikunterricht (siehe Kapitel 3), die vor dem Hintergrund von BNE hier fruchtbar aufgegriffen und weitergedacht werden können – und daher den zweiten konstituierenden Ausgangspunkt der Arbeit darstellen. ANDELFINGER fordert die Orientierung der Bildung am Prinzip der *Einen Welt*, hebt also die globale Verbindlichkeit des Denkens und Handelns hervor (vgl. Andelfinger 1995, S. 2). Als Perspektiven einer Unterrichtskultur mit ganzheitlich ökologischer, gesellschaftlicher und ethischer Position ergeben sich bei ihm (vgl. Andelfinger 1995, S. 2):

- sich gegenseitig ernstnehmen
- sich gegenseitig aufklären
- in Alternativen denken, sprechen und handeln

0.2 Ziele, Inhalte und Aufbau der Arbeit

Aus den einführenden Schilderungen ergeben sich folgende fünf **Fragestellungen**, die meinen Forschungsweg geleitet haben und auf die ich Ihnen, liebe Leserin, lieber Leser, im Verlauf der Lektüre Antworten geben möchte:

- (1) Welche Rolle spielt BNE in den aktuellen Mathematikcurricula und in der Mathematikdidaktik?
- (2) Welches Potential ist mit der Integration von Aspekten der BNE für den Mathematikunterricht verbunden?
- (3) Umgekehrt: Welchen spezifischen Beitrag kann der Mathematikunterricht zur BNE leisten?
- (4) Welche Unterrichtskultur unterstützt einen Mathematikunterricht, der einen starken Fokus auf eine verantwortungsvolle zukünftige Anwendung von Mathematik, über die Schule hinaus, legt?
- (5) Wie kann eine Integration von BNE in den Mathematikunterricht auf inhaltlicher Ebene so realisiert werden, dass den unter (2) und (3) herausgearbeiteten Aspekten Rechnung getragen wird? Welche und wie viel (wie wenig) mathematische Vorbildung ist nötig, um wesentliche Nachhaltigkeitskontexte im Mathematikunterricht zu thematisieren?

Dementsprechend ist die vorliegende Arbeit wie folgt aufgebaut: **Kapitel 1** stellt die Grundlagen von BNE dar und zeigt vorhandene Verbindungen zwischen BNE und Mathematikunterricht auf. Dazu werden zunächst allgemeine, insbesondere

begriffliche Grundlagen zum Thema Nachhaltigkeit sowie die Schlüsselrolle der Bildung auf dem Weg zu einer nachhaltigen Entwicklung erläutert (Unterkapitel 1.1). Dies sowie weitere inhaltliche Aspekte führen auf die Frage einer Unterrichtskultur, die mit BNE einhergehen sollte (Unterkapitel 1.2). Den allgemeinen Erläuterungen folgt ein detaillierter Blick auf das Fach Mathematik: Die Darstellung fachdidaktischer Beiträge (Forschungs- und Entwicklungsarbeiten sowie (Zeitschriften)-Beiträge aus der Praxis) sowie die Analyse aktueller Lehrpläne spiegeln die derzeitige Lage und Bedeutung von BNE im und für den Mathematikunterricht wider und sind damit als deskriptive Bestandsaufnahme zu verstehen (Unterkapitel 1.3). Diese kann einen Ausgangspunkt für Anschlussarbeiten darstellen und Lehrkräften den Zugang zu Materialien für ihre Unterrichtspraxis erleichtern. Unterkapitel 1.4 resümiert die Bestandsaufnahme im Hinblick auf das Wechselverhältnis von BNE und Mathematik/Mathematikunterricht und leitet Folgerungen für das weitere Vorgehen der Arbeit ab.

Kapitel 2 zeigt entlang schon klassischer, aber immer noch aktueller Denksätze und Theorien auf, dass BNE ein berechtigtes Anliegen ist, welches zum Allgemeinbildungsauftrag des Mathematikunterrichts substantiell beitragen kann. Hierzu greift Unterkapitel 2.1 die pädagogische Allgemeinbildungsdiskussion von WOLFGANG KLAFKI und HARTMUT VON HENTIG auf, Unterkapitel 2.3 bezieht sich auf genuin mathematikdidaktische Arbeiten von HENRICH WINTER und LUTZ FÜHRER. Anschließend wird in Unterkapitel 2.2 HANS W. HEYMANNS Allgemeinbildungskonzept als Mittler zwischen diesen beiden Blickrichtungen beleuchtet, da es zunächst einen fachunabhängigen Orientierungsrahmen liefert, der im Anschluss für die Mathematik konkretisierend erläutert wird. Auch diese Betrachtungen von BNE aus der Perspektive der Allgemeinbildung lenken den Blick (neben den inhaltlichen Aspekten) erneut auf die Frage der Unterrichtskultur (Unterkapitel 2.4): Diese sollte einen unterstützenden Rahmen zur Verfügung stellen, damit der umfassende Bildungsgedanke von BNE wirksam werden kann und die Lernenden das Potential der Mathematik erfahren können – auch zur gesellschaftlich verantwortlichen Nutzung von Mathematik *in* der Zukunft und *für* die Zukunft.

Das Aufgreifen des Aspekts der Unterrichtskultur führt zu den Arbeiten ANDELFINGERS (**Kapitel 3**): Die von ihm in den 1980er Jahren vorgeschlagene Unterrichtskultur *Sanfter Unterricht*, welche am Prinzip der *Einen Welt* orientiert ist, stellt eine Brücke dar, die die vorangegangenen Überlegungen zu BNE im Hinblick auf die Unterrichtskultur mit der mathematikdidaktischen Sichtweise verbinden kann. Die Erläuterungen zu der von ihm vorgeschlagenen veränderten Unterrichtskultur stehen im Zentrum des Kapitels (Unterkapitel 3.2). Hierfür grundlegend ist seine Vorstellung vom Geist des Schulfaches – welches er von Mathematik an der Hochschule deutlich unterscheidet –, weswegen dieser Aspekt den Erläuterungen zum *Sanften Unterricht* vorangestellt wird (Unterkapitel 3.1). „*Der Geist,*

in dem das Fach verstanden wird [...] und die Unterrichtskultur – das ‚Klima‘ – sind die zwei entscheidenden, untrennbar miteinander verbundenen Elemente von Mathe“ (Andelfinger 2014, S. 183; Hervorhebung im Original¹²). Neuere Arbeiten ANDELFINGERS zum Innovationspotential des Mathematikunterrichts, die Mathematik in der Schule aus Sicht der Systemökologie betrachten, schließen sich an (Unterkapitel 3.3). Deren Rezeption zeigt, dass die Merkmale Sanften Unterrichts in Einklang mit denen des *Lebensnetzes*¹³ stehen, und sie ergibt darüber hinaus weitere Kennzeichen für die Beschreibung der von ANDELFINGER intendierten Unterrichtskultur. Strukturell-inhaltliche Veränderungsvorschläge für das Schulfach (Unterkapitel 3.4) vervollständigen die Darstellungen ANDELFINGERS zum Innovationspotential des Mathematikunterrichts. Das Zwischenfazit (Unterkapitel 3.5) fasst die Perspektiven ANDELFINGERS zur Veränderung des Mathematikunterrichts zusammen und wirft die Frage auf, welche Ansätze im Rahmen einer der Bildungsidee BNE förderlichen Unterrichtskultur weiterhin passend erscheinen.

Kapitel 4 greift ANDELFINGERS Perspektive eines *Sanften Unterrichts* im Mathematikunterricht auf, fundiert sie weiter und vertieft sie durch Verbindung mit aktuellen mathematikdidaktischen und pädagogisch-psychologischen Aspekten. Hieraus resultiert das Konzept des *Achtsamen Unterrichts*, welcher einen förderlichen Rahmen normativen Charakters, legitimiert durch die Allgemeinbildungsdiskussion, zur Verfügung stellt, in dem u. a. der Bildungsgedanke einer BNE wirksam werden kann. Der Achtsame Unterricht nimmt die Unterrichtskultur in den Fokus und ist zentral dadurch gekennzeichnet, dass die Person und die Sache in besonderem Maße wertgeschätzt werden. Er verfolgt damit das Ziel, die Bereitschaft der Lernenden zu fördern, Mathematik auch über die Grenzen der Schule zu verwenden¹⁴ – so auch bei Fragen, Aspekten oder Entscheidungen, die den Bereich einer nachhaltigen Entwicklung betreffen. Damit hat er das Potential, zur gesellschaftlichen Transformation beizutragen (vgl. DUK 2014, S. 12). Ausgehend von den Ideen ANDELFINGERS zum Sanften Unterricht arbeitet Unterkapitel 4.1 Vertiefungen, Erweiterungen und Schwerpunkte für das Konzept des Achtsamen Unterrichts heraus. Es stellt damit auch wichtige Grundlagen des Achtsamen Unterrichts überblicksartig dar. Neben dem Sanften Unterricht knüpft der Achtsame

¹² Hervorhebungen im Originaltext werden in der vorliegenden Arbeit durchweg kursiv dargestellt – gleich, ob diese im Original kursiv, fett, unterstrichen o. ä. dargestellt sind.

¹³ ANDELFINGER bezieht sich hierbei auf die Sicht der Systemökologie, in der ein *Lebensnetz* durch die Aspekte Interaktion, Selbstorganisation und Tendenz zum Gleichgewicht gekennzeichnet ist (vgl. Andelfinger 2022, S. 9). Er betrachtet Mathematik in der Schule aus diesem Blickwinkel und zeigt Parallelen auf.

¹⁴ Wie Ihnen sicherlich aufgefallen ist, bedient sich die Zielbeschreibung des Achtsamen Unterrichts des Bezeichners *Verwenden* – und nutzt nicht *Anwenden*. Dies soll zum Ausdruck bringen, dass damit mehr gemeint ist als das Anwenden von Mathematik im Sinne des Wählens im Kontext naheliegender Modelle und des Durchführens von Berechnungen. Weitere Details hierzu finden Sie im späteren Verlauf der Arbeit Unterkapitel 4.1 (bzw. auch in Fußnote 98), welches die Grundlagen des Konzepts *Achtsamer Unterricht* erörtert.

Unterricht an das erweiterte Verständnis der Wissenschaft als *öffentliche Wissenschaft* von RALF DAHRENDORF an und überträgt diese Sichtweise auf Unterricht: DAHRENDORF (2001) beschreibt öffentliche Wissenschaft durch die Merkmale *lehrreich*, *nützlich* und *unterhaltsam* – dies mündet, für den Unterricht um die Diskursivität ergänzt, welche für Wissenschaft ohnehin eine Selbstverständlichkeit ist, in den vier *Dimensionen* Achtsamen Unterrichts (Unterkapitel 4.2). Daran anschließend konkretisiert Unterkapitel 4.3 förderliche Gelingensbedingungen, um die Bereitschaft zum Verwenden von Mathematik – auch über die Grenzen der Schule hinaus – zu entwickeln: *gegenseitig Ernstnehmen* im und *gegenseitig Aufklären* durch Mathematikunterricht – die zwei *Säulen* Achtsamen Unterrichts. Betrachtet man das didaktische Dreieck *Mensch – Welt – Mathematik* (vgl. Hans Schupp 1978, S. 112), so lässt sich der Achtsame Unterricht als Mittler zwischen den Bereichen Welt und Mathematik verorten: Im Unterricht können Lernende Selbstwirksamkeitserfahrungen beim Anwenden von Mathematik auf die Welt sammeln, indem sie erfahren, wie die mathematische Bearbeitung ihnen hilft, Zusammenhänge besser zu verstehen, Einsichten zu gewinnen oder die eigene Rolle zu erkennen – gerade in Verbindung mit Fragen der Nachhaltigkeit erscheint dies zentral. Das Zwischenfazit in Unterkapitel 4.4 fasst die Grundlagen des Achtsamen Unterrichts zusammen und zeigt rückblickend, inwiefern im Achtsamen Unterricht das Pädagogische besonders wertgeschätzt wird und wie die beiden *Brillen* auf Unterricht (die Dimensionen und Säulen) zusammenspielen. Ein Exkurs, welcher ursprüngliche sowie im pädagogischen Kontext verwendete Bedeutungen des Bezeichners *Achtsamkeit* aufgreift, rundet das Kapitel ab, indem er Ansatzpunkte identifiziert, um das Begriffsverständnis fokussierend auf den Achtsamen Unterricht zu übertragen (Unterkapitel 4.5).

Kapitel 5 schließlich, welches den Umgang mit Ungenauigkeit beim Rechnen mit Größen im Mathematikunterricht (mathematikdidaktisch) thematisiert – damit den dritten Ausgangspunkt der vorliegenden Arbeit darstellend –, kehrt zurück zu den wechselseitigen Potentialen von BNE und Mathematik. Im Rahmen von BNE erscheint dieses Thema aus zwei Richtungen relevant: Zum einen besitzen Größenordnungen vor dem Hintergrund der Nachhaltigkeitsdiskussion zentrale Bedeutung – häufig entziehen sich dort auftretende große Größen unserer Vorstellung (vgl. Renert 2011, S. 21 ff.). Mathematikunterricht verfügt über das Potential, diese Größenordnungen vorstellbar(er) zu machen. Zum anderen spielen bei Fragen zur Nachhaltigkeit, wie beispielsweise bei Vorhersagen zum Klimawandel, (stochastische) Modelle eine Rolle. Diese müssen Unsicherheiten durch ungewisse Datenlagen (explizit) berücksichtigen (vgl. z. B. Barbara Asbrand 2014, S. 11; Kai Niebert 2016, S. 10 ff.). Folglich kann BNE dazu beitragen, den Umgang mit Ungenauigkeit im Mathematikunterricht zu beleben und das Bild von Mathematik neben deren Exaktheit um diesen Aspekt zu erweitern. Unterkapitel 5.1 greift zunächst den Bezug von Mathematik zur Wirklichkeit auf. Es grenzt die Begriffe

Genauigkeit und Exaktheit ab (vgl. Lambert 2020), um ein gemeinsames Begriffsverständnis zur Beleuchtung des Umgangs mit Ungenauigkeit zu generieren und insbesondere zu verdeutlichen, dass Ungenauigkeit nicht *unmathematisch* ist, sondern vielmehr eine natürliche Eigenschaft von Mathematik mit Bezug zur Wirklichkeit. Daran schließt sich die Thematisierung der Frage an, welche bedeutsamen Ziele der numerische Umgang mit Ungenauigkeit mit Bezug zur Wirklichkeit im Mathematikunterricht verfolgt. Hierbei stehen inhaltlich das Erfassen von Größenordnung, die Entwicklung von Größenvorstellungen sowie die Wahl eines sinnvollen (d. h. möglichen und/oder nötigen) Maßes an Genauigkeit im Zentrum. Beim Modellieren als mathematische Tätigkeit mit Bezug zur Wirklichkeit wird der sinnvolle Umgang mit Genauigkeit an unterschiedlichen Stellen im Kreislauf bedeutsam. Das Aufgabenformat der FERMI-Aufgaben, welche durch ihre Offenheit und unklare Datenlage gekennzeichnet sind, führt das Modellieren und obiges Anliegen eines verständigen Umgangs mit (Un-)Genauigkeit zusammen. Unterkapitel 5.2 kombiniert diese Blickrichtung sodann mit der Nachhaltigkeitsthematik, indem eine Konkretisierung erfolgt, welchen Beitrag der Mathematikunterricht durch die Bearbeitung von bewusst ausgewählten FERMI-Aufgaben für BNE leisten kann – und umgekehrt. Das Unterkapitel zeigt insbesondere, wie sich der wechselseitige Bezug zwischen BNE und Mathematik bezüglich des Umgangs mit Ungenauigkeit schon mit FERMI-Aufgaben gewinnbringend realisieren lässt. Im Hinblick auf BNE und das Ziel, eine möglichst breite Schülerschaft zu erreichen, eignet sich das Aufgabenformat in besonderem Maße, da nur grundlegende inhaltsbezogene Kompetenzen (z. B. zu proportionalen Zusammenhängen) erforderlich sind, um Inhalte aus dem Nachhaltigkeitskontext bearbeiten zu können. Durch unterschiedlich umfangreiche Modellierungsaktivitäten variieren die Aufgaben allerdings dennoch in ihrem Anspruchsniveau; so zeigt das Beispiel der Solarkollektoren (vgl. K. Maaß 2009) ein komplexeres Modellierungsproblem. Zum Abschluss des Unterkapitels werden exemplarisch einige entworfene Unterrichtsbeispiele für *BNE-FERMI-Aufgaben* vorgestellt sowie Unterrichtserfahrungen reflektiert¹⁵. Insgesamt steht in diesem fünften Kapitel also BNE als konkreter Lerninhalt im Vordergrund – im Unterschied zu den beiden vorhergehenden.

¹⁵ Besonders ein Ausspruch eines Schülers hinterlässt in mir tiefgehenden Eindruck und bestärkt mich auf ganz unterrichtspraktischer Ebene in meinem Anliegen der hiesigen Arbeit. Im Unterrichtsgespräch schildert der Schüler mit leuchtenden Augen, wie er beim Bearbeiten einer BNE-FERMI-Aufgabe eindrucksvoll gemerkt habe, wie weit ihn die bisher erlernten mathematischen Werkzeuge und deren *eigenständiges* Verwenden tragen, um die Situation in der Welt ein Stück besser erfassen bzw. sich vorstellen zu können. Hier wird, auch vor dem Hintergrund *Achtsamen Unterrichts*, deutlich, wie der Schüler eine Selbstwirksamkeitserfahrung gesammelt hat, über die sich die Motivation für den Mathematikunterricht verschiebt – und darüber hinaus auch jene Motivation zur Verwendung von Mathematik in der Welt allgemein. Weitere konkrete und reflektierende Berichte zu Unterrichtserfahrungen folgen im genannten Unterkapitel. Je nach Absicht und Kapazität des Lesers böte es sich auch an, die BNE-FERMI-Aufgaben sowie die Schilderung deren Unterrichtseinsatzes (siehe v.a. Abschnitt 5.2.2) als direkten Zugang zur vorliegenden Arbeit zu wählen und im Anschluss daran zurückschreitend einzelne Aspekte der Arbeit – etwa den der mit dem Unterrichtseinsatz einhergehenden Unterrichtskultur – zu vertiefen.

Kapitel 6 rundet die Arbeit mit einem Rückblick (Unterkapitel 6.1) sowie einem Ausblick auf sich ergebende Forschungsdesiderate (Unterkapitel 6.2) ab.

Folgende Abb. 1 visualisiert – ohne das einleitende sowie das rück- bzw. ausblickende Kapitel – den Aufbau der Arbeit:

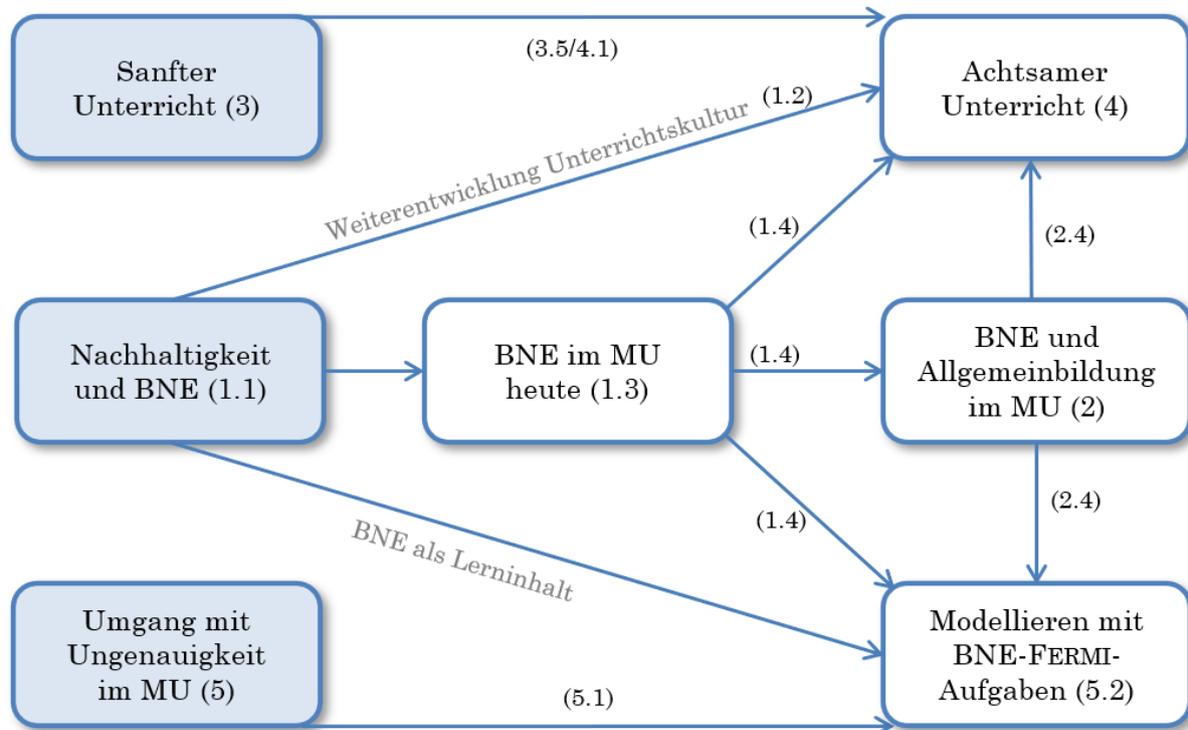


Abb. 1: Überblick über den Aufbau der Arbeit – Anmerkung: Die Angaben in Klammern beziehen sich auf die Kapitelnummerierung. Die blau hinterlegten Felder zeigen die drei Ausgangspunkte der Arbeit. (eigene Darstellung)

Die Progression der Arbeit folgt diesem inhaltlich-logischen, nicht sequentiellen Aufbau. Zugunsten einer *lokal* verständlichen Lesbarkeit werden gelegentlich *globale* Redundanzen in Kauf genommen. So gestattet die Arbeit verschiedene Lese-einstiege – und gibt etwa auch praktizierenden Lehrkräften mit begrenzten zeitlichen Kapazitäten zur Lektüre der umfangreichen Arbeit die Möglichkeit der Selektion einzelner Passagen.

Vorab möchte ich Ihnen bezogen auf die wechselseitigen Potentiale von BNE und Mathematik/Mathematikunterricht folgende Thesenübersicht an die Hand geben, welche die in der Arbeit herausgearbeiteten Aspekte bezüglich der beiden Denkrichtungen zusammenfasst (siehe Abb. 2). Diese Denkrichtungen werden im Rahmen der Arbeit in unterschiedlichen Kapiteln durch Argumentationen fundiert.

Welchen Beitrag kann Mathematik für BNE leisten?

- Mathematik liefert eine Sprache zur Kommunikation über globale Herausforderungen.
- Mathematik liefert Werkzeuge zum Umgang mit Daten, zum Beschreiben, Verstehen und Erklären von Zusammenhängen, zum Hinterfragen von Aussagen, zum Entwickeln von Prognosen, zur Urteilsbildung, zum Entwickeln von Alternativen und zum Treffen von reflektierten Entscheidungen. Mathematik leistet also einen Beitrag zur Aufklärung.
- Mathematik liefert Mittel, um in durch Unsicherheiten und Ungenauigkeiten geprägten Nachhaltigkeitskontexten sinnvoll zu arbeiten. Hierzu gehört etwa das Ermitteln von Größenordnungen sowie die Veranschaulichung jener Größenordnungen durch Vergleiche.



Welchen Beitrag kann BNE für die Mathematik/ den Mathematikunterricht leisten?

- BNE leistet einen Beitrag zum Allgemeinbildungsauftrag des Mathematikunterrichts.
- BNE liefert Anwendungskontexte für mathematische Lerninhalte, in denen sowohl Möglichkeiten als auch Grenzen von Mathematik reflektiert werden können.
- BNE kann durch die den Nachhaltigkeitskontexten immanenten Unsicherheiten den Umgang mit Ungenauigkeit im Mathematikunterricht beleben.
- BNE liefert Impulse für eine veränderte Unterrichtskultur.
- Nachhaltigkeitskontexte können zwischen Mathematik und Welt vermitteln (z. B. kann BNE sowohl Interessen der Schüler in den Mathematikunterricht einbeziehen als auch die erlernte Mathematik als nützlich erfahren lassen).

Abb. 2: Wechselseitige Beziehung zwischen Mathematik(unterricht) und BNE (eigene Darstellung) – Anmerkung: Der erste und der fünfte Aufzählungspunkt ergeben sich implizit aus den Darstellungen. Diese Aspekte werden in der Arbeit nicht vertieft.

0.3 Einordnung der vorliegenden Arbeit

0.3.1 ... in den Nationalen Aktionsplan BNE

Der Nationale Aktionsplan BNE, welcher sich als deutscher Beitrag zum UNESCO-Weltaktionsprogramm BNE (2015-2019) versteht, wurde 2017 verabschiedet und verfolgt das übergeordnete Ziel, „BNE in allen Bereichen des deutschen Bildungswesens strukturell zu verankern“ (NPBNE 2017, S. 3). Bildung komme eine Schlüsselrolle bei der Verwirklichung der globalen Nachhaltigkeitsziele zu: „Sie ermöglicht ein fundiertes Verständnis der Herausforderungen und eine kritische Diskussion über mögliche Lösungswege. Bildung befähigt zur Gestaltung von politischen, wirtschaftlichen und zivilgesellschaftlichen Veränderungen“ (NPBNE 2017, S. 7). Dies spiegelt sich auch in der 2015 von den Vereinten Nationen verabschiedeten Agenda 2030 wider, die als das vierte von 17 Zielen für nachhaltige Entwicklung eine *Hochwertige Bildung* beinhaltet (vgl. Engagement Global 2017, S. 7). Insbesondere fordert Unterziel 4.7 auf, BNE als eigenes Handlungsfeld zu sehen:

Bis 2030 sicherstellen, dass alle Lernenden die notwendigen Kenntnisse und Qualifikationen zur Förderung nachhaltiger Entwicklung erwerben, unter anderem durch Bildung für nachhaltige Entwicklung und nachhaltige Lebensweisen, Menschenrechte, Geschlechtergleichstellung, eine Kultur des Friedens und der Gewaltlosigkeit, Weltbürgerschaft und die Wertschätzung kultureller Vielfalt und des Beitrags der Kultur zu nachhaltiger Entwicklung.

(Engagement Global 2017, S. 29)

Der Nationale Aktionsplan BNE arbeitet, ausgehend von der übergeordneten Zielsetzung, mehrere Ziele und Maßnahmen aus, die nach Handlungsfeldern differenziert sind. So ergeben sich für den Bereich Schule¹⁶ (vgl. NPBNE 2017, S. 23 ff.):

- Handlungsfeld I: BNE als Aufgabe des Bildungswesens
- Handlungsfeld II: Lehr- und (pädagogische) Fachkräfteausbildung für eine nachhaltige Entwicklung
- Handlungsfeld III: Lernort/Sozialform, Kooperation und BNE
- Handlungsfeld IV: Strukturelle Verankerung von BNE in Lehr- und Bildungsplänen
- Handlungsfeld V: Partizipation und BNE

Aspekt III und IV sind für die vorliegende Arbeit von wesentlicher Bedeutung: Handlungsfeld III strebt u. a. die Ausrichtung von Unterricht an pädagogischen Grundsätzen von BNE an (vgl. NPBNE 2017, S. 32). Dieser Aspekt stößt damit auch ein Nachdenken über die Frage nach einer der Bildungsidee BNE angemessenen Unterrichtskultur an. In Handlungsfeld IV wird die strukturelle Verankerung von BNE in Lehr- und Bildungsplänen gefordert (vgl. ebd., S. 35). Dazu müsse zunächst eine wissenschaftliche Bestandsaufnahme diesbezüglich erfolgen (vgl. ebd.). Als geeignete Maßnahme schlägt der Aktionsplan unter anderem die Analyse des Zusammenhangs von BNE und fachlichem Lernen vor: „Im Rahmen von Forschungsvorhaben sollten der Beitrag der Fächer zur BNE sowie der Beitrag der BNE zum fachlichen Lernen untersucht werden“ (NPBNE 2017, S. 35). Des Weiteren fordert er, die „Stellung von BNE im Rahmen übergreifender Bildungs- und Erziehungsziele [...] in der Fachliteratur“ (ebd., S. 36) zu untersuchen, um Anregungen im Prozess der Bildungsplanentwicklung zu erhalten (vgl. ebd.). Auch beabsichtigt der Aktionsplan eine Erstellung von Hilfen zur Implementierung von BNE in alle Fächer. Neben der Identifizierung von bestehenden Lehr- und Lernmaterialien könne eine weitere Sammlung von Good Practice Beispielen dann als Grundlage zur Lehrplangestaltung genutzt werden (vgl. NPBNE 2017, S. 36).

Zu genau diesen Fragestellungen leistet die Arbeit für das Fach Mathematik einen Beitrag, indem sie das wechselseitige Verhältnis von Mathematik bzw. Mathematikunterricht und BNE analysiert und exemplarisch konkretisiert.

¹⁶ Daneben werden auch die Bereiche frühkindliche Bildung, berufliche Bildung, Hochschule, non-formales und informelles Lernen und Kommunen betrachtet (vgl. NPBNE 2017, S. 1 f.).

0.3.2 ... in die Mathematikdidaktik

Neben der vorangegangenen Einordnung in rechtliche Rahmenvorgaben betreffend das Thema BNE kann die Arbeit auch aus mathematikdidaktischer Sicht eingeordnet werden. Die Entwicklung des Konzepts des Achtsamen Unterrichts ausgehend von der Beschäftigung mit Fragen einer BNE – als eine Weiterentwicklung des Sanften Unterrichts nach ANDELFINGER – geschieht durch argumentative Vernetzung bereits bestehender Theorien. Der Achtsame Unterricht liefert damit einen normativ-präskriptiven Theorierahmen (vgl. Susanne Prediger 2015, S. 652), der beschreibt, wie die Bereitschaft der Lernenden unterstützt werden kann, Mathematik auch über die Schule hinaus gesellschaftlich verantwortlich zu verwenden. Er integriert und verbindet dazu in seinem Konzept Theorieelemente aus der Mathematikdidaktik, aber auch aus der Psychologie und Pädagogik (vgl. ebd., S. 658). Auch die Analyse des wechselseitigen Zusammenhangs zwischen BNE und Mathematikunterricht erfolgt durch Zusammenführung vorhandener Arbeiten, unter Rückgriff auf allgemeine Bildungsziele sowie durch Konkretisierung klassischer Inhalte unter der BNE-Perspektive (vgl. ebd., S. 655 ff.). Damit ordnet sich die Arbeit der Theoriebildung zu, wie PREDIGER im *Handbuch für Mathematikdidaktik* zusammenfassend beschreibt:

Theoriebildung umfasst also nicht nur empirische Arbeiten, sondern bedient sich auch der geisteswissenschaftlichen Methoden der Hermeneutik, Geschichte, Mathematik und der Epistemologie. Dabei wird (trotz der gängigen Bezeichnung didaktische *Analyse*) nicht nur analysiert, denn es werden insbesondere auch neue Gegenstände geschaffen, also restrukturierend *konstruiert* [...].

(Prediger 2015, S. 655 f.; Hervorhebung im Original)

Die Forschungsmethoden in der Mathematikdidaktik können nach HEINZ GRIESEL (1971) auf unterschiedlichen Forschungsgebieten angewendet werden, er unterscheidet zehn (1 – 10). Die vorliegende Arbeit lässt sich in den Gebieten (1), (2), (3), (5), (8) und (10) verorten (vgl. Griesel 1971, S. 73 ff.):

- (1) Analyse des mathematischen Gegenstandes, der mathematischen Tätigkeiten und Anwendungssituationen der Mathematik
- (2) Entwicklung und Ausgestaltung didaktischer Ideen und Erfindungen
- (3) Formulierung, Herauspräparieren und Analyse von Zielen und Wertvorstellungen für die Stoffauswahl
- (5) Die allgemeine, statistisch nicht abgesicherte Unterrichtserfahrung und Lernkontrolle
- (8) Untersuchung der Abhängigkeit des Mathematiklernens und der Vermittlung der Mathematik von personalen, entwicklungspsychologischen und soziologischen Bedingungen

- (10) Historische, philosophische, pädagogische, psychologische und mathematische Einordnung von Entwicklungen, Wertvorstellungen, Grundkonzeptionen und Ideen im Bereich der Didaktik der Mathematik

Da das Verhältnis *Mathematik–BNE* Forschungsinteresse ist, liegen damit (auch) spezielle Anwendungssituationen von Mathematik im Fokus (1). Die Beleuchtung des Umgangs mit Ungenauigkeit in diesem Rahmen fällt ebenso unter den ersten Aspekt, in dem auch die Analyse mathematischer Gegenstände aufgehoben ist. Punkt (3) enthält die Begründung von wechselseitigen Potentialen von BNE und Mathematik, die Ziele für die diesbezügliche Stoffauswahl liefern. Die Einbettung von FERMI-Aufgaben als Quelle nachhaltigerer Bildung schließt sich diesem Gesichtspunkt an: An der Schnittstelle von Nachhaltigkeitsbildung und der *Passt-so-Mathe* – die den Fokus auf einen reflektiert-bescheidenen Umgang mit Genauigkeit beim Anwenden von Mathematik auf den Rest der Welt legt (siehe ab S. 300) – kann ein neuer Blick auf das Aufgabenformat erfolgen (3). Der Einsatz der entwickelten Aufgaben im Unterricht liefert Einsichten in Lernprozesse, die keine empirisch abgesicherte Unterrichtsforschung darstellen, sondern vielmehr erste und exemplarische Einblicke in Bearbeitungen, Lösungswege, Auffälligkeiten und Schülerreflexionen geben (5). Der Achtsame Unterricht trägt vernetzend Argumentationen aus unterschiedlichen Bereichen zusammen, der Mathematik, der Psychologie, der Sozialwissenschaft, der Philosophie und auch der Pädagogik (10), um das didaktische Konzept mit Schwerpunkt auf der Unterrichtskultur zu entwickeln und auszugestalten (2). Schließlich beachtet er dabei etwa auch personale und soziale Bedingungen des Mathematiklernens (8).

Zu guter Letzt möchte ich betonen, dass die Arbeit nicht missverstanden werden darf, indem der Mathematikunterricht auf die hier *auch* skizzierte und in Strecken fokussierte Rolle von BNE als Lerninhalt verkürzt wird. Es wird ausdrücklich darauf hingewiesen, dass der Anwendungsaspekt von Mathematik in der Schule auf die Welt nur *einen* Teil eines vielschichtigen Mathematikunterrichts darstellt, welcher durch andere Aspekte ergänzt ein umfassendes Bild der Mathematik vermitteln sollte.¹⁷ Dies berücksichtigt die Arbeit insofern, dass sie BNE nicht verkürzt einzig als (neuen) Lerninhalt auffasst, sondern auch Implikationen des Konzepts BNE für eine Weiterentwicklung der Unterrichtskultur beleuchtet. Jene reicht dabei weit über das Anwenden von Mathematik auf die Welt hinaus.

¹⁷ Der österreichische Lehrplan für die Oberstufe etwa, der in diesem Punkt weit über die deutschen KMK-Bildungsstandards hinausgeht, formuliert neben mathematischen Kompetenzen explizit auch zu berücksichtigende *Aspekte* der Mathematik, welche die Breite mathematischen Arbeitens abbilden sollen: schöpferisch-kreativer Aspekt; sprachlicher Aspekt; erkenntnistheoretischer Aspekt; pragmatisch-anwendungsorientierter Aspekt; autonomer Aspekt; kulturell-historischer Aspekt (vgl. Bundesministerium für Bildung 2016, S. 4).

1 Nachhaltigkeit, Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE) und Mathematikunterricht

Kapitel 1 liefert für die vorliegende Arbeit ein grundlegendes Verständnis der Begriffe *nachhaltige Entwicklung* und *BNE* sowie daraus abgeleitet Konsequenzen für eine der Idee angepasste Unterrichtskultur. Ebenso stellt das Kapitel einen deskriptiven Überblick über bestehende Anbindungen des BNE-Konzepts an die Mathematikdidaktik bzw. den Mathematikunterricht vor, insbesondere bezogen auf die Sekundarstufen.

Im Rahmen der deutschen Umsetzung der UN-Dekade BNE entwickeln GERD MICHELSEN et al. (2011) Indikatoren, um zu überprüfen, inwiefern Grundsätze einer BNE in unterschiedlichen Bereichen verankert sind. Damit sollen systematisch Informationen über BNE, ihre Entwicklung, ihre Rahmenbedingungen oder ihre Ergebnisse gewonnen werden (vgl. Michelsen et al. 2011, S. 7). Für den Bereich Schule, den „größte[n] potentielle[n] Multiplikator für Bildung für nachhaltige Entwicklung“ (ebd., S. 57), werden die vier Indikatoren *Bildungsstandards*, *Lehrpläne*, *Lehrmittel* und *Vorgaben für Schulinspektionen* vorgeschlagen (vgl. ebd.).

Eine fachübergreifende Darstellung der aktuellen (2017) Situation von BNE in den Sekundarschulen (bezüglich Bildungsstandards, Lehrplänen, Schulbüchern, nationalen Strategien, unterrichtspraktischen Zeitschriften usw.) findet sich beispielsweise in PETER BAGOLY-SIMÓ und INGRID HEMMER (2017). Sie fassen zusammen, dass die KMK-Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss zum Untersuchungszeitpunkt außer im Fach Biologie keinen Bezug zu BNE aufweisen (vgl. ebd., S. 9 f.). Des Weiteren beziehen sie sich auf eine internationale Lehrplananalyse von BAGOLY-SIMÓ (2013, 2014), bei der für Deutschland die bayrischen Realschullehrpläne berücksichtigt wurden.¹⁸ In diesen finden sich im Fach Mathematik keine BNE-Themen. Damit stelle das Fach neben dem Technischen Zeichnen eine Ausnahme dar, denn in allen anderen 25 Fächern konnten im bayrischen Realschullehrplan Anknüpfungspunkte identifiziert werden (vgl. Bagoly-Simó & Hemmer 2017, S. 14 ff.). In den von BAGOLY-SIMÓ & HEMMER (2017, S. 14 ff.) referierten empirischen Studien wird das Fach Mathematik also zuweilen zwar mitberücksichtigt, allerdings sind die Ergebnisse weniger konkretisierend auf der Ebene des Fachs – sie dienen mehrheitlich dem Vergleich zwischen den Fächern. In einer durch das *Institut Futur* der Freien Universität Berlin in den Jahren 2017, 2018 und 2019 durchgeführten sehr umfangreichen Untersuchung zur strukturellen Verankerung von BNE in Schulgesetzen, Lehrplänen, Beschlüssen der Kulturministerkonferenz und Dokumenten der Lehrerbildung (1605 Dokumente aus 16

¹⁸ Ob die bayrischen Realschullehrpläne repräsentativ sind, soll in der vorliegenden Arbeit nicht vertieft werden.

Bundesländern wurden untersucht) bleibt das Fach Mathematik unberücksichtigt (vgl. Jorrit Holst & Antje Brock 2020, S. 6).

Zurzeit wird der BNE-Thematik und vor allem deren Implementierung im schulischen Unterricht besondere Aufmerksamkeit gewidmet.¹⁹ So verabschiedete etwa das Ministerium für Bildung und Kultur des Saarlandes²⁰ im Jahr 2022 das *Basiscurriculum BNE*, das die strukturelle Verankerung des Themenbereichs in der Schule manifestiert und als normative Grundlage für eine fachspezifische Ausgestaltung schulformübergreifend und in allen Fächern dienen soll. Die Umsetzung des Basiscurriculums erfolgt bei der Überarbeitung der Fachlehrpläne, indem Aspekte, die die dort ausgewiesenen und zu erwerbenden Kompetenzen fördern, integriert werden. Hierbei gilt es, den Beitrag der unterschiedlichen Fächer zu im Basiscurriculum ausgewiesenen Maßstäben auszuloten. Neben den Lehrplanrevisionen unterstützen Fortbildungsangebote und konkretisierende Materialien in Form von Lernbausteinen für die Klassenstufen 1 bis 10 die Implementierung des Basiscurriculums (vgl. MfBuK Saar 2022, S. 4 f.; MfBuK Saar 2023).

Die vorliegende Arbeit kann das Forschungs- und Entwicklungsfeld dahingehend bereichern, dass sie (vorhandene und mögliche) BNE-Bezüge im Fach Mathematik genauer analysiert. Vorliegendes Kapitel 1 ist hierzu wie folgt aufgebaut: Unterkapitel 1.1 liefert einen kurzen Überblick über einige allgemeine, auch begriffliche Grundlagen zur **Nachhaltigkeit** sowie deren Verankerung im Bildungsbereich im Rahmen der BNE. Der Ausblick in Unterkapitel 1.2 greift Aspekte aus dem Bereich BNE auf, die eine Verbindung mit Fragen der **Unterrichtskultur** anregen. Diese Erläuterungen verdeutlichen, wie die Beschäftigung mit BNE in der vorliegenden Arbeit eine über den Lerninhalt hinausgehende Zuwendung zu Fragen einer Unterrichtskultur initiierte. Ausgehend von den allgemeinen Betrachtungen im ersten Unterkapitel wird der Blick dann eingeschränkt auf den **Mathematikunterricht**, um zu prüfen, inwiefern sich Ansätze der BNE dort wiederfinden: Eine deskriptive Bestandsanalyse der Bildungsstandards und Lehrpläne der Bundesländer für die Sekundarstufe I spiegelt wider, was sich Mathematikunterricht in Bezug auf BNE aktuell als Aufgabe gesetzt hat. Die Ergänzung dieser curricularen Ebene um die fachdidaktische Perspektive und um dort vorhandene Anregungen zur Integration von BNE in den Mathematikunterricht kann das Bild zum Stellenwert von BNE für das Schulfach Mathematik ergänzen (siehe Unterkapitel 1.3).²¹ Das letzte Unterkapitel 1.4 rundet die Darstellungen ab, indem es die deskriptive Bestandsaufnahme zusammenfasst, dabei Forschungslücken benennt

¹⁹ vergleiche für eine Analyse der aktuellen curricularen Situation im Fach Mathematik in Deutschland (Wilhelm 2023)

²⁰ Hier und im Folgenden wird aufgrund des Standortes das Saarland zuweilen exemplarisch angeführt.

²¹ Eine Schulbuchanalyse könnte entsprechend der genannten Indikatoren den Blick erweitern, würde allerdings den Rahmen der Arbeit sprengen. Lehrbücher können in weiteren Forschungen berücksichtigt werden (siehe Unterkapitel 6.2).

und geeignete Ansatzpunkte zum Wechselverhältnis von BNE und Mathematik (unterricht) identifiziert, aus denen sich Folgerungen für das weitere Vorgehen und Schwerpunkte der vorliegenden Arbeit ziehen lassen.

1.1 Grundlagen: Nachhaltigkeit und BNE

Dieses Unterkapitel stellt relevante Hintergrundinformationen zur BNE-Thematik bereit. Hierzu wird zunächst das globale Leitbild der nachhaltigen Entwicklung dargelegt, indem insbesondere eine Auseinandersetzung mit der Genese des Begriffs sowie den sich daraus ergebenden Dimensionen und Zielen erfolgt (siehe Abschnitt 1.1.1). Dies soll für die weiteren Betrachtungen ein grundlegendes Verständnis sichern. Im Hinblick auf die Zielsetzung der vorliegenden Arbeit erfolgt dann in Abschnitt 1.1.2 eine Fokussierung auf die Bildung im Sinne ihrer Schlüsselrolle auf dem Weg zu einer nachhaltige(re)n Entwicklung. Vom Allgemeinen ausgehend wird hier zunächst die vom Fach unabhängige BNE-Perspektive eingenommen, indem wesentliche Richtlinien des bildungspolitischen Diskurses um das BNE-Konzept wiedergegeben werden (siehe Unterabschnitt 1.1.2.1). Des Weiteren ergänzt die Darlegung ausgewählter Grundsätze zur unterrichtlichen Umsetzung in Unterabschnitt 1.1.2.2 die Betrachtungen. Das Unterkapitel wird abgerundet mit einem exemplarischen Blick auf prinzipielle Kritik an BNE (siehe Abschnitt 1.1.3).

1.1.1 Nachhaltige Entwicklung – Begriffsklärung für die vorliegende Arbeit

Der Begriff *nachhaltig* findet eine zunehmend inflationäre Verwendung (vgl. auch Friedrich M. Zimmermann 2016, S. 2). Schlägt man das Adjektiv im Duden nach, so lassen sich zwei Bedeutungen unterscheiden: Zum einen repräsentiert *nachhaltig* „sich auf längere Zeit stark auswirkend“, zum anderen „die Nachhaltigkeit betreffend“ bzw. „auf Nachhaltigkeit beruhend“ (Dudenredaktion o. J.). Für das englische Pendant *sustainable*, was an die ursprüngliche Wortherkunft anschließt, finden sich fruchtbarere Sinnentsprechungen wie „tragfähig“, „aufrechtzuerhalten“, „tragbar“ oder „zukunftsfähig“²² (LEO GmbH o. J.).

²² WOLFGANG LÜHRSEN und MARC PENDZICH (2023) sensibilisieren im Rahmen der Nachhaltigkeitsdebatte und der Auseinandersetzung mit der Klimakrise für ein zukunftsfähiges, präzises Vokabular gemäß dem Motto „Sprache macht Zukunft“, denn Verwortungen hängen mit Verstehen zusammen: „Bereits der Begriff ‚Klimaschutz‘ erzählt die falsche Geschichte: Wir Menschen müssen nicht das Klima schützen, sondern uns selbst, unsere Mitmenschen, unsere Kinder sowie sämtliche nachfolgenden Generationen. Und alles Lebendige auf diesem Planeten. [...] Ein neues Vokabular, ein neues Begriffsfeld und eine bewusst eingesetzte Wortwahl können helfen, die Debatte um die Überlebenskrise der Menschheit emotional und argumentativ zu verschlanken“, so LÜHRSEN und PENDZICH. Sie schlagen etwa auch statt „nachhaltig“ den Bezeichner „zukunftsfähig“ vor, statt „Klimakrise“ „multiple Krise“, statt „Umwelt“ die Verwendung „Mitwelt“. Auf letzteren Begriff

ZIMMERMANN (2016, S. 2) spricht von einer etwas unglücklichen Übersetzung des Begriffs *sustainable development* ins Deutsche als *nachhaltige Entwicklung*. Dies liege u. a. an der ursprünglichen Wortherkunft des Begriffs *nachhaltig*: Erstmalige Verwendung im deutschen Sprachraum finde der Bezeichner im 18. Jahrhundert (1713) bei CARL VON CARLOWITZ im Zusammenhang mit der **Forstwirtschaft**. Dort habe er den Sinn getragen, nicht mehr Holz nachzuschlagen als nachwachse (vgl. Ariane Kropp 2019, S. 7; Iris Pufé 2017, S. 37; Zimmermann 2016, S. 3). „Ihrem Ursprung nach ist Nachhaltigkeit ein ressourcenökonomisches Prinzip, das ermöglichte, eine Ressource dauerhaft ertragbringend zu nutzen“ (Pufé 2017, S. 38). Wenngleich aus diesem forstwirtschaftlichen Zugang zentrale Charakteristika der aktuellen Nachhaltigkeitsdebatte hervorgehen, etwa die Bestandssicherung oder die intergenerationelle soziale Verantwortung, so weise der Begriff heute jedoch deutlich mehr inhaltliche Bedeutungen auf als forst- bzw. landwirtschaftliche Belange (vgl. Zimmermann 2016, S. 2 f./8).

Mitte des 19. Jahrhunderts geraten ökologische Absichten, sprich die Sicherung des Waldbestandes und ein dazu notwendiger gemäßiger Holzeinschlag, und ökonomische Ziele der Gewinnmaximierung in Konflikt. Etwa hundert Jahre später, 1972, greift der Bericht *Grenzen des Wachstums* des **Club of Rome** die Nachhaltigkeitsthematik wieder auf, indem er aufgrund der kritischen gegenwärtigen Entwicklungen die Wachstumsgrenzen prognostiziert. Hier erfährt der Begriff der Nachhaltigkeit schon deutlich breitere Anwendung als in seinen Ursprüngen (vgl. Pufé 2017, S. 39 f.; Zimmermann 2016, S. 4).

Der **Brundtland-Bericht** von 1987, vorgelegt durch die World Commission on Environment and Development (WCED), möchte als Reaktion auf die sich verschlechternde Umweltqualität durch wirtschaftliche Aktivitäten der Menschen Handlungsempfehlungen für eine dauerhafte Entwicklung geben (vgl. Pufé 2017, S. 43 f.). Im Rahmen des Berichts wird der englische Begriff *sustainable development* wie folgt definiert bzw. verwendet:

Sustainable development is development that meets the needs of the present without compromising the ability of future generations to meet their own needs. It contains within it two key concepts:

- the concept of 'needs', in particular the essential needs of the world's poor, to which overriding priority should be given; and
- the idea of limitations imposed by the state of technology and social organization on the environment's ability to meet present and future needs.

(WCED 1987, o. S.)

wird im Rahmen der Stärkung des gaiatischen Paradigmas im *Sanften Unterricht* nach ANDELFINGER in Kapitel 3 genauer eingegangen. Das Vokabular könne erleichtern, neue Ideen und Argumente in die Diskussion einzubringen, statt sofort ggf. überkommene Vorstellungen zu aktivieren (vgl. ebd.).

Nachhaltige Entwicklung beschreibt hier im Zentrum also eine Entwicklung, „die die Bedürfnisse der heutigen Generation befriedigt, ohne die Möglichkeiten künftiger Generationen zur Befriedigung ihrer eigenen Bedürfnisse zu beeinträchtigen“ (ebd., Übersetzung K. W.). Diese Definition sei bis heute die klassische, am weitesten verbreitete (vgl. Pufé 2017, S. 42; Zimmermann 2016, S. 5). Durch den Bericht wird der Begriff der nachhaltigen Entwicklung erstmals „als globales Leitbild der Entwicklung“ (Pufé 2017, S. 43) in die breite Öffentlichkeit transportiert.

Eine weitere Ausformulierung des Begriffs erfolgt auf der **1992** stattfindenden UN-Konferenz in Rio de Janeiro, die Umwelt- und Entwicklungsanliegen in weltweit verbindliche Abkommen zu überführen versucht (vgl. Pufé 2017, S. 48 ff.). Unter anderem wird dort die **Agenda 21** verabschiedet, ein Aktionsprogramm zur Umsetzung nachhaltiger Entwicklungsaufgaben (vgl. ebd., S. 52). In diesem Aktionsprogramm versteht man unter dem Begriff der nachhaltigen Entwicklung „eine sozialverträgliche wirtschaftliche Entwicklung bei gleichzeitiger Schonung der Ressourcenbasis und der Umwelt zum Nutzen künftiger Generationen sicherzustellen“ (UNCED 1992, S. 68). Die Programmbereiche der Agenda beziehen sich auf soziale und wirtschaftliche Entwicklungsdimensionen, auf die Erhaltung und Bewirtschaftung der Ressourcen für die Entwicklung, auf die Stärkung der Rolle wichtiger Gruppen (z. B. Kinder und Jugendliche, nichtstaatliche Organisationen, kommunale Initiativen usw.) sowie auf finanzielle oder organisatorische Mittel zur Umsetzung der Anliegen (vgl. UNCED 1992, S. i f.). Die Handlungsempfehlungen lassen also bereits die unterschiedlichen Dimensionen nachhaltiger Entwicklung (ökologisch, ökonomisch, sozial) erkennen (vgl. Pufé 2017, S. 52).

Die **Agenda 2030**, welche im Jahr **2015** von den Vereinten Nationen verabschiedet wurde und eine Laufzeit bis 2030 hat, beinhaltet im Kern einen Katalog aus 17 Zielen für nachhaltige Entwicklung, die *Sustainable Development Goals* (SDGs). Diese lösen die acht Millennium-Entwicklungsziele von 2000 bis 2015 ab, welche im Kern auf die Armutsbekämpfung in Entwicklungsländern abzielten (vgl. Dieter Appelt & Hannes Siege 2016, S. 48; Pufé 2017, S. 55 f.; UNESCO o. J.b).²³ Die SDGs basieren auf fünf Kernbotschaften, den „5Ps“: People, Planet, Prosperity, Peace und Partnership (vgl. Pufé 2017, S. 56), und lauten wie folgt:

1. Armut in allen Formen und überall beenden
2. Den Hunger beenden, Ernährungssicherheit und eine bessere Ernährung erreichen und eine nachhaltige Landwirtschaft fördern
3. Ein gesundes Leben für alle Menschen jeden Alters gewährleisten und ihr Wohlergehen fördern
4. Inklusive, gerechte und hochwertige Bildung gewährleisten und Möglichkeiten lebenslangen Lernens für alle fördern

²³ Für eine Übersicht zu weiteren Meilensteinen, Konferenzen, Abkommen usw. siehe beispielsweise KROPP (2019, S. 7 ff.) oder PUFÉ (2017, S. 58 ff.).

5. Geschlechtergleichstellung erreichen und alle Frauen und Mädchen zur Selbstbestimmung befähigen
6. Verfügbarkeit und nachhaltige Bewirtschaftung von Wasser und Sanitätsversorgung für alle gewährleisten
7. Zugang zu bezahlbarer, verlässlicher, nachhaltiger und moderner Energie für alle sichern
8. Dauerhaftes, inklusives und nachhaltiges Wirtschaftswachstum, produktive Vollbeschäftigung und menschenwürdige Arbeit für alle fördern
9. Eine widerstandsfähige Infrastruktur aufbauen, inklusive und nachhaltige Industrialisierung fördern und Innovationen unterstützen
10. Ungleichheit in und zwischen Ländern verringern
11. Städte und Siedlungen inklusiv, sicher, widerstandsfähig und nachhaltig gestalten
12. Nachhaltige Konsum- und Produktionsmuster sicherstellen
13. Umgehend Maßnahmen zur Bekämpfung des Klimawandels und seiner Auswirkungen ergreifen
14. Ozeane, Meere und Meeresressourcen im Sinne nachhaltiger Entwicklung erhalten und nachhaltig nutzen
15. Landökosysteme schützen, wiederherstellen und ihre nachhaltige Nutzung fördern, Wälder nachhaltig bewirtschaften, Wüstenbildung bekämpfen, Bodendegradation beenden und umkehren und dem Verlust der biologischen Vielfalt ein Ende setzen
16. Friedliche und inklusive Gesellschaften für eine nachhaltige Entwicklung fördern, allen Menschen Zugang zur Justiz ermöglichen und leistungsfähige, rechenschaftspflichtige und inklusive Institutionen auf allen Ebenen aufbauen
17. Umsetzungsmittel stärken und die Globale Partnerschaft für nachhaltige Entwicklung mit neuem Leben erfüllen

(Vereinte Nationen 2015, S. 15)

Folgende Abb. 3 fasst diese Ziele plakativ zusammen.



Abb. 3: Ziele für nachhaltige Entwicklung – SDGs (Abbildung entnommen aus Bundesregierung 2019)

Die bereits 1992 in der Agenda 21 erkennbare Unterscheidung der nachhaltigen Entwicklung in üblicherweise drei **Dimensionen** kann helfen, den Begriffsumfang weiter zu erfassen. Nachhaltige Entwicklung umfasst Maßnahmen in den Bereichen

- Ökonomie
- Ökologie und
- Soziales,

wobei diese aufgrund der Komplexität der Zusammenhänge und der zahlreichen Wechselwirkungen vernetzt zu denken sind. Erst ihre integrative Beachtung in Problemzusammenhängen kennzeichnet nachhaltige Entwicklung (vgl. z. B. Kropp 2019, S. 11 f.; Pufé 2017, S. 99 ff; Gisbert Rinschede 2007, S. 199).

Die Dimension der **ökologischen** Nachhaltigkeit fokussiert eine nachhaltige Nutzung der natürlichen Ressourcen zum dauerhaften Erhalt der natürlichen Lebensgrundlage. Grundsätzlich soll der Verbrauch erneuerbarer Ressourcen die Regenerationsrate nicht überschreiten. Nicht erneuerbare Ressourcen können nur in dem Maß genutzt werden, wie erneuerbare Ressourcen Ersatz bieten. Insgesamt muss die Regel- und Trägerfunktion der Natur erhalten bleiben (vgl. Holger Rogall 2008, zitiert nach Zimmermann 2016, S. 8). Typische, diesen Bereich betreffende Themen sind Klima, Luft, Umwelt, Böden, Wälder u. v. m. (vgl. Appelt & Siege 2016, S. 36; Kropp 2019, S. 11). Auch die Thematisierung von Kipp-Punkten im Klimasystem nach HANS JOACHIM SCHELLNHUBER, also Punkten, an denen abrupte oder irreversible Prozesse qualitative Veränderungen des Klimas ergeben – etwa durch sich selbst verstärkende Prozesse beim Schmelzen des Meereises in der Arktis – fällt hierunter (vgl. Umweltbundesamt 2008).

Ökonomische Nachhaltigkeit bezieht sich auf eine nachhaltige Gestaltung der Wirtschaftssysteme, welche nicht nach „permanentem unbegrenztem Wachstum [...] in einer endlichen Welt“ an Ressourcen streben, sondern beim Wachstum die ökologischen Grenzen beachten und auch keine Schulden und Lasten für künftige Generationen erzeugen (vgl. Kropp 2019, S. 11 f.). „Vertreter der ökonomischen Nachhaltigkeit befürworten ein Wirtschaften, das umwelt- und sozialverträglich ist und Wohlstand nicht allein durch Wachstum anstrebt, sondern vielmehr *Lebensqualität* statt Besitzmehrung“ (Pufé 2017, S. 102; Hervorhebung Original). Themen in diesem Bereich betreffen etwa die nachhaltige Ausrichtung der Wertschöpfungskette oder die Förderung nachhaltiger Produktion und nachhaltigen Konsums (vgl. ebd., S. 119).

In der **sozialen** Dimension der Nachhaltigkeit steht die „Forderung nach einer intergenerativen und intragenerativen Gerechtigkeit“ (Zimmermann 2016, S. 13) im Mittelpunkt. Soziale Nachhaltigkeit bezieht sich damit auf die Lebensgestal-

tung und das Miteinander der Menschen. Fragen nach kultureller Integration, Armutsbekämpfung, Frieden, Bildungsrecht, Arbeit, Verteilungsgerechtigkeit zwischen Regionen oder sozialen Schichten, Gesundheit oder Partizipation betreffen insbesondere diesen Bereich (vgl. Kropp 2019, S. 11; Pufé 2017, S. 102; Zimmermann 2016, S. 14).

Eine integrierte Darstellung der Dimensionen mündet in unterschiedlichen **Modellen** der Nachhaltigkeit, die unterschiedliche Ansatz- als auch Kritikpunkte ausweisen. Während beispielsweise *Ein-Säulen-Modelle* eine Dimension – meist die Umwelt – in den Mittelpunkt der Betrachtungen rücken und damit für das Leitbild der Nachhaltigkeit recht einseitig ausgerichtet sind, stellt das *Drei-Säulen-Modell* (siehe Abb. 4 links) die drei Dimensionen der Nachhaltigkeit als gleichberechtigt nebeneinander (vgl. Pufé 2017, S. 110; Zimmermann 2016, S. 17). Das *Nachhaltigkeitsdreieck* (siehe Abb. 4 rechts) soll in Form eines gleichseitigen Dreiecks die Gleichberechtigung und Ausgewogenheit der drei Aspekte von Nachhaltigkeit veranschaulichen (vgl. Pufé 2017, S. 113).²⁴

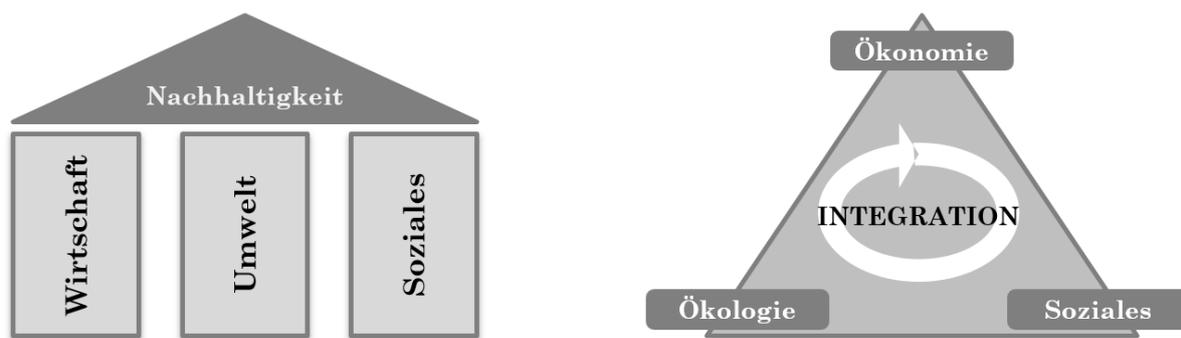


Abb. 4: beispielhaft Modelle der Nachhaltigkeit – Das Drei-Säulen-Modell und das Nachhaltigkeitsdreieck in PUFÉ (2017, S. 110/113)

In einigen Quellen wird zusätzlich noch die *politische* Dimension ergänzt, wobei hier eine demokratische Politikgestaltung im Mittelpunkt steht (vgl. JÖRG-ROBERT Schreiber 2016, S. 87; Zimmermann 2016, S. 16 f.). So berücksichtigt etwa der *Orientierungsrahmen für den Lernbereich Globale Entwicklung* der KMK und des BMZ in seiner Darstellung vier Dimensionen und beschreibt beispielhafte Zielkonflikte zwischen diesen, um mögliche Zusammenhänge und Wechselwirkungen zu verdeutlichen (siehe Abb. 5) (vgl. Appelt & Siege 2016, S. 23/41). Das dreidimensionale Tetraeder-Modell der Nachhaltigkeit bezieht neben ökologischen, sozialen und ökonomischen Aspekten noch *institutionelle* mit ein (vgl. dazu z. B. Zimmermann 2016, S. 20).

²⁴ Hinter den Modellen und deren Bewertung stehen auch unterschiedliche Vorstellungen über die Gewichtung der Dimensionen. Hierbei wird v. a. zwischen *starker* und *schwacher* Nachhaltigkeit unterschieden: Die *schwache* Nachhaltigkeit weist eine stark anthropozentrische Prägung auf. Vertreter streben nach permanentem ökonomischem Wachstum, wobei dabei Naturkapital grundsätzlich durch Sachkapital ersetzbar sei. Die *starke* Nachhaltigkeit hingegen misst dem Erhalt der ökologischen Ressourcen oberste Priorität zu (vgl. Pufé 2017, S. 105 ff.).

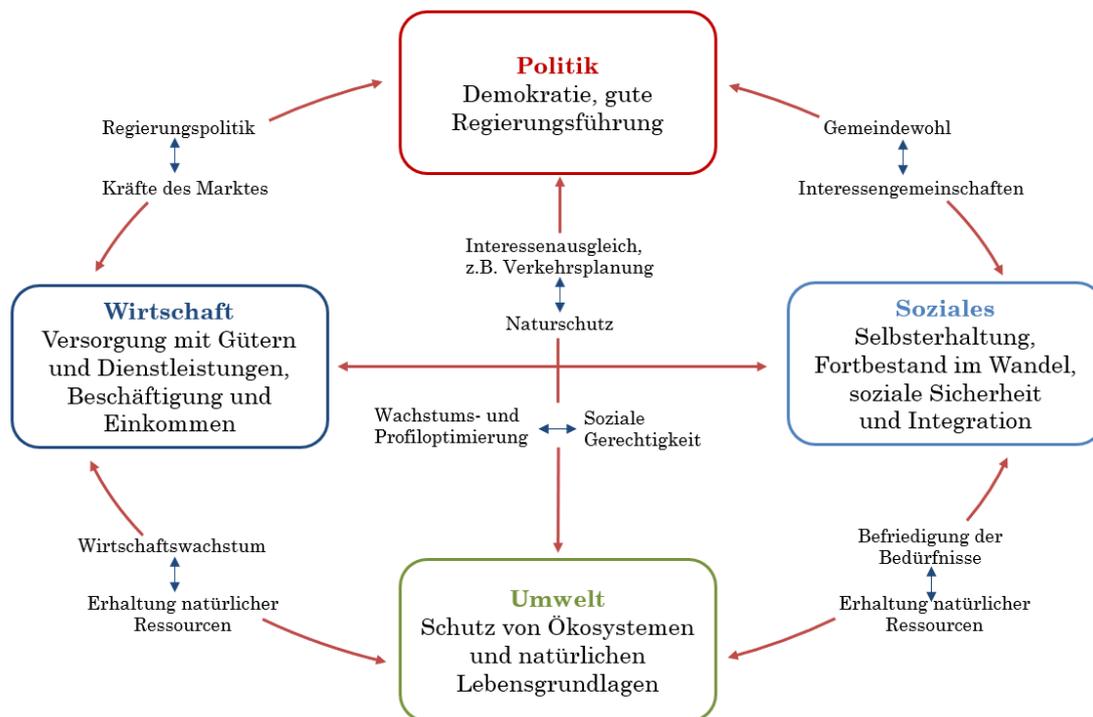


Abb. 5: Modell der Nachhaltigkeit im Orientierungsrahmen für den Lernbereich Globale Entwicklung der KMK und des BMZ – Zielkonflikte zwischen den Dimensionen in APPELT & SIEGE (2016, S. 41)

Hier schlage ich zusammenführend folgendes **Spiegel-Tetraeder-Modell** der Nachhaltigkeit (siehe Abb. 6) vor: Die Politik in demokratischen Gesellschaften bildet die Rahmung der anderen Dimensionen, sie trägt das Wechselspiel zwischen diesen. Die institutionelle Dimension ergänzt die Darstellung. In ihr spiegelt sich die tatsächliche Umsetzung gesellschaftlich gesetzter Ziele wider – sie stellt damit eine Art (unvollständigen) Spiegel der Gesellschaft dar. Bei der Umsetzung von Maßnahmen zur Zielerreichung müssen Institutionen Einigung zwischen den anderen Dimensionen zu erzielen versuchen.²⁵

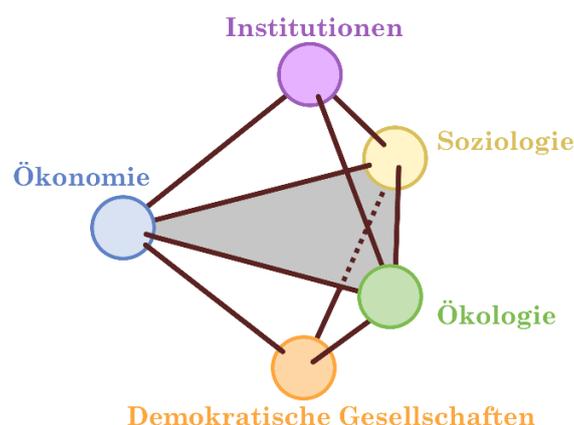


Abb. 6: Spiegel-Tetraeder der Nachhaltigkeit (eigene Darstellung)

²⁵ Die Bezeichner Ökologie, Soziologie und Ökonomie spiegeln konsistent den Wissenschaftsbereich wider und vermischen nicht – wie zuweilen in anderen Modellen – Wissenschaft und Gegenstand (vgl. z. B. Abb. 4 rechts).

1.1.2 Entwicklungsziel 4 der Agenda 2030: Bildung als wesentlicher Bestandteil zur Förderung einer nachhaltigen Entwicklung

1.1.2.1 Das Konzept BNE im bildungspolitischen Diskurs

Nachhaltige Entwicklung ist nicht allein durch politische Vereinbarungen, finanzielle Anreize oder technologische Lösungen zu erreichen. Eine nachhaltige Entwicklung erfordert eine Änderung unserer Denk- und Handlungsweisen. Bildung spielt für diese Veränderung eine entscheidende Rolle.

(DUK 2014, S. 32)

Die Vereinten Nationen beschreiben bereits in der **Agenda 21**, dass die Bildung ein wesentlicher Bestandteil einer nachhaltigen Entwicklung ist. Dort stellt Kapitel 26 zur *Förderung der Bildung, der Bewusstseinsbildung und der Aus- und Fortbildung* u. a. die Notwendigkeit einer „Neuorientierung der Bildung auf nachhaltige Entwicklung“ (UNCED 1992, S. 329) schon vor drei Jahrzehnten dar:

Bildung ist eine unerlässliche Voraussetzung für die Förderung der nachhaltigen Entwicklung und die bessere Befähigung der Menschen, sich mit Umwelt- und Entwicklungsfragen auseinanderzusetzen. Während die Grunderziehung den Unterbau für jede Umwelt- und Entwicklungserziehung liefert, muss letztere zum wesentlichen Bestandteil allen Lernens werden.

(UNCED 1992, S. 329)

Unter anderem fordert diese UN-Konferenz in diesem Rahmen bereits eine Einbindung in alle Fachbereiche:

Um wirksam zu sein, sollte sich die Umwelt- und Entwicklungserziehung sowohl mit der Dynamik der physikalischen/biologischen und der sozioökonomischen Umwelt als auch mit der menschlichen (eventuell auch einschließlich der geistigen) Entwicklung befassen, in alle Fachdisziplinen eingebunden werden und formale wie nichtformale Methoden wie auch wirksame Kommunikationsmittel verwenden.

(UNCED 1992, S. 329)

Auf dem Weltgipfel *Rio+10* für nachhaltige Entwicklung 2002 in Johannesburg, also zehn Jahre später, wird die Rolle der Bildung erneut aufgegriffen und der Grundstein für den Beginn der **UN-Dekade BNE** gelegt, das Programm startet 2005 (Laufzeit: 2005 bis 2014). Ziel ist die Stärkung der Rolle der Bildung bei der Förderung nachhaltiger Entwicklung (vgl. DUK 2014, S. 9 f.).

BNE dient dazu, dass Schülerinnen und Schüler Kompetenzen für eine nachhaltige Entwicklung erwerben. Dabei geht es darum, Probleme nicht-nachhal-

tiger Entwicklung erkennen und bewerten zu können und Wissen über nachhaltige Entwicklung anzuwenden. BNE gibt Empfehlungen für die Gewinnung von Kompetenzen zur Gestaltung offener Zukünfte.

(KMK & DUK 2007, S. 2 f.)

Wissen, Netzwerke, Projekte und Initiativen konnten erfolgreich in Rahmen der UN-Dekade entstehen, das Bewusstsein für die Thematik geschärft werden, dennoch bleibe weiterhin viel zu tun. Unter anderem entwickelt sich die Erkenntnis, „dass es zentral ist, nachhaltige Inhalte in die Lehrpläne der unterschiedlichen Bildungsbereiche zu integrieren“ (UNESCO o. J.a).

Im Jahr 2012 wird von den Vereinten Nationen beschlossen, BNE weiter zu stärken und zu fördern, 2015 tritt das **UNESCO-Weltaktionsprogramm BNE** (WAP) als Folgeprogramm der UN-Dekade in Kraft (Laufzeit: 2015 bis 2019) (vgl. DUK 2014, S. 9 f.): „Aufbauend auf den Ergebnissen der UN-Dekade zielt das WAP auf die Entwicklung und Intensivierung konkreter Maßnahmen“ (ebd., S. 9). BNE wird im Rahmen des Weltaktionsprogramms unter Rückgriff auf folgende **Prinzipien** definiert:

- a) BNE ermöglicht allen Menschen, die notwendigen Kenntnisse, Fähigkeiten, Werte und Verhaltensweisen anzueignen, um zu einer nachhaltigen Entwicklung beizutragen. BNE befähigt zu informierten Entscheidungen im Sinne ökologischer Integrität, ökonomischer Lebensfähigkeit sowie einer gerechten Gesellschaft für aktuelle und zukünftige Generationen und verantwortlich zu handeln.
- b) BNE bedeutet, zentrale Themen nachhaltiger Entwicklung zum Bestandteil des Lehrens und Lernens zu machen und erfordert innovative, partizipatorische Lehr- und Lernmethoden, die die Lernenden dazu motivieren und befähigen, sich aktiv für nachhaltige Entwicklung einzusetzen. BNE fördert Fähigkeiten wie kritisches Denken, das Verständnis komplexer Systeme, die Fähigkeit, sich zukünftige Szenarios vorstellen zu können, sowie Entscheidungen in partizipatorischer und kooperativer Weise zu treffen.
- c) BNE gründet sich auf einen an Rechten orientierten Bildungsansatz. Sie ist Teil einer qualitativ hochwertigen Bildung, die sich an aktuell relevanten Fragen orientiert.
- d) BNE zielt als transformative Bildung darauf ab, den Wandel der Gesellschaften hin zu nachhaltiger Entwicklung zu unterstützen. Dies erfordert eine Neuausrichtung der Bildungssysteme und ihrer Strukturen sowie eine neue Herangehensweise an Lehren und Lernen. BNE muss zur Grundstruktur des Lehrens und Lernens^[26] gehören und darf nicht als ein Zusatz zu bestehenden Bildungspraktiken verstanden werden.

²⁶ In der Sprache der deutschen Bildungstradition würde es heißen, dass BNE *der* Bildungskonsens der UN ist.

- e) BNE bezieht sich auf die ökologischen, sozialen und ökonomischen Säulen nachhaltiger Entwicklung in integrativer, ausgewogener und ganzheitlicher Weise. Ebenso bezieht sie sich auf eine umfassende Agenda zur nachhaltigen Entwicklung, wie sie im Abschlussdokument von Rio+20 enthalten ist. Das beinhaltet unter anderem die miteinander verbundenen Themen der Armutsbekämpfung, des Klimawandels, der Katastrophenvorsorge, der Biodiversität sowie des nachhaltigen Konsums und der nachhaltigen Produktion. Es berücksichtigt nationale Besonderheiten und respektiert die kulturelle Vielfalt.
- f) BNE umfasst formale, non-formale und informelle Bildung sowie lebenslanges Lernen von der frühen Kindheit bis ins hohe Alter. Sie umfasst also auch Weiterbildung und eine öffentliche Bewusstseinsbildung im Rahmen der allgemeinen Anstrengungen um eine nachhaltige Entwicklung.
- g) Der im Rahmen des Weltaktionsprogramms verwendete BNE-Begriff soll sämtliche Aktivitäten umfassen, die den oben genannten Prinzipien entsprechen, unabhängig davon, ob diese selber den Ausdruck BNE verwenden oder – abhängig von ihren jeweiligen historischen und kulturellen Kontexten beziehungsweise ihren Hauptaktionsbereichen – Begriffe wie Umweltbildung, Nachhaltigkeitsbildung, Globales Lernen, Entwicklungsbildung oder andere.

(DUK 2014, S. 33 f.)

BNE vereint in sich also verschiedene, schon vorhandene Bildungskonzepte wie etwa die Umweltbildung, die interkulturelle Bildung oder die Demokratiebildung „unter einer übergreifenden Wert- und Zielperspektive“ (Stoltenberg & Burandt 2014, S. 570). Wie die Darlegung der Prinzipien bereits anklingen lässt, umfasst das BNE-Konzept folgende vier **Dimensionen** im Bildungsbereich (vgl. DUK 2014, S. 12):

- (1) Lerninhalt
- (2) Pädagogik und Lernumgebungen
- (3) Lernergebnisse
- (4) gesellschaftliche Transformation

BNE zielt also ab auf die Implementierung zentraler Themenbereiche in die Lehrpläne (1), auf ein interaktives, selbstgesteuertes Lernen mit angepassten Lernumgebungen (2), auf die Förderung zentraler Kompetenzen, die für ein nachhaltiges Handeln als bedeutsam erachtet werden (3), sowie auf die Transformation der Gesellschaft hin zu verantwortungsbewussten Bürgern, die einen Beitrag für eine nachhaltigere Zukunft leisten (4):

Lerninhalt: Aufnahme zentraler Themen wie Klimawandel, Biodiversität, Katastrophenvorsorge (Disaster Risk Reduction, DRR) sowie nachhaltige Konsum- und Produktionsmuster (Sustainable Consumption and Production, SCP) in den Lehrplan.

Pädagogik und Lernumgebungen: Lehren und Lernen soll auf interaktive Weise und mit dem Fokus auf die Lernenden gestaltet werden, um forschendes, aktionsorientiertes und transformatives Lernen zu ermöglichen. Lernumgebungen – physisch sowie virtuell und online – müssen neu gestaltet werden, um Lernende für nachhaltiges Handeln zu inspirieren.

Lernergebnisse: Stimulation des Lernprozesses und Förderung von Kernkompetenzen wie kritisches und systematisches Denken, kollaborative Entscheidungsfindung und die Übernahme von Verantwortung für aktuelle und zukünftige Generationen.

Gesellschaftliche Transformation: Lernende jeden Alters in allen Lernumgebungen in die Lage versetzen, sich selbst und die Gesellschaft, in der man lebt, zu verändern.

- Einen Übergang zu nachhaltigeren Wirtschaftssystemen und Gesellschaften ermöglichen.
 - Lernende mit den nötigen Kompetenzen für ‚Green Jobs‘ ausstatten.
 - Menschen zu einem nachhaltigeren Lebensstil motivieren.
- Menschen in die Lage versetzen, ‚Weltbürger‘ zu werden, die sich sowohl lokal als auch global engagieren, um globale Probleme anzugehen und zu lösen, und letztlich einen proaktiven Beitrag leisten, eine gerechtere, friedlichere, tolerantere, ganzheitlichere, sicherere und nachhaltigere Welt zu erschaffen.

(DUK 2014, S. 12; Hervorhebung im Original)

Das Weltaktionsprogramm leistet einen wesentlichen Beitrag zur **Agenda 2030**, in der der Bildungssektor eine „Schlüsselrolle“ (Engagement Global 2017, S. 7) einnimmt (vgl. ebd.). Das vierte Ziel *Hochwertige Bildung* lenkt insbesondere im siebten Unterziel den Fokus auf die Verantwortung der Schulen. Es fordert auf, BNE als wesentlichen Bestandteil des Lernens zu sehen:

Bis 2030 sicherstellen, dass alle Lernenden die notwendigen Kenntnisse und Qualifikationen zur Förderung nachhaltiger Entwicklung erwerben, unter anderem durch Bildung für nachhaltige Entwicklung und nachhaltige Lebensweisen, Menschenrechte, Geschlechtergleichstellung, eine Kultur des Friedens und der Gewaltlosigkeit, Weltbürgerschaft und die Wertschätzung kultureller Vielfalt und des Beitrags der Kultur zu nachhaltiger Entwicklung.

(Vereinte Nationen 2015, S. 18)

Bildung gilt sozusagen als ein Motor oder eine Bedingung zum Erreichen der anderen Ziele: „BNE befähigt Menschen zu einem zukunftsfähigen Denken und Handeln. [...] BNE ermöglicht es allen Menschen, die Auswirkungen des eigenen Handelns auf die Welt zu verstehen und verantwortungsvolle, nachhaltige Entscheidungen zu treffen“ (UNESCO o. J. c). Wichtig ist, dass es nicht/ nicht nur um eine Vermittlung von Wissen geht, sondern auch um die Entwicklung von Fähigkeiten zum vorausschauenden, autonomen und kritischen Denken und um die Ermöglichung von Partizipation an gesellschaftlichen Entscheidungsprozessen (vgl. UNESCO o. J. c) – siehe dazu auch die im Rahmen von BNE formulierten Kompetenzen in Unterabschnitt 1.1.2.2.:

Bildung für eine nachhaltige Entwicklung soll Menschen befähigen, sich verantwortlich und kreativ auf der Grundlage eines fundierten Wissens über komplexe Zukunftsfragen an der Gestaltung von Gegenwart und Zukunft im Sinne einer nachhaltigen Entwicklung zu beteiligen. Die Zielsetzung beinhaltet für organisierte Bildungsprozesse, dass lebensweltliche Problemstellungen so bearbeitet werden, dass Wahrnehmungsfähigkeit, Wissen und Kompetenzen dafür aufgebaut werden können.

(Stoltenberg & Burandt 2014, S. 573)

1.1.2.2 Zur unterrichtlichen Umsetzung von BNE

Indoktrinationsverbot – emanzipatorische Sichtweise auf BNE nach WALS

Wie im vorangegangenen Abschnitt dargelegt, zielt BNE also nicht/ nicht nur auf eine irgendwie geartete Wissensvermittlung ab, sondern beinhaltet auch Kompetenzen zur kritischen, verantwortungsvollen und aktiven „Gestaltung offener Zukünfte“ (KMK & DUK 2007, S. 2 f.). Dies steht in Einklang mit dem Beutelsbacher Konsens (vgl. z. B. Hans-Georg Wehling 2016 – siehe weiter unten), insbesondere dem Überwältigungsverbot, indem nachhaltige Entwicklung keinen „Verhaltenskodex“ vorgebe, sondern „ein individueller und gesellschaftlicher Such-, Lern- und Gestaltungsprozess mit dem Anspruch der Aushandlung der besten Lösung unter dem ethischen Prinzip einer nachhaltigen Entwicklung“ sei, wie etwa STOLTENBERG und BURANDT (2014, S. 568) betonen.²⁷ Um zu selbstständigen Urteilen zu gelangen, ist im Rahmen von BNE demnach neben dem Erkennen von Problematiken der Raum für Diskurs zentral, gerade was die Komplexität und Zusammenhänge der Zukunftsprobleme sowie deren ‚Lösungsoptionen‘ und diesbezügliche Zielkonflikte zwischen den Dimensionen betrifft (vgl. auch Asbrand 2014, S. 11;

²⁷ GRUNDMANN stellt in ihrer Interviewstudie fest, dass diese Perspektive zuweilen noch nicht in der schulischen Praxis der BNE-Schulen angekommen sei und dort BNE-Aktivitäten teilweise konkret auf Verhaltensänderungen ausgerichtet seien (vgl. Grundmann 2017, S. 107). Sie verweist auf DE HAAN et al. (2008, S. 123), die bezüglich dieses normativen Problems konstatieren, dass die Pädagogik „ihre Grenze in der *Ermöglichung* nachhaltigen und gerechten Handelns [habe, K. W.]. Wie sich die Handlungen der Kinder letztendlich ausgestalten, dafür kann und soll Pädagogik eine Verantwortung jenseits des schulischen Kontexts nicht übernehmen“ (zitiert nach Grundmann 2017, S. 107; Hervorhebung im Original).

Ulrike Ohl 2018, S. 136). BNE sei daher nicht „ein neuer Inhalt“, sondern beinhalte „ein neues Bildungsverständnis“, in welchem Diskurse, Aushandlungen und Reflektionen eine zentrale Rolle spielen²⁸ (Stoltenberg & Burandt 2014, S. 568 f.). Die Orientierung von BNE am zugrundeliegenden Werterahmen – Menschenwürde, Erhalt der natürlichen Lebensgrundlagen, Gerechtigkeit – solle dabei erfahrbar werden, aber auch Offenheit bieten für deren kritische Reflexion, das Einnehmen der eigenen Position und die Beteiligung an der Auslegung und Diskussion der Wertvorstellungen (vgl. ebd., S. 574; Petra Fehse et al. 2022, S. 6).

Der Beutelsbacher Konsens soll einen Minimalkonsens in der Politischen Bildung widerspiegeln und ist das Ergebnis der Diskussionen und Durchsicht der Positionspapiere der Beutelsbacher Expertenkonferenz aus dem Jahr 1977, formuliert von WEHLING (vgl. Wehling 2016). Er beinhaltet im Wortlaut folgende drei „Grundprinzipien“ politischer Bildung:

- Überwältigungsverbot: „Es ist nicht erlaubt, den Schüler – mit welchen Mitteln auch immer – im Sinne erwünschter Meinungen zu überrumpeln und damit an der ‚Gewinnung eines selbständigen Urteils‘ zu hindern. [...] Hier genau verläuft nämlich die Grenze zwischen Politischer Bildung und Indoktrination.“ (Wehling 2016, S. 73)
- „Was in Wissenschaft und Politik kontrovers ist, muss auch im Unterricht kontrovers erscheinen. Diese Forderung ist mit der vorgenannten aufs engste verknüpft, denn wenn unterschiedliche Standpunkte unter den Tisch fallen, Optionen unterschlagen werden, Alternativen unerörtert bleiben, ist der Weg zur Indoktrination beschritten. Zu fragen ist, ob der Lehrer nicht sogar eine Korrekturfunktion haben sollte, d.h. ob er nicht solche Standpunkte und Alternativen besonders herausarbeiten muss, die den Schülern (und anderen Teilnehmern politischer Bildungsveranstaltungen) von ihrer jeweiligen politischen und sozialen Herkunft her fremd sind.“ (ebd.)
- „Der Schüler muss in die Lage versetzt werden, eine politische Situation und seine eigene Interessenlage zu analysieren, sowie nach Mitteln und Wegen zu suchen, die vorgefundene politische Lage im Sinne seiner Interessen zu beeinflussen.“ (ebd.)

Die Orientierung an diesen Prinzipien des Minimalkonsenses harmoniert mit dem hier etwa von STOLTENBERG und BURANDT oder WALS (siehe unten) angestrebten, diskursiven Verständnis von BNE: Zielkonflikte sind kontrovers zu diskutieren, um eigene Bewertungen, Positionen oder Verhaltensweisen zu entwickeln. Die

²⁸ siehe dazu auch die Argumentation von FÜHRER (1997a, S. 117) bezogen auf den Mathematikunterricht, der den Lehrer in Sachfragen mit politischer Dimension und deren Bewertung als zu den Schülern „gleichberechtigten, möglichst rational und redlich argumentierenden Diskussionspartner“ beschreibt (siehe dazu Abschnitt 2.3.2, S. 117)

Aufgabe der Lehrperson – wie der Aspekt des Kontroversitätsgebots betont – besteht hierbei insbesondere darin, den Diskurs anzuregen, um verschiedene Perspektiven und Standpunkte, auch jene „fremden“, zu beleuchten – damit der Schüler aufbauend auf dieser diskursiven Auseinandersetzung ein eigenes Urteil bilden und eigene Werte festlegen kann. Der Beutelsbacher Konsens stelle somit einen wichtigen Beitrag zu einer „demokratische[n] Streitkultur“ (Siegfried Schiele 2016, S. 12) dar.

Im Diskurs muss selbstverständlich die freiheitlich-demokratische Grundordnung gewahrt werden (vgl. bpb 2019) – siehe weiter unten: Es gibt Werte wie etwa die Menschenwürde, die nicht verhandelbar sind. Auch gibt es einen gesellschaftlichen Konsens darüber, dass demokratiefeindliche Strömungen wie Rechtsradikalität abzulehnen sind. Insbesondere diesbezüglich bedeutet der Beutelsbacher Konsens nicht, *alle* im Diskurs geäußerten Meinungen (als gleichwertig) anzuerkennen, sondern als Lehrperson immer wieder Perspektivwechsel anzuregen. WOLFGANG MICKEL (1999) geht auf diese Schwierigkeit, dass beim Nahebringen bedeutsamer Werte des Grundgesetzes „um der Anerkennung der Menschenwürde willen [...] das Indoktrinationsverbot verletzt“ (Mickel 1999, S. 173) werden kann, etwas genauer ein. Als Ausweg aus dieser Gefahr schlägt er die stete Orientierung an einem diskursiven Vorgehen vor, „durch das verschiedene Meinungen eingebracht, entwickelt, revidiert und neu begründet werden können. Unter Verzicht auf eine Zeigefingerpädagogik erlaubt es, Schüler an [...] Werte heranzuführen und sie zu ermutigen, sich mit ihnen auseinanderzusetzen, bevor sie sich ein eigenes Urteil bilden“ (ebd.).²⁹

²⁹ FÜHRER stellt in seiner Pädagogik des Mathematikunterrichts u. a. folgende These auf: „Guter Unterricht bemüht sich nachdrücklich, zwischen subjektinternen Bildungsprozessen und externen Wertsetzungen transparent zu vermitteln – und dies persönlich zu verantworten.“ (Führer 1997a, S. 43). Er bewegt sich also behutsam im Spannungsfeld zwischen „[s]chülerzentrierter Entfaltungspädagogik“ (ebd.) und „kulturbefflossener Werkorientierung“ (ebd.). In Bezug auf Normen und Werte bedeute dies, den Lernenden weder alle vorzugegeben noch all jene durch sie selbst festlegen zu lassen: „Schülerzentrierte Entfaltungspädagogik bedroht ihre Kinder durch Entzug materialer Zukunftsgrundlagen, und sie kollidiert allzu leicht mit berechtigten Qualitätsansprüchen des Sachgegenstandes oder des Generationenvertrags. [...] Kulturbeflossene Werkorientierung liefert demgegenüber ihre Zöglinge mittelbarer und damit heimlicher Indoktrination durch Vorentscheidung und Vertuschung der Normenprobleme aus. Weder Schüler noch Lehrer können alle ihre Normen und Werte selbst finden oder autonom wählen“ (Führer 1997a, S. 43). Das Normenproblem – welches bei FÜHRER insbesondere einen Konsens an inhaltlichen, fachspezifischen Normen (vgl. Führer 1997a, S. 60) betrifft, aber auch andere, etwa wertbezogene (siehe oben) inkludiert – ist nach ihm „nicht lösbar [...], nur approximativ, lokal und temporär“ (Führer 1997a, S. 82), sondern „muß gelöst werden“ (ebd.). So kommt er zu dem Schluss, dass „Generationenvertrag, pädagogischer Eros und ‚pädagogischer Bezug‘ [...] jeden Lehrer [verpflichten, K. W.], stimmige persönliche Ansichten zum Normenproblem zu entwickeln“ (ebd.). Im unterrichtlichen Diskurs mit den Lernenden (hier im Rahmen von BNE) kann diese Einsicht, dass das Normenproblem i. A. nicht abschließend lösbar ist, für die Lehrperson bedeuten, gewisse Diskrepanzen in Urteilen und von den Lernenden im Prozess ausgehandelten Normen und Werten auszuhalten. Die vermittelnde Sichtweise FÜHRERS erweist sich auch vor dem Hintergrund der in Abschnitt 1.1.3 aufgeführten normativen Kritik am BNE-Konzept als fruchtbar.

Einen solchen Diskurs zu leiten ist damit ein sensibles pädagogisches Unterfangen, welches viel Fingerspitzengefühl erfordert – im Spannungsfeld zwischen Indoktrination (siehe dazu auch Fußnote 30) und *völlig* freier Meinungsäußerung. Auch WEHLING merkt dies an: „An welchem Punkt beginnt eigentlich Indoktrination, ab wann wird gegen das Überwältigungsverbot verstoßen [...]?“ oder „Wie steht es eigentlich mit Vorurteilen [...]? Sind die hinzunehmen als ‚kontroverse Meinung‘? Wenn nicht: wo liegt die Grenze zwischen (gerechtfertigtem) Urteil und (zu bekämpfenden) Vorurteil?“ (Wehling 2016, S. 77). SCHIELE weist in diesem Zusammenhang auf die Rolle des Lehrers als Pädagoge im Diskurs hin, für dessen Verhalten im Meinungsstreit es i. A. keine Patentrezepte geben könne, und rät ganz allgemein zu Folgendem:

Wenn eine wichtige Position in der Klasse nicht vertreten wird, muss er [der Lehrer, K. W.] diese einbringen und so beleuchten, dass sie klar verstanden werden kann. Und das muss er ganz selbstverständlich unabhängig von seiner persönlichen Position tun. Wird ein Argumentationsmuster in der Klasse nur schwach beleuchtet, dann muss es vom Lehrer gestärkt werden. Gehen Schülerinnen und Schüler rasch auf Konsens aus, dann wird der Lehrer zum DisSENS einladen.

(Schiele 2016, S. 18)

In diesem Diskurs dürfe auch die Lehrperson ihr eigenes, begründetes Urteil einbringen, welches dann eines von vielen ist – ohne die Erwartung zu haben, die Klasse müsse dieses besonders gewichten (vgl. Mickel 1999, S. 174; Schiele 2016, S. 18):

Um seiner pädagogischen Glaubwürdigkeit willen und um der Beliebigkeit entgegenzuwirken, kann sich dies sogar als notwendig erweisen. Es wird damit in der Vielfalt von Meinungen ein fester Bezugspunkt geschaffen. Doch kommt es darauf an, wie und wann er dies tut. Geschieht es in einem frühen Stadium des Unterrichtsverlaufs, so können gerade Schüler der unteren Klassen auf seine Meinung festgelegt werden. Nimmt er die Bewertungen seiner Schüler nicht ernst, so entmutigt er sie, zu einem eigenen, begründeten Urteil zu gelangen.

(Mickel 1999, S. 174)

Wichtig ist im Diskurs also die Gegenseitigkeit (siehe *Achtsamer Unterricht* in Kapitel 4): Die Offenheit, die der Schüler zeigt, um den Lehrer an seinem diskursiven Prozess der Wissens- und Urteilsbildung teilhaben zu lassen, muss sich auch im Verhalten der Lehrperson widerspiegeln, die die Schüler an *ihrem* Prozess der begründeten Urteilsbildung ebenso offen teilhaben lässt.

Mathematik-Lehrpersonen sind i. A. für solche wertbezogenen Aspekte/Fragen beim Unterrichten wenig sensibilisiert bzw. ausgebildet – andere Fächer wie etwa Politik oder Geschichte haben sich im Kanon der Ausbildung schon öfter damit

auseinandergesetzt. Hier besteht, bezogen auf den Mathematikunterricht, Fortbildungsbedarf, um BNE-bezogene Unterrichtsgestaltung auch auf dieser politischen Ebene abzusichern (siehe Unterkapitel 6.2). Da der Beutelsbacher Konsens keine methodische Anleitung für den Unterricht darstelle (vgl. Schiele 2016, S. 17), wären für praktizierende Lehrkräfte Dokumentationen von erfolgreichen Unterrichtsszenarien hilfreich, die die Grundprinzipien des Minimalkonsenses wahren und BNE im Mathematikunterricht damit als diskursiven „Such-, Lern- und Gestaltungsprozess mit dem Anspruch der Aushandlung der besten Lösung unter dem ethischen Prinzip einer nachhaltigen Entwicklung“ (Stoltenberg & Burandt 2014, S. 568) erfahren lassen.

WALS (2011, S. 177 ff.) grenzt in diesem Rahmen die *emanzipatorische Sichtweise*, die Offenheit für den kritischen Diskurs von Zielen, Werten und Veränderungen sowie für autonomes und selbstbestimmtes Handeln bietet, vom *instrumentellen Ansatz* ab, der stattdessen auf Verhaltensänderung in einer vorbestimmten Art abzielt (vgl. dazu auch Ohl 2018, S. 140):

[A]n instrumental approach assumes that a desired behavioural outcome of an environmental education activity is known, more or less agreed upon, and can be influenced by carefully designed interventions. Conversely, an emancipatory approach assumes that the dynamics of our world are such that citizens need to become engaged in an active dialogue to establish co-owned objectives, shared meanings, and a joint, self-determined plan of action to make changes they themselves consider desirable and of which the government hopes will, ultimately, contribute to a more sustainable society as a whole.

(Wals and Bob Jickling 2002, zitiert nach Wals 2011, S. 180)

Der instrumentelle Ansatz stehe dabei, so auch WALS, im Gegensatz zum Wesen von Bildung und werde zudem der Komplexität und Ungewissheit in Bezug auf Zukunftsprobleme sowie dem erforderlichen Verhalten zu deren ‚Lösung‘ nicht gerecht.³⁰

The idea of influencing people’s environmental behaviour in a predetermined way, they maintain, contradicts the very foundation of education and borders on indoctrination. More recently, this position has been supported by the uncertainty regarding what the most environmentally sustainable behaviours actually are, the recognition that there may be no universal answers, and the fact that insights and the knowledge base continuously shift in a post-modern and

³⁰ Bei VOLKs Beschreibung hinsichtlich der ökologischen Sensibilisierung und Aktivierung im Mathematikunterricht wird etwa ersichtlich, dass die Umweltbildung zuweilen instrumentellere Züge trägt, als BNE es heute beabsichtigt: „Umweltbildung, ökologisches Lernen sind zuvorderst die Bemühung, individuell praktizierte ‚Wertesysteme‘ auf ökologische Orientierungen (Werte) hin umzubauen *und* die bisherigen Handlungsgewohnheiten sinngemäß zu verändern“ (Volk 1994, S. 111; Hervorhebung K. W.). WALS weist darauf hin, dass dies häufig der Fall sei: „Much environmental education aims at changing learner behaviour, including attitudes, beliefs and values“ (Wals 2011, S. 178). Dass diese instrumentelle Sichtweise auch nicht in Einklang mit dem gaitatischen Paradigma steht, wird in Kapitel 3 ersichtlich.

post-structural world. In other words, what may appear to be sustainable behaviour today may turn out to be unsustainable later in time.

(Wals 2007; zitiert nach Wals 2011, S. 179)

Je größer allerdings die Dringlichkeit bezogen auf Umwelt- und Klimaschutz werde, desto mehr laufe Bildung Gefahr, einer instrumentellen Verhaltensänderung zu erliegen, warnt WALS:

However, the deeper the planetary sustainability crisis, the more tempting it is to adopt more instrumental approaches because people come to think that we are running out of time and need to act now. Yet the flight to instrumentalism might keep us from developing a more resilient society with a planetary conscience.

(Wals 2011, S. 178)

Die emanzipatorische Sichtweise auf BNE beinhaltet schon Aspekte, die bei der unterrichtlichen Umsetzung von BNE zu beachten sind, etwa die Eröffnung des Diskurses und die Vermeidung von Instrumentalisierung (vgl. z. B. auch Brock et al. o. J., S. 6). Weitere wesentliche Anforderungen bezogen auf die unterrichtliche Umsetzung von BNE, auf die im Folgenden noch kurz eingegangen wird, betreffen Ziele bzw. Kompetenzen, Inhalte und auch psychologische Herausforderungen der BNE. Die Erkenntnisse erscheinen relevant sowohl vor dem Hintergrund der Gestaltung einer BNE-förderlichen Unterrichtskultur (siehe Unterkapitel 1.2) als auch vor dem Hintergrund von BNE als Lerninhalt, also der Konstruktion von Aufgabenbeispielen (siehe Abschnitt 5.2.2).

(Weitere) Ziele und Kompetenzen

Bezüglich der Ziele guter BNE stehen einer Umfrage des *Institut Futur*³¹ zufolge die Förderung der Reflexionsfähigkeit, das Fördern von Handlungs- und Lösungskompetenz sowie ganzheitlichen Denkens und Handelns auf den ersten drei Plätzen (vgl. Brock et al. o. J., S. 5). Insgesamt spiegelt sich in allen Antworten das Konzept der Gestaltungskompetenz von GERHARD DE HAAN wider (vgl. ebd.). Diese beschreibt

die Fähigkeit [...], Wissen über nachhaltige Entwicklung anwenden und Probleme nicht nachhaltiger Entwicklung erkennen zu können. Das heißt, aus Gegenwartsanalyse und Zukunftsstudien Schlussfolgerungen über ökologische, ökonomische und soziale Entwicklungen in ihrer wechselseitigen Abhängigkeit

³¹ Das *Institut Futur* der Freien Universität Berlin hat im Rahmen des UNESCO-Weltaktionsprogramms BNE die Aufgabe des Monitorings von BNE in unterschiedlichen Bildungsbereichen. Im Rahmen dessen fand eine Kurzerhebung zum Thema „Was ist gute BNE?“ auf einem nationalen Agenda-Kongress zum UNESCO-Weltaktionsprogramm BNE im Jahr 2016 statt (vgl. Brock et al. o. J.). Auf diesem Kongress trafen sich 190 BNE-Akteure aus verschiedenen Bereichen wie beispielsweise der Bildung, der Wirtschaft oder der Politik: „Dieser Kongress wurde als Erhebungskontext gewählt, da er eine zentrale Auszeichnungs- und Vernetzungsveranstaltung der BNE-Community in Deutschland darstellt“ (Brock et al. o. J., S. 1).

ziehen und darauf aufbauend Entscheidungen treffen, verstehen und individuelle, gemeinschaftlich und politisch umsetzen zu können, mit denen sich nachhaltige Entwicklungsprozesse verwirklichen lassen.

(de Haan 2008, S. 31)

Die Ausdifferenzierung der Gestaltungskompetenz erfolgt im Rahmen des Programms mit Hilfe von zehn Teilkompetenzen (vgl. de Haan 2008, S. 32):

- (1) Weltoffen und neue Perspektiven integrierend Wissen aufbauen
- (2) Vorausschauend denken und handeln
- (3) Interdisziplinär Erkenntnisse gewinnen und handeln
- (4) Gemeinsam mit anderen planen und handeln können
- (5) An Entscheidungen partizipieren können
- (6) Andere motivieren können, aktiv zu werden
- (7) Die eigenen Leitbilder und die anderer reflektieren können
- (8) Selbstständig planen und handeln können
- (9) Empathie und Solidarität für Benachteiligte zeigen können
- (10) Sich motivieren können, aktiv zu werden

In der Formulierung dieser Teilkompetenzen wird nochmals der von WALS erwähnte emanzipatorische Ansatz vom BNE deutlich: Die Ziele sind keine Verhaltensweisen, sondern übergeordnete allgemeinere Fähigkeiten, die für eine nachhaltigere Entwicklung eine Rolle spielen, nicht dem Wesen von Bildung entgegenlaufen und neben Wissen auch nicht-kognitive Aspekte von Bildung (z. B. Punkte (4), (5), (6), (9) und (10)) berücksichtigen (vgl. auch Christodoulou et al. S. 26; Niebert 2016, S. 15).

Auch der *Orientierungsrahmen für den Lernbereich Globale Entwicklung* der KMK und des BMZ schlägt Kernkompetenzen vor, die entlang des Dreischritts *Erkennen–Bewerten–Handeln* gegliedert sind (vgl. Schreiber 2016, S. 95) – siehe auch Abb. 44 im Anhang 7.1:

Erkennen

- (1) Informationsbeschaffung und -verarbeitung
- (2) Erkennen von Vielfalt
- (3) Analyse des globalen Wandels
- (4) Unterscheidung von Handlungsebenen

Bewerten

- (5) Perspektivwechsel und Empathie
- (6) Kritische Reflexion und Stellungnahme
- (7) Beurteilen von Entwicklungsmaßnahmen

Handeln

- (8) Solidarität und Mitverantwortung
- (9) Verständigung und Konfliktlösung

(10) Handlungsfähigkeit im globalen Wandel

(11) Partizipation und Mitgestaltung

Diese Kompetenzen sind darüber hinaus sogar in fachbezogene Teilkompetenzen, auch für Mathematik, ausgearbeitet (vgl. Kristina Reiss et al. 2016, S. 303 ff.) – siehe Abb. 45 im Anhang 7.2. Eine kritische Auseinandersetzung mit Daten und Informationen kann in der Reflexion und Bewertung von Entwicklungsfragen sowie der Entwicklung von Handlungsspielräumen münden:

Im Kompetenzbereich *Erkennen* wird zielgerichteter Wissenserwerb besonders hervorgehoben, da es aufgrund der exponentiellen Zunahme von Wissen in den relevanten Disziplinen immer schwieriger wird, Grundwissensbestände zu definieren und fortlaufend zu aktualisieren. [...] Wissenserwerb legt Wert auf die Fähigkeit, Wissen zu einer Vielzahl von Themen konstruieren zu können. [...]

Im Kompetenzbereich *Bewerten* geht es um kritische Reflexion und das Erkennen und Abwägen unterschiedlicher Werte sowie um Identitätsentwicklung auf der Grundlage wertorientierter Betrachtung. [...] Es geht im Rahmen interkultureller Begegnung darum, fremde und eigene Werte zu erkennen, zu hinterfragen und sie so dem Dialog zugänglich zu machen. [...]

Handlungskompetenzen, die reflektiv an Werte gebunden sind, spielen für die zentralen Ziele des Lernbereichs eine sehr wichtige Rolle. Es geht dabei [...] vor allem um die Bereitschaft, das eigene Verhalten mit den persönlichen Grundsätzen einer zukunftsfähigen Lebensgestaltung in Einklang zu bringen.

(Schreiber 2016, S. 90/91/92; Hervorhebung im Original)

ASBRAND (2014, S. 10 ff.) stellt die elf Kernkompetenzen des Lernbereichs Globale Entwicklung aus mehreren Gründen in Frage: Diese seien zunächst zu umfangreich für die Unterrichtsplanung, denn im besten Falle solle eine Aufgabe mehrere Kompetenzbereiche ansprechen. Des Weiteren kritisiert sie die nur vage Konkretisierung der Kompetenzen. Für Unterricht sei es nötig, beobachten und erkennen zu können, ob ein Verhalten, eine Äußerung oder eine Handlung des Schülers auf die Kompetenz hindeute (vgl. Asbrand 2014, S. 10). Diese Schwierigkeit könne ein Hinweis darauf sein, dass es sich teils nicht um Kompetenzen, sondern „um bestimmte wünschenswerte (politische) Einstellungen handelt“ (ebd., S. 13). Darin spiegelt sich ihr zufolge die normative Orientierung des *Orientierungsrahmen für den Lernbereich Globale Entwicklung* der KMK und des BMZ wider, die dem Beutelsbacher Konsens widerspreche: Der Orientierungsrahmen formuliere nämlich als normatives Leitbild die Orientierung am Leitbild der nachhaltigen Entwicklung und ziele damit auf bestimmte Bewertungen, Urteile, Positionierungen und Haltungen ab, statt eine Reflexion und Beurteilung unter Berücksichtigung verschiedener Perspektiven, Argumente und Werte zu fördern (vgl. ebd., S. 12 f.). Des Weiteren folge die Vorstellung der Abfolge der drei Kompetenzbereiche Erkennen–Bewerten–Handeln einer „zweckrationalen Handlungslogik“, die vor dem „cultural

turn“ der Sozialwissenschaften in den 1970ern verortet werden könne: Das Erkennen und Bewerten werden dem übergeordneten Ziel des Handelns vorangestellt und als notwendige Voraussetzungen für Handeln angesehen. „Die Kompetenzdimensionen werden nicht als heuristisch unterscheidbare, aber im Handlungsvollzug miteinander verschränkte und nur gleichzeitig und kumulativ zu erwerbende Fähigkeiten gedacht“ (Asbrand 2014, S. 13). Eine Orientierung am „cultural turn“ der Sozialwissenschaften ergebe die Auffassung des Handelns als eine Praxis, „die einerseits durch praktisches Wissen strukturiert ist und routiniert abläuft, andererseits aber auch für Veränderungen offen ist“ (Asbrand 2014, S. 13). Daraus folge:

Die Herausforderung besteht dann im Umgang mit Ungewissheit, nämlich in der andauernden Infrage-Stellung der eigenen Handlungsrouinen und des als sicher geglaubten, unhinterfragten Alltagswissens (zum Beispiel hinsichtlich der Konsumgewohnheiten). Notwendig ist der Zugang zu neuem praktischen Wissen und der Aufbau neuer Routinen. Gefragt sind also vor allem Reflexionsfähigkeiten [...] und der kompetente Umgang mit Ungewissheit; dabei handelt es sich vermutlich um allgemeine personale Kompetenzen wie Ambiguitätstoleranz, Fehlertoleranz, Autonomie und Selbstwirksamkeit.[³²]

(Asbrand 2014, S. 13)

ASBRAND stellt bezugnehmend auf verschiedene Forschungsarbeiten daher folgende drei Kompetenzbereiche heraus, die zentral für den Lernbereich Globale Entwicklung seien (vgl. Asbrand 2014, S. 11):

- (1) der Umgang mit der Begrenztheit und Standortgebundenheit von Wissen
- (2) die Fähigkeit der Perspektivenübernahme und
- (3) die Frage, wie man handlungsfähig wird unter der Bedingung von Ungewissheit

Inhalte

Die Förderung der Kompetenzen einer BNE findet entlang von Inhalten statt. Laut eingangs referierter Studie kommen die befragten Experten zu dem Ergebnis, dass die Inhalte insbesondere folgenden vier Ansprüchen genügen sollen: Zukunftsorientierung, Werteorientierung, Ermöglichung interdisziplinärer Erkenntnisse, Unterstützung der Transformation (vgl. Brock et al. o. J., S. 6). Solche Inhalte können beispielsweise aus den siebzehn Nachhaltigkeitszielen der UN gewonnen werden (vgl. ebd.). Neben diesen schlägt der *Orientierungsrahmen für den Lernbereich Globale Entwicklung* der KMK und des BMZ einige Themenbereiche

³² Hierin zeigen sich zwei Verbindungen zur vorliegenden Arbeit: Der Umgang mit Ungewissheit und das Entwickeln von Toleranz gegenüber Fehlern durch die der Situation inhärenten Merkmale (Welche Genauigkeit ist möglich?) greift Kapitel 5 auf. Das Sammeln von Selbstwirksamkeitserfahrungen – bezogen auf das Erlernen von Mathematik in der Schule – ist ein Aspekt, der die Unterrichtskultur betrifft und in Kapitel 4 ausgearbeitet wird.

vor, aus denen gemäß den fachspezifischen und fächerübergreifenden Anforderungen eine Auswahl für den Unterricht zu treffen sei (vgl. Schreiber 2016, S. 97). Aufgrund der Komplexität des Nachhaltigkeitsgedankens sei diese Themenliste nicht als abschließend zu verstehen:

1. Vielfalt der Werte, Kulturen und Lebensverhältnisse: Diversität und Inklusion
2. Globalisierung religiöser und ethischer Leitbilder
3. Geschichte der Globalisierung: Vom Kolonialismus zum ‚Global Village‘
4. Waren aus aller Welt: Produktion, Handel und Konsum
5. Landwirtschaft und Ernährung
6. Gesundheit und Krankheit
7. Bildung
8. Globalisierte Freizeit
9. Schutz und Nutzung natürlicher Ressourcen und Energiegewinnung
10. Chancen und Gefahren des technologischen Fortschritts
11. Globale Umweltveränderungen
12. Mobilität, Stadtentwicklung und Verkehr
13. Globalisierung von Wirtschaft und Arbeit
14. Demografische Strukturen und Entwicklungen
15. Armut und soziale Sicherheit
16. Frieden und Konflikt
17. Migration und Integration
18. Politische Herrschaft, Demokratie u. Menschenrechte (Good Governance)
19. Entwicklungszusammenarbeit und ihre Institutionen
20. Global Governance – Weltordnungspolitik
21. Kommunikation im globalen Kontext

(Schreiber 2016, S. 97)

Bezüglich der Auswahl geeigneter Themen und Inhalte liefert der Orientierungsrahmen der KMK und des BMZ für die Lehrpersonen als Orientierungshilfe einige Grundsätze:

- Bezug zu Kernkompetenzen aller drei Kompetenzbereiche [Erkennen, Bewerten, Handeln, K. W.] bei klarer Schwerpunktbildung,
- Bezug zum Leitbild der nachhaltigen Entwicklung und zum Modell der Handlungsebenen [Mikro-, Meso-, Makro-Ebene, K. W.],
- Ermöglichung von Perspektivenwechsel,
- Anschluss an Lernprozesse in einem oder mehreren Fächern,
- Bezug zu lebensweltlichen Erfahrungen der Lernenden und Relevanz für deren Bildung,
- Aktualität und längerfristige gesellschaftliche/politische Relevanz,
- Ermöglichung von selbstorganisiertem Lernen,
- gute organisatorische Umsetzungsmöglichkeiten.

(Schreiber 2016, S. 98)

Ähnlich gibt auch das Bundesministerium für Umwelt, Naturschutz und nukleare Sicherheit (BMU 2018a) Anhaltspunkte zur Themenauswahl und Identifizierung geeigneter Inhalte. Demnach solle das Thema zum einen die Möglichkeit bieten, die Wechselwirkungen zwischen den unterschiedlichen Dimensionen der Nachhaltigkeit zu thematisieren, zum anderen solle der Einfluss menschlichen Handelns und damit auch die individuellen, aktiven Gestaltungsspielräume der zukünftigen Entwicklung für die Lernenden sichtbar werden. Ein Bezug zur Lebenswelt oder dem räumlichen Umfeld der Schüler fördere deren Motivation und mache zugleich die Umsetzung eigener Entscheidungen im nahen Umfeld möglich. Vorsicht sei vor Themengebieten mit *zu* komplexen Zusammenhängen geboten (vgl. BMU 2018a).

Insgesamt sind die Themen der Nachhaltigkeitsthematik i. A. durch eine hohe Komplexität gekennzeichnet, „also durch eine Vielfalt und Vernetzung von Einflussgrößen“ (Ulrike Ohl 2018, S. 131). OHL (2018) beschreibt diesen Umgang mit Komplexität als eine der bedeutsamsten Herausforderungen der schulischen Nachhaltigkeitsbildung. Sie verweist dazu auf ASBRAND, die das Spezifische des Lernbereichs Globale Entwicklung unter Bezug auf LUHMANN (1997) durch die beiden Aspekte *Komplexität* und *Ungewissheit* kennzeichnet:

Komplexität als wesentliches Merkmal [...] ergibt sich auch aus der unbegrenzten Verfügbarkeit von Wissen bei gleichzeitiger Wahrnehmung des individuellen Nichtwissens sowie aus der Umstellung der Zeitsemantik auf Zukunft [...]. Für domänenspezifische Anforderungssituationen gilt, dass in der Regel nicht eindeutig zu entscheiden ist, welche Handlungsoptionen angemessen sind und welches Wissen für Problemlösungen benötigt wird. Die Wirkung der Handlungen in der Zukunft sind offen und nicht intendierte Nebenfolgen wahrscheinlich. Vielfältige, auch widersprüchliche Informationen, unterschiedliche Situationsdeutungen und alternative Handlungsmöglichkeiten müssen berücksichtigt, integriert oder gegeneinander abgewogen werden. [...]

Ungewissheit entsteht dadurch, dass die Fragen des Lernbereichs in der Regel für Lernende schwer zugänglich sind. [...] Erfahrungen, Gefühle und Bedürfnisse von Menschen in Ländern des Südens, die Folgen des Klimawandels oder die globalen Auswirkungen unseres Alltagshandelns sind im Nahbereich von Kindern und Jugendlichen in Deutschland nicht unmittelbar erfahrbar und werden deshalb als nicht relevant wahrgenommen.^[33] Die Lerngegenstände [...] stellen für Lernende abstrakte Phänomene dar und können deshalb nur kognitiv erschlossen werden [...]. Die Erfahrung, dass viele Fragestellungen des Lernbereichs offen bleiben (müssen), verstärkt die Wahrnehmung des eigenen Nicht-Wissens angesichts globaler Fragen bei den Jugendlichen [...]. Es ist eine Ungewissheit, die nicht einem unzulänglichen Verständnis der Schülerinnen und Schüler geschuldet, sondern der Sache inhärent ist.

(Asbrand 2014, S. 11 f.)

³³ siehe psychologische Herausforderungen ab S. 45

OHL (2018) unterscheidet in Anlehnung an BÖGEHOLZ und BARKMANN weiter zwischen einer faktischen und einer ethischen Komplexität, wobei beide Aspekte auch in vorangegangener Ausführung von ASBRAND wiederzufinden sind³⁴: Zum einen sind verschiedene Teilaspekte der Dimensionen der Nachhaltigkeit relevant, die zu einer Vielzahl an global vernetzten und teils undurchsichtigen Perspektiven und Zusammenhängen führen (faktische Komplexität). Zum anderen erhöhen moralische Unsicherheiten und damit „ungeklärte Gewichtungen möglicher Handlungsziele“ die Komplexität der Thematik: „Wem die Verantwortung für nicht-nachhaltige Entwicklungen zugeschrieben oder was als zielführende Problemlösungsstrategie angesehen wird, hängt stark mit Wertvorstellungen zusammen“ (Ohl 2018, S. 132).

Hieraus leitet OHL drei didaktische Handlungsfelder im Umgang mit komplexen Nachhaltigkeitsthemen ab (vgl. Ohl 2018, S. 133 f.):

- (1) die angemessene fachliche Erschließung des jeweiligen Themas
- (2) die Beleuchtung der Relevanz und der Implikationen für unterschiedliche Akteure und die Auseinandersetzung mit den gesellschaftlichen, politischen und individuellen Handlungsoptionen
- (3) die systematische Erarbeitung eines persönlichen Urteils auf Grundlage fachlicher und ethischer Abwägungen

Zu erstem Aspekt gehöre auch die transparente Gestaltung des Umgangs mit unsicherem Wissen, welches der Thematik inhärent sei, wie ASBRAND zuvor beschreibt. OHL spricht vom „Sichtbarmachen und Ertragen unsicheren Wissens“:

Schülerinnen und Schüler sollten damit vertraut gemacht werden, auch auf Basis der so beschriebenen unsicheren Informationslagen [...] Entscheidungen zu treffen. Nichtwissen und Kontroversen sind zugleich konstitutive Elemente der Wissenschaft [...]. In einem ergebnisoffenen Unterricht kann am Beispiel komplexer Nachhaltigkeitsthemen ein Wissenschaftsverständnis aufgebaut werden, das diese Erkenntnisse integriert und dazu beiträgt, Nichtwissen und die oben skizzierte doppelte Komplexität auszuhalten (Ambiguitätstoleranz).

(Ohl 2018, S. 137)

Unter Aspekt zwei falle beispielsweise die Klärung der Grenzen eigener Einflussnahme, da ansonsten die Gefahr der Überforderung oder der Ablenkung von systemimmanenten, nicht-nachhaltigen Strukturen bestehe (vgl. Ohl 2018, S. 141 f.). Eine einseitige Ausrichtung der BNE am eigenen Verhalten erfüllt diese Anforderungen damit nicht, die Verantwortung der Individuen ist beispielsweise um politische Rahmenbedingungen zu ergänzen (vgl. z. B. umweltschädliche Subventio-

³⁴ Es gibt unübersehbar Überlappungen, aber auch einige Differenzen. Da nicht klar ist, wer wen wie beeinflusst hat, werden Differenzen nicht analysiert.

nen). So verweist auch NIEBERT in einem Interview darauf, dass die Verantwortung für eine nachhaltige Entwicklung in der Hand der Öffentlichkeit liege und BNE das Ziel verfolge, die Schüler mit Kompetenzen auszustatten, um mündig an politischen Prozessen teilhaben zu können:

Die Verantwortung für eine nachhaltige Entwicklung darf nicht individualisiert werden, sondern muss dahin gelegt werden, wo sie wirksam ist: In die Öffentlichkeit. Deshalb sind Anleitungen zur Mülltrennung oder Appelle, nicht mehr zu fliegen, wenig zielführend. Nicht individuelle Verhaltensänderungen, sondern die Frage, wie wir als Gesellschaft eine nachhaltige Zukunft gestalten können, sollten Kern der Bildung für Nachhaltigkeit sein. Bildung für Nachhaltigkeit sollte nicht das Ziel haben, den besseren Menschen zu formen, sondern die politische Teilhabefähigkeit der Lernenden zu stärken. Deshalb ist es so wichtig, Herausforderungen an der Verbindungsstelle zwischen Naturwissenschaft und Gesellschaft zu vermitteln und gesellschaftliche Debatten in den Unterricht zu integrieren.

(Niebert o. J; zitiert nach Bundesministerium für Bildung und Forschung o. J.)

Es geht also nicht *nur* um die Eigenverantwortung der Lernenden, sondern auch um deren politische Partizipation (vgl. ebd.): „Beide Seiten zu beleuchten und Lösungsansätze zu finden, ist eine wesentliche Aufgabe in der Bildung für nachhaltige Entwicklung“ (ebd.). Ähnlich wie NIEBERT thematisiert OHL im Weiteren auch die emanzipatorische Sicht auf BNE, die „[k]onkrete Handlungsvorgaben oder moralisierende Appelle durch die Lehrkraft oder Unterrichtsmaterialien“ (Ohl 2018, S. 140) ablehne.

Psychologische Herausforderungen

Die Komplexität der Inhalte, auf die zuvor etwa ASBRAND und OHL verweisen, bedingt nicht zuletzt auch besondere psychologische Herausforderungen, die mit der Thematik im Bildungskontext einhergehen und die in den Erläuterungen bereits angeklungen sind. Ein expliziter Blick auf einige solcher rundet den vorliegenden Abschnitt ab und dient dem Leser als Hintergrundinformation bei der Umsetzung des Anliegens in der Praxis. Hierbei können sowohl Faktoren auf Seiten der Situation als auch auf Seiten der Person unterschieden werden, die beeinflussen, inwiefern Wissen und Einstellungen in entsprechendem Handeln münden (vgl. vbw 2021, S. 23).³⁵

Ein Problem der Nachhaltigkeitsthematik betreffe beispielsweise das sogenannte „Auflösungsniveau“ (Joachim Funke 2018, S. 52): Sowohl räumliche als auch zeitliche Nähe bzw. Ferne beeinflussen die Wahrnehmung, Vorstellungskraft und

³⁵ Der Zusammenhang zwischen Umweltbewusstsein und Umweltverhalten sei ohnehin empirisch nicht belegt (vgl. z. B. Grundmann 2017, S. 107) – siehe dazu auch die Kritik an der „linearen Handlungslogik“ von ASBRAND zuvor. Grundlegend ist also die Erkenntnis, dass aus Einstellungen kaum auf das Verhalten einer Person geschlossen werden kann. Verschiedene Faktoren beeinflussen allerdings das Handeln auf Basis eigener Einstellungen (vgl. vbw 2021, S. 23).

auch die Betroffenheit: „Die Theorie des Auflösungs-niveaus sagt voraus, dass nahe Ereignisse (sowohl räumlich wie zeitlich) auf einem viel feineren, detaillierteren Niveau vorgestellt werden als ferne, die nur sehr abstrakt und schemenhaft repräsentiert sind“ (Funke 2018, S. 52). So sei beispielsweise die weltweite Erhöhung der Durchschnittstemperatur um 4°C bis zum Jahr 2100 allein wenig greifbar. Auch das räumlich entfernte Abschmelzen des Arktikeises werde weniger riskant wahrgenommen als das örtliche Hochwasser (vgl. ebd., S. 54). Als Konsequenz rät FUNKE (2018, S. 54 f.) dazu, zeitliche und räumliche Distanzen abzubauen, indem sichtbar gemacht werde, inwiefern beispielsweise der Klimawandel auch im Nahbereich bereits heute angekommen ist.

Als weiteres psychologisches Problem schildert FUNKE in Anlehnung an SANDER VAN DER LINDEN et al. die Art der Informationsverarbeitung: Die Nachhaltigkeits-thematik dürfe nicht nur auf rational-analytischem Wege angesprochen werden, sondern müsse auch über Emotionen und Erfahrungen zugänglich gemacht werden (vgl. Funke 2018, S. 53). So können Fakten allein nicht zur Veränderung des Erlebens oder Handelns in Richtung mehr Nachhaltigkeit führen, sondern verhaltensbezogene, affektiv geprägte Erfahrungen spielen auch eine Rolle (vgl. Funke 2018., S. 56; vbw 2021, S. 27 ff.).

Des Weiteren bestehe im Umgang mit Verlusten ein generelles psychologisches Problem, da Menschen dort risikobereiter seien (vgl. Funke 2018, S. 55). Das Auf-sich-Zukommen-Lassen, verbunden mit der Thematik immanenten Unsicherheiten, die Menschen generell versuchen zu vermeiden, führe zu einer Scheu vor dem Handeln (vgl. ebd., S. 52/55). Als Implikation für die Nachhaltigkeitsbildung folgert FUNKE, die Perspektive weg von möglichen Verlusten oder Schreckensszenarien der Zukunft hin zu den möglichen Gewinnen zu wechseln, die aus sofortigem Handeln folgen können (vgl. Funke 2018, S. 55 f.).³⁶ Die negativen Beschreibungen sollen daher durch positive Erwartungen im Sinne von „Informationen, die bestimmte Gratifikationen für den Fall der Befolgung in Aussicht stellen“ (ebd., S. 30), begleitet werden, da sonst „Abwehrreaktionen, Verleugnungsstrategien und panikartige Angstgefühle ausgelöst werden“ (vbw 2021, S. 32).

Auf Seiten der Person spielen auch die Selbstwirksamkeitserwartungen in Bezug auf eine nachhaltige Entwicklung eine bedeutende Rolle, also die „Annahmen darüber, ob sie [die Person, K. W.] in der Lage ist, die Reaktion, die zur Herstellung des erwünschten Ergebnisses notwendig ist, selbst hervorzubringen“ (vbw 2021, S. 23 f.). Die Selbstwirksamkeit könne beispielsweise gestärkt werden durch den

³⁶ Die Broschüre „Die Ziele für nachhaltige Entwicklung im Unterricht“ des ESD Expert Net greift die positivere Denkrichtung für den Unterricht auf und zeigt an einer Reihe von Geschichten, den „Geschichten des Wandels“, kleine, erfolgreich verlaufende Projekte (vgl. Engagement Global 2017). Diese können positive Emotionen wie Freude und Motivation auslösen (vgl. Hamann et al. 2016, S. 82).

Erwerb von Handlungswissen, den Vergleich der Effektivität von Verhaltensweisen oder kollektive Erfahrungen (vgl. Karen Hamann et al. 2016, S. 33 f.). Eine gestärkte Selbstwirksamkeit beim Umgang mit dem Thema sei auch aus emotionaler Sicht sinnvoll: „Negative Emotionen begegnen uns in der Nachhaltigkeitsbewegung häufig, da die Bewegung einen negativen Zustand verbessern möchte. Die Aufklärung über eine negative Situation lässt sich kaum ohne das Hervorrufen negativer Emotionen umsetzen“ (ebd., S. 84). Der Glaube, etwas verändern zu können, helfe beim Umgang mit diesen negativen Emotionen (vgl. ebd., S. 92).

1.1.3 Prinzipielle Kritik an BNE

Bezüglich BNE sind durchaus auch kritische Stimmen im wissenschaftlichen Diskurs zu vernehmen. Exemplarisch für diese Diskussion wird hier auf STEFFEN HAMBORG (2023) verwiesen: Dieser stellt die These auf, dass Kritiken – die etwa seit Beginn der 1990er Jahre existieren – nicht grundsätzlich auf Mängeln des Konzepts selbst beruhen, sondern auf einem „*Zuviel des Guten*“ (ebd., S. 155; Hervorhebung im Original), also einer Überladung der Möglichkeiten und Konsequenzen pädagogischer Einflussnahme auf Gesellschaftliches (vgl. Hamborg 2023, S. 154 f.). Dieses Übermaß bestehe im Hinblick auf BNE in thematischer, normativer und wirkungsoptimistischer Hinsicht: Er subsumiert hierunter etwa eine beinahe thematische Beliebigkeit, eine fehlende Hinterfragung der Theorie selbst bzw. ihrer normativen Grundzüge sowie eine Instrumentalisierung von Bildung für äußere Zwecke und damit verbundenen zu optimistischen Erwartungen im Hinblick auf eine gesellschaftliche Transformation (vgl. Hamborg 2023, S. 155 ff.).

Diese Kritik ist nachvollziehbar: Wenn Bildung wie im Kapitel 2 beschriebenen Sinne ernstgenommen wird – dass also sehr verkürzt dargestellt die Bildungsidee BNE und nicht konkrete Bildungsinhalte weitergegeben werden –, bedeutet dies, das Ziel bzw. Anliegen einer nachhaltigen Entwicklung nicht vorzugeben, stattdessen gemeinsam im Diskurs durch die Lernenden zu erstrebende gesellschaftliche Ziele selbst entstehen zu lassen bzw. präskriptiv von dieser Generation neu festlegen zu lassen. Idealerweise müssen diese Diskussionen der Auseinandersetzung mit Fragen einer nachhaltigen Entwicklung vorangehen.

Wie es nun im *Mathematikunterricht* realistisch in der Praxis gelingen kann, von den Schülern ausgehend nachhaltige Ziele zunächst auszuhandeln, bevor Kontexte und Zusammenhänge, die zu den Zielen in Bezug stehen, mithilfe mathematischer Modelle näher beleuchtet werden, bleibt eine offene Frage, der sich die vorliegende Arbeit allerdings nicht widmen kann. Darüber hinaus kommt diese Aufgabe nicht im Speziellen dem Mathematikunterricht zu, sondern ist mit Blick auf den Fächerverbund zu untersuchen.³⁷

³⁷ ANDELFINGERS Konzept des Sanften Unterrichts folgend, bietet der Mathematikunterricht durch die Verbindung kartesischer und gaiatischer Denkformen den Raum hierfür: Der Sanfte Unterricht

Andere Kritikpunkte HAMBORGs, BNE sei thematisch überladen oder mit zu optimistischen Zielen bzw. Erwartungen verbunden, betreffen die vorliegende Arbeit nicht: Die Arbeit geht von der Prämisse aus, dass die Grundidee von BNE sinnvoll ist, denn sie befasst sich mit „gegenwärtige[n], in der Sache unstrittige[n] [...] Krisen“ (Hamborg 2023, S. 154). Die Arbeit zeigt Ansätze, wie Mathematikunterricht einen sinnvollen *Beitrag* zu BNE leisten kann. Damit ist weder der Anspruch verbunden, das Konzept thematisch in seiner (strittigen) Breite abzudecken noch der Bildung einen Heilungsauftrag diesbezüglich zuzusprechen (vgl. dazu auch von Hentig 2007, S. 57 – siehe Abschnitt 2.1.2, S. 100).

Aus der für die erfolgreiche Umsetzung unverzichtbaren Praxis wird abschließend exemplarisch auf ROBERT BENKENS eingegangen: Er warnt im Hinblick auf BNE vor einer zu pessimistischen, Panik erzeugenden Thematisierung der Klimakrise im Unterricht, unter der Überschrift seines Beitrags „Angst ist kein guter Lehrer“ (Benkens 2022). BENKENS fordert, auch die „rational-optimistische“ Perspektive im pädagogischen Kontext aufzugreifen, etwa dass die Zahl der Opfer von Naturkatastrophen durch den ökonomischen und technischen Fortschritt in den letzten Jahrzehnten gesunken sei. Statt einer unreflektierten Hörigkeit gegenüber „der“ Wissenschaft und Autoritäten, statt Rechthaberei seien Merkmale wie Offenheit, Fehlertoleranz und Dialogbereitschaft für die Schule essentiell, um die Freiheit des Denkens zu sichern. Dies steht in Einklang mit der Absicht emanzipatorischer BNE und dem hier geforderten diskursiven Verständnis von Wissenschaft und Forschung. So verweist BENKENS auch auf KARL POPPER, der gerade im Irrtum keine Schwäche, sondern eine Bedingung von Erkenntnis sah. Daran angelehnt formuliert er folgenden Rat an Lehrkräfte:

Zeigt, wie Politisierung und Lagerdenken den Blick auf die Welt und Fakten einschränken. Vermittelt, dass Wissenschaft nicht primär von Konsens, sondern vom Korrektiv lebt. Ermöglicht Schülern Freiräume für rational und offen geführte Diskurse. Sie merken ohnehin, welche Antworten bei Themen wie Klimawandel sozial erwünscht sind. Ein Teil wird zu Aktivisten, andere aber nicken nur ab, sind genervt – weshalb Aktivisten wiederum meinen, erst recht vor dem Ende der Welt warnen zu müssen. Dieser Alarmismusspirale entgegenzuwirken könnte ein Unterricht, in dem unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt werden.

(Benkens 2022)

Hiermit stehen dann auch Aspekte der Unterrichtskultur in Verbindung, die dies ermöglichen muss.

orientiert sich in seiner Allgemeinbildungsdimension am globalen Gedanken der *Einen Welt*. Das bedeutet etwa auch, dass bei der Bearbeitung von Sachaufgaben auch mitweltliche Zugänge berücksichtigt und unterschiedliche Interessenlagen diskutiert werden. Der Unterricht kann dann auch politische Züge annehmen und Raum für deren Diskussion geben, indem aus Aufgaben Einmischungen in die *Eine Welt* werden (vgl. Andelfinger 1989; genauer siehe Kapitel 3).

1.2 Ausblick: Implikationen für die Unterrichtskultur

Fasst man BNE nicht primär als (neuen) Inhalt auf, sondern als neues Bildungsverständnis³⁸, wie STOLTENBERG & BURANDT (2014, S. 568) betonen, dann enthält dies auch Fragen der Unterrichtskultur. BNE erfordert eine gewisse, dieser Idee angepasste Unterrichtskultur. So beschreibt etwa das Weltaktionsprogramm BNE in den Prinzipien, dass eine „neue Herangehensweise an Lehren und Lernen“ (DUK 2014, S. 33) gefordert sei, um den gesellschaftlichen Transformationsprozess zu unterstützen. Beispielsweise seien „innovative, partizipatorische Lehr- und Lernmethoden, die die Lernenden dazu motivieren und befähigen, sich aktiv für nachhaltige Entwicklung einzusetzen“ (ebd.) erforderlich. Auch sei die Förderung des kritischen Denkens und der Kooperation zentral (vgl. ebd.). Dieser Aspekt betreffend die Unterrichtskultur findet sich sodann auch in den Dimensionen von BNE, genauer in der Dimension des Pädagogischen (vgl. DUK 2014, S. 12 – siehe Unterabschnitt 1.1.2.1): Das Ernstnehmen der Lernenden und deren Wertschätzung (siehe dazu auch *Achtsamer Unterricht* in Kapitel 4 bzw. *gegenseitig Ernstnehmen* in Abschnitt 4.3.1) wird hier betont, um „forschendes [...] Lernen“ (ebd., S. 12) zu ermöglichen. Selbstorganisiertes Lernen zu ermöglichen ist beispielsweise ein Aspekt, den der Orientierungsrahmen der KMK und des BMZ für die Auswahl geeigneter Inhalte nennt und der neben dem Inhaltlichen eben auch die Unterrichtskultur betrifft (vgl. Schreiber 2016, S. 98). NIEBERT erinnert daran, dass der Weg zur Nachhaltigkeit einen angemessenen Umgang mit Fehlern erfordere: „Wir werden auf dem Weg in die Nachhaltigkeit noch in viele Sackgassen geraten. Nicht die Sackgasse ist ein Fehler, sondern in ihr stecken zu bleiben“ (Niebert o. J.; zitiert nach Bundesministerium für Bildung und Forschung o. J.). Für BNE – und das betrifft insbesondere den Aspekt der Unterrichtskultur – bedeutet dies für ihn eine andere Fehlerkultur, „ein wohlwollenderer Umgang miteinander“ (ebd.).

Im Folgenden werden einige wesentliche Prinzipien bzw. Implikationen skizziert, die aus den Erläuterungen zu BNE bis dato für eine der Idee angepasste Unterrichtskultur folgen – und damit die Beschäftigung mit Aspekten jener im Verlauf der Arbeit motivieren. Unter weiterer Berücksichtigung der mathematikdidaktischen Perspektive ergeben sich Schritte hin zu einer Veränderung von Unterrichtskultur, die in Kapitel 4 im *Achtsamen Unterricht* münden.

STOLTENBERG und BURANDT (2014) erläutern, auch in Anlehnung an WALS (2010), dass sich Unterricht, der sich am Leitprinzip einer nachhaltigen Entwicklung orientiere, Raum für **Diskurs**, Debatte und Reflexion bieten müsse:

³⁸ CHRISTODOULOU et al. (2017, S. 22) weisen in dieser Hinsicht auch darauf hin, dass BNE mehr umfasse als Bildung „über“ nachhaltige Entwicklung, sondern dass als Bildung „für“ nachhaltige Entwicklung auch „Werte und Grundsätze [von BNE, K. W.] in das Zentrum der Bildung gerückt werden“.

Nachhaltige Entwicklung ist kein Verhaltenskodex, sondern ein individueller und gesellschaftlicher Such-, Lern- und Gestaltungsprozess mit dem Anspruch der Aushandlung der besten Lösung unter dem ethischen Prinzip einer nachhaltigen Entwicklung. Deshalb ist Bildung für eine nachhaltige Entwicklung nicht ein neuer Inhalt, der von Expertinnen und Experten angeboten werden kann, sondern beinhaltet ein neues Bildungsverständnis, das Raum gibt für ‚discourse, debate and reflection‘ (Wals 2010).

(Stoltenberg & Burandt 2014, S. 568 f.)

„Bildung leistet dann den nachhaltigsten Beitrag zum Umgang mit der aktuellen Weltsituation, wenn sie echten Dialog fördert“ (Gerrit Hauck 2022, S. 28). Dies gelingt durch ein Ernstnehmen der Personen: „Dafür stellen Club-of-Rome-Schulen³⁹ die Menschen ins Zentrum, indem sie Achtsamkeit und die Fähigkeit zu Resonanz und Empathie kultivieren und trainieren – als Grundlagen eines auf Dialogizität ausgerichteten Lernens“ (Hauck 2022, S. 28). WALS (2011) charakterisiert diese Perspektive auf BNE als emanzipatorische Sicht. Diese beinhaltet Aspekte wie kritisches, selbstbestimmtes Denken, um zur verantwortlichen Verwendung, etwa auch von Mathematik, bei der Gestaltung von Gegenwart und Zukunft im Sinne einer nachhaltigen Entwicklung zu befähigen:

[A]n emancipatory approach assumes that the dynamics of our world are such that citizens need to become engaged in an active dialogue to establish co-owned objectives, shared meanings, and a joint, self-determined plan of action to make changes they themselves consider desirable [...].

(Wals 2011, S. 180)

Die Perspektive steht in Einklang mit der Forderung von NIEBERT (2016), dass sich das Wesen von **Wissenschaft** und Forschung im nachhaltigkeitsorientierten Unterricht widerspiegeln solle – nur so sei gesellschaftliche Transformation über Bildung möglich (vgl. Niebert 2016, S. 11). Dies betrifft auch Aspekte der Unterrichtskultur, die Diskurs, ein zentrales Merkmal von Wissenschaft, zulässt, die Irrwege aufgreift, Kreativität fördert und fordert, vorläufige ‚Theorien‘ oder ein

³⁹ 2004 wurde das „CLUB OF ROME Schulnetzwerk“ gegründet. „Ziel der teilnehmenden Schulen ist es, Schulbildung so zu gestalten, dass sie Kinder und Jugendliche unterstützt, sich als mutige und kreative Gestalter für eine lebenswerte Zukunft einzusetzen. Frei nach dem Motto des CLUB OF ROME: Es gibt Grenzen des Wachstums, aber keine Grenzen für das Lernen“ (Club of Rome Schulen o. J., S. 4). Folgende Aspekte werden in der Bildungsarbeit insbesondere in den Blick genommen: Selbstwirksamkeit und Selbstvertrauen, Eigenständigkeit, Problemlösen, Kreativität, Unternehmergeist, Mut und Risikofreude, Optimismus, Empathie und Verantwortungsbewusstsein (vgl. ebd., S. 5). Das Primat des Dialogs in dem Konzept erfordert die Bereitschaft zur Abweichung von Normen (vergleiche Sanfter Unterricht nach ANDELFINGER – siehe Kapitel 3): „[E]in weitgehend fix geplanter und stringent umgesetzter Stundenverlauf [erschwert, K. W.] z. B. massiv, dass echter Dialog entsteht. Die Vorstellung, Lehrkräfte könnten Lernwege konkret vorzeichnen, gerät an den Club-of-Rome-Schulen so bewusst unter Druck. Jede Planung von bereits laufendem Unterricht muss – dem Primat der Dialogizität, der Resonanz folgend – von der Lehrkraft über Bord geworfen werden, sobald eine Schülerin oder ein Schüler einen anderen, starken Vorschlag macht“ (Hauck 2022, S. 28).

Denken in Alternativen berücksichtigt usw. (vgl. auch Stoltenberg & Burandt 2014, S. 580). ANDELFINGER bedenkt in seinen Überlegungen zu einer veränderten Unterrichtskultur von Mathematikunterricht einen weiteren Aspekt, der das Wesen von Wissenschaft betreffe – das Aufklären über Sinn und Bedeutung des mathematischen Tuns:

[Der Mathematikunterricht, K. W.] muß immer wieder thematisieren, was in ihm geschieht und was nicht geschieht. Er muß die in ihm wirkenden Denkformen und ihre Bedeutung zur Rede bringen, er muß ihnen andere, mitweltlich orientierte, zur Seite stellen. Damit wird ein Grundbedürfnis aller am Unterricht Beteiligten erfüllt: *Nachdenken über Sinn und Bedeutung des Tuns*. Das ist vor allem, was junge Menschen erwarten. Das macht auch Wissenschaft aus.

(Andelfinger 1993, S. 23; Hervorhebung K. W.)

LAMBERT und W. HERGET (2019) erinnern im Hinblick auf das Bild von Wissenschaft in Bezug auf den Mathematikunterricht, dass sich im Unterricht die Mathematik auch als eine aktive, nicht abgeschlossene Wissenschaft wiederfinden sollte, um zu einem angemessenen Bild ihrer beizutragen. So habe die Mathematik nämlich bereits innermathematisch auch heute nicht auf alle Fragen eine Antwort, sondern stehe etwa im Bereich der Primzahlen vor mehreren ungelösten Problemen wie der Goldbach-Vermutung, die für die Schüler prinzipiell zugänglich seien (vgl. ebd., S. 41 ff.). Und in Anwendungen der Mathematik auf die Wirklichkeit sind oft offene Modelle notwendig, die für sich alleine keine (eindeutige) Lösung bieten, sondern Spielraum für verschiedene Deutungen, Alternativen und Entscheidungen lassen (vgl. offene und geschlossene Modelle nach Fischer & Malle 1985, S. 263 f.). Gerade dieses von NIEBERT genannte „science in the making“ (Niebert 2016, S. 10) kennzeichne auch die aktuelle Nachhaltigkeitsforschung wesentlich. Nachhaltigkeitsorientierter Unterricht müsse daher dazu beitragen, Teile von Wissen auch als vorläufig zu betrachten, verschiedene Lösungen zu berücksichtigen, seinen Weg zu revidieren, die Subjektivität bzw. Objektivität von Theorien oder Modellen zu reflektieren und die Bedeutung von Konsens zu erfahren (vgl. ebd., S. 10 f.), statt „Wissenschaft im Unterricht [nur, K. W.] als eine Sammlung von Gesetzen und Regelmäßigkeiten zu vermitteln“ (ebd., S. 10). Hierzu gehört dann auch das Aushalten von Nichtwissen, was im Zusammenhang mit komplexen Nachhaltigkeitsthemen relevant ist (vgl. Ohl 2018, S. 137).

Neben den genannten Merkmalen gilt auch die **Partizipation** als zentrales Prinzip von BNE (vgl. Brock et al. o. J., S. 6; de Haan 2002, S. 15; Fehse et al. 2022, S. 6; Grundmann 2017, S. 103; Stoltenberg & Burandt 2014, S. 580). „Lehrkräfte sollten bei BNE-Themenstellungen die Schülerinnen und Schüler an der inhaltlichen und methodischen Gestaltung des Unterrichts beteiligen, das schließt auch eine geeignete Feedbackkultur ein“ (NPBNE 2017, S. 38). Partizipative Elemente dienen als Vorbereitung auf die Teilhabe am gesellschaftlichen Leben und können

in entsprechenden Lernformen, die demokratische Handlungskompetenz vermitteln, Berücksichtigung finden (vgl. KMK & DUK 2007, o. S.).

Im Kontext von Nachhaltigkeit hat das Thema ‚Partizipation‘ einen zentralen Stellenwert – ohne Partizipation keine Nachhaltigkeit, so der Grundgedanke: In der BNE als transformativem Bildungsansatz geht es zentral darum, Veränderungen gemeinsam und demokratisch, machtkritisch, unter Einbezug vieler Perspektiven und mit Blick sowohl auf individuelles als auch auf kollektives Handeln zu gestalten.

(Grundmann & Büker 2022, S. 9)

In der Partizipationskompetenz von DE HAAN ist nicht nur die Befähigung zur Teilhabe an der Gestaltung nachhaltiger Entwicklungsprozesse aufgehoben, sondern darüber hinaus auch die Entwicklung eines wachsenden Interesses zur selbstbestimmten Mitentscheidung in verschiedenen Bereichen, etwa der Bildung, Arbeit und Freizeit (vgl. de Haan 2002, S. 15). Partizipation betrifft in der Schule neben Aspekten im Schulbetrieb und in der Schulentwicklung (siehe Whole School Approach, vgl. Grundmann & Büker 2022) auch Fragen der Unterrichtskultur:

Dieser Anforderung [nach Partizipation in den Prozessen der Wissensaneignung, der Wissensgenerierung und der Wissensanwendung, K. W.] entspricht am ehesten die Arbeit in Projekten. Partizipationsprozesse ermöglichen zugleich individuelles wie gesellschaftliches Lernen für eine nachhaltige Entwicklung, wenn sie offen für die Einbeziehung unterschiedlicher Sichtweisen, Interessen und Wissensformen sind und Erfahrungs- und Gestaltungsspielräume eröffnen (Stoltenberg 2007). Voraussetzung dafür ist eine neue Partizipations- und Kooperationskultur von Bildungseinrichtungen.

(Stoltenberg & Burandt 2014, S. 580)

Nimmt man das Konzept BNE also ernst, sollte auch Unterricht Partizipation der Lernenden ermöglichen (vgl. auch Grundmann 2017, S. 102 ff.). Hier bedeutet dies:

Wenn Bildungsprozesse so angelegt sind, dass sie zur Partizipation befähigen und zugleich Partizipation erfordern, sind Arbeitsweisen und Methoden so zu wählen, dass sie Erfahrungen und Reflexionen ermöglichen, dass unterschiedliche Perspektiven eingenommen werden und die unterschiedlichen Lernerfahrungen in einer Gruppe untereinander ausgetauscht werden.

(Stoltenberg & Burandt 2014, S. 580)

Im Hinblick auf die angestrebte **gesellschaftliche Transformation**, welche darauf abzielt, „Lernende jeden Alters in allen Lernumgebungen in die Lage [zu, K. W.] versetzen, sich selbst und die Gesellschaft, in der man lebt, zu verändern“ (DUK 2014, S. 12), kann die Mathematik einen Beitrag leisten, wenn der Schüler aufgeschlossen gegenüber dem Fach, dem angeeigneten Wissen, den Fähigkeiten und Fertigkeiten ist. Der Schüler muss Mathematik verwenden wollen und kön-

nen, ihre Potentiale als auch Grenzen kennen, um Probleme mit ihrer Hilfe anzugehen und sie verantwortlich zu nutzen. Es geht also auch um eine Haltung, die durch Unterricht zentral beeinflusst wird:

Erfolg in der Bildung heißt heute nicht nur Sprache, Mathematik und Geschichte, sondern ebenso Identität, Handlungsfähigkeit und Sinnhaftigkeit. Es geht darum, Neugier und Wissensdurst zu wecken – den Intellekt für Neues zu öffnen. Es geht um Mitgefühl – die Herzen zu öffnen. Und es geht um Mut – die Fähigkeit, unsere kognitiven, sozialen und emotionalen Ressourcen zu mobilisieren.

(Andreas Schleicher 2022, S. 15)⁴⁰

„[D]er entscheidende Erfolgsfaktor für menschliches Handeln [hat, K. W.] weniger mit Intelligenz, Wissen oder Können zu tun [...], als vielmehr mit der persönlichen Überzeugung, aus eigener Kraft etwas bewirken zu können“ (Carina Fuchs 2005, S. 11), so die These BANDURAS. Gerade der Bereich eines nachhaltigeren Handelns erfordert ein hohes Maß an **Selbstwirksamkeit**, ein „Wissen um die eigene Handlungsfähigkeit auch in schwierigen Situationen“ (MfBuK Saar 2022, S. 20). So deutet beispielsweise ASBRAND (2014, S. 13 f.) an, dass zum Gewinnen neuer Handlungspraktiken vor allem personale Kompetenzen wie Autonomie oder Selbstwirksamkeit eine Rolle spielen. Im Rahmen von BNE ist es also auch wichtiges Ziel, die Selbstwirksamkeit der Lernenden in Bezug auf herausfordernde zukünftige Situationen in diesem Bereich zu stärken (vgl. Grundmann 2017, S. 104; Hammann et al. 2016, S. 33; MfBuK Saar 2022, S. 20). Dieser didaktische Wunsch hat sich schon curricular institutionalisiert – so findet sich diese Aufgabe etwa im Basiscurriculum BNE des Saarlandes als eine von elf Kernkompetenzen einer BNE: „Bereiche persönlicher Mitverantwortung für Mensch und Umwelt analysieren und Selbstwirksamkeit entwickeln“ (MfBuK Saar 2022, S. 14). Im Hinblick auf nachhaltigeres Handeln spielen neben der individuellen Selbstwirksamkeit auch die kollektive eine wichtige Rolle:

Bei der kollektiven Selbstwirksamkeit geht es darum, überindividuelle Überzeugungen von der Handlungskompetenz einer Gruppe zu konzeptualisieren. [...] Es geht [...] um die Einschätzung der Gruppen-Selbstwirksamkeit, die sich aus der Koordination und Kombination der verschiedenen individuellen Ressourcen zu einem gemeinsamen Wirkungspotenzial ergibt.

(Ralf Schwarzer & Matthias Jerusalem 2002, S. 41)

Nicht zuletzt bringt auch BNE den in **Fächern** strukturierten Unterricht aufgrund der Komplexität, Vielschichtigkeit und Vernetztheit der Themen an seine

⁴⁰ Das Entfalten motivationaler Ressourcen, von Empathie und weltweiter Solidarität bezogen auf eine nachhaltige Entwicklung, ist auch Bestandteil des Konzepts der Gestaltungskompetenz (vgl. de Haan 2002, S. 16). – Der Ausspruch von SCHLEICHER steht allerdings in gewissem Widerspruch zur Ausrichtung von Bildung auf normierende Überprüfungen.

Grenzen (vgl. Christodoulou et al. 2017, S. 37; Niebert 2016, S. 7). Um BNE dennoch unter den vorhandenen strukturellen Rahmenvorgaben redlich hier in den Mathematikunterricht zu integrieren, stellt sich ebenfalls die Frage nach einer Unterrichtskultur, die mit den Lerninhalten (mehrperspektivisch, komplex, offen, wertbezogen, emotional ...) zusammenpasst. Die Überlegungen betreffen in diesem Hinblick beispielsweise Legitimationsaspekte bzw. Möglichkeiten zur Überschreitung von Fachgrenzen, Potentiale und Grenzen des Faches im Rahmen der Thematik, die Rolle von (fachüberschreitenden) Reflexionen oder auch wertbezogene und nicht-kognitive Aspekte von bzw. in Mathematik. Dieser Aspekt, der die Unterrichtskultur betrifft, findet sich auch in den Teilkompetenzen der Gestaltungskompetenz wieder: „Interdisziplinär Erkenntnisse gewinnen und handeln“ (de Haan 2008, S. 32):

Problemfelder nicht nachhaltiger Entwicklung und Perspektiven zukunfts-fähiger Veränderungen sind heute nicht mehr aus einer Fachwissenschaft oder einem singulären Denkmuster heraus zu bearbeiten. Sie lassen sich nur durch die Zusammenarbeit vieler Fachwissenschaften, unterschiedlicher kultureller Traditionen und durch die Kombination ästhetischer wie kognitiver und anderer Herangehensweisen gewinnen.

(de Haan 2002, S. 15)

Folgende Auflistung fasst zentrale Aspekte, die das BNE-Konzept für eine der Idee angepassten Unterrichtskultur beinhaltet, strukturierend zusammen – die linke Spalte betrifft dabei eher die inhaltliche Dimension, die rechte Spalte bezieht sich auf die Seite der Person:

- | | |
|--|---|
| • Diskursivität | • Partizipation |
| • Wesen von Wissenschaft | • Selbstwirksamkeit |
| • Inhalte vielschichtig, ver-
netzt, fachüberschreitend | • Gesellschaftliche Transfor-
mation |

Die vorangegangenen Erläuterungen verdeutlichen, wie die Beschäftigung mit BNE neben Überlegungen zum Lerninhalt auch zu einer Auseinandersetzung mit Fragen einer dem Prinzip angepassten Unterrichtskultur geführt hat. ANDELFIN-GERs Arbeiten (siehe Kapitel 3) können durch die Orientierung von Bildung und Unterrichtskultur am Prinzip der *Einen Welt* diese Sicht unterstützen. Sie stellen eine Verbindung zwischen Mathematikunterricht und BNE dar und haben weiter dazu angeregt, sich mit der Frage nach einer geeigneten Unterrichtskultur im Mathematikunterricht zu beschäftigen, die zum zukünftig gesellschaftlich verantwortlichen Verwenden von Mathematik beiträgt. Der von ihm vorgeschlagene *Sanfte Unterricht* hat eine ausgewiesene ethische Position: „Unser Mathematikunterricht findet im Industrieland BRD statt, das in einer ganz spezifischen Verantwortung steht zu der EINEN WELT. Unterricht ist immer Einmischung in diese EINE WELT und muß sich dessen bewußt sein“ (Andelfinger 1991, S. 13).

1.3 BNE im Mathematikunterricht der Sekundarstufen

Eine Zusammenführung von BNE und fachlichem Lernen ist erklärtes Ziel des Nationalen Aktionsplans BNE (vgl. NFBNE 2017, S. 35). Ausgehend von den allgemeinen Betrachtungen zu BNE lenkt dieses Unterkapitel 1.3 den Blick auf die spezifische Situation im Fach Mathematik. Es geht der Frage nach, inwiefern BNE und Nachhaltigkeitskontexte im Bereich des Mathematikunterrichts bzw. der Mathematikdidaktik verankert sind und welche normative Zielsetzung dem Mathematikunterricht hinsichtlich BNE zugewiesen wird. Antworten hierauf kann eine Bestandsaufnahme insbesondere **mathematikdidaktischer Publikationen** (siehe Abschnitt 1.3.1) sowie eine Analyse der aktuellen **curricularen Situation** in Deutschland betreffend BNE (siehe Abschnitt 1.3.2) geben. Die Analyse der gymnasialen Fachlehrpläne Mathematik für die Sekundarstufe I fasst zusammen, was Schule sich bezüglich BNE aktuell als *Aufgabe* – im Gegensatz zu ihrer *Funktion*⁴¹ – gestellt hat. Der Fokus des betreffenden Unterkapitels liegt damit vor allem auf BNE als explizitem Lerninhalt.

1.3.1 Die (mathematik)didaktische Forschungsperspektive auf BNE und Mathematik(unterricht)

Überlegungen zur Einbindung von BNE in den Mathematikunterricht und damit zur Zusammenführung von fachlichem (mathematischem) und sachlichem (nachhaltigkeitsbezogenem) Lernen, mit dem Ziel, zur gesellschaftlichen Transformation beizutragen, sind Gegenstand aktueller (mathematik-)didaktischer Forschung, wie die folgenden beiden Unterabschnitte 1.3.1.1 und 1.3.1.2 zeigen. Dies manifestiert sich sowohl in einigen eher theoretischen Forschungsarbeiten und Beiträgen als auch in konkreten, praxisorientierten Unterrichtsvorschlägen. „Unterrichtsinnovationen werden im Regelfall nicht zuletzt durch unterrichtspraktische Zeitschriften unterstützt, die Unterrichtsbeispiele und Materialien publizie-

⁴¹ *Aufgaben* sind nach GERNOT GONSCHOREK und SUSANNE SCHNEIDER (2010, S. 49 ff.) als normative Richtlinien zu verstehen, die die Schule zu erfüllen hat und welche in Bildungs- und Lehrplänen als Bildungs-, Erziehungs- oder Lernziele festgehalten sind. Sie umfassen gesellschaftlich und staatlich vorgegebene Zielsetzungen, die u. a. im Schulgesetz verankert sind, wie etwa: Die Schule hat „durch Erziehung und Unterricht die Schülerinnen und Schüler auch zur Selbstbestimmung in Verantwortung vor [...] den Mitmenschen, zur Anerkennung ethischer Normen, [...], zu sorgsamem Umgang mit den natürlichen Lebensgrundlagen, [...] zur Mitwirkung an der Gestaltung der Gesellschaft im Sinne der freiheitlich-demokratischen Grundordnung zu befähigen [...]“ (§1 Absatz 2 SchOG Saarland). Wie wichtig der Bildungsplan für die Lehrpersonen zur unterrichtlichen Integration eines BNE-relevanten Themas ist (Hauptbeweggrund, 54 % der Anlässe), wird durch eine Untersuchung von RIESS et al. (2008, S. 46 ff.) bestätigt. *Funktionen* von Schule hingegen gehen über die gesetzlich vorgeschriebenen Aufgaben hinaus und fokussieren das, was Schule tatsächlich bzw. darüber hinaus bewirkt – sie haben also einen eher deskriptiven Charakter (vgl. Gonschorek & Schneider 2010, S. 49 ff.).

ren und damit zur Verbreitung von neuen Ideen beitragen“ (Bagoly-Simó & Hemmer 2017, S. 18). Daher erfolgt im Hinblick auf unterrichtspraktische Beiträge eine Durchschau einschlägiger mathematikdidaktischer Zeitschriften.

1.3.1.1 Forschungsbeiträge zu BNE und Mathematik(unterricht)

Zunächst soll ein Blick auf nicht (genuin) mathematikdidaktische Forschungsbeiträge geworfen werden, die den Zusammenhang von BNE und Mathematik v. a. aus der BNE-Perspektive thematisieren:

STOLTENBERG (2017, S. 292 ff.) thematisiert übergeordnet für alle **MINT-Fächer** die wechselseitige Beziehung von BNE und dem Fachunterricht. Sie konstatiert: „Ohne das Wissen, die Denkweisen und Methoden dieser Fächer wird sich eine zukunftsfähige Entwicklung [...] nicht gestalten lassen. Sie müssen integrativer Bestandteil einer Bildung für eine nachhaltige Entwicklung sein“ (ebd., S. 292). BNE ist für sie dabei kein zusätzliches Thema für die Bildungspläne, sondern „ein Konzept als Orientierung für Inhaltsentscheidungen, Perspektiven auf Unterrichtsinhalte und Arbeitsweisen“ (ebd.). Um dieses Konzept in seiner Orientierung stiftenden Funktion in Bildungsprozessen nutzen zu können, bedürfe es der Klärung des Potentials der MINT-Fächer für BNE sowie in umgekehrter Denkrichtung der Klärung des Potentials des Konzepts BNE für diese Fächer (vgl. Stoltenberg 2017, S. 292). Darauf aufbauend könne und müsse dann die reflektierte Verankerung in den einzelnen Curricula der Fächer erfolgen, die notwendig für eine breite Umsetzung im Unterricht sei (vgl. Stoltenberg 2017, S. 297). STOLTENBERG verdeutlicht die gegenseitigen Potentiale von BNE und MINT-Fächern anhand neun zentraler Gedanken. Dabei unterscheidet sie in ihrer Darstellung nicht explizit zwischen den Potentialen der Fächer für BNE und *vice versa*, sondern vereint die beiden Perspektiven in ihrer Argumentation. Die Ergänzungen in eckigen Klammern [MINT für BNE] bzw. [BNE für MINT] heben die Wirkrichtung der Potentiale hervor und werden hier ergänzt, um einen späteren Vergleich mit den für den Mathematikunterricht entwickelten Thesen zu erleichtern (siehe Unterkapitel 1.4):

- (1) *Schlüsselthemen einer nachhaltigen Entwicklung*: MINT-Denkweisen und Erkenntnisse seien erforderlich zum Verständnis von Schlüsselproblemen nachhaltiger Entwicklung sowie für die Entwicklung alternativer Lösungsvorschläge (vgl. Stoltenberg 2017, S. 294 f.). [MINT für BNE]

Zugleich liefere BNE Kontexte für eine fachliche Auseinandersetzung. Die Beschäftigung mit relevanten Zukunftsfragen könne dabei Anlass sein, den „Wert von Fachkompetenzen sichtbar und zugleich erfahrbar“ (ebd., S. 295) zu machen. [BNE für MINT]

- (2) *Naturverständnis*: Die Fächer können zur Entwicklung eines komplexen Naturverständnisses als Schlüssel zu einer nachhaltigen Entwicklung beitragen,

beispielsweise durch das Bewusstmachen einer Ressourcenverantwortung.
[MINT für BNE]

Die Sensibilisierung für die Bedeutung der menschlichen Einbettung in die Natur lässt sich in der Mathematik erreichen, wenn man erfahrbar macht, dass unsere Welt, ja der Kosmos durch grundlegende Muster und Regelmäßigkeiten, Symmetrien, Rhythmen, Strukturen bestimmt ist, die sich in Zahlen ausdrücken lassen. [...] Kognitive Einsichten, verbunden mit Staunen und »Ehrfurcht vor dem Leben« können eine Haltung fördern, die Menschen zu einem nachhaltigen Handeln bewegen kann.

(Stoltenberg 2017, S. 295)

- (3) *Weltbilder – Menschenbilder*: Der Umgang mit Unsicherheiten und Nichtwissen könne im naturwissenschaftlichen Unterricht hervorgehoben werden, indem das exakte Bild der Naturwissenschaften um neuere naturwissenschaftliche Erkenntnisse, beispielsweise der Chaostheorie, erweitert werde. Dieser Umgang scheine für eine nachhaltige Entwicklung von besonderer Bedeutung (vgl. Stoltenberg 2017, S. 295). [MINT für BNE]
- (4) *Nachhaltigkeitsstrategien als didaktische Kategorien*: Die Nachhaltigkeitsstrategien können als didaktisches Planungsinstrument von Unterricht sowie als Unterrichtsgegenstand genutzt werden, da sie „Anhaltspunkte für den Umgang mit bestehendem Wissen als auch für die Notwendigkeit der Generierung neuen Wissens“ (Stoltenberg 2017, S. 295) geben. Als vier Kategorien nennt STOLTENBERG die Effizienz-, Konsistenz-, Suffizienz- und Gerechtigkeitsstrategie, die als mögliche didaktische Brille dienen können und durch die der Begriff der Nachhaltigkeit eine Konkretisierung erfährt. [BNE für MINT]
- (5) *Mathematische/naturwissenschaftliche Denk- und Arbeitsweisen*: Mathematische Denk- und Arbeitsweisen, die STOLTENBERG unter „Zahlen, Formeln und Modelle[n]“ (Stoltenberg 2017, S. 295) subsumiert, helfen beispielsweise durch geeignete Modellierungen, gegenwärtige Entwicklungen zu bewerten, Zukunftsszenarien oder alternative Handlungsweisen zu entwickeln. Durch Beachtung von Kreativitätsmomenten beim (Nach-)Entdecken von mathematisch-naturwissenschaftlichen Zusammenhängen könne darüber hinaus erfahrbar werden, welche Bedeutung Kreativität und damit auch das Fach an sich für die Entwicklung von nachhaltigen Innovationen habe (vgl. Stoltenberg 2017, S. 296). [MINT für BNE]

Geeignete Beispiele aus dem BNE-Kontext seien „in der Lage, Schüler/innen zu überzeugen, dass das Repertoire der Mathematik und Naturwissenschaften zukunftstauglich ist“ (ebd.). [BNE für MINT]

- (6) *Problemorientiertes Arbeiten/ Lernen an ernsthaften Aufgaben und Fragestellungen*: Laut STOLTENBERG (2017, S. 296) kann BNE eine Antwort auf die Sinnfrage schulischen Wissens liefern – abseits von Begründungen der Mathematik

aus sich heraus als Kulturgut – und damit auch Interessen der Schüler einbeziehen:

Erfahrungs- und Gestaltungsmöglichkeiten mit einer nachhaltigen Entwicklung werden als (motivierender) Bestandteil von Bildungsprozessen einbezogen. Ausgehend von realen Aufgaben und Problemstellungen, die eine Beschäftigung im Sinne verantwortlicher Zukunftsgestaltung lohnen, wird gezeigt, dass man zum Verständnis der Problemstellung und zu Lösungsansätzen fachliches Wissen braucht.

(Stoltenberg 2017, S. 269)

Diese Perspektive kehre also eine gängige Organisationsrichtung im Unterricht um, bei der nach der Erarbeitung fachlichen Wissens ein Blick auf Anwendungsbeispiele erfolge (vgl. ebd.). [BNE für MINT]

(7) *Systemisches Denken, Denken in Relationen*: „Hergestellte Dinge sind Ergebnis oder Anschauungsobjekt in allen MINT-Fächern. Sie sind nicht neutral; Dinge speichern normatives Wissen und normative Aufforderungen“ (Stoltenberg 2017, S. 296). Als Beispiel bezieht sie sich auf den Reparaturkreislauf von Dingen, welcher einen Zugang zu systemischem Denken eröffne, was zentral für die Beteiligung an nachhaltiger Entwicklung sei. [MINT für BNE]

(8) *Ästhetische Zugänge zum Verständnis einer nachhaltigen Entwicklung und zum Verständnis von Mathematik und Naturwissenschaft*: Ästhetische Aspekte von Zahlen, Formeln und Modellen, beispielsweise jene der Fibonacci-Zahlen oder von Fraktalen, können für die kulturelle Dimension nachhaltiger Entwicklung sensibilisieren, indem hiermit im Unterricht das Nachdenken über Zusammenhänge von Natur und Kultur angeregt werde (vgl. Stoltenberg 2017, S. 296 f.). [MINT für BNE]

Ein Staunen über Muster, Schönheit, Fraktale usw. könne „dann auch ein Weg zu Interesse und Wertschätzung von Mathematik und Naturwissenschaften sein“ (ebd., S. 297). [BNE für MINT]

(9) *Reflexion über das Fach*: Fragen nach dem Beitrag des einzelnen Faches zu einer verantwortungsvollen Gestaltung der Zukunft können auch selbst zum Unterrichtsgegenstand werden, was beispielsweise auch die Reflexion über die Grenzen des fachwissenschaftlichen Arbeitens inkludiere und anrege (vgl. Stoltenberg 2017, S. 297). [BNE für MINT]

Auch einige Veröffentlichungen der UNESCO forcieren die Verbindung von Mathematik und BNE: So wird in der Publikation *Mathematics for Action – Supporting Science-Based Decision Making* entlang der 17 SDGs thematisiert, welche Rolle die **Wissenschaft Mathematik** bei der Beschäftigung mit zukunftsrelevanten Herausforderungen einnimmt – was bei STOLTENBERG unter Aspekt (4) fällt:

Written by mathematicians and thought leaders from across the globe, it presents fascinating research of how mathematics is addressing the world's most pressing challenges. The toolkit provides insightful information for decisionmakers and for all those who seek proofs to challenging questions and it presents new avenues for scientific research.

(UNESCO 2022b, o. S.)

Die Veröffentlichung hat als Adressaten nicht die Schule im Blick, sondern wendet sich an die politischen Entscheidungsträger, indem sie zeigt, wie das mathematische Modellieren als Werkzeug zum Treffen von Entscheidungen bezüglich einer nachhaltigen Entwicklung eingesetzt wird bzw. werden kann (vgl. UNESCO 2022b, S. xv):

A growing range of mathematical models are enabling us to analyse the extent to which natural phenomena and those we have engendered ourselves will affect how we live and whether we manage to sustain our increasingly fragile environment. This toolkit is UNESCO's way of drawing global attention to the need for public policies to be based on evidence which, increasingly, will stem from basic research.

(UNESCO 2022b, S. xv)

Beispielhafte Themen sind hier die Erfassung und Kartierung von Armutsdaten, die Modellierungen von Infektionskrankheiten im Zusammenhang mit der Sars-Cov-2-Pandemie und die Verwendung statistischer Instrumente wie dem Bayes-Theorem im Kontext der Wasserversorgung zur Quantifizierung von Risiken (vgl. UNESCO 2022b).

Konkret auf den Kontext Schule bezogen ist das von der UNESCO MGIEP herausgegebene Handbuch *Schulbücher für Nachhaltige Entwicklung. Handbuch für die Verankerung von Bildung für nachhaltige Entwicklung*. Insbesondere an Schulbuchautoren und Verlage gerichtet möchte die Veröffentlichung Orientierung bieten, um BNE in unterschiedlichen Fächern und deren Schulbüchern zu verankern (vgl. Christodoulou et al. 2017, S. 17). Unter anderem wird der Beitrag des Faches Mathematik zur BNE thematisiert (neben den Bereichen Naturwissenschaft, Geographie und Sprache) – ähnlich wie bei STOLTENBERG, allerdings nur die eine Denkrichtung beachtend. Als mögliche Beiträge können folgende fünf zusammengefasst werden (vgl. David Wagner et al. 2017, S. 48 ff.):

- (1) *Mathematische Verfahren*: Fasse man die Mathematik als menschliche Aktivität auf, als ein Werkzeug zum Gestalten von Möglichkeiten und zum Meistern von Herausforderungen, so könne sie als ein Werkzeug für eine nachhaltige Entwicklung begriffen werden.
- (2) *Generalisierung und Abstraktion*: Abstraktionen wie etwa Modelle erlauben das deskriptive Treffen von Vorhersagen und die normative Gestaltung von

Wirklichkeit. Mathematik könne dabei helfen, Gleichgewichte zwischen verschiedenen Bedürfnissen bzw. SDGs auszuhandeln.

- (3) *Ein Werkzeug für komplexe Systeme*: Mathematik liefere Werkzeuge zum Umgang mit komplexen Situationen: Durch sie können Messgrößen identifiziert, Quantitäten beschrieben, Ziele gewichtet, Indikatoren entworfen und Prognosen erstellt werden, um darauf aufbauend Entscheidungen zu treffen.
- (4) *Einschränkungen*: Die Anwendung von Mathematik gehe mit der Frage ihrer Grenzen einher. Das Infragestellen der Anwendung, die Reflexion möglichen Missbrauchs, das Bewusstmachen der in der Anwendung vernachlässigten Aspekte, der durch Mathematik gar nicht erfassbaren Merkmale, gehöre zu einer BNE dazu: „Die Macht, groß angelegte Entscheidungen auf der Grundlage numerischer Daten zu treffen, muss gegen die Gefahr abgewogen werden, die von Entscheidungsträgerinnen und -trägern ausgeht, die kein Verständnis von der Umwelt haben, über die sie Kontrolle ausüben“ (D. Wagner et al. 2017, S. 52).
- (5) *Schönheit*: Das Erfahren der Mathematik als kulturelle Errungenschaft, in ihrer spezifischen Schönheit könne helfen, Harmonie zu vergrößern und „die Bedürfnisse von Menschen zu respektieren, die anders sind als wir“ (D. Wagner et al. 2017, S. 53). Das Zulassen und Diskutieren verschiedener Lösungswege im Mathematikunterricht begegne der Gefahr, dass „mathematisch versierte Menschen die Öffentlichkeit von Ideen überzeugen, die egoistisch oder gefährlich sind“ (ebd., S. 53).

Neben Beispielen für die Verankerung von BNE in Mathematikschulbüchern werden 15 Leitlinien für die Entwicklung von Unterrichtsmaterialien vorgeschlagen (vgl. D. Wagner et al. 2017, S. 62 ff.):

- | | |
|---|---|
| 1. Reale Kontexte | 9. Sensibilität für soziale Ausgrenzungen |
| 2. Aktuelle Themen | 10. Den Dialog eröffnen |
| 3. Komplexität | 11. Zusammenarbeit |
| 4. Werte | 12. Zugang zu Schulbüchern |
| 5. Zugang zu Daten | 13. Verwendung digitaler Technologien |
| 6. Hinweise auf Initiativen und Aktivitäten | 14. Mut |
| 7. Kontext hervorheben | 15. Vertrauen |
| 8. Interdisziplinarität | |

Des Weiteren thematisiert auch der *Orientierungsrahmen für den Lernbereich Globale Entwicklung* der KMK und des BMZ die Rolle des Faches Mathematik bei der Umsetzung des BNE-Anliegens. Im fachdidaktischen Teil wird die Bedeutung der Mathematik als Grundlage für geeignete Modellbildungen betont:

Gerade bei Prozessen, die mit Unsicherheit behaftet sind und bei denen es keinen einfachen Königsweg gibt, spielen die Identifizierung geeigneter Variablen

und ihre permanente Auswertung eine wichtige Rolle, um Strukturen und Tendenzen auch in scheinbarer Unordnung zu erkennen. Es ist sicherlich nicht die ureigene Aufgabe der Mathematik, Indikatoren etwa für den Status einer Gesellschaft oder ihren Wandel zu definieren, sie kann aber wesentliche Beiträge zur Bewertung und damit verbunden zur Einschätzung ihrer Bedeutung liefern. Mithilfe der Mathematik können aus ‚gefühlten Zusammenhängen‘ statistisch abgesicherte Korrelationen oder aber zu verwerfende Hypothesen werden. Sie hat aufgrund ihrer universellen Akzeptanz die Möglichkeit, die Auseinandersetzung um nachhaltige Entwicklung und globale Zukunftsfähigkeit wissenschaftlich zu fundieren und komplexe Vorgänge für alle zu strukturieren.

(Reiss et al. 2016, S. 300)

Der Nachhaltigkeitskontext wird hier zum einen als Anwendungskontext für fachspezifische Lerninhalte beschrieben. Dabei seien insbesondere die Leitideen *Funktionaler Zusammenhang* sowie *Daten und Zufall* von Bedeutung (vgl. Reiss et al. 2016, S. 300 f.). Zum anderen könne das Fach Mathematik helfen, globale Herausforderungen zu strukturieren. Durch das Verständnis für mathematisches Arbeiten und Modellieren könne ein reflektierter Umgang mit Daten, Aussagen, Prognosen u. Ä. ermöglicht werden (vgl. ebd., S. 301):

Hier gilt es zu erkennen, welchen Beitrag die Mathematik zu einer Auseinandersetzung mit der Problematik leisten kann, welche Bewertungen sich daraus ergeben und welche Handlungsmöglichkeiten sich damit auftun. Modelle erarbeiten und vergleichen und Parameter anpassen ist dabei die zentrale mathematische Aktivität.

(Reiss et al. 2016, S. 302)

Neben diesen fachdidaktischen Erläuterungen finden sich fachbezogene Teilkompetenzen für den Mittleren Schulabschluss für das Fach Mathematik, die sich auf die elf Kernkompetenzen des Lernbereichs Globale Entwicklung beziehen (siehe Unterabschnitt 1.1.2.2 bzw. Abb. 45 im Anhang 7.2) (vgl. Reiss et al. 2016, S. 303 ff.). Ergänzt wird die Darstellung um Beispielthemen – etwa „Bevölkerungswachstum in verschiedenen Regionen der Welt“ (ebd., S. 306) oder „Einflüsse von Urlaubsreisen auf die Umwelt und Wirtschaft der Zielländer“ (ebd., S. 307) – sowie ein ausgearbeitetes Unterrichtsbeispiel von ANTONIUS WARMELING (2016a, S. 309 ff.) zum Thema „Extreme Armut beseitigen, ein globales Entwicklungsziel“, welches ab Klasse 8 eingesetzt werden kann.⁴²

Die genannten Forschungsbeiträge liefern wichtige Anhaltspunkte für wechselseitige Beziehungen von BNE und fachlich-mathematischem Lernen. Dies scheint vor

⁴² Ausgearbeitete Unterrichtsbeispiele finden sich beispielsweise auch in einer Publikation des Vereins Südwind, die 15 durch Lehrpersonen ausgearbeitete Themen zur Integration von Aspekten des Globalen Lernens in den Mathematikunterricht beinhaltet (vgl. Südwind 2018). Eine Bewertung der Qualität dieser kann hier nicht erfolgen.

dem Hintergrund der in Unterkapitel 0.2 formulierten Fragen und den dort im Rahmen einer Vorschau formulierten Thesen relevant. Das Fazit in Unterkapitel 1.4 greift die fruchtbaren Perspektiven auf und zieht hieraus Schlussfolgerungen für die vorliegende Arbeit.

1.3.1.2 Mathematikdidaktische Forschungs- und Entwicklungsbeiträge zu BNE

Ausgehend von vorangegangenen Veröffentlichungen, die wichtige Quellen zum Zusammenhang und den wechselseitigen Potentialen von BNE und Mathematik (unterricht) darstellen, wird der Blick eingeschränkt auf *genuin* mathematikdidaktische Forschungsarbeiten, um den Forschungsstand weiter zu erschließen:

KAROLINE HAIER et al. (2022) streben mit der Entwicklung geeigneter Aufgaben die Förderung von Modellierungskompetenzen und zugleich das Wecken von Interesse und die Förderung des Diskurses, der kritischen Reflexion und Entscheidungsfindung hinsichtlich nachhaltiger Entwicklung an. Hierzu entwickeln sie „criteria for sociocritical modeling tasks in sustainable development contexts“ (Haier et al. 2022) im Mathematikunterricht. Sie greifen dazu die Leitlinien für die Entwicklung von BNE-Unterrichtsmaterialien der UNESCO MGIEP auf (vgl. D. Wagner et al. 2017, S. 62 ff.) und kombinieren sie mit Kriterien für gute Modellierungsaufgaben nach K. MAASS. Durch Vergleich und Zusammenführung ergibt sich ein Katalog von acht Merkmalen für Modellierungsaufgaben im Kontext von BNE: current issue, real contexts, open, complex, realistic, solvable by modeling activities, suitable for critical reflection and dialogue, courage (vgl. Haier et al. 2022, o. S.).

Comparing both sets of criteria, some overlap can be found in what seem to be characteristics of good modeling tasks. The design of the tasks should succeed in such a way that modeling competencies are promoted and at the same time interest in the concerns of SD is aroused in the students. Additionally, they should be stimulated to reflect critically or argue concerning SD issues.

(Haier et al. 2022, o. S.)

Anhand eines Beispiels zum Thema Textilkonsum und Fast-Fashion erläutern HAIER et al. die Anwendung der Kriterien sowie unterrichtliche Erfahrungen mit der Modellierungsaufgabe: „How big would your closet have to be in 10 years if you don't sort out or dispose of anything in between and continue to shop the way you have been?“ (Haier et al. 2022, o. S.).⁴³ Die entwickelten Kriterien können, so HAIER et al., für zukünftige Materialentwicklung und -evaluation dienen.

⁴³ Die Aufgabe beruhe auf den erarbeiteten Kriterien und die Lernenden zeigen im Anschluss an die Bearbeitung auch kritische Reflexionen zur Problematik: „The students interpret their mathematical solution in the given context and start to substantiate their arguments for reduced textile consumption with their mathematical results“ (Haier et al. 2022, o. S.). Die Aufgabenstellung

Variablenname	Sozialer oder ökologischer Faktor?	Zahlenwert der Variable	Begründung für die Klassifizierung (Farbwahl)
CO ₂	Ö/U	7,4 t	Ist zu viel/Person
Threatened Species	Ö/U	100,3 Tiere	Zu hohe Anzahl
Threatened Plants	Ö/U	574 Pflanzen	Zu hohe Zahl
Babies/woman	S/W	1,64 Babys	Guter Durchschnitt (hält die Bevölkerung)
Child Mortality	S/W	9,95 Kinder	Von 1000 Kindern 10 tote ist nicht sehr viel
Democracy Score	S/W	-7	Die Regierung bestimmt viel zu viel
Working hours/week	S/W	46,2 h	Zu viel, aber immer noch besser als keine Arbeit
Water Withdrawal	Ö/U	430 m ³	Bisschen unter dem Median, aber trz. nicht zu viel
At least basic water source	Ö/U	90,8 %	Dass ca. 90 % der Leute Zugang zu Wasser haben ist nicht so schlecht.

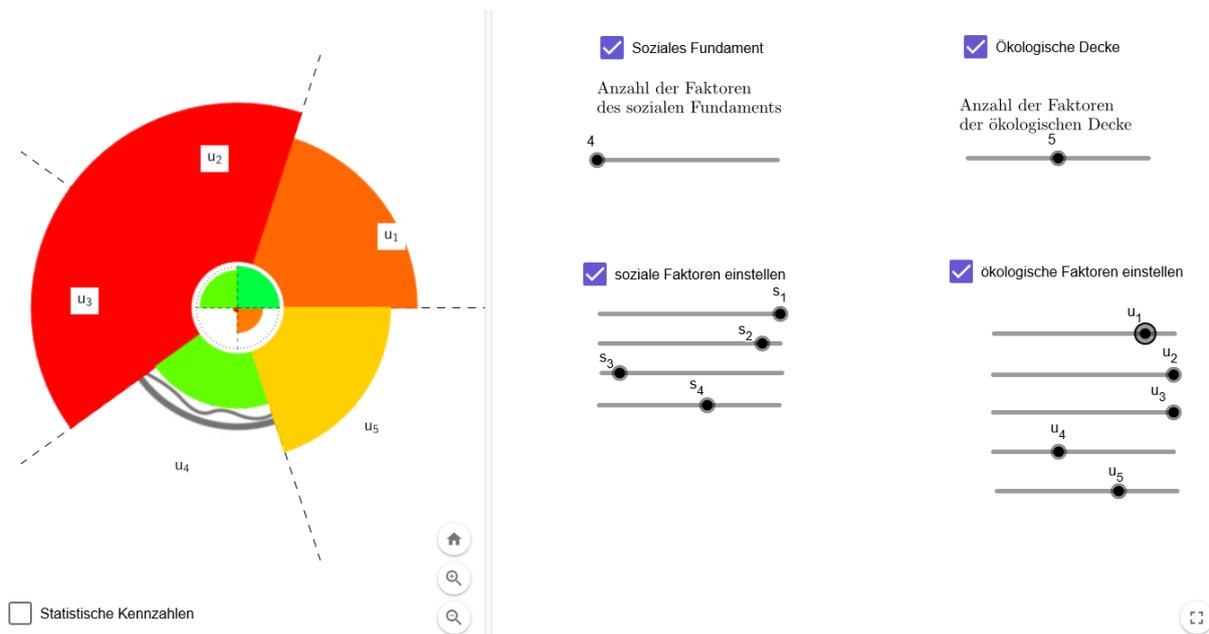


Abb. 7: Beispiel für einen durch die Schüler erstellten Geogebra-Donut auf Basis unterschiedlicher Variablen und deren Werten bei ANDRE (2020, S. 94) [Anmerkung: Abbildung nacherstellt mithilfe des von ANDRE zur Verfügung gestellten Geogebra-Applets]

adressiert allerdings nicht die für das Aufgabenformat wichtige Anknüpfung an bereits vorhandenes Stützpunktwissen, um eine Vorstellung der Größenordnung zu erhalten (siehe dazu auch Kapitel 5). Eine mögliche Ergänzung in diesem Hinblick wäre: *Wie viel deines aktuellen Kleiderschranks bräuchtest du, um die ganzen Klamotten unterzubringen?* Für mich bleibt darüber hinaus fraglich, wie die Schüler durch die Bearbeitung der vorgeschlagenen Aufgabenstellung die Mathematik als Hilfe erkennen können, um fundierte Reflexionen durchzuführen, die auch über das Alltagswissen hinausgehen. Erst tiefergehende Fragestellungen können dazu führen, die Problematik, die mit dem Fast-Fashion Konsum verbunden ist, mittels Mathematik besser zu verstehen und darauf aufbauend Gestaltungskompetenz zu entwickeln: Etwa Fragen, die auf das virtuelle Wasser, welches im Kleiderschrank steckt (vgl. hierzu z. B. Diana Milev 2013, S. 31), auf die Transportwege, Arbeitslöhne in den Produktionsländern usw. abzielen, machen die dahinterstehenden Problematiken sichtbar und bieten damit eine Grundlage, um aus der deskriptiven mathematischen Modellierung Konsequenzen abzuleiten.

MARTIN ANDRE (2020) stellt mit „Implementing the statistical investigative process in secondary school education“ einen Forschungsbeitrag zu BNE im Mathematikunterricht zur Verfügung. Darin verbindet er mathematische Aspekte der statistischen Datenanalyse mit fachübergreifenden Fragen nachhaltiger Entwicklung: ANDRE entwickelt eine Lernumgebung für die achte Klassenstufe zur statistischen Datenanalyse im Nachhaltigkeitskontext, welche auf dem Modell der Donut-Ökonomie von KATE RAWORTH basiert. Das im Rahmen des Projekts *One Donut for all* entwickelte Geogebra-Applet⁴⁴ ermöglicht den Lernenden die Anwendung des Modells und so einen visuell-datenbasierten Zugang zur Nachhaltigkeits-thematik (vgl. Andre et al. 2019, S. 19). „Dabei setzen sich die Lernenden mit räumlichen Daten auseinander, bereiten sie mithilfe statistischer Konzepte für eine Integration und Visualisierung im Applet auf und können auf unterschiedlichen Maßstabsebenen Herausforderungen und Handlungswege nachhaltiger Entwicklung erkennen“ (Andre et al. 2019, S. 12). Die Schüler erstellen zu einem Land einen Donut anhand ausgewählter Faktoren (siehe Abb. 7), welche sie aus einer Liste an verfügbaren Daten in *Gapminder* wählen: „Dabei werden die Werte aus den graphischen Darstellungen der Software Gapminder hinsichtlich ihrer Wertigkeit im Sinne der nachhaltigen Entwicklung interpretiert und mittels Schieberegler im Donut-Applet abgebildet“ (Andre et al. 2019, S. 17). Aus einem Vergleich der Modelle unterschiedlicher Länder können sich dann auch Handlungs-herausforderungen ableiten lassen (vgl. ebd., S. 14).

STEFAN POHLKAMP (2021) stellt normative Aspekte einer deskriptiven Modellierung der Entwicklung des Arktikeises auf Basis von Datenvisualisierungen vor. Auf solche wissenschaftlichen Arbeiten, die sich nicht primär mit BNE befassen, sondern nur in einem kleineren Teil einen BNE-relevanten Sachkontext aufgreifen, sei hier auch verwiesen – wenngleich deren Erfassung schwierig erscheint.

Um den aktuellen Forschungsstand zu BNE im Mathematikunterricht daher weiter systematisch zu erschließen, werden hier die *Beiträge zum Mathematikunterricht* aus den Jahren 2021 bis 2012 herangezogen⁴⁵. Eine Recherche zum Begriff „nachhaltig“ liefert folgende fünf Artikel (1) bis (5), die BNE betreffen – jene Artikel, die nachhaltig im Sinne von *längerfristig wirksam* verwenden, wurden hier nicht weiter beachtet:

(1) ARNO BAYER und CLAUDIO C. LIEL (2014) untersuchen in ihrem Land Brasilien das Vorhandensein von Umweltthemen – und damit nur eine Dimension der Nachhaltigkeit – in Mathematik-Schulbüchern, denn die nationalen Bildungsstandards

⁴⁴ Hinweis für die Praxis: Das Geogebra-Applet steht online zum Einsatz frei zur Verfügung; siehe <https://www.geogebra.org/m/tythjgw9> [Abruf am 29.09.2023].

⁴⁵ BNE ist ein dynamisches Thema: 2022 gab es einen Boom mit mehreren Beiträgen, Minisymposien sowie einem Diskussionsforum zu *Bildung für nachhaltige Entwicklung im und durch Mathematikunterricht* (vgl. z. B. Wilhelm 2022a; Luzia Pesch & Christina Bierbrauer 2022; Katrin Vorchöler & Hans-Stefan Siller 2022; Johanna Heitzer et al. 2022).

weisen den Schulen die Umweltbildung als Aufgabe zu. Hierzu analysieren sie brasilianische Schulbücher der Primar- sowie Sekundarstufe I und II hinsichtlich des Umfangs an Aufgaben mit Umweltthemen sowie der Art und Weise ihrer Einbindung (z. B. Bezug zur Lebenswirklichkeit der Schüler, Zusammenhang der Themen mit mathematischen Aspekten) (vgl. Bayer & Liel 2014, S. 138). In der Primar- und Sekundarstufe I identifizieren sie folgende Themen: Abholzung (30 %), Stromverbrauch (30 %), Wasserverbrauch (23 %), Kernenergie (11 %), Tiere und Artenschutz (6 %). In der Sekundarstufe II ist die Vielfalt noch größer (vgl. Bayer & Liel 2014, S. 139). Neben der Themenidentifizierung sei aufgefallen, dass die Schüler durch Fragen und Fotos zur Reflexion des eigenen Verhaltens angeregt werden. „Es wurde klar, dass die Absicht der Autoren war, den Zusammenhang zwischen dem Thema und Mathematik zu verdeutlichen, um den Schülern ein Verständnis der realen Welt zu ermöglichen, die von Handlungsentscheidungen der einzelnen Menschen beeinflusst wird“ (Bayer & Liel 2014, S. 140). Der Zusammenhang der Umweltthemen mit den mathematischen Inhalten des Kapitels sei allerdings häufig nicht klar erkennbar (vgl. ebd.). „Insgesamt hat unsere Untersuchung auch gezeigt, dass die Arbeit mit Umweltthemen in Mathematik Lehrbüchern noch wenig didaktisch aufgearbeitet ist“ (ebd.).

(2) MELANIE PLATZ und ENGELBERT NIEHAUS (2014) berichten von einer Unterrichtseinheit zum Wassermanagement in Afrika, in der die Schüler einer 12. Klassenstufe eines Mathematik-Leistungskurses mit Hilfe des Programms *Fuzzy Logik* die Problemstellung einer räumlich optimalen Brunnenverteilung in Afrika bearbeiten. Die Modellbildung basiert auf dem Sammeln von Daten zu unterschiedlichen Parametern (z. B. Grundwasserspeicher, geschätzte Tiefe zum Grundwasser) sowie dem Erzeugen von Risiko- und Ressourcenkarten hieraus (vgl. Platz & Niehaus 2014, S. 911 ff.). Diese Modellierung umweltwissenschaftlicher Verteilungsprobleme erzeugt eine Verbindung von Mathematik mit geographischen Informationssystemen (vgl. Niehaus 2011, S. 607). Der Zusammenhang zum Thema Nachhaltigkeit ergibt sich durch das gewählte Thema der Wasserversorgung: Zugang zu sauberem Trinkwasser als Voraussetzung für Gesundheit zählt zu einen der siebzehn SDGs (vgl. ebd., S. 609, Vereinte Nationen 2015, S. 15).

(3) PHILIPP ULLMANN (2016) reflektiert die Rolle der *statistical literacy* am Beispiel der Energiewende. Energieszenarien bilden dabei die Basis politischer Entscheidungsprozesse und dienen zur Kommunikation zwischen Politik und Öffentlichkeit. Die Öffentlichkeit, die entsprechend der Demokratisierung ein Recht auf Mitbestimmung habe, müsse hierzu jedoch diese Dokumente verständig lesen können. „Das setzt aber *statistical literacy* in ihrer gesamten Breite voraus. Dabei spielen statistisches und mathematisches Wissen nur eine untergeordnete Rolle; viel wichtiger sind allgemeine Lesekompetenz und Kontextwissen. Vor allem aber die Bereitschaft, sich überhaupt mit dem Gegenstand zu beschäftigen“, so ULLMANN

(2016, S. 1001; Hervorhebung im Original). Dies sei jedoch alles nicht selbstverständlich. Er kommt zu dem Schluss: „So kann statistical literacy keine Lösung sein, sondern nur Anlass, über Wert, Geltung und Reichweite von Daten und darauf gestützten gesellschaftlichen Entscheidungen ins Gespräch zu kommen“ (Ullmann 2016, S. 1002).

(4) MARTIN FRANK et al. (2017) beschreiben das Projekt *CAMMP science*, in dem Schüler mit Hilfe des Computers komplexe Modellierungsaufgaben bearbeiten, welche direkt aus der Nachhaltigkeitsforschung der am Projekt beteiligten Firmen stammen – beispielsweise „Wie kann man die Verkabelung der Heliostaten eines Solarturmkraftwerks optimieren (TSK Flagsol)“ (vgl. Frank et al. 2017, S. 243). „Schüler/innen sollen zum einen für die gesellschaftlich höchst bedeutsame Nachhaltigkeitsthematik sensibilisiert werden und in dem Zusammenhang die Relevanz von Mathematik erfahren“ (ebd.). Nach einem Modellierungstag mit 120 Schülern, fünf Lehrkräften und sieben Wissenschaftlern fand eine Vertiefung einer weiteren Problemstellung innerhalb einer ganzen Modellierungswoche sowie einer anschließenden Forschungs-AG mit insgesamt 14 interessierten Schülern statt. Insgesamt beschäftigten sich diese Schüler ein Jahr lang mit aktueller Nachhaltigkeitsforschung (vgl. Frank et al. 2017, S. 244 ff.).

(5) HEITZER (2020) greift die Forderung *Teach the truth* der Fridays-for-future-Bewegung auf, um Beiträge des Faches Mathematik angesichts dieser berechtigten Forderung aufzuzeigen. Ihr Fokus liegt dabei auf der Entwicklung des Anschauungs- und Vorstellungsvermögens sowie der überschlagenden Einschätzung von Zuständen und Veränderungsprozessen (vgl. Heitzer 2020, S. 409). Am Beispiel klimatischer Veränderungen beschreibt sie etwa, welche Auswirkungen die Veränderung der Ausdehnung des arktischen Packeises für das Volumen und das Verhältnis von Oberfläche und Volumen nach sich zieht (vgl. ebd., S. 409 f.). Sie folgert für den aktuellen Mathematikunterricht: „Obwohl also vergleichsweise elementare geometrische Erkenntnisse unseren Blick auch da schärfen können, wo die intuitive Wahrnehmung oder der Hang zur Übergeneralisierung uns täuschen, bleiben offenbar nennenswerte Teile des heutigen Mathematikunterrichtes trotz breit gefächerter didaktischer Investitionen in dieser Hinsicht wirkungsarm“ (Heitzer 2020, S. 410). Es kommt laut HEITZER daher häufig nicht nur auf das *Was* im Mathematikunterricht an, sondern auf dessen *Wie* (vgl. ebd.). Als Herausforderungen des unterrichtlichen Umgangs mit der Thematik des Klimawandels sieht sie damit verbundene Sorgen und Ängste, die „kaum in jeder Beziehung zum Positiven gewendet werden“ (ebd., S. 410) können. Es gelte daher je nach Beispiel, pädagogisch reflektiert etwa zwischen der Diskussion der aktuellen Lage und möglicher Lösungsansätzen abzuwägen (vgl. ebd.). Zudem ergebe sich durch die der Thematik immanente Komplexität der Zusammenhänge ein herausforderndes Spannungsfeld zwischen intellektuell redlicher Thematisierung und hinreichender didaktischer Reduktion (vgl. ebd.). Des Weiteren erinnert HEITZER daran, der

mathematisch-sachkundlichen Doppelnatur im Sinne WINTERS gerecht zu werden und einen reflektierten Umgang mit Quellenmaterial zu fördern (vgl. ebd., S. 411).⁴⁶

In den *Beiträgen zum Mathematikunterricht* der letzten zehn Jahre hat die BNE-Thematik einen eher geringen Stellenwert. Die Arbeiten liefern zur Verbindung von Mathematiklernen mit den Zielsetzungen einer BNE insgesamt relativ wenig: Es lassen sich einzelne Dimensionen bzw. Facetten der BNE-Thematik wiederfinden, wie etwa im Beitrag von BAYER und LIEL oder ULLMANN, sowie einzelne (Unterrichts-)Projekte, die sich auf Nachhaltigkeitskontexte beziehen. HEITZERS Appell an das *Wie* des Mathematikunterrichts im Rahmen ihrer Forderung „teach considering relevant aspects of the truth with mathematically trained senses and a mathematically educated mind“ kann als Verweis auf Aspekte der Unterrichtskultur im Rahmen der BNE interpretiert werden. Auch in ULLMANNs Forderung, die *Bereitschaft* der Lernenden zur Auseinandersetzung mit Daten und darauf aufbauenden Argumentationen als wesentlichen Bestandteil der *statistical literacy* zu betrachten, findet sich diese Perspektive ansatzweise wieder. Umfassendere Überlegungen zur Integration von BNE in den regulären Mathematikunterricht und zu Aspekten einer der Idee angepassten Unterrichtskultur finden sich aber nicht.

Neben den genannten Forschungsarbeiten, die sich im Spannungsfeld von BNE und Mathematikunterricht verorten, kann ein Blick auf aktuelle **praxisbezogene Materialien** weiter zeigen, dass Mathematikunterricht einen Beitrag zu BNE leisten kann. Die folgenden Beispiele, insbesondere aus einschlägigen mathematikdidaktischen Zeitschriften der Sekundarstufe, sollen dies exemplarisch belegen.

Aufgrund der Umfänglichkeit des BNE-Konzepts, welches verschiedene Aspekte und Themen – auch schon länger tradierte wie die Friedensfrage oder Umweltbildung (vgl. Christodoulou et al. 2017, S. 17) – bündelt, stellt es sich als nicht leistbar heraus, *alle* Anknüpfungspunkte zu identifizieren. Die Durchsicht erfolgt deshalb cursorisch auf Basis der Heft- bzw. Beitragstitel – und erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Eine genauere Analyse der Artikelschwerpunkte, ihrer Qualität im Hinblick auf BNE usw. wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit ausgeblendet.

Die Zeitschrift *mathematik lehren* bietet mehrere Themenhefte bzw. *Mathe-Welten* mit Bezug zu BNE:

- Sylvester, T. (Hrsg.) (1995): *Praktisches Lernen. mathematik lehren, H. 72.*

⁴⁶ Hinweis für die Praxis: Von einer Studierendengruppe des Lehramts der RWTH Aachen wurden im Rahmen der Praxisphase Materialien zu *teach the truth* entwickelt, die online frei zugänglich sind; siehe <https://www.geogebra.org/m/qvc2jkud> [Abruf am 27.10.2023]. Die Website bietet Materialien zu verschiedenen Kontexten und Klassenstufen zu Aspekten des Klima- und Umweltschutzes (vgl. Michel Heße et al. o. J.). Eine Bewertung der Qualität dieser kann hier nicht erfolgen.

Im Heft wird der Beitrag des Mathematikunterrichts zur Aufklärung in Fragen des öffentlichen Lebens und damit die Befähigung der Lernenden zur aktiven gesellschaftlichen Teilhabe thematisiert. Themen des täglichen Lebens werden aufgegriffen, um zu begründeten Handlungsentscheidungen zu gelangen. Im Heft sind dies beispielsweise auch BNE-bezogene Themen wie die Wasserverschwendung, der Bau eines Hochbeets als Zugang zu ökologischen Themen, der Energieverbrauch eines Kühlschranks oder eine Beratung im Hinblick auf das Bilden von Fahrgemeinschaften.

- *Volk, D. (Hrsg.) (1996): Umwelt. mathematik lehren, H. 76.*

Im Fokus des Heftes steht die Sensibilisierung für Umweltprobleme und das Entwerfen von Alternativen mit Hilfe der Mathematik. Die Beiträge behandeln Umweltaspekte im Zusammenhang mit Themen wie etwa Konsum, Artenschutz, Waldsterben, Hochwasser, Klima und Energie.

- *Herget, M. (Hrsg.) (2003): Zukunft berechnen – Zukunft gestalten. mathematik lehren, H. 120.*

Das Heft fordert, die Komplexität der zukunftsrelevanten Themen im Unterricht anzusprechen. Die Beiträge beinhalten etwa Themen wie Kriegsfolgen für die Umwelt, Müll und Konsum, Energiefragen, Aspekte zu CO₂ und dem Klima, Papierrecycling oder Bevölkerungsstrukturen.

- *Milev, D. (2013): Wasser ohne Grenzen? Üben im Kontext. Mathe-Welt in mathematik lehren, H. 177.*

Diese *Mathe-Welt* ist rund um die Ressource Wasser organisiert: Wasserverbrauch, in Lebensmitteln oder anderen Konsumgütern enthaltenes virtuelles Wasser oder Wasserknappheit sind beispielhafte Kontexte zum Üben und Sachlernen.

- *Herget, W. & Maaß, J. (Hrsg.) (2016): Nutzt Mathematik!?! mathematik lehren, H. 194.*

Das Heft betrachtet realitätsnahe Kontexte, in denen sich die mathematische Modellierung als nützlich erweist. Beiträge betreffen auch Aspekte nachhaltiger Entwicklung, etwa zu Themen wie Ungleichheiten, Ernährung und Umwelt oder Ressourcen und Energie.

- *Böer, H., Warmeling, A. & Maitzen, C. (Hrsg.) (2019): Zum Handeln befähigen. mathematik lehren, H. 212.*

Das Heft stellt zu erwartende relevante Lebens- und Handlungssituationen, in denen Mathematik angewendet werden kann und sich als hilfreich erweist, ins Zentrum. Beispielhafte Kontexte im Heft betreffen Fragen der Geschlechtergleichheit und Gerechtigkeit, des Trinkwasser- oder auch des Ressourcenverbrauchs.

- Warmeling, A. (2019): *Agenda 2030. Nachhaltige globale Entwicklung. Mathe-Welt in mathematik lehren*, H. 212.

Diese *Mathe-Welt* thematisiert die Nachhaltigkeitsziele und zeigt diesbezüglich Entwicklungen, etwa zur Weltbevölkerung, der Ernährung, den Rohstoffen und der Armut auf.

- Von der Bank, M.-C. & Wilhelm, K. (Hrsg.) (2021): *Mathe – heute für morgen. mathematik lehren*, H. 227.

Im Heft steht die achtsame Unterrichtskultur im Mittelpunkt, die den Lernenden ermöglichen kann, Mathematik als Sprache zur Bewältigung der Herausforderungen morgen zu sehen. Als typischer Kontext, der heute und morgen reflektierte Entscheidungen und Handlungen erfordert, wird auch der der Nachhaltigkeit thematisiert. So beinhalten Beiträge Fragen aus dem Bereich Umwelt, der Klimakrise und Aspekte des Mode-Konsums.

- Pohlkamp, S. & Heitzer, J. (Hrsg.) (2022): *Gleichheit, Gerechtigkeit, Fairness. mathematik lehren*, H. 230.

Das Heft thematisiert den Beitrag und die Grenzen der Mathematik in gesellschaftsrelevanten Fragen der Gerechtigkeit. Die Beiträge behandeln etwa Gerechtigkeit im Zusammenhang mit Gesundheitsaspekten oder Algorithmen, die zu ungerechten Entscheidungen führen und Ungleichheiten dadurch weiter ausbauen können.

- Salle, A. & Frohn, D. (Hrsg.) (2022): *Mathematik in Krisensituationen. mathematik lehren*, H. 234.

Im Heft steht die Rolle der Mathematik zur Beschreibung, Prognostizierung und Konstitution von Krisen sowie zum Umgang mit Krisen und deren Bewältigung im Vordergrund. Der Klimawandel und die Corona-Pandemie bieten im Heft zwei Anlässe, um diese Rollen zu erfahren.

- Pargent, A. & Ulm, V. (2023): *Nachhaltig für die Umwelt. Mathe-Welt in mathematik lehren*, H. 237.

Diese *Mathe-Welt* sensibilisiert anhand von unterschiedlichen Sachkontexten für nachhaltiges Umwelthandeln. Insbesondere steht der Aspekt des Kohlenstoffdioxids im Vordergrund, etwa in Kontexten wie dem Flugverkehr oder dem Lebensmittelkonsum. Auch die soziale Nachhaltigkeitsdimension wird am Beispiel des Einkommens eines Kakaobauers thematisiert.

Auch die Rubrik *Die etwas andere Aufgabe* von W. HERGET & LAMBERT in der Zeitschrift *mathematik lehren* beinhaltet Anregungen zur Integration von BNE schon im Kleinen in den Unterricht, etwa folgende:

- Herget, W. & Lambert, A. (2018): Erwünschte Schwierigkeit, unerwünschter Müll. In: *mathematik lehren*, H. 211, S. 48-49. → „Rocco und der Müll“

- Herget, W. & Lambert, A. (2019): Schön und jung, so kommt das Eckige in das Runde. In: *mathematik lehren*, H. 212, S. 48-49. → „Zu viel LebensMÜLLtel“
- Herget, W. & Lambert, A. (2019): Unnützlich, Nepp und die Plastiktütenmüllfläche. In: *mathematik lehren*, H. 213, S. 48-49. → „Plastiktütenmüll“
- Herget, W. & Lambert, A. (2019): Notebooks gibt's meterweise und 73 ist die neue 42. In: *mathematik lehren*, H. 215, S. 48-49. → „Toastbrotsünde“
- Herget, W. & Lambert, A. (2019): Umkehren, reduzieren – nicht nur beim CO₂. In: *mathematik lehren*, H. 216, S. 48-49. → „CO₂ – konkrete Zahlen“ (CO₂-Ausstoß einer Autofahrt)
- Herget, W. & Lambert, A. (2019): Volle 25 Jahre – „Die etwas andere Aufgabe“. In: *mathematik lehren*, H. 217, S. 48-49. → „Weihnachten ...“ (Energieverbrauch von Lichterketten)
- Herget, W. & Lambert, A. (2020): Würfel drehen, Krümmung sehen und Kekse mit Bon. In: *mathematik lehren*, H. 218, S. 48-49. → „Kassenbon – ist das gut?“ (Kassenbonpflicht in Bäckereien)
- Herget, W. & Lambert, A. (2022): Pie-spielsweise Dreiecke würfeln. In: *mathematik lehren*, H. 230, S. 48-49. → „Lebensmittelmüll“
- Herget, W. & Lambert, A. (2022): Umstritten untief und nebenbei nachhaltig Quader quadrieren. In: *mathematik lehren*, H. 232, S. 48-49. → „Nachhaltig vergleichen“ (tragfähige Größenvorstellungen als Grundlage des Vergleichens)
- Herget, W. & Lambert, A. (2022): Gefährliches und gutes Wasser, Kopfgeometrie und Zahlenspie(ge)l. In: *mathematik lehren*, H. 234, S. 48-49. → „Leitungswasser?“ (Kohlenstoffdioxid im Mineralwasser)
- Herget, W. & Lambert, A. (2022): Mathe zum Frühstück, filigrane Mülltürme fragend überraschen. In: *mathematik lehren*, H. 235, S. 48-49. → „Eiffelturm-Mathe“ (Plastikmüll und drastisches Stützpunktwissen)
- Herget, W. & Lambert, A. (2023): Termüberfluss, Handymüll und alte Zeiten. In: *mathematik lehren*, H. 236, S. 48-49. → „Letztlich doch noch zu viel“ (Abfall bei der Smartphone-Produktion)

Weiterhin finden sich in der Zeitschrift *Mathematik 5-10* Anhaltspunkte für Lehrpersonen, um BNE in den Mathematikunterricht zu integrieren, beispielsweise:

- *Jannack, W. & Koepsell, A. (Moderatoren) (2012): Hoch hinaus! Wachstum und Veränderung. Mathematik 5-10, H. 18.*

Das Heft thematisiert das Erfassen, Wahrnehmen und Beschreiben von Wachstumsprozessen. Dies spielt auch in BNE-Kontexten eine Rolle. So greift ein Beitrag etwa die Beschreibung und Prognostizierung des weltweiten Bevölkerungswachstums sowie damit verbundener Folgen wie dem wachsenden Rohstoffbedarf auf (vgl. Regina Puscher 2012).

- *Tönnies, D. & Warmeling, A. (Moderatoren) (2016): Realität und Modell. Den Modellierungskreislauf verstehen. Mathematik 5-10, H. 37.*

Mathematisches Modellieren an der Schnittstelle von Mathematik und Welt spielt im Hinblick auf die Nachhaltigkeitsthematik im Mathematikunterricht eine wichtige Rolle. Ein Beitrag im Heft thematisiert die Millenniumsziele, insbesondere die Themen Armut, Hunger, Kinder- und Müttersterblichkeit, um mit Hilfe von Trendgeraden globale Entwicklungen in diesen Bereichen zu beschreiben (vgl. Warmeling 2016b).

- *Hesse, D. & Wassong, T. (Modertoren) (2018): Was sagt mir das? Statistik(en) besser verstehen. Mathematik 5-10, H. 43.*

Im Heft steht der verständige Umgang mit Statistiken im Vordergrund. Beiträge greifen hierzu auch nachhaltigkeitsrelevante Kontexte auf, beispielsweise zu Gesundheit und Ernährung, Müll oder dem Klima.

- *Maitzen, C. & Warmeling, A. (Moderatoren) (2021): Auch du bist gefragt. Klimawandel und Mathematikunterricht. Mathematik 5-10, H. 54.*

Im Heft wird der Beitrag der Mathematik zum Verstehen von Klimaveränderungen und deren Folgen sowie zum Begründen von Verhaltensänderungen beleuchtet. Zahlreiche klimarelevante Aspekte werden durch die Beiträge aufgegriffen, etwa der Wasserverbrauch, die Verkehrsmittelwahl, die Ernährung und Bekleidung, die Gletscherschmelze oder der Meeresspiegelanstieg.

- *Göckel, D. & Tönnies, D. (Moderatoren) (2021): Fächerübergreifendes – Mathe auch in anderen Fächern. Mathematik 5-10, H. 56.*

BNE kann Ausgangspunkt für fächerübergreifendes Lernen sein. Beispiele im Heft betreffen die Themen Wald und Klima sowie Konsum und Ernährung.

Die Zeitschrift *Der Mathematikunterricht* bietet ebenso passende Themenhefte:

- *Krüger, K. (Hrsg.) (2012a): Daten, die uns etwas angehen. Der Mathematikunterricht, Jg. 58, H. 4.*

Beispielsweise greift KATJA KRÜGER (2012b) in dem Heft die Thematik der Arbeitslosigkeit auf, welche sich insbesondere der sozialen Dimension von Nachhaltigkeit zuordnen lässt. Sie thematisiert die statistische Erfassung der Arbeitslosenzahlen und damit verbundene Grenzen der Mathematisierung.

- *Lengnink, K., Meyerhöfer, W. & Vohns, A. (Hrsg.) (2013): Mathematische Bildung als staatsbürgerliche Erziehung? Der Mathematikunterricht, Jg. 59, H. 4.*

Beispielsweise erläutert ANDREAS VOHNS (2013) die Beschäftigung mit dem gesellschaftlich komplexen Phänomen der relativen Armutsgefährdung, die zwar durch einen recht einfachen Prozentsatz beschrieben wird, dahinter können aber vielfältige Modellierungsaktivitäten mit vielen Entscheidungen und Ausblendungen erkennbar werden.

Die *MUED* ist mit ihren Arbeitsblättern des Monats eine weitere Fundgrube für Aufgabenumgebungen zum Sachkontext Nachhaltigkeit:

- *MUED (Hrsg.) (2008): Katastrophales Klima. Ab. 01* (→ Naturkatastrophen)
- *MUED (Hrsg.) (2017): Papierverbrauch. Ab. 12.* (→ Papier, Konsum, Umwelt)
- *MUED (Hrsg.) (2019): Ende der Lebensmittelverschwendung. Ab. 4.* (→ Lebensmittel, Müll, Konsum)
- *MUED (Hrsg.) (2019): Coffee to go (Müll). Ab. 8.* (→ Konsum, Umwelt, Müll)
- *MUED (Hrsg.) (2020): Wie viel Acker steckt in meinem Essen. Ab. 8.* (→ Ernährung, landwirtschaftliche Produktion, Klimakrise)

Kontexte, die unter das Konzept BNE fallen, blicken in der *MUED* auf eine längere Tradition zurück. So finden sich nicht nur in den aktuelleren Veröffentlichungen Beispiele, sondern auch schon in den 1990er Jahren in den von der *MUED* veröffentlichten Schriftenreihen (diese gehen oft schon auf entsprechende Materialien aus den 1980er Jahren zurück, teilweise sogar aus den 1970ern) – etwa folgende:

- Böer, H. (Hrsg.) (1990): *Das Projekt Wasser. Eine Unterrichtsreihe zur Umwelt-erziehung im Mathematikunterricht der Sek. I.* *MUED-Schriftenreihe.* Mülheim a. d. Ruhr.
- Herget, W. (Hrsg.) (1992): *Mathematik und Verkehr.* *MUED-Schriftenreihe* Unterrichtsprojekte. Appelhüsen.
- Böer, H. (Hrsg.) (1995): *Papierrecycling und Recyclingpapier. Blatt für Blatt Umweltschutz.* *MUED-Schriftenreihe* Unterrichtsprojekte. Appelhüsen.
- Jannack, W. (Hrsg.) (2001): *Agenda 21. Heft 1 & 2.* *MUED-Schriftenreihe.* Appelhüsen.
- Warmeling, A. (Hrsg.) (2007): *Klimaschutz. Ein wichtiges Thema (auch) im Mathematikunterricht.* *MUED-Schriftenreihe.* Nottuln.
- Eckelt, I. & Böer, H. (Hrsg.) (2007): *Platz für Tiere. Flächenausstellung. MUED-Schriftenreihe Unterrichtsprojekte, Handlungsorientierter Mathematikunterricht.* Appelhüsen.

Nicht zuletzt enthalten auch die *ISTRON-Materialien für einen realitätsorientierten Mathematikunterricht* praxisbezogene Beiträge, die sich dem BNE-Konzept zuordnen lassen, beispielsweise:

- Volk, D. (1994): Ökologische Sensibilisierung und Aktivierung im Mathematikunterricht. Bereiche, Ideen, Möglichkeiten. In: Blum, W., Henn, W., Klika, M. & Maaß, J. (Hrsg.): *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, Bd. 1, S. 108-122.

- Böer, H. (2001): Papierrecycling und Recyclingpapier. In: Abel, H., Klika, M. & Sylvester, T. (Hrsg.): *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, Bd. 7, S. 8-16.
- Petzschler, I. (2007): Mathematik im Alltag: Energiesparen – ein Projekt für die Sekundarstufe I. In: Herget, W., Schwehr, S. & Sommer, R. (Hrsg.): *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, Bd. 10, S. 107-112.
- Volk, D. (2007): CO₂-Zeiger in der Fahrgastzelle – Ein Armaturenbrett mit Klimafaktor. In: Greefrath, G. & Maaß, J. (Hrsg.): *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, Bd. 11, S. 80-102.
- Eisen, V. (2007): Verändert sich unser Klima? Auf dem Weg zum Funktionsbegriff in projektartiger Gruppenarbeit. In: Greefrath, G. & Maaß, J. (Hrsg.): *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, Bd. 11, S. 18-28.
- Brinkmann, A. (2008): Biomasse – mit Mathematik warm durch die Zukunft. In: Eichler, A. & Förster, F. (Hrsg.): *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, Bd. 12, S. 55-62.
- Körner, H. (2008): Verteilung von Einkommen – Ginikoeffizient und Lorenzkurve. In: Eichler, A. & Förster, F. (Hrsg.): *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, Bd. 12, S. 87-94.
- Maaß, J. (2009): Wie werden wir satt? In: Brinkmann, A. & Oldenburg, R. (Hrsg.): *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, Bd. 14, S. 21-30.
- Böer, H. (2019): Insektenschwund. In: Grafenhofer, I. & Maaß, J. (Hrsg.): *Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, Bd. 6, S. 47-49.
- Hattebuhr, M. (2022): Gibt es den Klimawandel wirklich? – Statistische Analyse von realen Temperaturdaten. In: Frank, M. & Roeckerath, C. (Hrsg.): *Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, Bd. 9, S. 71-101.

Neben den genannten mathematikdidaktischen Beiträgen belegen nicht zuletzt auch Projekte wie beispielsweise PiCaM (Project in Citizenship and Mathematics) oder Kli.Math, dass Mathematikunterricht einen Beitrag zu BNE leistet: Das Projekt *PiCaM* erstrebt die Förderung eines kritisch-globalen Denkens im Rahmen von Mathematik durch die Integration von Themen des Globalen Lernens. Dazu werden Unterrichtsvorschläge erarbeitet, die insbesondere 10- bis 12-Jährige adressieren (vgl. Mathematikum Gießen e. V.). Das Projekt *Kli.Math*, geleitet von CHRISTIAN BÜSCHER, beschäftigt sich mit der mathematischen Reflexion von Argumenten zum Klimawandel (vgl. Büscher 2023). Auch die kostenlose und frei verfügbare Lernumgebung *Modellieren mit Mathe* (MMM) des BLIKK (Bildungsserver Südtirol), derzeit von WARMELING und HANS KRATZ betreut, zielt auf die Bearbeitung von realen Problemstellungen zu den globalen Entwicklungszielen ab. Sie

bietet, aufgeteilt in zehn Themenbereiche (etwa Gesellschaft & Politik, Wirtschaft & Finanzen, Gesundheit & Medizin, Mobilität & Verkehr, Ökologie & Landwirtschaft), 34 reale Problemstellungen, in denen Schüler Fragestellungen mit Hilfe der Mathematik selbstorganisiert bearbeiten können (vgl. PIdS 2019, 2021).

Resümierend lässt sich festhalten, dass in den zitierten Quellen zahlreiche Anwendungen von Mathematik in unterschiedlichen Dimensionen nachhaltiger Entwicklung aufgegriffen werden. Auffällig ist diesbezüglich, dass sich auf die Begrifflichkeit BNE bzw. Nachhaltigkeit nur selten in den Titeln explizit bezogen wird. Im Gegensatz zur Umweltbildung in den 1970er Jahren werden auch Kontexte jenseits der ökologischen Dimension thematisiert, in denen Mathematik helfen kann, Zusammenhänge zu verstehen: Energie, Konsum, Ernährung, Klima, Bevölkerungswachstum, Gesundheit, Ressourcenumgang, Gerechtigkeit. Die Zusammenstellung verdeutlicht damit, dass verschiedene nachhaltigkeitsbezogene Anwendungskontexte mathematisch in der Schule thematisiert werden können. Die Intention, nachhaltige Entwicklung in der Schule mit Hilfe der Mathematik zu diskutieren, erscheint damit gegeben. Offen bleibt, was hiervon tatsächlich in der Schule ankommt und inwiefern in den Artikeln bzw. bei der unterrichtlichen Umsetzung die Ganzheitlichkeit des BNE-Konzepts sowie damit zusammenhängend auch pädagogische Aspekte im Hinblick auf BNE als neuem Bildungsverständnis – wie z. B. kritisches Hinterfragen, Perspektivwechsel, Diskursivität – beachtet werden. Diesem Aspekt einer der Idee förderlichen Unterrichtskultur widmet sich in der vorliegenden Arbeit insbesondere Kapitel 4, während im vorliegenden Abschnitt vor allem BNE als Lerninhalt im Vordergrund steht.

1.3.2 Eine curriculare Bestandsaufnahme der BNE in der Sekundarstufe I

Der vorangegangene Abschnitt verweist darauf, dass Mathematikunterricht einen Beitrag zu BNE leisten kann. Doch wie sehen die curricularen gesetzlichen Vorgaben in diesem Bereich aus? Welche *Aufgabe* im Sinne einer normativen Zielsetzung wird der Schule, im Speziellen dem Mathematikunterricht, hierzu durch die Bildungspläne zugewiesen?

Parallel zu der vorliegenden Arbeit habe ich eine detailliertere Analyse der curricularen Situation erstellt, die vorab in (Katharina Wilhelm 2023) publiziert wurde. Zentrale Ergebnisse werden hier grob zusammengefasst und paraphrasierend wiedergegeben, um ein vollständiges Bild bezüglich der eingangs aufgeworfenen Frage nach der aktuellen Verbindung von BNE und Mathematikunterricht gewähren zu können.

Die bundeslandübergreifenden Bildungsstandards für das Fach Mathematik sowohl für den Mittleren Schulabschluss (vgl. KMK 2004) als auch für die Allgemeine Hochschulreife (vgl. KMK 2012) weisen keine direkten Bezüge zu BNE auf.

Laut Nationalem Aktionsplan BNE aus dem Jahr 2017 ist es allerdings Aufgabe der KMK, zu prüfen, „wie sie die Verankerung von BNE in ihren künftigen Beschlüssen und Empfehlungen berücksichtigen kann“ (NFBNE 2017, S. 31). Dennoch bleibt die BNE-Thematik in der überarbeiteten und 2022 erschienenen Fassung der Bildungsstandards für den Ersten und Mittleren Schulabschluss weiter unberücksichtigt (vgl. KMK 2022).

Die Analyse der gymnasialen Mathematiklehrpläne für die Sekundarstufe I ergibt, dass fünf der 16 deutschen Bundesländer Verweise auf BNE in ihren Fachlehrplänen, und zwar in den *Inhalten*, vornehmen:

- Baden-Württemberg
- Bayern
- Mecklenburg-Vorpommern
- Rheinland-Pfalz
- Sachsen

In den anderen Bundesländern finden sich in den Lehrplänen (zumindest bisher – Stand Mai 2022) keine BNE-Bezüge bzw. nur wenig konkret in den Vorworten.

Die in den fünf Bundesländern vorhandenen BNE-Bezüge sind (unterschiedlich stark vertreten) in allen inhaltsbezogenen Leitideen vorzufinden. Das Konkretisierungsniveau variiert: Während die Hinweise im rheinland-pfälzischen sowie sächsischen Lehrplan auf einer inhaltlich konkreteren Ebene formuliert sind – es werden dort thematische Beispiele oder Projektvorschläge genannt (siehe Abb. 8) –, sind jene in Baden-Württemberg, Bayern und Mecklenburg-Vorpommern von allgemeinerer Art (siehe Abb. 9 & Abb. 10). Dies könnte auch mit einer unterschiedlich stark verfolgten Output-Orientierung der Bildungspläne zusammenhängen. Rheinland-Pfalz ergänzt den Rahmenlehrplan sogar durch Handreichungen, die auf dem Bildungsserver frei zugänglich sind und (weitere) Bezüge zu BNE – teils sogar konkrete Fragestellungen als Anregungen für die Lehrkräfte – vorschlagen (vgl. PZRP 2007a, 2007b, 2007c).

Kompetenzen	Inhalte	Hinweise und Vernetzung
K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen	Mit Größen in Sachsituationen rechnen • angemessen runden	∩L1: Natürliche Zahlen, Bruchzahlen → Transportwege der Nahrungsmittel, z.B. „Wie viele Kilometer esse ich zum Frühstück?“ (Bildung für nachhaltige Entwicklung)
K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden		Größeneinheiten hinsichtlich der jeweiligen Situation angemessen auswählen
K3: Ergebnisse entsprechend der Situation interpretieren und prüfen		Plausibilität des Ergebnisses prüfen

Abb. 8: Beispiel für BNE im Rahmenlehrplan Rheinland-Pfalz Orientierungsstufe – Rechnen mit Größen und Umgang mit Sachaufgaben (MBWJKRP 2007, S. 29; Hervorhebung K. W.)

(6) Statistische Aussagen mithilfe der Kenngrößen von Daten formulieren	
(7) Daten aus ihrer Erfahrungswelt auch bei unterschiedlichen Darstellungsformen auswerten, vergleichen und deuten	
(8) Statistische Darstellungen hinsichtlich ihrer Eignung und hinsichtlich möglicher Irreführung beurteilen	
P 2.5	Kommunizieren 3, 6, 7, 8
I 3.1.4	Leitidee Funktionaler Zusammenhang (4)
L BNE	Teilhabe, Mitwirkung, Mitbestimmung
L MB	Mediengesellschaft
L VB	Medien als Einflussfaktoren

Abb. 9: Beispiel für BNE im Bildungsplan Baden-Württemberg Klassenstufe 5/6 – Daten erfassen, darstellen und auswerten (MKJSBW 2016, S. 22; Hervorhebung K. W.)

Verbindliche Inhalte	Hinweise
Zuordnungen <ul style="list-style-type: none"> • Zuordnungsbegriff • Darstellungsformen [MD3] 	Es ist zwischen verschiedenen Darstellungsformen zu wechseln.
Proportionale und umgekehrt proportionale Zuordnungen <ul style="list-style-type: none"> • Eigenschaften <ul style="list-style-type: none"> – Proportionalitätsfaktor – Produkt- bzw. Quotientengleichheit – Ursprungsgerade, Hyperbel • Dreisatz 	Neben diesen Zuordnungen sollten auch nicht proportionale Zuordnungen erkannt werden.
	Es sind vielfältige inner- und außermathematische Sachverhalte unter Berücksichtigung der Erfahrungswelt der Schüler zu betrachten. [BNE] [BO]

Abb. 10: Beispiel für BNE im Rahmenlehrplan Mecklenburg-Vorpommern Klassenstufe 7 – Zuordnungen (MBWKMV 2019, S. 16; Hervorhebung K. W.)

Dem Mathematikunterricht wird also durch die Curricula bislang zumindest teilweise die Aufgabe zugeschrieben, einen Beitrag zu BNE zu leisten. Es scheint hier allerdings noch genügend Weiterentwicklungspotential für die künftigen Lehrplanrevisionen zu geben, auch dort, wo das Leitbild bereits Berücksichtigung findet – etwa im Hinblick auf konkrete Maßnahmen, Inhalte oder BNE-bezogene Kompetenzen. Perspektivisch gesehen komme den Curricula eine „Schlüsselrolle“ bei der Implementierung von BNE in den Schulen zu, so BAGOLY-SIMÓ und HEMMER (2017):

Die Lehrpläne spielen eine Schlüsselrolle als Gunstfaktoren bei der Implementierung in den Sekundarschulen. Gelingt es, BNE hier quantitativ und qualitativ in gewünschter Weise zu verankern, dann ist ganz Entscheidendes erreicht, weil die Lehrpläne über die Lehrkräfte und Schulbücher bedeutsam auf den Unterricht einwirken.

(Bagoly-Simó & Hemmer 2017, S. 20)

„Ein niedriges Konkretisierungsniveau wie beispielsweise in Baden-Württemberg kann etwa mit der Schwierigkeit für Lehrkräfte zur Umsetzung der Ziele im Unterricht einhergehen – und entspricht eigentlich nicht der genannten Forderung der Deutschen UNESCO-Kommission. Fortbildungsangebote müssten hier in den betreffenden Bundesländern eine angemessene Unterstützung zur Umsetzung

bieten – Schulbücher müssten dies zeitnah für die alltägliche Praxis flankieren. Die Frage muss erlaubt sein, ob technokratische Hinweise wie etwa in Mecklenburg-Vorpommern zu einer unterrichtlichen Berücksichtigung von BNE führen oder faktisch eher eine Alibifunktion erfüllen. Im Fachlehrplan Bayerns erscheint das Thema durch den Zusatz „z. B.“ vor allem optional, und folglich insbesondere durch die fachliche Perspektive: als ein außermathematischer Sachverhalt, an dem mathematische Fähigkeiten erworben oder geübt werden können. BNE steht dabei wenig im Vordergrund. Dies steht der Ankündigung des Beitrags des Faches Mathematik zur BNE im Fachprofil entgegen, wo auf die Rolle der Mathematik verwiesen wird, die helfen kann, nachhaltigkeitsbezogene Aspekte in einer spezifischen Art wahrzunehmen, kritisch zu hinterfragen, besser zu verstehen u. v. m. Dieses Ziel findet sich sodann im Lehrplan aber nicht alltagstauglich konkret wieder.

Der Weg der Integration von BNE über den Lehrplan allein, der für gewöhnlich etwas allgemeiner formuliert ist, ist jedenfalls nicht ausreichend. Zur Erreichung einer sinnstiftenden Integration von BNE in den Mathematikunterricht und zur fruchtbaren Verbindung von fachlichem und sachlichem Lernen kann der in Rheinland-Pfalz eingeschlagene Weg als zielführend angesehen werden: Handreichungen formulieren beispielhaft Hinweise, Projekte oder Fragestellungen zur Umsetzung des Bildungsanliegens BNE und nehmen so eine erste Hürde auf dem Weg in den real existierenden Unterricht. Generell sollten diese auf einer unterrichtspraktischen Ebene gestaltet sein, sie sollten Metawissen für die unterrichtenden Lehrkräfte zu den wechselseitigen Potentialen von BNE und Mathematik sowie erläuternde Hinweise zur unterrichtlichen Gestaltung anhand ausgearbeiteter Aufgaben oder Projekte enthalten. Die Betrachtung der Sache durch die Brille der Mathematik muss dabei klar(er) hervortreten – wo und wie kann uns die Mathematik hier helfen, einen Aspekt aus dem Bereich Nachhaltigkeit besser zu verstehen? Aber auch, welche Aspekte erfasst sie dabei nicht? So würde einerseits dem Eindruck, BNE sei etwas *rein* Zusätzliches im Mathematikunterricht, entgegengewirkt, und andererseits dem, Mathematik könne hier alleine Probleme lösen.

Strukturell sinnvoll wäre eine substantielle fachspezifische Konkretisierung der überfachlichen Aufgabe BNE im jeweiligen Fachlehrplan, beispielsweise prominent in der Präambel. Dabei müssen Antworten auf die Frage „Welchen spezifischen Beitrag kann das Fach zur jeweiligen Leitperspektive, hier BNE, leisten?“ viel konkreter als bisher ausfallen – auf Basis fachdidaktischer Theoriebildung und Fundierung. In Bezug auf den Mathematikunterricht kann hier beispielsweise auf den Umgang mit Ungewissheit, Ungenauigkeiten und die Entwicklung von Größenvorstellungen eingegangen werden (vgl. Wilhelm, 2020, 2023; Wilhelm & Andelfinger, 2021) [siehe Kapitel 5, K. W]. Daneben sollten hier auch Im-

pplikationen von BNE für die Unterrichtskultur im Mathematikunterricht aufgegriffen werden, um zu verdeutlichen, dass BNE nicht *nur* ein neuer Lerninhalt ist (vgl. DUK, 2014, 12) [siehe Unterkapitel 1.2 und Kapitel 4, K. W.] [...]. Aufbauend auf solchen Erörterungen – etwa im Vorwort – können dann die Fachlehrpläne an entsprechenden Stellen auf das Thema verweisen, und die Kennzeichnung durch ein Symbol – wie in Baden-Württemberg – kann hier Übersichtlichkeit schaffen, auch über die Fächer hinweg. Beispielhafte Kontexte und Verweise auf die Kompetenzbereiche einer BNE (vgl. Reiss, Ufer, Ulm & Wienholtz, 2016, 303 ff.) [siehe Unterabschnitt 1.1.2.2, K. W.] könnten die Hinweise ergänzen“ (Wilhelm 2023, S. 454 f.). Nicht zuletzt auch aufgrund persönlicher Erfahrungen – GRIESEL (1971, S. 73 ff.) nennt die statistisch nicht abgesicherte Unterrichtserfahrung als eins von zehn Forschungsgebieten der Mathematikdidaktik (siehe Abschnitt 0.3.2) – erscheint es sinnvoll, Schwerpunkte zur Integration von BNE im jeweiligen Fach zu setzen und notwendige Abstimmungen zwischen den Fächern zu treffen, um einer möglichen Überfrachtung der Lernenden mit BNE als Lerninhalt entgegenzuwirken (siehe auch KLAFKIS Warnung vor der Fixierung auf Schlüsselprobleme in Abschnitt 2.1.1).

1.4 Zwischenfazit zur deskriptiven Bestandsaufnahme

Die Bestandsaufnahme der Veröffentlichungen zeigt, dass Mathematikunterricht prinzipiell einen Beitrag zu BNE leisten kann (siehe Abschnitt 1.3.1). Die Beschäftigung mit *Kontexten* der Nachhaltigkeitsthematik im Rahmen von Mathematikunterricht ist dabei nicht gänzlich neu, da das BNE-Konzept viele, zum Teil schon länger etablierte Aspekte wie z. B. die Umwelterziehung (vgl. z. B. auch Dieter Volk 1987), Gesundheits- oder Gerechtigkeitsfragen bündelt. Mögliche Beiträge des Mathematikunterrichts zur BNE werden durch die Curricula aber bisher nur teilweise und in geringem Umfang explizit inhaltlich konkretisiert (siehe Abschnitt 1.3.2).

Die Analyse der Forschungsarbeiten deckt einige Bereiche auf, in denen weitere Forschung nötig erscheint: Sie zeigt, dass vor allem umfassendere und substantiell-konkrete mathematikdidaktische Überlegungen zum Wechselverhältnis von BNE und Mathematikunterricht fehlen, z. B. zu wechselseitigen Potentialen oder zu Folgen, die sich aus dem BNE-Konzept neben dem Lerninhalt für die Unterrichtskultur im Mathematikunterricht ergeben. Anregungen zur Umsetzung letzterer Perspektive lieferte aus Sicht der BNE bereits Unterkapitel 1.2.

Aus den beschriebenen Beiträgen lassen sich jedoch einzelne Ansatzpunkte extrahieren, die die wechselseitigen Potentiale von BNE und Mathematikunterricht betreffen und die im Rahmen der Arbeit fruchtbar aufgegriffen bzw. ausgearbeitet

werden können. Sie führen damit in einem ersten Schritt zu den bereits in Unterkapitel 0.2 genannten Thesen, die das Wechselverhältnis von BNE und Mathematik/Mathematikunterricht betreffen:

Aus didaktischer Sicht thematisiert STOLTENBERG das Wechselverhältnis von BNE und MINT-Fächern. Einige ihrer Schlussfolgerungen scheinen geeignet, um sie im Folgenden für den Mathematikunterricht auf hinreichend konkreter Ebene nutzbar zu machen⁴⁷: BNE liefert Anwendungskontexte zur fachlichen Auseinandersetzung (1); die fachliche Auseinandersetzung hilft zum Verstehen von Zusammenhängen und Entwickeln von Alternativen (1); der Umgang mit Unsicherheiten und Nichtwissen ist für eine nachhaltige Entwicklung bedeutsam (3); Mathematik liefert Werkzeuge zur Bewertung von Entwicklungen, zum Entwerfen von Prognosen, alternativen Handlungsweisen und nicht zuletzt Innovationen (5); BNE-Kontexte zeigen, dass Mathematik zukunftstauglich ist (5); reale Problemstellungen aus dem Nachhaltigkeitskontext können die Erarbeitung fachlicher Inhalte motivieren und Interessen der Lernenden einbeziehen (6); BNE kann Reflexionen über das Fach und seinen Beitrag zu einer verantwortungsvollen Zukunftsgestaltung anregen (9) (vgl. Stoltenberg 2017, S. 294 ff.).

Die Veröffentlichung von UNESCO MGIEP beleuchtet durch das Herausarbeiten möglicher Beiträge der Mathematik zur BNE eine der beiden Denkrichtungen (vgl. D. Wagner et al. 2017). Auch diese Erläuterungen – ähnlich einiger bei STOLTENBERG – wirken stellenweise etwas vage: „Wenn wir Mathematik als menschliche Aktivität begreifen, können wir darüber nachdenken, wie sie Nachhaltige Entwicklung fördern oder auch untergraben kann“ (D. Wagner et al. 2017, S. 48). Mit dem Auffassen von Mathematik als menschliche Aktivität (1) kann konkreter betrachtet die Beachtung des subjektiven Charakters von Mathematik einhergehen, etwa subjektiver Entscheidungen beim Modellieren. Hierbei scheint es in Bezug auf Anwendungen zentral zu sein, dass Mathematik nur eine Entscheidungshilfe liefert und neben ihren Möglichkeiten also auch ihre Grenzen reflektiert werden sollten (4). In den Aspekten (1), (2) und (3) ist die Mathematik als Disziplin aufgehoben, die durch ihre Werkzeuge einen Umgang mit Daten, Prognosen usw. gestattet. In Punkt (5) klingt die Ebene der Unterrichtskultur an, indem auf die Diskursivität im Mathematikunterricht verwiesen wird, die einen Beitrag zu BNE-relevanten Grundhaltungen leistet.

HAIER et al. (2022, o. S.) sehen BNE insbesondere als neuen Kontext für anwendungsbezogenen Mathematikunterricht: „SD is thus considered a new context generator for mathematics education“. Sie legen den Fokus auf die Modellierung als

⁴⁷ andere scheinen dagegen doch recht optimistisch, etwa, dass aus der Bewunderung für die Regeln und Muster der Natur Ehrfurcht vor dieser erwachse und sich der Mensch als Teil des Ganzen damit an deren Erhaltung und an einer nachhaltigen Entwicklung beteilige (2) (vgl. Stoltenberg 2017, S. 295)

die Verbindung zwischen BNE und Mathematik und streben nach der Entwicklung von Kriterien für von den Autoren so genannte gesellschaftskritische Modellierungen: „Sociocritical modeling can be one possible way for implementing SD in mathematics lessons“ (ebd.). Dieser Aspekt tritt auch im *Orientierungsrahmen für den Lernbereich Globale Entwicklung* der KMK und des BMZ deutlich hervor, wo die Rolle der Mathematik zum verständigen Umgang mit BNE-bezogenen Daten und Modellen fokussiert wird (vgl. Reiss et al. 2016, S. 300 ff.). Die vorliegende Arbeit greift diesen Zusammenhang zwischen Modellieren und BNE auf, ergänzt die Verengung von BNE auf diese Sichtweise als neuen Kontext für Modellierungsaufgaben um weitere, auch *vice versa* gerichtete Potentiale.

In einem vorläufigen Resümee werden nun die genannten Fragmente bezüglich der wechselseitigen Potentiale strukturierend zusammengefasst. Hierbei wird deutlich, welche Blickrichtungen auf BNE im Mathematikunterricht bisher unterrepräsentiert sind. Ausgangspunkt ist die erste Denkrichtung, der Beitrag der BNE für die Mathematik bzw. den Mathematikunterricht:

- *BNE liefert Anwendungskontexte für mathematische Inhalte, in denen Möglichkeiten und Grenzen von Mathematik reflektiert werden können.*

Dies wurde mehrfach erwähnt (vgl. z. B. Haier et al. 2022; Reiss et al. 2016). In diesen Kontexten sollten Reflexionen stattfinden, was der Mathematik anvertraut werden kann und was nicht (vgl. W. Herget & J. Maaß 2016, S. 2).

- *BNE kann durch die den Nachhaltigkeitskontexten immanenten Unsicherheiten den Umgang mit Ungenauigkeiten im Mathematikunterricht beleben.*

Dieser Aspekt wurde bisher bezogen auf den Mathematikunterricht kaum berücksichtigt, lediglich STOLTENBERG verweist im Rahmen des MINT-Fächerkanons auf die Bedeutung der Thematik für eine nachhaltige Entwicklung (vgl. Stoltenberg 2017, S. 295). Unterabschnitt 1.1.2.2 konnte aber bereits die besondere Bedeutung des Umgangs mit Ungewissheit für eine BNE herausstellen (vgl. Asbrand 2014, S. 11 ff.; Ohl 2018, S. 137). Durch die Erweiterung der oft dominierenden „Präzisionsmathematik“ (Felix Klein 1928, S. 5) im Unterricht kann auch der Mathematikunterricht und das in ihm entstehende Bild von Mathematik profitieren (vgl. z. B. W. Herget 1999).

- *BNE liefert Impulse für eine veränderte Unterrichtskultur.*

Was Unterkapitel 1.2 aus Sicht einer BNE zeigen konnte, spiegelt sich in der auf das Fach Mathematik bezogenen Literatur nur wenig wider. Lediglich implizit findet sich dieser Aspekt an einigen Stellen: HEITZER fordert im Rahmen einer BNE neben der Beachtung des Was auch das Wie (vgl. Heitzer 2020, S. 410). D. WAGNER verweist auf die Rolle des diskursiven Charakters von Unterricht für eine nachhaltige Entwicklung (vgl. D. Wagner et

al. 2017, S. 53). Auch der Hinweis, die Mathematik als menschliche Aktivität aufzufassen, kann in dieser Richtung gedeutet werden (vgl. ebd.): Aufklärung kann sich auf die „Befreiung vom Gegenstand“ (Fischer 1984) beziehen, die dann zur verantwortungsvollen Verwendung von Mathematik auch in nachhaltigkeitsrelevanten Fragestellungen beitragen kann (siehe Abschnitt 4.3.2).

- *Nachhaltigkeitskontexte können zwischen Mathematik und Welt vermitteln.*
STOLTENBERG weist darauf hin, dass die Thematik Interessen aufgreifen und in den Unterricht einbeziehen könne, dass sie fachliche Inhalte motivieren könne, also eine Möglichkeit darstelle, die erlernte oder zu erlernende Mathematik als nützlich zu erfahren (vgl. Stoltenberg 2017, S. 296).

Aus den Überlegungen lässt sich auch die andere Denkrichtung, der Beitrag der Mathematik für die BNE, entwickeln:

- Mathematik liefert eine Sprache zur Kommunikation über globale Herausforderungen.
- Mathematik liefert Werkzeuge zum Umgang mit Daten, Prognosen, zum Verstehen von Zusammenhängen, zum Treffen von Entscheidungen u. v. m.
- Mathematik liefert Mittel, um in durch Ungenauigkeiten und Unsicherheiten geprägten Nachhaltigkeitskontexten sinnvoll zu arbeiten.

So kann die fachliche Auseinandersetzung mit BNE zu einem gesteigerten Problembewusstsein und zu reflektierter Urteilsbildung beitragen:

Integrating the environment into the discourse of the mathematics classroom signals the possibility of a more genuine mathematics education – one that is not so much about acquiring certain competencies but about noticing the world differently, seeing proportional reasoning in multiple contexts, making connections, and moving to ethical actions as a result of increased awareness.

(Renert 2011, S. 21)

Die genannten Argumente – kurz: die Mathematik als Kommunikationssprache, als Werkzeuglieferant zum Modellieren und zum Umgang mit Ungenauigkeit – sind offenkundig. Zu klären gilt allerdings im weiteren Verlauf der Arbeit, wie auf konkreter Ebene im Rahmen einer BNE dieser Umgang mit Ungenauigkeit realisiert werden kann, um aufklärerische Absichten zu erfüllen:

Der springende Punkt im Hinblick auf intendierte Aufklärung ist es, selbst ermittelte, erinnerte oder aus Statistiken entnommene Daten über elementares Näherungsrechnen, also mit den Mitteln des eigenen Verstandes, aufeinander zu beziehen und weiter zu verarbeiten, um Zusammenhänge in unserer Welt deutlicher zu erkennen.

(Winter 1990a, S. 137)

Die vorliegende Arbeit greift die einzelnen Aspekte und deren Wechselwirkungen auf, indem sie in Kapitel 2 zunächst zeigt, dass sich BNE auch aus Sicht der **Allgemeinbildung** des Mathematikunterrichts als sinnvoll und unverzichtbar erweist. In den Forschungen werden zwar einzelne Argumente genannt, die im Zusammenhang mit dem allgemeinbildenden Charakter des Mathematikunterrichts stehen, es fehlt aber noch eine systematische Untersuchung vor dem Hintergrund verschiedener Allgemeinbildungskonzepte.

Die in Unterkapitel 1.2 herausgearbeiteten Implikationen von BNE für eine der Idee angepassten Unterrichtskultur greift Kapitel 4 auf. Dieser Perspektive – dass BNE nicht nur eine Frage des Lerninhaltes, sondern auch der **Unterrichtskultur** ist – wurde in Bezug auf den Mathematikunterricht bisher in der Forschung kaum Beachtung geschenkt. Hiermit einher geht dann auch der Aspekt, dass Nachhaltigkeitskontexte Interessen aufgreifen können und die Verwendung von Mathematik als nützlich erfahren werden kann. Der Unterricht kann so also zwischen Mathematik und der Welt vermitteln.

Dem **inhaltlichen** Aspekt, also Überlegungen zu BNE-relevanten Anwendungskontexten und deren Integration in den Mathematikunterricht, insbesondere vor dem bisher im Hinblick auf BNE im Mathematikunterricht nur wenig diskutierten Aspekt des Umgangs mit Unsicherheiten und Ungenauigkeit, widmet sich Kapitel 5. Im Sinne normativ-konstruktiver Antworten auf das *Was*, *Warum* und *Wie* leistet die vorliegende Arbeit damit einen Beitrag zur Theoriebildung von BNE im Mathematikunterricht.

2 BNE als Beitrag zur Allgemeinbildung im Mathematikunterricht

Ausgehend von der Bestandsaufnahme in Kapitel 1 widmet sich Kapitel 2 der Frage nach der Legitimation von BNE im Mathematikunterricht. Entlang schon klassischer, aber immer noch aktueller Denkansätze und Theorien kann die Analyse zeigen, dass sich die Bildungsidee BNE bedeutsam für den Bildungsauftrag des Mathematikunterrichts herauschält und substantiell zu diesem beiträgt.

Wenn sich Unterricht allgemeinbildend versteht und – wie es VOLK beschreibt – zur Selbstbestimmung mit Rückbindung an das Wohlergehen anderer befähigen wolle (vgl. auch Klafki in Abschnitt 2.1.1), dann gehört BNE dazu:

Das Wort ‚Umwelterziehung‘ wurde schnell zum Modewort. Warum, und warum mit der Attitüde des ganz Neuen? Das Wissen um die Gefährdung und Zerstörung von ‚Natur und Umwelt‘ gehören selbstverständlich zur Allgemeinbildung. *Selbstbestimmung in sozialer Verantwortung* ist eine der Formeln, auf die wir uns geeinigt haben. Dass Selbstbestimmung sich an Umweltverträglichkeit binden muß, steckt in der Formel. ‚Umwelterziehung!‘ – das ist nichts Neues, das ist ein Ausrufezeichen mitten im Projekt Allgemeinbildung.

(Volk 1996, S. 6; Hervorhebung im Original)

Was VOLK für den Bereich der Umwelterziehung hier konstatiert, lässt sich gleichermaßen auf die weiteren Aspekte von BNE ausdehnen: Ist BNE also nicht ohnehin integraler Bestandteil von Allgemeinbildung und damit nichts Neues, sondern zeitweise darin untergegangen oder aktuell (wieder) stärker betont? Ist also nicht jede Allgemeinbildung auch eine BNE?

Bei einer ersten Annäherung an die Frage – ob BNE nicht sowieso Bestandteil jeder Allgemeinbildung ist – erscheint die Bildungsidee, die im BNE-Konzept steckt, der Allgemeinbildungsdiskussion aufgepfropft: Bei HEYMANN (1996, S. 47) beispielsweise ist die Erziehung zur Verantwortungsbereitschaft eine von sieben Teilaufgaben eines allgemeinbildenden Schulsystems. In diesem Sinne ist also jede so verstandene Bildung auch eine für nachhaltige Entwicklung, denn die Übernahme von Verantwortung ist zentrale Dimension des BNE-Konzepts (vgl. DUK 2014, S. 12). VON HENTIG (2002) fordert als Auftrag der Menschenbildung, der technischen Zivilisation gewachsen zu bleiben. Und hierzu gehört dann auch die Thematisierung von Fragen einer nachhaltigeren Entwicklung, denn dies hängt mit der technischen Zivilisation zusammen:

Unsere politischen Tagesthemen sind Gesundheit und Altersversorgung, öffentliche Sicherheit und rechtsradikale Gewalt, Entsorgung des Atommülls und Verkehrsinfarkt, Umweltverseuchung und Arbeitslosigkeit – und jedes

von ihnen hängt mit der »technischen Zivilisation« und ihrem heute stärksten Motor, der elektronischen Datenverarbeitung und -vermittlung zusammen.

(von Hentig 2002, S. 25)

„Aufklärung“ und „Einübung in vernünftiges Verhalten“ sind Teil seiner „Formel“, der technischen Zivilisation gewachsen zu bleiben:

»Aufklärung« meint die geduldige, anstrengende, konsequente Herstellung von Einsicht in die Grundverhältnisse: von Mensch und Natur, Mensch und Mensch, Mensch und von ihm gemachter Welt, Zweck und Mittel, Absicht und Folge, Quantität und Qualität, Wandel und Dauer, Wirklichkeit und Schein. »Einübung in vernünftiges Verhalten« meint die frühe und stetige Festigung von Gewohnheiten, die sich an der genannten Einsicht ausrichten und bewährt haben. Beides fasse ich in der Formel zusammen: »Der (technischen) Zivilisation gewachsen bleiben.«

(von Hentig 2002, S. 63)

FÜHRER betont allgemein im Mathematikunterricht die Einführung in strukturierende Sichtweisen, etwa reflektiertes und präzises Argumentieren, zur Entwicklung von Verantwortungsbewusstsein bei der Gestaltung von Gegenwart und Zukunft:

Da man den ‚kritischen Moment‘, in dem ein gesellschaftlicher Umbruch möglich wird, schlecht voraussehen kann, müssen die bekannten Strukturierungsmittel sorgfältig erinnert und nüchtern studiert werden. Dies muß, kann und soll helfen, sich abzeichnende Entwicklungen zu begreifen, um verantwortungsbewußt mitwirken zu können, um alternative Sichtweisen und notwendige Relativierungen zu respektieren, um Etikettenschwindel zu erkennen und um ggfs. rechtzeitig auf gefährliche Fehlentwicklungen aufmerksam zu werden.

(Führer 1997a S. 79)

Das Kapitel 2 zeigt nun detaillierter auf, wo sich Aspekte einer BNE in verschiedenen Allgemeinbildungskonzepten wiederfinden bzw. zu welchen Aspekten BNE einen substantiellen Beitrag leisten kann. Es beleuchtet damit die Frage, welche Bedeutsamkeit BNE in einem allgemeinbildenden Mathematikunterricht hat.⁴⁸ Neben den pädagogischen, genuin fachunabhängigen Allgemeinbildungskonzepten (siehe Unterkapitel 2.1) wie bei KLAFKI (siehe Abschnitt 2.1.1) und VON HENTIG

⁴⁸ Die Diskussion, wie der Mathematikunterricht vorbereiten kann auf die Zukunft, auf wirtschaftliche und soziale Probleme, auf sich wandelnde Anforderungen in einer sich rasch verändernden Welt, wird auch international unter dem Stichwort „21st century skills“ geführt. Aspekte wie beispielsweise kritisches und flexibles Denken, Problemlösen, Kreativität, Selbstständigkeit, soziale Verantwortung, Kommunikations- und Reflexionsfähigkeit oder der Umgang mit Informationen werden – variierend je nach Kompetenzkatalog – darunter subsumiert (vgl. z. B. K. Maaß et al. 2019, S. 873 ff.). In der vorliegenden Arbeit wird sich auf die deutschsprachige Allgemeinbildungsdiskussion beschränkt, die weniger pragmatisch ausgerichtet ist und mehr die Person ins Zentrum des Bildungsgedankens rückt.

(siehe Abschnitt 2.1.2) soll auch eine Integration speziell mathematikdidaktischer Diskussionen (siehe Unterkapitel 2.3) wie der bei WINTER (siehe Abschnitt 2.3.1) und FÜHRER (siehe Abschnitt 2.3.2) erfolgen. HEYMANN (siehe Abschnitt 2.2.1) ist an der Schnittstelle der pädagogischen und mathematikdidaktischen Blickrichtung zu verorten, da sein Allgemeinbildungskonzept zwar einen fachunabhängigen Orientierungsrahmen liefert, welcher von ihm jedoch im Anschluss konkret auf Mathematik bezogen und erläutert wird (siehe Unterkapitel 2.2). Die Bildungsgedanken von ANDELFINGER können zudem weiter belegen, dass BNE ein integraler Bestandteil eines allgemeinbildenden Mathematikunterrichts ist. Hierauf wird im Rahmen des folgenden Kapitels (siehe Kapitel 3) aufgrund der Bedeutsamkeit seiner Gedanken für die vorliegende Arbeit in größerem Umfang eingegangen. Das Unterkapitel 2.4 dient als Mittler zu diesem, indem es wesentliche Aspekte der vorgestellten Allgemeinbildungskonzepte resümiert, erweiternde Überlegungen ergänzt und dabei die Blickrichtung einer Veränderung von Unterrichtskultur aufgreift, die sich ebenso aus der Allgemeinbildungsdiskussion ergibt.

Neben den Konzepten von KLAFKI, VON HENTIG, HEYMANN, WINTER und FÜHRER, auf die das Kapitel hier in erster Linie eingeht, haben sich andere Allgemeinbildungsdiskussionen bei näherer Durchsicht eher für Aspekte des Sanften bzw. Achtsamen Unterrichts als fruchtbar erwiesen und werden daher in den Kapiteln 3 und 4 der Arbeit aufgegriffen: etwa Überlegungen von ALOIS HÖFLER, HARTMUT KÖHLER oder VOHNS. Weitere Standpunkte wie beispielsweise jene von GÜNTHER GRAUMANN zeigen Anknüpfungspunkte an die beleuchteten Konzepte und werden daher im Rahmen des jeweiligen Kapitels mit herangezogen. Schließlich berücksichtigt die zusammenführende, erweiterte Diskussion des vorliegenden Kapitels in 2.4 Ergänzungen weiterer Autoren wie etwa von PETER BAIREUTHER, ROLAND FISCHER, HANS GLÖCKEL, KÖHLER oder KATJA LENGNINK. Diese Darstellungen können beispielsweise den Blick weg vom Inhaltlichen hin zu einer den Allgemeinbildungsgedanken unterstützenden Unterrichtskultur lenken.

Nicht zuletzt haben sich auch Konzepte im vorliegenden Rahmen als insgesamt weniger tragfähig erwiesen und werden daher im Folgenden begründet außen vor gelassen. So erscheint die Bildungstheorie von ALEXANDER I. WITTENBERG für eine weitere Zuwendung wenig fruchtbar, da diese einen anderen Fokus aufweist: WITTENBERG (1963, S. 46 f.) betont als Grundsatz eines allgemeinbildenden Mathematikunterrichts die Erfahrung, dass Mathematik und das mathematische Denken zum einen eine eigene Welt „sui generis“ (ebd., S. 46) seien, zum anderem „höchst erstaunliche Beziehung[en]“ zwischen „jenen Gesetzmäßigkeiten unseres Denkens und der Natur“ (ebd., S. 47) bestehen. Hierzu fordert er eine „*gültige Begegnung*“ (ebd., S. 50; Hervorhebung im Original) mit der Mathematik im Unterricht:

Von ‚gültiger Erfahrung‘ der Mathematik kann denn auch nur in dem Maße die Rede sein, wie der Unterricht nicht nur die Ergebnisse, sondern das ganze

Vorgehen in überzeugender Weise innerhalb des geistigen Erfahrungsbereichs des Schülers zustandekommen läßt.

Dieser Grundsatz diktiert einen *genetischen* Unterricht; einen Unterricht, der darin besteht, die Schüler gleichsam die Mathematik von Anfang an wieder entdecken zu lassen.

(Wittenberg 1963, S. 59; Hervorhebung im Original)

Der Mathematikunterricht zeichnet sich ihm zufolge also durch genetisches Vorgehen aus – eine prinzipiell begrüßenswerte Idee. Hierdurch solle der Schüler „am Elementaren den vollen Umfang mathematischen Denkens“ erschließen: „vom Eindringen in naheliegende Probleme über die heuristische Auseinandersetzung mit ihnen, deren zunehmende Vertiefung und die allmähliche Schaffung angemessenen Vorgehens und adäquater Begriffe, bis zum verhältnismäßig abgerundeten Überblick einer verhältnismäßig systematischen Theorie“ (Wittenberg 1963, S. 64). Dieser Ansatz wird im Rahmen der vorliegenden Fragestellung nicht explizit weiterverfolgt, da er ein anderes Ziel – eine systematische Theorie – anvisiert und da daher das von WITTENBERG vorgeschlagene *Was* und *Wie* eines allgemeinbildenden Mathematikunterrichts weder einen expliziten Bezug zu außerfachlichen Anwendungen noch zu übergeordneten Aspekten wie Aufklärung, Mündigkeit, Verantwortungsbewusstsein u. a. aufweist.

2.1 Pädagogische Allgemeinbildungsdiskussionen

2.1.1 WOLFGANG KLAFKIS epochaltypische Schlüsselprobleme und Grundfähigkeiten

KLAFKIS Allgemeinbildungskonzept unterscheidet drei „Bedeutungsmomente“ (Klafki 1996, S. 52) des Allgemeinbildungsbegriffs:

- Allgemeinbildung als Bildung *für alle* zur Selbstbestimmungs-, Mitbestimmungs- und Solidaritätsfähigkeit,
- als kritische Auseinandersetzung mit einem neu zu durchdenkenden Gefüge *des Allgemeinen als des uns alle Angehenden* und
- als Bildung *aller* uns heute erkennbaren *humanen Fähigkeitsdimensionen* des Menschen.

(Klafki 1996⁴⁹, S. 40; Hervorhebung im Original)⁵⁰

⁴⁹ Die erste Auflage stammt aus dem Jahr 1985, das Jahr 1996 bezieht sich auf die fünfte, unveränderte Auflage.

⁵⁰ Hier und im Folgenden wird an Anlehnung an KLAFKI (1996, S. 52) der Bezeichner „Bedeutungsmoment“ verwendet, weil dieser keine Verwechslungsgefahr birgt. KLAFKI selbst bezeichnet die von ihm postulierten *Momente* des Allgemeinbildungsbegriffs in seinen Darstellungen allerdings unterschiedlich, etwa als „Dimensionen“ (siehe z. B. Klafki 1996, S. 54/69) oder als „Prinzipien“ (siehe z. B. Klafki 1996, S. 54/69).

Während das erste Moment die bildungsorganisatorische Dimension des Konzepts erfasse und sich gegen gesellschaftlich bedingte Chancenungleichheit richte, beziehe sich das zweite auf die inhaltliche Dimension, auf die Auseinandersetzung mit dem „uns alle Angehenden“. Die Entfaltung der Persönlichkeit, der vielfältigen Interessen und Fähigkeiten, einschließlich nicht-kognitiver Aspekte von Bildung (z. B. ästhetischer, ethischer oder praktischer) sei in dem dritten Moment aufgehoben (vgl. Klafki 1996, S. 53 f.).

Ein Ziel nachhaltiger Entwicklung ist die Förderung einer hochwertigen Bildung für alle (siehe Unterkapitel 1.1), d. h. lokal unabhängig von individuellen Ausgangsbedingungen und auch global gleichberechtigt, etwa unabhängig vom Geschlecht. Bildung *für alle* ist nach KLAFKI ein wesentliches Moment von Allgemeinbildung. GRUNDMANN (2017, S. 39 f.) erläutert, inwiefern BNE mit diesem ersten, bildungsorganisatorischen Aspekt KLAFKIs in Einklang stehe, der Bildung als Zusammenhang folgender drei Grundfähigkeiten versteht:

- als Fähigkeit zur Selbstbestimmung jedes einzelnen über seine individuellen Lebensbeziehungen und Sinndeutungen zwischenmenschlicher, beruflicher, ethischer, religiöser Art;
- als Mitbestimmungsfähigkeit, insofern *jeder* Anspruch, Möglichkeit und Verantwortung für die Gestaltung unserer gemeinsamen kulturellen, gesellschaftlichen und politischen Verhältnisse hat;
- als Solidaritätsfähigkeit, insofern der eigene Anspruch auf Selbst- und Mitbestimmung nur gerechtfertigt werden kann, wenn er nicht nur mit der Anerkennung, sondern mit dem Einsatz *für* diejenigen und dem Zusammenschluß mit ihnen verbunden ist, denen eben solche Selbst- und Mitbestimmungsmöglichkeiten aufgrund gesellschaftlicher Verhältnisse, Unterprivilegierungen, politischer Einschränkungen oder Unterdrückungen vorenthalten oder begrenzt werden.

(Klafki 1996, S. 52; Hervorhebung im Original)

Wie auch GRUNDMANN (2017, S. 39 f.) herausstellt, fördert und fordert BNE zum einen die Fähigkeit zur Mitbestimmung, indem sie die gesellschaftliche Mitgestaltung einer nachhaltigen Entwicklung ins Zentrum stellt. Zum anderen ist der Solidaritätsgedanke der Nachhaltigkeitsidee ohnehin immanent, denn das Leitbild stellt die Berücksichtigung der Interessen der heutigen und nachfolgenden Generationen ins Zentrum, adressiert also Aspekte der intergenerativen und intragenerativen Gerechtigkeit. Zuletzt wurde bereits im Rahmen der vorliegenden Arbeit in Abschnitt 1.1.2 auf das Indoktrinationsverbot und die emanzipatorische Sichtweise auf BNE eingegangen – BNE kann also nicht „die Erziehung zum richtigen, nachhaltigen Handeln“ (Grundmann 2017, S. 40) sein. Dies korrespondiert mit der Grundfähigkeit zur Selbstbestimmung bei KLAFKI (vgl. Grundmann 2017, S. 39 f.).

Im Hinblick auf BNE als Inhalt scheint insbesondere das zweite von KLAFKI formulierte Moment von Allgemeinbildung hier für eine nähere Zuwendung fruchtbar. Ähnlich der ersten WINTERSchen Grunderfahrung umfasst dieses die „Bildung im Medium des Allgemeinen“ (Klafki 1996, S. 53), also den Umgang mit uns alle angehenden Erscheinungen: „Allgemeinbildung muß verstanden werden als Aneignung der die Menschen gemeinsam angehenden Frage- und Problemstellungen ihrer geschichtlich gewordenen Gegenwart und der sich abzeichnenden Zukunft und als Auseinandersetzung mit diesen gemeinsamen Aufgaben, Problemen, Gefahren“ (Klafki 1996, S. 53). Demzufolge stehen, der Bezeichnung KLAFKIs folgend, „epochaltypische Schlüsselprobleme“ (Klafki 1996, S. 56 ff.) im Zentrum seiner didaktischen Bemühungen: „Im Mittelpunkt eines *heute* als pädagogisch verbindlich zu bestimmenden Allgemeinen der Bildung wird, so meine ich, *das* stehen müssen, was uns alle und voraussehbar die nachwachsenden Generationen zentral angeht, mit anderen Worten: Schlüsselprobleme unserer gesellschaftlichen und individuellen Existenz“ (Klafki 1996, S. 29; Hervorhebung im Original). Die Maßstabsebene, auf der das Allgemeine zu bestimmen sei, müsse demnach global sein und ein Denken in der *Einen Welt* anbahnen: „Der Horizont, in dem dieses uns alle angehende Allgemeine bestimmt werden muß, kann heute nicht mehr national, ja nicht einmal nur eurozentrisch begrenzt werden, er muß universal, muß ein Welt-Horizont sein“ (Klafki 1996, S. 53 f.). Seine Kernthese lautet damit:

Allgemeinbildung bedeutet in dieser Hinsicht, ein geschichtlich vermitteltes Bewußtsein von zentralen Problemen der Gegenwart und – soweit voraussehbar – der Zukunft zu gewinnen, Einsicht in die Mitverantwortlichkeit aller angesichts solcher Probleme und Bereitschaft, an ihrer Bewältigung mitzuwirken. Abkürzend kann man von der Konzentration auf *epochaltypische Schlüsselprobleme* unserer Gegenwart und der vermutlichen Zukunft sprechen.

(Klafki 1996, S. 56; Hervorhebung im Original)

BNE greift solche zentralen Probleme der Gegenwart und Zukunft auf (vgl. DUK 2014, S. 12). Neben dem Aneignen von Kenntnissen geht es, wie auch KLAFKI beschreibt, darüber hinaus auch um das Erkennen der eigenen Rolle, also der Auswirkungen des eigenen Handelns, und um die Entwicklung von Verantwortungsbereitschaft.

KLAFKI (1996) konkretisiert – etwa im Gegensatz zu WINTER – das „*uns alle Angehende*“ (Klafki 1996, S. 40; Hervorhebung im Original), indem er einige Schlüsselprobleme der Gegenwart und Zukunft nennt (vgl. Klafki 1996, S. 56 ff.):

- Friedensfrage
- Umweltfrage
- gesellschaftlich produzierte Ungleichheit

- Gefahren und Möglichkeiten der neuen technischen Steuerungs-, Informations- und Kommunikationsmedien
- Erfahrung der Liebe

In einer Veröffentlichung von 1993 finden sich zwei weitere Schlüsselprobleme – die Reihenfolge, so KLAFKI explizit, sei nicht als Rangfolge gemeint (vgl. Klafki 1993, S. 99 ff.):

- Sinn und Problematik des Nationalitätsprinzips sowie die Kulturspezifik und Interkulturalität
- das rapide Wachstum der Weltbevölkerung

Kurz zu den einzelnen Schlüsselproblemen: Die **Friedensfrage** thematisiere mögliche makropolitische und makropsychologische Ursachen von Friedensgefährdungen sowie die Frage nach einer moralischen Rechtfertigung für Kriege (vgl. Klafki 1996, S. 56 ff.; 1993, S. 99). In Zusammenhang hiermit stehe das Schlüsselproblem zum **Nationalitätsprinzip, der Kulturspezifik und Interkulturalität**. In historischer Hinsicht habe die Frage nach dem Nationalitätsprinzip und einem übersteigerten Nationalbewusstsein besondere Relevanz. Für die Schule sei es daher Aufgabe, „das meistens positive Selbstbild der eigenen Nation im Verhältnis zu den nicht selten vorurteilsbesetzten und klischeehaften Bildern anderer Nationen in Frage zu stellen und die oft hybriden Übersteigerungen der eigenen Nation unbeschädigt aufzuklären“ (Klafki 1993, S. 100). Interkulturelle Begegnungen seien auch wichtig, um historisch entwickelten Kulturen wechselseitig zu begegnen (vgl. ebd.). Die **Umweltfrage** beziehe sich auf Fragen nach der Sicherung bzw. Zerstörung der natürlichen Lebensgrundlage der menschlichen Existenz und schließe damit auch Fragen nach der Verantwortbarkeit wissenschaftlich-technologischer Entwicklungen mit ein (vgl. Klafki 1996, S. 58; 1993, S. 100). Ihre unterrichtliche Behandlung erfordere ein schrittweises Vorgehen (vgl. Klafki 1996, S. 58 f.): Ausgehend von der Entwicklung eines Problembewusstseins für Umweltprobleme sowie den Folgen unkontrollierter bzw. unnachhaltiger Nutzung sei die „Einsicht in die Notwendigkeit [zu gewinnen, K. W.], ressourcen- und energiesparende Techniken und umweltverträgliche Produkte und Produktionsweisen zu entwickeln sowie unseren Konsum teils einzuschränken, teils umweltfreundlich zu praktizieren“ (Klafki 1996, S. 59). Nicht zuletzt solle die Notwendigkeit einer demokratischen Kontrolle ökonomischer Entwicklung erkannt werden (vgl. Klafki 1996, S. 59). Die **gesellschaftlich produzierten Ungleichheiten** beziehen sich auf jene innerhalb einer Gesellschaft, wie zwischen sozialen Klassen, Geschlechtern usw., und jene zwischen Gesellschaften in internationaler Perspektive, wie etwa Wohlstandsunterschiede zwischen verschiedenen stark entwickelnden Ländern der Welt (vgl. Klafki 1996, S. 59; 1993, S. 100). Das **Wachstum der Weltbevölkerung**, welches insbesondere durch die weniger entwickelten Länder bedingt sei, stehe in kausal-genetischem Zusammenhang mit anderen Schlüsselproblemen wie

der Umweltfrage, der Friedensfrage oder dem Nationalitätsprinzip und der Kulturspezifität (vgl. Klafki 1993, S. 100). Das Schlüsselproblem, welches die **neuen technischen Steuerungs-, Informations- und Kommunikationsmedien** betrifft, beziehe sich u. a. auf Auswirkungen der Medien auf die Produktionssysteme und die Arbeitswelt, auf Veränderungen des Freizeitbereichs und der zwischenmenschlichen Kommunikation. Für den Bildungsbereich bedeute es die Notwendigkeit einer informations- und kommunikationstechnologisch kritischen Grundbildung (vgl. Klafki 1996, S. 59 f; 1993, S. 101). Das Schlüsselproblem der **Erfahrung der Liebe** beziehe sich auf zwischenmenschliche Beziehungen und beinhalte auch Aspekte der Anerkennung des jeweils Anderen und auch die Thematisierung von in diesem Zusammenhang stehenden Krankheiten wie etwa der Aids-Problematik (vgl. Klafki 1993, S. 101).

KLAFKI betont, dass seine Liste der Schlüsselprobleme in Zukunft zwar erweiterbar, dennoch nicht beliebig erweiterbar sei, da die Probleme „von gesamtgesellschaftlicher, meistens sogar übernationaler bzw. weltumspannender Bedeutung“ seien, „die gleichwohl jeden einzelnen zentral betreffen“ (Klafki 1996, S. 60). Die Ausrichtung der Bildung an diesen Schlüsselproblemen setze einen Konsens über die generelle Bedeutsamkeit dieser voraus, nicht jedoch über deren Wege zur Lösung. Wichtig im Prozess der Auseinandersetzung mit Schlüsselproblemen sei nämlich die „Einsicht, daß und warum die Frage nach ‚Lösungen‘ der großen Gegenwarts- und Zukunftsprobleme verschiedene Antworten ermöglicht“ und, „daß jeder Lernende die Unverzichtbarkeit *eigener* Urteilsbildung, reflektierter Entscheidung und eigenen Handelns – für den jungen Menschen mindestens als Perspektive der eigenen ‚Weiterbildung‘ – erkennt, sich also, reflexiv vermittelt, als betroffen und mitverantwortlich erfährt“ (Klafki 1996, S. 61; Hervorhebung im Original). Damit ist es Ziel, ein differenziertes Problembewusstsein und Offenheit für Alternativen zu entwickeln sowie argumentativ in Diskussionen eigene Handlungen und Haltungen zu begründen (vgl. ebd., S. 62). „[H]ingegen kann es *nicht* um die Festlegung auf eine einzige Sichtweise und einen bestimmten der in der Diskussion befindlichen Problemlösungsvorschläge gehen – das wäre mit dem Anspruch auf Entwicklung der Selbstbestimmungsfähigkeit unvereinbar“ (ebd.; Hervorhebung im Original). Für die Lehrpersonen bedeute ein so verstandener unterrichtlicher Dialog „bestenfalls graduelle Vorsprünge“ zu haben, also „Mit-Lernende, kritisch Befragte und zu Befragende“ zu sein „und es ständig bleiben [zu] müssen“ (Klafki 1996, S. 61 f.). Dies korrespondiert mit dem gegenseitigen Ernstnehmen und Aufklären, welches in der Unterrichtskultur des Achtsamen Unterrichts bedeutende Stellung erfährt (siehe Unterkapitel 4.3).⁵¹

⁵¹ GRAUMANN (2015) sieht KLAFKIS Theorie als „Überbau“ (ebd., S. 97) für das von ihm vorgeschlagene, aus vier Dimensionen bestehende Konzept von Allgemeinbildung für den Mathematikunterricht, welches ein „ganzheitliches Konzept von Menschenbildung“ (Graumann 2015, S. 92) berück-

Ein Vergleich der von KLAFKI (1996/1993) vorgeschlagenen epochaltypischen Schlüsselprobleme mit den Themenbereichen, die *der Orientierungsrahmen für den Lernbereich Globale Entwicklung* der KMK und des BMZ aus dem Jahr 2016 nennt (siehe Unterabschnitt 1.1.2.2), zeigt, dass sich die schon 1985 von KLAFKI explizit formulierten Schlüsselprobleme dort widerspiegeln und im Bildungskonzept einer nachhaltigen Entwicklung heute wieder stärkere Betonung finden. Eine beispielhafte Zuordnung der Themen zu KLAFKIs Schlüsselproblemen kann dies verdeutlichen (siehe Tab. 1) – wenngleich diese Zuordnung aufgrund der zahlreichen, von KLAFKI auch beschriebenen vernetzten Wirkungszusammenhänge nicht eindeutig gewählt ist und daher nur *eine* mögliche Zuordnung darstellt: Beispielsweise ließen sich die Aspekte „Landwirtschaft und Ernährung“ oder auch „Mobilität, Stadtentwicklung und Verkehr“ sowohl der Umweltfrage als auch dem rapiden Wachstum der Weltbevölkerung zuordnen. Daneben lässt sich feststellen, dass die aktuellen Themen für den Lernbereich Globale Entwicklung im Vergleich zu KLAFKIs Ideen stärker ausdifferenziert und konkretisiert sind. Auch sind heute mehr Wirtschaftsfragen im Hinblick auf Globalisierungsprozesse und internationale Handelsprinzipien ausbuchstabiert. Der Aspekt der Globalisierung kann bei KLAFKI aber auch teils in den technischen Informations- und Steuerungssystemen aufgehoben sein, ohne die Globalisierung nicht funktionieren würde.

sichtige: die pragmatische Dimension, die Aufklärungsdimension, die soziale Dimension, die Persönlichkeitsdimension (vgl. Graumann 2015, S. 97 ff.). BNE kann zu allen vier allgemeinbildenden Aspekten beitragen: Mathematik kann als hilfreich erlebt werden, um gesellschaftliche Probleme zu erkennen und zu ‚bewältigen‘ bzw. über diese zu kommunizieren. Dies umfasst auch Modellierungsfähigkeiten und die Reflexion der Grenzen mathematischer Modellierungen (Pragmatische Dimension). BNE trägt zur Entwicklung eines mündigen Bürgers bei, indem Mathematik hilft, Einsichten zu gewinnen, Erscheinungen bzw. Zusammenhänge zu verstehen (Aufklärungsdimension). Des Weiteren leisten Kontexte aus dem Bereich der Nachhaltigkeit, wie auch bei HEYMANN genauer dargestellt, Gelegenheit zur Entfaltung von Verantwortungsbewusstsein und -bereitschaft im Mathematikunterricht und zur Reflexion über die Rolle, die Mathematik in der Gesellschaft und bei Entscheidungen spielt. Neben den Inhalten ist dieser Bereich aber insbesondere eine Frage der Unterrichtskultur (Soziale Dimension). Nicht zuletzt trägt BNE auch dazu bei, den Schüler die Kraft des eigenen Denkens erfahren zu lassen – wenn er etwa eigene Modellierungen anstellt, um Medienzahlen zu hinterfragen –, was bei HEYMANN im kritischen Vernunftgebrauch aufgehoben ist und im Verlauf dieses Kapitels 2 noch genauer dargestellt wird (Persönlichkeitsdimension). Diese Idee des Erlebens der Kraft des eigenen Denkens findet sich im Sammeln von Selbstwirksamkeitserfahrungen im Achtsamen Unterricht (siehe Kapitel 4, sowohl Abschnitt 4.3.1 als auch 4.3.2).

Tab. 1: Eine mögliche Zuordnung der Themenbereiche für den Lernbereich Globale Entwicklung zu KLAFKIs epochaltypischen Schlüsselproblemen (eigene Darstellung)

Epochaltypische Schlüsselprobleme nach KLAFKI (vgl. Klafki 1996, S. 56 ff.; 1993, S. 99 ff.)	Themenbereiche für den Lernbereich Globale Entwicklung (vgl. Schreiber 2016, S. 97)
die Friedensfrage	Frieden und Konflikt
die Umweltfrage	Globale Umweltveränderungen Landwirtschaft und Ernährung Schutz und Nutzung natürlicher Ressourcen und Energiegewinnung Mobilität, Stadtentwicklung und Verkehr Waren aus aller Welt: Produktion, Handel und Konsum
die gesellschaftliche Ungleichheit	Armut und soziale Sicherheit Migration und Integration Politische Herrschaft, Demokratie u. Menschenrechte (Good Governance) Bildung Gesundheit und Krankheit
die Gefahren und Möglichkeiten der neuen technischen Informations- und Steuerungssysteme	Chancen und Gefahren des technologischen Fortschritts Kommunikation im globalen Kontext
der Sinn und die Problematik des Nationalitätsprinzips sowie die Kulturspezifität und Interkulturalität	Geschichte der Globalisierung: Vom Kolonialismus zum „Global Village“ Global Governance – Weltordnungspolitik Vielfalt der Werte, Kulturen und Lebensverhältnisse: Diversität und Inklusion Globalisierung religiöser und ethischer Leitbilder
das rapide Wachstum der Weltbevölkerung	Demografische Strukturen und Entwicklungen
die Erfahrung der Liebe (Ich-Du-Beziehung)	/
/	Globalisierte Freizeit Globalisierung von Wirtschaft und Arbeit Entwicklungszusammenarbeit und ihre Institutionen

In einem Unterricht, der sich an den Schlüsselproblemen KLAFKIs orientiert, geht es neben der Aneignung inhaltlicher Erkenntnis „auch um die Aneignung von Einstellungen und Fähigkeiten, deren Bedeutung über den Bereich des jeweiligen Schlüsselproblems hinausreicht“ (Klafki 1996, S. 63).⁵² KLAFKI nennt vier solcher Einstellungen bzw. Fähigkeiten (vgl. Klafki 1996, S. 63):

⁵² Dies korrespondiert damit, dass ein Ziel von BNE der verantwortungsbewusst-konstruktive Umgang mit *offenen* Zukünften ist: „BNE gibt Empfehlungen für die Gewinnung von Kompetenzen zur Gestaltung offener Zukünfte“ (KMK & DUK 2007, S. 2 f.) – siehe Abschnitt 1.1.2. BNE kann sich

- Kritikbereitschaft und -fähigkeit
- Argumentationsbereitschaft
- Empathie
- vernetzendes Denken/ Zusammenhangsdenken

Diese Einstellungen und Fähigkeiten beinhalten, kurz gesprochen, das Hinterfragen der Überzeugungskraft fremder und eigener Begründungen einer Position, die verständliche Darstellung der eigenen Position, die Fähigkeit zum Perspektivwechsel sowie zum Denken in vernetzten Wirkungszusammenhängen (vgl. ebd.).

Dass die Diskussion von Aspekten der Schlüsselprobleme zum vernetzenden Denken auffordert, wurde bereits bei deren kurzer Beschreibung weiter oben ersichtlich – hierbei hängt vieles mit vielem zusammen. Die Komplexität der vielfältig verflochtenen Wirkungszusammenhänge innerhalb einer Gesellschaft bis auf die globalere Ebene in der Welt fordert und fördert das vernetzende Denken – wie KLAFKI beispielhaft ausführt:

Z. B. hat unser Konsumverhalten etwas mit Umweltzerstörung oder ihrer Begrenzung, beides etwas mit Energieverbrauch und Energiepolitik usw. zu tun. Solche Verflechtungen innerhalb einer Gesellschaft sind darüber hinaus aber bekanntlich in wachsende Verschränkungssysteme verflochten, bis hin zu jenen weltweiten Wechselwirkungszusammenhängen, die mit Stichworten wie ‚Klimaveränderung‘ bzw. ‚drohende Klimakatastrophe‘, ‚teilglobale oder globale Wirkung moderner Vernichtungswaffen‘, ‚weltwirtschaftliche Wechselwirkungen‘, ‚Entwicklungsdiskrepanzen zwischen sogenannter Erster und Dritter Welt‘ u. ä. angedeutet werden können.

(Klafki 1996, S. 64)

Die Komplexität der zukunftsrelevanten Themen anerkennend, kann ein Mathematikunterricht, der Fragen aus dem Themenbereich Nachhaltigkeit integriert, vernetzendes Denken und Denken in Alternativen fordern und fördern. MELANIE HERGET (2003) betont dieses Anliegen konkret bezogen auf den Mathematikunterricht: „Für die Zukunft lernen – das bedeutet auch, die Komplexität der zukunftsrelevanten Themen anzuerkennen und im Unterricht anzusprechen“ (ebd., S. 4). Ein bewusster Umgang mit Komplexität „jenseits von Routinen“ sei dabei wichtig: „Wenn Schule sich an der Wirklichkeit orientieren und auf diese vorbereiten soll [...], so muss sie sich auch mit der Komplexität der Wirklichkeit auseinandersetzen“ (ebd., S. 8).

Neben der Sachebene – die Nachhaltigkeitsthematik fordert vernetzendes Denken aufgrund der sachimmanenten komplexen Zusammenhänge – kann das in Unter-

daher nicht nur an aktuellen Problemlagen orientieren, sondern muss inhaltlich darüber hinausgehen und auf noch unabsehbare Herausforderungen adäquat vorbereiten helfen.

kapitel 5.2 gewählte FERMI-Aufgabenformat zur Bearbeitung von nachhaltigkeitsrelevanten Fragestellungen auch auf mathematisch-inhaltlicher Ebene zur Entwicklung vernetzenden Denkens beitragen: Die Offenheit erfordert einen Umgang mit der Komplexität der Realsituation, es müssen Reduktionen vorgenommen werden, um die Komplexität der lebensweltlichen Zusammenhänge im Modell zu meistern. Die Bearbeitung kann darüber hinaus auf verschiedenen Wegen erfolgen, Alternativen sind zu diskutieren.

KLAFKI schlägt u. a. den „Epochalunterricht“ als geeignete Unterrichtsform zur Thematisierung der Schlüsselprobleme vor: An den meisten Tagen in der Woche solle ein Band von zwei Stunden der Behandlung eines ausgewählten Schlüsselproblems vorbehalten sein, und zwar unter Beteiligung mehrerer Fächer (vgl. Klafki 1996, S. 66). Dies trägt zur Vernetzung der Fächer bei und sei auch angesichts der vielfältig vernetzten Zusammenhänge in der Welt heute nötig. Solche vernetzten Problemstellungen

machen deutlich, wie unzulänglich, wie folgenblind unser weitgehend noch vorwaltendes Denken, Entscheiden und Handeln in den jeweils begrenzten Perspektiven *einzelner* Funktionsbereiche hochgradig arbeits- bzw. funktions-teiliger Gesellschaften, *einzelner* Staaten bzw. Staatensysteme, *einzelner* Wirtschaften, *einzelner* Verwaltungs- oder Politik-Institutionen, schulisch gesehen: *einzelner* Unterrichtsfächer ist.

(Klafki 1996, S. 64; Hervorhebung im Original)

Neben dem vernetzenden Denken spielt im Zusammenhang mit der Nachhaltigkeitsthematik die emotionale Kompetenz als Teilaspekt von BNE eine wichtige Rolle; hierzu gehört auch, Empathie zu entwickeln (vgl. de Haan 2008, S. 32; Barbara Gugerli-Dolder et al. 2013): „Es sind die Emotionen, die uns mit unserer Mitwelt verbinden und dadurch Mitgefühl und Empathie ermöglichen“ (ebd., S. 122). Im Rahmen von BNE erscheint der Entwicklung von Vorstellungen von Größenordnungen eine besondere Bedeutung im Hinblick auf die Empathiefähigkeit zuzukommen, indem jene Vorstellungen ein kognitiver Mittler für persönliche Betroffenheit und Empathie sein können (siehe Unterkapitel 5.2). „Empathie im Sinne der Fähigkeit, eine Situation, ein Problem, eine Handlung aus der Lage des jeweils anderen, von der Sache Betroffenen aus sehen zu können“ (Klafki 1996, S. 63) wird darüber hinaus durch das Einnehmen verschiedener Perspektiven, Sichtweisen oder Interessen im Rahmen von BNE gefördert, die in einem argumentativen Prozess gegeneinander abgewogen werden können.

KLAFKI expliziert die hier im Zusammenhang mit der Empathie bereits angeklungene nicht-kognitive Dimension von Bildung, indem er neben inhaltlichen Aspekten etwa auch emotionale und moralische Ansprüche an die „Bildung im Medium des Allgemeinen“ stellt – dies korrespondiert wiederum mit dem dritten „Bedeu-

tungsmoment“ (Klafki 1996, S. 52) von Allgemeinbildung. Ohne die Berücksichtigung persönlicher Erfahrungen, Werte, Bedeutsamkeit und Betroffenheit – in dem werturteilsfreien Sinne, dass die Sache einen selbst angeht – verkommen die Schlüsselprobleme zu „Schulstoff“, so KLAFKI:

Es geht dabei nicht nur um Einsichten und intellektuelle Fähigkeiten, sondern durchaus immer auch darum, *emotionale* Erfahrungen und Betroffenheit zu ermöglichen, zum Ausdruck zu bringen und zu reflektieren und die *moralische* und *politische Verantwortlichkeit, Entscheidungs- und Handlungsfähigkeit* anzusprechen. Die Friedensproblematik, die Frage alternativer Lebensformen, die Problematik von Arbeit und Arbeitslosigkeit, Sexualität, sozialer Ungleichheit usf. allein auf der kognitiven Ebene anzusprechen, sich allein in dieser Dimension damit auseinanderzusetzen, hieße, jene Probleme in ihrer Bedeutsamkeit *für* uns und in ihrem Handlungsanspruch *an* uns zu verkennen, hieße nicht zuletzt: die Interessenperspektiven des jungen Menschen zu verfehlen. Solche Themen dürfen nicht im gängigen Sinne zum ‚Schulstoff‘ verkommen.

(Klafki 1996, S. 65 f.; Hervorhebung im Original)

Auch im Hinblick auf BNE ist die Entwicklung von Verantwortungsbewusstsein, Empathie, Entscheidungsfähigkeit und Handlungsbereitschaft zentral (vgl. DUK 2014, S. 12; siehe Unterkapitel 1.1) – und dies erfordert die Verbindung kognitiver und nicht-kognitiver Fähigkeitsdimensionen.

KLAFKI (1996, S. 69) warnt trotz des Fokus seines Bildungskonzepts auf den Schlüsselproblemen abschließend vor einer Überbetonung und Fixierung des Unterrichts darauf, denn für den Schüler und für den Lehrer könne dies sehr belastend werden:

So notwendig nämlich einerseits die Konzentration auf Schlüsselprobleme ist, sie führt andererseits doch *auch* die Gefahr von Fixierung, der Blickverengung, mangelnder Offenheit mit sich. Überdies ist jene Konzentration auf Schlüsselprobleme mit Anspannungen, Belastungen, Anforderungen intellektueller, emotionaler und moralisch-politischer Art verbunden, die nicht zuletzt auch für junge Menschen zur Überforderung und zur Einschränkung ihrer gegenwärtigen und zukünftigen Möglichkeiten werden *könnten*, wenn sie die Bildungsprozesse *ausschließlich* bestimmen würden.

(Klafki 1996, S. 69; Hervorhebung im Original)

Als Ergänzung schlägt er daher das dritte Moment von Allgemeinbildung vor, und zwar die Integration von Inhalten und Lernformen, die sich nicht durch ihren Beitrag zur „Bildung im Medium des Allgemeinen“ (Klafki 1996, S. 56) rechtfertigen, sondern die auf die Förderungen von vielseitigen menschlichen Fähigkeiten abzielen, „auf die Entwicklung seiner kognitiven, emotionalen, ästhetischen, sozialen, praktisch-technischen Fähigkeiten sowie seiner Möglichkeiten, das eigene Leben an individuell wählbaren ethischen und/oder religiösen Sinndeutungen zu orientieren“ (Klafki 1996, S. 69).

2.1.2 HARTMUT VON HENTIGs Neuorientierung von Schule, Bildungsmaßstäbe und Werteerziehung

Der Pädagoge VON HENTIG⁵³ (2003) legt in seinem Buch *Die Schule neu denken* sein Verständnis von Schule und ihren Aufgaben dar und fordert, sie **neu zu denken**. Ausgehend von Beobachtungen und Veränderungen entwirft er folgendes anzustrebende Verständnis von Schule: die Schule als „Lebens- und Erfahrungsraum“, als „polis“ (von Hentig 2003, S. 189; Hervorhebung im Original). Neben der Berücksichtigung von Lebensproblemen soll die Schule VON HENTIG zufolge den Kindern die Möglichkeit geben, wichtige Lebenserfahrungen zu sammeln, und sie soll zur Politik und Teilhabe befähigen – und das in einem kleinen, überschaubaren Rahmen:

Ich nenne es die Schulpolis. Nur wenn wir im kleinen, überschaubaren Gemeinwesen dessen Grundgesetze erlebt und verstanden haben – das Gesetz der *res publica*, das des *logon didonai* (der Rechenschaftspflicht), das der Demokratie, das der Pflicht zur Gemeinverständlichkeit in öffentlichen Angelegenheiten, also der Aufklärung, das des Vertrauens, der Verlässlichkeit, der Vernünftigkeit unter den Bürgern und nicht zuletzt das der Freundlichkeit und Solidarität unter Menschen überhaupt –, werden wir sie in der großen polis wahrnehmen und zuversichtlich befolgen.^[54]

(von Hentig 2003, S. 191; Hervorhebung im Original)

Als wichtige Aufgabe einer demokratischen, öffentlichen Schule sieht VON HENTIG also die Erziehung der Jugendlichen zu politikbereiten und verantwortungsbewussten Bürgern an⁵⁵ – und hierzu können die meisten Unterrichtsfächer beitragen, wenn sie diese Absicht ernstnehmen:

Doch der Auftrag der öffentlichen Schule in einer Demokratie ist nicht die Ausbildung von Persönlichkeiten, Gelehrten, Facharbeitern und Kulturträgern,

⁵³ Im Zusammenhang mit den Missbrauchsvorwürfen an der Odenwaldschule gegen seinen Lebensgefährten GEROLD BECKER konnte VON HENTIG das vom ihm bezüglich Bildung Eingeforderte für sich selbst nicht konsequent umsetzen: So wurde er insbesondere dem von ihm angestrebten Maßstab für Bildung, „Unmenschlichkeit“ (von Hentig 2004, S. 74 – siehe unten) zu verabscheuen und zu entgegnen, nicht gerecht, da er sich nicht aktiv von BECKER distanzierte (vgl. z. B. Der Spiegel Online 2010; Süddeutsche Zeitung 2016; Universität Kassel 2021). Über „die Fähigkeit, Abstand zu nehmen oder Widerstand zu leisten, wenn in der eigenen Umgebung die tragenden gemeinsamen Werte verletzt werden“ (von Hentig 2007, S. 97 – siehe unten) verfügte er nicht. Diese persönliche Problematik schmälert allerdings nicht das Potential seiner Gedanken für die allgemeine Bildung. Sich diesem im pädagogischen Diskurs weiterhin zuzuwenden lohnt.

⁵⁴ Diese Sichtweise greift auch der Achtsame Unterricht in Kapitel 4 auf: Hier spielen Prinzipien wie Gegenseitigkeit, Gleichwürdigkeit (nach Juul 2020), demokratische Partizipation, Aufklärung usw. eine wichtige Rolle.

⁵⁵ vergleiche die Zielformulierung bezüglich BNE von NIEBERT in Unterabschnitt 1.1.2.2 auf S. 45: „Bildung für Nachhaltigkeit sollte nicht das Ziel haben, den besseren Menschen zu formen, sondern die politische Teilhabefähigkeit der Lernenden zu stärken“ (Niebert o. J.; zitiert nach Bundesministerium für Bildung und Forschung o. J.)

der Auftrag lautet vielmehr: Kinder und junge Menschen zu politikfähigen, politikbereiten und verantwortungsbewußten Bürgern zu machen und die Kultur weiterzugeben – zusammen: der nächsten Generation zu helfen, in der Welt, in der sie leben, erwachsen zu werden.

(von Hentig 2003, S. 17)

Angesichts wachsender Missstände und Probleme in der Welt habe die Schule einen Auftrag, die Wahrnehmung hinsichtlich dieser zu schärfen:

Havarierende Öltanker, korrupte Abgeordnete und Minister, wachsende Ozonlöcher, Balkankrieg ohne Ende [...]; keinen dieser Mißstände haben wir ohne Grund; keinen werden wir schnell und folgenlos beseitigen – schon gar nicht durch Pädagogik. Aber wir dürfen uns nicht an sie gewöhnen, dürfen nicht zulassen, daß die unvermeidbare Unvollkommenheit (»such is human nature« und »that's the system«) zum Vorwand genommen wird, nichts zu tun. Wir müssen öfter den Satz hören und selber mit Überzeugung sagen: »Now, you know this isn't the way it should be!«

(von Hentig 2003, S. 24)

Wenn Schule zum verantwortungsvollen Bürger und zur Teilhabe an gesellschaftlichen Prozessen und gemeinsamen Angelegenheiten erziehen wolle, dann beinhalte dies neben dem Erkennen negativer Zustände und Probleme auch eine Zuwendung zu wünschenswertem Verhalten, „ihm [dem Schüler, K. W.] eine Vision von der besseren Welt zu geben und die Zuversicht, daß sie erreichbar ist“ (von Hentig 2003, S. 259), was auch das Bewusstmachen der eigenen Position beinhalte (vgl. von Hentig 2003, S. 91):

Daß der junge Mensch und künftige Mitbürger wissen muß, was *das gute Leben* ist, damit er sein eigenes danach ausrichten kann, und was *die gute Gesellschaft* ist, damit er ihr und nicht einer schlechten diene, ist ein notwendiger Bestandteil des Auftrags der öffentlichen Schule: zum Bürger zu erziehen. [...]

Kann die Schule ernstlich an einer Aufgabe mitwirken, die einerseits Teil der internationalen Politik, andererseits – in der Form eines geforderten »Weltethos« (Hans Küng) – Gegenstand kulturphilosophischer Tagungen, Seminare und Abhandlungen ist? – Sie [die Schule, K. W.] kann zunächst eines tun: die junge Generation zu größerer Klarheit und Bewußtheit ihrer eigenen Position anleiten.

(von Hentig 2003, S. 90 f.; Hervorhebung im Original)

VON HENTIGs vorgeschlagenes Umdenken von Schule begründet sich neben den gesellschaftlich abgeleiteten Gründen u. a. auch in der schwierigen Vorhersagbarkeit der Zukunft und damit in der schwieriger werdenden materialen Vorbereitung auf diese durch Schule (vgl. von Hentig 2003, S. 196):

Es geht nicht nur um mehr Belehrung über die Übel dieser Welt, sondern um die Einübung in das Verhalten und die Mittel der Überwindung – in Verantwortungsbereitschaft, Tatkraft, Zuversicht, neue vorausschauende, asketische, widerständige, opfervolle Lebensformen. Es geht um die Erfahrung, daß wir einzelnen unser Leben ändern müssen und können. »Materiales« Wissen ist eine notwendige, aber keine entfernt hinreichende Voraussetzung dafür, daß wir der gefährlichen und gefährdeten Zukunft gewachsen sind. Die »formalen« Vermögen – Urteilskraft, Improvisationsgabe, Selbständigkeit, Kooperationsfähigkeit, Verlässlichkeit, Courage, Toleranz – geben eine ungleich bessere Aussicht auf Bewältigung der ungehörten Probleme, die wir unseren Kindern vermachen und über die anklagend zu unterrichten der pädagogischen Absicht widersprechen heißt.^[56]

(von Hentig 2003, S. 199)

Neben einer thematischen Integration von Aspekten wie beispielsweise Armut, Fremdenfeindlichkeit oder Umweltverschmutzung stellt VON HENTIG insbesondere die Art und Weise, wie diese behandelt werden, als zentral heraus (vgl. von Hentig 2003, S. 197 f.). Dies tangiert dann folglich auch die Frage nach einer angemessenen Unterrichtskultur, um zu den genannten formalen Zielen VON HENTIGS wie Selbstständigkeit, Urteilskraft oder Verantwortungsbereitschaft beizutragen und auf die Gestaltung offener Zukünfte vorzubereiten (vgl. KMK & DUK 2007, S. 2 f.).

Hier lässt sich eine Parallele zu HEYMANNS Allgemeinbildungskonzept ausmachen, der auch den kritischen Vernunftgebrauch, die Verantwortungsbereitschaft sowie Verständigung und Kooperation als bedeutende Aufgaben einer allgemeinbildenden Schule formuliert und eine dazu angemessene Unterrichtskultur für notwendig hält (siehe Abschnitt 2.2.1). Dass im Unterricht Fragestellungen aus dem Kontext der Nachhaltigkeit sowohl Missstände und Probleme der Welt aufgreifen, deren Wahrnehmung schärfen und im Rahmen einer angemessenen Unterrichts- und Diskussionskultur einen Beitrag zur Entfaltung verantwortungsbewusster Bürger liefern, ist vor dem Hintergrund der vorangegangenen Darstellungen offensichtlich. Der Achtsame Unterricht geht, ausgehend von der Beschäftigung mit BNE, der Frage nach, welche Unterrichtskultur einen Beitrag zum verantwortungsvollen Verwenden von Mathematik heute und morgen leisten kann.

Neben seinen Forderungen zur Neuausrichtung von Schule⁵⁷ schlägt VON HENTIG (2004) sechs Kriterien vor, welche als **Maßstab für Bildung** angesehen werden können (vgl. von Hentig 2004, S. 73 ff.):

⁵⁶ Dieser Aspekt, Werturteile nicht vorwegzunehmen, ist bereits an mehreren Stellen aufgetaucht, vergleiche etwa Unterabschnitt 1.1.2.2 (Wals 2011, S. 179 f.), Abschnitt 1.1.3 (Hamburg 2023, S. 155 ff.) und Abschnitt 2.1.1 (Grundmann 2017, S. 40; Klafki 1996, S. 61 f.).

⁵⁷ Aus seinen umfassenden Denküberlegungen zum Neudenken von Schule leitet VON HENTIG (2003) folgende sechs Merkmale der *Neuen Schule* ab (vgl. von Hentig 2003, S. 215 ff.):

- Die Schule als Lebensraum

- Abscheu und Abwehr von Unmenschlichkeit
- die Wahrnehmung von Glück⁵⁸
- die Fähigkeit und der Wille, sich zu verständigen
- ein Bewußtsein von der Geschichtlichkeit der eigenen Existenz
- Wachheit für letzte Fragen
- Bereitschaft zu Selbstverantwortung und Verantwortung in der *res publica*

Wenn dies als Maßstab für Bildung gilt, dann gehört die Nachhaltigkeitsthematik zur Bildung. Im Zusammenhang mit dieser scheinen vor allem der erste und der letzte Aspekt von übergeordneter Bedeutung zu sein:

Wo Unmenschlichkeit erkannt wird – im eigenen Verhalten, in den Lebensumständen, in den Taten anderer, vor allem der Mächtigen –, ist das Wichtigste in Gang gesetzt: die Unruhe über ihre Ursachen, das Nachdenken über eine mir und dir mögliche Menschlichkeit, ein Stück Verantwortung für die Welt, in der wir leben.

(von Hentig 2004, S. 76)

Neben dem Erkennen von Problematiken beinhaltet BNE auch die Diskussion der Auswirkungen des eigenen Handelns auf die Welt und damit die Entwicklung von Entscheidungs- und Verantwortungsfähigkeit (vgl. DUK 2014, S. 12). Die Verantwortungsübernahme für die jetzigen und zukünftigen Generationen ist für VON HENTIG zentrales Anliegen – dies wurde bereits bei seinen Forderungen zum Neudenken von Schule deutlich: „Ich schulde meinen Mitbürgern Rechenschaft nicht für alles, aber für alles, was auch sie betrifft“ (von Hentig 2004, S. 96).

In der Demokratie sind wir sämtlich zu »Wächtern des Staates« berufen. »Politik« ist darum eine unentrinnbare Pflicht eines jeden [...]. Darum ist eine Bildung, die nicht zur Politik führt, mich also nicht zur Wahrnehmung meiner Rolle – oder Verantwortung – im Gemeinwesen angeleitet und befähigt hat, eben keine »Bildung«. Gemeint sind die Befähigung zur Prüfung, Erörterung,

-
- Die Schule als Erfahrungsort von wichtigen Gesellschaftsmerkmalen wie Akzeptanz von Vielfalt und Unterschieden
 - Die Schule als polis, als Erfahrungsraum zum Leben in der Gemeinschaft
 - Die Schule als Ort zur Entfaltung des ganzen Menschen, wo folglich weniger Belehrung und mehr Erfahrung stattfindet
 - Die Schule als Brücke zwischen der kleinen und der großen Welt
 - Die Schule als Ort, an dem Kenntnisse erworben werden

⁵⁸ Dieses Kriterium für Bildung findet sich auch im Achtsamen Unterricht wieder. VON HENTIG umschreibt es auszugsweise wie folgt: „Wo keine Freude ist, ist auch keine Bildung, und Freude ist der alltägliche Abglanz des Glücks. [...] Hat der Vorgang, den wir Bildung nennen wollen, einem Menschen keinen Grund, keinen Anlaß, keine Fähigkeit zur Freude gegeben, war er verfehlt. [...] Bildung hat da viel zu leisten: [...] zunächst an kleinen Aufgaben erfahren zu lassen, welche Lust es bereitet, eine Sache zu meistern [...]“ (von Hentig 2004, S. 76 f.). Der Achtsame Unterricht stellt angelehnt an das erweiterte Wissenschaftsverständnis von DAHRENDORF das Unterhaltsame als eine Dimension von Unterricht heraus und fokussiert dort emotionale Aspekte des Mathematiklernens, etwa das Erleben von Freude (siehe Abschnitt 4.2.3).

Beratung, Beurteilung politischer Sachverhalte und zur daraus folgenden Entscheidung; [...]

(von Hentig 2004, S. 96 f.)

Die Fächer versteht er als „brauchbare Anlässe für Bildung“ (von Hentig 2004, S. 181), hält keines der gängigen Fächer grundsätzlich für untauglich, um sich an den von ihm vorgeschlagenen Maßstäben zu orientieren – wenngleich Änderungen notwendig seien: „Man muß die Schulfächer von ihrer eigenen Systematik und Abgeschlossenheit retten – ihrem meist vom Ergebnis her begründeten Aufbau, ihrem Anspruch auf Vollständigkeit, ihrer Beschränkung auf sich selbst“ (von Hentig 2004, S. 182). So kann sich auch Mathematik in der Schule an den genannten Kriterien orientieren und durch die Integration von BNE speziell einen Beitrag zum ersten und letzten oben genannten Aspekt leisten, d. h. zur „Abscheu und Abwehr von Unmenschlichkeit“ (von Hentig 2004, 74) sowie zur „Bereitschaft zu Selbstverantwortung und Verantwortung in der *res publica*“ (ebd., S. 94; Hervorhebung im Original).

BNE betrifft also das Anliegen VON HENTIGS, die Schüler zu verantwortungsbewussten Bürgern zu erziehen und gehört gemessen an seinen Maßstäben zu Bildung dazu. Darüber hinaus leistet BNE einen Beitrag zur **Werteerziehung**, auf die sich VON HENTIG (2007) in seinem Buch *Ach die Werte! Über die Erziehung für das 21. Jahrhundert* bezieht. Probleme unserer heutigen Zeit und Welt wie beispielsweise die Gefährdung des ökologischen Gleichgewichts, Hungerkatastrophen, Kriege, Ungleichheiten usw. seien nämlich „Anlässe für den ungeduldigen Ruf nach »Werteerziehung«“ (von Hentig 2007, S. 19 f.). Bezogen auf Unterricht habe die Pädagogik damit allerdings keinen Heilungsauftrag zu erfüllen⁵⁹, sondern könne Wachsamkeit üben, Visionen und Ziele begründen helfen, Kritik wecken (vgl. von Hentig 2007, S. 57):

Sie [Pädagogik und Unterricht, K. W.] gehen mit ihren Bemühungen von den Menschen (den Kindern) und den Verhältnissen (der Gesellschaft) aus, wie diese sind. Sie reparieren kein Objekt, sie helfen einem Subjekt. Wenn dabei Mängel des Ganzen ausgeglichen werden, um so besser.

(von Hentig 2007, S. 52 f.)

Wenn es [...] heißt: den Menschen seien die Hoffnungen und Ziele und mit ihnen die Visionen vom guten Leben »abhanden gekommen«; deshalb könnten sich »ungerechte gesellschaftliche Strukturen« halten, [...] – dann könnte die Pädagogik noch gegenwirksam sein. Sie vermag durchaus Visionen zu geben, Ziele zu begründen, Ideale zu bestätigen, Kritik und Selbstkritik zu wecken, in Wachsamkeit zu üben – vorausgesetzt, die Behauptungen sind gesichert und

⁵⁹ vergleiche dazu auch die Kritik HAMBORGS am BNE-Konzept in Abschnitt 1.1.3, insbesondere in wirkungsoptimistischer Hinsicht

die Ursachen bekannt. Aber sie wird gerade nicht, wie die Weltverbesserer hoffen, die »Verhältnisse« ändern, sondern nur die jungen Menschen gegen diese stärken.

(von Hentig 2007, S. 57)

Demnach habe die Pädagogik hinsichtlich der Werteerziehung einen dreifachen Auftrag zu erfüllen:

- Pädagogik müßte in den Kindern das gemeinte Ethos (die Haltung und Tatkraft) ins Leben rufen, das in den Erwachsenen erstorben ist.
- Sie müßte dies tunlichst erreichen, ohne mit dem Weltuntergang oder einer Katastrophe oder auch nur einer dramatischen Verschlechterung der Lage zu drohen, weil das entmutigt.
- Sie müßte den Kindern verständlich machen, warum, obwohl das Ethos als Einsicht da ist, die Erwachsenen nicht danach leben, jedenfalls keinen Erfolg damit haben; und dieses Verständnis darf ihren eigenen Bemühungen nicht im Wege sehen.

(von Hentig 2007, S. 55)

Im Hinblick auf die Unterrichtsgestaltung zu BNE im Mathematikunterricht gilt es, diese ethischen Aspekte mitzudenken. Um dies zu erreichen, solle der Lehrer nicht mit „Werten daherkommen“, sondern die Schüler in ihrer Lebenswelt abholen, zum Erkennen von Problemen beitragen und insbesondere Handlungsmöglichkeiten im Kleinen diskutieren:

Zwar nehmen auch Kinder heute über das Fernsehen (und die Jugendlichen über Computer und Internet) an den Weltproblemen teil; sie fragen sich, warum dieses Kind in Nordkorea oder Afrika hungern muß, warum [...]. Die Pädagogik kann hier nicht mit dem Zustand der Welt und mit Werten daherkommen; sie kann die Mißstände und Konflikte allenfalls bezeichnen, bewußtmachen, erklären; sie muß bei den Kleineren mit der Frage beginnen: Wo können wir (in dieser Familie, in diesem Klassenraum, in dieser Nachbarschaft) unser Brot teilen, reden statt zur Gewalt zu greifen, ordnen, vermitteln, versöhnen, trösten in einem Streit unter unseren Freunden?

(von Hentig 2007, S. 59 ff.)

Die Aufgabenbeispiele, die in Abschnitt 5.2.2 entwickelt und vorgestellt werden, berücksichtigen dies, indem sie helfen, mittels elementarer mathematischer Mittel Erscheinungen oder Probleme besser wahrzunehmen und indem sie stets die Frage berücksichtigen, welche individuellen Handlungsperspektiven sich ergeben können. Die Maßstäbe von BNE beachtend, bedeutet dies allerdings auch, ggf. Grenzen der individuellen Möglichkeiten aufzuzeigen und hinreichende Offenheit zur Diskussion von Wertvorstellungen oder Handlungsalternativen zu gewähren (siehe Unterkapitel 1.1).

Ein Problem sieht VON HENTIG im Fachunterricht und der damit verbundenen Stellung des Lehrers – dem Verhältnis von Didaktik und Pädagogik:

Wann, aus welchem Anlaß denkt er über seinen Unterricht als Mittel der Erziehung nach, also über das Verhältnis von Didaktik und Pädagogik? Oder deutlicher: über den Abstand zwischen *hier* [...] großem Einmaleins [...], und *dort* der Einübung von Toleranz, dem Bewußtsein von epochaltypischen Schlüsselproblemen, der Verständigungsfähigkeit, der Verantwortungsbereitschaft in einer größeren und also abstrakteren Gemeinschaft?

(von Hentig 2007, S. 61; Hervorhebung im Original)

Dies kann als Forderung für die Gestaltung des Fachunterrichts gesehen werden, Didaktik und Pädagogik stärker zusammenzudenken, um in diesem Falle auch das Ziel der Werteerziehung ernst zu nehmen und mit fachlichen Belangen in Einklang zu bringen. Dieser Forderung muss sich auch die Mathematikdidaktik stellen (siehe dazu auch Unterkapitel 2.4): Der Achtsame Unterricht greift dieses Anliegen auf und verbindet didaktische und pädagogische Fragestellungen, indem Sache und Person besondere Berücksichtigung erfahren. Darüberhinausgehend kann die vorliegende Arbeit auch einen konkreten inhaltlichen Vorschlag anbieten, um zur Stärkung dieses Verhältnisses zwischen Didaktik und Pädagogik beizutragen: BNE ist ein mögliches Anliegen, das den Mathematikunterricht auffordert, fachlich-mathematische mit pädagogischen Aspekten wie etwa der Werteerziehung und Verantwortungsbereitschaft zusammenzudenken. Am Beispiel der Nachhaltigkeitsaufgaben im FERMI-Gewand kann dies beispielhaft und inhaltlich ganz konkret verdeutlicht werden (siehe Abschnitt 5.2.2). Mit dem Aspekt der zur Verwirklichung der Ziele angemessenen Unterrichtskultur einher geht auch VON HENTIGs Anmerkung, dass gerade die kognitive Dimension des Lernens nicht ausreiche, um den Auftrag der Werteerziehung zu erfüllen – für ihn hat die Schule als Erfahrungsraum hier besonderes Potential (vgl. von Hentig 2007, S. 81 f.). Auch dieser Moment, die Berücksichtigung nicht-kognitiver Aspekte beim Erlernen von Mathematik, findet sich im Achtsamen Unterricht wieder (siehe Abschnitt 4.1.4).

Die Gefahr, der Auftrag werde vornehmlich über den Verstand erfüllt werden, ist real, zumal wenn er an die Schule ergeht. »Kognitives Lernen« zu veranlassen, wie es im Fachjargon heißt, gelingt der Bildungseinrichtung in der Regel, und darum mißlingt ihr meist das »ganze« Lernen, das Lernen »mit Herz und Tat«, wie die »Erklärung zum Weltethos« das nennt.

(von Hentig 2007, S. 81)

Neben unverzichtbaren Werten schlägt VON HENTIG folgende sechs Gruppen von Fähigkeiten vor, die sich zur Bewältigung der Herausforderungen des 21. Jahrhunderts als bedeutsam herauschälen – und für die BNE einen Beitrag leisten kann:

- die Fähigkeit zur Politik, zum Mitdenken und Mitentscheiden in der *res publica*;
- die Fähigkeit zur Wahrnehmung und Achtung anderer Denk- und Lebensformen unter Wahrung der eigenen;
- die Fähigkeit, Abstand zu nehmen oder Widerstand zu leisten, wenn in der eigenen Umgebung die tragenden gemeinsamen Werte verletzt werden;
- die Fähigkeit, die eigenen Bedürfnisse so einzuschränken, daß die Natur geschont wird und benachteiligte Völker einen fairen Anteil am Wohlergehen der Menschen erhalten;
- die Fähigkeit zum Aushalten von Ambivalenz;
- die Fähigkeit, für sich selbst – für die eigene Existenz und für das eigene Glück – einzustehen.

(von Hentig 2007, S. 97 f.)

2.2 Schnittstelle zur Mathematikdidaktik

2.2.1 HANS WERNER HEYMANNS Weltorientierung, kritischer Vernunftgebrauch und Verantwortungsbereitschaft

HEYMANN (1996) sieht den allgemeinbildenden Auftrag der Schule als zentral an und konkretisiert sein Allgemeinbildungskonzept durch sieben Aufgaben des Bildungssystems:

- Lebensvorbereitung
- Stiftung kultureller Kohärenz
- Weltorientierung
- Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch
- Entfaltung von Verantwortungsbereitschaft
- Einübung in Verständigung und Kooperation
- Stärkung des Schüler-Ichs

(Heymann 1996, S. 47)

Nachhaltigkeitsrelevante Fragestellungen können insbesondere zur Weltorientierung, zum kritischen Vernunftgebrauch und zur Entfaltung von Verantwortungsbereitschaft beitragen.

Zur **Weltorientierung** sollen „[d]ie Schüler [...] einen Überblick haben, die Erscheinungen um sich herum einzuordnen wissen, sie zueinander in Beziehung set-

zen können, über ihrem engeren Erfahrungshorizont hinaus über die Welt ‚Bescheid wissen‘ (Heymann 1996, S. 79). Wie bei WINTER und FÜHRER kann hier das Fach Mathematik helfen, Erscheinungen in einer spezifischen, mathematischen Art wahrzunehmen, einzuordnen, zu verstehen. Hierzu sei ein Überschreiten der Fachgrenzen der einzelnen Schulfächer nötig:

Die Grenzen der Schulfächer [...] sind gegenüber dem noch nicht fachlich vordisziplinierten Leben durchlässig zu machen. Fachlehrer sollten einen Teil ihrer didaktischen Bemühungen darauf verwenden, zu klären, welche Bedeutung die fachlichen Begriffe und Strukturen für das Verständnis sachlicher, sozialer, ideeller Alltagsphänomene haben, welche primär nichtfachlichen Probleme sich mit ihrer Hilfe lösen lassen, wo und warum die im Fach bevorzugten Perspektiven an Grenzen stoßen [und, K. W.] zu Verzerrungen der Weltwahrnehmung führen. Am Beispiel der Mathematik etwa: Was ist berechenbar, was ist mathematisch modellierbar und was nicht? Zu welchen Ausblendungen verleitet die Beschränkung auf Berechenbares, auf Mathematisierbares?

(Heymann 1996, S. 84)

Aufgaben mit Bezug zur Nachhaltigkeit im Mathematikunterricht tragen zur Weltorientierung bei, indem sie den „Vorstellungs- und Urteilshorizont“ (ebd., S. 88) für lokale und globale Problemfelder öffnen. „Daß eine Weltorientierung, die diesen Namen verdient, nicht unter Ausblendung der globalen Gefahren und Bedrohungen vermittelt werden kann, versteht sich von selbst“ (Heymann 1996, S. 87).

HEYMANN (1996, S. 87) merkt an, dass die Schule zwar Begegnungsort für solche von KLAFFKI genannten „Schlüsselprobleme“ sei und Handlungskompetenz anbahnen könne, sieht aber wie KLAFFKI mögliche Probleme der Konzentration der Bildung darauf – Blickverengung, emotionale Überforderung – und warnt vor „unrealistischen Erwartungen“, die durch eine Ausrichtung der Bildung an den „Schlüsselproblemen“ entstehen können:

[D]ie systematische Verortung der Schlüsselprobleme in der schulischen Aufgabe der Weltorientierung bewahrt vor einer Überbewertung der möglichen Rolle der Schule bei der Lösung dieser Probleme, beugt unrealistischen Erwartungen und überzogenen Hoffnungen vor. Schule ‚orientiert‘ die Schüler auf eine Welt hin, in der die betreffenden Bedrohungen real und existenzgefährdend sind, trägt sie – bildlich gesprochen – in den Urteilshorizont der Schüler.

(Heymann 1996, S. 87)

Durch die Integration von KLAFFKIs Allgemeinbildungsmoment der „Schlüsselprobleme“ in HEYMANNs Weltorientierung werde deutlich, dass die Thematisierung jener nur ein „Baustein“ (Heymann 1996, S. 87) der Weltorientierung sei und dass Schule neben der Weltorientierung noch weitere Aufgaben habe (vgl. Heymann

1996, S. 87 f.). Wichtig sei dennoch, eine längerfristige Integration solcher „Schlüsselprobleme“ anzustreben – eine Thematisierung als Exkurs genüge den Anforderungen nicht:

Ein sozial und politisch engagierter, an seinen Schülern und ihrer Zukunft interessierter Lehrer wird seine persönliche Betroffenheit durch globale Probleme nicht hinter seinen fachunterrichtlichen Aktivitäten verstecken wollen und können. Es darf keine affektiv getönte, aber im Grunde außerunterrichtliche Zutat bleiben, wenn aktuelle Schlüsselprobleme zwischen Lehrern und Schülern zur Sprache kommen, wenn Stellung bezogen wird und Möglichkeiten privaten und politischen Handelns erörtert werden. Die Welt- und Schlüsselprobleme können zu Kristallisationskeimen jener fachlichen Entgrenzung werden [...]. Denn es gibt wohl kein gängiges Schulfach, das zur Wahrnehmung dieser Probleme nicht wenigstens einige Aspekte beisteuern könnte [...]

(Heymann 1996, S. 88)

Darüber hinaus kann eine über das Fach hinausgehende Reflexion der emotional schwierigen Problematik Pessimismus oder Ohnmachtsgefühl entgegenwirken – HEYMANN schlägt das Sichtbarmachen konkreter Handlungsmöglichkeiten vor: „Und weil mit den Schlüsselproblemen viel emotionale Betroffenheit ins Spiel kommen kann, bedarf die Auseinandersetzung mit ihnen einer gewissen Gelassenheit und Fähigkeit zur Distanzierung. Betroffenheit und Angst allein lähmen, wenn solchen Gefühlen keine konkreten Handlungsmöglichkeiten entsprechen“ (Heymann 1996, S. 88).

Modellierungsaktivitäten zur Anwendung von Mathematik auf außermathematische Sachverhalte schaffen nach HEYMANN die Verbindung zwischen dem Fach Mathematik und der Welt, tragen also zur geforderten Weltorientierung bei:

Durch aktives mathematisches Modellieren lernen die Schüler etwas über die ‚Sache‘, über den Gegenstandsbereich, dem das zu untersuchende Problem entstammt, und sie lernen auch viel Mathematik. Umgekehrt gilt: Erfolgreiches mathematisches Modellieren setzt voraus, daß man von beidem bereits etwas versteht.

(Heymann 1996, S. 188)

Die Aufgaben mit Nachhaltigkeitsbezug, die Modellbildungsaktivitäten anregen, können also einerseits aufklären über die Sache, andererseits fördern sie mathematische Aktivitäten wie das Modellieren, Argumentieren oder Vernetzen mathematischer Basisinhalte. Die Mathematik kann aus pragmatisch-utilitaristischer Sicht zur Umwelterschließung im WINTERSchen Sinne beitragen (vgl. Winter 1985, S. 31 – siehe Abschnitt 4.3.2 ab S. 262), um neue Aspekte der Sache zu erschließen, kann aber auch als „*Kommunikationsmedium*“ (Heymann 1996, S. 191; Hervorhebung im Original) verwendet werden, wodurch Alltagserscheinungen mathematisch beleuchtet werden, „um unsere Welt in ihren quantitativen Aspekten besser

zu durchschauen: Abschätzungen mit großen Zahlen vorzunehmen, große Zahlen mit konkreten, über Sinneserfahrungen gestützten Vorstellungen zu verbinden“ (Heymann 1996, S. 191). In gesellschaftskritischer, aufklärerischer Hinsicht sei es bei Anwendungen wichtig, Anknüpfungspunkte für individuelles Handeln zu bieten. Den Lernenden solle die Erfahrung ermöglicht werden, welchen Einfluss sie im Rahmen der Problematik in ihrem eigenen Alltag nehmen können:

Die Anwendungen sollen nicht nur lebensnah, mathematisch interessant und für die Schüler bewältigbar sein, sondern auch Möglichkeiten individuellen Engagements und Eingreifens aufzeigen, auf akute oder verdeckte Probleme hinweisen, die der Gesellschaft (oder der ganzen Menschheit) auf den Nägeln brennen.

(Heymann 1996, S. 193)

Das Fach Mathematik könne dabei inhaltlich gesehen nicht mit Geographie konkurrieren, aber dennoch seinen Beitrag zum Verstehen der Sache leisten, indem es beispielsweise ökologische Probleme in mathematische Standardthemen in redlicher Weise einbinde – das Potential sei dabei, so HEYMANN, „nicht annähernd ausgeschöpft“ (Heymann 1996, S. 193):

Ökologische und wirtschaftliche Probleme, Rohstoffverbrauch, Bevölkerungswachstum, Risikoabschätzungen usw. lassen sich relativ ungezwungen mit mathematischen Standardthemen der Sekundarstufe I und II verbinden. Wenn inhaltliche Probleme dieses Zuschnitts nicht lediglich Aufhänger für das Einüben mathematischer Techniken bleiben, sondern umgekehrt deutlich wird, daß Mathematik dazu dienen kann, diese Probleme genauer zu durchleuchten, Größenordnungen zu veranschaulichen^[60], Alternativen zu herrschenden Trends im Modell durchzuspielen, dann leistet der Mathematikunterricht in der Tat ein Stück Weltorientierung im erläuterten Sinne.

(Heymann 1996, S. 193)

HEYMANN erkennt auch mögliche Schwierigkeiten bei der Integration von Problemen gesellschaftlicher Relevanz im Mathematikunterricht:

Unterrichtspraktisch ist die Verkopplung zentraler Zeit- und Weltprobleme mit Schulmathematik dennoch nicht unproblematisch: Die Motiviertheit von Schülern ist der übergeordneten Relevanz der anstehenden Fragen nicht unbedingt proportional, und gesellschafts- oder umweltpolitisch überengagierte Lehrer, denen es an pädagogischem Takt fehlt, erzeugen bisweilen ungewollt

⁶⁰ Auf den Beitrag des Mathematikunterrichts zur Entwicklung von Größenvorstellungen und zur Veranschaulichung von Größen im Rahmen von BNE wird in Kapitel 5 genauer eingegangen.

Abwehrreaktionen bei Schülern, die ‚in Mathe‘, gemäß frühzeitig ansozialisierter und im Verlauf der Schulzeit tief verankerter Erwartungen, lieber ‚nur Mathe‘ treiben wollen.

(Heymann 1996, S. 193 f.)⁶¹

Neben der Weltorientierung ist auch der **kritische Vernunftgebrauch** wichtiges allgemeinbildendes Ziel bei HEYMANN und im Rahmen der Diskussion von BNE relevant. Kritischer Vernunftgebrauch beinhalte, Behauptungen zu hinterfragen und „dabei auf die Kraft der eigenen Urteilsfähigkeit zu vertrauen“ (Heymann 1996, S. 89). Über diese Denkfähigkeit und den rationalen Gebrauch des Verstandes hinaus sei damit eine Haltung verbunden, „mittels des eigenen Verstandes den Dingen auf den Grund gehen zu wollen“ (ebd.). Kritischer Vernunftgebrauch reflektiere die Grenzen des eigenen Denkens und sei Voraussetzung zur Entwicklung von Mündigkeit (vgl. Heymann 1996, S. 90/92). Er stehe für den kognitiven Aspekt von Mündigkeit (vgl. ebd., S. 106). Zur Entwicklung kritischen Vernunftgebrauchs seien sowohl die Inhalte entscheidend, die für die Schüler relevant, altersangemessen, emotional anregend und vernetzend sein sollen, als auch die passende Unterrichtskultur, in welcher der vernünftige Umgang untereinander und mit der Sachfrage den kritischen Vernunftgebrauch fördere (vgl. Heymann 1996, S. 100 ff.). Dabei benötige es weder aufwändige Projekte noch erhöhtes mathematisches Können (vgl. ebd., S. 244). Mathematik könne sowohl als *Mittel* kritischen Denkens fungieren, indem durch ihre Anwendung Sachverhalte aufgeklärt werden können, als auch als *Mittel und Gegenstand* kritischen Denkens, indem in der Gesellschaft verwendete mathematische Modellbildungen kritisch hinterfragt werden, und zuletzt auch nur als *Gegenstand* kritischen Denkens, indem über das Verhältnis von Mathematik und Welt, über die Grenzen von Modellierungen, diskutiert werde (vgl. Heymann 1996, S. 243 f.).

So bieten beispielsweise FERMI-Aufgaben mit Nachhaltigkeitsbezug in der Art „Stimmen die Angaben?“, wie sie in Abschnitt 5.2.2 vorgestellt werden, Gelegenheit, den kritischen Vernunftgebrauch zu unterstützen bzw. zu erproben: Trotz Unsicherheiten und damit verbundener Ungenauigkeit kann mit gesundem Menschenverstand, elementarem Fachwissen, dem Tätigen von Annahmen und Abschätzung die Behauptung hinterfragt und geprüft werden – und dabei können auch Grenzen der Modellbildung reflektiert werden (vgl. Hans C. von Baeyer 1994, S. 12). Dies stärkt das Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten (vgl. auch W. Herget 1999, S. 7; 2012, S. 33) und fördert durch die Anwendung von Mathematik die von HEYMANN beschriebene Haltung, „mittels des eigenen Verstandes den Dingen auf den Grund gehen zu wollen“ (Heymann 1996, S. 89).

⁶¹ siehe auch die Unterrichtserfahrungen und Reflexionen der Schüler im Anschluss an die Aufgabenbearbeitung in Unterabschnitt 5.2.2.3.

HEYMANN selbst stellt ein Beispiel zur Förderung des kritischen Vernunftgebrauchs vor, welches sich basierend auf einem Zeitungsausschnitt zum Thema Weltbevölkerung der BNE-Thematik zuordnen lässt:

Jede Sekunde werden auf der Erde drei Kinder geboren – die meisten im südlichen Teil der Erdhalbkugel. Aber jede Sekunde rollt auch ein neues Auto vom Fließband, fast immer in den Ländern des Nordens. Es sind die knapp 920 Millionen Menschen in den Industriestaaten, die 70 % der Energie verbrauchen ...

(Heymann 1996, S. 244 f.)

An diesem Beispiel führt HEYMANN Fragen auf, die zum kritischen Denken anregen, aufgrund der Thematik auch der Weltorientierung dienen und ferner Mathematik als nützlich und lebenspraktisch erleben lassen, indem Schätzen, Messen, Modellieren, Vorstellungen großer Zahlen usw. gefordert werden (vgl. Heymann 1996, S. 245 f.). Mögliche Fragen seien: Können die Informationen stimmen? Hilft die Graphik, sich die Zahlen besser vorstellen zu können? Wie kommen solche Zahlenangaben zustande? Wie lassen sich die Angaben veranschaulichen? Wie ist das Verhältnis von Energieverbrauch zwischen einem Industrieland- und einem Dritten-Welt-Land-Bewohner? Wie groß ist mein persönlicher Energieverbrauch? Welche Auswirkungen hätte ein solcher Verbrauch auf den weltweiten Energieverbrauch und die Rohstoffreserven? ... (vgl. Heymann 1996, S. 245 f.).

HEYMANN sieht auch mögliche Kritik bei der Integration solcher Beispiele in den Unterricht der höheren Klassenstufen und begegnet dieser wie folgt:

Primär fachlich orientierte Mathematiklehrer und Didaktiker werden vermutlich einwenden, daß das Beispiel und die daran geknüpften Fragen für Neun- bis Dreizehnkläßler – zumal am Gymnasium – viel zu wenig ‚anspruchsvolle‘ Mathematik enthielten. Vielleicht wären sie allenfalls geneigt, den Zeitungsausschnitt als ‚motivierenden‘ Aufhänger zur Einführung der Exponentialfunktion zu akzeptieren. Beide (nur hypothetischen?) Reaktionen wären m. E. fatal. Zu einem allgemeinbildenden Mathematikunterricht gehören solche Beispiele und Denkanlässe wie das Salz zur Suppe. Und diese Metapher trägt in doppeltem Sinne: Niemand wird satt von Salz allein, doch ohne mundet die nahrhafteste Speise fade.

(Heymann 1996, S. 246)⁶²

Solche Beispiele können HEYMANN zufolge schließlich helfen, Alltagsvernunft und mathematisches Denken aufeinander zu beziehen, und sie können zur Weckung des kritischen Vernunftgebrauchs durch Mathematikunterricht beitragen. Sie

⁶² Einige Schülerprodukte zu den Beispielaufgaben in Abschnitt 5.2.2 können zudem zeigen, welche Probleme auch Lernende höherer Klassenstufen des Gymnasiums mit der Bearbeitung solcher Aufgaben haben, die eigentlich nur elementare inhaltsbezogene Kompetenzen erfordern.

wirken der Gefahr entgegen, „daß einer Mehrzahl von Schülern ein Denken aufgefropft wird, mit dem sie sich nicht identifizieren können“ (Heymann 1996, S. 246) und der Mathematikunterricht dadurch „keinen Beitrag zur Weckung, sondern zur Einschläferung der kritischen Vernunft“ (ebd.) leiste.

Nicht zuletzt kommt der **Entfaltung von Verantwortungsbereitschaft** im Rahmen des Allgemeinbildungsauftrags der Schule bei HEYMANN eine Aufgabe zu, die auch für BNE relevant ist und die bereits bei VON HENTIG sehr deutlich wurde: „Daß Unterricht immer auch erzieht, also über die angestrebte Wissensvermittlung hinaus an der Ausformung von Verhaltensmaßstäben teilhat, ist eine alte pädagogische Einsicht, die die Forschungen zur unterrichtlichen Sozialisation bestätigt und neu zu Bewußtsein gebracht haben“ (Heymann 1996, S. 105). Verantwortung als ethische Dimension des Lernens und der Allgemeinbildung lasse sich nicht beibringen, sondern bedürfe konkreter praktischer Maßnahmen, worauf aufbauend die Lernenden eine ethisch begründete Haltung im Bezug zu ihren Mitmenschen und ihrer natürlichen Mitwelt entwickeln können (vgl. Heymann 1996, S. 105 f.):

Verantwortlich verhält sich, wer die Folgen seines Handelns (bzw. Nicht-Handelns) für sich und andere bedenkt und für sie einsteht. [...] Verantwortung ist das ethische Korrektiv, das den kaum noch überschaubaren Horizont der Handlungsmöglichkeiten des Menschen auf ein vernünftiges Maß begrenzt, das dem Verlangen entgegensteht, alle denkbaren Möglichkeiten Wirklichkeit werden zu lassen. Handlungen, für die niemand mehr die Verantwortung übernehmen kann, sind vom Standpunkt einer Verantwortungsethik nicht zu rechtfertigen.

(Heymann 1996, S. 105)

Bezüglich BNE geht es also neben dem Wahrnehmen, Erkennen oder Verstehen von Problemen – was insbesondere in der schulischen Aufgabe der Weltorientierung aufgehoben ist – um die Anbahnung und Entwicklung einer entsprechenden Haltung, die auch über die Schule hinausreicht:

Verantwortung [...] steht generell für eine Rückbindung von Wissen und Sachkompetenz in eine ethisch begründete Haltung. [...] Neben dem verantwortlichen *Handeln*, dem im ‚Schonraum‘ der Schule Grenzen gesetzt sind, läßt sich verantwortliches *Denken* kultivieren, z. B. im Blick auf die globalen Probleme, die von der Schule im Rahmen ihrer Weltorientierungsaufgabe aufzugreifen sind.

(Heymann 1996, S. 106; Hervorhebung im Original).

Im Gegensatz zum kritischen Vernunftgebrauch benötige die Entfaltung von Verantwortungsbereitschaft sowohl kognitive als auch affektive Aspekte:

Das Verantwortungsgefühl allein kann mich nicht hindern, im Sinne der Verantwortungsethik, die mir die Folgen meines Handelns zurechnet, unverantwortlich zu handeln, wenn ich nämlich zu wenig weiß. Das unverantwortliche Handeln ist dann uninformiertes oder dummes Handeln. Wissen und kritischer Vernunftgebrauch allein können mich andererseits nicht hindern, gewissenlos zu handeln, wenn mir Verantwortungsgefühl und Verantwortungsbewußtsein abgehen. Das unverantwortliche Handeln ist in diesem Falle böses, zynisches oder zumindest leichtfertiges Handeln.

(Heymann 1996, S. 106)

Mathematik habe diese „sozialethische und auf die Person des Schülers bezogene“ (Heymann 1996, S. 249) Aufgabe betreffend *inhaltlich* wenig beizutragen⁶³, dennoch könne sie sich an dem erzieherischen Auftrag beteiligen:

Das Fehlen eines *inhaltlichen* Bezugs zwischen den drei hier zu behandelnden Allgemeinbildungsaufgaben [Verantwortung, Verständigung und Kooperation, Stärkung des Schüler-Ichs, K. W.] und dem Fach Mathematik mag mit dazu beitragen, daß im Mathematikunterricht häufig eine besondere Spannung zwischen pädagogischen und fachlichen Ansprüchen spürbar ist. Offenbar tun sich Lehrer, sobald sie Mathematik unterrichten, schwerer als in den meisten anderen Schulfächern, sich am allgemeinen erzieherischen Auftrag der Schule zu beteiligen. Auch dann, wenn sie diese Verpflichtung prinzipiell bejahen, bleibt vielfach ihr spezifisch pädagogisches Handeln vom fachunterrichtlichen Handeln stärker getrennt als in anderen Fächern. Unterricht und Erziehung bilden keine Einheit.

(Heymann 1996, S. 249; Hervorhebung im Original)

Zur Förderung von Verantwortungsbereitschaft durch Mathematik sei eher die Unterrichtskultur, das soziale Miteinander, das pädagogische Moment von Unterricht entscheidend (vgl. Heymann 1996, S. 250). Als Beispiel für eine Unterrichtskultur, die generell zur Verwirklichung des von HEYMANN vorgestellten Allgemeinbildungskonzeptes beiträgt, nennt er den *Sanften Unterricht* nach ANDELFINGER (vgl. Heymann 1996, S. 272 f.). Dieser wird hier in der vorliegenden Arbeit in einem eigenen Kapitel 3 aufgegriffen und findet seine Weiterentwicklung im Acht-samen Unterricht, der einen geeigneten pädagogisch-fachlichen Rahmen zur Verfügung stellt, um der Bildungsidee BNE im Mathematikunterricht gerecht zu werden und damit auch zu den von HEYMANN genannten sozialethischen Aufgaben beizutragen (zu den Grundlagen siehe Unterkapitel 4.1).

Um die Verantwortungsbereitschaft im Rahmen von Mathematikunterricht zu fördern, sind HEYMANN zufolge vor allem folgende Aspekte bedeutsam: Der Lehrer solle zum einen eine Vorbildfunktion diesbezüglich einnehmen und die Haltung

⁶³ vergleiche hierzu auch SCHUPP (2004, S. 8) – siehe Abschnitt 4.1.1, S. 173

vorleben. Der Unterricht solle Situationen zum verantwortlichen Handeln der Lernenden bieten, etwa durch Übernahme der Verantwortung für ihren eigenen Lernprozess, fernab eines kleinschrittig vorstrukturierten Lehrgangs (vgl. Heymann 1996, S. 256 f.). Diese Aspekte werden im Achtsamen Unterricht aufgegriffen, der die Gegenseitigkeit des Ernstnehmens betont und Schülern angemessene Möglichkeiten zur demokratischen Partizipation als eine Facette des Ernstnehmens eröffnen will (siehe Abschnitt 4.3.1). Daneben solle der Unterricht gelegentlich Themen bieten, wie sie auch weiter oben beim kritischen Vernunftgebrauch beispielhaft erläutert wurden, die „Gelegenheit zu verantwortlicher Reflexion“ (Heymann 1996, S. 257) bieten. Hier setzt auch BNE an: BNE kann geeignete Fragestellungen in den Mathematikunterricht einbringen, die ausgehend von einer mathematischen Bearbeitung solche Reflexionen zum verantwortlichen Denken anregen und so verantwortliches Handeln auch außerhalb der Schule anbahnen. Die Beispiele sollten dazu so gewählt sein, dass sie den Schülern eigene Handlungsspielräume zur Verantwortungsübernahme eröffnen. Auch sollte im Unterricht der Diskussion der Sache, die auch die Grenzen des Faches überschreiten wird, genügend Raum gegeben werden (siehe Achtsame Unterrichtskultur und gegenseitig Aufklären in Abschnitt 4.3.2). So kann der BNE-Kontext auch aus pädagogischer Sicht zum Allgemeinbildungsauftrag des Mathematikunterrichts beitragen, indem er den Mathematikunterricht an der Ausbildung von Werten, ethisch begründeten Haltungen und Verhaltensmaßstäben beteiligt.⁶⁴

2.3 Mathematikdidaktische Allgemeinbildungsdiskussionen

2.3.1 HEINRICH WINTERS Grunderfahrungen und allgemeine Lernziele

Unter Allgemeinbildung versteht WINTER „Wissen, Fertigkeiten, Fähigkeiten, und Einstellungen [...], was jeden Menschen als Individuum und Mitglied von Gesellschaft in einer wesentlichen Weise betrifft, was für jeden Menschen unabhängig von Beruf, Geschlecht, Religion u. a. von Bedeutung ist“ (Winter 1995, S. 37). WINTER (1995, S. 37) nennt gesellschaftliche Veränderungsprozesse und „ungelöste

⁶⁴ FÜHRERS Rezension von HEYMANNS Allgemeinbildungskonzept übt einige Kritik an verkürzten Sichtweisen: So sei das Konzept zu sehr von individuellen Bedürfnissen der Person und zu wenig aus gesellschaftlichen Anforderungen heraus gedacht (vgl. Führer 1997b, S. 54) und daher ergänzungsbedürftig. Die Weltorientierung betone beispielsweise zu sehr, welche Rolle Mathematik für die eigene Lebenswelt der Schüler spiele, und beachte zu wenig Fremdes. Auch reflektiere sie nicht, dass eine Orientierung über die geistige Welt zur Allgemeinbildung gehöre (vgl. Führer 1997b, S. 55). Bei der Förderung des kritischen Vernunftgebrauchs berücksichtige HEYMANN auch „die langfristige Kontinuität im Aufbau der Argumentationsmittel [...] und im Aufbau der Begründungsanforderungen“ (Führer 1997b, S. 57; Hervorhebung im Original) nicht. Für weitere Kritikpunkte siehe (Führer 1997b).

weltweite Probleme“ wie beispielsweise die „Friedensicherung“, die „Befreiung von Hunger“, die „Erhaltung der Umwelt“ oder auch den Abbau sozialer Ungleichgewichte und sieht es angesichts derer für immer wichtiger an, „daß möglichst viele Menschen eine möglichst gediegene Allgemeinbildung erwerben können“. Der Mathematikunterricht als Fachunterricht könne zur Allgemeinbildung beitragen, indem er folgende drei **Grunderfahrungen** vermittele:

- (1) Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,
- (2) mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen,
- (3) in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinaus gehen, (heuristische Fähigkeiten) zu erwerben.

(Winter 1995, S. 37)

Der Nachhaltigkeitskontext liefert solche Erscheinungen, „die uns alle angehen oder angehen sollten“. Wenn Mathematikunterricht im WINTERSchen Sinne als allgemeinbildend verstanden werden soll, dann gehören Probleme der *Einen Welt*, also Fragen einer nachhaltigeren Gestaltung von Gegenwart und Zukunft, zur Verwirklichung der ersten Grunderfahrung dazu. Der Mathematikunterricht kann hier insbesondere im Rahmen der Anwendungsorientierung dazu beitragen, Nachhaltigkeitsaspekte aus dem mathematischen Blickwinkel heraus zu beleuchten und diese „in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen“ (ebd.) helfen. WINTER betont, welche Anforderungen die Anwendungen erfüllen müssen, um zur ersten Grunderfahrung beizutragen:

Interessant und wirklich unentbehrlich für Allgemeinbildung sind Anwendungen der Mathematik erst, wenn in Beispielen aus dem gelebten Leben erfahren wird, wie mathematische Modellbildung funktioniert und welche Art von *Aufklärung* durch sie zustande kommen kann, und Aufklärung ist Bürgerrecht und Bürgerpflicht.

(Winter 1995, S. 38; Hervorhebung im Original)

Modellierungsaktivitäten fördern das Wahrnehmen von Erscheinungen aus mathematischer Sicht und können zu reflektierten Entscheidungen, Urteilen und Handlungen beitragen, haben nach WINTER also **aufklärenden Charakter**⁶⁵:

⁶⁵ Wie Mathematikunterricht *grundsätzlich* zur Aufklärung beitragen kann, darauf wird im Rahmen des Achtsamen Unterrichts in Abschnitt 4.3.2 genauer eingegangen. Des Weiteren thematisiert das Kapitel 5 zum Umgang mit Ungenauigkeit WINTERS Auffassung, dass Näherungsrechnungen häufig zum Verstehen von Zusammenhängen genügen, denn die sich so ergebenden Konsequenzen sind aus Sicht der Aufklärung meist aussagekräftig genug.

Soll jedoch die Diskrepanz nicht (resignativ oder beflissen) hingenommen werden, und also der ‚normale Bürger‘ trotz aller Hemmnisse ein gewisses Maß an Einsicht, Urteilsfähigkeit und Handlungsorientierung erlangen, so erwächst daraus eben das Problem der Aufklärung. Das ist in erster Linie ein pädagogisches Problem, aber im weiteren Sinne, da es nicht nur die allgemeinbildenden, sondern alle Schulen, und darüber hinaus und vor allem die Hochschulen (Bringschuld der Experten!), die Bildungs- und Wissenschaftsbürokratie, die Parteien und nicht zuletzt die Medien angeht.

(Winter 1990a, S. 132)

Der Nachhaltigkeitskontext im Mathematikunterricht kann Anlass sein, Wirklichkeitsausschnitte zu hinterfragen, Situationen zu mathematisieren, um auf Basis geeigneter Modellierungen zu begründeten Urteilen zu gelangen, um „zweckmäßige“ Entscheidungen zu treffen und um Verantwortung zur Gestaltung einer nachhaltigen Gegenwart und Zukunft zu übernehmen. Dieser Bezug der Mathematik auf Fragen der Wirklichkeit „korrespondiert wiederum mit einem wesentlichen Aspekt der geistigen Existenz des Menschen überhaupt: dem Bestreben, Wirklichkeit zu beherrschen, d. h. Voraussagen zu treffen, ökonomisch zweckmäßige Entscheidungen zu treffen, Technik zu betreiben“ (Winter 2000, S. 50). Im Hinblick auf BNE sollten die Entscheidungen allerdings nicht nur *ökonomisch* zweckmäßig sein, sondern auch ökologische und soziale Bedürfnisse berücksichtigen (siehe Zielkonflikte in Abschnitt 1.1.1).

Die Schüler können darüber hinaus anhand von BNE-relevanten Themen mathematische Inhalte und Kompetenzen erlernen bzw. festigen, die Bestandteil von Allgemeinbildung und bei WINTER in der zweiten Grunderfahrung aufgehoben sind (vgl. Winter 1995, S. 37). Des Weiteren sind Kontexte aus dem Bereich Nachhaltigkeit *eine* Möglichkeit, Mathematik als „anwendbare Wissenschaft“ (Winter 2000, S. 59) zu begreifen. Dies ist eines von vier allgemeinen **Lernzielen**, die WINTER für den Mathematikunterricht formuliert: „Der Unterricht soll dem Schüler / der Schülerin Möglichkeiten geben, die praktische Nutzbarkeit der Mathematik zu erfahren. Man könnte auch sagen: Die Schülerinnen sollen lernen, Situationen der Wirklichkeit zu mathematisieren“ (Winter 2000, S. 50). BNE liefert solche Situationen und Kontexte zum Modellieren mittels Mathematik (siehe Kapitel 5).

2.3.2 LUTZ FÜHRERS Pädagogik des Mathematikunterrichts

FÜHRER weist, ganz ähnlich wie WINTER, im Zusammenhang mit der Anwendungsorientierung des Mathematikunterrichts auf das Ziel der Aufklärung über die Sache hin. Dazu reflektiert FÜHRER (1997a, S. 71 f.) zunächst die Bedeutung von Mathematik für einen Nichtmathematiker. Er vertritt u. a. folgende These:

Für Nichtmathematiker soll Mathematik zu *einem* Denkwerkzeug werden. Mathematik wird in außermathematische bzw. in nicht rein innermathematische Situationen *hineingedacht*, um Beurteilungs- und Entscheidungshilfen zu

gewinnen. Im allgemeinen ist nicht zu erwarten, daß damit alles Wesentliche der Situation erfaßt wird.

(Führer 1997a, S. 72; Hervorhebung im Original)

Das Betrachten von Situationen mit dem spezifisch mathematischen Blick kann also zum Verstehen der Erscheinungen beitragen – wie WINTER auch in seiner ersten Grunderfahrung formuliert –, wenngleich dieser Blick nicht alle Gegebenheiten erfassen könne und daher nur eine Entscheidungshilfe lieferte. Letzteres betont FÜHRER hier ausdrücklich. Dies zu erkennen sei für den Nichtmathematiker von besonderer Bedeutung, um der Gefahr entgegenzuwirken, die mathematische Schlussfolgerung allein für „das Wesentliche“ zu halten (vgl. Führer 1997a, S. 72):

Und sie [die Schulmathematik, K. W.] hätte vor allem immer wieder an hinreichend einfachen Themen zu verdeutlichen, daß es keine vollständigen mathematischen Antworten auf außermathematische Erkenntnis- oder Anwendungsfragen gibt, sondern ‚nur‘ kritisierbare Hinweise, Vorschläge, Modelle und vielleicht neue, schärfere Fragen.

(Führer 1988, S. 101)

Im Zusammenwirken mehrerer Fächer könne aufgeklärtes Denken stattfinden, womit die Hoffnung verbunden sei, „daß die nachwachsenden Generationen in allen gesellschaftlich existenziellen Bereichen wenigstens soweit zu Überblicken, Einblicken und Durchblicken befähigt werden, daß sie demokratisch verantwortlich recherchieren, urteilen, delegieren, handeln und vorbeugen können“ (Führer 1997a, S. 80).

Lebensnähe und Anwendungsorientierung sind FÜHRER zufolge demnach wichtige Komponenten des Mathematikunterrichts – wenngleich dies nicht bedeute, dass sich Mathematik allein aus einem Anwendungsinteresse legitimiere (vgl. Führer 1997a, S. 111). FÜHRER (1997a, S. 113) betont, dass Anwendungsbezüge nicht nur aufgezeigt werden, sondern auch aufklärend wirken sollen:

Fordert man Klarheit der Darstellung, Aufklärung von Mechanismen und Zusammenhängen in lebensweltlichen Fragen, dann fordert man zur Gewohnheit des Mitredens heraus – und mutet das Mitdenken und Mitentscheiden zu. [...] Daher [müssen, K. W.] Anwendungsbezüge [...] nicht nur aufgezeigt, sondern auch *aufgeklärt* werden: *Es geht um das schwer erkämpfte Rechtsgut des fairen, sachgerechten und human verpflichteten Mitredens aller.*

(Führer 1997a, S. 113; Hervorhebung im Original)

Mathematisierungen sind also auch⁶⁶ dort von Bedeutung, wo sie helfen, außermathematische Zusammenhänge besser bzw. differenzierter zu verstehen, also

⁶⁶ FÜHRER beschreibt, dass neben der außermathematischen Orientierungsfunktion Anwendungsprobleme auch innermathematisch orientieren können, indem sie Kontexte zum Strukturieren und Sinnkonstruieren liefern. Vergleiche dazu FÜHRER (1997a, S. 115 ff.)

eine Orientierung in der Außenwelt liefern. Als Beispiele nennt FÜHRER (1997a, S. 117) u. a. Bevölkerungswachstum, Tempolimit, Rohstoffvorräte oder Arbeitslosigkeit:

Jedesmal soll die Anwendung mathematischer Einzelheiten über den jeweiligen Sachbereich besser orientieren. In solchen Fällen handelt es sich eher um Versuche, bessere und differenziertere Orientierung der Schüler in der Außenwelt durch Anwendung von Mathematik zu erreichen, als um Anwendungsorientierung des Mathematikunterrichts selbst. Gewichtigungen der mathematischen Hilfsmittel erfolgen aus einem sehr spezifischen Kontext heraus, der nicht ihrer Rolle in der Mathematik, ja nicht einmal ihrer Rolle in der Angewandten Mathematik gerecht werden muß. Im Vordergrund steht die Sachsituation, der Unterricht *in* Mathematik bleibt sekundär. Aber es handelt sich um geradezu unverzichtbare Beiträge zum Unterricht *über* Mathematik, weil mit ihnen am ehesten gezeigt werden kann, daß und wie Mathematik alle betrifft.

(Führer 1997a, S. 117; Hervorhebung im Original)

Themen, die Betroffenheit und Engagement auslösen, gehören dazu, wenn man die Aufgabe ernst nehmen, Schüler zu Demokraten erziehen zu wollen:

Themen, die Schüler emotional berühren und durch mathematische Argumente befördert werden können, haben in der Regel eine politische Dimension, und es wäre unredlich und kurzfristig, ihr ständig ausweichen zu wollen. Demokraten erzieht man nicht, indem man vormacht, wie man sich heraushält.

(Führer 1997a, S. 117)

Gemessen an diesen Vorstellungen FÜHRERS bietet der Nachhaltigkeitskontext Anwendungsbezüge, in denen Mathematik zum Mitreden, Mitdenken und Mitentscheiden veranlasst. Dies sind wichtige Elemente einer funktionierenden Demokratie, sie tragen zur Entwicklung von „vernünftigen Urteilen“ (Führer 1997a, S. 118) und Verantwortung bei. Modellierungen können Orientierung in der Welt liefern und zeigen, wo und wie Mathematik „alle betrifft“ (ebd., S. 117). Der Zweck der Anwendung steht dabei im Vordergrund, die außerfachliche Sache an sich, wodurch die Thematik einen Beitrag zum „Unterricht *über* Mathematik“ leistet, wie es FÜHRER (1997a, S. 117; Hervorhebung im Original) formuliert.

Themen, die Betroffenheit auslösen, sind eine Herausforderung für den Lehrer, da mit der Thematisierung von solchen Sachfragen immer auch Aspekte von Wertungen verbunden sind – bei denen der Lehrer allerdings nach FÜHRER als „gleichberechtigter“ Diskurspartner der Schüler auftritt:

Der Mathematiklehrer soll nicht als soziales Neutrum auftreten, er muß sich in solchen Fällen nur bewußt bleiben und dies auch deutlich zeigen, daß er kraft seiner Ausbildung wohl kompetent bzgl. der Handhabung mathematischer Hilfsmittel ist, daß er aber in der Sachfrage selbst lediglich als einer der

prinzipiell gleichberechtigten, möglichst rational und redlich argumentierenden Diskussionspartner auftreten möchte.

(Führer 1997a, S. 117)⁶⁷

FÜHRER ergänzt allerdings, dass der Lehrer ungeachtet dieser Gleichberechtigung die Verantwortung für den Ausgang der Diskussion tragen müsse: „Da er im allgemeinen mit einem deutlichen Informationsvorsprung und mit rhetorischen Vorteilen in die Debatte steigt, muß er die Verantwortung für den Diskussionsausgang tragen, obwohl er dazu ‚nur‘ allgemein menschlich und nicht fachlich legitimiert ist“ (Führer 1997a, S. 117). Trotz der politischen Dimension solcher Themen – zu denen hier auch die Nachhaltigkeitsthematik gezählt wird – solle der Lehrer keine innermathematischen Reduktionen vornehmen, um daran objektive Antworten zu geben, sondern eine mögliche intellektuell redliche Thematisierung anstreben:

Bilden kann Mathematik die Schüler allerdings nur, wenn sie sie irgendwann betrifft, berührt und zu vernünftigen Urteilen bewegt. Daher muß der Lehrer sich auch solchen Aufgaben immer wieder stellen. Statt sie zu fliehen und damit die außerfachliche Relevanz mathematischen Denkens und Argumentierens zu leugnen, sollte er die Berührung von Mathematik und Realität dort suchen, wo er das mit intellektueller Redlichkeit, humaner Gesinnung und politischem Takt verantworten kann.

(Führer 1997a, S. 118)

2.4 Zusammenführende Diskussion und Zwischenfazit

Die hier ausgewählten Allgemeinbildungskonzepte haben gezeigt, dass die Beschäftigung mit BNE auch im Rahmen von Mathematikunterricht bedeutsam und unverzichtbar ist: die BNE-relevanten und allgemeinbildenden Ziele sind kaum voneinander trennbar. Wenn sich Unterricht im Sinne der ersten WINTERSchen Grunderfahrung allgemeinbildend verstehen will, dann gehört BNE dazu: Die Nachhaltigkeitsthematik greift „Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen“ auf, in denen auch Mathematik einen spezifischen Beitrag leisten kann, um die Probleme wahrzunehmen, zu beschreiben, besser zu durchschauen und zu beurteilen. Ähnlich sieht FÜHRER in der Anwendung von Mathematik auf Außer-mathematisches eine Orientierungs- und Entscheidungshilfe, die zur Aufklärung beiträgt. BNE bettet sich ferner in das Konzept HEYMANNs durch die Förderung der schulischen Aufgaben der Weltorientierung, der Entfaltung von Verantwortungsbereitschaft und der Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch ein. BNE ermöglicht das Aufgreifen von epochaltypischen Schlüsselproblemen, welche im Zentrum von KLAFKIs Allgemeinbildungskonzept stehen. Auch gemessen an den

⁶⁷ Diese Sichtweise spiegelt sich auch in der emanzipatorischen Sicht auf BNE wider, in der Diskurs – statt vorbestimmter Verhaltensweisen und Werte – betont wird (siehe Unterabschnitt 1.1.2.2).

Kriterien VON HENTIGs ist BNE ein berechtigter Bildungsanlass, indem das Konzept zum Neudenken von Schule, zur Werteerziehung, zur Einübung von Verantwortungsbewusstsein und zur Abkehr von Unmenschlichkeit beiträgt. Offensichtlich ist Verantwortungsbereitschaft ein zentrales Stichwort der Diskussion.

Zusammenfassend verdeutlichen folgende Perspektiven das Potential von BNE, einen Beitrag zur Allgemeinbildung des Mathematikunterrichts zu liefern:

- BNE enthält Kontexte der *Einen Welt*, die uns alle angehen. Mathematik kann helfen, diese Erscheinungen in der Welt zu erkennen, bewusst(er) wahrzunehmen und über sie zu kommunizieren. Sie kann helfen, Einsichten zu gewinnen und Zusammenhänge zu erkennen. BNE regt also an, Mathematik als Beitrag zur Aufklärung über die Sache zu sehen, als eine Orientierung über Außermathematisches. BNE gibt Anlass, Mathematik als eine Hilfe zu erkennen, um begründete Entscheidungen und Urteile zu treffen, um mitzureden, um die eigene Rolle zu erkennen, um Verantwortung zu übernehmen und um Werte und eine Haltung zu entwickeln.
- BNE enthält Kontexte und wirft Fragen auf, die zum kritischen Vernunftgebrauch anregen. Mathematik ermöglicht dabei, die Kraft eigenen Denkens zu spüren. So können etwa Daten und darauf beruhende Aussagen aus Zeitungen durch die eigene Denkfähigkeit kritisch hinterfragt werden (siehe Abschnitt 5.2.2).
- BNE liefert Kontexte zum Modellieren, in denen die Möglichkeiten *und* Grenzen beim Anwenden von Mathematik erfahren werden können, sodass Mathematik als eine Entscheidungshilfe erlebt wird, die nicht *alle* Gegebenheiten erfassen kann⁶⁸. Hierdurch entstehen im Mathematikunterricht Reflexionsanlässe zum Verhältnis Mathematik–Wirklichkeit–Gesellschaft, dies trägt auch zum kritischen Denken bei.

Die mit der Verwirklichung jener Aspekte der Allgemeinbildung verbundenen Herausforderungen, Kritiken und sich daraus ergebende Folgerungen, insbesondere im Hinblick auf die Unterrichtskultur, sollen im Folgenden dargelegt werden, um das Fazit abzurunden und um zu den folgenden beiden Kapiteln überzuleiten.

Der mit Anwendungsaufgaben – hier im Rahmen der BNE – verbundene **erzieherische Aspekt** ist ein hehres Ziel:

⁶⁸ VOLK (1994) erinnert im Rahmen der Umweltbildung auch hieran und appelliert an den Allgemeinbildungsauftrag des Mathematikunterrichts: „Das mathematische Denken ist nur eine Komponente, es ist aber eine nennenswerte und – man mag ruhig sagen: leider – unersetzliche Komponente in der Auseinandersetzung von Natur und Technik, von Gesellschaft und Umweltzerstörung, von Mensch und Umwelt. Diese Komponente in einer allen Heranwachsenden zugänglichen Weise aufzuschließen, ist Aufgabe des Mathematikunterrichts. Es ist jedenfalls Aufgabe eines Mathematikunterrichts, der ein Lernangebot für alle sein will“ (Volk 1994, S. 118; Hervorhebung K. W.).

Wer wirklich den erzieherischen Zweck der mathematischen Anwendungen voll ausschöpfen will, nämlich das mathematische Problem in der Welt zu sehen und es dann zu bewältigen, der ist damit vor eine recht schwierige Aufgabe gestellt, vielleicht die schwierigste des mathematischen Unterrichts überhaupt.

(Lietzmann et al. 1968, S. 25)

Diese Komplexität wurde bereits in Abschnitt 2.2.1 (siehe S. 106) besonders deutlich, als HEYMANN davon spricht, dass

[d]ie Anwendungen [...] nicht nur lebensnah, mathematisch interessant und für die Schüler bewältigbar sein [sollen, K. W.], sondern auch Möglichkeiten individuellen Engagements und Eingreifens aufzeigen, auf akute oder verdeckte Probleme hinweisen, die der Gesellschaft (oder der ganzen Menschheit) auf den Nägeln brennen.

(Heymann 1996, S. 193)

Das Bereitstellen von Anwendungen, die lebensnah, interessant, bewältigbar sind und erzieherische Wirkung entfalten, geht mit extrem hohen Ansprüchen an die unterrichtende Lehrperson einher. In Anbetracht dieser schwierigen Anforderung können etwa auch Forderungen wie die von VON HENTIG (2007, S. 61) in Abschnitt 2.1.2 (siehe S. 102), im Fachunterricht didaktische und pädagogische Anliegen stärker zu verschränken und die Stunde in Einklang mit den fachlichen Zielen auch als Mittel zur Erziehung zu nutzen, nicht bzw. nicht ausschließlich in die Verantwortung der unterrichtenden Fachlehrer abgegeben werden. In erster Linie muss sich hier zunächst die Fachdidaktik dem Anliegen der Verbindung von didaktischen und pädagogischen Anliegen stellen. Hierzu kann das Konzept des Achtsamen Unterrichts einen Beitrag leisten (siehe Kapitel 4 sowie Abschnitt 4.4.1): Der Achtsame Unterricht präsentiert als normatives Konzept eine der Bildungsidee BNE förderliche Unterrichtskultur, in der die Allgemeinbildung betreffende sowie didaktische und pädagogische Überlegungen zu einer Legierung verschmelzen. Um eine Wirksamkeit in der alltäglichen Unterrichtspraxis zu erreichen, scheint darüber hinaus eine Unterstützung der Lehrpersonen durch beispielgebundene Konkretisierungen von besonderer Bedeutung: Wo und wie kann eine Stunde ganz konkret Mittel der Erziehung sein? Die am Ende der Arbeit vorgestellten Nachhaltigkeitsaufgaben im FERMI-Gewand (siehe Unterkapitel 5.2 und insbesondere auch Abschnitt 5.2.2) liefern mögliche Beispiele und können dazu beitragen, das Anliegen in der Praxis zu realisieren.

Nicht zuletzt gibt es auch **kritische Stimmen**, die das Ausrichten von Bildung an Inhalten, die lebensbedeutsam im Sinne gesellschaftlicher Notstände sind, und damit einhergehende Erziehungsaufträge wie die Förderung „sittlicher Haltung und verantwortlichen Handelns“ (Glöckel 1993, S. 52) anzweifeln. So betrachtet etwa GLÖCKEL (1993) diese Anliegen als fragwürdig:

Lebensbedeutsam erscheinen insbesondere die schon genannten Anliegen zur Behebung aktueller gesellschaftlicher Notstände. Diese ‚Bindestrich-Erziehungsaufträge‘ sind oft unzureichend durchdacht. Sie setzen voraus, daß man die künftigen Probleme vorhersehen könne, daß man der nächsten Generation nicht zutrauen dürfe, sie würde dereinst ihre Aufgaben selber erkennen und lösen, daß man die Wege der Lösung überhaupt wisse, daß man Kinder schon mit Sorgen der Erwachsenen belasten dürfe, daß man durch Lehre und symbolisches Tun späteres richtiges Handeln gewährleisten könne, daß schulische Erziehung angesichts ihrer langen Wege nicht notwendig zu spät kommen müsse – lauter höchst zweifelhafte Annahmen. Dahinter steht dann noch der Verdacht, daß Aufträge solcher Art eine Alibi-Funktion haben, daß die erwachsene Generation mittels ihrer die Verantwortung für Probleme, die sie nicht lösen kann oder mag, via Schule an die Nachfolger abschieben möchte. Jedenfalls spricht aus all dem eine Überschätzung, eine Mißdeutung ihrer eigentlichen Aufgabe.

(Glöckel 1993, S. 52 f.)

GLÖCKELs Kritik an dem Erziehungsauftrag von Schule scheint bei näherer Hinsicht heute nur noch teilweise berechtigt: Jenseits des Vorhersehens künftiger Probleme liegen bereits Erscheinungen vor, deren jetzige und zukünftige Relevanz unabweisbar ist – wie etwa der Klimawandel oder die auch durch Armut und Krieg ausgelöste Migration. Jenseits vorgefertigter Lösungen zur Bewältigung der Probleme kann Schule und im Speziellen der Mathematikunterricht dazu beitragen, Diskursivität als Haltung zu erwerben (siehe Abschnitt 4.2.1), für Problematiken zu sensibilisieren und die Mathematik als Erkenntnismittel zu erleben, um Situationen mit Hilfe der Mathematik besser zu durchschauen und daraus eine Entscheidungshilfe zu erlangen. Via Medien sind die Schüler in der heutigen Welt ohnehin mit Problemen, die Unnachhaltigkeit betreffen, konfrontiert und damit auch zugleich belastet – wie auch verschiedene Umfragen belegen: Die Ergebnisse der Trendstudie „Jugend in Deutschland – Winter 2022/23“ von SIMON SCHNETZLER und KLAUS HURRELMANN spiegeln aktuelle Sorgen und Belastungen der Jugendlichen wider. Diese sehen Problemen wie der Inflation, dem Krieg in Europa, dem Klimawandel, der Wirtschaftskrise oder der Energieknappheit besorgt entgegen (vgl. Schnetzler & Hurrelmann 2023). In der vorliegenden Situation kann es also nicht mehr um ein Bewahren vor den „Sorgen der Erwachsenen“ (Glöckel 1993, S. 53) gehen, sondern das Ernstnehmen der Lernenden erfordert ein Aufgreifen der Sorgen aus deren Lebenswelt in einem aufklärenden Unterricht. „[R]ichtiges Handeln gewährleisten“ (ebd.) ist ohnehin kein mögliches Ziel – KLAFKI betont in dieser Hinsicht auch, dass es nicht um die *eine* Lösung gehe, sondern um die Entwicklung eigener Urteilsfähigkeit (vgl. Klafki 1996, S. 61). Vielmehr versteht sich die Aufklärung als Beitrag zur Schärfung eines Problembewusstseins, zum Erkennen von Selbstwirksamkeit in der eigenen Rolle, um reflek-

tiertes, verantwortungsbewusstes Handeln anzubahnen. GLÖCKEL selbst relativiert seine düstere Anmerkung, indem er als Auftrag von Schule *auch* ihren – wengleich seiner Einschätzung zufolge aber geringen – Beitrag zur Lösung von gegenwärtigen Schlüsselproblemen anerkennt. Schule dürfe ihre Rolle dabei jedoch nicht überschätzen oder sich in diesem Anliegen übernehmen (vgl. Glöckel 1993, S. 53).

BNE ist damit als Teil der **staatsbürgerlichen Erziehung**⁶⁹ anzusehen, der sich der Mathematikunterricht bewusst stellen müsse, wie LENGNINK et al. (2013) appellieren. Die Rolle des Schülers als Staatsbürger fokussierend, der mit mathematischen Problemen oder Problemlösungen in politischen oder gesellschaftlichen Belangen konfrontiert sein werde, fordern sie, „gesellschaftliche und politische Erscheinungsformen des Mathematischen zum Gegenstand von Unterricht [zu, K. W.] machen“ (ebd., S. 3). Für den Umgang mit mathematischen Modellierungen bedeute dies zweierlei:

Mathematisierungen sind damit prinzipiell hinterfragbar, sie stellen keine absoluten Autoritäten dar, sie sind nicht alternativlos⁷⁰. Für Unterricht folgt daraus, dass er falschverstandener Ehrfurcht vor mathematischen Modellen in gesellschaftlich-politischen Prozessen ebenso begegnen sollte wie unreflektiertem Ablehnen von mathematischen Modellierungen.

(Lengnink et al. 2013, S. 4)

Das Be- bzw. Hinterfragen solcher Modellierungen habe weniger eine „unmittelbare staatsbürgerliche Betätigung“ der Lernenden zum Ziel, als vielmehr das „Einarbeiten in eine Haltung, dass solche Mathematisierungen prinzipiell verstehbar sind“ (Lengnink et al. 2013, S. 4 f.). Die Nachhaltigkeitsthematik beinhaltet komplexere Modellierungen, Grenzwerte (im Sinne von Schranken), Indizes, Kennzahlen usw., die Mathematik nutzen, um Prozesse sichtbarer und transparenter zu machen. Sie bieten Anlass, Mathematik in ihrer die Komplexität der Wirklichkeit reduzierenden Form wahrzunehmen, die Adäquatheit der Modelle zu hinterfragen und die Abhängigkeit von Modellentscheidung und Interessenlage zu verstehen (vgl. ebd., S. 6).

Neben der *inhaltlichen* Dimension, „gesellschaftliche und politische Erscheinungsformen des Mathematischen“ (ebd., S. 3) zum Unterrichtsgegenstand zu machen – also BNE „mathematisch-sachkundlich“ (Winter 1990a, S. 135) in den Unterricht zu integrieren – finden sich in diesem Zusammenhang in der Literatur auch Reflexionen des allgemeinbildenden Anspruchs des Mathematikunterrichts im Hinblick auf eine Veränderung der **Unterrichtskultur**: In Abschnitt 2.2.1 wurde mit HEYMANN bereits darauf hingewiesen, dass zur Förderung der Anliegen wie etwa

⁶⁹ vergleiche hierzu auch die Parallele zur demokratischen Erziehung bei KÖHLER auf S. 124

⁷⁰ Dies zu erkennen hilft Abstand zu nehmen von der vermeintlichen Wertneutralität von Mathematik (siehe Unterkapitel 0.1).

der Entfaltung von Verantwortungsbereitschaft und des kritischen Vernunftgebrauchs eine angemessene Unterrichtskultur notwendig ist. Auch BAIREUTHER (1996, S. 10 f.) fordert aufgrund der sich ständig wandelnden lebensweltlichen Anforderungen, die zu vermittelnde Bildung nicht primär an Inhalten zu definieren, sondern allgemeinbildende Aspekte des Fachs zu fokussieren. Hierfür sieht er HEYMANNS Vorschlag als geeignete Diskussionsgrundlage. Entscheidend ist für BAIREUTHER jene Forderung HEYMANNS nach einer veränderten Unterrichtskultur, sodass Mathematik für den Schüler bedeutsam erlebbar werde:

Ganz wesentlich unter den geforderten Konsequenzen ist die nach einer geänderten Unterrichtskultur, die es erst möglich macht, daß Mathematik im Unterricht als bildungsrelevant wahrgenommen wird, weil sie für die Beteiligten bedeutsam sein kann. [...]

Subjektive Sichtweisen, alternative Deutungen von und spielerischer Umgang mit Mathematik, das Erproben von Umwegen ebenso wie der Austausch von Ideen können im Unterricht nur dann Platz greifen, wenn Mathematik zuerst für die Lehrer mit den genannten Handlungsweisen verbunden ist.

(Baireuther 1996, S. 11)

In diesem Zusammenhang verweist auch er auf das Konzept des *Sanften Mathematikunterrichts* nach ANDELFINGER (siehe Kapitel 3), welches „gegen das geläufige Modell der (eindeutig planbaren) Vermittlung eines mathematischen Normbestandes die Idee einer ganzheitlichen Mathematikerfahrung im sozialen Kontext setzt“ (Baireuther 1996, S. 11).

Zu einer ganzheitlichen Erfahrung gehört auch eine redliche Thematisierung von Themen mit Bezug zur Realität, an die etwa KÖHLER (1999) – oder weiter oben auch FÜHRER – erinnern: Die Beachtung des Kontextes von Aufgaben sei essentiell – eine Nichtbeachtung führe zu flüchtigem, unhinterfragtem Handeln, welches dann auch über den Mathematikunterricht hinaus später scheitere (vgl. Köhler 1999, S. 5 f.) –, politisch gesehen sei dies „*Mitläufertum*“ (ebd., S. 6; Hervorhebung im Original). Der Blick auf das Ganze sei daher für die mathematische Bearbeitung wichtig, das Beachten von Zusammenhängen, auch außerhalb des gerade zu bearbeitenden „Details“:

Die Mißachtung von Zusammenhängen, die Beschränkung des Blickes auf das jeweilig gerade bearbeitete Detail, ist für die großen *Umweltprobleme* unserer Zeit verantwortlich. Um diese Probleme zu lösen, wird u. a. Umwelterziehung in der Schule gefordert, von allen Fächern. Es ist hier nicht der Platz, die Fragwürdigkeit mancher der daraus folgenden Ansätze zu diskutieren. Aber für unser Thema seien zwei beobachtbare Entscheidungen für den Mathematikunterricht angesprochen. Die eine ersetzt in Aufgaben, in denen Daten aus der Lebenswelt als Anlaß genommen werden, mathematische Methoden anzuwenden, bisher übliche Daten (Raketenbahn, Wirtschaftskennzahlen, ...) durch ‚Umweltdaten‘ (Energieverbrauch, Luftverschmutzung ...). Der Schüler merkt

das kaum, soweit es doch ‚nur auf das Rechnen ankommt‘ (s.o.). Der andere Ansatz aber sieht im Ernstnehmen von Zusammenhängen, im Blick möglichst auf das Ganze von Welt und Leben bei der mathematischen Behandlung eines Problems seine Aufgabe. Dabei kann natürlich überdies von einer umweltproblematischen Situation ausgegangen werden.

(Köhler 1999, S. 9; Hervorhebung im Original; Hervorhebung K. W.)

Am Beispiel einer Aufgabe zum Trinkwasserverbrauch, die fordert, die Angaben in einem Stabdiagramm zu veranschaulichen, erläutert er, dass das Ernstnehmen des Kontextes den „Blick über den Zaun“ (Köhler 1999, S. 9) erfordere: Fragen etwa nach der Herkunft der Daten oder ob auch der Wasserverbrauch zur Herstellung der Konsumgüter oder Lebensmittel berücksichtigt wird, gehören zum Blick auf das Ganze dazu. Auch verweist KÖHLER auf moralische Aspekte, etwa durch die Thematisierung des Wasserverbrauchs bei unterschiedlicher Ernährungsart. Aufgaben, die solche Perspektiven mit bedenken, also ihren Horizont weiten, erzeugen ein Problembewusstsein, welches Voraussetzung zum verantwortlichen Denken und Handeln in der Mitwelt sei (vgl. Köhler 1999, S. 9 f.): „Wer solche Aufgaben rechnet, ohne das mitzubedenken – wird er sonst besonders verantwortungsvoll Mitmenschen und Mitwelt gegenüber treten? [...] *Problembewußtsein ist Voraussetzung für Verantwortung*“ (ebd., S. 10; Hervorhebung im Original).

Die Beschäftigung mit dem Bildungskonzept BNE und insbesondere im vorliegenden Kapitel mit der Frage, inwieweit sich die Ideen in der Allgemeinbildungsdiskussion widerspiegeln bzw. inwieweit BNE allgemeinbildende Aspekte des Mathematikunterrichts betrifft, führt demnach über das Inhaltliche hinaus. Wie BAIREUTHER, HEYMANN oder auch VON HENTIG bekräftigen, beinhaltet die Blickrichtung eine vertiefende Auseinandersetzung mit einer zur Verwirklichung der hier angesprochenen allgemeinbildenden Ziele geeigneten Unterrichtskultur. So geht auch für KÖHLER mit der pädagogischen Entscheidung für die Öffnung gegenüber der Wirklichkeit und die redliche Beachtung des Kontextes bzw. der Vielschichtigkeit der Sache, die er einfordert, eine andere Kultur des Mathematikunterrichts einher (vgl. Köhler 1999, S. 6 f.), die offenes dialogisches Lernen ermögliche, verschiedene Sichtweisen toleriere, subjektive Urteile und eigene Sinnkonstitution zulasse – und damit einen Beitrag zu demokratischer Erziehung leiste (vgl. ebd., S. 6 ff.). Der *Achtsame Unterricht*, der in Kapitel 4 entwickelt wird, folgt dieser Denkrichtung, indem er insbesondere die Ideen ANDELFINGERS zum *Sanften Unterricht* aufgreift und weiterentwickelt. Er verfolgt das übergeordnete Ziel, dass die Schüler Mathematik als *lehrreich, nützlich, unterhaltsam* und *diskursiv*⁷¹ erfahren, dass Person und Sache besonders wertgeschätzt werden, sodass sich die Lernenden der Mathematik zuwenden und sie auch bei ihrer Lebensgestaltung verantwortungsvoll verwenden – wollen und können. Dass dies auch im Rahmen

⁷¹ Formulierung in Anlehnung an DAHRENDORFs Beschreibung von öffentlicher Wissenschaft (vgl. Dahrendorf 2001)

der BNE – neben der Diskussion um BNE als Lerninhalt – ein konkretes Anliegen ist, darauf hat bereits Unterkapitel 1.2 verwiesen.

Menschen, die Mathematik lieben, loben ihre Schönheit und Nützlichkeit. Viele Menschen haben aber auch Angst vor Mathematik und manche hassen sie sogar. Diese starken Gefühle, die Mathematik hervorrufen kann, kommen aus den Erfahrungen der Menschen mit diesem Fach, insbesondere, wie es in der Schule unterrichtet wird. Der Unterricht hat eine starke Wirkung – er bestimmt, was Menschen über Mathematik denken, und er beeinflusst, wie sie Gebrauch von deren Möglichkeiten machen (oder ob sie sich entscheiden, sie zu ignorieren).

(D. Wagner et al. 2017, S. 47; Hervorhebung im Original)

Unter der Blickrichtung der Unterrichtskultur lassen sich abschließend auch die Ideen FISCHERS deuten, der als Zentrum seines Allgemeinbildungskonzepts das Bildungsziel der „**Entscheidungsfähigkeit**“ (Fischer 2013, S. 336; Hervorhebung K. W.) ansieht. Diese bedeutende Fähigkeit leite sich aus gesellschaftlichen Anforderungen und einer zunehmenden Spezialisierung ab:

Wir leben in einer arbeitsteiligen Gesellschaft. Das berufliche, das öffentliche und auch zunehmend das private Leben wird von SpezialistInnen gestaltet oder zumindest mitbestimmt. Moderne Gesellschaften sind ohne diese Ausdifferenzierung nicht vorstellbar. Für den einzelnen Menschen bedeutet dies, dass er/sie aber zunehmend gefordert ist, Entscheidungen zu treffen; Entscheidungen darüber, welchen Spezialisten/ welche Spezialistin er/sie wofür heranzieht, wem er/sie vertraut und an wen er/sie bestimmte Aufgaben delegiert.

(Fischer 2013, S. 335)

Die Kommunikation mit Experten, das Bewerten ihrer Einschätzungen und das darauf aufbauende Treffen von Entscheidungen seien Anforderungen, mit denen jeder Schüler, also jeder Laie, in komplexen Situationen konfrontiert sein werde (vgl. Fischer 2013, S. 336). Und dies betreffe auch komplexe mathematische Anwendungen: „Je (mathematisch) anspruchsvoller eine Anwendung ist, desto weniger kann die Durchführungscompetenz verpflichtender Teil von Allgemeinbildung, aber umso wichtiger kann die diesbezügliche Bewertung sein“ (ebd.).

Folgerichtig widmet sich FISCHER der Frage, was Mathematikunterricht zur Entscheidungsfähigkeit und Kommunikationsfähigkeit mit Experten beitragen kann (vgl. Fischer 2013, S. 337). Dazu unterteilt er das zu Lernende in die Bereiche Grundkenntnisse/-fertigkeiten, Operieren und Reflektieren (vgl. ebd.). „Hier [beim Reflektieren, K. W.] geht es um das Interpretieren von Wissen und von Operationen im Hinblick auf die Anforderungen in einer konkreten Situation, um das Einordnen in größere Zusammenhänge und schließlich um das Bewerten“ (Fischer 2012, S. 13). Der Unterschied zwischen den „allgemeingebildeten Laien“ und den

Experten bestehe in einer unterschiedlichen Gewichtung der drei genannten Bereiche: Grundkenntnisse seien für beide nötig, auch um Kommunikation zwischen beiden zu ermöglichen. Der Unterschied liege in den beiden anderen Bereichen:

Der Experte muss operieren können, damit er Probleme lösen kann. Für den Laien hingegen ist das Reflektieren wichtiger als das Operieren. Er muss letzten Endes bewerten, was ihm der Experte anbietet. Er soll beispielsweise das Ergebnis einer statistischen Analyse, die Lösung eines Optimierungsproblems, ein Modell wirtschaftlicher Verhältnisse, die Aussage eines Umwelt-Indikators beurteilen können, die damit verbundenen Operationen muss er aber nicht durchführen können. Das heißt, Operieren ist nicht sein primäres Tätigkeitsfeld.

(Fischer 2013, S. 337 f.)

Dies bedeute grundsätzlich für allgemeinbildenden Mathematikunterricht, den reflexiv-beurteilenden Anteil zu vergrößern: „Es geht darum, mehr über die Mathematik zu lernen, als sie selbst. Dass man in gewissem Ausmaße sie selber lernen muss, um über sie zu lernen, ist evident“ (Fischer 2013, S. 338).⁷² Im Unterricht können hierzu Fragen wie „*Was ist der Vorteil, was der Nachteil* [einer Methode, K. W.]?“ (ebd., S. 339; Hervorhebung im Original) oder „*Gibt es Alternativen?*“ (ebd.; Hervorhebung im Original) anregen – wie FISCHER am Beispiel der Idee des Messens und der Bedeutung des Buchstabenrechnens kurz erläutert (vgl. Fischer 2013, S. 339 ff.).⁷³ Auch könne die Rolle der Mathematik als Ganzes, also ihre Potentiale als auch Gefahren im Entscheidungsprozess unterrichtlich reflektiert werden (vgl. Fischer 2013, S. 341). Mit ihren Werkzeugen könne die Mathematik Abstrakta, etwa die Schädlichkeit von CO₂-Emissionen durch Angabe von Zahlen bzw. Grenzwerten, mathematisch erfassen. Die Mathematisierung gehe dabei mit einer Reduktion einher, im Beispiel etwa mit der Ausblendung der konkreten gesundheitlichen Schäden, die durch die Emissionen verursacht werden. Durch diese Reduktionen können Entscheidungen erleichtert werden (vgl. ebd., S. 343).

⁷² VOHNS zieht als Vergleich dieser Auffassung das Konzept von IDDO GAL (2002) zur „statistical literacy“ heran, der in ähnlicher Weise die Position vertritt, „dass für die Allgemeinheit relevanter Statistikerunterricht sich eben nicht vornehmlich mit Mathematik aus Sicht der Produzenten von Statistik, sondern aus Sicht der Konsumenten von Statistik beschäftigen muss“ (Vohns 2018, S. 15) und daher auch Aspekte wie allgemeine Lesefähigkeiten, kritische Haltungen oder Kontextwissen neben mathematischem und statistischem Wissen und Können bedeutsam seien (vgl. ebd.).

⁷³ FISCHER reißt an, dass die Zweckmäßigkeit eines Maßes – etwa des Flächeninhaltes, Umfangs oder Durchmessers von ebenen Figuren – von verschiedenen Zielsetzungen abhängen, die zu reflektieren seien: So böte es sich beispielsweise an, bei Überlegungen zum Kauf eines Grundstücks für einen Hausbau neben dem Flächeninhalt etwa auch den Inkreis-Durchmesser als alternatives Maß zu betrachten (vgl. Fischer 2013, S. 339). In der elementaren Algebra sieht FISCHER etwa die Vorteile, dass Formeln Beziehungen platzsparend ausdrücken können, Eigenschaften jener Beziehungen leichter erkennbar machen oder auch schwierige(re) verbale Beschreibungen recht schlank ausdrücken können. Durch das Algebraisieren sei es möglich, Ausdrücke zu erzeugen, die oft ein mechanisches Problemlösen erlauben. Ein Nachteil dieses von der Anwendungssituation losgelösten Arbeitens sei aber das Fehlen dieser als Kontrollinstanz während des Lösungsprozesses (vgl. ebd., S. 339 ff.).

Um solche Fragen zu stellen, die reflexive, bewertende und Entscheidungen anbahnenden Anteile intendieren, ist eine Unterrichtskultur nötig, die einen geeigneten Rahmen zur Verfügung stellt. Hierzu sind beispielsweise Fragen wie „Was nutzt das?“ in der Dimension *nützlich* im Achtsamen Unterricht aufgehoben (siehe Abschnitt 4.2.2). Auch beim Aufklären kommt den hier angesprochenen Reflexionsanlässen, den Möglichkeiten als auch Grenzen der Mathematik zur Entscheidungsfindung sowie dem Denken in Alternativen eine wichtige Rolle zu (siehe Abschnitt 4.3.2).

Nicht zuletzt können sich neben der Denkrichtung der Unterrichtskultur auch im konkreten inhaltlichen Zusammenhang mit BNE Folgen aus FISCHERS Unterscheidung zwischen Experten und Laien hinsichtlich der Anforderungen an das Operieren bzw. Reflektieren ergeben: Das Modellieren betreffend lenkt die Sichtweise FISCHERS den Blick auch auf den **autonomen Stellenwert des Reflektierens**: Bei Fragen der Anwendung von Mathematik auf die Wirklichkeit hat ihm zufolge in der Schule das Hinterfragen, Reflektieren und Bewerten des gewählten Modells eines Experten eine fundamental wichtige und eigenständige Rolle – und nicht (nur) das Aufstellen und Operieren im Modell selbst. Hierzu wären folglich Aufgaben nötig, die zunächst (komplexere) Modelle und daraus abgeleitete Konsequenzen von Experten offenlegen und darauf aufbauend Fragestellungen formulieren, die anregen, die vorgenommenen Operationen, das gewählte Modell, die Reduktionen, Schlussfolgerungen u. v. m. zu hinterfragen und zu bewerten. Gerade im Hinblick auf BNE erscheint dies bei erster Hinwendung eine fruchtbare Perspektive, da Modellierungen etwa den Klimawandel betreffend oder auch Indikatoren wie der Ökologische Fußabdruck eine hohe Komplexität aufweisen. So ist nach FISCHER für den Schüler als Laien die reflektierende Auseinandersetzung mit dem durch einen Experten durchgeführten Modellierungsprozess, der Bewertung der Grenzen dieser vorgegebenen Modellierung usw. wesentlicher und auch redlicher als das Aufstellen und Operieren im Modell selbst. Aus der Theorie ergibt sich also weiterer Forschungsbedarf (siehe Unterkapitel 6.2): Eine Sichtung etwa der ISTRON-Bände könnte ein erster Aufschlag sein, um zu prüfen, inwiefern dieser Standpunkt beim Anwenden von Mathematik in der Schule auf Fragen der Wirklichkeit vertreten ist. Die Ausarbeitung der Perspektive aus der Sicht der BNE könnte sich anschließen.

3 Perspektiven eines postmodernen Mathematikunterrichts bei BERNHARD ANDELFINGER

Anhand der Beschäftigung sowohl mit den Grundgedanken einer BNE (siehe Kapitel 1) als auch mit der Frage, inwiefern BNE allgemeinbildende Aspekte des Mathematikunterrichts betrifft (siehe Kapitel 2), konnte die Bedeutung einer der Idee förderlichen Unterrichtskultur herausgeschält werden. Genau hier verortet sich auch das folgende Kapitel 3, welches den aus den 1970/80er Jahren stammenden konkreten Vorschlag ANDELFINGERS einer veränderten Unterrichtskultur aufgreift, die sich am Gedanken der *Einen Welt* orientiert und eine ausgewiesene ethische Position aufweist. Diese Blickrichtung scheint eben vor dem Hintergrund fruchtbar und wird daher hier ausführlich dargelegt.

ANDELFINGER (2019, S. 68) kommt bei seinen historischen Analysen des Mathematikunterrichts⁷⁴ zu dem Schluss, „dass die Unterrichtserfolge in dem geltenden System nicht hinreichend sind“, und er schlägt Alternativen bezüglich der Gestaltung des Mathematikunterrichts vor. Die Veränderungen beziehen sich sowohl auf den inhaltlichen Bereich als auch auf die Unterrichtskultur – damit verbunden ist auch eine Klärung gesellschaftlicher Aufgaben des Unterrichts (vgl. Andelfinger 2019, S. 68 f.). Die Umstellung der Unterrichtskultur sei dabei am bedeutsamsten: „[D]er Schlüssel zum Umstellen liegt jedoch in der Unterrichtskultur. Sie muss auf redlicher Argumentation beruhen, wobei das diskursive Abwägen im Unterrichtsgang zu seinem Recht kommt“ (Andelfinger 2020b, S. 7).

Im Zentrum der nachstehenden Erläuterungen – auch als Grundlage für den *Acht-samen Unterricht* – steht demnach das Konzept des *Sanften Unterrichts*, welches in den 1970/80er Jahren entstand (siehe Unterkapitel 3.2). Abschnitt 3.2.1 widmet sich der Ausgangslage, die die damalige Entstehung des Konzepts motiviert hat, Abschnitt 3.2.2 stellt die kartesische und gaiatische Weltdeutung vor, deren Unterscheidung den Hintergrund des Unterrichtskonzepts bildet. Darauf folgen eine Konkretisierung der Prinzipien und Grundsätze des Sanften Unterrichts (siehe Abschnitt 3.2.3) sowie beispielgetragene Erläuterungen der Erfahrungen ANDELFINGERS mit dem Konzept (siehe Abschnitt 3.2.4). Seine für die veränderte Unterrichtskultur grundlegende Vorstellung vom Geist des Schulfaches wird diesen Erläuterungen zunächst vorangestellt (siehe Unterkapitel 3.1). Aktuellere Arbeiten

⁷⁴ siehe dazu v. a. seine Werke *mathe. geschichte. probleme. chancen eines Schulfachs* (2014) sowie *kompass mathe. unterwegs nach morgen* (2018); ANDELFINGER (2014) zeichnet in seinem Buch *mathe. geschichte. probleme. chancen eines Schulfachs* die Entwicklung des Mathematikunterrichts im Laufe der Geschichte sowie die ihm zugrundeliegenden Veränderungen nach. Eingebettet in kulturelle und gesellschaftliche Entwicklungen werden Veränderungen des deutschen Mathematikunterrichts aufgezeigt – in fünf Etappen: Vorklassik, Klassik, Moderne, Postmoderne, Perspektive. Für eine vertiefte Auseinandersetzung mit dem Wandel des Schulfaches, damit verbundener Probleme und Chancen, siehe (Andelfinger 2014).

ANDELFINGERS zum Innovationspotential des Mathematikunterrichts aus system-ökologischer Sicht schließen sich an, denn auch hieraus ergeben sich Passungen zum Sanften Unterricht sowie weitere Kennzeichnungen für die von ANDELFINGER intendierte Unterrichtskultur (siehe Unterkapitel 3.3). Ein Blick auf die angestrebten strukturell-inhaltlichen Veränderungen des Fachs (siehe Unterkapitel 3.4) vervollständigt die Darstellungen und gewährt einen ganzheitlichen Blick auf den Sanften Unterricht und das Schaffen von ANDELFINGER zu den Innovationspotentialen des Mathematikunterrichts. Das Fazit in Unterkapitel 3.5 resümiert zentrale Aspekte und bildet eine Überleitung zum Achtsamen Unterricht, indem es die Frage aufwirft, welche Ansätze im Rahmen der Bildungsidee BNE aufgegriffen werden können.⁷⁵

3.1 Mathematik und der Geist des Schulfachs Mathe

„Mathe ist nicht ein Abklatsch von Mathematik, kein Elfenbeinturm, sondern Argumentieren und Lernen an mathematischen Zusammenhängen in und für die Gesellschaft“, so ANDELFINGER (2020b, S. 2). Mathe und Mathematik sind für ihn also nicht das Gleiche. ANDELFINGER (2014; 2018a) unterscheidet zwischen Mathe (in der Schule) und Mathematik (als Wissenschaft, an den Hochschulen) auf Basis einer kulturhistorisch-wissenssoziologisch-emanzipatorischen Auffassung: Danach sind die Schulmathematik (Mathe) und die Mathematik (in der Wissenschaft) zwei Wissen generierende gesellschaftliche Subsysteme, die sich zwar mit dem gleichen Gegenstand beschäftigen, jedes aber auf seine eigene Art und Weise – damit ist Mathe insbesondere keine Teilmenge von Mathematik (vgl. Lambert 2020, S. 3):

Der Gang der Geschichte hat gezeigt, wie die im Mathematikunterricht dargestellte Mathematik sich unter dem Zwang ihrer Leitideen immer mehr zu einem abgeschlossenen Gebilde entwickelte und zu einer pädagogischen Provinz wurde, an der die wissenschaftliche und gesellschaftliche Entwicklung strukturell vorbei ging. So entstand unter der Hand eine eigene Form von Mathematik, eben die ‚Schulmathematik‘.

(Andelfinger 2014, S. 182)

Zunächst zur Wissenschaft **Mathematik**, die als Bezugswissenschaft für die Schulmathematik gilt (vgl. Andelfinger 1979, S. 5) und wie folgt gekennzeichnet sei:

Die Wissenschaft Mathematik lässt sich als offenes, nicht abgeschlossenes Informationsnetz auffassen, das Inhalte und Beziehungen (auch diese oft als Inhalte) enthält. Alle Verbindungen im Netz sind aussagenlogisch stringent und

⁷⁵ Der Beitrag (Wilhelm 2024) fasst zentrale Perspektiven ANDELFINGERS zu dem von ihm intendierten Wandel der Unterrichtskultur für die Zielgruppe der Lehrpersonen zusammen.

nach Gödel ist alles Mathematische letztlich durch Zeichenveränderungen darstellbar. Dabei gelten die Grundsätze der Aussagenlogik, z. B. Schlußverfahren, Äquivalenzumformungen etc.

(Andelfinger 2018a, S. 6)

Mathematik ist ergo losgelöst von einer Semantik, sie arbeitet auf rein syntaktischer Ebene durch Manipulation von Zeichen. Einblicke in diese Mathematik (als Wissenschaft) – nachfolgend von ANDELFINGER als „Basismathematik“ bezeichnet – seien nicht für den gemeinen Schüler geeignet und wirksam: „Dazu kommt, dass die Basismathematik nur für einen kleinen Teil der Lernenden sinnvoll ist, nämlich für diejenigen, die Studiengänge mit substantiellem Mathematikanteil anstreben“ (Andelfinger 2014, S. 182). Diese Berücksichtigung der Adressaten von Mathe und Mathematik in der Schule schlägt sich auch in ANDELFINGERS Vorschlägen zur Neukonzeption des Curriculums nieder (siehe Unterkapitel 3.4).

Als Charakteristikum der Mathematik nennt ANDELFINGER (2018a, S. 6) ihre **Semivirtualität**: „Mathematik ist ein virtuelles Gebäude, aber kein abgehobener Elfenbeinturm, sondern von konkreter Relevanz. Sie ist, wie ich sagen möchte, ‚semivirtuell‘“ (Andelfinger 2014, S. 184). Dies bedeute, dass viele mathematische Erkenntnisse relevant für das Verstehen der Wirklichkeit seien, man sie auf die Welt anwenden könne oder in der Welt mathematische Elemente wie beispielsweise den Goldenen Schnitt entdecken könne. Dennoch benötige man zur Verifizierung mathematischer Erkenntnisse keine realen Experimente, sondern *lediglich* logisch stringentes Schließen (vgl. Andelfinger 2014, S. 184; 2018a, S. 6/89).

Diese Semivirtualität, also das Vorkommen mathematischer Elemente in der Wirklichkeit und ihre Ausdehnung „in den Bereich der Entscheidungen, Emotionen und Willensbildung“ (Andelfinger 2018a, S. 89), „gibt der Mathematik in manchen Bereichen eine hohe Anschaulichkeit und Anwendungskraft. Auf diese Weise erhält der ‚Elfenbeinturm Mathematik‘ eine schillernde zweite Seite und die Mathematik ihren ‚semivirtuellen‘ Charakter, der für die Schulmathematik besonders wichtig ist“ (ebd., S. 6). In **Mathe** (in der Schule) ist diese Seite, also das Verhältnis von Mathematik und Wirklichkeit, von besonderer Bedeutung für ANDELFINGER: „Mathematische Tätigkeit als semivirtuell zu erleben und sich dabei an der Einen Welt zu orientieren – so verstehe ich den Geist des Schulfaches Mathematik in der Postmoderne^[76]“ (Andelfinger 2014, S. 185). In diese Stoßrichtung lässt sich auch

⁷⁶ In der Postmoderne wird die Idee aufgegeben, dass es eine einzige festgelegte Theorie gibt, die die Welt erklärt, stattdessen werden verschiedene Theorien zugelassen. Dies fügt sich in den von ANDELFINGER vorgeschlagenen Sanften Unterricht ein (siehe Unterkapitel 3.2): Der Fokus auf dem gaitischen Paradigma beinhaltet etwa das Zulassen von Mehrdeutigkeit und die Aushandlung von Alternativen. Diese Idee eines postmodernen Mathematikunterrichts ist auch im Hinblick auf BNE bedeutsam, die die Menschen zu Akteuren machen möchte, die bereit sind, sich einzubringen, ohne allerdings deren Handeln in einer vorbestimmten Weise zu beeinflussen (siehe emanzipatorische Sichtweise zu BNE in Unterabschnitt 1.1.2.2). Für eine Zusammenfassung wesentlicher

HANS FREUDENTHALS (1973) Standpunkt einordnen, wenngleich hier im Folgenden mit der „erlebten Wirklichkeit“ sowohl die außermathematischen Bezüge als auch jene innerhalb der eigenen innermathematischen Auseinandersetzung mit Phänomenen gemeint sind, also das Vorhandensein von Semantik: „Den Mathematiker möge ein freischwebendes System der Mathematik interessieren – für den Nicht-mathematiker sind die Beziehungen zur erlebten Wirklichkeit unvergleichlich wichtiger“ (Freudenthal 1973, S. 77).

ANDELFINGER betrachtet Mathe als Schulerfahrungs-begriff, der sich in den Lernenden und Lehrenden entwickelt. Er inkludiert darin also auch über das Fach hinausgehend weitere Aspekte wie etwa mit dem Fach verbundene Emotionen der Beteiligten, das Geschehen im Klassenzimmer oder gesellschaftliche Rahmenbedingungen, und er betont, dass Mathe damit einem ständigen Vorgang von inneren und äußeren Veränderungen unterliege (vgl. Andelfinger 1979, S. 5 ff.; 2014, S. 183). „Es geht in Mathe zweifellos um ein Fach, aber direkt verbunden damit immer die Atmosphäre der Institution Schule und ihrer Agenten“ (Andelfinger 2014, S. 183).

Ein Problem des gängigen, tradierten Mathematikunterrichts bestehe darin, dass er aus dem oben beschriebenen Netz der Wissenschaft Mathematik Themen für Unterrichtszwecke herausnehme und sie in eine zeitlich strukturierte Informationslinie bringe:

Es [das mathematische Curriculum, K. W.] bringt eine Netzauswahl in eine zeitliche Reihenfolge. Durch die Eigenart des mathematischen Netzes werden dadurch grundsätzlich viele Netzverbindungen gekappt. Es entstehen wesentlich mehr Informationsdefizite als in anderen Schulfächern und die Lernbarkeit nimmt aus diesem Grunde auch viel stärker ab.

(Andelfinger 2020a, S. 8)

Schulmathematik könne zwar keine mathematischen Systeme über längere unterrichtliche Distanzen aufbauen, stattdessen aber tragende Ideen der Bezugswissenschaft in lokalen Unterrichtssequenzen sinnstiftend einbringen (vgl. Andelfinger 1979, S. 10).⁷⁷

Merkmale der Postmoderne siehe (Olaf Kühne 2006, ab Seite 5). Für weitere Literatur zur Postmoderne sei auf (Wolfgang Welsch 1994), (Roger Behrens 2014) oder (Bundeskunsthalle Bonn 2023) verwiesen.

⁷⁷ Fundamentale Ideen können dies generell leisten. Für eine Zusammenfassung und Weiterentwicklung der Theorie fundamentaler Ideen vergleiche (von der Bank, 2016).

3.2 Veränderung der Unterrichtskultur: Sanfter Unterricht

3.2.1 Ausgangslage

ANDELFINGER (1991, S. 9; 1995, S. 3) sieht Unterricht immer in Verbindung mit der jeweiligen konkreten, vorherrschenden Gesellschaft – also als eine **Kultur**: „Der mathematische Schulalltag ist [...] durch die vielschichtige – natürlich auch fachliche – Auseinandersetzung der Beteiligten, die Einbindung in ein ganz bestimmtes Land der Erde, menschliche Begrenzungen und Chancen, Gefühle und Willenskundgebungen, Hintergrundvorstellungen und individuelle Aspekte geprägt“ (Andelfinger 1995, S. 3). Diese Sichtweise von Unterricht als Unterrichtskultur beinhaltet den Blick auf das Alltägliche des Unterrichtsgeschehens, „die Alltäglichkeit ist [...] bedeutsam, ernst, ja kennzeichnend für den Unterricht“ (ebd.). Zudem ziehe die Betrachtungsweise nach sich, dass Unterricht auch an kulturellen Umbrüchen beteiligt sei: „Hier und heute stehen wir in der Entwicklung von Lebensformen, die weltweites ökologisches Denken mit einer damit eng verbundenen Handlungsethik vor Ort zusammenbinden. Das fordert Schule und damit auch Mathematikunterricht heraus“ (Andelfinger 1991, S. 9).

ANDELFINGER (1991, S. 10; 1993, S. 16 f.; 1995, S. 4) verbindet den üblichen Mathematikunterricht mit einer **harten Unterrichtskultur** und nennt seine Haupteigenschaften: „Autoritäre Struktur, Eindeutigkeit des Wissens, kausale Stringenz und formaler Charakter“ (Andelfinger 1995, S. 4). Curricular sei die Schulmathematik an ein lineares Aufsteige-Konzept gebunden (siehe Abb. 11): Die Vermittlung des Stoffs trage seit dem 19. Jahrhundert eine streng kausale Linie der Zahlbereichserweiterung – dies werde dem Netzcharakter von Mathe nicht gerecht. Zudem sei die „arithmetisch-algebraische Grundordnung“ zentrales Merkmal vorherrschender Unterrichtskultur. Die Geometrie passe sich der arithmetischen Grundlegung weitgehend an (vgl. Andelfinger 2014, S. 88/11/21; 2020a, S. 13 ff.). „Im Konzept steckt die Annahme, dass sich Denken (des Kindes) genetisch von konkret zu abstrakt entwickelt“ (Andelfinger 2014, S. 88).

Der Mathematikunterricht wird vom Gedanken des Wissensfortschritts geprägt, der gleichzeitig als Aufstieg gesehen wird: Vom Rechnen zur Algebra, von der einfachen linearen Gleichung zur schwierigeren quadratischen Gleichung, von finiten zu infiniten Überlegungen der Höheren Mathematik, vom Einmalseins zum Integral. Merkmale des Aufstiegs sind: Zunehmender Formalisierungsgrad, wachsende Algorithmisierung und Mechanisierung/Maschinisierung.

(Andelfinger 1993, S. 5)

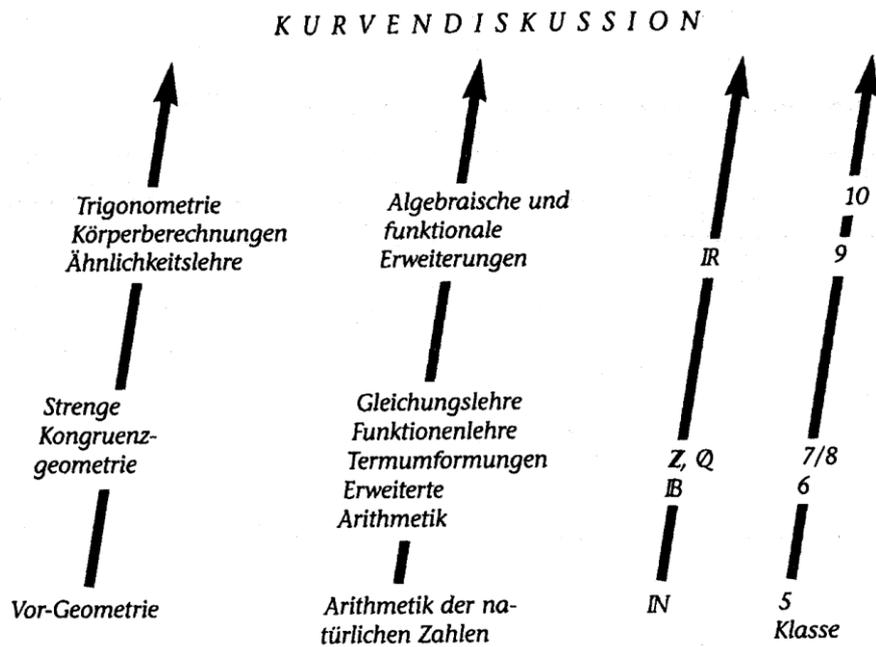


Abb. 11: Aufsteige-Konzept in der gängigen mathematischen Unterrichtskultur bei ANDELFINGER (1995, S. 14)

Die drei Haupteigenschaften der vorherrschenden Unterrichtskultur spiegeln auch das derzeitige gesellschaftliche Leben (vgl. Andelfinger 1991, S. 11):

Die harte Unterrichtskultur ist kein zufälliges Gebilde einer abgehobenen pädagogischen Provinz, sondern ein sehr realistisches Abbild unserer vorherrschenden Lebenswirklichkeit: Die erste Eigenschaft [autoritäre Struktur, K. W.] ist kennzeichnend für unsere Gesellschaft überhaupt; die dritte Eigenschaft [kausale Stringenz und formaler Charakter, K. W.] entspricht dem technologischen Leitbild der ‚modernen‘ Gesellschaft; die zweite Eigenschaft [Eindeutigkeit des Wissens, K. W.] stützt die erste und dritte.

(Andelfinger 1995, S. 4)

In dieser Kultur treten die Schüler als „Objekt[e] pädagogischer Begierde“ auf (Andelfinger 1991, S. 11), das Kind als „Vermittlungsobjekt [...], noch unmündiges Wesen, das geistig erhoben und in den Lebenszusammenhang der Erwachsenen eingeübt werden muss“ (Andelfinger 1995, S. 4). Als Laie konsumiere der Schüler das von dem Experten angebotene Wissen: „Damit verbunden ist für sie [die Laien, K. W.] ein hohes Maß an oberflächlicher Nachahmung bei gleichzeitigem Unverständnis für die tieferen Zusammenhänge und Beweggründe der Experten“ (Andelfinger 1993, S. 17). Der routinierte Vermittlungsprozess, das „Erarbeitungsprozessmuster“ genannt, bestehe aus dem Dreischritt *Einführen–Zur Sache kommen–Üben*, manchmal gar aus dem Zweischritt *Zur Sache kommen–Üben* (vgl. Andelfinger 1991, S. 10; 1995, S. 4). „Zugrunde liegt dabei die Annahme, daß stoffliches Wissen umso besser übertragen wird, je eindeutiger, klarer und unmißverständlicher der Vermittlungsprozeß abläuft“ (ebd.). „Vernetztes Denken, Denken in langandauernden komplexen Begriffsbildungen, Spannungen zwischen mehrdeutigen

und eindeutigen Vorgehen, Aufklärung und kritische Solidarität im Klassenzimmer – Forderungen des [...] kulturellen Wandels – sind harter Unterrichtskultur fremd“ (Andelfinger 1995, S. 4). So entstehen Stoffbilder – also Eindrücke, Kenntnisse und Fähigkeiten der Schüler –, die einer Insellandschaft ähneln, also eine Ansammlung unverbundener Gebiete (vgl. Andelfinger 2014, S. 98 ff.).

Die **Kritik** an dieser Unterrichtskultur beinhaltet vor allem das Ungleichgewicht der Unterrichtsbeteiligten sowie die fehlende Wahrnehmung des Kindes als eigenständig denkendes Wesen (vgl. Andelfinger 1991, S. 11):

Im Erarbeitungsprozeßmuster kommen die Schüler/innen mit ihren eigenen Ideen vor allem in der Phase ‚Einführen‘ zur Geltung. Hier werden mit ihnen motivierende Anstrengungen unternommen, um ‚zur Sache‘ zu gelangen. Dies bedeutet, daß die von ihnen geäußerten Ideen schnell eingeengt und reduziert werden. In der Regel durchschauen die Schüler/innen dieses Spiel und warten schließlich nur noch darauf, zu erfahren, ‚was Sache ist‘ und ‚wie es geht‘. Die alltägliche Erfahrung zeigte [...], daß der ‚Stoff‘ in der unterrichtlichen Umsetzung erheblich vereinfacht werden mußte und sich selbst so nur zu einem Teil erfolgreich vermitteln und lernen ließ. Es stellte sich damit ein Sisyphus-Effekt aus Sicht aller Beteiligten ein: Alle laufen hinter einem sich immer weiter entfernenden Ziel her. Die Schüler/innen werden zum ‚Objekt pädagogischer Begierde‘, leisten aber nicht das, was sie sollen. Dadurch ist die harte Unterrichtskultur verständnisarm und vermittelt vorwiegend technisch-manipulative Fähigkeiten. So entsteht ‚beliebiges‘ Verhalten bei den Schüler/innen, man macht ‚irgend etwas‘, schiebt Buchstaben rum, bis man an ein Ende kommt‘. Aufgrund der Alternativlosigkeit ihrer selbstgewählten Stringenz hat die harte Unterrichtskultur keine Möglichkeit, aus diesem Teufelskreis ausbrechen. Sie hat aber auch keinen Anlaß dazu, da die gesellschaftliche Mehrheit von ‚Mathe‘ gar nichts anderes erwartet.

(Andelfinger 1995, S. 4)

Als Beispiel führt ANDELFINGER ein Gesprächsprotokoll einer Stunde zur Wahrscheinlichkeitsrechnung an. In dieser Stunde soll beim einfachen Münzwurf die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis Kopf bestimmt werden (siehe Abb. 12). Das zur Verfügung stehende Material einer Münze wird nur zur Motivation genutzt und nicht in die Erarbeitung einbezogen. Ebenso wird nicht an die Vorstellungen und die Primärintuition der Schüler angeknüpft, sondern durch die Lehrperson schnell zu einem Verfahren gedrängt, welches dann im Anschluss an einem weiteren Beispiel geübt werden soll – entsprechend des Erarbeitungsprozessmusters (vgl. Andelfinger 1995, S. 15).⁷⁸

⁷⁸ Ein ähnliches Beispiel wird im *Achtsamen Unterricht* aufgegriffen: Dort ist die angemessene Berücksichtigung des mathematikspezifischen Fundaments der Schüler als eine Facette in der Säule *gegenseitig Ernstnehmen* aufgehoben (siehe Abschnitt 4.3.1 bzw. Unterabschnitt 4.3.1.1).

- | | |
|--|---|
| <p>L: Ich hab euch heute mal was Interessantes mitgebracht, eine Münze. Die dürft ihr werfen.
S: Au, toll!</p> | <p>S₅: Lieber nicht.
S₃: 1 zu 1, Gleichstand.</p> |
| ----- | |
| <p>L: Ja, aber da hab' ich gleich noch eine Frage zu: Wie wahrscheinlich ist es, daß ihr dabei „Kopf“ werft?
S₁: Glückssache. Kürzlich haben wir nämlich, also Otto und ich, gewettet, und da hab' ich verloren. Aber der ist ja auch ein Betrüger, der betrügt einen immer.
S₂: Chance ist Chance.
S₃: Bei Glück ist es vielleicht fifty-fifty.
L: Hm, hm.
S₃: 50 Prozentig sicher.
L: Ja, genau. – Aber seht euch doch mal die Möglichkeiten an. Und denkt auch an das, was wir die letzten Stunden gemacht haben.
S₄: Au weia!</p> | <p>L geht zur Tafel, schreibt groß zwei Einsen an.
L: Ja, also ihr seht, wir haben insgesamt zwei Möglichkeiten, von denen bei „Kopf“ nur eine einzige eintritt. Von zwei Möglichkeiten eine. Wie sagen wir da in der Bruchrechnung bei „von 2“?
S₆: Von ist „mal“.
S (Die Antwort von S₆ geht im Stimmengewirr der Mehrheit unter, die im Chor spricht): ein halb.
L Seehr gut. Ja, die Wahrscheinlichkeit ist ein halb.
L schreibt an die Tafel: $p = 1/2$</p> |
| ----- | |
| | <p>L So, jetzt üben wir das genauso am Würfel bei einer ähnlich interessanten Aufgabe, nämlich ...</p> |

Abb. 12: Protokoll eines Unterrichtsgesprächs über Wahrscheinlichkeiten, aus (mathe-journal 1-87; zitiert nach Andelfinger 1995, S. 15) – Die harte Unterrichtskultur zeige sich hier in ihrer verständnisarmen, alternativen, stringenten Form, der Lehrer dränge, um „zur Sache“ zu kommen und anschließend zu üben. Die Linien markieren die Schritte des Erarbeitungsprozessmusters.

Zu den genannten Beanstandungen komme die kulturelle Kritik hinzu, die harte Unterrichtskultur weise keine „gesellschaftlich-politische wie auch ethische Verbindlichkeit“ (Andelfinger 1991, S. 11) auf: „In neuerer Zeit kommt hinzu, dass an der harten Unterrichtskultur die Auseinandersetzung mit anderen, vor allem ganzheitlich-ökologischen Denkordnungen vermisst wird und damit die gesellschaftlich-politische wie auch ethische Verbindlichkeit fehlt“ (Andelfinger 1995, S. 5). So müssen sich etwa die zunehmend globalen Probleme – „Grenzen des Wachstums, Klimakatastrophe, Waldsterben“ (Andelfinger 2014, S. 159) – auch auf Bildung auswirken. Die „globale Perspektive als Bildungshorizont“ (Andelfinger 1997, S. 1) schäle sich heraus:

Es war klar, daß wir die jeweils kommende Generation unterrichten, nicht ohne Bindung an Vergangenheit und Gegenwart – aber doch auf Zukunft hin. So drängte sich uns die globale Perspektive als Bildungshorizont auf, der Planet Erde in seinen Eigenarten und Gefährdungen.

(Andelfinger 1997, S. 1)

Der kulturelle Wandel gegen Ende des 20. Jahrhunderts führe zur Verunsicherung: Die Industrieländer haben sich hin zu einer „Risikogesellschaft ohne erkennbare Zielsetzung und Zukunft“ (Andelfinger 1991, S. 11) entwickelt, daneben existiere eine Minderheit der „Zivilgesellschaft“ (ebd., S. 12). Und an dieser Verunsicherung und kulturellen Wende nehme auch der Mathematikunterricht teil (vgl. ebd.): „Gegen Ende der Moderne werden von Lehrern und Lehrerinnen Problemereiche immer deutlicher artikuliert“ (Andelfinger 2014, S. 152). ANDELFINGER führt unter anderem Probleme der Sinnggebung, der Wertefreiheit, der Verständigung und des Verstehens, den Zwang zum Formalismus, zur Eindeutigkeit, zum Einordnen in die Kategorien richtig/falsch, zur Vollständigkeit, zur Ordnung und Systematik an (vgl. Andelfinger 1989, S. 24 f.; 1993, S. 19 ff.; 2014, S. 152). Die

Ergebnisse der empirischen Bildungs- und Unterrichtsforschung können die Defizite eines linear stringenten und formal eleganten Mathematikunterrichts bestätigen: statt Verständnis und Einsicht in den Netzcharakter des Fachs betone er sinnentleertes Rechnen⁷⁹ (vgl. Andelfinger 1991, S. 12; 1995, S. 2/5/8 f.).

Nicht zuletzt zeige sich auch die Mehrheit der Schüler vom vorherrschenden Unterricht abgeschreckt und verunsichert:

Die Abwertung mitweltlich geprägter Vorstellungen und Weltdeutungen – vor allem der Schüler/innen – als vorwissenschaftlich und unmathematisch, die Ausklammerung von Wertfragen, das Vernachlässigen emotional-affektiver Bezüge durch Einüben in Kalküle mit hohem Wirkungsgrad in engen Bereichen schränken den Blick auf das Machbare und technisch Herstellbare ein. Damit wird eine kleine Schicht von Schülern, die schon in dieser Art denkt, überdurchschnittlich gefördert.

(Andelfinger 1991, S. 12)

Zusammenfassend könne folgende Lage festgehalten werden: Schüler äußern ihr Unbehagen. Immer mehr Lehrer hinterfragen das rein kartesische⁸⁰ Paradigma. Zudem erhalte das Bild von Wissenschaft mehr diskursive und abwägende Elemente (vgl. Andelfinger 1991, S. 13; 1995, S. 5). „Wissenschaft ist ein diskursiv offener Prozeß denkender Menschen, in dem sich unterschiedliche Denkergebnisse und Denkformen kontrastiv und streitig reiben können, in dem die verantwortliche Auseinandersetzung und nicht die vorschnelle Konvergenz der Meinungen gesucht wird“ (Andelfinger 1993, S. 13).

Aufbauend auf dieser Kritik entwickeln sich in ersten Umrissen Ansätze und Forderungen nach einer veränderten Unterrichtskultur – ANDELFINGER bezieht sich hier unter anderem auf MARTIN WAGENSCHNEIDER und WALTER BREIDENBACH, die ebenfalls das Problem im Grundsätzlichen sehen: „Kleine Mittel und Mittelchen, mit denen man den Unterricht seit Jahrzehnten zu fördern sucht, nutzen offenbar

⁷⁹ KÖHLER (2001) verweist in seinen Überlegungen zur Bildung durch Mathematikunterricht und zur Veränderung in Richtung einer anderen Unterrichtskultur darauf, dass das bedeutungslose, sinnentleerte Rechnen durch reine technische Zeichenmanipulation, zu dem die Schüler sozialisiert werden, auch später gesellschaftlichen Schaden hervorbringe: „Indem aber solcherart kreativitätsförderndes Vorgehen keinen Platz hat, wächst eine Jugend heran, die zur sinnlosen Manipulation bedeutungsloser Objekte gemäß undurchschauter Vorgehensweisen sozialisiert, später in der Gesellschaft das mechanisch-technisch manipulierende Handeln ohne Rückfragen nach Sinn und Vernunft wiederum verstärken wird. So schlägt das in die Schule gezwungene Vorgehen zum Schaden der Gesellschaft auf diese zurück. [...] Als Pädagogen schmerzt uns indessen zunächst der Schaden, den die Schüler dabei nehmen“ (Köhler 2001, S. 106). Damit Mathematikunterricht bilden könne, müsse er den Schüler als Person berücksichtigen und im Unterricht Sinnerfahrungen ermöglichen (vgl. ebd., S. 106 f.).

⁸⁰ Das kartesische Paradigma spiegele sich in der Wachstumsgesellschaft der Industrieländer wider und verstehe Leben als „System-Verbesserung und Fortschritt-Planung“ (Andelfinger 2011, S. 21). Der Mensch trete in einer Herrschaftsposition gegenüber der Natur auf, welche als verfügbare, logisch berechenbare Größe gesehen werde (vgl. Andelfinger 1993, S. 2; 1995, S. 11). Für eine genauere Betrachtung siehe Abschnitt 3.2.2.

nichts, wenn der Fehler im Grundsätzlichen liegt“ (Breidenbach, zitiert nach Andelfinger 1995, S. 2). Der **Sanfte Mathematikunterricht** nach ANDELFINGER – erste Ideen ab 1978 entstanden, 1987 erstmals formuliert – versteht sich als Reaktion auf die genannten Kritikpunkte und die Ökologiebewegung der 1980er Jahre, und er greift oben genannte diskursive Wissenschaftsvorstellung auf (vgl. Andelfinger 1993, S. 13; 2012, S. 26; 2014, S. 167.).⁸¹ Sein Programm trägt zur Realisierung einer Unterrichtskultur mit ganzheitlich ökologischer, gesellschaftlicher, ethischer Position bei:

Heute erblicken wir die Notwendigkeit einer Veränderung nicht mehr in methodischen und stofflichen Mitteln, sondern in einer Veränderung der Unterrichtskultur selbst. Dies wird mitveranlaßt durch die globalen Probleme auf unserem Planeten, durch die Forderung nach einer weltweit verträglichen Gesellschaft. Immer wichtiger werden einsichtiges Denken in Zusammenhängen, verantwortliches Handhaben von Berechnungen und ihren Ergebnissen, Bereitschaft zur Begrenzung von Machbarkeit, Wissen um andere Standpunkte und Sich-Auseinandersetzen mit Alternativen. So schälen sich am Ende des 20. Jahrhunderts immer deutlicher die Umrisse einer Bildung heraus, die dazu beitragen will, unsere Welt ‚ganz‘ zu halten und ihrem Charakter als ‚EINE Welt‘ gerecht zu werden.

(Andelfinger 1995, S. 2)

3.2.2 Einbettung: Kartesische und gaiatische Weltdeutungen

„Schulmathematik ist immer vielfältig verstrickt mit der Gesellschaft und ihren Traditionen, was zu einer kausal nicht mehr entwirrbaren Angleichung führt“ (Andelfinger 1989, S. 25). So liegt es für ANDELFINGER nahe, die Merkmale der Hightech-Wachstumsgesellschaft mit denen der vorherrschenden Schulmathematik zu vergleichen. Er stellt diesbezüglich Parallelen fest (siehe Tab. 2) und folgert, dass der Mathematikunterricht unter den damit verbundenen Verkürzungen und Ablehnungen *anderer* Konzepte, die aus „Tiefenstrukturen, Grundbeständen, subjektiven Erfahrungsbereichen und Rahmungen des ‚menschlich-mitweltlichen Rests‘ stammen“ (Andelfinger 1989, S. 26), zu leiden habe (siehe Tab. 3).⁸²

⁸¹ Auch die MUED, ebenfalls entstanden aus Kritik am Mathematikunterricht Ende der 1970er Jahre, kann in diesem Zusammenhang als eine Lehrerinitiative gesehen werden, welche mit dem Sanften Unterricht ein gemeinsames Grundanliegen verfolgt: „Inhaltlich geht es um die Rolle der Mathematik im Unterricht, in der Gesellschaft, ihren Nutzen und Mißbrauch. Emanzipatorische und soziale Fragen [...] stehen zur Diskussion. Damit unlösbar verknüpft sind immer umweltbezogene Themen“ (Andelfinger 2014, S. 163). Im Gegensatz zum Sanften Unterricht, der die Unterrichtskultur adressiert, liegt die Arbeit der MUED auf einer anderen Ebene: Sie wendet sich insbesondere mit Unterrichtsbeispielen an praktizierende Lehrkräfte. Dies ist auch heute noch am umfangreichen Materialpool ersichtlich (vgl. ebd.).

⁸² Dies steht in Einklang mit VON HENTIGS Forderung, der technischen Zivilisation gewachsen zu bleiben (vgl. von Hentig 2002, S. 73) – siehe Kapitel 2, ab S. 83

Tab. 2: Vergleich der Merkmale der Hightech-Kultur mit der Schulmathematik in ANDELFINGER (1989, S. 26 f.)

Merkmale der Hightech-Kultur	Merkmale der Schulmathematik
Perfektionierung eines Systems; Schaffen eindeutiger, technisch formulierbarer, fehlerausschließender Verfahren in immer besseren Varianten (Fort-Schritt)	Lineare Logik zentrale Bedeutung algebraischer Formeln und Konstruktionsalgorithmen, Beweise, Berechnungen, Optimierungen
Eingrenzen auf diese Verfahrensweisen als einziges Angebot: Standardisierung; Ersetzung von Welt durch eine definierte, reduzierte Kunst-Welt mit algorithmisch-kalkülmäßig-idealer Konstitution und durch Risiko-Definitionen („Grenzwerte“) abgestützter Stabilität	Einrichten von Norm-Verfahren und Wegdefinieren von Komplexität/Schwierigkeit; formale Lösungen ohne Realisierungs- und Probiernotwendigkeit mit abstrakt-unpolitischem Charakter; auf wenige Typen anwendbare hocheffektive spezialisierte Verfahren; Bevorzugung der Wahrscheinlichkeitsrechnung vor Statistik, der Algebra und Analysis vor Geometrie.

ANDELFINGER bezieht sich bei seinen weiteren Überlegungen auf die Paradigmentheorie von THOMAS KUHN (vgl. Andelfinger 2011, S. 16) und weitere Diskussionen zum Paradigmenwechsel wie etwa jene von ROBERT JUNGK, CARL AMERY, KLAUS M. MEYER-ABICH oder FRITJOF CAPRA (vgl. Andelfinger 2011, S. 10). Er nennt das **Paradigma**, welches der Hightech-Gesellschaft und der „gängigen Schulmathematik“ (Andelfinger 1989, S. 28) zugrunde liege, „kartesisches Paradigma“ (ebd.). Das alternative Paradigma „der mitweltlichen Tiefenstrukturen“ (ebd.), in dem der Mensch nicht als Herrscher über die Natur auftrete, sondern ganzheitlich mit dieser vernetzt sei, bezeichnet er hingegen als „gaiatische[s] Paradigma [sic!]“ (Andelfinger 1989, S. 28). Ein Paradigma sei dabei allgemein als die „gesellschaftliche Atmosphäre einer Gruppe“ bzw. ein „gesellschaftlicher Gesamtzusammenhang“ (Andelfinger 2011, S. 16) zu verstehen. In einer geschichtlichen Aufarbeitung des Verhältnisses Mensch–Erde weist ANDELFINGER (2011) phasenweise dominierende Paradigmen nach und kommt zu dem Schluss, dass „der Eintritt des Menschen in das Ganze der Gaia einen Paradigmenwechsel bedeutet, der sich gesamtgesellschaftlich bis heute nicht abzeichnet, dessen Notwendigkeit aber deutlicher wird“ (ebd., S. 13).

Diese Unterscheidung kartesischer und gaiatischer Denkformen (siehe Tab. 4) bildet den Hintergrund des Unterrichtskonzepts *Sanfter Mathematikunterricht* (vgl. Andelfinger 1993, S. 10; 1997, S. 6):

Die vorherrschende Kultur des Mathematikunterrichts in der BRD bevorzugt und prägt Denkformen, die die Welt als logisch berechenbare und gesetzes-treue Natur beschreiben. Es sind Denkformen, die von Descartes ausgehend durch Bacon verschärft und in dieser Gestalt wirtschaftlich-ökonomisch wie politisch erfolgreich gemacht wurden. [...] Die Aufgabe der globalen Verantwortung für die Erde, die uns heute beschäftigt, erlaubt es nicht mehr, den

Mathematikunterricht alternativlos kartesisch-baconischer Denkform und Weltvorstellung auszuliefern. Vielmehr müssen Denkformen, die die Welt als ‚Gaia‘, nämlich als eine den Menschen einschließende, ganzheitlich-vernetzte und selbstorganisierende EINE WELT verstehen, in den Mittelpunkt rücken.

(Andelfinger 1993, S. 2)

Tab. 3: Vergleich der Merkmale anderer Konzepte mit mathematischen Entsprechungen in ANDELFINGER (1989, S. 26 f.)

Merkmale anderer Konzepte	Mathematische Entsprechungen
probieren, kontrollieren, realisieren	informell vorgehen, einsetzen, Punkte verbinden, gucken
ganzheitlich-schillernd wahrnehmen	raumgeometrische Erfahrungen, statistisch-deskriptive Interpretationen, vielschichtige Wahrscheinlichkeitsvorstellungen, Risiken als gesetzte und oft nicht testbare Werte betrachten
qualitativ und/oder bildlich arbeiten	grafische Analysis ohne Terme
weiche und soziale Logik Laie als Experte	keine ontologischen Interpretationen von Sätzen und Richtigkeiten, Zulassen von Zwischentönen, breite Deutung von Umkehrungen, Akzeptanz als anerkanntes Kriterium, Ernstnehmen von Semikonsistenz, fehlerfreundlich, handgestrickt-universell, Pflege eines Schwierigkeits-Empfindens

Tab. 4: Kategorien, Methoden, Merkmale des kartesischen und des gaiatischen Paradigmas (nach Andelfinger 1989, S. 28 f. [1. Zeile der Tabelle].; Andelfinger 2011, S. 21 [2. und 3. Zeile der Tabelle])

Kartesisches Paradigma	Gaiatisches Paradigma
linear-kausal fort-schrittig schließend technisch-instrumentell reduktionistisch widerspruchsfrei fehlerfeindlich prognostisch distanziert eindeutig-klar	vernetzt-fließgleichgewichtlich erhaltend-ganzheitlich erkundend-ausbauend dialogisch-sensibel füllig-vielfältig ungereimt verträglich fehlerfreundlich immer neu interpretierend subjektiv-verwickelt mehrdeutig-vielfältig
LEBEN gilt als System-Verbesserung und Fortschritt-Planung	LEBEN gilt als Mitbeteiligung an der Evolution
Absicherung durch Herrschaft über die Natur	Absicherung durch Einfügen in die Natur ^[83]

⁸³ Der Bezeichner *Natur* wird von ANDELFINGER nicht einheitlich verwendet: In ANDELFINGER (1993, S. 10) spricht er nicht von der Bewahrung der Natur, sondern der Gaia. Hier in ANDELFINGER (2011, S. 21) verwendet er hingegen den Bezeichner *Natur*, unterscheidet also nicht zwischen *Natur* und *Gaia*.

Im **kartesischen** (bzw. kartesisch-baconschen) Paradigma werde die Welt gedeutet als ein Gegenüber von Geist und Natur (vgl. Andelfinger 1993, S. 3). Diese Trennung führe dazu, dass der Mensch in eine Herrschaftsposition gerate und die Natur als „außermenschliche, verfügbare und experimentierbare Größe“ (Andelfinger 1995, S. 11) aufgefasst werde. Etwa RENÉ DESCARTES oder ISAAC NEWTON haben dieses Prinzip in der Mathematik, in der Naturwissenschaft und zur Weltklärung aufgegriffen und verstärkt (vgl. Andelfinger 2011, S. 16). Es werde auch das Paradigma „Mensch und Umwelt“ (ebd.) genannt, in dem die Umwelt „die dem Menschen zugeordnete Natur“ (ebd., S. 8) darstelle und in dem der Mensch im Mittelpunkt stehe:

Diese Umwelt ist nicht definiert, doch wird sie als vorwiegend nichtmenschliche Größe – Natur, Tiere, Wind, Wetter etc. – betrachtet. Sie ist geeignet zu gestalten, damit die Existenz des Menschen soweit wie möglich gesichert ist. ‚Schutz und Nutz‘ sind die Grundprinzipien beim Umgang mit dieser Umwelt. Priorität hat dabei immer das Wohlergehen der menschlichen Gesellschaft.

(Andelfinger 2011, S. 17)

Folge man dieser kartesischen Sichtweise, so könne durch folgerichtiges Denken zu eindeutigen Ergebnissen gelangt werden, Fehler seien dabei zu vermeiden (siehe Tab. 4 – links) (vgl. Andelfinger 1993, S. 3). Der Mathematikunterricht folge in diesem Paradigma der Auffassung, dass „systematische Ordnung und formale Kalküle mit hoher Reichweite auch besonders gut überschaubar, faßbar und damit effektiv lehrbar seien“ (Andelfinger 1993, S. 5). Grundgedanken eines an den kartesischen Kategorien orientierten Mathematikunterrichts lassen sich nach ANDELFINGER wie folgt zusammenfassen: „Perfektionierung eines Systems; Schaffen eindeutiger, technisch formulierbarer, fehlerausschliessender Verfahren in immer besseren Varianten (Fort-Schritt), Eingrenzen auf diese Verfahrensweisen als einziges Angebot; Standardisierung, Deutung von Welt als eine definierte, reduzierte Formal-Welt mit algorithmisch-kalkülmäßig-idealer Konstitution und durch Risiko-Definitionen abgestützter Stabilität“ (Andelfinger 1993, S. 13 f.).

Die unterrichtliche Orientierung an den kartesischen Kategorien sei Stärke und Schwäche zugleich, so ANDELFINGER: „Stärke, weil er damit gut in die Industrie-, Hochtechnologie- und Wachstumskultur paßt; Schwäche, weil er durch den sich vollziehenden kulturellen globalen Wandel und durch ein verkürztes Wissenschaftsbild ‚aus der Zeit‘ gerät“ (Andelfinger 1995, S. 11). Unterricht, der sich ausschließlich dieser kartesisch-baconschen Kultur widme, sei sehr krisenanfällig, global unverträglich und könne seinen Zielvorstellungen nur bei einer Minderheit gerecht werden: „Für die große Mehrheit der Schülerinnen und Schüler bewirkt der langzeitige Mathematikunterricht ein Verschwinden von Sinnfragen, das Ableiten in formal-manipulatives Zahlen- und Buchstabengeklapper ohne Kontrollmöglichkeit. Arbeit und Inhalte werden bedeutungsarm, ohne Bezug zur eigenen

Wirklichkeit“ (Andelfinger 1993, S. 8). „So wird es dann möglich, z. B. die Atomenergie-Aufgabe und die Pflanzenwachstumsaufgabe als ‚vom gleichen Typ‘ zu erkennen und distanziert abzuhandeln“ (ebd., S. 22). Probleme aus der Lebenswelt der Schüler werden durch den Zwang zur Formalisierung zu „Sachaufgaben“, auf die „man dann ein passendes innermathematisches Versatzstück anwenden kann“ und die „dadurch sofort nicht mehr betroffen“ machen (Andelfinger 1993, S. 23).

Im Gegensatz dazu steht die **mitweltlich-gaiatische** Denkform, wie sie ANDELFINGER (z. B. 1995, S. 11; 2014, S. 160 f.) in Anlehnung an JAMES LOVELOCK und KLAUS MEYER-ABICH⁸⁴ (vgl. Andelfinger 2019, S. 15/48) bezeichnet und die sich in der Postmoderne entwickelt: Diese Deutung sehe nicht den Menschen und seine *Um*-Welt, also eine für sich existierende Natur mit dem ihr gegenüberstehenden Geist, sondern verfolge einen ganzheitlichen Ansatz in der *Einen Welt*, also die Verknüpfung von Mensch und Natur als ein Netz, eine *Mit*-Welt (vgl. Andelfinger 1993, S. 9 f.):

Dieses Netz entwickelt sich in Form eines Fließgleichgewichts, d.h.: Es besteht ein Zustand der Verträglichkeit, der ständig neu bereichert und in einen neuen Zustand der Verträglichkeit überführt wird. [...] Der Mensch gehört in dieses Netz, ist mitverantwortlich. Er hat keine *Um*-Welt, sondern gehört in seine *Mit*-Welt. Er kann das Netz stören und vielleicht sogar zerstören.

In diesem Denken wird Welt nicht als Geist-Natur-Beziehung, sondern als Ganzheit ihrer Teile, als ‚Mutter Erde‘ – hier ‚Gaia‘ oder auch EINE WELT genannt – gedeutet.

(Andelfinger 1993, S. 9)

Die *Gaia* orientiere sich am tiefenökologischen Ansatz von ARNE NAESS, der von „einem Beziehungsgeflecht innerhalb eines großen Ganzen“ (Andelfinger 2011, S. 17) ausgeht: „‚Gaia‘ ist eine Auffassung von WELT, die diese als ganzheitlich-vernetzte, selbstorganisierende, endliche und solidarische Größe sieht, in die der Mensch lokal und global mitverantwortlich eingebunden ist“ (Andelfinger 1995, S. 11). Der Mensch und sein Handeln bewirken also Konsequenzen für das Ganze – nicht nur für sich selbst (vgl. Andelfinger 1993, S. 9). „Wesentlich ist, dass es sich hier um ein Paradigma handelt, welches nicht die Sorge um die eigene Existenz, sondern die Sorge am Existieren des Planeten *in seiner Eigenheit* in den Mittelpunkt stellt“ (Andelfinger 2011, S. 17; Hervorhebung im Original). ANDELFINGER spricht auch von der Haltung der „Leidenschaft am planetaren Existieren“ (Andelfinger 2011, S. 17). In dieser grundsätzlichen Sichtweise des gaiatischen Denkansatzes werde der Leitspruch *global denken – lokal handeln* ersichtlich, denn „nicht wenige Mächtige, sondern viele kleine Leute an vielen kleinen Orten [können,

⁸⁴ Den Bezeichner Gaia verwendet ANDELFINGER in Anlehnung an LOVELOCK. Der Bezeichner *Mitwelt* wird im ökologischen Kontext von MEYER-ABICH explizit genutzt (vgl. Andelfinger 2019, S. 15/55). Er bahnt sich aber auch schon in der existenzphilosophischen Literatur an: MARTIN HEIDEGGER spricht etwa von „In-der-Welt-Sein“ (vgl. Andelfinger 2019, S. 48).

K. W.] durch viele kleine Schritte die Gaia bewahren“ (Andelfinger 1993, S. 10) – jede Handlung wirke also im Gesamtnetz (vgl. Andelfinger 2014, S. 160).

Diesem Ansatz folgend stehen in einem durch das gaiatische Paradigma dominierten Unterricht folgende Grundgedanken im Vordergrund: „Probieren, kontrollieren, realisieren; Ganzheitlich-schillernd wahrnehmen und deuten; Qualitativ und/oder bildlich arbeiten, Mehrwertig-soziale Logik, Laie als Experte“ (Andelfinger 1993, S. 14 f.) (siehe Tab. 4 – rechts). Probieren, verbessern, abschätzen, eine ungefähre Richtung ausmachen, „[h]ier artikulieren sich universelle, flexible Verfahren zur Problemlösung, die denen des Unterrichts alternativ und spannungsreich gegenüberstehen. Äquivalenzumformungen z. B. funktionieren nur bei ausgewählten Klassen von Problemen – eben bei denen, die im Unterricht vorkommen. Probiervverfahren reichen weiter und geben andere Einblicke“ (Andelfinger 2018a, S. 53).

Laut ANDELINGER identifizieren sich Lehrer meist so tief mit der kartesischen Deutung des Unterrichtsstoffes, welche auch gesellschaftlich in der Breite abgesichert sei, dass sie nichts des anderen zulassen (vgl. Andelfinger 1993, S. 15):

Sie spüren zwar, daß die primär kartesische Deutung [...] des Schulstoffes einengt und zwanghaft wirkt. Aber über das Gefühl einer ‚Rissigkeit‘ gehen sie nicht hinaus. Es fehlen dadurch in der gängigen Unterrichtspraxis auch weitgehend die gaiatischen Elemente. Es fehlen vor allem kulturelle Formen wie Stellung beziehen, sich engagieren, sich aussetzen, streiten, sich einmischen. Die Schüler/innen werden als denkende Wesen nicht hinreichend ernstgenommen. So entwickelt sich keine Bürgergesellschaft. Es fehlt Erziehung zur Mündigkeit.

(Andelfinger 1993, S. 16)

Zudem finde sich Mathe zunächst ganz allgemein aufgrund der Systematik und Eindeutigkeit von Mathematik nur schwer im gaiatischen Paradigma wieder (vgl. Andelfinger 2018a, S. 100):

Was vielen Mathematiklehrerinnen und –lehrern unangenehm auffällt, ist, daß der sanfte Mathematikunterricht eine ausgewiesene ethische Position einnimmt. Das ist ‚man‘ gerade vom Mathematikunterricht nicht gewöhnt. Er erscheint ja als die dem alltäglichen Streit enthobene unpolitische Insel ewiger Wahrheit und Klarheit. Gerade hier liegt aber die so gefährliche Selbsttäuschung. Stoff und Stil des Mathematikunterrichts sind nicht gottgegeben, sondern unter recht menschlichen Absichten und Interessen historisch entstanden.

(Andelfinger 1995, S.7)

Durch die reine Ausrichtung am kartesischen Paradigma entstehe „der Eindruck eines wert- und politikfreien Raumes, auf den der gängige Mathematikunterricht sehr stolz ist. Doch wird dabei übersehen, daß dieses Verhalten selbst eine Ethik

darstellt und eine Botschaft weitergibt: „Schüttele den Kontext ab!“ (Andelfinger 1993, S. 23). Und diese Ethik scheine vor dem Hintergrund der globalen Probleme nicht mehr verantwortbar (vgl. ebd.):

Mathematikunterricht muß [...] angesichts der Globalisierung, der organisierten Unverantwortlichkeit und Selbstwidersprüche der kartesischen Risikogesellschaft (Beck 1986) die paradigmatische Spannung auch explizit thematisieren. Er muß also aufklären sowie Zukunft offenhalten. Damit muß er letztlich gajatisches [sic!] Handeln ermöglichen und erproben. Scheinbar wertfreier, ahistorischer und unpolitischer Unterricht ist Parteinahme zugunsten des kartesischen Paradigmas. Das ist heute nicht mehr verantwortbar.

(Andelfinger 1989, S. 31)

ANDELINGER zieht den Schluss, dass mit folgender Auffassung die Einbettung des Mathematikunterrichts in das gaiatische Denken und Handeln gelingen könne: „Die Auffassung der Mathematik als Netz mit vielen Wegen, die unterschiedlichen Deutungen von Ergebnissen, die Überzeugung, dass auch und gerade Unterrichtsgespräche wissenschaftlichen Diskurs darstellen können – das erst gibt die Möglichkeit, die Unterrichtskultur zu ändern“ (Andelfinger 2018a, S. 100). So treffen „[i]m Mathematikunterricht [...] der ‚Mensch als Herrscher und Macher‘ und der ‚Rest-natürliche Mensch als sozial weiches, teilwissend fehlbares Mitglied von Welt‘ aufeinander“ (Andelfinger 1989, S. 27). Und dieses Aufeinandertreffen sei „spannungsreich, weil damit zwei Paradigmen der Welt-Deutung aufeinandertreffen“ (ebd., S. 28), und das habe auch Folgen für das Lehrer-Schüler-Verhältnis (vgl. Andelfinger 1989, S. 28; 1993, S. 17):

Diese Vorstellung des Mathematikunterrichts trennt sich also völlig von der Auffassung, daß hier Kundige (Lehrer) mit Unkundigen (Schüler) verkehren. Vielmehr wird der mathematische Unterricht als eine quer zu den LehrerIn-SchülerIn-Rollen liegende vielschichte [sic!] Verwicklung von Deutungsmustern gesehen, die sich immer um die Deutung von Welt drehen.

(Andelfinger 1989, S. 28)

3.2.3 Handlungskonzept: Prinzipien und Grundsätze des Sanften Unterrichts

Die im gaiatischen Paradigma vorhandene Einbettung des Menschen in das Netz der Evolution führe durch die Betrachtung von Spannungsverhältnissen zwischen Selbstbehauptung und Integration zum Erfolg: „Selbstbehauptung‘ setzt ein Subjekt-Objekt-Verhältnis voraus, das die erkenntnistheoretische Grundlage des Umwelt-Paradigmas ist. ‚Integration‘ wäre Grundlage eines rein antithetischen Projekts [...]. Erst der Spannungsansatz führt zum Leben weiter“ (Andelfinger 2011,

S. 20). Und auf diesem Spannungsverhältnis von Selbstbehauptung und Integration solle auch die von ANDELFINGER intendierte Bildung beruhen – er nennt sie „**natürliche Bildung**“ (Andelfinger 2011, S. 30; Hervorhebung K. W.):

‘Natürliche Bildung‘ ist für mich damit ein terminus technicus und meint die bewusste Zuwendung des Menschen zum Projekt Gaia, die ‚Leidenschaft an der planetaren Existenz‘. Hieraus ergibt sich auch die Bereitschaft zur gesellschaftlichen und politischen Beteiligung wie auch die bewusste Annahme der eigenen Geschichte und das Interesse an der Zukunft. Dahinter steht eine Ethik, die sich an der ‚Goldenen Regel‘ orientiert: ‚Was du nicht willst, das man dir tu‘, das füg auch keinem andern zu‘.

(Andelfinger 2011, S. 30; Hervorhebung im Original)

Im Mathematikunterricht bedeute die „bewusste Zuwendung des Menschen zum Projekt Gaia“ (ebd.) die Erweiterung des vorherrschenden kartesischen Paradigmas um gaiatische Elemente, die explizite Thematisierung dieses paradigmatischen **Spannungsverhältnisses** und die Stärkung gaiatischer Denkformen:

In einer verantworteten Unterrichtskultur – und spezifisch in einer mathematischen – muß daher das kartesische Paradigma herausgehoben werden, darf aber nicht so stehenbleiben. Seine Probleme müssen gesehen und diskutiert werden. Mehr noch – und dies ist der entscheidende Punkt – es muß deutlich werden, daß der kartesischen Deutung von WELT eine andere gegenübersteht, die nach heutiger Einsicht Zukunft offenhält.

(Andelfinger 1995, S. 11)

Wir sind hier in der BRD das kartesisch-baconische Denken gewohnt. Ich denke, daß sich dieses Denken nicht alternativlos durchsetzen läßt angesichts der gaiatischen Diskussion. Daher plädiere ich für den Aufbau eines Spannungsverhältnisses der beiden Denkformen oder ‚Paradigmen‘. Ich gehe aber noch einen Schritt weiter: Da nicht die Natur, sondern die Gaia zu bewahren ist, muß der Pflege und Entwicklung gaiatischen Denkens und Handelns besondere Aufmerksamkeit gewidmet werden.

(Andelfinger 1993, S. 10)

Der Unterricht ersetze also nicht die vorhandene kartesische Denkform durch etwas Neues, dies erscheine wenig erfolgreich (vgl. Andelfinger 2011, S. 20), sondern mache deutlich, dass eine ausschließliche Orientierung am kartesischen Paradigma vor dem Hintergrund globaler Probleme nicht mehr verantwortbar sei (vgl. Andelfinger 1989, S. 31). Damit weise der Sanfte Unterricht eine „ausgewiesene ethische Position“ auf (Andelfinger 1995, S. 7).

Aus diesen Überlegungen heraus formuliert ANDELFINGER die **Bildungsaufgabe** des Mathematikunterrichts wie folgt:

- Verständnis und Handhabung gaiatischen Denkens
- angesichts kartesisch-baconschen Denkens und Handelns
- in Solidarität und Aufgeklärtheit.

(Andelfinger 1993, S. 11)

Solidarität und Aufklärung dienen als Grundlage zur Entwicklung von Frieden und Gerechtigkeit: „Diese beiden Eigenschaften erlauben es, Ungleichgewichte zu erkennen, zu beschreiben, zu thematisieren und letztlich zu mildern oder gar auszuräumen. Insofern stiften sie Frieden und mit ihm Gerechtigkeit“ (Andelfinger 1993, S. 10).

Mathematikunterricht, der das paradigmatische Spannungsfeld ernstnehme und das gaiatische Denken fördere, ohne das kartesische vollkommen auszuklammern, nennt ANDELFINGER **sanft**:

Sanfter Mathematikunterricht ist eine Kultur, in der gaiatisches Denken sich mit kartesisch-baconischem Denken offen auseinandersetzen kann. Die Auseinandersetzung muß so erfolgen, daß sie den Grundsätzen von ‚Frieden‘, ‚Gerechtigkeit‘ und ‚Bewahrung der Gaia‘ entspricht. [...]

Die Anwesenheit von Frieden und Gerechtigkeit in diesem Bildungskonzept hat mich dazu bewogen, es ‚sanft‘ zu nennen. Sanfter Mathematikunterricht – um es nun auf den Punkt zu bringen – ist dann gegeben, wenn es ihm gelingt, die beschriebenen paradigmatischen Spannungen öffentlich zu machen, zu thematisieren und – was entscheidend ist – Zuneigung und Engagement für das gaiatische Denken zu fördern.

(Andelfinger 1993, S. 2/11; Hervorhebung im Original)

Unter ‚sanft‘ [...] wird einerseits die Aufgabe von Herrschaft verstanden, welche es allen Beteiligten ermöglicht, sich gegenseitig als Experten ernstzunehmen. Untrennbar verknüpft damit versucht sanfter Unterricht, mitweltliche Sinnhaftigkeit und technische Beherrschung von Welt in ihrer Spannung zu thematisieren.

(Andelfinger 1989, S. 24)

Dem Sanften Mathematikunterricht liege ein Bildungskonzept zu Grunde, welches **Allgemeinheit** auf die globale Dimension von Bildung beziehe: „Allgemeinheit als die EINE WELT. Nicht also eine schwammige Welt- oder Anwendungsorientierung, sondern eine der gegenwärtigen Verantwortung unterworfenen Vorstellung von lebenswerter Zukunft“ (Andelfinger 1997, S. 1). Dieses Bildungskonzept wird bei ANDELFINGER als „Bildung in der EINEN WELT“ oder „globale Bildung“ bezeichnet und beinhaltet folgendes: „Sich kundig vorbereiten auf einen zukunfts-fähigen, fließgleichgewichtlichen und nachhaltigen globalen Lebenszusammenhang angesichts des geltenden Lebenszusammenhangs in Deutschland“ (Andelfinger 1997, S. 1).

Damit verstehe sich der Sanfte Mathematikunterricht, welcher ab den 1970/80er Jahren entstanden ist, als eine „global verträgliche Unterrichtskultur“ (Andelfinger 1995, S. 2). Das **Leitprinzip** der „Orientierung an der EINEN Welt“ (Andelfinger 1991, S. 13) stelle Orientierung, aber auch globale Verbindlichkeit für Denken und Handeln für alle am Unterricht Beteiligten her (vgl. Andelfinger 1991, S. 13; 1995, S. 5). Es zeige auf: „Unser Mathematikunterricht findet im Industrieland BRD statt, das in einer ganz spezifischen Verantwortung steht zu der EINEN WELT. Unterricht ist immer Einmischung in diese EINE WELT und muß sich dessen bewußt sein“ (Andelfinger 1991, S. 13). Dieses Leitprinzip beziehe sich nicht nur auf Aufgaben mit Wirklichkeitskontext, sondern gelte allgemein:

Doch nicht nur bei der Behandlung von Textaufgaben oder bei Umweltprojekten ist das der Fall. Auch jedes Ernst-Nehmen des anderen, jede Erörterung von Alternativen, jede Aufklärung über Reichweite und Art des Besprochenen im pädagogischen Prozeß ist ein Beitrag zum Leitprinzip.

(Andelfinger 1995, S. 5 f.)

So sei der Sanfte Unterricht in seiner grundsätzlichen Ausrichtung „ökologisch verträglich“ (Andelfinger 1997, S. 7) und beziehe sich keineswegs nur auf Themen mit ökologischer Perspektive. Er grenze sich damit von der Ökopädagogik ab (vgl. Andelfinger 1997, S. 7 f.). Der Ausdruck „sanft“ verweise auf „eine Absage an gewaltsame Lösungen, eine Selbstverpflichtung zu Geduld, Beharrlichkeit und Akzeptanz anderer“ (Andelfinger 1995, S. 2). „Sanfter Mathematikunterricht‘ meint eine Unterrichtskultur, die sich der Kultur der Zivilgesellschaft verpflichtet fühlt“ (Andelfinger 1991, S. 13).

Die **Grundsätze** des Sanften Mathematikunterrichts haben sich laut ANDELFIN-GER nicht in einem „Akt logischer Herleitung“ herausgeschält, sondern müssen sich vor allem „mit dem Bildungskonzept verträglich erweisen und von denjenigen, die das Bildungskonzept verfolgen, auch repräsentiert werden“ (Andelfinger 1997, S. 2). Die Grundsätze wurden 1988 erstmals wie folgt formuliert:

- sich gegenseitig ernstnehmen (lernen)
- sich (gegenseitig) aufklären
- in Alternativen denken, sprechen und angesichts von ihnen handeln (lernen)

(Andelfinger 1995, S. 2)

Diese Bündigkeit der Formulierung erscheint einprägsam und daher bis heute aktuell (vgl. z. B. Andelfinger 2020a, S. 99). 1995 fasst ANDELFIN-GER die dem Konzept zugrundeliegenden Perspektiven wie folgt kurz zusammen:

- (1) Als Leitprinzip einer kulturellen Veränderung schält sich die globale Verbindlichkeit unseres Denkens und Handelns heraus. Dies nenne ich die *verantwortliche Orientierung an der ‚EINEN Welt‘* [...]

- (2) Unter diesem Leitprinzip entfalten sich drei zusammenhängende Anliegen:
- (a) Die Zurücksetzung des Kindes kann nicht durch Kindertümllichkeit, sondern nur durch das *Sich-Gegenseitig-Ernst-Nehmen aller Beteiligten* im pädagogischen Prozeß aufgehoben^[85] werden.
 - (b) Die Unmündigkeit des Kindes kann nicht durch immer besseres Erklären des Vorgegebenen, sondern nur durch rückhaltlose *gegenseitige Aufmerksamkeit und Sich-Gegenseitig-Aufklären* über Sinn und Grenzen des Verhandelten und Verhandelns im pädagogischen Prozeß aufgehoben werden.
 - (c) Die Mechanistik und Sinnleere des Unterrichts kann nur durch das *Zulassen und Hervorrufen von Alternativen im Denken, Sprechen und Handeln* überwunden werden.

(Andelfinger 1995, S. 5 f.; Hervorhebung im Original)

Die drei Grundsätze (a) bis (c) greifen die zu Beginn geäußerte Kritik an einer harten Unterrichtskultur auf. Im **gegenseitigen Ernstnehmen** finde sich das Kind als eigenständig denkendes Wesen wieder. *Sich gegenseitig ernstnehmen* bedeute, dass die Lehrperson weniger in ihrer Rolle als Experte und Wissensvermittler im Unterricht auftrete, sondern die Lernenden auch als Experten sehe: „Sie haben ihre Sicht der auftretenden Begriffe“ (Andelfinger 1995, S. 10), und diese müsse Unterricht ernstnehmen und berücksichtigen. Ein solidarisches Miteinander charakterisiere also die Beziehung der Beteiligten:

„In der Wolle solidarisch gefärbt“ meint, daß Unterricht ermöglichen muß, miteinander und voneinander zu lernen. Es muß eine gemeinsame Plattform gefunden werden, so daß man um Verständnis (füreinander) ringen kann. Dies wird in der Praxis u. a. bedeuten, die Schwierigkeiten mathematischen Denkens und Handelns anzuerkennen, den „Stoff“ einzugrenzen und als Verfügungsgröße – nicht als Norm – zu betrachten. Dies wird auch erheblichen sozialen Sprengstoff für den Unterricht bedeuten, denn auf Solidarität dieser Art sind Schule, Lehrer/innen und Schüler/innen wenig eingestellt.

(Andelfinger 1991, S. 14)

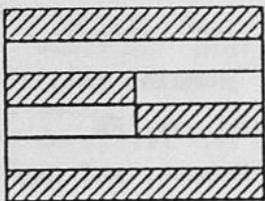
ANDELFINGER konkretisiert dies an einem Beispiel aus der Bruchrechnung (siehe Abb. 13). Im Kommentar der Lehrkraft spiegele sich noch *nicht* das Ernstnehmen des Lernenden wider: „Der Lehrer anerkennt notgedrungen die Schülerlösung. Er hat dabei irgendwie kein ganz gutes Gefühl, sagt aber nichts weiter dazu“ (Andelfinger 1993, S. 24). Eine mögliche Reaktion, um von der belehrenden Situation in ein Spannungsfeld zwischen Belehren und gegenseitigem Ernstnehmen zu geraten, könne folgende sein: „Der Lehrer könnte ja sagen: ‚Den Anteil hast du richtig

⁸⁵ Während der Bezeichner „aufgehoben“ von mir im Text der vorliegenden Arbeit i. d. R. in Bezug auf seine Bedeutung „enthalten sein in“ verwendet wird, adressiert ANDELFINGER in diesem Zitat seine Bedeutung im Sinne von „beendet“ oder „überwältigt“.

schraffiert. Aber wenn wir nachher mit Hilfe dieser Bilder uns Rechnungen klar machen, dann sind diese Lücken, die du in der Schraffur lässt, hinderlich“ (ebd.). Die Perspektive des Schülers sei womöglich eine ganz andere gewesen, etwa: „Ich wollte eben ein schönes Bild machen“ (ebd.). Um sich in seine Lage hineinzuversetzen und ihn ernst zu nehmen, solle auch dieser mitweltlichen Richtung Raum gegeben werden: „An dieser Stelle angelangt wird Unterricht dann spannend. Man könnte ja überlegen, ob sich noch andere ‚schöne‘ Bilder ergeben, welche Brüche sich dazu besonders eignen, was denn diese Schönheit ausmacht. Und irgendwann wird man auf das Bruchrechnen kommen“ (Andelfinger 1993, S. 24 f.). ANDELFIN-GER (1993, S. 25) spricht hierbei in Anlehnung an FRIEDRICH KAMBARTEL von einer „Kultur der Vernunft“, die sich „vom großmütigen Anerkennen des Kinderwissens als ‚Vorwissen‘ wie von scheindemokratischer Motivationsakrobatik in Einführungs- und Vorführstunden“ abhebe, indem „Denkweisen des Alltags, der Vorläufigkeit, der Ungereimtheit genau so ins Spiel [kommen, K. W.] wie Formen scharfen Argumentierens, ausgebufften Taktierens und trickreichen Zauberns“. Auch KÖHLER fordert gleichermaßen wie ANDELFIN-GER das Annehmen des Gedachten der Schüler, das Ernstnehmen der Kreativität, die sich hinter den Denkweisen und Fehlern der Lernenden verbergen könne, als wesentlichen Aspekt einer anderen Unterrichtskultur. Der angemessene Umgang mit Schülerfehlern, die weniger auf Gedankenlosigkeit, sondern oft darauf beruhen, dass der Schüler die mathematischen Normen, die im Gebäude der Mathematik vereinbart bzw. notwendig sind, noch nicht absehen kann, könne dazu beitragen, dass die Schüler sich ernstgenommen fühlen und einen Zugang zu Mathe finden (vgl. Köhler 2001, S. 114 ff.).

Bruchrechnung Klasse 6:
 Eine Szene aus einem Gespräch mit dem Mathelehrer der Parallelklasse:
Aufgabe: Zeichne ein Rechteck von 3cm Länge und 4cm Breite,
 schraffiere darin $\frac{3}{6}$.

Lösung des Schülers:



Lehrer:

Beim Rundgehen fragt mich der Schüler, ob seine Lösung richtig ist, da mußte ich wohl ja sagen. Aber das kommt davon, wenn man den Schülern nicht genau sagt, was sie tun sollen.

Abb. 13: Das Spannungsfeld zwischen Belehren und gegenseitigem Ernstnehmen am Beispiel einer Unterrichtssituation zur Bruchrechnung in ANDELFIN-GER (1993, S. 24)

Zur Aufgabe der **gegenseitigen Aufklärung** durch Mathematikunterricht lehnt sich ANDELFIN-GER an WAGENSCHNEIN an, der das Verstehen des Verstehbaren als Menschenrecht fordert (vgl. Andelfinger 1995, S. 10). „Aufklärung ist nicht Erklären, denn Erklären ist lediglich die mehr oder weniger rationale Formulierung des Bestehenden. Aufklärung dagegen öffnet die Hintergründe und Absichten und gibt

den Weg frei zur Diskussion, zu Alternativen“ (Andelfinger 2018a, S. 102). „Aufklärung ist vielmehr als befreiender Akt gedacht, als Distanzierung vom Bestehenden, als Einordnung und Relativierung des Bestehenden und als die Entwicklung von Alternativen dazu“ (Andelfinger 1997, S. 3).

„Aufmerksam und aufgeklärt“ meint zunächst einmal, sich gegenseitig im Unterricht wahrzunehmen und daran ein Interesse zu haben. Dann bedeutet es, von und über Mathematik/unterricht zu lehren und zu lernen, Metawissen zu erwerben und zu thematisieren.^[86] Dies wird nicht nur den Unterricht, sondern alle Formen von Ausbildung und Fortbildung gestalten.

(Andelfinger 1991, S. 14)

Aufklärung im Sanften Unterricht bedeute also, vom Bestehenden, den Sach- oder Wissenszwängen ein Stück weit zurückzutreten und eine Bereitschaft zu haben, beispielsweise neben einem einzelnen auf die Aufgabe zugeschnittenen Algorithmus auch Alternativen zu diskutieren, Aufgabenherkunft und -reduktion oder Interessenlagen mit einzubeziehen usw. (vgl. Andelfinger 1993, S. 26 f./46 ff.). ANDELINGER verweist hier u. a. auf eine Abituraufgabe, die klassische Inhalte der Differential- und Integralrechnung in einen Kontext über Gewächshäuser einkleidet (vgl. Andelfinger 1993, S. 49). Und diese Absicht solle den Schülern auch offengelegt werden: „Dann und nur dann läßt sich die Aufgabenbearbeitung verantworten“ (Andelfinger 1993, S. 49). Daraus folge in einem Sanften Unterricht aber auch, dass kritische Fragen an die Situation gestellt und diese in die Aufgabenbearbeitung mit einbezogen werden: „Man kann z. B. einen Aufgabenteil d) einführen, der danach fragt“ (ebd.). Hieraus können sich dann ganz andere Fragestellungen ergeben (vgl. ebd.). „Sie [die Aufklärung, K. W.] eröffnet Möglichkeiten zum offenen und vernünftig streitigen Umgang miteinander und kann sich wiederum auch daraus ergeben“ (Andelfinger 1993, S. 27). Gerade bei Sachaufgaben bedeute Aufklärung dann, auch mitweltliche Zugänge zu berücksichtigen (vgl. ebd., S. 49). Den damit häufig verbundenen Einwand, dies sei zu komplex, hält ANDELINGER für unberechtigt:

Ich glaube, das ist eine (un)bewußte Ausrede, um sich um sanften Unterricht herumzudrücken. Es geht ja nicht um die detaillierte mathematische Ausführung der vielschichten Lage, sondern ‚nur‘ um die – gerade und auch im Mathematikunterricht – ausgedrückte Tatsache, daß es unterschiedliche Interessenlagen und Weltdeutungen gibt und die Schulmathematik stets dazu neigt, dies zu verschweigen und das Verschweigen rational zu verschleiern.

(Andelfinger 1993, S. 49)

Aufklärung beinhalte darüber hinaus auch eine in der Klasse zwischen Lehrer und Schüler stattfindende gegenseitige, offene Ansprache unterrichtlicher Probleme,

⁸⁶ vergleiche hierzu das Explizieren der *zwei Ebenen des gegenseitig Aufklärens* im Achtsamen Unterricht (siehe Abschnitt 4.3.2)

etwa auch nicht gemachter Hausaufgaben oder zu schwierig empfundener Klausuraufgaben (vgl. Andelfinger 1993, S. 40/46; 2014, S. 189).

Die beiden Prinzipien des gegenseitigen Ernstnehmens und Aufklärens ziehen das **Denken und Handeln in Alternativen** – wie von selbst – nach sich: „Eine Unterrichtskultur, in der sich gegenseitig ernst genommen und aufgeklärt wird, wird dazu führen, daß alle Beteiligten Stellung beziehen müssen. Man wird sich einbringen, einmischen müssen. Das wird auf allen Ebenen geschehen [...]“ (Andelfinger 1995, S. 10). Aufklären schaffe also Metawissen, nehme Angst und führe so zu Alternativen (vgl. Andelfinger 2018a, S. 90). Der Unterricht müsse damit entsprechend umgehen, die Alternativen nicht „wegwischen“, sondern „aufgreifen oder einordnen“ (Andelfinger 2014, S. 190) – vergleiche etwa die beiden vorangegangenen Beispiele. „Erst in einer offenen, redlichen Gegenüberstellung verschiedener Deutungen, verschiedener Aspekte und Denkweisen kann sich mathematisches Verständnis entwickeln“ (Andelfinger 2014, S. 108).

„In paradigmatischen Alternativen denken“ meint, die Denkordnung des Verhandeln und des Verhandelten – hier auch ‚Paradigma‘ genannt, im Unterricht öffentlich zu machen, zu besprechen und durch andere paradigmatische Ansätze zu konterkarieren. Aufgrund der Tradition des Mathematikunterrichts wird es meist darum gehen, den zugrundeliegenden kartesischen Ansatz zu verdeutlichen und zu mitweltlich-gaiatischen Deutungen in Spannung zu setzen. Dies kann ‚im Kleinen‘ geschehen wie ‚im Großen‘. ‚Im Kleinen‘ wäre z. B. schon die Klarstellung, daß eine ‚passende Formel‘ durch Eingrenzung des Problemkreises geschaffen wird und daß damit der ‚Blick aufs Ganze‘ verlorengeht.

(Andelfinger 1991, S. 14)

Einengungen des mathematischen Stoffs wie etwa eine Ausklammerung explorativer Methoden (vgl. etwa das Beispiel „Zahlenrätsel“ auf S. 155) und geschichtlicher Bezüge, eine Verkürzung von Wahrscheinlichkeitsproblemen auf Wahrscheinlichkeitsrechnungen, eine Betonung der Termumformungen in der Algebra oder eine Verkürzung der Raumgeometrie schränken das Denken in Alternativen und die Mitweltbezüge ein (vgl. Andelfinger 1993, S. 28) – siehe für weitere Beispiele hierzu auch ANDELINGER (1993, S. 66 ff.).

Das Grundprinzip der **Gegenseitigkeit**, also des sich gegenseitig Ernstnehmens und Aufklärens, halte beide Seiten – Lehrer und Schüler – dazu an, unterschiedliche Denkweisen und Zugänge zu beachten, zu diskutieren und sich gegenseitig aufzuklären (vgl. Andelfinger 2018a, S. 100 f.). Und:

Das Grundprinzip der Gegenseitigkeit ist zunächst notwendig, um die äußere Ordnung im Klassenzimmer zu gewährleisten. Es nimmt Lehrer und Schüler gleichermaßen in die Pflicht. Es vermeidet auch einseitige didaktische Formen

wie Frontalunterricht, Schülerorientierung, individualisiertes Lernen. Vielmehr entsteht ein natürlicher Wechsel dieser Formen.

(Andelfinger 2014, S. 186; Hervorhebung im Original)

Es trage so in besonderem Maße zur Realisierung des Leitprinzips bei:

Aber das Prinzip reicht tiefer: Es bringt die Dinge ‚ans Licht‘ – die unterschiedlichen Betrachtungsweisen eines Problems, Möglichkeiten und Grenzen. Und nicht nur das. Die verantwortungsvolle Gegenseitigkeit ist nichts anderes als die ‚Goldene Regel‘, das ‚Prinzip Verantwortung‘, der Kern der postmodernen Ethik (Jonas 1979; Küng 1992). So entsteht von selbst die ‚Orientierung an der Einen Welt‘ – im Kleinen, das Auftauchen von Alternativen und das Bedürfnis nach Aufklärung.

(Andelfinger 2014, S. 186)

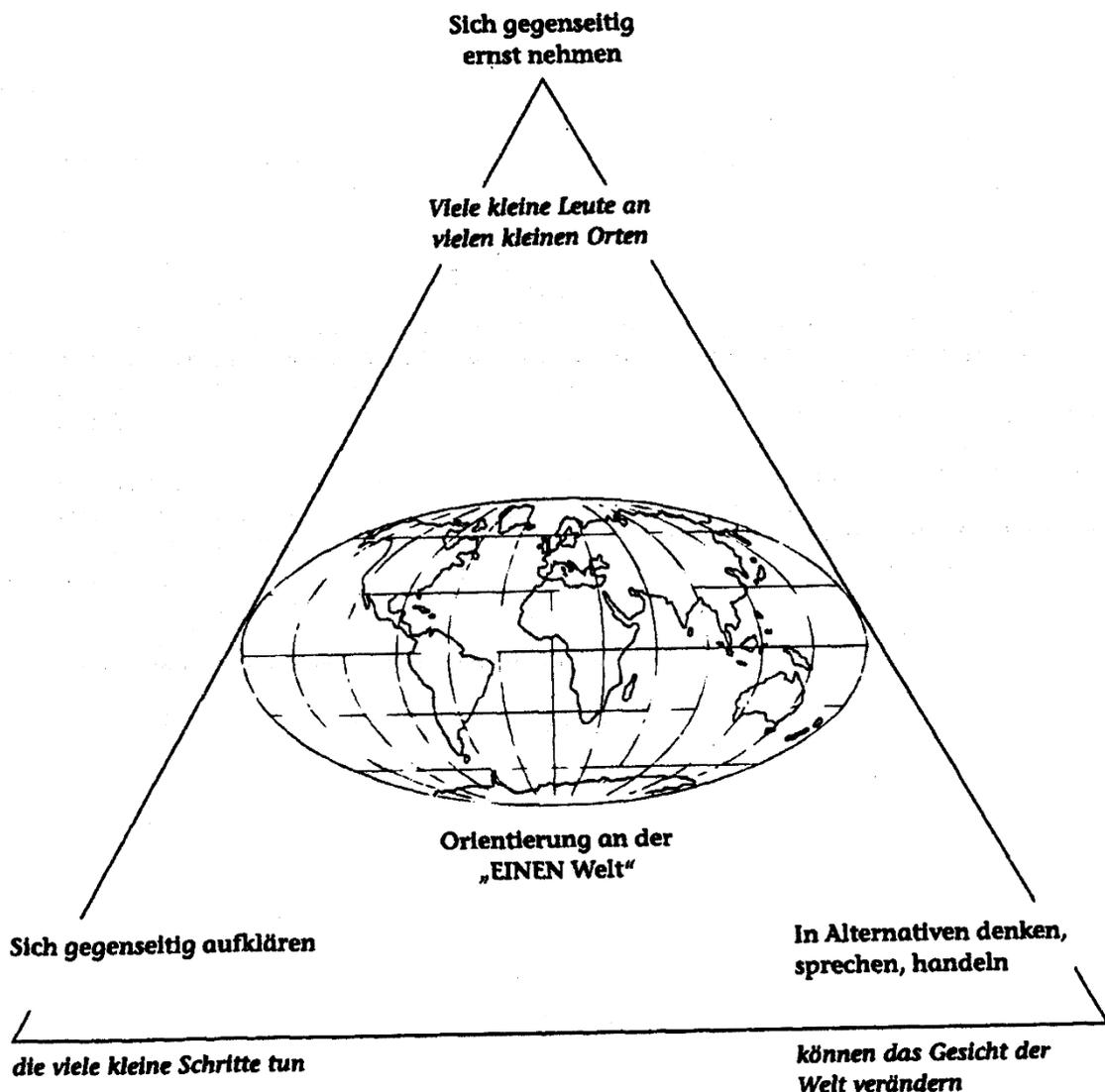


Abb. 14: Das Sanfte Dreieck nach ANDELFINGER (1995, S. 6)

Die Grundsätze werden von ANDELFINGER in der Darstellung eines **Dreiecks** (siehe Abb. 14), dem „sanfte[n] Dreieck mit EINE-WELT-Zentrum“ (Andelfinger

1997, S. 2) gebündelt und in Verbindung gesetzt, dies erweise sich als „hinreichend praktikabel“ (ebd.):

Wir meinen, daß sich in diesem Dreieck Qualifikationen ausdrücken, die dem vielfältigen Lebenszusammenhang in der EINEN WELT zuträglich sind und so etwas wie Zivilgesellschaft konstituieren. Insofern drückt das Dreieck nicht nur einen Handlungszusammenhang aus, sondern beschreibt eine Kultur – im Falle von Unterricht eine Unterrichtskultur.

(Andelfinger 1997, S. 2)

Mit dem afrikanischen Sprichwort „Viele kleine Leute an vielen kleinen Orten, die viele kleine Schritte tun, können das Gesicht der Welt verändern“ (siehe Abb. 14) will ANDELFINGER darauf hinweisen, dass es ihm weniger „um große Aufschwünge“ (Andelfinger 1995, S. 6) als vielmehr „um alltägliches Handeln“ (ebd.) gehe.

3.2.4 Erfahrungen: Chancen und Barrieren

Die Umsetzung des Sanften Unterrichts sei schwieriger als jene von neuem Stoff oder anderen Methoden, da eine grundlegend andere Sichtweise von Unterricht zugrunde liege, „an die alle Beteiligten – auf Lehrer- wie Schülerseite – nicht gewöhnt sind und auf die die Rahmenbedingungen von Schule nicht wie von selbst ausgerichtet sind“ (Andelfinger 1995, S. 3). „Wenn man sie [Alternativen, K. W.] aufgreift, muss mit Konsequenzen gerechnet werden: mehr Zeit, Grenzen erkennen, gewichten, Weg ins Unbekannte, Konflikte mit Lehrplan und Kollegen – aber auch Spannung, Spaß, Neuland, Engagement, Zusammenarbeit“ (Andelfinger 2018a, S. 104). Sanfter Unterricht sei also keine „Heilslehre“, nicht „die Lösung aller Probleme“ (Andelfinger 1995, S. 7), könne aber durch das Ziel, sich Sachzwängen abzuwenden und offen Hintergründe zu klären, dazu führen, „daß Angst, Desinteresse und Sinnlosigkeit geringer werden, daß keine ungerechtfertigten Erwartungen aneinander gestellt werden“ (Andelfinger 1995, S. 7). Die Thematisierung kartesischer und gaitischer Spannungen gewinne „eine Eigendynamik, der Unterricht wird spannend und strebt über die Fachgrenzen hinaus“ (Andelfinger 1993, S. 73).

Es ist offensichtlich auf dem Weg zu sanftem Unterrichten schon viel gewonnen, wenn nicht gleich gefragt wird: ‚Welcher Fehler wurde hier gemacht?‘, sondern: ‚Welcher Gedanke hat bei dieser Überlegung eine Rolle gespielt?‘ Dann erfahren wir Dinge, an die wir noch nie gedacht haben. Jetzt müssen wir einfach diese Herausforderung annehmen.

(Andelfinger 1993, S. 48)

ANDELFINGER dämpft allerdings Erwartungen, indem er keine „plötzliche ‚Wende““ (Andelfinger 1995, S. 7) des Mathematikunterrichts sieht, denn dazu seien alle Beteiligten zu sehr von ihren vorangegangenen Erfahrungen geprägt, „die Fronten viel zu starr“ (ebd.). Stattdessen sei Bescheidenheit gefragt: „Es wird sich stets um

kleine, oft unerwartete Schritte handeln – aber dies immer wieder und mit erkennbar gleicher Richtung“ (ebd.). In der Rezeption seines Konzepts *Sanfter Mathematikunterricht* macht er darauf aufmerksam, dass die Entwicklung eben jenes Sanften Unterrichts „eine professionelle Umgebung erzeugt und benötigt“ (Andelfinger 1997, S. 5).

Vernetzungen und Gespräche mit anderen Lehrern seien besonders wichtig, um Erfahrungen auszutauschen, neue Entdeckungen einzuordnen und eigene Veränderungen wahrzunehmen. Dazu habe es damals bundesweit ein Netzwerk aus sechs Gruppen gegeben (vgl. z. B. Andelfinger 1995, S. 3; 1997, S. 5). Gemeinsame Unternehmungen wie etwa eine jährliche Netztagung seien zu diesem Austausch ebenso geeignet. Erfahrungen lassen sich besonders gut in Form von reflektierten Unterrichtsgeschichten dokumentieren und sammeln (vgl. Andelfinger 1997, S. 5). All diese Elemente der benötigten professionellen Umgebung – ein Netzwerk, eine Netztagung, eine Sammlung von Unterrichtsgeschichten, eine gemeinsame Zeitung „mathe journal“ – seien seinerzeit zur Entwicklung des Sanften Unterrichts realisiert worden (vgl. ebd.).

1997 resümiert ANDELFINGER seine Erfahrungen zur Akzeptanz seines Konzepts. So habe der Sanfte Unterricht bei allen Beteiligten gemischte Gefühle hinterlassen: einerseits positive durch Entdecken von Sinn und Relevanz, andererseits negative, durch Akzeptanzprobleme oder das Spüren eigener Wissens- und Erklärungslücken (vgl. Andelfinger 1997, S. 6). Da er durch seine gesellschaftspolitische und ethische Ausrichtung andere Akzente als gewohnt setze, sei er seinerzeit von der Schulverwaltung und Kultusbürokratie nicht so wohlwollend aufgenommen worden wie gehofft (vgl. Andelfinger 1997, S. 7). Sogar seien Publikationen durch pädagogische Verlage abgelehnt worden. Von Seiten der Ökopädagogik sei Kritik aufgetaucht: Diese habe den Vorwurf der Irrelevanz des Konzepts erhoben, da der Sanfte Unterricht „nicht primär aus ökologischen Themen oder Projekten“ (ebd.) lebe. Die Idee ist ja auch eine andere, seine Grundsätze sind „ökologisch verträglich und erst ‚im Ganzen‘ erkennbar“ (ebd.) – aber das lässt sich laut ANDELFINGER eben nicht unbedingt am Thema allein erkennen, sondern erst an dessen Umsetzung. Kritik und Ablehnung habe es auch aus der Lehrerschaft gegeben, die glaubte, das Konzept sei nichts Neues, sondern bereits von ihnen umgesetzt: „Hier wird deutlich, daß in vielen Pädagogen ein solcher Ansatz als Absicht steckt und daß sie meinen, ihre Absicht sei Wirklichkeit. Der Sanfte Mathematikunterricht zerstört in seinen Analysen diese heile Absichts-Welt. Das schafft Ärger“ (Andelfinger 1997, S. 7). In neuerer Zeit, so ANDELFINGER zum Zeitpunkt seiner Rezeption, haben sich aber auch zunehmend positive Bewegungen abgezeichnet: etwa Kontakte zu interessierten, jungen und neugierigen Lehrern sowie fachdidaktischen und fachwissenschaftlichen Arbeitsgruppen (vgl. Andelfinger 1997, S. 7 f.).

ANDELFINGER kennzeichnet insbesondere **drei Barrieren**, die sich auf dem Weg zu einer sanften Unterrichtskultur ergeben können, und verdeutlicht diese anhand einiger Unterrichtsgeschichten (vgl. Andelfinger 1991, S. 15 ff.; 1993, S. 52 ff.):

- (1) Verlassenheit und Grenzen der eigenen Kraft
- (2) Norm
- (3) Bedeutungsarmut

Er wählt das „Bild des Hürdenlaufs“ (Andelfinger 1991, S. 20), um den Weg hin zum Sanften Unterricht zu beschreiben, da die Barrieren nämlich nie verschwinden werden, sondern in neuer Form auftauchen, um mit ihnen umzugehen und sie zu überwinden (vgl. ebd., Andelfinger 1993, S. 57).

Die **erste Barriere** „Verlassenheit und Grenzen der eigenen Kraft“ betreffe die fehlende Solidarität der am Unterricht beteiligten Personen: „Sich gegenseitig als denkend gleichberechtigte Menschen wahrzunehmen und zu verhalten, ist unterrichtlich nicht gewohnt“ (Andelfinger 1991, S. 15). Diese Barriere zwischen Lehrer und Schüler könne im Unterricht eines nach der sanften Unterrichtskultur strebenden Lehrers durchaus die Grenzen der eigenen Kraft erfahrbar machen, da er sie nicht mit methodischen Tricks lösen könne, denn diese Sperre sei kulturell bedingt. Sanfter Unterricht und Solidarität der Beteiligten brauche statt „methodische[n] Kniffe[n]“ eher den Aufbau von Vertrauen, dass sich die Schüler offen mit ihren Nachfragen und Problemen im Unterricht zeigen, dass Sinnfragen thematisiert werden können – und dieser Aufbau eines vertrauensvollen Miteinander brauche viel Zeit (vgl. Andelfinger 1991, S. 16/16l). ANDELFINGER beschreibt eine Unterrichtsgeschichte, in der unterschiedliche Weltdeutungen auftreten und in der sich bereits ein gelungenes Vertrauensverhältnis zeige:

Anja

Die Klasse 5c schreibt einen Geo-Test ‚Kugel‘. Die Lehrerin hat die Frage gestellt: ‚Sind alle Breitenkreise gleichlang?‘

Anja schreibt auf: ‚Die Breitenkreise sind nicht alle gleichlang. Übrigens sind sie nicht lang, sondern rund und um die Erde rum. Jeder Breitenkreis hat einen Partner auf der Gegenseite.‘

Die Lehrerin ist mit der Antwort einverstanden und gibt einen Punkt dafür.

(Andelfinger 1991, S. 23l)

ANDELFINGER erkennt hierin eine Erweiterung des kartesischen Ansatzes um eine gaiatische Deutung: „Das Wort ‚Übrigens‘ leitet den Paradigmenwechsel ein und relativiert das Vorangehende, ohne es abzulehnen.“ (Andelfinger 1991, S. 24). Die mitweltliche Äußerung der Schülerin werde ermöglicht durch einen Unterricht, der auf Vertrauen aufbaue und keine Angst erzeuge:

Dies ist eine Verhaltensweise, die vor allem im sozial symmetrischen, auf einen verständlichen Kern eingegrenzten Unterricht zu beobachten ist. Ganz besonders tritt dieses Phänomen in Themenbereichen auf, die mit der Erfahrungswelt der Schüler/innen zu tun haben oder zu ihr in Spannung stehen.

(Andelfinger 1991, S. 24)

Die **zweite Barriere** „Norm“ betreffe die Angst des Lehrers, der einen Sanften Ansatz verfolgt, durch seinen Unterrichtsgang von dieser Norm abzuweichen – obwohl die Alternativlosigkeit der Norm eigentlich im Sanften Ansatz nicht gegeben sei (vgl. Andelfinger 1991, S. 17; 1993, S. 54). ANDELFINGER berichtet von einer Unterrichtseinheit zur Exponentialfunktion, genauer von einer Aufgabe zum Anwendungskontext „afrikanische Stadtbevölkerung“. Statt wie ursprünglich intendiert aus der Tabelle lediglich die Exponentialfunktion aufzustellen, verlaufe die Stunde wie folgt:

Kai zeigt auf: ‚Wieso nimmt die eigentlich zu?‘ Eine kurze Antwort geben – abblocken – vertrösten auf später – es klappt nicht. Diesmal nicht.

Und schon ist der ganze Rattenschwanz da: Konsumverhalten, Veränderung des Lebensstils, Wüstenwachstum, Nord-Süd-Problematik, Schuldenkrise, Bevölkerungswachstum, Entwicklungspolitik. Und dann noch Miriam: ‚Aber in China werden doch alle Mädchen getötet‘.

Kurzum: In den folgenden drei Wochen wälzen wir Statistiken, Karten, den Bericht des Club of Rome, simulieren Entwicklungen am Computer, lernen mit Grafik-Kommandos umzugehen, berechnen Streuungen. Thomas schleppt noch eine Formel für Korrelationen an.

Die fällige Klassenarbeit wird anspruchsvoll und fällt doch gut aus. Aber ich traue mich diesmal nicht, eine Kopie des Klassenarbeitstextes in die Postfächer meiner Kolleginnen und Kollegen zu legen. ‚Wie weit bist Du eigentlich zur Zeit in der 10?‘ fragt mich Kollege Heinz.

(Andelfinger 1991, S. 171)

Diese Geschichte zeige, dass gegenseitiges Ernstnehmen zu diesem Unterrichtsgang führe und führen müsse, der auch über das Fach Mathematik hinausgehe und mathematisches Wissen mit seiner „Weltbedeutung verbindet“ (Andelfinger 1991, S. 17). Das Problem der Gegensätzlichkeit der Interessen von Lehrer und Schüler werde durch eine offene gemeinsame Diskussion, eine auf Gegenseitigkeit beruhende Bearbeitung gelöst: „Der Lehrer löste damit das Problem durch offenen Ausgleich der Interessen und Kompromissbereitschaft der Beteiligten. Es war den Schülern einerseits klar, dass Mathe weitergehen muss; andererseits erkannten sie, dass Mathe Grenzen hat – und dies auch vom Mathelehrer so gesehen wird“ (Andelfinger 2022, S. 36).⁸⁷ Der Lehrer behalte allerdings das Normproblem im

⁸⁷ vergleiche hierzu auch die Parallele von FREUDENTHALs Argumentation bezüglich der Gegenseitigkeit bei der Integration anwendungsbezogener Beispiele in den Unterricht (siehe S. 216)

Hinterkopf: Zwänge durch Stoffpläne, Fachkonferenzbeschlüsse usw. (vgl. ebd., S. 17). Es sei für viele Lehrer ungewohnt, dass Mathematikunterricht nicht mehr als „unpolitische Insel ewiger Wahrheit“ erscheine, sondern eine ethische Position einnehme (vgl. Andelfinger 1995, S. 7). Nicht zuletzt könne auch für die Schüler die Norm zu einer Barriere werden:

Es kann nicht bestritten werden, daß Schüler/innen im Unterricht möglichst alles verstehen wollen. [...] Der größte Teil der Schüler/innen steht nun im Mathematikunterricht nun aber, wie wir wissen, vor erheblichen und tiefgreifenden Verständnis- und Verständigungsschwierigkeiten. Aus diesem Dilemma, verstehen zu wollen und es doch nicht so, wie verlangt, zu können, entsteht auch für Schüler/innen die Barriere ‚Norm‘. Sie erwächst aus einem Anliegen des Sich-gegenseitig-Verstehens, also aus einer sanften Eigenschaft.

(Andelfinger 1991, S. 17 f.)

Die **dritte Barriere** betreffe die Bedeutungsarmut der harten Unterrichtskultur. Lehrer, die den Sanften Ansatz verfolgen, nehmen das Problem der Bedeutungsarmut zwar wahr und stellen es in Frage, aber seien aufgrund ihrer Prägungen durch Schule und Hochschule dennoch „zu alternativreichem Handeln nur schwer in der Lage“ (Andelfinger 1991, S. 18). In der harten Unterrichtskultur „werden abgeschlossen wirkende Gedankengänge alternativlos vorgetragen, Wissen in regelhaft-formale Form gepackt, Metafragen nicht gestellt, kartesische Deutungen verabsolutiert“ (ebd.). Und auch die Schüler nehmen diese Barriere der Bedeutungsarmut wahr, in Gestalt der Frage nach dem Sinn des vorherrschenden Unterrichts (vgl. ebd.).

Folgendes Beispiel zeige gegenseitiges Ernstnehmen und Aufklären und die gelungene Überwindung der Barriere „Bedeutungsarmut“ (vgl. Andelfinger 1991, S. 23):

Aus Aufgaben werden Einmischungen in die Eine Welt

Mir fällt hier zum Beispiel eine Unterrichtseinheit zu linearen Funktionen ein (Meisner 1989), die sich zu Befragungen über das Verkehrsverhalten sowie zu entsprechenden Diskussionen/Briefentwürfen über das Problem ‚Bahn und Auto‘ an Politiker entwickelte. Ähnlich erging es mir selbst bei einem Kurs in Beschreibender Statistik. Die Untersuchung des Kursverhaltens von SchülerInnen ergab große Unterschiede bei Jungen und Mädchen. Das führte zur Wahrnehmung geschlechtsspezifischer Unterschiede in der Schule und außerhalb, zu weiteren Untersuchungen dieses Problems, dann zu einer schulinternen Ausstellung über die Ergebnisse. Dabei ging es heiß her, es gab erregte Auseinandersetzungen, der Ausstellungsstand wurde beschädigt und beschmiert, die Schulleitung mischte sich ein. ‚Das hat ja mit Politik zu tun‘ sagte mir ganz verwirrt ein Schüler. Wir mußten lange daran weiterarbeiten, um es zu verarbeiten.

(Andelfinger 1989, S. 40; Hervorhebung im Original)

In dem Beispiel tauche die Barriere „Norm“ auf, wie man in der Schüleräußerung erkennen könne: „Wir machen hier ja nur Politik. Wenn ich das gewusst hätte, wäre ich nicht gekommen. Mein Vater hat mich übrigens gefragt, wann wir eigentlich im Stoff weitermachen?“ (Andelfinger 1991, S. 22 f.). Ähnlicher Protest von Seiten der Eltern werde auch in einer Unterrichtsgeschichte über Zahlenrätsel deutlich, in der der Fokus nicht auf dem technischen Kalkül liege, sondern die Problemstellung geöffnet werde: durch Probieren lösen, eigene Rätsel erfinden usw. (vgl. Andelfinger 1993, S. 58).

3.3 Mathe aus Sicht der Systemökologie

In jüngerer Zeit betrachtet ANDELFINGER Mathe aus dem Blickwinkel des Lebens als Netz, also aus Sicht der Systemökologie (vgl. Andelfinger 2021; 2022). Hierdurch unternimmt er einen – wie sich herausstellt erfolgreichen – Versuch, seine Vorstellung von Mathe und eines Sanften Unterrichts tiefenökologisch gültig abzusichern (vgl. Andelfinger 2022):

*Wir wissen nicht erst seit der Klimapolitik, dass der Mensch mit all seinen Aktivitäten in das **Lebensnetz unseres Planeten** eingeordnet ist. Das hat mich veranlasst, Mathe aus diesem Blickwinkel zu testen und zu beschreiben. [...]*

Für Mathe, aus dem Lebensnetz heraus verstanden und verwirklicht, lässt sich damit eine gültige Gestalt entwickeln, die nicht an didaktische Modetrends gebunden ist.

(Andelfinger 2022, S. 2; doppelte Hervorhebung im Original)

Ein **Lebensnetz** zeichne sich allgemein durch die Aspekte Interaktion, Selbstorganisation und die Tendenz zum Gleichgewicht aus (vgl. Andelfinger 2022, S. 9). ANDELFINGER vergleicht Bildung und Pädagogik, im Spezielleren auch Mathe, mit dem Charakter eines Ökosystems und kommt zu folgendem Ergebnis: „Je mehr sie den Charakter des Lebensnetzes annehmen – also Selbstorganisation betonen, auf ein Fließgleichgewicht der Beteiligten achten und die Beziehungen zum Netz insgesamt in den Blick nehmen –, umso wirksamer und akzeptierter sind sie“ (Andelfinger 2022, S. 4).

Mathe und Schule seien **Kulturfiguren** – wie etwa auch *Familie* oder *Demokratie* (vgl. Andelfinger 2022, S. 13 f.). Dies bedeute aus Sicht der modernen Ökologie folgendes:

Kultur ist eine Form der Selbstorganisation menschlicher Gesellschaften. Sie regelt ihre Interaktionen untereinander und mit der Welt insgesamt. Langfristig beständige Kulturen zielen immer auf Gleichgewichtszustände innerhalb und außerhalb ihrer Gesellschaften ab. Sie formulieren den Geist ihrer Selbstorganisation explizit oder implizit in Kategorien, die ‚Ethik‘ genannt werden.

Innerhalb einer Kultur als gesamtgesellschaftliche Größe bilden sich Substrukturen, sogenannte *Kulturfiguren*.

(Andelfinger 2022, S. 7; Hervorhebung im Original)

Die Goldene Regel „[W]as du nicht willst, das man dir tu, das füg auch keinem anderen zu“ (Andelfinger 2022, S. 7; Hervorhebung im Original), die auch dem Sanften Mathematikunterricht zu Grunde liegt, sei eine solche Ethik.

Diesem Zugang von Mathe als Lebensnetz, als „Kulturfigur“ (ebd., S. 16) folgend analysiert ANDELFINGER die Geschichte von Mathe in verschiedenen Phasen. Bis in die 60er Jahre sei folgendes Verständnis von Mathe gültig gewesen: „*Mathe ist eine Kulturfigur, die sich als entgegengesetzt zu einer philosophisch-humanistischen Kulturfigur versteht*. Der Unterricht wird nun mehr und mehr übergeordnet reguliert, Themenwahl und Relevanz eingeeengt, Selbstorganisation eingeschränkt und das inhaltliche Gleichgewicht zugunsten der Arithmetik und Algebra verringert“ (Andelfinger 2022, S. 19; Hervorhebung im Original). WAGENSCHNIGER habe versucht, eine neue Kulturfigur von Mathe zu etablieren, sei aber an der vorherrschenden gescheitert:

Er stellt die Interaktion, die Selbstorganisation und das pädagogische wie inhaltliche Gleichgewicht in den Mittelpunkt des unterrichtlichen Geschehens. Dabei verfolgt er eine strenge ethische Orientierung des Geschehens, indem er das unerlässliche Aufeinander hören, das geduldige Zuhören und Anhören fordert. Sein Ansatz ist eine Verkörperung der Goldenen Regel.

(Andelfinger 2022, S. 22)

Durch die um den Beginn des neuen Jahrtausends forcierte Ausrichtung an Kompetenzen zur besseren Vergleichbarkeit und die damit einhergehende Zentralisierung gerate die Selbstorganisation von Mathe weiter in Rückstand (vgl. Andelfinger 2022, S. 23). Die Entwicklung der Sozialwissenschaften leite einen Paradigmenwechsel ein, indem sie ein neues, weicherer Wissenschaftsverständnis fordere (vgl. Andelfinger 2022, S. 24 f.; auch Dahrendorf 2001; siehe hierzu auch Unterkapitel 4.1 und insbesondere Abschnitt 4.1.5). Auf gesellschaftlicher Ebene habe auch die Corona-Krise aufgerüttelt: Schule sei „nicht mehr notwendiges Übel, sondern sinnhafte[s] Phänomen[]“, die Fähigkeit zu Selbstorganisation und Gleichgewicht sei entscheidend bei der Krisenbewältigung, die Unterscheidung zwischen Fake News und Fakten trage zum Erhalt der Demokratie bei (vgl. Andelfinger 2022, S. 26 f.).

All dies erfordere eine hierzu passende Kulturfigur von Mathe: „*Selbstorganisation ermöglichen, auf soziales und inhaltliches Gleichgewicht hin orientieren sowie auf langfristig erprobte ethische Kriterien bauen*“ (Andelfinger 2022, S. 27; Hervorhebung im Original).

Auf unterrichtlicher Ebene könne der **Sanfte Unterricht** als Möglichkeit zur Realisierung eben dieser Kulturfigur von Mathe beitragen, da er sich von hierarchischen Gefügen abwende und die Selbstorganisation betone (vgl. Andelfinger 2022, S. 4/28). Die drei Grundsätze des Sanften Unterrichts stehen in Einklang mit jenen des Lebensnetzes (siehe Abb. 15): „Die Gegenseitigkeit erzeugt Selbstorganisation und gibt die Grundsätze der Goldenen Regel wieder“ (Andelfinger 2022, S. 28; Hervorhebung im Original). Ebenso decke sich die Aufklärung und das Denken in Alternativen mit dem erweiterten wissenschaftlichen Verständnis:

Tiefenökologisch orientierte Pädagogik ist öffentliche Wissenschaft^[88]:
 Lehrreich – weil Verständigung und Aufklärung im Mittelpunkt stehen
 Nützlich – weil Weltsicht und Weltverantwortung einbezogen ist
 Unterhaltsam – weil Auseinandersetzung und Kommunikation zentral sind.

(Andelfinger 2022, S. 28)

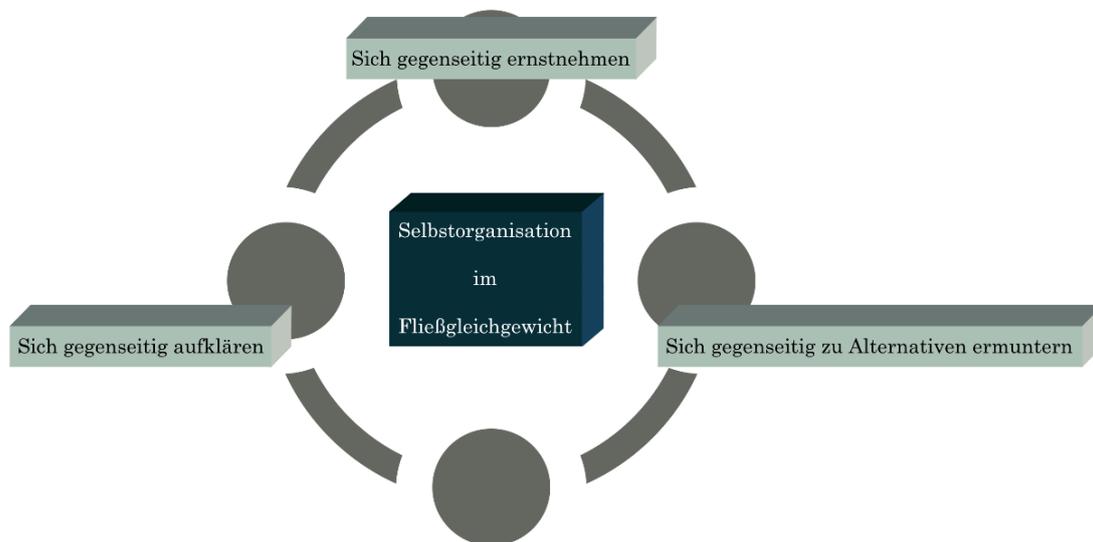


Abb. 15: Kategorien für die Planung, Durchführung und Bewertung von Unterricht – die drei Prinzipien des Sanften Unterrichts und die zwei des tiefenökologischen Ansatzes nach ANDELFINGER (2022, S. 29)

Da sich die Kategoriensysteme demnach vertragen, schlägt ANDELFINGER für die Planung, Durchführung und Bewertung von Unterricht neben dem **Kategorientrio** von Grundsätzen (siehe oben)

- sich gegenseitig ernstnehmen
- sich gegenseitig aufklären
- in Alternativen denken

⁸⁸ ANDELFINGER bezieht sich bezüglich des erweiterten, weicheren Wissenschaftsbegriffs auf DAHRENDORF, der die öffentliche Wissenschaft durch die Merkmale *lehrreich, nützlich und unterhaltsam* kennzeichnet. Hierauf wird in Abschnitt 4.1.5 sowie in Unterkapitel 4.2 im Detail eingegangen.

das **Kategorienpaar**

- Selbstorganisation
- Fließgleichgewicht

vor (vgl. Andelfinger 2022, S. 30). Während sich das Trio eher für konkrete Unterrichtssituationen eigne, erscheine das Duo für die Beurteilung der Gesamtsituation passend (vgl. ebd.).

ANDELFINGER weist darauf hin, dass mit diesen Grundsätzen inhaltlich im Unterricht nicht zwingend die Thematisierung von Nachhaltigkeitsthemen einhergehe, sondern die Förderung einer Grundhaltung: „*Es braucht nicht immer ‚Umweltthemen‘, um den Unterricht ‚nachhaltig‘ zu machen. Vielmehr ist es entscheidend, Grundhaltungen zu fördern, die dies ‚von selbst‘ bewirken.* Werden jedoch Umweltthemen behandelt, dann auf der Grundlage der [...] Kategorien“ (Andelfinger 2022, S. 30; Hervorhebung im Original).

Mathe als Kulturfigur mit Selbstorganisation im Fließgleichgewicht, im Einklang mit dem Sanften Unterricht, resümiert ANDELFINGER wie folgt:

Im Unterricht steht die gemeinsame Bemühung um Verstehen dessen, was geschieht, im Mittelpunkt. Aus *Selbstorganisation* und *Sich-gegenseitig-ernstnehmen* folgt dann – auch und gerade im mühsamen Alltag der Unterrichtsstunde – eine *ausgeglichene Situation*.

Aufklärung und *alternatives Denken* erhalten dabei besondere Bedeutung. Der Stoff wie die Zusammenhänge und Motivationen des Vorgehens sind meist extrem komplex und deshalb schwer durchschaubar. Schon der Sinn einer Definition lässt sich sozusagen meist nur ‚von hinten‘ erfassen – als zweckmäßige Maßnahme aus vielen Erfahrungen – die die Schüler ja noch gar nicht gemacht haben. Vielfach bieten sich den Schülern auch ‚einfachere‘ Zugänge – wie Probieren etc. – alternativ an. Wenn Aufklärung fehlt, fehlt auch Orientierung.

(Andelfinger 2022, S. 31; Hervorhebung im Original)

3.4 Inhaltlich-strukturelle Konsequenzen

Das Auffassen von Mathe als Kulturfigur bedeutet für ANDELFINGER neben den unterrichtskulturellen Veränderungen auch jene inhaltlicher und organisatorischer Art (vgl. Andelfinger 2022, S. 39 ff.). Dazu entwickelt er etwa ab 2014 dazu passende curriculare Folgerungen und strukturelle Änderungen (vgl. z. B. Andelfinger 2014, S. 179 ff.; 2018a/2020a, S. 88 ff.).

Statt einer Verkürzung von Bildung auf gesellschaftlich und beruflich bedeutsame Kompetenzen und die Erhöhung bzw. Messung der Leistungsfähigkeit durch Beteiligung an internationalen Schulleistungsstudien wie PISA fordert ANDELFINGER

eine allgemeine **Grundbildung** der Lernenden und zwar mit Bezug zum aktuellen sozialen, ethischen und wissenschaftlich-diskursiven Erkenntnisstand (vgl. Andelfinger 2014, S. 179; 2018a, S. 88):

Ein Bildungskanon kann heute nicht mehr institutionsspezifisch artikuliert werden. Er muss vielmehr auf das Individuum und kulturelle Gruppen bezogen sein, und zwar so, dass er erdverträglich ist. Das Konzept der natürlichen Bildung und Kultur ist dafür tauglich. Gleichzeitig muss berücksichtigt werden, dass weite Bevölkerungsschichten elementare Kulturtechniken nicht hinreichend beherrschen.

(Andelfinger 2011, S. 31)

Unter allgemeiner Grundbildung fasst er folgende Aspekte zusammen:

Techniken

Beherrschung der kulturellen Fundamentaltechniken, insbes. Sprechen, Lesen, Schreiben, Gestalten, Rechnen mit und ohne Computersysteme, kundiger Umgang mit Telekommunikation und Medien – mit dem Ziel: Alltag sicher bewältigen, im Leben stehen

Werte

Aufbau und Verwendung von Werten im Sinne der „Goldenen Regel“ im Alltag, in öffentlicher Verantwortung und gesellschaftlichem Engagement

Ideen und Strukturen

Kenntnis und Verwendung der grundlegenden Prinzipien und Strukturen des Lebens im Netz der Evolution, insbes. biologisch, sozial und kulturell, für ein verantwortliches Leben auf dem Planeten Erde

Sprachmächtigkeit

Fähigkeit, die Techniken, Werte, Ideen und Strukturen in angemessener Sprache fließend auszudrücken und diskursiv zu vertreten

(Andelfinger 2014, S. 179)

Hierin müsse sich auch das Schulfach Mathe verorten (vgl. Andelfinger 2012, S. 45), dessen „eigene Form von Mathematik“ (Andelfinger 2014, S. 182) sich in seiner geschichtlichen Entwicklung „immer mehr zu einem abgeschlossenen Gebilde entwickelte“ (ebd.): „Die Zuordnung des Mathematikunterrichts zum Gedanken der allgemeinen Bildung verlässt diesen Pfad. Sie sucht mathematische Kompetenzen für die gesellschaftliche Entwicklung der Lernenden auf und lässt sich von ihnen inspirieren“ (Andelfinger 2014, S. 182). Als Beitrag des Mathematikunterrichts zur allgemeinen Bildung schlägt er folgenden stichwortartigen Entwurf einer mathematischen Grundbildung für die Klassenstufen 5 bis 10 vor (siehe Abb. 16).

Als Charakteristika dieser Struktur nennt er etwa die Öffnung für termfreies Arbeiten⁸⁹, offene Lehr-Lernsituationen, eine neue Gewichtung der Geometrie und des dreidimensionalen Raumes, das Gewinnen von Zeit zum Nachdenken durch Verringerung der Stofffülle u. v. m. (vgl. Andelfinger 2014, S. 180).

Die hiermit grob gezeichnete Struktur lässt aufgrund der vorliegenden Untersuchungen eine breite Schicht von Schülerinnen und Schülern erwarten, die ausreichende – wenn nicht sogar gute – Kenntnisse in Mathematik haben. Diese Kenntnisse werden in Lernsituationen erworben, die postmodernen Anforderungen genügen und ihre Werte, Ideen und Strukturen fördern.

(Andelfinger 2014, S. 180 f.)

Mathematische Grundbildung (5.–10. Schuljahr): Weg zur Berufsreife

Erkunden des Dezimalbereichs

- Schreibweisen, Stellenwertcode, Veranschaulichung, Rechnen, Darstellen als Brüche/Verhältnisse/% mit und ohne Taschenrechner/Computer
- Digitale Codes, Verschlüsselung und Entschlüsselung, Primzahlen

Erkunden von mathematischen Verfahren in der Praxis

- Zwei- und Dreisatz, Zinsen, statistische Darstellungen und Auswertung (Datensätze, Tabellen, Koordinatensystem, Kreis- und Stabdiagramme)
- Formeln und Umstellen von Formeln, elementare Algebra

Erkunden des Raumes

- Gestalten und konstruieren ebener Figuren (Punkt, Linie, Gerade, Strecke, Dreieck und Viereck, Kreis), Eigenschaften (u.a. Schwerpunkt, Teilverhältnisse, Flächensätze, Wurzel), Kongruenz, Ähnlichkeit, Abbildungen und Projektionen – mit und ohne Software
- Gestalten, darstellen und untersuchen räumlicher Konfigurationen – auch mit 3D-Software, Photoshop, CAD, 3D-Drucker etc.
- Orientierung in Ebene und Raum: topographische Vermessung (Messtisch), trigonometrische Vermessung (mit Software-Hilfe), Grundbegriffe der Kugelgeometrie und Astronomie (u.a. GPS, Satellitengeometrie), Karten

Erkunden von Zusammenhängen

- Funktionsbegriff anhand vorgegebener Situationen, Graphen und Wertetabellen
- Funktionsterme anhand linearer und quadratischer Graphen
- Approximieren gegebener (z.B. statistischer) Graphen; Optimieren
- Explorative Datenanalysen

Abb. 16: Katalog Mathematischer Grundbildung für das 5. bis 10. Schuljahr bei ANDELFINGER (2014, S. 180)

Die Grundbildung verlange nach Verwirklichung in Projekten. ANDELFINGER nennt dazu **Kulturprojekte**, welche Grundideen der Mathematik aufgreifen: „An

⁸⁹ LAMBERT und ANNE HILGERS erläutern am Beispiel von Füllgraphen, wie eine termfreie Argumentation über funktionale Zusammenhänge sowohl zu qualitativen als auch zu quantitativen Lösungen führen kann (vgl. Lambert & Hilgers 2019, S. 50 f.). VERENA REMBOWSKI illustriert eben jenen Aspekt am Beispiel des Lösens von EIGENMANN-Aufgaben in der Geometrie (vgl. Rembowski 2017, S. 25 ff.)

die Stelle eines scheinsystematischen Gesamtcurriculums tritt die Auseinandersetzung mit kulturellen Eckpunkten der Mathematik und ihren virtuellen wie semi-virtuellen Eigenschaften“ (Andelfinger 2012, S. 47; Hervorhebung im Original).

In Ergänzung hierzu schlägt er die **Basismathematik** vor, welche den Schülern (Schuljahr 11 und 12) Einblicke in die Fachwissenschaft Mathematik geben sollte und damit eine Brücke zur Universität und zu mathematikbezogenen Studiengängen darstelle. Im Gegensatz zur Grundbildung orientiere sich diese inhaltliche Ausrichtung nicht an der Weltbedeutung insgesamt, sondern an Anforderungen des tertiären Bereichs und sei nur für einen kleinen Teil der Lernenden sinnvoll (vgl. Andelfinger 2014, S. 181 f.).

Basierend auf o. g. Forderungen sowie der Unterscheidung von Mathe und Mathematik (siehe Unterkapitel 3.1) schlägt ANDELFINGER (2018a, S. 91 ff.; 2020a, S. 92 ff.) eine Neukonzeption des **Curriculums** in Form einer modularen Grundstruktur vor (siehe Abb. 17), die Flexibilität gewährleiste, Mathematik als Netz erlebbar mache und sich damit von einer linearen Ordnung als Wissenskette abkehre (vgl. Andelfinger 2020a, S. 91).

- Für die Sekundarstufe I sieht er insbesondere die Bürgermathematik als Schwerpunkt für alle vor, je nach Bedarf können weitere Elemente ergänzt werden. Sie werte den Abschluss nach dieser Schulstufe auf (vgl. Andelfinger 2020a, S. 92 f.).
- In der Sekundarstufe II findet eine Differenzierung der Lernenden in zwei Gruppen je nach Studieninteresse für MINT-Fächer statt: zum einen die Interessierten an MINT, die in Zukunft beabsichtigen, Mathematik zu betreiben, zum anderen die allgemein orientierten Lernenden (vgl. ebd.)
- Parallel zu dieser gruppenspezifischen Unterrichtsausrichtung verlaufen über alle Jahrgangsstufen hinweg Kulturprojekte zur gesellschaftlichen, kulturellen, philosophischen, ökologischen Bedeutung der Mathematik (vgl. ebd.)

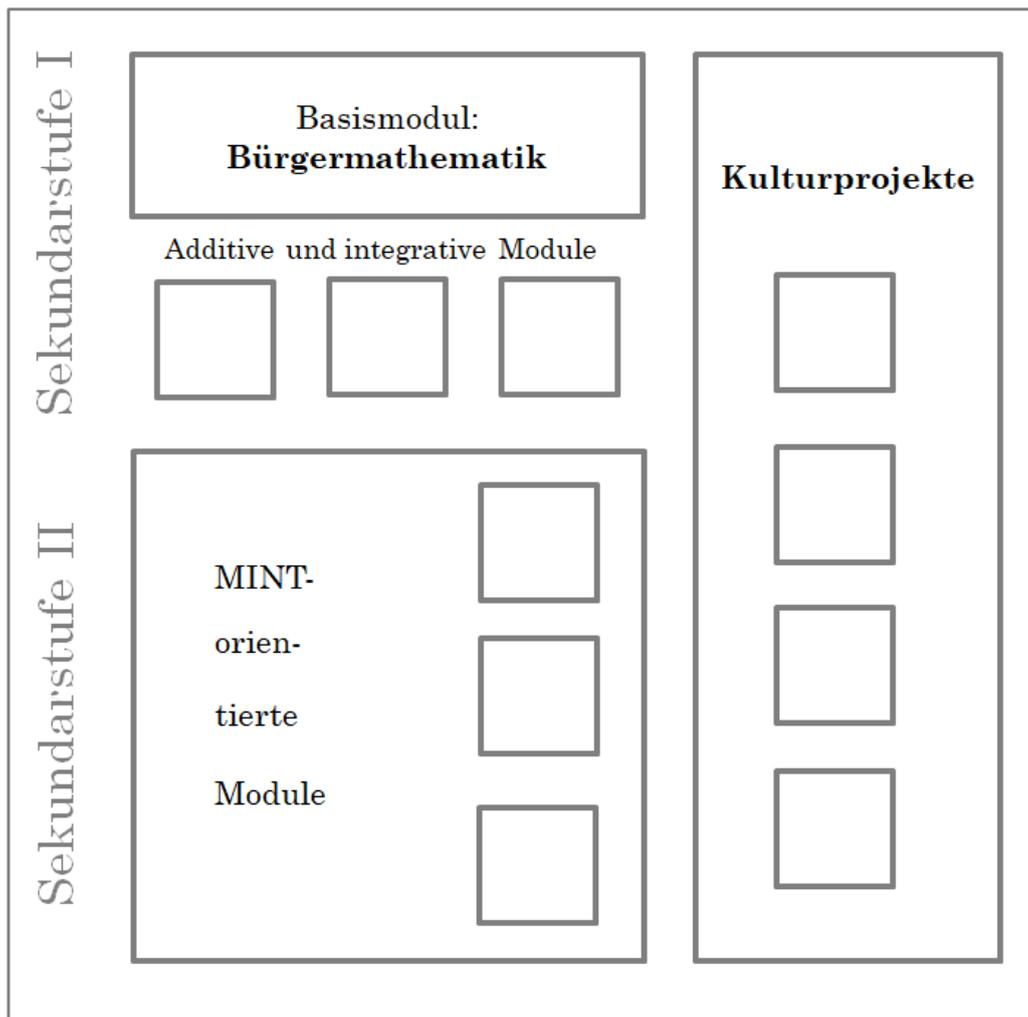


Abb. 17: Aufbau des Curriculums – modulare Grundstruktur nach ANDELFINGER (2018a, S. 92)

Unter **Bürgermathematik** versteht ANDELFINGER dabei nicht nur den „Anfängerstoff“: „Ihre Themen und Kompetenzen werden vielmehr mit zunehmendem Alter der Schüler*innen, wachsender Lebenserfahrung und Verantwortung immer einsichtiger und bedeutsamer“ (Andelfinger 2018a, S. 93). Als Basismodule können sich die Erkundung des Dezimalbereichs, mathematischer Verfahren wie beispielsweise des Dreisatzes sowie der Ebene ergeben (vgl. Andelfinger 2018a, S. 93). Für die additiven Module nennt er Beispiele wie die Erkundung des Raumes⁹⁰ oder

⁹⁰ Diese Reihenfolge weicht von der aus der Reformpädagogik stammenden Überzeugung ab, die Geometrie vom Raum aus in die Ebene zu entwickeln (vgl. dazu z. B. Lambert 2022, S. 31 unter Bezugnahme auf Peter Treutlein 1911). Auch LIETZMANN betont diesen Grundsatz in seinen Erläuterungen zum propädeutischen Geometrieunterricht: „Der Schüler lebt im Raum; seine Erfahrungswelt ist im Raum orientiert. Also muß er aus diesem Raum auch seine ebenen Grundbegriffe abstrahieren. Das geht nur, wenn man die Beziehung zu den räumlichen Begriffen mit heranzieht. Die propädeutische Geometrie muß also von Körpern ausgehen; die ebenen Gebilde, die sie betrachtet, muß sie an Körpern aufsuchen“ (Lietzmann 1916, S. 83). – Weitere Bemerkung: Die in der vorliegenden Quelle (Andelfinger 2018a) genannte Raumgeometrie als additives Modul widerspricht älteren Ausführungen ANDELFINGERS, in denen er die Folgen des Sanften Unterrichts für die Praxis beschreibt: „Sie [die Geometrie, K. W.] wird zu einem der wichtigsten Themenbereiche des Unterrichts. Der Austausch von Erfahrungen über Raum, Gestalt und Figur als Einblick in das

die Orientierung in Ebene und Raum (vgl. ebd., S. 93 f.). Die integrativen Module wie beispielsweise Zuordnungen und Strukturen, Logik und Algorithmen oder Vektoren und Matrizen sollen Gelegenheiten bieten, „in Alternativen zu denken, an bekannten Sachverhalten Neues zu entdecken, sie anders auszudrücken“ (Andelfinger 2018a, S. 94). Diese Strukturierung habe das Ziel, dass möglichst viele Schüler eine gute Basiskenntnis in Mathematik erwerben können – unter Beachtung der heutigen gesellschaftlichen Anforderungen, Werte und Normen (vgl. ebd., S. 95).

Die Aufspaltung in der **Sekundarstufe II** ist nach ANDELFINGER eine Folge der Beobachtung, dass zunehmend Vorkurse an den Hochschulen für Studienanfänger stattfinden. Dies könne u. a. auf den Abstand der Schulmathematik (also der in der Schule unterrichteten Mathe) von der Fachwissenschaft (also der Mathematik) zurückgeführt werden (vgl. Andelfinger 2014, S. 181; 2018a, S. 97). Die Schüler erfahren in der Schule nicht oder kaum, welche Mathematik sie an den Universitäten in MINT-Studienfächern erwarten:

Die mathematischen Lehrgänge der Sekundarstufe II – auch in den Leistungskursen – entsprechen in Duktus und Design nicht den Anforderungen des tertiären Bereichs. Nicht umsonst haben die Universitäten Eingangs- und Übergangsmodule geschaffen, um die Studierenden an die wissenschaftlichen Gepflogenheiten in Textur und Gedankenführung heranzuführen. Die Schule wird nicht darum herumkommen, dieser Situation neu zu begegnen.

(Andelfinger 2018a, S. 90)

Damit reagiert ANDELFINGER mit seiner Forderung nach der grundlegenden Umstrukturierung des Curriculums in der Sekundarstufe II auf dieses Defizit des Zugangs zum tertiären Bereich und berücksichtigt gleichzeitig unterschiedliche Berufsausrichtungen der Lernenden: „Was an der Uni als Kompaktkurs abgehandelt wird, kann in der Schule in der drei-/zweijährigen Oberstufe in aller Ruhe und Gründlichkeit durchgeackert werden“ [...] (Andelfinger 2018a, S. 98). Die MINT-Module sollen also nicht für alle Schüler als obligatorisch gelten. Für diejenigen, die keine Studiengänge mit substantiellem Mathematikanteil anstreben, solle – wenn überhaupt – Mathematik im Rahmen von Kulturprojekten aus der Sekundarstufe I weitergeführt werden (vgl. Andelfinger 2018a, S. 98). Als Beispiele für MINT-orientierte Module in der Sekundarstufe II nennt ANDELFINGER etwa die Thematisierung von Algorithmen oder Künstlicher Intelligenz (vgl. Andelfinger 2022, S. 52 ff.).

Unter **Kulturprojekten** fasst ANDELFINGER Folgendes zusammen: „Es handelt sich hierbei um Module, die Bedeutung und Entwicklung mathematischer Ideen,

ganzheitlich-vernetztes Maß von Welt angesichts technologisch-industrieller Herrschaft steht im Mittelpunkt“ (Andelfinger 1989, S. 35). Gerade die Raumschauung – hier von ANDELFINGER als erstes genannt – ist für das Zurechtfinden in der Welt bedeutsam.

Konzepte und Strukturen aufzeigen genauso wie ihre Verwicklung mit den Problemen unserer Lebenswelt und Kultur. Sie ermöglichen Information, Aufklärung und Auseinandersetzung mit der Sache“ (Andelfinger 2018a, S. 98). Damit tragen sie zur Verwirklichung und Aneignung fachlicher Fähigkeiten im Rahmen allgemeinbildender Absichten bei: „Damit wird mathematisches Wissen immer mit praktischen, kulturellen, gesellschaftlichen, philosophischen und ökologischen Aspekten verbunden und erhält verbindlichen Charakter“ (Andelfinger 2018a, S. 93). „Diese Kulturprojekte sind thematisch angelegt und erfassen Bereiche, in denen die Mathematik eine wesentliche Rolle spielt“ (Andelfinger 2012, S. 17).

Zur Konkretisierung der Vorstellungen benennt ANDELINGER einige **Beispiele** solcher Kulturprojekte und skizziert Projektideen (vgl. Andelfinger 2012, S. 46; 2018a, S. 98 f.; 2018b): „Beziehungen und Strukturen“, „Zeichen und Symbole“, „Prozesse und Algorithmen“, „(Un)Sicherheit“, „Maschinen“, „Netze“, „Ethnomathematik“, „mathe“, „Zahlen und Maße“, „Formen und Gestalten“, „Elfenbeinturm“. Er sieht diese Beispiele nicht als normative Vorgaben, sondern als eine Anregung für Lehrkräfte zur eigenständigen Entwicklung von Projektideen: „Selbstverständlich sind Kulturprojekte schon in der Sekundarstufe I sinnvoll und lassen sich auf jedem Wissenslevel realisieren. Gerade die Bürgermathematik lebt von solchen Projekten und gewinnt damit erst Relevanz“ (Andelfinger 2018a, S. 99).

Beispielsweise beinhaltet das Kulturprojekt „Formen und Gestalten“ (Andelfinger 2022, S. 64 ff.) die Teilprojekte „Goldener Schnitt und DIN-Formate“ sowie „Bild und Bildbearbeitung“. Schönheit, Design, Stil, Ästhetik werden hier mit Mathematik verbunden – Ähnlichkeit, Proportionen und Verhältnisse, Projektionen, Konstruktionen, Abbildungsgeometrie u.v.m. (vgl. ebd.). Das Kulturprojekt „Zahlen und Maße“ thematisiert den Zusammenhang zwischen Macht bzw. Zukunftsfähigkeit einer Kultur und dem Rechensystem. Hier spielen auch Fragen der Genauigkeit von Zahlenangaben eine Rolle:

Die Zahlen und Maße sind zur Flut geworden und kaum einer nimmt sie mehr wahr. Doch Zahlen und Maße strahlen immer noch das Flair des Genauen aus. ‚Zahlen können nicht lügen‘ – und genau hier liegt die Chance für die Ausbeutung.

(Andelfinger 2018b, o. S.)

Als Teilprojekte werden „Logarithmen als geniale Rechenhilfsmittel und Machtinstrument“, „Erdvermessung als Gestaltung eines intelligenten Formernetzes und als lokal-globales Datensystem“ sowie „Finanzprodukte als Anlageinstrument und Kapitalwelt“ genannt (vgl. Andelfinger 2018b). Im Projekt „Ethnomathematik“ geht es um die Thematisierung kultureller Unterschiede beim Mathematiktreiben, auch im Vergleich mit den eigenen Gewohnheiten (vgl. Andelfinger 2018b).

ANDELFINGER (2012, S. 49) deutet an, dass die Thematik „Nachhaltigkeit und Zukunft“ auch Potential für ein reichhaltiges Kulturprojekt biete. Hierzu möchte die vorliegende Arbeit einen Beitrag leisten, indem sie den Nachhaltigkeitskontext als Lerninhalt insbesondere in Kapitel 5 aufgreift: Die dort (siehe Abschnitt 5.2.2) vorgestellten Aufgaben können als Teilprojekte angesehen werden (z. B. *Greenpeace-Aussagen – Kann das stimmen?*), die sich einerseits in das auf dem Sanften Unterricht aufbauende Konzept des *Achtsamen Unterrichts* einordnen, andererseits mathematisches Grundwissen fördern und damit auch ein gutes Beispiel für die skizzierte Bürgermathematik darstellen. Die Beispiele dort gehen insbesondere auf die gesellschaftlichen und globalen Veränderungen ein und können erlebbar machen, dass Mathematikunterricht eine „Möglichkeit zur Mitgestaltung von Leben und Gesellschaft“ (Andelfinger 2012, S. 24) eröffnet.

Zu den geschilderten Vorstellungen vom Aufbau des Mathematikunterrichts im Rahmen einer sanften Unterrichtskultur stehe das heute dominierende Abprüfen **normierter Inhalte und Kompetenzen**, festgelegt durch die Lehrpläne und Bildungsstandards, im Widerspruch – ANDELFINGER nennt diesen organisatorischen Aspekt den „Hang zu administrativer Zentralisierung und Vergleichbarkeit“ (Andelfinger 2020b, S. 5). Die vollen Lehrpläne und Zwänge machen das Ernstnehmen der Interessen der Beteiligten sowie Ausflüge schwierig – und schränken damit die Forderungen nach mehr inhaltlichen Freiräumen ein. Die Barriere der „Norm“ scheine besonders stark (vgl. Andelfinger 2012, S. 1). ANDELFINGER schlägt eine Dezentralisierung des Bildungsbereichs und das Ernstnehmen von Schulen als „Einrichtungen der kulturellen Selbstorganisation“ (Andelfinger 2021, S. 11) vor.

Man benötigt Zeit, Gelassenheit gegenüber dem sogenannten ‚Stoffdruck‘, Mut zur Aufhebung der [...] Verengungen und Weglassungen, Mut zur Aufnahme sinnvoller neuer anderer Stoffe, Bereitschaft zu Engagement und zu politischer Diskussion weit über das eigene Klassenzimmer hinaus.

(Andelfinger 1993, S. 29)

Statt eines festen Curriculums hält er hierzu **Impulse** für angemessen, welche vom Leben und den agierenden Menschen aus gedacht sein sollen (vgl. Andelfinger 2012, S. 20). Dies kann dazu dienen, vor dem Hintergrund der von ihm vorgeschlagenen allgemeinen Grundbildung neu über die Inhalte des Mathematikunterrichts nachzudenken. Die Impulse können eine Rahmung bilden, um vorhandene Stoffe dahingehend zu prüfen, Aspekte auszuwählen und entsprechend neu zu denken – und sich damit dem Konzept ANDELFINGERS vom allgemein bildenden Mathematikunterricht schrittweise zu nähern. Die Impulse sind etwa als Gegenentwurf zur Definition *mathematischer Grundbildung* bei PISA zu betrachten, die stark pragmatische Züge trägt und Mathematik in ihrer Funktion zur Umwelterschließung in den Mittelpunkt stellt (vgl. dazu auch Peter Bender 2005, S. 46):

Mathematical literacy in the PISA study is defined as the individual's capacity for formulating, employing and interpreting mathematics in a variety of contexts. It also includes making mathematical deductions and applying mathematical concepts, procedures, facts and tools to describe, explain and predict phenomena. Mathematical literacy helps people to identify and understand the role that mathematics plays in the world, and to make the well-founded judgments and decisions required in life by constructive, engaged and reflective citizens.

(TUM o. J.)⁹¹

Nicht zuletzt spricht ANDELFINGER neben den geschilderten curricular-strukturellen Änderungen auch die Auswirkungen seiner entwickelten Vorstellung vom Schulfach Mathe auf die **Lehrerbildung** an. Er räumt dabei der sozialen Kompetenz der Lehrenden großes Gewicht ein, um etwa auf Motivation, Vorbildung oder Ideen der Lernenden eingehen zu können, einen offenen Diskurs im Klassenzimmer zu ermöglichen und um sich auch mit den Fachkollegen darüber austauschen zu können bzw. zu wollen (vgl. Andelfinger 2012, S. 23; 2019, S. 69; 2020a, S. 105). Der Mathematiklehrer dürfe sich nicht als „kleine[r] Mathematiker“ (Andelfinger 2012, S. 23) verstehen, sondern auch als „Sozialarbeitende[r]“ (ebd.) – pädagogische Aspekte sind also eng mit fachlichen zusammenzudenken⁹²:

Ohne dass sich Mathematiklehrende auch als Sozialarbeitende verstehen, wird der ‚Sitz im Leben‘ verfehlt. Insofern brauchen wir Lehrende mit einer Doppelqualifikation ‚Fachexperte + Sozialarbeiter‘, die ich ‚Kulturarbeit‘ nenne. Dieses Ziel sollten wir in der Lehrerausbildung und in der Fortbildung verankern. Damit ist allerdings nicht Sozialtherapie gemeint. Vielmehr müssen Lehrende in die Lage versetzt werden, die Bildungssituation – allgemein und aktuell – als Auseinandersetzung von Konzepten und nicht als Indoktrinierung zu verstehen. Sie sollen diese Situation – vor allem auch im Klassenzimmer – spontan richtig einschätzen und auf ihren Hintergrund beziehen können. [...] Mathematiklehrende sind keine kleinen Mathematiker, sondern ein eigenständiger Berufszweig, eben Kulturarbeitende.

(Andelfinger 2012, S. 23)

Um die Situation fachlich angemessen einschätzen zu können, auf Ideen, Alternativen oder Probleme der Schüler im Lernprozess angemessen reagieren zu können,

⁹¹ Auch wenn sich die beiden Konzepte in ihrer Oberflächenstruktur sehr ähneln – der konstruktive, engagierte, reflektierte Bürger steht im Mittelpunkt –, weisen sie in ihrer Tiefenstruktur deutliche Differenzen auf: ANDELFINGER engt – im Gegensatz zu PISA – den Blick nicht auf zu erwerbende Kompetenzen und deren Abprüfen in normierenden Überprüfungen ein, was das angestrebte Ziel konterkariert, sondern behält den Blick auf Unterricht als Ganzes. So beinhaltet der Sanfte Unterricht die Bereitschaft zur Abweichung von Normen (siehe oben – vgl. etwa auch das Beispiel „Die afrikanische Stadtbevölkerung“ aus Andelfinger 1991, S. 171). Auch diese Tatsache motiviert, sich dem Aspekt der Unterrichtskultur in der vorliegenden Arbeit genauer zuzuwenden.

⁹² Dies greift der Achtsame Unterricht weiter auf, in dem er dem Pädagogischen besondere Bedeutung in seiner Fundierung zukommen lässt (siehe Kapitel 4).

sie vernetzen zu können u. v. m. sei neben dem sozialen Aspekt auch eine fachliche, didaktisch reflektierte Grundkompetenz nötig, die die Lehreraus- und Fortbildung sichern bzw. fördern müsse (vgl. Andelfinger 2020a, S. 106 f.). Für die Planung und Reflexion von Unterricht bedeute dies die bewusste Analyse des Themenfeldes mit all seinen Aspekten und Bezügen im Netz:

Fachliche Grundlagen dafür werden schon in der Planung und Reflexion des Unterrichts gelegt. Jede Unterrichtseinheit sollte zuerst im mathematischen Netz verortet werden. Ihre vielfältigen Aspekte und Bezüge müssen geklärt sein. Dies erfordert eine Distanz zu den Lehrmitteln, die den Stoff bereits in ein methodisches Konzept eingeordnet haben, aber auch didaktisches Hintergrundwissen.

(Andelfinger 2020a, S. 106)

Eine umfassende Analyse erlaube es dann, Schülerbeiträge flexibel an neue Aspekte und Themen anzudocken und diese altersangemessen sichtbar und ein Stück weit zugänglich zu machen. „Davon sollte reichlich Gebrauch gemacht werden, weil es die Kenntnis des mathematischen Netzes erweitert und die gedankliche Beweglichkeit fördert“ (Andelfinger 2020a, S. 108). ANDELFINGER führt einige Beispiele an (vgl. Andelfinger 2020a, S. 108 f.), so auch folgendes:

Es steht z. B. nichts dagegen, bei der Konstruktion rechtwinkliger Dreiecke bereits in Klasse 6 festzustellen, dass man nicht nur mit Seitenangaben weiterkommt, sondern dass schon ein spitzer Winkel zur Formgebung ausreicht. Damit ist die sin/cos-Taste auf dem Taschenrechner zugänglich und der Pythagoras winkt auch.

(Andelfinger 2020a, S. 108)⁹³

3.5 Zwischenfazit

Ein besonderes Augenmerk des Kapitels lag auf der zentralen Rolle der Veränderung der **Unterrichtskultur** im Mathematikunterricht, die von ANDELFINGER auch als „Schlüssel zum Umstellen“ (Andelfinger 2020b, S. 7) bezeichnet wird und genetisch betrachtet der Ausgangspunkt seiner inhaltlich-strukturellen Konsequenzen ist: ANDELFINGERS Bildungstheorie bewegt sich hierbei im Spannungsfeld

⁹³ Neben der traditionellen Sachanalyse, die vor allem Vernetzungen von inhaltlichen Konzepten deutlich macht (vgl. hierzu Andelfinger 2020a, S. 107), sei an dieser Stelle auf den Vernetzungspentagrammen von VON DER BANK (2016) hingewiesen: Dieser ergibt sich als unterrichtspragmatische Reduktion der von ihr vorgestellten Theorie fundamentaler Ideen und „eignet sich u.a. als Werkzeug zur Analyse von Vernetzungsmöglichkeiten, die im Mathematikunterricht verwendetes Material impliziert“ (von der Bank 2016, S. 247). Neben der klassischen Sachanalyse, die den Fokus auf die Inhalte legt, dient dieser darüber hinaus auch als Brille auf die Aspekte Repräsentationen, Genese, Person und Aktivitäten und lenkt den Blick auf mögliche Vernetzungen (vgl. von der Bank 2016, S. 223 ff.).

kartesischer und gaiatischer Denkformen, unter besonderer Berücksichtigung und Förderung des bisher vernachlässigten gaiatischen Denkens und Handelns (vgl. Andelfinger 1993, S. 10/15). Gerade Mathematik sei eine große Herausforderung für natürliche, also dem Projekt Gaia zugewandte Wissenschaft und Pädagogik: „Seit dem geometrischen Standpunkt von Descartes und der Durchsetzung des Formalismus durch Hilbert kann man diese (moderne) Mathematik als DIE paradigmatische Konkurrenz der natürlichen Wissenschaft betrachten: absolute Abstraktion, beliebige Anwendbarkeit, ethische Abstinenz, Herrschaftsanspruch“ (Andelfinger 2011, S. 60). Der Sanfte Unterricht zeigt, wie sich Mathe im Sinne einer natürlichen Bildung gestalten lässt (vgl. ebd.). Er konstituiert sich aus den folgenden drei Grundsätzen (vgl. Andelfinger 1995, S. 2):

- sich gegenseitig ernstnehmen
- sich gegenseitig aufklären
- in Alternativen denken, sprechen und angesichts von ihnen handeln

Im Zentrum des Sanften Unterrichts steht seine gesellschaftlich-global-verantwortliche Orientierung, ersichtlich im **Leitprinzip** der *Einen Welt* (vgl. Andelfinger 1997, S. 9). Durch diese Orientierung an der *Goldenen Regel* hat der Sanfte Unterricht eine ausgewiesene ethische Position und ist nicht wertneutral. Er sieht und nutzt seine Möglichkeiten zur Gestaltung von Gesellschaft und Wirklichkeit, die vor dem Hintergrund sich verschärfender globaler Problemlagen dringlich erscheinen:

Dabei zu kurz kommt meist die Wahrnehmung, dass gerade die heutige Jugend mitten in die postmoderne Problematik hineinwächst – in die Auseinandersetzungen um einen grundlegenden Paradigmenwechsel. Hier reicht es nicht, gelegentlich auf Umweltprobleme aufmerksam zu machen. Schon in der Schule geht es hier um eine angemessene Ethik, die auf entsprechenden Kenntnissen beruht.

(Andelfinger 2014, S. 179)

In diesem Rahmen ist verlässliches und aktuelles mathematisches Wissen für alle dinglicher denn je, manipulatives Verhalten gefährlicher denn je. Eine moderne ‚Bürgermathematik‘ steht deshalb im Mittelpunkt und sich wandelnden zusätzlichen Anforderungen gegenüber muss der Unterricht zukünftig immer offen sein.

(Andelfinger 2018a, S. 88)

ANDELFINGER distanziert sich mit seinem Konzept von üblichen **Allgemeinbildungsansätzen**, wie etwa dem von HEYMANN, die der Weltorientierung nicht die globale Verantwortung zugrunde legen, sondern „eine allgemeine Weltorientierung bei Wahrung humaner Integrität“ anstreben (Andelfinger 1997, S. 8). Diese Welt- und Humanorientierung führe dazu, „allgemeinbildenden Unterricht im

Sinne von Anwendung, Lebens- und Alltagsbezug zu sehen. Es entsteht die Aufgabe, den Stoff auf lebenswichtige und -nützliche Gebiete einzugrenzen“ (Andelfinger 1997, S. 8). Die Distanzierung fuße auf einer unterschiedlichen Betrachtungsweise des Menschen in Beziehung zur Welt:

Alle üblichen allgemeinbildenden Ansätze sind anthropozentrisch und insofern dem europäischen Bildungsideal verpflichtet. Dies ist der sanfte Mathematikunterricht nicht. Er ist mitweltlich, d. h. er ordnet den Menschen in einen größeren und mehrdeutig-vielfältigen Lebenszusammenhang, das planetarische Fließgleichgewicht, ein und gibt diesem Priorität. Aus dieser Priorität wiederum folgt politisches und ethisches Engagement, auch und gerade in den unterrichtlichen Auseinandersetzungen.

(Andelfinger 1997, S. 8)

Bezogen auf die Verbindung von Mathematik und Welt bedeute die dem Sanften Unterricht zugrundeliegende global verantwortliche Orientierung an der *Einen Welt* eine andere Perspektive für **Anwendungen** im Mathematikunterricht: „Schließlich kennt der gängige Mathematikunterricht Welt nur als ein Anwendungsfeld, nicht als zu verantwortende Perspektive der EINEN WELT“, so ANDELFINGER (1997, S. 3). Der Anwendungsbezug vom sanften Ansatz aus gedacht nutze Anwendungen nicht zur Unterstützung von Legitimationsfragen einzelner mathematischer Inhalte, sondern gehe von Fragen und Problemen der *Einen Welt* aus, aus denen sich dann *auch* – aber nicht nur – mathematische Fragestellungen ergeben:

Vom sanften Ansatz her wird ganz anders gedacht: Daß Mathematik allgegenwärtig ist gibt gerade die Chance, an nahezu jeder Stelle des Unterrichts zu packen zu können. Es wird sofort immer genügend anspruchsvolle Mathematik da sein. Diese Mathematik wird aber vielschichtiger werden und paradigmatisches Denken herausfordern.

(Andelfinger 1991, S. 22)

Für Sachaufgaben bedeutet dies also, sie nicht nur als Einkleidung zu verstehen und auf ihren mathematischen Kerninhalt zu reduzieren, auch wenn das heiße, dass sie „über den Kopf [wachsen, K. W.]“ können (Andelfinger 1993, S. 50) – ein (weiteres) Beispiel ANDELFINGERS hierzu wird in Abschnitt 4.5.3, S. 293 aufgegriffen.

Der Sanfte Unterricht von ANDELFINGER liefert etwa durch seine globale Verbindlichkeit, die Orientierung am Gedanken der *Einen Welt* und die Grundsätze wie gegenseitig Aufklären und Denken in Alternativen Ansätze zur Verwirklichung einer der Bildungsidee BNE förderlichen Unterrichtskultur: Er sieht die Welt als zu verantwortende Perspektive, der auch der Mathematikunterricht verpflichtet ist. Er sieht seine Möglichkeiten zur Gestaltung von Gesellschaft und Wirklich-

keit. Die Gestaltungsmöglichkeiten beschränken sich dabei nicht auf Anwendungen von Mathematik auf die Wirklichkeit, sondern erworbene und gelebte Grundhaltungen wie etwa das Denken in Alternativen tragen darüber hinaus zur Realisierung des Leitprinzips bei. Die erläuterten Ideen zur Veränderung der Unterrichtskultur bieten sich als Ausgangspunkt für das Konzept des *Achtsamen Unterrichts* an, das im folgenden Kapitel 4 entwickelt wird. Dabei erfüllt Unterkapitel 4.1 die Brückenfunktion zwischen Kapitel 3 und 5, indem es zeigt, welche zentralen Aspekte des Sanften Unterrichts für das Anliegen des Achtsamen Unterrichts weiterverfolgt und welche Perspektiven ergänzt werden.

4 Der Achtsame Unterricht – Weiterentwicklung der Unterrichtskultur

Kapitel 4 greift ANDELFINGERS Perspektive des *Sanften Unterrichts* unter der Blickrichtung einer der Bildungsidee BNE angemessenen Unterrichtskultur auf. Dies mündet nun hier in der Entwicklung des Konzepts des *Achtsamen Unterrichts*, welches einen förderlichen Rahmen normativen Charakters zur Verfügung stellen soll, damit u. a. der umfassende Bildungsgedanke BNE im Mathematikunterricht wirksam werden kann.

Bevor das Konzept des Achtsamen Unterrichts im Detail erläutert wird, werden seine zentralen Auffassungen und Zielsetzungen überblicksartig skizziert. Hierbei wird auch die Verbindung zum vorangegangenen Kapitel hergestellt, indem sowohl Aspekte, die aus dem Sanften Unterricht von ANDELFINGER übernommen und vertieft werden, als auch Erweiterungen des Konzepts dargelegt werden (siehe Unterkapitel 4.1). Dies mündet in der Präsentation der wesentlichen Strukturelemente des Achtsamen Unterrichts: den Dimensionen (Unterkapitel 4.2), den intendierten Interaktionsprozessen und den Säulen (Unterkapitel 4.3). Unterkapitel 4.4 fasst wesentliche Aspekte zusammen. Davon ausgehend wird rückblickend die besondere Berücksichtigung des Pädagogischen sowie das Zusammenspiel der beiden *Brillen* im Achtsamen Unterricht beschrieben. Ein Exkurs zur Wahl des Bezeichners *achtsam* auf Basis seiner vorzufindenden, auch historischen Bedeutungen und Konnotationen sowie seiner heutigen Einbettung in den westlichen schulischen Kontext rundet das Kapitel ab (siehe Unterkapitel 4.5).

In Anlehnung an ANDELFINGER (siehe Unterkapitel 3.1) und LAMBERT (siehe Abschnitt 4.1.6) wird in dem vorliegenden Kapitel 4 i. d. R. bewusst der Bezeichner „Mathe“ statt „Mathematik“ verwendet, um die historisch gewachsene Eigenständigkeit der Unterrichtsinhalte zu betonen und um deren Wert für die allgemeine Bildung explizit Ausdruck zu verleihen. Der institutionalisierte Mathematikunterricht wird dennoch mit seinem offiziellen Namen benannt, auch wenn dort weitgehend Mathe unterrichtet wird. Die Schreibweise Mathe(matik) findet dort ihren Einsatz, wo sowohl Mathe als auch Mathematik gemeint sein können. Direkte Zitate bleiben freilich von diesen Überlegungen unberührt.⁹⁴

⁹⁴ Bedient sich die Arbeit auch außerhalb direkter Zitate vom jeweiligen Autor geprägter, *feststehender* Bezeichner, werden diese übernommen und an entsprechenden Stellen mit einer Fußnote gekennzeichnet, die auf den hier verwendeten Sprachgebrauch verweist.

4.1 Grundlagen des Konzepts *Achtsamer Unterricht*

4.1.1 Motivation und Herangehensweise

ANDELFINGERS Ausgangspunkt bei der Entwicklung des *Sanften Unterrichts* ist in den 1980er Jahren insbesondere seine Kritik an der harten Unterrichtskultur, ihrem formalen Charakter, der scheinbaren Eindeutigkeit des Wissens, der Zurücksetzung des Kindes usw. Eine solche Unterrichtskultur verhindere eigenständiges und vernetztes Denken, Aufklärung und kritische Solidarität im Klassenzimmer. Auch stehe sie einer Auseinandersetzung mit ganzheitlichen Denkkordnungen entgegen, und damit fehle dem Unterricht eine ökologische, gesellschaftliche und ethische Verbindlichkeit (siehe Abschnitt 3.2.1). Das von ihm entwickelte Konzept des Sanften Unterrichts stellt seine Alternative dar. Die Stärkung der gaitischen Denkform (siehe Abschnitt 3.2.2) ermöglicht dabei in redlicher Art und Weise die Integration und Thematisierung von Sachaufgaben, auch jene mit ökologischen und sozialen Dimensionen. Hierbei wird die Welt nicht primär als Anwendungsfeld von Mathe(matik) verstanden, sondern als zu verantwortende Perspektive.

Die von ANDELFINGER geschilderte harte Unterrichtskultur scheint heute der Unterrichtsrealität *weniger* zu entsprechen als zur damaligen Zeit – wenngleich einzelne Aspekte in der Praxis weiterhin präsent sein dürften, etwa Probleme der Sinngebung oder Überbetonung der Formalisierung.⁹⁵ Die Motivation der vorliegenden Arbeit ist (ursprünglich) *weniger* diese Kritik, sondern *mehr* die mathematikdidaktisch zu legitimierende Integration von BNE in den Mathematikunterricht.⁹⁶ Im Laufe der Auseinandersetzung mit diesem Anliegen wurde allerdings deutlich, dass die Verfolgung jener Bestrebung nicht ohne eine Veränderung von Unterrichtskultur auskommt: So hat beispielsweise Unterkapitel 1.2 dargelegt, dass BNE *mehr* als nur eine Frage der Inhalte ist, sondern zugleich auch die Unterrichtskultur betrifft. Auch zur Verwirklichung der BNE-relevanten, allgemeinbildenden Ziele ist diese Blickrichtung nötig (siehe Kapitel 2). Hierfür lassen sich

⁹⁵ VOHNS konstatiert, dass die *harte* Unterrichtskultur, in der das mechanische Abarbeiten dominiere, weiterhin aktuell sei, Mathe also relativ stabil sei: „*Die Praxis des Mathematikunterrichts bleibt (in der Breite, sehr konstant) durch Mechanisierung und Routine geprägt, die im Zweifel auch vor Einsicht Vorrang hat (Aufgabendidaktik). Mathematikdidaktik ist nur bedingt bereit, sich mit der These der Funktionalität dieses Umstandes auseinanderzusetzen*“ (Vohns 2021, S. 54; Hervorhebung im Original). Der Technologieeinsatz im Unterricht führe nicht automatisch dazu, dass Inhalte mit mehr Verständnis gelernt werden, sondern auch dazu, dass herkömmliche, händische Rechenaufgaben nun schlicht durch das Gerät gelöst werden: „Der Mathematikunterricht entwickelt mit oder ohne Computer offenbar in der Breite eben kein erhebliches intrinsisches Interesse daran, dass wirklich einsichtsvolles Lernen stattfindet, sondern scheint daran interessiert, den Großteil der Schüler*innen dahin zu bringen, Prozeduren zu reproduzieren, die korrekte Ergebnisse liefern. Das geht aber mit oder ohne Computer mehr oder weniger gleich gut oder schlecht“ (Vohns 2021, S. 54).

⁹⁶ ANDELFINGER hat seinerzeit bei der Entwicklung des Sanften Unterrichts die globalen Probleme bereits mitgedacht, mitveranlasst wurde das Konzept durch die Ökologiebewegung der 1980er Jahre.

in der Mathematikdidaktik weitere fruchtbare Anknüpfungspunkte identifizieren: So spricht etwa SCHUPP davon, dass gerade für die „ethisch-sozial ausgerichteten Aufgabenfelder“ (Schupp 2004, S. 8) die Unterrichtskultur von besonderer Bedeutung sei:

Bei den ethisch-sozial ausgerichteten Aufgabenfeldern Verantwortungsbereitschaft, Verständigung und Kooperation sowie Stärkung des Schüler-Ichs werden die Grenzen schulischen Einwirkens besonders deutlich. Für den mathematisch-naturwissenschaftlichen Bereich ist klar, daß sich hier indirekte Einflußnahmen nicht so sehr über die Inhalte, nicht einmal über die Ziele ergeben als vielmehr über das Wie des Lehrens und Lernens, über die Unterrichtskultur. Offener, aktivitätsorientierter Unterricht mit Phasen der Selbstregulation ist zweifellos förderlich.

(Schupp 2004, S. 8)

Und schon LIETZMANN betont, dass es keinen Sinn mache, Fächer oder einzelne Gebiete wegen ihres Stoffes als ethisch zu bezeichnen, denn erzieherischer Einfluss gestalte sich mehr über die Unterrichtskultur als über die Inhalte:

Mir scheint die Ansicht, dass gewisse Wissensgebiete schon lediglich auf Grund ihres Arbeitsstoffes die ethische Erziehung der Schüler in Erbpacht bekommen haben, durchaus abwegig. Erziehend wirksam ist nicht so sehr der dargebotene Wissensstoff als die Art und Weise, wie er dargeboten wird; alles kommt also auf die Lehrerpersönlichkeit an. Der erzieherische Einfluß des einen, und mag er auch das ethische Fach vertreten, kann Null, der des anderen, und mag er auch ein gänzlich ‚unethisches‘ Fach vertreten, kann beherrschend in der ganzen Schule sein [...]

(Lietzmann 1924, S. 216)

So stieß ich im Rahmen meiner Beschäftigung mit einer der umfassenden Bildungsidee BNE förderlichen Unterrichtskultur auf den *Sanften Unterricht* nach ANDELINGER, der durch seine Ausrichtung am Gedanken der *Einen Welt* eine besondere Passung zum BNE-Konzept aufzuweisen versprach.

Das in der Folge entwickelte Konzept *Achtsamer Unterricht* greift zentrale Ideen des Sanften Unterrichts auf, differenziert diese aus und fundiert sie weiter, indem es sie mit aktueller wissenschaftlicher, insbesondere mathematikdidaktischer, aber auch pädagogischer bzw. pädagogisch-psychologischer Forschung verbindet. Daneben werden einzelne neue Perspektiven und Überlegungen ergänzt.⁹⁷ Durch die Verbindung fachlicher und pädagogischer Aspekte wird an die Forderung ANDELINGERS, die pädagogisch-soziale Dimension bei der Fachlehrerausbildung stets mitzudenken, angeknüpft.

⁹⁷ In WILHELM und ANDELINGER (2021) wurde ein erster Aufschlag unternommen, das Konzept des Achtsamen Unterrichts aus dem des Sanften Unterrichts (nach ANDELINGER) zu entwickeln. Dieses wurde dort erweiternd modifiziert und entsprechende Ideen knapp skizziert. In der vorliegenden Arbeit sind nun insbesondere die neuen Akzente vertieft detailliert ausgearbeitet.

4.1.2 Ziele des Achtsamen Unterrichts

Die aktuellen und absehbar zukünftigen globalen Probleme (Klimawandel, Migration, soziale und wirtschaftliche Ungleichheit, politische Instabilitäten ...) erfordern von jedem Einzelnen die Übernahme von Verantwortung durch wohlüberlegtes, fundiertes, reflektiertes, selbstbestimmtes Entscheiden und Handeln. So ist ANDELFINGERS Forderung nach einer global verträglichen Unterrichtskultur nach wie vor aktuell. Der *Achtsame Unterricht* greift diese ethische Orientierung des Sanften Unterrichts auf. Er zeigt, dass *auch* Mathe so sein kann und Möglichkeiten zur verantwortlichen Gestaltung von Gesellschaft und Wirklichkeit eröffnet.

Den Kontext der Allgemeinbildung aufgreifend können die drei von KLAFKI (1996, S. 40) vorgeschlagenen Bedeutungsmomente des Allgemeinen (siehe Abschnitt 2.1.1) als Basis für die Beschreibung des Anliegens des Achtsamen Unterrichts dienen: Dieser hat zum übergeordneten Ziel, allen Lernenden die Zuwendung zu Mathe zu ermöglichen und aufzuschließen zur eigenen, absichtsvoll-proaktiven und validierend-reflektierenden *Verwendung*⁹⁸ von Mathe(matik) – auch über die Schule hinaus bei der Bewältigung künftiger Herausforderungen, etwa, um in gesellschaftlichen Entscheidungen selbstbestimmt mitzubestimmen.⁹⁹ Daneben sollen Gegenwarts- und Zukunftsfragen des uns alle Angehenden, also der *Einen Welt*, einbezogen werden, um global verantwortlich handeln zu können. Vor dem Hintergrund des Hauptanliegens scheint es zugleich zentral, neben Wissen und Fähigkeiten auch Nicht-Kognitives wie etwa Interessen, Emotionen oder Haltungen bei der Bildung der Schüler mitzudenken. Damit erfährt das Pädagogische im Achtsamen Unterricht besondere Beachtung, also der Blick auf das „Unterrichtsganze“ (Führer 1997a, Vorwort), auf Bildungs- und Erziehungsziele, auf die Person

⁹⁸ Die Wahl des Bezeichners *Verwenden* ist – wie bereits zu Beginn der Arbeit angekündigt – in diesem Zusammenhang in der vorliegenden Arbeit und insbesondere im Konzept des Achtsamen Unterrichts ganz bewusst erfolgt – in Erweiterung des *Anwendens* von Mathe(matik) im engeren Sinn ihres rechnerischen Einsatzes in Anwendungskontexten. Das *Verwenden* soll darüber hinaus explizit auf einen sachgerechten Einsatz von Mathe(matik) verweisen und schließt damit auch das kritisch-reflektierende Hinterfragen von Anwendungen von Mathe(matik) sowie darauf aufbauenden Argumentationen (etwa aufgrund von Verkürzungen oder Unangemessenheit) mit ein – gemäß dem Motto: Was kann Mathe(matik) angemessen erfassen, und was nicht? *Verwenden* beinhaltet damit sogar das grundsätzliche Hinterfragen und ggf. Infragestellen von Anwendungen und mathematikhaltigen Argumentationen, etwa vor dem Hintergrund deren Zweckmäßigkeit oder Belastbarkeit. Damit wird der Bezeichner *Verwenden* den PISA-Anforderungen an die mathematische Kompetenz reflektierter Bürger eher gerecht als das *Anwenden*.

⁹⁹ VOHNS vertritt in Anlehnung an FÜHRER die These, dass mathematische Bildung bzw. Allgemeinbildung als regulative Idee schulischer Bemühungen, als Ideal, betrachtet werden müsse – denn alles andere sei Ideologie, der Unterricht könne nämlich nicht gewährleisten, dass sich der Schüler zu einem mündigen, interessierten Bürger oder entscheidungskompetenten Laien entwickle, sondern sei allenfalls die Grundlage zur Weiterentwicklung entsprechend des Ideals (vgl. Vohns 2018, S. 16 f./ 19). Unterricht könne aber dennoch sein Möglichstes tun, „den Lernenden im Sinne Wenigers oder Klafkis ein wohl überlegtes ‚Angebot‘ zu machen, ihnen eine – mit Winter gesagt –, Erfahrung davon zu ermöglichen, was Mathematik sein kann, was sie für die Menschen und die Gesellschaft bedeuten kann, warum es sich lohnen kann, sich auf sie einzulassen, und wo es besser sein kann, sich ihrer Anwendung zu verweigern“ (Vohns 2018, S. 19).

des Lernenden und ihr Werden (vgl. Wagenschein 1999, S. 28 f.). Schon bei HÖFLER findet sich die Idee des „erziehenden Unterricht[s]“ (Höfler 1910, S. 482), der sowohl Intellekt als auch Charakter bilden soll, indem er folgende vier allgemeinbildenden Ziele verfolgt: Willensbildung, Gefühlsbildung, Urteilsbildung, Vorstellungsbildung (vgl. ebd., S. 483 ff.).

Der Achtsame Unterricht stellt somit einen förderlichen Rahmen normativen Charakters zur Verfügung, damit der umfassende Bildungsgedanke der BNE, auch über die Schule hinaus, wirksam werden kann. Ein diesem Auftrag gerecht werdender Mathematikunterricht sollte bei den Lernenden insbesondere die Bereitschaft entwickeln, das Gelernte – auch über den Unterricht hinaus in der Welt – verantwortungsvoll zu verwenden, etwa zur Absicherung von Meinungsbildung. Damit kann der Achtsame Unterricht zur gesellschaftlichen Transformation beitragen.

Achtsam steht insbesondere für einen die Person *und* die Sache¹⁰⁰ wertschätzenden Unterricht – dies nimmt ANDELFINGERS Vorschlag der Kulturfigur Mathe auf, die soziales und inhaltliches Gleichgewicht anstrebt (vgl. Unterkapitel 3.3). Der Bezeichner *achtsam* zielt insbesondere darauf ab, das Bewusstsein für die Weite von Person und Sache zu schärfen, auf die Ergänzung kognitiver Dimensionen durch nicht-kognitive Elemente beim Lernen zu verweisen, die Bedeutung des Pädagogischen zu betonen und Aspekte wie Anerkennung, Wertschätzung oder Mitgefühl herauszustellen (siehe Unterkapitel 4.5).

4.1.3 Aspekte, die aus dem *Sanften Unterricht* übernommen bzw. vertieft werden

Zunächst zu den Ideen des Sanften Unterrichts, die für das hier verfolgte Anliegen als passend identifiziert und daher übernommen bzw. vertieft werden:

Die von ANDELFINGER aus dem Leitprinzip (verantwortliche Orientierung an der *Einen Welt*) abgeleiteten **Grundsätze** (siehe Abschnitt 3.2.3) sind für eine zeitgemäße Allgemeinbildung weiterhin aktuell und sinnvoll und werden daher für den Achtsamen Unterricht übernommen (vgl. z. B. Andelfinger 1995, S. 5 f.):

- das Sich-gegenseitig-Ernst-Nehmen aller Beteiligten,
- das Sich-gegenseitig-Aufklären,
- das Zulassen und Hervorrufen von Alternativen

Sie finden sich in den zwei **Säulen** *gegenseitig Ernstnehmen in Mathe* und *gegenseitig Aufklären durch Mathe* im Achtsamen Unterricht wieder (siehe Abb. 18) und bilden *einen* strukturellen Teil des Konzepts (siehe Unterkapitel 4.3). Das Denken

¹⁰⁰ Die *Sache* beschreibt den Lerngegenstand im Allgemeinen: dieser kann von innermathematischer Natur als auch mit Bezug zur Wirklichkeit sein.

in Alternativen wird als eine Folge des Unterrichts, der die beiden anderen Aspekte beachtet, in die Beschreibungen integriert (vgl. dazu auch Andelfinger 1995, S. 10).¹⁰¹



Abb. 18: Übergeordnetes Ziel und Säulen des Achtsamen Unterrichts (eigene Darstellung)

Für die kritische Auseinandersetzung mit dem uns alle Angehenden (vgl. Klafki 1996, S. 40) im Rahmen von Sachaufgaben erscheint das von ANDELFINGER vorgeschlagene Verständnis von Anwendungsbezug tragfähig, insbesondere um aufzuklären: Fragen und Probleme der *Einen Welt* werden nicht primär als Feld zum Anwenden (genauer: *Verwenden*, vgl. Fußnote 98) von Mathe gesucht, als Aufgaben, in denen „ein passendes innermathematisches Versatzstück angewendet werden kann“ (Andelfinger 1993, S. 23), sondern ergeben sich als die zu verantwortende und die Schüler betreffende Perspektive, in der sich *auch* genügend Mathe wiederfindet (siehe Kapitel 3.5 sowie die Beispiele in Abschnitt 5.2.2). Nehme das Fach den Kontext und seine Vielschichtigkeit nicht ernst, neige es dazu, unterschiedliche Interessenlagen und Weltdeutungen zu verschweigen, „und das Verschweigen rational zu verschleiern“ (Andelfinger 1993, S. 49). Dieses Abschütteln

¹⁰¹ Das Denken in Alternativen beruht bei ANDELFINGER auf dem Kontext kartesischer und gaiatischer Denkformen. Weiterführend kann dies die philosophische Frage nach dem Erkenntnishorizont dieser beiden Weltdeutungen aufwerfen – allgemeiner den Grenzen des Wissens: Können die beiden Denkformen die Welt ausschöpfen oder nicht – gibt es also weitere, alternative? In ähnlicher Denkrichtung reflektiert JOHN D. BARROW die möglichen Beziehungen zwischen der materiellen Welt und den Naturgesetzen (vgl. Barrow 1992, S. 42 ff.). So könne beispielsweise die physikalische Welt als eine Teilmenge der Naturgesetze aufgefasst werden, die sich zwar in dem bekannten Universum zeigen, allerdings dieses Universum nur *eine* mögliche Manifestation der Gesetze darstellt. Andersherum können die Naturgesetze eine Teilmenge der materiellen Welt darstellen, die Welt also umfassender sein als die Naturgesetze. Dies bedeute, dass an anderen Orten und zu anderen Zeiten andere Gesetze gelten können (vgl. Barrow 1992, S. 42 f.). Übertragen auf die beiden Weltdeutungen (kartesisch und gaiatisch) bedeutet letztere Sichtweise, dass diese nur Teile der Welt erfassen bzw. ausschöpfen können, die Welt also über diese beiden Beschreibungsformen hinausreicht – es also noch Alternativen zu den beiden Denkformen geben kann/muss.

des Kontextes und der Eindruck eines wertneutralen Raumes seien für einen zeitgemäßen Mathematikunterricht nicht verantwortbar (vgl. Andelfinger 1993, S. 23). Wie etwa ANDELFINGERS Beispiel „Müll – Ein Riesenproblem“ – siehe Unterkapitel 4.5, S. 293 – zeigt, ist mit diesem Verständnis von Anwendungen von Mathe auf die *Mitwelt*¹⁰² (genauer: *Verwendungen* für die *Mitwelt*, vgl. Fußnote 98) eine zeitweise Überwindung von **Fachgrenzen** verbunden – denn Ausgangspunkt ist dann ja dieses Problem, in dem sich *auch* Mathe wiederfindet und nicht andersherum. Mit einem solchen ganzheitlichen, auch mitweltlichen Blick, der es auch erlaubt, das Anwenden von Mathe kritisch zu hinterfragen, können die Schüler erfahren, was sie Mathe(matik) zutrauen können – und was nicht.

Ein Merkmal des Achtsamen Unterrichts ist somit – in Anlehnung an das dem Sanften Unterricht zugrundeliegende gaiatische Paradigma – ein *echtes* Einlassen auf den Kontext: Das schließt etwa neben der Betrachtung von Möglichkeiten von Mathe zur Argumentation auch kritische Reflexionen zu deren Grenzen sowie eine zeitweise Überwindung von Fachgrenzen mit ein. Dies findet sich in der Säule **gegenseitig Aufklären** wieder (siehe Abschnitt 4.3.2), steht in Verbindung mit dem Denken in Alternativen und trägt zur Wertschätzung der Sache bei. Insbesondere die in Abschnitt 5.2.2 vorgestellten FERMI-Aufgaben im Nachhaltigkeitskontext stellen niedrigschwellige Umsetzungen bereit: Sie ermöglichen ein nahes Arbeiten am Kontext und zugleich ein Einfügen in den Unterrichtsalltag ohne umfassende Projektarbeit.

Manchmal wird dafür plädiert, diese Aufgaben [Sach- und Umweltaufgaben, K. W.] ganz wegzulassen und auf andere, projektartige umfassende Fragestellungen an ihrer Stelle einzugehen. Dafür fehlt aber meist die Zeit im Unterricht und so geschieht dann gar nichts, abgesehen von Projekttagen oder -wochen am Ende des Schuljahres.

(Andelfinger 1993, S. 29)

Nachhaltigkeitsfragen sind wohlgernekt *ein* möglicher Kontext für Anwendungsbezüge im Achtsamen Unterricht, und ihre Thematisierung ist *eine* Möglichkeit, zur Aufklärung beizutragen. Aber auch außerhalb von Anwendungsbezügen von Mathe spielt das Wahrnehmen von Verantwortung für die *Eine Welt* eine Rolle: Stellung beziehen, sich einbringen, Alternativen entwickeln ist immer Handeln im Sinne der BNE, und dies betrifft die Unterrichtskultur im Allgemeinen, ist also keine Frage des Inhalts (vgl. dazu auch die Förderung von Grundhaltungen, die nachhaltiges Handeln bewirken in Andelfinger 2022, S. 30, siehe Unterkapitel 3.3, S. 158). So bezieht sich das Aufklären im Achtsamen Unterricht grob auf zwei Ebenen: zum einen auf Aufklärung in gesellschaftlichen Belangen – hier steht dann der Aspekt des *Verwendens* von Mathe in der Welt im Fokus –, und zum anderen

¹⁰² im Sinne ANDELFINGERS, siehe Abschnitt 3.2.2, S. 141

auf die metakognitive Reflexion des eigenen mathematischen Tuns, also auf Aufklärung über sich selbst, über die Möglichkeiten des eigenen Denkens, über das Verhältnis Mensch–Mathematik¹⁰³ (nach Fischer & Malle 1985, S. 5). Durch den Unterricht initiierte Reflexionsanlässe unterstützen diese Aufklärung. Insgesamt greift der Achtsame Unterricht also keineswegs nur Nachhaltigkeitsfragen auf, sondern ermöglicht – ebenso wie der Sanfte Unterricht (vgl. Andelfinger 1997, S. 7 f.) – durch seine grundsätzliche Ausrichtung eine Bildung für eine nachhaltigere Entwicklung.

Neben dem Aufklären bildet das **gegenseitig Ernstnehmen** die zweite Säule des Achtsamen Unterrichts (siehe Abschnitt 4.3.1). Hier werden im Konzept (weitere) Gründe für die Bedeutsamkeit des Ernstnehmens der Lernenden im Unterricht herausgearbeitet und konkrete unterrichtliche Aktivitäten zu dessen Förderung aufgezeigt. In diesem Rahmen wird auch auf demokratische Partizipationsmöglichkeiten der Schüler im und durch Unterricht eingegangen, die Ernstnehmen erfordern und fördern und dazu beitragen, das Gefälle zwischen Lehrkraft und Lernenden zu verringern – das (soziale) Fließgleichgewicht zwischen den Beteiligten bei ANDELFINGER. Dabei kann eine Lehrer-Schüler-Beziehung, die sich durch gegenseitige Anerkennung und Vertrauen sowie durch gegenseitiges Ernstnehmen auszeichnet, als Basis für das demokratisch-partizipative Miteinander angesehen werden (vgl. Gerhard Himmelmann 2004, S. 14). Ziel ist ein Verhältnis auf *potentieller* Augenhöhe: Gegenseitig Ernstnehmen trägt zu Reduzierung der Distanz zwischen Lehrer und Schüler im Unterricht bei, ermöglicht also deren *perspektivische* Gleichberechtigung – mit Blick auf das Leben.

4.1.4 Erweiterungen und Ergänzungen des Konzepts des *Sanften Unterrichts*

Neben den Aspekten, die aus den Sanften Unterricht übernommen und vertieft werden, weist der Achtsame Unterricht auch einige Erweiterungen auf:

Die Anordnung der drei von ANDELFINGER genannten Grundsätze des Sanften Unterrichts (sich gegenseitig ernstnehmen; sich gegenseitig aufklären; denken, sprechen und handeln in Alternativen) als Eckpunkte eines *Dreiecks* (siehe Abschnitt 3.2.3) lässt die Frage aufkommen, wie die Aspekte miteinander verbunden sein können. Deshalb wird für den Achtsamen Unterricht ein Schema der intendierten **Interaktionsprozesse** entworfen (siehe Abb. 19), welches durch einen ganzheitlicheren Rahmen Vernetzungen der Bereiche Unterricht, Person und Wirklichkeit und damit auch der Säulen des Achtsamen Unterrichts aufzeigt (siehe Unterkapitel 4.3). Dabei werden angestrebte Prozesse im Spannungsfeld Person–Unterricht beschrieben, die ihren besonderen Fokus auf dem gegenseitigen Ernstnehmen ha-

¹⁰³ genauer: Mensch–Mathe(matik)

ben und die im Rahmen eines Kreislaufprozesses ein positive(re)s Erleben des Faches fördern können. Die Erweiterung um die Wirklichkeit kann bedeutsame Erfahrungen des Erlernten im Hinblick auf die Welt ermöglichen – für ANDELFINGER ist im Mathematikunterricht das Verhältnis von Mathe zur Wirklichkeit von besonderer Bedeutung (vgl. Unterkapitel 3.1) –, und diese Erweiterung kann zur Aufklärung und Verantwortungsübernahme beitragen. Damit wertschätzt der Achtsame Unterricht die Person und die Sache in besonderem Maße. Eine detailliertere Beschreibung dieses Teils des Konzepts und der in der Abbildung enthaltenen Wechselwirkungen findet sich in Unterkapitel 4.3.

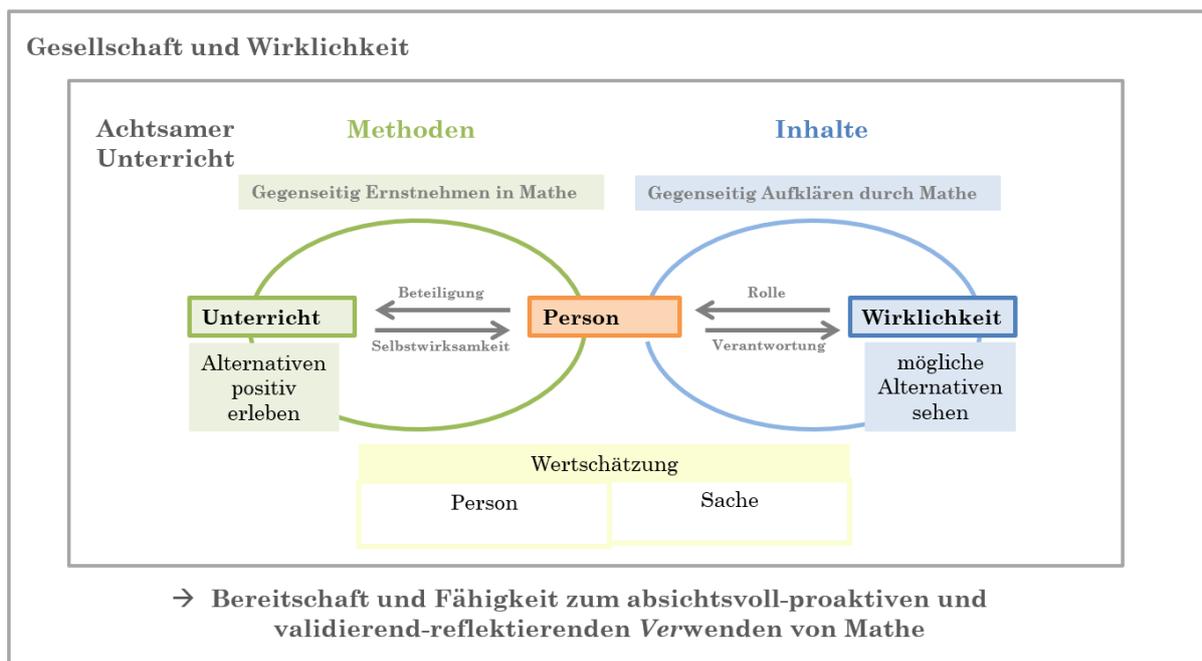


Abb. 19: Intendierte Interaktionsprozesse im Achtsamen Unterricht (eigene Darstellung)¹⁰⁴

Anknüpfend an die von ANDELFINGER geschilderte Kritik an einer harten Unterrichtskultur wird bei der Konzeption des Achtsamen Unterrichts ein verbreitetes Problem mitberücksichtigt: Mathe weckt oft negative **Emotionen** wie Angst vor Versagen, Hass und Ablehnung, zu selten ruft sie Neugier, Freude und Faszination hervor (vgl. z. B. Andelfinger 2014, S. 183; Winter 1995, S. 45). FISCHER (1984, S. 55; Hervorhebung im Original) spricht in Anlehnung an SEYMOUR PAPERT von der Krankheit „Mathophobie“: „Wenn einem die vorgesetzten Bissen aber zu groß oder zu unverdaulich werden, bekommt man Angst und wehrt sich. *Lernhemmungen* treten auf“. KÖHLER beschreibt viele Schüler gefangen in einem „endlosen Karussell [aus, K. W.] *Unverständnis-Angst-Verkrampfung-Unverständnis...*“ (Köhler 1999, S. 10; Hervorhebung im Original) und nennt einen möglichen Grund, nämlich „daß sie nicht selbst in eine gewisse Verantwortung für ihren Lernprozeß entlassen wurden“ (ebd.).

¹⁰⁴ Diese Abbildung befindet sich in größerer Darstellung (Querformat) in Anhang 7.3.

Insbesondere ist die Emotion **Angst** i. d. R.¹⁰⁵ dem Lernen, dem Wohlbefinden und damit dem Ziel des Achtsamen Unterrichts abträglich, denn sie führt zu Vermeidungsverhalten, zu geringer Motivation und geringer Leistung. Die Emotion Angst wird daher in vielen Untersuchungen adressiert (vgl. Schujaklow et al. 2023, S. 254). So gibt etwa eine Studie einer Online-Lernplattform in Kooperation mit der Stiftung Rechnen auf Basis einer Umfrage erster bis siebter Klassenstufen an, dass etwa jedes zehnte Kind Angst vor Mathe habe (vgl. scoyo GmbH 2016). IAN M. LYONS und SIAN L. BEILOCK (2012) stellen fest, dass bei Mathematikängsten schon in der Erwartung der gefürchteten Auseinandersetzung mit Mathe die gleichen Gehirnregionen aktiviert werden, die auch für die Erkennung von körperlichen Bedrohungen und das Empfinden von Schmerz zuständig seien:

We show that, when anticipating an upcoming math-task, the higher one's math anxiety, the more one increases activity in regions associated with visceral threat detection, and often the experience of pain itself (bilateral dorso-posterior insula). Interestingly, this relation was not seen during math performance, suggesting that it is not that math itself hurts; rather, the anticipation of math is painful.

(Lyons & Beilock 2012, S. 1)

Eine physisch harmlose Situation führe also bereits beim Nachdenken über sie zu tatsächlich körperlich empfundenen Schmerzen. Dieser Ansatz könne einen möglichen neuronalen Erklärungsgrund dafür liefern, dass Mathematikängstige zu Vermeidungsverhalten neigen (vgl. Lyons & Beilock 2012). Eine neuere Studie von DAVID W. PUTWAIN und PETER WOOD (2023) erfasst den Zusammenhang zwischen Kontroll-Wert-Überzeugung (angelehnt an die Kontroll-Wert-Theorie nach REINHARD PEKRUN¹⁰⁶) und der Emotion Angst beim Erlernen von Mathe(matik). Sie kann einen negativen reziproken Zusammenhang zwischen Kontrolleinschätzung und Angst belegen: Geringe Kontrolle führe zu mehr Angst und umgekehrt verstärke eine höhere Angst den Glauben an geringe Kontrollmöglichkeiten. Geringe Kontrolle und hohe Angst sagen laut der Studie niedrige Leistungen vorher, und sie können so auch in einem sich verstärkenden, zyklischen Prozess zum Rückzug vom Lernen führen – wie in KÖHLERS vorangegangener Rede von einem „endlosen

¹⁰⁵ Negative Emotionen stehen allerdings nicht zwangsläufig in negativem Zusammenhang mit Leistungsergebnissen. So weisen STANISLAW SCHUKAJLOW et al. (2023) darauf hin, dass Angst beispielsweise durchaus auch aktivierend wirken könne, indem sie durch Anstrengung Misserfolge verringere oder zur Entwicklung eigener Lernstrategien beitrage. Jedoch habe Angst andererseits eine negative Valenz, werde als unerwünscht und unangenehm wahrgenommen. Sie untergrabe intrinsische Motivation und verringere die Aufmerksamkeitskapazität wegen Versagensängsten (vgl. Schukajlow et al. 2023, S. 251/254). „Therefore, the overall effects of anxiety on task performance are negative in most students and under most conditions“ (ebd., S. 254).

¹⁰⁶ Die Kontroll-Wert-Theorie nach PEKRUN postuliert, dass Leistungsempfindungen zentral von zwei Gruppen von Faktoren beeinflusst werden: der subjektiven *Kontrolle* über die Leistungsaktivitäten und deren Ergebnisse sowie dem subjektiv wahrgenommenen *Wert* dieser Aktivitäten und Ergebnisse (vgl. Pekrun 2006, S. 317).

Karussell“ und seiner Forderung nach mehr Verantwortung für den eigenen Lernprozess. Daneben belegt die Studie bezüglich des Zusammenhangs von Werteinschätzung und Angst, dass hohe Angst den späteren Wert des Gegenstandes negativ voraussagt.

Da der Achtsame Unterricht das Ziel verfolgt, die Bereitschaft der Lernenden zur Verwendung von Mathe(matik) zu wecken und zu fördern, ist dieser emotionale Aspekt und das entstandene Bild von Mathe folglich von besonderer Bedeutung: das Verwenden von Mathe verlangt ein entsprechendes Verhältnis zu ihr. LIETZMANN et al. etwa erinnern auch, wie wichtig dieser volitionale Aspekt des Sich-Bedienen-Wollens von Mathe sei: „Wichtiger [...] als die einzelnen Anwendungen erscheint mir das Ziel, im Schüler die Bereitschaft zur Anwendung zu wecken, die Fähigkeit zu entwickeln, Anwendungen anzupacken [...]“ (Lietzmann et al. 1968, S. 24). Ein zugewandtes, offenes Verhältnis zu Mathe(matik) unterstütze diese Bereitschaft und sei eine gesellschaftliche Notwendigkeit in einer heute stark mathematisierten und gefährdeten Welt, so KÖHLER (2001). Hier müsse der Mathematikunterricht ansetzen:

Das Gegenbild des Bürgers, der nicht dankbar in bequeme Ideologien eintaucht, sondern Verantwortung für sein Leben zu übernehmen bereit ist und dazu kritisch nachfragen will und kann, kann aber gerade aus einem entsprechenden Mathematikunterricht heraus möglich werden.

(Köhler 2001, S. 109)

Wieder korrespondiert der persönlichen eine gesellschaftliche Notwendigkeit. Das Verhältnis der Gesellschaft, also der Bürger zur Mathematik muß sich ändern in Richtung auf einen Umgang, der nicht jedes Problem flieht, sobald es ‚nach Mathematik riecht‘. Also muss sich die Erfahrung des Schülers im Mathematikunterricht ändern. Das beginnt damit, dass dort nicht Angst eingeflößt wird [...]

(Köhler 2001, S. 111)

KÖHLERS Worte scheinen auch vor dem Hintergrund des BNE-Anliegens passend und bedeutsam: Um Verantwortung zu übernehmen und dabei der Mathe(matik) nicht zu fliehen, sondern sich ihrer zu bedienen – und damit zur gesellschaftlichen Transformation beizutragen –, ist das Verhältnis der Lernenden zum Fach zentral. Und dies betrifft wiederum Aspekte, die einhergehen mit der Unterrichtskultur, welche der Achtsame Unterricht in den Fokus nimmt.

Auch W. HERGET (2018) verfolgt mit dem Trio „angewandt, abgewandt, zugewandt“ das Anliegen, dass die Schüler ein positive(re)s Verhältnis zum Fach auf-

bauen können, um sie schließlich selbst zu verwenden. Hierzu sollen sich die Lehrpersonen den Schülern *zuwenden* und ihnen sowohl die *angewandte* (realitätsorientierte) als auch die *abgewandte* (einfach nur schöne) Seite von Mathe zeigen¹⁰⁷:

- ... *angewandt*: Mathematik lernen – wozu soll das gut sein? Eine Antwort darauf ist ein anwendungs- und realitätsorientierter Mathematikunterricht. Er zeigt: Mathematik ist nützlich. Manchmal.
- ... *abgewandt*: Doch Mathematik kann auch einfach nur ‚schön‘ sein. Für nichts gut. Einfach nur schön. In einen allgemeinbildenden Mathematikunterricht gehört auch diese Seite.
- ... und etwas Drittes, nämlich *zugewandt*: Um den Schülerinnen und Schülern ‚meine‘ Mathematik näherbringen zu können, muss ich mich ihnen zuwenden – ehrlich, transparent, klar, verlässlich, glaubwürdig.

(W. Herget 2018, S. 3; Hervorhebung im Original)

Nach LIETZMANN muss der Lehrer „alles daran setzen“, das Interesse der Schüler am Fach zu wecken: „Das soll nicht heißen, daß er sich aus dem Stoff die interessanten Stellen herauspicken soll [...], sondern daß er den vorgeschriebenen Stoff lebendig zu gestalten versteht; das ist auch bei sprödem Stoff möglich“ (Lietzmann 1919, S. 140).

Die ausdrückliche Berücksichtigung auch affektiver, **nicht-kognitiver Erfahrungen** der Lernenden mit Mathe im Achtsamen Unterricht stellt eine Erweiterung von ANDEFLINGERS Begriff des Ernstnehmens dar, welcher vorwiegend kognitiv geprägt ist (siehe Abschnitt 3.2.3, ab S. 145). Aspekte wie Emotionen, Motivation, Selbstwirksamkeit, Interessen, Haltungen, Einstellungen, Identität finden sich insbesondere unter der Säule **gegenseitig Ernstnehmen** im Achtsamen Unterricht wieder, sind zum Teil aber auch in der Dimension *unterhaltsam* enthalten. Hier schließt der Achtsame Unterricht wiederum an Mathe als „Schulerfahrungsbegriff“ bei ANDELFINGER an (siehe Unterkapitel 3.1), der „Unterricht mit allem Drum und Dran beinhaltet“ (Andelfinger 2020b, S. 2), mit sozialer und emotionaler Konnotation.

¹⁰⁷ BRUDER führt explizit auf, dass Anwendungsaufgaben mit Lebensweltbezug nicht zwangsläufig oder automatisch das Interesse der Lernenden für Mathe wecken. Entscheidender für die Motivation seien etwa das eigene Lehrengagement, die eigene Begeisterung der Lehrkraft für ein Thema, die Verständlichkeit und Zielklarheit des Problems und die Flexibilität im Umgang mit Schüler-vorschlägen (vgl. Bruder 2018, S. 134 f.). Dies betrifft damit auch Aspekte der Unterrichtskultur. Und LIETZMANN erinnert im Hinblick auf Anwendungsaufgaben daran, unbedingt den Interessenhorizont der Schüler im Blick zu halten: „Es liegt die Gefahr nahe, schon in Sexta Dinge vorweg zu nehmen, für die dieses Alter noch nicht reif ist. Man soll dem Sextaner noch nicht mit Einkommenssteuer, mit Invaliditätsversicherung u. dgl. Kommen. Nicht was man allenfalls dem Schüler noch klar machen kann, gehört als Sachunterweisung in den Rechenunterricht, sondern das, was dem Sextanerverstande gerade gemäß, was ihm sachlich geradezu selbstverständlich ist. Fernzuhalten ist alles, wofür er noch zu jung ist [...] und alles, was allzu spezieller Natur ist [...]“ (Lietzmann 1916, S. 69 f.). Unterricht sollte also im Rahmen von Anwendungsbezügen Interessen der Lernenden aufgreifen, zugleich muss er aber auch der Horizonsweiterung dienen.

Bezüglich des schulischen Wohlbefindens zeigen Studien, dass dieses stark mit der Bewusstheit der Schüler über die eigene **Selbstwirksamkeit** sowie der Anerkennung durch die Lehrperson zusammenhänge (vgl. Marco José 2016, S. 80). Durch die Stärkung der Kontrollüberzeugungen, also der Selbstwirksamkeit der Lernenden, könne die Angst der Lernenden reduziert und das Wohlbefinden gesteigert werden (vgl. Putwain & Wood 2023, S. 285 ff.). Daher wird das Sammeln von Selbstwirksamkeitserfahrungen beim Treiben von Mathe als bedeutender Aspekt in der Säule *gegenseitig Ernstnehmen* herausgestellt – als Meta-Ziel von Mathe (vgl. Lambert 2020, S. 5). Um des Weiteren den Wert mathematischer Beschreibungen zu erfahren und dadurch motivationale und emotionale Aspekte zu beeinflussen (vgl. Putwain & Wood 2023), sind auch **Sinnfragen** im Unterricht zu berücksichtigen – dieser Aspekt ist insbesondere in der Dimension *nützlich* aufgehoben. Aufklärung in dieser Hinsicht kann also auch zum Wertschätzen der Sache beitragen.

Neben den beschriebenen Zusammenhängen lassen sich weitere Ursachen finden, die in der Fachdidaktik zu einer intensiveren Befassung mit nicht-kognitiven Aspekten führen. So fassen SCHUKAJLOW et al. (2023, S. 250) die aktuelle Forschungssituation zu Emotionen und Motivationen in der mathematischen Bildung zusammen und stellen u. a. fest, dass emotionales Erleben in der mathematikdidaktischen Forschung in jüngerer Zeit verstärkt aufgegriffen werde. Sie sehen in den zunehmenden globalen Veränderungen einen möglichen Grund für die steigende Anzahl an Veröffentlichungen auf diesem Gebiet, da Entwicklungen wie die Pandemie, soziale Ungleichheiten und die Nachhaltigkeitsdebatte die Bedeutung emotionaler und sozialer Lernziele deutlicher werden lassen:

Current developments in society (e.g., changes in education because of the COVID-19 pandemic and increased attention to social-racial inequities) and the formulation of sustainable development goals (UNESCO, 2015) support the importance of students' emotions and motivation.

[...]

The surprisingly high percentage of papers that addressed affect indicated a significant increase in interest in emotions and motivation. One reason for this unexpected increase might be global changes that make the importance of social and emotional learning goals more obvious, such as the COVID-19 pandemic and a stronger focus on issues of social and racial equity.

(Schukajlow et al. 2023, S. 250)

So greift die Beachtung nicht-kognitiver Aspekte auch das Anliegen nach einer für die Bildungsidee BNE förderlichen Unterrichtskultur auf. Insbesondere wurde auf die Bedeutung von Selbstwirksamkeit im Rahmen von BNE bereits in Kapitel 1 eingegangen. Damit sind **Selbstwirksamkeitserfahrungen** bei der mathematischen ‚Bewältigung‘ der *Sache* – also Fragen einer nachhaltigeren Entwicklung –

bedeutsam. Der Mathematikunterricht kann diese ermöglichen, indem Mathe auf Probleme aus dem „Rest der Welt“ (nach Henry Pollak 1979) angewandt wird: Hier können Lernende durch das eigene Verwenden von Mathe im Kontext erfahren, wie Mathe ihnen hilft, Zusammenhänge besser zu verstehen, Einsichten zu gewinnen, die eigene Rolle zu erkennen und Bereiche persönlicher Mitverantwortung zu analysieren (vgl. auch Lambert 2020, S. 13). Dieser Aspekt des Sammelns von Selbstwirksamkeitserfahrungen beim Verwenden von Mathe für die Welt ist in der Säule *gegenseitig Aufklären* im Achtsamen Unterricht aufgehoben.

4.1.5 Der öffentlich-wissenschaftliche Charakter des Achtsamen Unterrichts

Eine wichtige Erweiterung erfährt das Konzept des Achtsamen Unterrichts durch eine Fundierung des wissenschaftlichen Charakters des Mathematikunterrichts. Dazu wird das dem Sanften Unterricht und der von ANDELFINGER geforderten Kulturfigur Mathe zugrundeliegende erweiterte, weichere Wissenschaftsverständnis aufgegriffen. Hierbei kommt dem Bezug auf die Theorie öffentlicher Wissenschaft DAHRENDORFS eine bedeutende Rolle zu: DAHRENDORF stellt 2001 einen modernen Typ der (Sozial-)Wissenschaften vor, die *öffentliche Wissenschaft*. Er plädiert dafür, wissenschaftliches Handeln in gesamtgesellschaftlicher Verantwortung zu sehen (vgl. Andelfinger 2020b, S. 2) und charakterisiert die *öffentliche Wissenschaft* durch die Merkmale *lehrreich*, *nützlich* und *unterhaltsam* (vgl. Dahrendorf 2001). Der dem Ansatz zugrundeliegende Wissenschaftsbegriff sei dabei ein weitgefasser:

Mit der Entwicklung der Sozialwissenschaften in den letzten Jahrzehnten hat sich der Wissenschaftsbegriff erweitert und verändert. [...] Die ‚harten‘ Kategorien reichten nicht mehr aus, um die auftretenden Phänomene – von Quantentheorie bis zur Atomkraft und Umweltproblematik – zu beschreiben, geschweige denn in den Griff [...] [zu bekommen, K. W.]. [...] Es geht heute darum, harte wie weiche Faktoren in den Blick zu nehmen und sich nicht zu scheuen, die redlich abwägende Argumentation damit eben auch ‚Wissenschaft‘ zu nennen. Das trifft insbesondere auf soziale Bereich[e] zu, aber eben nicht nur.

(Andelfinger 2020b, S. 2 f.)

DAHRENDORF habe genau dieses Wissenschaftsverständnis bei der Entwicklung seiner *öffentlichen Wissenschaft* mitgedacht (vgl. ebd., S. 3). In Anlehnung an ANDELFINGER (2020b, S. 3) wird dieser Ansatz hier für den Mathematikunterricht aufgegriffen und konstruktiv ausgearbeitet.¹⁰⁸ Zudem wird für den Unterricht die

¹⁰⁸ ANDELFINGER analysiert die geschichtlichen Entwicklungsphasen des Mathematikunterrichts durch die Brille der DAHRENDORFSchen Merkmale, siehe dazu ANDELFINGER (2020b, S. 4 ff.). So habe in der Phase des Bürgerlichen Rechnens der Gedanke der Nützlichkeit im Vordergrund gestanden, die „New Math“-Strömung habe dagegen durch logische Spiele und Mengenlehre auch die unterhaltsame Seite von Mathe betonen wollen (vgl. Andelfinger 2022, S. 17/20).

Erweiterung des Katalogs um einen weiteren Aspekt begründet, die Diskursivität. Diese Erweiterung des ursprünglichen Trios trägt der Unterscheidung von Unterricht und Wissenschaft Rechnung: Diskursivität stellt eine Grundvoraussetzung der Wissenschaft dar, analog verkörpert die Eigenschaft *lehrreich* ein Grundanliegen von Unterricht. Beide Aspekte sind zentral zum Verständnis von Mathematikunterricht als öffentliche Wissenschaft. Auf die Rolle von Diskursivität für eine veränderte Unterrichtskultur verweist auch bereits ANDELFINGER im Sanften Unterricht:

Wissenschaft ist ein diskursiver offener Prozeß denkender Menschen, in dem sich unterschiedliche Denkergebnisse und Denkformen kontrastiv und streitig reiben können, in dem die verantwortliche Auseinandersetzung und nicht die vorschnelle Konvergenz der Meinungen gesucht wird. Sanfter Mathematikunterricht lebt von einer solchen Wissenschaftsvorstellung.

(Andelfinger 1993, S.13)

Und auch VON HENTIG erinnert im Zusammenhang mit der Digitalisierung als Bildungsherausforderung an das Anliegen, im Unterricht diskursives Denken zu fördern: „Dies ist meine Pointe: Wir brauchen für eine Welt, in der es Computer gibt, vor allem etwas, was wir an den Computern gerade nicht lernen können – das offene, dialogische, zweifelnde, entwerfende, bewertende, philosophische Denken“ (von Hentig 2002, S. 73).

Die vier Merkmale *lehrreich*, *nützlich*, *unterhaltsam* und *diskursiv* münden in den vier **Dimensionen** Achtsamen Unterrichts (siehe Abb. 20) und bilden neben den Säulen und intendierten Interaktionsprozessen einen weiteren Teil des Konzepts (siehe Unterkapitel 4.2).

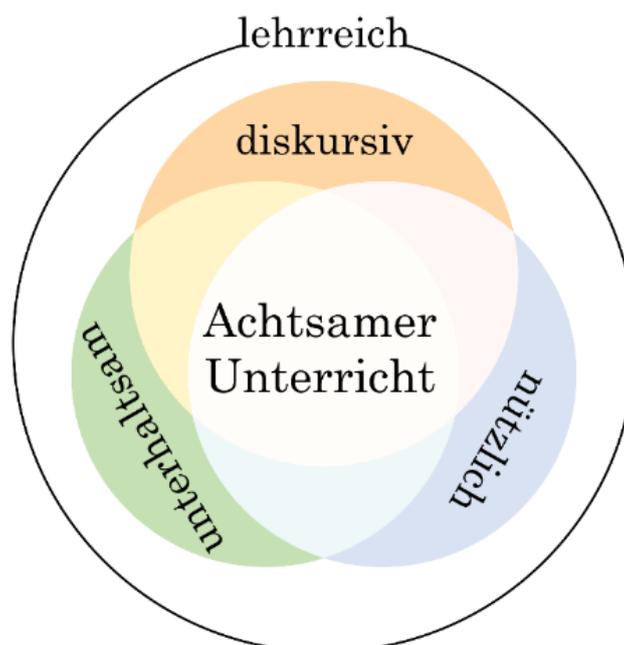


Abb. 20: Die vier Dimensionen Achtsamen Unterrichts (eigene Darstellung)

All diese Strukturelemente bzw. Brillen auf Unterricht werden in den folgenden Unterkapiteln detailliert erläutert. Dabei wird deutlich werden, warum sie wesentlich für Unterricht erscheinen, was die Grundgedanken für Mathe bedeuten können und wie sie dort exemplarisch umgesetzt bzw. adressiert werden können.

4.1.6 Semiotische und epistemologische Unterscheidung von Mathe und Mathematik

Der Achtsame Unterricht greift die soziologisch motivierte Unterscheidung ANDELINGERS von Mathe (in der Schule) und Mathematik (an den Hochschulen) auf. Das Konzept vertieft diese Sichtweise durch die Weiterentwicklung nach LAMBERT (2020, S. 6 ff.), welcher die Unterscheidung zusätzlich semiotisch und epistemologisch fundiert erklärt und begründet. Tab. 5 fasst entsprechend Unterschiede zwischen Mathe und Mathematik im Überblick zusammen, die im Folgenden kurz beschrieben werden.

Tab. 5: Epistemologische Unterscheidung von Mathe (in der Schule) und Mathematik nach LAMBERT (2020, S. 10) [Anmerkung: für den vorliegenden Kontext leicht gekürzt]

<i>Zeichensystem Sprachform</i>	Mathe (in der Schule)			Mathematik
	verbal- begrifflich (VB)	konstruktiv- geometrisch (KG)	präformal- algebraisch (PA)	formal-algebraisch (FA)
<i>Begründungskultur</i>	explorativ, lokal			demonstrativ, global
<i>Träger</i>	konkrete Semantik			formale Syntax
<i>Gültigkeitsanspruch</i>	(inter-)subjektiv			objektiv
<i>Meta-Ziel</i>	Selbstwirksamkeit			Schönheit
<i>Transformationsprozesse</i>	→ strukturierende Exaktifizierung →			
	← versinnlichende, semantisierende Konkretisierung ←			

Zeichen können in unterschiedlichen Modalitäten, also Sprachformen, vorliegen (vgl. Lambert 2020, S. 7 ff.). Angelehnt an die Unterscheidung von FELIX KLEIN und die Untersuchungen von LEONE BURTON zum Denken von Mathematikern werden die **Zeichensysteme** Formelzeichen, Bilder und Worte und damit drei mathematische Denkstile formal-algebraisch, konstruktiv-geometrisch und verbal-begrifflich unterschieden. In der Mathematik sei erster der dominante und offizielle Schreibstil – in Mathe hingegen nicht (vgl. Lambert 2020, S. 8). Darüber hinaus lassen sich Zeichen von Symbolen unterscheiden, um auszudrücken, dass Sprache aus Zeichen und Regeln bestehe: „Mathematiklernen bedeutet in dieser Perspektive, aus Zeichen ohne Regeln für sich *Symbole als Zeichen mit Regeln* zu machen“ (ebd.; Hervorhebung im Original). Ob ein Zeichen für einen Lernenden zu einem Symbol geworden sei, komme darauf an, wie weit er es in dem jeweiligen

Kontext mit Spielregeln aufgeladen habe.¹⁰⁹ Mathe (in der Schule) und Mathematik gelten demnach im Hinblick auf die anerkennende(n) **Sprachform(en)** als unterschiedliche Denkkulturen. Die genannten Denkstile ergänzt LAMBERT (2020, S. 10) um einen vierten, den präformal-algebraischen, um die Nutzung der Formelzeichen auch in Mathe beschreiben zu können – fernab von semantiklosgelösten Strukturen¹¹⁰: „Die Unterscheidung zwischen der formal-algebraischen und der präformal-algebraischen Sprachform verweist dabei auf den wichtigen Unterschied, ob die verwendeten Zeichen in eine axiomatische Struktur eingebettet sind oder (noch) nicht – kodial unterscheiden sie sich i. W. nicht“ (Lambert 2020, S. 10).

Beim Übergang von Mathe zur Mathematik und damit der alleinigen Nutzung der formal-algebraischen Sprachform finde ein Semantikverlust zugunsten einer universellen Sprache, die das Denken entlasten kann, statt. In der Mathematik ist nach LAMBERT der **Informationsträger** damit die *formale Syntax*, in ihr steckt Information abstrakt und losgelöst von den Inhalten. Mathe sei hingegen an eine konkrete Semantik gebunden (vgl. Lambert 2020, S. 6), den mathematischen Strukturen müsse also Bedeutung gegeben werden, damit die Themen und Muster gedanklich und inhaltlich für die Schüler greifbar werden: „Die verwendeten Zeichen haben neben ihrem Potential für regelhafte, prinzipiell formalisierbare Operationen stets auch eine *konkrete Semantik*. Die bedeuten etwas, stehen für etwas, das von Vorstellungen begleitet wird, die es sinnhaft machen (können und sollen)“ (ebd., S. 5; Hervorhebung im Original). Die Vorstellung nutzende Semantik hat also in Mathe eine viel höhere Bedeutung und Wertschätzung. „In der Mathematik dient die Darstellung der Garantie der Exaktheit der Inhalte, in Mathe (in der Schule) primär dem Verstehen dieser“ (Lambert 2020, S. 10).

Einen weiteren Unterschied zwischen Mathe und Mathematik sieht LAMBERT (2020, S. 5 ff.) in ihren spezifischen **Gültigkeitsansprüchen** und der damit einhergehenden **Begründungskultur**. Die Natur mathematischen Beweisens charakterisiert sich HANS N. JAHNKE und STEFAN UFER folgend auf der wissenschaftlichen Ebene, also in Mathematik, folgendermaßen:

Dem Anspruch nach ist ein Beweis dann vollkommen *streng*, wenn er nur Axiome, Definitionen und zuvor bewiesene Sätze benutzt und unter vollständigem Ausschluss der Anschauung nur Deduktionsschritte, die den spezifizierten Schlussregeln entsprechen, vollzieht; kurz gesagt: wenn er rein logisch verfährt.

(H. N. Jahnke & Ufer 2015, S. 332; Hervorhebung im Original)

¹⁰⁹ JONAS LOTZ (2022, S. 120) *EIS-Palette* als Ergebnis seiner vertieften Auseinandersetzung mit dem EIS-Prinzip macht unter anderem deutlich, dass der Übergang zur symbolischen Ebene, die den verständigen Umgang mit den Zeichen meint, sowohl mit objekthaften als auch entlehnten oder kodifizierten Zeichen erfolgen kann (vgl. Lotz 2022, S. 96 ff./ 122).

¹¹⁰ Die Theorie von LAMBERT kann auch einen Vorschlag zur Unterscheidung des Begriffspaars Muster–Strukturen anbieten, vgl. mehr dazu in LAMBERT (2020, S. 10).

Dieses gründliche axiomatisch-deduktive Vorgehen sei für die Schule – und damit für Mathe – nicht tragbar: „Vom Beweisen bleibt dann der Anspruch übrig, dass Aussagen auf Gründe zurückgeführt werden sollen“, so H. N. JAHNKE und UFER (2015, S. 333) weiter. Diese Gründe seien abhängig vom Entwicklungsniveau der Lernenden und damit von einem Konsens an akzeptierten Annahmen und Schlussweisen in einer Lerngemeinschaft, die zum „geteilten Wissen“ (ebd.) gehören und nach FISCHER und GÜNTHER MALLE (1985, S. 180) als „Argumentationsbasis“ bezeichnet werden.

„Im Unterschied zu der globalen Sichtweise, die dem axiomatisch-deduktiven Vorgehen korrespondiert, ist deduktives Argumentieren und Beweisen in der Schule lokal und begrenzt“ (H. N. Jahnke & Ufer 2015, S. 334). Während Mathematik also nach LAMBERT (2020, S. 10) eine objektive Gültigkeit aufweist, wo Beweise durch formales, rigoroses Schließen die globale Gültigkeit demonstrieren und damit erkenntnissichernde, verifizierende, demonstrative Funktion erfüllen (vgl. Fischer & Malle 1985, S. 189), muss Mathe in erster Linie eine (inter-)subjektive Richtigkeit besitzen. Beweise erfüllen hier primär eine explorative Funktion, in der der Prozess des Erkundens, Begründens und Stiftens von Zusammenhängen im Vordergrund steht (vgl. Lambert 2020, S. 5 f.). FREUDENTHAL (1973, S. 142) spricht in diesem Zusammenhang vom „lokalen Ordnen“ des Feldes – also der Thematisierung der Begriffe, Beziehungen und Abhängigkeiten der Sätze „bis zu einer recht willkürlichen Grenze, sagen wir, bis zu dem Punkte, wo man von den Begriffen mit bloßem Auge sieht, was sie bedeuten, und von den Sätzen, daß sie wahr sind“ statt ihrer Rückführung auf Axiome eines Systems.

Mit dem unterschiedlichen Gültigkeitsanspruch einhergehend kann das Verhältnis von **Mensch** und Wahrheit in Mathe und Mathematik als ein jeweils anderes interpretiert werden:

[D]ie Schwäche steckt, genau genommen, im Individuum und nicht im Verfahren des Beweises. Aber solch ein Einwand ist vom pädagogischen Standpunkt aus nichtig, denn da handelt es sich in erster Linie um den Menschen, der die Wahrheit begreifen soll, und nicht um die Wahrheit, die begriffen werden soll.

(Benchara Branford 1913, S. 43 f.)

Während sich die Mathematik um ein Begreifen der „Wahrheit“ (ebd.) bemüht, indem sie Aussagen hervorbringt und deren Wahrheit demonstriert, um sie in ihr „in sich geschlossenes Gebäude *syntaktisch korrekter* Aussagen“ (Lambert 2020, S. 5; Hervorhebung im Original) integrieren zu können, hat in Mathe, also vom pädagogischen Standpunkt aus – wie BRANFORD oben beschreibt – der Mensch als Subjekt einen weitaus höheren Stellenwert: Es geht beim Begründen eher um die persönliche Auseinandersetzung mit dem Erlebten, um ein Verstehen und Nachvollziehen durch das Subjekt, um Stiften von lokalen Zusammenhängen, um das

Einordnen von Aussagen in ein größeres, zusammenhängendes Netz von Aussagen, um Systematisierungen, Entdeckungen und um das Argumentieren Lernen (vgl. H. N. Jahnke & Ufer 2015, S. 342; Lambert 2020, S. 5). Beweise in Mathe haben damit auch eine soziale Funktion zu erfüllen, indem sie bei den Lernenden Zweifel ausräumen und überzeugen.

Mathe und Mathematik unterschieden sich letztlich auch bei LAMBERT (2020) durch das unterschiedliche Wollen der Gemeinschaften – haben also ein je anderes **Meta-Ziel**: Das eines allgemeinbildenden Mathematikunterrichts sei im Fördern von Selbstwirksamkeitserfahrungen durch die persönliche Auseinandersetzung mit der „erlebten Wirklichkeit“ (Freudenthal 1973, S. 79) zu sehen (vgl. Lambert 2020, S. 5), die über den Unterricht hinaus zu einer Bereitschaft beitragen können, Mathe bei der Bewältigung von Problemen im Alltag zu verwenden – so auch beispielsweise im Rahmen der Nachhaltigkeitsdebatte:

Wenn man hier positive Erlebnisse zur Selbstwirksamkeit bei der mathematischen Bewältigung der Welt sammelt, stützt dies – allein schon durch fehlende Aversion gegen Mathe (in der Schule) – das Vertrauen in mathematische Modelle zu komplexeren Nachhaltigkeitsfragen, etwa zum Klimawandel. Mathe (in der Schule) dient so der Aufklärung.

(Lambert 2020, S. 13)

Die Beschäftigung mit der Mathematik führe schließlich primär zur Entdeckung ihrer spezifischen Schönheit (vgl. Lambert 2020, S. 6), wie auch GODFREY H. HARDYS berühmtes Zitat anzeigt: „Beauty is the first test“.

Auch ist das Wollen der Gemeinschaft bezüglich der Beachtung der **Traditionen** der entstandenen Mathematik ein anderes: Während Mathe der historischen Genese der Inhalte einen Wert zuspricht (vgl. dazu z. B. Marie-Christine von der Bank 2022), sieht Mathematik ihre Vorläufer als defizitär und überwunden an: „Zum Wesen und Gehalt der heutigen forschenden universitären Mathematik gehört allerdings, die Genese [...] auszublenden. Das Ziel fertiger, (hoffentlich) ewiger, strukturierter Begriffe und Aussagen ist für sie vorrangig“ (Lambert 2020, S. 5 f.). So wurde die BOURBAKI-Auffassung in den 70er Jahren vielerorts als einzig moderne und zeitgemäße Wissenschaft Mathematik angesehen, ist heute aber nicht mehr allgemein konsensfähig (vgl. Führer 1997a, S. 74/78). „Dem Mathematikstudenten stellt sich in der Regel die Mathematik als ein fertiges Gebäude dar. Die Tatsache, daß die meisten mathematischen Begriffe aber eine lange Geschichte der Klärung und Formalisierung hinter sich haben, tritt selten ins Bewusstsein“ (Uwe-Peter Tietze 2000, S. 60).

Mathe ist damit insgesamt gleichsam *weniger* als auch *mehr* als Mathematik¹¹¹: *weniger* als Mathematik, z. B. weniger axiomatisch, global, formal oder syntaktisch ausgereift; *mehr* als Mathematik, z. B. mehr Semantik, mehr Mensch, mehr Sprachformen, mehr Genese. Und LIETZMANN (1916) weist vor mehr als einem Jahrhundert, bezogen auf das Beispiel Geometrie, darauf hin, dass Mathe in der Schule mehr als schon die damalige, streng axiomatische Wissenschaft Mathematik sein müsse – die Geometrie in der Schule sei ansonsten keine Mathematik:

Der tatsächliche Aufbau der Geometrie in der Schule ist aber in dieser axiomatischen Form unmöglich.

Man beachte, was das für unsere Schulmathematik bedeutet. Sie ist von Anfang an, am Maßstab der heutigen Mathematik gemessen, unstreng. *Und wer das Wesen der Mathematik in der Strenge ihres Aufbaus sieht, der muß bekennen, daß unsere Schulmathematik, wenigstens die Geometrie, keine Mathematik ist.* Gott sei Dank hat man aber auch schon vor den modernen Axiomatikern und vor den modernen Analytikern Mathematik betrieben, und damit schon ist unsere Schulmathematik als Mathematik gerettet.

(Lietzmann 1916, S. 105; Hervorhebungen im Original)

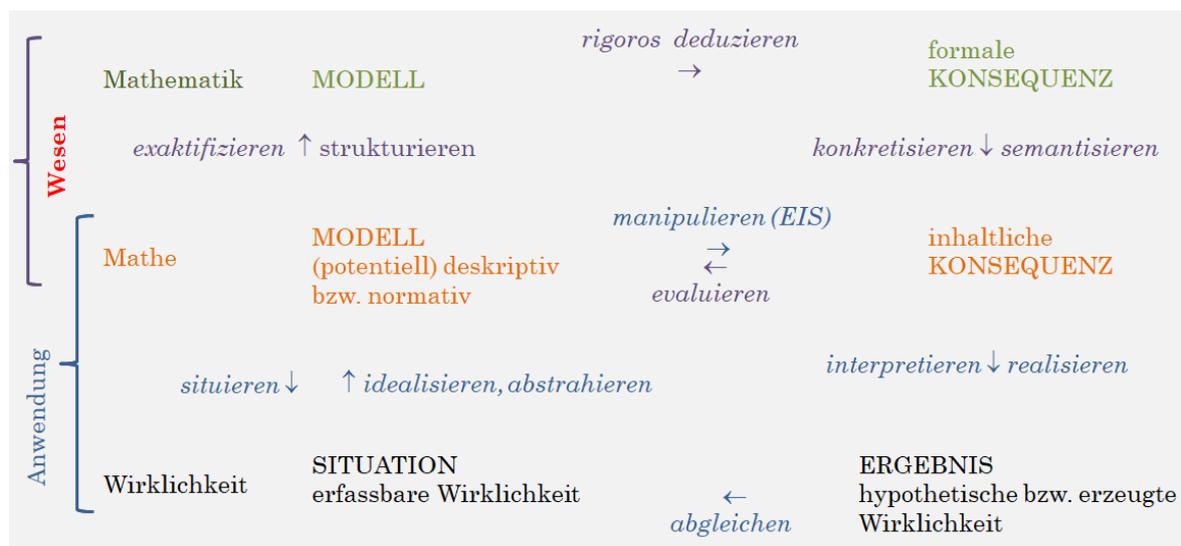


Abb. 21: Erweiterter Modellbildungskreislauf von SCHUPP zur Anwendung (genauer: Verwendung, vgl. Fußnote 98) von Mathe (in der Schule) und zum Wesen von Mathematik nach LAMBERT (2020, S. 14)

Die dargelegte Unterscheidung zwischen Mathe und Mathematik nach LAMBERT (2020) zieht eine Überarbeitung des **Modellbildungskreislaufs** von SCHUPP nach sich (siehe Abschnitt 5.1.3), welcher (für den Unterricht) zunächst vollständig in die Ebene Mathe fällt. Gleichzeitig stützt diese Betrachtung von Anwendungen

¹¹¹ VOHNS formuliert und erläutert im Rahmen der Emanzipation der Fachdidaktik nach der *Neuen Mathematik* und der Neubestimmung der Fachlichkeit, dass „Mathematik im Kontext Schule gleichermaßen weniger, wie auch mehr bedeuten muss, als Auseinandersetzung mit der Wissenschaft ‚Mathematik‘“ (Vohns 2016, S. 38).

(genauer: *Verwendungen*, vgl. Fußnote 98) neben der Semiotik die oben beschriebene Unterscheidung von Mathe und Mathematik weiter. Der erweiterte Modellbildungskreislauf nach LAMBERT (2020, S. 14) ergänzt im Modell die Ebene der Mathematik und lenkt den Blick auf die Verbindung von und Übergänge zwischen Wirklichkeit, Mathe und Mathematik, also auch auf die in Tab. 5 dargestellten **Transformationsprozesse**. Er besteht aus zwei miteinander verwobenen Kreisläufen (siehe Abb. 21).

Der untere Kreislauf beschreibt dabei den Prozess des Anwendens (genauer: des *Verwendens*, vgl. Fußnote 98) von Mathe. Die Situation aus der Wirklichkeit muss zunächst in ein Modell in der Ebene Mathe übersetzt werden (*idealisieren, abstrahieren*). Dieses ausgewählte Modell kann normativ oder zunächst potentiell deskriptiv sein. Letzteres bedeutet, dass angenommen wird, dass es die festgestellte Wirklichkeit beschreibt. Erst nach Bewährung, wenn das Modell hinreichend oft erfolgreich eingesetzt wurde, erhält es seinen deskriptiven Charakter.

Oft ist der beschriebene Weg auch umgekehrt: Der Lehrperson liegt ein mathematisches Modell bereits vor, und sie muss darauf aufbauend eine passende Situierung als Ausgangspunkt für die weiteren Entdeckungen der Schüler schaffen (*situieren*). Um vom Modell zur mathematisch-inhaltlichen Konsequenz zu gelangen, wird mit Zeichen- und Symbolsystemen gearbeitet, abhängig vom Nutzer und der Person findet hierbei ein schrittweiser Übergang vom Enaktiven oder Ikonischen zum Symbolischen statt. Dieser Schritt wird als *manipulieren* bezeichnet – um zu betonen, dass es hier um menschlich gesteuertes Arbeiten mit Zeichen bzw. Symbolsystemen nach Regeln geht, sodass aus diesen Zeichen- bzw. Symbolketten werden. Für den Abgleich der Konsequenz mit dem zuvor gewählten Modell wird die Vokabel *evaluieren* vorgeschlagen.

In einem nächsten Schritt erfolgt die Rückübersetzung der inhaltlichen Konsequenz in die Wirklichkeit (*interpretieren, realisieren*), wodurch ein Ergebnis entsteht. Der Bezeichner *realisieren* macht deutlich, dass es hier um eine Konkretisierung geht, indem den Zeichenketten konkrete Realisate und damit weitere Semantik zugewiesen werden. Die Wahl des Bezeichners *hypothetische Wirklichkeit* soll nochmal Bezug nehmen auf den anfänglichen Schritt des *potentiellen Modells*: Wenn das Modell und die Zeichenketten richtig sind, dann müsste die Wirklichkeit folgerichtig *so und so* aussehen. Diese hypothetische Wirklichkeit gilt es in einem letzten Schritt mit der zu Beginn festgestellten, erfassbaren Wirklichkeit *abzugleichen*. Ist dieser Schritt erfolgreich, so wird aus dem Modell ein deskriptives.

Nun zur Erweiterung des unteren Kreislaufs um die Ebene Mathematik: Um von Mathe zur Mathematik zu gelangen, findet eine Exaktifizierung statt (*exaktifizieren, strukturieren*): Formale Systeme werden benutzt. In der Mathematik kann dann auf Basis strenger Regeln und durch logisches Schlussfolgern gearbeitet werden (*rigoros deduzieren*). Hierbei geht es um semantikfreies Arbeiten in und mit

mathematischen Strukturen – ggf. auch von einem Computer übernommen. Die Konsequenz in Mathematik ist damit ein formaler Ausdruck, welcher, um in Mathe (zurück) übertragen zu werden, *semantisiert* und *konkretisiert* – also subjektiv zugänglich gemacht – werden muss (vgl. Lambert 2020, S. 14).

4.2 Dimensionen des Achtsamen Unterrichts – die erste Brille

Der wissenschaftliche Charakter des Mathematikunterrichts orientiert sich, wie dargelegt, an jenem der öffentlichen Wissenschaft nach DAHRENDORF (2001) (siehe Abschnitt 4.1.5). Den Achtsamen Unterricht kennzeichnen damit die vier Dimensionen *lehrreich*, *nützlich*, *unterhaltsam* und *diskursiv*. Lerngelegenheiten, in denen die Schüler Mathe so erleben, können Mittler für die Bereitschaft sein, Mathe(matik) als Sprache zur Bewältigung zukünftiger Herausforderungen zu sehen und zu verwenden. Selbstverständlich können nicht (immer) alle Dimensionen gleichermaßen in einer Unterrichtssequenz angesprochen werden, sondern es müssen Schwerpunkte gesetzt werden (vgl. die Beiträge in Wilhelm & Andelfinger 2021). Mit Blick auf den Unterricht als Ganzes sollte der Achtsame Unterricht aber alle Dimensionen ausreichend berücksichtigen.

Für ein erstes Begriffsverständnis dient folgende Übersicht:

- *lehrreich*: Die Lernenden erlangen *subjektiv* neue Erkenntnisse, sowohl qualitativ als auch quantitativ.
- *diskursiv*: Der Unterricht regt zur Auseinandersetzung auch mit fremden Sichtweisen an, ist in seiner Argumentation fortschreitend, inklusive eines Auslotens und Abwägens von Ideen oder Strategien. (siehe Abschnitt 4.2.1)
- *nützlich*: Der Unterricht thematisiert Sinnfragen und regt so die Fähigkeit und Bereitschaft einer Person an, Neues einzusetzen – sei dies inner- als auch außermathematisch, in der eigenständigen Welt der Mathe(matik) als auch im „Rest der Welt“ (nach Pollak 1979). (siehe Abschnitt 4.2.2)
- *unterhaltsam*: Mathe unterhält, erzeugt positive Stimmung, ruft Emotionen wie etwa Freude oder Interesse hervor. (siehe Abschnitt 4.2.3)

Die Begriffe werden durch nachfolgende Erläuterungen konkretisiert. Auf eine Erläuterung der Dimension *lehrreich* wird allerdings verzichtet, da dies Aufgabe der Institution Schule im Allgemeinen ist und damit ein Grundanliegen von Unterricht darstellt.¹¹²

¹¹² ANDELFINGER (2020b, S. 6; Hervorhebung im Original) versteht Mathe als lehrreich, wenn sie „auf ein schönes System [verzichtet, K. W.] und [sich, K. W.] statt dessen an einer flexiblen *modularen Baukastenform* [orientiert, K. W.]“. Auf die von ihm intendierte modulare Grundstruktur wurde bereits in Unterkapitel 3.4 eingegangen.

4.2.1 Die Dimension *diskursiv*

Wie in Unterkapitel 1.2 dargelegt, beinhalten die Forderungen nach einer der Bildungsidee BNE förderlichen Unterrichtskultur insbesondere auch die Diskursivität von Unterricht, denn darin spiegelt sich die emanzipatorische Sichtweise von BNE und das Wesen von Wissenschaft wider. Und wenn Schule dazu befähigen will, die eigene Rolle in der Gesellschaft ernst zu nehmen, um aktiv und verantwortungsvoll handeln zu können, dann ist laut JENS DRESSLER (2021, S. 272) die Einübung in diskursives Denken zentral, denn dies „schützt den modernen Menschen vor dem Abgleiten in Scheinwissen“ (Dreßler 2021, S. 272). LUDWIG DUNCKER und KATJA SIEPMANN (2021, S. 289) bezeichnen Diskursivität in diesem Zusammenhang als „unverzichtbares Bildungsprinzip“, denn: „In einer Welt, die der Menschheit immer wieder unvorhersehbare Probleme zumutet, bedarf es nachwachsender Generationen, die beweglich im Denken, fähig zu argumentieren und stark im Urteilen sind“ (ebd.). Diskursivität im Achtsamen Unterricht trägt darüber hinaus zum Ernstnehmen der Person der Lernenden bei, insbesondere ihrer Unterschiedlichkeit, ihrem individuell konstruierten Wissen, wie etwa JOHANN SJUTS (2003) herausstellt:

Der diskursive Unterricht nimmt die Unterschiedlichkeit der Lernenden ernst; er setzt sich intensiv mit ihren mentalen Konstruktionen und Modellen auseinander. Ein solcher Unterricht verdient auch die Bezeichnung konstruktivistisch, da er auf die individuellen kognitiven Aktivitäten abhebt. Die Lernenden haben ihre Wissenskonstrukte offen zu legen und sie einer Bewährung auszusetzen, gegebenenfalls zu differenzieren und zu modifizieren.

(Sjuts 2003, S. 23)

Im Achtsamen Unterricht charakterisiert sich die Dimension *diskursiv* im Überblick durch folgende vier Aspekte:

- (1) Diskursivität umfasst sowohl die Auseinandersetzung mit und Bewusstmachung von eigenen Denk- und Erkenntnisprozessen als auch die Bereitschaft und Fähigkeit zum konstruktiv-kritischen **Hineinversetzen in fremde Ideen**, Strategien, Vorstellungen, Argumentationen.
- (2) Diskursivität zeichnet sich durch **fortschreitende Argumentation** in der Begründung aus. Im Gegensatz zum Dialog¹¹³ sind also die Argumente konstituierend, anhand deren Kumulierung ein Sachverhalt geklärt bzw. eine Entscheidung getroffen wird.
- (3) Die in der Verständigung über subjektive Sichtweisen enthaltenen Differenzen müssen geprüft werden. Argumente und durch sie erhobene Geltungsansprüche müssen sich im **kommunikativen Austausch mit anderen**

¹¹³ *diálogos*, griechisch, Gespräch (vgl. Arnim Regenbogen & Uwe Meyer 1998, S. 148). Eine genauere Unterscheidung von Dialog und Diskurs erfolgt weiter unten.

bewähren, mit dem Ziel, durch **Ausloten** eine **intersubjektive** Geltung, einen Konsens zu erreichen.

- (4) Diskursivität im Achtsamen Unterricht umfasst neben den vorrangig inhaltlichen Momenten auch explizit die **Beziehung der Beteiligten** beim Austausch: Anerkennung und Wertschätzung der Gesprächspartner sowie **Offenheit** gegenüber und Interesse an anderen Ansichten sind zentral für die Bereitschaft, in den Diskurs zu treten und ggf. eigene Vorstellungen flexibel zu verändern. – Diskursivität beschreibt also auch eine **Haltung**.

Die nachfolgenden Erläuterungen arbeiten die vier genannten Gesichtspunkte von Diskursivität im Achtsamen Unterricht anhand mathematikdidaktischer sowie philosophischer Literatur heraus. Die Zuordnung zu einem der vier Aspekte im Folgenden ist dabei nicht immer eindeutig, es wird hier allerdings der zentrale Aspekt der jeweiligen Sichtweise in den Fokus gestellt. Die Zahlen in Klammern zeigen weitere, in den Quellen angesprochene Aspekte von Diskursivität, auf die ich im weiteren Verlauf des vorliegenden Abschnitts 4.2.1 aber erst detaillierter eingehe.

Zunächst zum ersten Gesichtspunkt: *Diskursivität umfasst sowohl die Auseinandersetzung mit und Bewusstmachung von eigenen Denk- und Erkenntnisprozessen als auch die Bereitschaft und Fähigkeit zum konstruktiv-kritischen Hineinversetzen in fremde Ideen, Strategien, Vorstellungen, Argumentationen.*

Für Aufgaben- und Problemstellungen – diese können *diskursiv* sein – liefert SJUTS (2001, S. 54) einen Zugang zu dem Begriffsinhalt. SJUTS beschreibt mit seinen Arten des Wissensumgangs und den zugehörigen Eigenschaften vielfältige Aufgabentypen im Mathematikunterricht zum Erwerb von Fach- und Lernkompetenz. Ein Bestandteil der Wissensreflexion sind die diskursiven Aufgaben¹¹⁴: „Mittels diskursiver Aufgaben sollen sich Lernende in die Gedankenwelt anderer Personen hineinversetzen und deren Vorstellungen eruieren. Beim Vergleich mehrerer Vorstellungen erkennen Lernende den Stand ihrer kognitiven Struktur: sie haben sie gegebenenfalls zu verändern, zu erweitern oder zu festigen“ (Sjuts 2001, S. 54). Zentral ist in SJUTS Charakterisierung die Auseinandersetzung mit fremden Gedankengängen, im Abgleich mit den eigenen (1). Durch solche Aufgaben mit diskursivem Aufforderungscharakter könne auch die generelle Haltung der Lernenden gefördert werden, Äußerungen, Ideen, Alternativen gegenüberzustellen, zu kommentieren, zu vergleichen, einzuordnen, zu hinterfragen (vgl. Sjuts 2001,

¹¹⁴ SJUTS Überlegungen zum Wissensumgang beabsichtigen eine möglichst effiziente Aneignung, Sicherung und Nutzung mathematischen Wissens (vgl. Sjuts 2001, S. 48). Sein Begriff von Diskursivität, die die Schüler bei dieser Wissensoptimierung unterstützen soll, ist folglich enger gefasst als der hier intendierte, indem er die Idee der Aufklärung und Emanzipation durch Diskursivität nicht beinhaltet (siehe dazu auch Unterkapitel 1.2). Gleichwohl können seine Argumentationen einen ersten Zugang zum Begriff bilden und sind auf die hier vertretene, erweiterte Sichtweise von Diskursivität übertragbar.

S. 54). SJUTS denkt also neben der Diskursivität von Aufgaben auch eine darüber hinausgehende diskursive Haltung bei der Gesprächsführung im Mathematikunterricht mit (4).

ELMAR COHORS-FRESENBORG und CHRISTA KAUNE (2003) beschäftigen sich mit der Rolle von Diskursivität im Rahmen der Analyse von Klassengesprächen. Hierbei sprechen sie von „einer Kultur diskursiven Argumentierens“ (ebd., S. 173) und sehen in Diskursivität einen „Motor ‚guten‘ Mathematikunterrichts“ (ebd., S. 174). Unter dieser Kultur fassen sie das Bewusstmachen eigener Denkvorgänge sowie die kritische Auseinandersetzung mit fremden Argumentationen und Vorstellungen in einem argumentativ gestalteten Lernprozess zusammen (1, 2). Im Kern deckt sich dieses Begriffsverständnis von Diskursivität mit jenem bei SJUTS, expliziert aber stärker die Rolle des Argumentierens. Darauf aufbauend unterscheiden COHORS-FRESENBORG und KAUNE explizit unterschiedliche Komponenten von Diskursivität bei der Analyse eines Unterrichtsdialogs, beispielsweise: „Diskursivität in der Gesprächsführung“, was ein „gegenseitige[s] Aufeinandereingehen der Schüler“ bedeute, „Diskursivität zwischen Darstellungen und Vorstellungen, zwischen Gesagtem und Gemeintem“ oder „Diskursivität in der Auseinandersetzung mit Fehlvorstellungen“ (ebd., S. 175 ff.). Ein Klassengespräch weise demnach eine diskursive Form auf, wenn es „einen geordneten Gesprächsverlauf, Präzision in Verankerungen auf das bereits Gesagte oder Geschriebene bzw. durch (begründetes) Absetzen von zuvor genannten Positionen und [...] eine Orientierung an den Denkprozessen und Vorstellungen der Lernenden“ (Cohors-Fresenborg & Edyta Nowińska 2018, S. 418) erkennen lasse. Ein aufeinander Eingehen und das Beziehen auf vorhandene Argumentationen scheinen beim Austausch im Unterrichtsgespräch zentral. Unter „diskursiver Kompetenz“ verstehen sie Folgendes:

Zur Präzision beim Lesen (bzw. Aufschreiben) mathematischen Wissens und beim Zuhören (bzw. Argumentieren) in einer Diskussion im Mathematikunterricht gehört wesentlich die Fähigkeit, den Unterschied zwischen Dargestelltem (Gesagtem, Geschriebenem, Gezeichnetem) und Intendiertem erfassen, thematisieren und ausdrücken zu können, aber auch die Fähigkeit zum komplexen Argumentieren (schriftlich und mündlich) bei der Herausarbeitung mathematisch relevanter Ideen, sowohl im innermathematischen Kontext als auch bei der mathematischen Modellierung. Dazu ist wesentlich die Fähigkeit, Argumentationsstränge (z. B. auch beim Beweisen) zu verfolgen, die Tragfähigkeit von Argumenten einzuschätzen und Zweifel sowie Gegenargumente strategisch adäquat platzieren zu können.

(Cohors-Fresenborg & Kaune 2007, S. 234)

Als Gegenbeispiel von Diskursivität bezogen auf Klassengespräche nennen sie die „negative Diskursivität“, welche beispielsweise den fehlenden Bezug von Äußerungen zum bereits Gesagten oder das Stellen von Suggestivfragen umfasse (vgl. ebd., S. 237).

Auch in HEYMANNs Allgemeinbildungskonzept finden sich Anknüpfungspunkte, die Diskursivität als übergeordnetes Gestaltungsprinzip von Unterricht denken lassen (vgl. Heymann 1996, S. 112). HEYMANN (1996, S. 110 ff.) benennt die *Einübung in Verständigung und Kooperation* als eine von sieben wichtigen Aufgaben des allgemeinbildenden Schulsystems. Die Verständigung richte ihr Augenmerk auf Interaktion der Beteiligten und sei damit Grundvoraussetzung demokratischen Zusammenlebens.

Mit Verständigung bezeichne ich ein interaktives Verhalten, das sowohl auf mitmenschliches Verstehen zielt als auch auf Interessenausgleich und Ermöglichung eines praktischen Miteinanders. Verständigung ist auf Einsicht in fremde Standpunkte und Vorlieben, Gedanken und Meinungen gerichtet, und sie ist umgekehrt von dem Bemühen getragen, sich selbst mitzuteilen, anderen einen Zugang zu den eigenen Vorstellungen zu gewähren.

(Heymann 1996, S. 110)

Wenngleich sich HEYMANN hier nicht speziell auf mathematische Aspekte bezieht, sondern allgemeiner von „fremde[n] [...] Gedanken und Meinungen“ (ebd.) spricht, ist dennoch der Aspekt des Hineinversetzens in die Gedankenwelt anderer (1) auch hier, genauso wie bei SJUTS und COHORS-FRESENBORG und KAUNE, zentral. HEYMANN geht es neben dem Aspekt der Verständigung auch um Kooperation, denn Verständigung sei beispielsweise notwendig für Kooperation, allerdings nicht hinreichend (vgl. Heymann 1996, S. 111). Aspekt (1) von Diskursivität ist demnach eine Voraussetzung von Kooperation. HEYMANN (1996, S. 111) bezeichnet die beiden sozialen Verhaltensweisen sogar als „Überlebensbedingungen der Menschheit“ angesichts globaler Probleme. Auch FISCHER (1986, S. 121) betont in diesem Zusammenhang die Wichtigkeit von Verständigung:

Probleme des Friedens, der Umwelt, des Verhältnisses zur Dritten Welt, der Arbeitslosigkeit usw. können nur mit verbesserter Verständigung der Menschen untereinander gelöst werden. Möglicherweise kann die Mathematik hier etwas beitragen.

(Fischer 1986, S. 121)

HEYMANN schlägt vor, diese Dimension von Unterricht als Leitlinie zu nutzen und eine entsprechende Unterrichtskultur zu etablieren, in der Verständigung und Kooperation eine Selbstverständlichkeit darstellen:

Als generelle Leitlinie für die Unterrichtsgestaltung ließe sich ausgeben: Man schaffe so oft wie möglich Situationen, in denen die Schüler auf natürliche Art dazu angehalten werden, sich zu verständigen, in denen es nahe liegt, sich auszutauschen und Sachprobleme in gemeinsamer Arbeit anzugehen, in denen ein solches Verhalten als befriedigend und lohnend erlebt werden kann.

(Heymann 1996, S. 112)

Diskursivität im o. g. Sinne (1) scheint Teil dieser umfassenderen Unterrichtskultur zu sein. Neben seinem Beitrag zur Begriffsklärung von Diskursivität erläutert HEYMANN (1996, S. 112 ff.) sodann auch Ziele und Gestaltungsmöglichkeiten eines auf das geschilderte Miteinander abzielenden Unterrichts. So sieht er ihn als Möglichkeit zur Minderung von Leistungsdruck bzw. zum Abbau von Leistungsängsten, da „[...] sie [die Schüler, K. W.] immer wieder erfahren: Das [Konkurrenz- und Leistungsdenken, K. W.] ist nicht das einzige, worauf es im Unterricht ankommt“ (Heymann 1996, S. 112). Verständigung und Kooperation können also zur Wertschätzung der Lernenden beitragen. HEYMANN (1996, S. 113) betont, dass es sich um eine Art des Umgangs mit Inhalten handle und auf eine Haltung abziele: eine Haltung des Verständigens, Austauschens, Auslotens von Ideen oder Standpunkten (4). Es gelte, diese „soziale Praxis“ zu etablieren, in der das Einüben in Verständigung und Kooperation stattfinden könne. Als Möglichkeit hierzu schlägt HEYMANN (1996, S. 116) Projekte vor, die aus der Sache heraus auffordern, gemeinsam zu arbeiten und sich abzustimmen, beispielsweise Initiativen zum Umweltschutz. Nachstehend relativiert er dieses hehre Ziel etwas, indem er zugibt, dass „solche Aktivitäten und Projekte immer das Flair des Außergewöhnlichen und nicht-Alltäglichen tragen“ (Heymann 1996, S. 116) und so nicht Gegenstand des alltäglichen Unterrichts seien. Stattdessen sieht er in der bereits angesprochenen Unterrichtskultur, die die Verhaltensweisen der Verständigung und Kooperation fordert und „damit fachliches und soziales Lernen nicht als Gegensatz versteht, sondern füreinander fruchtbar macht“ (Heymann 1996, S. 114) das wichtigste Element der Praxis. Hierzu gehöre beispielsweise eine Variation kooperativer Arbeitsformen oder das Ermöglichen und Entwickeln subjektiver Sichtweisen sowie der Austausch darüber (vgl. ebd.). Trotz seiner Kenntnis zu Transferprozessen des Gelernten auf Außerschulisches schließt er das Kapitel mit der Hoffnung, dass die gelebte Praxis auch entsprechende Wirkung außerhalb der Schule habe (vgl. Heymann 1996, S. 116) – ähnlich der Überlegung DRESSLERS zu Beginn.

Die bisherigen Quellen legen den Fokus auf das Hineinversetzen in fremde Gedanken, im Abgleich mit eigenen Vorstellungen. Dieses Merkmal mündet in Aspekt (1) von Diskursivität im Achtsamen Unterricht. Wie deutlich wurde, kann sich die so verstandene Diskursivität auf sprachlichen Austausch beziehen, muss aber nicht, kann also auch im Denken stattfinden. Mit einem Blick in die philosophische Literatur lassen sich die weiteren drei Elemente – die teils implizit in obigen Erläuterungen mitgeklungen sind oder auch explizit kurz angerissen wurden – näher beleuchten.

Zu Aspekt (2): *Diskursivität zeichnet sich durch fortschreitende Argumentation in der Begründung aus. Im Gegensatz zum Dialog sind also die Argumente konstituierend, anhand deren Kumulierung ein Sachverhalt geklärt bzw. eine Entscheidung getroffen wird.*

Im Metzler Lexikon der Philosophie wird Diskurs definiert als eine „Bezeichnung für einen auf der Grundlage von Argumenten vollzogenen Dialog“ (Peter Prechtl & Franz-Peter Burkard 2008, S. 116). Im Gegensatz zum Dialog, dem griechischen Wort *diálogos* abstammend, übersetzt „Gespräch“ (vgl. Regenbogen & Meyer 1998, S. 148), nimmt im Diskurs also die Argumentation eine zentrale Rolle ein (2). Weiter definiert das Lexikon *Diskursivität* bzw. *diskursiv* allgemein als

Bezeichnung (a) für ein methodisch strukturiertes und begriffliches Denken; (b) für einen argumentativen Dialog bzw. eine rein argumentativ aufgebaute Begründungsweise; (c) für eine Form der Verständigung, in der ein problematisiertes Einverständnis, das im kommunikativen Handeln bestanden hat, durch Begründung wiederhergestellt wird^[115]

(Prechtl & Burkard 2008, S. 117)

Auch hier greift Aspekt (b) der Definition die Rolle von Argumenten beim Begründen auf (2), im Denken oder auch im Austausch.

Dass die Argumentation ferner fortschreitend sein soll und damit zur Klärung eines Sachverhaltes beiträgt, zeigt etwa die Übersetzung des französischen Wortes *discursif* mit „einen Schluß ziehend“ (Regenbogen & Meyer 1998, S. 154), was bedeute, „von einer Vorstellung, einem Begriff, Urteil oder Schluß zum anderen in logischer Folge fortschreitend, das Ganze in unendlichem Progreß aus seinen Teilen aufbauend“ (Regenbogen & Meyer 1998, S. 154). ANTON HÜGLI und POUL LÜBCKE (2013, S. 196) nennen den Begriff *intuitiv* als sein Antonym, da diskursive Erkenntnis „durch Schlüsse und nicht unmittelbar zustande komme“ (ebd.). In Verbindung mit formalen Denkstrukturen und dem logischen Schlussfolgern werde der Begriff so auch in der Philosophie des Mittelalters gebraucht¹¹⁶: „Die scholastischen Autoren bezeichnen damit die dem menschlichen Geist nötigen Schritte zur Erkenntnis, das Fortschreiten von Prämissen zu Konklusionen, das Verwenden logischer Regeln und ganz generell den Einsatz von Begriffen“ (Messerschmidt & Saar 2014, S. 44).

Das fortschreitende Argumentieren zur Klärung eines Sachverhaltes wird unter Aspekt (2) von Diskursivität subsumiert. DUNCKER und SIEPMANN (2021, S. 275 f.),

¹¹⁵ Dieser Aspekt (c) greift die Reflexion von im Diskurs getroffenen Entscheidungen auf, ein Nachdenken darüber, warum zum jeweiligen Konsens gelangt wurde: „Er stellt eine Form der Kommunikation dar, in der die Kommunikation noch einmal zum Thema gemacht wird, nämlich die in jeder Kommunikation implizit oder explizit erhobenen Geltungsansprüche. [...] Durch diese Selbstthematisierung der Kommunikation stellt der D. eine reflexive Form der Metakommunikation dar“ (Prechtl & Burkard 2008, S. 116).

¹¹⁶ Ursprünglich hat das Wort *discursus* bzw. *discurrere* im antiken Latein eine unscharfe Bedeutung und kann sich etwa auf ein Hin- und Her, ein Herumirren, ein Umherlaufen, ein Auseinanderlaufen, ein sich über eine Sache Ergehen oder aber auch eine geordnete Bewegung beziehen – es liegt hier kein direkter Bezug zu einem Gespräch vor (vgl. Reinhard Messerschmidt & Martin Saar 2014, S. 43 f.; Regenbogen & Meyer 1998, S. 154).

die Diskursivität im Unterricht auf die beiden Aspekte der Form und des Inhaltes¹¹⁷ beziehen, können unter formaler Sicht als Zusammenfassung der bis hierhin dargestellten Charakterisierung von Diskursivität herangezogen werden:

In formaler Hinsicht erschließt der Begriff Diskursivität ein komplexes Bündel von Tätigkeiten des Denkens, die den Kern der Auseinandersetzung mit einem Thema betreffen. Es geht darum, Bedeutungszusammenhänge zu erarbeiten, Widersprüche und Probleme zu entdecken, Aspekte einer Sache aus verschiedenen Perspektiven zu betrachten und dabei Standpunkte zu erproben und die dabei gewonnenen Sichtweisen argumentativ aufeinander zu beziehen.

(Duncker & Siepmann 2021, S. 275).

Diskursivität bezieht sich also hier auf das Einnehmen verschiedener Blickwinkel auf eine Sache, das Prüfen potentieller Standpunkte und die Absicherung von Sichtweisen durch Argumentation. Dass sich der Begriff nicht unmittelbar auf die Kommunikation mit einem Gegenüber beziehen muss – man kann nämlich auch mit sich selbst im Diskurs sein –, die Bereitschaft hierzu aber dennoch miteinschließt, wird in den weiteren Ausführungen deutlich:

Wer sich diskursiv mit einem Thema befasst, bleibt offen für neue Einsichten und kann spielerisch^[118] mit möglichen Argumenten umgehen. Diskursivität bezieht die Bereitschaft und Befähigung zu Dialog und Verständigung ein und beschreibt damit eine Disponibilität, die für eine Streitkultur wie für eine gemeinsame Suche nach Gewissheiten und Wahrheiten gleichermaßen bedeutsam ist.

(Duncker & Siepmann 2021, S. 275 f.)

Hieran lässt sich auch die von DRESSLER (2021, S. 262) vorgenommene und ihm zufolge aus didaktischer Sicht übliche Unterteilung des Begriffs Diskursivität in die Ebenen des Denkens und Handelns anschließen. Der Begriff beinhaltet zum einen die subjektive Ebene jeden Denkprozesses, welcher sich durch strukturiertes, gründliches, in der Argumentation fortschreitendes Vorgehen auszeichne und zur Erfassung bzw. Klärung eines Sachverhaltes beitrage. „Wer sich einen Begriff von etwas machen möchte, der ist – dies legt die Diskursivität nahe – gut beraten, diskursiv zu denken“ (Dreßler 2021, S. 262). Diese Ebene des Denkens findet sich

¹¹⁷ Die inhaltliche Sichtweise des Begriffs schließt sich an die Charakterisierung diskursiver Aufgaben nach SJUTS an: Es „sind solche Texte, Bilder und andere Medien als diskursiv zu bewerten, die sich durch eine Vielschichtigkeit und Problemhaltigkeit auszeichnen und damit erst einen Anregungscharakter für eine intellektuelle Auseinandersetzung enthalten. Sie erschließen Themen, die unterschiedliche Sichtweisen ermöglichen, herausfordern oder gar provozieren und nicht allein eine Feststellung von Tatsachen erlauben“ (Duncker & Siepmann 2021, S. 276).

¹¹⁸ DUNCKER und SIEPMANN (2021) verstehen hierunter den „ernsthaften“ (ebd., S. 277) Umgang mit Argumenten und Sichtweisen in einer Art Ersatzwirklichkeit, in der Perspektiven zunächst experimenteller Natur, also ohne *echte* Konsequenzen, sind: „[S]pielerische Formen eines Denkens ‚als ob‘ schaffen Räume für eine experimentelle Sicht auf Probleme, die erst abgetastet und erkundet werden müssen, bevor eigene hypothetische Annahmen formuliert und argumentativ begründet werden“ (Duncker & Siepmann 2021, S. 289).

in der zu Beginn genannten Charakterisierung insbesondere in den ersten beiden Aspekten. Angelehnt an WILHELM DITHLEY stellt DRESSLER auf der Ebene des Denkens die eigene Urteilsleistung als Mittelpunkt diskursiven Denkens heraus, denn wer urteile, prüfe sein eigenes Denken (vgl. Dreßler 2021, S. 264).

Die Ebene des Handelns bei DRESSLER leitet zu Aspekt (3) über: *Die in der Verständigung über subjektive Sichtweisen enthaltenen Differenzen müssen geprüft werden. Argumente und durch sie erhobene Geltungsansprüche müssen sich im kommunikativen Austausch mit anderen bewähren, mit dem Ziel, durch Ausloten eine intersubjektive Geltung, einen Konsens zu erreichen.*

„Doch bleibt Diskursivität nicht auf der Ebene subjektiver Rationalität verhaftet. In dem Hinweis auf den Dialog und das kommunikative Handeln zeigt sich vielmehr das Bewusstsein der Einbindung jedes Denkprozesses in den Kontext einer intersubjektiv geteilten Welt“, so DRESSLER (2021, S. 262) über die Ebene des Denkens hinaus fortfahrend. Der Begriff erfasse also zum anderen die Einbindung des eigenen Denkens in geteilte Welten, also intersubjektive geteilte Sichtweisen. In der Kommunikation mit anderen könne sich der durch die eigene Denkweise erhobene Geltungsanspruch begründet bewähren oder aber er werde zurückgewiesen: „Was von den Einzelnen ergründet und erdacht wurde, ist also nun auch in einem Prozess kommunikativen Handelns auf den Wahrheitsgehalt zu überprüfen“ (Dreßler 2021, S. 262). „Kommunikativ handeln heißt demnach [...] diese Weltbezüge zunächst selbst als fraglich zu betrachten und sich zu deren Klärung in einen kommunikativen, diskursiven Austausch mit anderen zu begeben“ (Dreßler 2021, S. 267 f.).

In ähnliche Richtung geht auch die Darlegung bei MARCUS NÜHRENBÖRGER (2009), der sich in seinen Überlegungen zu diskursiven Lernprozessen im Mathematikunterricht an MAX MILLER anlehnt:

Im Diskurs wird eine ‚strittige Frage‘ verhandelt; d.h. es werden Differenzen in Bezug auf einen zentralen inhaltlichen Aspekt ausgemacht. Der Dissens wird in einem Akt rationaler Auseinandersetzung exploriert, hervorgebrachte Argumente werden analysiert, geprüft und weiter entwickelt. Letztlich bewegt sich der Diskurs im Spannungsfeld zwischen dem Dissens über die strittige Frage und dem gemeinsam angestrebten Konsens mit Hilfe von Argumenten.

(Nührenbörger 2009, S. 1)

Neben der zentralen Rolle von Argumenten schließt demnach Diskurs und damit Aspekt (3) der Charakterisierung den kommunikativen Austausch der Beteiligten, das Verstehen und Prüfen individueller Sichtweisen und Differenzen sowie schlussendlich das gemeinsame Erreichen einer intersubjektiv geteilten Sichtweise mit ein. Hierein spielt natürlich auch Aspekt (1), welcher aber nicht zwingend auf diesen Austausch beschränkt ist.

SJUTS (2003, S. 23) greift die Diskursivität von Unterricht als eine Möglichkeit zur Förderung von Metakognition auf, da jener geprägt sei „vom Austausch der individuellen Vorstellungen der Schülerinnen und Schüler, vom Abgleich ihrer Argumente, von Anspruch und Ausmaß ihrer gedanklichen Klärungen“ (3). Neben der Weiterentwicklung von Metakognition im diskursiven Unterricht ermöglichen gesteigerte metakognitive Fähigkeiten auch das vermehrte und bessere Eingehen auf gedankliche Vorstellungen von Mitschülern (vgl. ebd., S. 25). Metakognition und Diskursivität von Unterricht bedingen sich also wechselseitig. „Allerdings ist neben der Fähigkeit zur Diskursivität auch die Bereitschaft dazu von Bedeutung“ (ebd., S. 25), fährt SJUTS fort.

Dies leitet zu Aspekt (4) der Charakterisierung über: *Diskursivität im Achtsamen Unterricht umfasst neben den vorrangig inhaltlichen Momenten auch explizit die Beziehung der Beteiligten beim Austausch: Anerkennung und Wertschätzung der Gesprächspartner sowie Offenheit gegenüber und Interesse an anderen Ansichten sind zentral für die Bereitschaft, in den Diskurs zu treten und ggf. eigene Vorstellungen flexibel zu verändern. – Diskursivität beschreibt also auch eine Haltung.*

Betrachtet man Überlegungen zum Dialog, laut dem Metzler Lexikon der Philosophie gedacht als das „argumentative Gespräch“ (vgl. Precht & Burkard 2008, S. 112) und in dieser Hinsicht ein anderer Bezeichner für einen nahe am Diskurs liegenden Begriff, so kann sich das vierte Merkmal von Diskursivität im Achtsamen Unterricht erschließen. Der Dialog soll nach SOKRATES zur Bildung einer moralischen Haltung beitragen: „Die Menschen sollten fähig werden, mit anderen zu kommunizieren und ihre eigene Meinung zu korrigieren“ (Precht & Burkard 2008, S. 112). Wichtige Prinzipien hierzu seien „die Anerkennung der Gleichwertigkeit und das Ernstnehmen aller Gesprächspartner“ (ebd.). Auch CLAUDIA C. HUBERT (2022, S. 12 f.) beschreibt in Anlehnung an ROMNEY (2003) diese Beziehungs- und Haltungsaspekte im Dialog:

Als Dialog soll somit eine Form einer kommunikativen Beziehung zwischen zwei sich unterscheidenden ‚Partnern‘ bezeichnet werden, die meist dem besseren gegenseitigen Verständnis, dem Lösen von Problemen oder dem Austausch von Meinungen, Gedanken oder Handlungen dient; in der auf die Beziehung ebenso viel Wert gelegt wird, wie auf die inhaltlichen Aspekte und die sich durch bestimmte Haltungen wie bspw. die Offenheit sich selbst und die eigenen Ansichten verändern zu können, auszeichnet.

(Hubert 2022, S. 13)

Betont wird also die Person, vor allem die Beziehung der Beteiligten, denn der Dialog sei „ein Gespräch mit jemandem und nicht nur über etwas“ (Hubert 2022, S. 14). „Anerkennung und Wertschätzung“, eine von „entgegengebrachte[m] Interesse am Denken des Gegenübers“ (Birgit Gysin & Silvia Wessolowski 2020,

S. 71/72) geprägte Beziehung seien im Dialog unerlässlich. Des Weiteren kennzeichne den Dialog eine Haltung der Offenheit und Lernbereitschaft, um die eigenen Ansichten ggf. zu verändern (vgl. Hubert 2022, S. 14 f.). Diese Beziehungs- und Haltungsebene, die wie dargelegt für den Dialog expliziert ist, lässt sich auf das im Achtsamen Unterricht verstandene Begriffsverständnis von Diskursivität übertragen und mündet damit in Aspekt (4) der Charakterisierung.

Das **dialogische Lernen** nach PETER GALLIN und URS RUF kann als Beispiel für die hier vorgestellte diskursive Unterrichtskultur im Mathematikunterricht betrachtet werden, es lassen sich hierin alle vier vorgestellten diskursiven Elemente identifizieren. Darüber hinaus zeigt es, dass die Überlegungen zur Diskursivität im Achtsamen Unterricht eingebettet sind in einem Zusammenspiel aus gegenseitig, kollektiv-gemeinschaftlichen Aktivitäten und individuellen Denk-/Lernprozessen. Das dialogische Lernen verdeutlicht also auch die Rolle der Person im Bildungsprozess, denn Lernen wird hier als persönliche, individuelle Begegnung zwischen Mensch und Stoff gesehen:

Ohne persönliche Auseinandersetzung, ohne inneres Engagement, kommt es in keinem Fach zu einem wirksamen Verständnis. Wer mehr im Sinn hat als antrainiertes Können und reproduzierbare Fakten, darf seine Person nicht ausklammern. Lernen ist immer auch Begegnung: ein Mensch baut eine persönliche Beziehung zu einem Fachgebiet auf.

(Gallin & Ruf 2005a, S. 13)

Der Stärkung des Schüler-Ichs (vgl. Heymann 1996, S. 271) durch Berücksichtigung von Ungleichheiten und dem, was ein Kind „tatsächlich denkt, fühlt, sagt und tut“ (Gallin & Ruf 2005b, S. 8), kommt eine wichtige Aufgabe zu – auf ein Ernstnehmen der Person wird also Wert gelegt: „Gleichberechtigt und gleichwertig neben den Stoffen stehen die Menschen, die sich mit ihnen befassen“ (ebd., S. 48.). Ausgehend von singulären Sprachen kann beim dialogischen Lernen auf unterschiedlichen Wegen die Entdeckung eines Gebietes stattfinden, die Spuren werden in einem Reisetagebuch festhalten. Das Reguläre entsteht dabei nach und nach im divergierenden Austausch (vgl. ebd.). HEYMANN beschreibt dieses Unterrichtskonzept als Beispiel zur Annäherung an eine allgemeinbildende Unterrichtskultur, die von der herkömmlichen, üblichen Vorstellung abweiche (vgl. Heymann 1996, S. 269 ff.). Auch KÖHLER verweist auf das dialogische Lernen nach GALLIN und RUF als Weg zu einer veränderten Unterrichtskultur, indem der Unterricht auf den „Dialog als Mittel der Wahrheitsfindung“ (Köhler 2001, S. 119) zurückgreife, dadurch pädagogische Dimensionen in den Blick geraten und die selbstständige Begriffsentwicklung der Lernenden ermöglicht werde (vgl. Köhler 2001, S. 118 ff.).

Zunächst zum Ablauf des Konzepts *dialogisches Lernen*: Es besteht aus einem Kreislauf mit vier Instrumenten – der Kernidee, dem Auftrag, dem Reisetagebuch und der Rückmeldung (vgl. Gallin & Ruf 2005b, S. 11). Kernideen bilden den Start

und seien eine „pädagogisch-fachliche Leistung, welche die Lehrperson zu erbringen hat“ (Gallin & Ruf 2005, S. 45). Sie umfassen einen „biologischen“ und „geistigen“ Aspekt des Stoffs, der durch entsprechende Aufbereitung den Lernenden zugänglich gemacht werden sollte:

Der biologische Aspekt der Kernidee zielt auf die Faszination, die von einer Sache ausgeht und die Forscher inspiriert und vorantreibt. Der geistige Aspekt der Kernidee zielt auf die inneren Bilder, die sich auch Fachleute von ihren Gegenständen machen und in denen Gebilde von kaum durchschaubarer Komplexität als etwas Ganzes erfasst und auf wenige wesentliche Merkmale reduziert werden.

(Gallin & Ruf 2005a, S. 45)

Die *Kernidee* enthalte also Erzählungen der Lehrkraft zum Stoff, zum eigenen Verhältnis zu diesem, zu Erlebnissen und Erfahrungen mit ihm und zum springenden Punkt aus ihrer Sicht – umfasse also persönliche Haltungen und Triebkräfte, fordere das Gegenüber zur Aktivität auf und eröffne die Möglichkeit zum Dialog im Stoffgebiet (vgl. Gallin & Ruf 2005b, S. 13/17/29). „Wer nach Kernideen sucht, gibt sich Rechenschaft darüber, was ihn eigentlich bewegt und lenkt, wenn er sich einer bestimmten Sache zuwendet“ (ebd., S. 17)¹¹⁹. Kernideen dienen also als Mittler zwischen Mensch und Mathe(matik) auf dem Weg zur Vertiefung, als Türöffner zur Hinwendung und vertiefenden Auseinandersetzung, indem sie subjektive Bezüge zum Stoff erlauben bzw. persönliche Dialoge mit ihm initiieren und damit zunächst die singuläre Sprache ansprechen. Hieraus erwachse der *Auftrag* an die Lernenden, wobei sie ihre persönlichen Erkundungen und ihre individuelle Beschäftigung mit dem Stoff im *Reisetagebuch* erzählend festhalten: „[...] Erzählen setzt in Freiheit, weil es vorführt, wie jemand etwas verstanden hat“ (Gallin & Ruf 2005b, S. 13). Der Auftrag solle dabei Einstiege auf unterschiedlichen Niveaustufen ermöglichen, Herausforderungen für besonders Begabte und Schnelle bereithalten sowie durch seine Offenheit viele spannende, kreative Lösungen ermöglichen (vgl. ebd., S. 13/49). Das Schreiben im Reisetagebuch orientiere sich an den Regeln des internen Sprachgebrauchs (vgl. ebd., S. 91). Die *Rückmeldung* könne dann durch den Lehrer, aber auch durch Mitschüler erfolgen, und Ausgangspunkt für die Generierung neuer Kernideen darstellen (vgl. ebd., S. 13). Die Rückmeldung erkenne die persönliche Auseinandersetzung mit dem Stoff an und würdige diese (vgl. ebd., S. 150).¹²⁰

¹¹⁹ Als Beispiel für eine Gestaltung einer Kernidee im Mathematikunterricht beim Thema Flächenmessung nennen GALLIN und RUF (2005b, S. 33 ff.) Folgendes: „Wie viel Platz brauche ich wo?“. Diese Idee gehe uns alle an, der Ursprung der Überlegung gehe zurück auf den Platzbedarf bzw. Flächenverbrauch der Menschen auf der Erde.

¹²⁰ Dies steht in Einklang mit der Schilderung ANDELFINGERS zum gegenseitigen Ernstnehmen der Beteiligten (siehe Abschnitt 3.2.3), indem Lernende auch als Experten angesehen werden, ihre Vorstellungen und auch von ihnen noch nicht absehbare Normen angemessen berücksichtigt werden (vgl. etwa das Beispiel zur Bruchrechnung im genannten Abschnitt).

Ausgangspunkt beim dialogischen Lernen ist also, dass sich die Person zunächst auf den Stoff einlassen muss. Dabei dürfen in diesem ersten Schritt der „authentischen Begegnung“ (Gallin & Ruf 2005a, S. 24) keine fachbezogenen Erwartungen an die Lernenden gestellt werden; vielmehr gehe es darum, Assoziationen frei äußern zu dürfen und sich die eigene Position zum Stoff klar zu machen (vgl. ebd.).

Maßgebend ist jetzt nicht, was in der *regulären* Welt des Faches gilt, sondern das, was sich in der *singulären* Welt des Lernenden ereignet. Nicht die Kunst des Erklärens, sondern die Kunst des Zuhörens. Es gilt, den Lernenden bei seiner ersten Begegnung mit einem Gegenstand aus der regulären Welt zu unterstützen. Sein Ich muss irgendwo Fuß fassen und von hier aus den Kontakt aufnehmen können. Ob dieser singuläre Standort nahe bei der Sache ist oder noch weit von ihr entfernt, ist im Moment nicht wichtig; entscheidend ist, dass der Stoff überhaupt zu einem Gegenüber wird, mit dem man reden kann.

(Gallin & Ruf 2005a, S. 24; Hervorhebung im Original)

Im Zentrum der „authentischen Begegnung“ (ebd.) steht also das Ziel der Hingabe und Hinwendung zum Stoff. Bei der „singulären Standortbestimmung“ (Gallin & Ruf 2005a, S. 27) spielen auch Verunsicherungen und Erschrecken vor dem Stoff eine Rolle, nicht die Sache, sondern insbesondere die Person stehe im Zentrum (vgl. ebd., S. 27/30) – sie wird mit ihren Ängsten also ernstgenommen: „Er [der Lernende, K.W.] hat seine Aufgabe in dieser Phase des Lernens erfüllt, wenn er anderen verständlich machen kann, wie er die Begegnung mit dem neuen Sachverhalt erlebt und was sich in seinem Inneren alles abgespielt hat“ (Gallin & Ruf 2005a, S. 30). Es gehe also um das Erzählen über die eigene Beziehung zur Sache, über Gefühle, Gedanken, die einem durch den Kopf gehen, abseits der fachlichen Durchdringung des Stoffs – und das schließe *alle* Lernenden ein (vgl. ebd.).

Beim Prozess des Verstehens, aufbauend auf der hier geschilderten Haltung, spielen sowohl individuelle als auch gemeinschaftliche Aktivitäten eine Rolle:

Wichtig ist aber nicht nur das Gespräch mit dem Stoff, wichtig ist auch das Gespräch mit anderen Menschen, die in einer Beziehung zu diesem Stoff stehen. Selber mit dem Stoff reden und seine Erlebnisse mit andern austauschen, das sind die beiden Quellen des Verstehens. In der persönlichen Auseinandersetzung mit dem Stoff erfährt man die eigenen Möglichkeiten und Grenzen, im erzählenden Austausch mit andern gestaltet man seine Erkenntnisse und erweitert divergierend seinen Horizont.

(Gallin & Ruf 2005a, S. 25).

Schriftlichkeit spiele in allen Phasen, auch bei der singulären Standortbestimmung und beim divergierenden Austausch zwischen den Lernpartnern, wegen Konzentration und Verbindlichkeit eine große Rolle. Zum Festhalten diene das Reisetagebuch (vgl. Gallin & Ruf 2005a, S. 33 f.). Nach einer Vertiefung durch selbstbestimmt-forschende, also vorwiegend individuelle Aktivitäten könne der

anschließende schriftliche Austausch mit anderen über die eigenen Lernwege dazu führen, dass man sich zurücknehme, seine Aktivitäten und Standpunkte reflektiere und rückschauend ordne, erkläre oder integriere, singuläre und reguläre Normen vergleiche, um dann zu einer weiteren Vertiefung und Beschäftigung mit dem Stoff zu gelangen, in der sich die singuläre der regulären Norm immer ein Stück weiter nähert (vgl. ebd., S. 15). In Aushandlungen zwischen den Polen *Ich* und *Du* während des Forschungs- bzw. Entdeckungsprozesses, des Verstehens also in singulärer Sprechweise, könne ein gemeinsames, ausgehandeltes *Wir*, das Verständene, in regulärer Sprache, entwickelt werden (vgl. ebd., S. 25 f.).¹²¹

Als eine Art dieses schriftlichen Austauschs unter den Lernenden schlagen GALLIN und RUF (2005a, S. 39 ff.) den „Sesseltanz“ vor. Hierbei legen die Schüler nach ihrer ersten Schreibphase ein leeres Blatt neben ihren Entwurf, auf welchem die Mitschüler, die die Plätze in der Klasse nun nach Belieben wechseln können, ihre Rückmeldungen notieren. Als Ich-Botschaften formuliert wirken die Rückmeldungen weniger abschließend, mehr persönlich gefärbt und dadurch produktiver. Die Beschäftigung mit den Produkten und Argumentationen der Mitschüler stoße die Reflexion über die eigenen Ideen und die eigene Auseinandersetzung mit dem Thema an – ist also Teil von Verinnerlichung und Besinnung (vgl. Schupp 2004, S. 9; siehe dazu auch Abschnitt 4.4.2). Ungleichheiten werden im gesamten Unterrichtskonzept nicht als störend aufgefasst, sondern ihr konstruktives Potential gesehen, indem sie nämlich auffordern, die eigene Position zu überdenken (vgl. Gallin & Ruf 2005a, S. 14).

¹²¹ Das Konzept des dialogischen Lernens von GALLIN und RUF wird häufig als „Ich-Du-Wir“-Prinzip rezipiert (vgl. z. B. Laura Korten 2016; Nowińska et al. 2019; Sturm 2013). Das *Wir* stellt genuin die ausgehandelte (mathematische) Norm zwischen dem *Ich* und dem *Du* dar, also das Ergebnis des sozialen Aushandlungsprozesses, von zunächst singulären, subjektiven hin zu intersubjektiven und danach auch regulären Sichtweisen (siehe oben). Elementar reduziert findet sich diese Idee des dialogischen Lernens in folgenden drei Aspekten wieder (vgl. Gallin & Ruf 2005a, S. 208):

1. Ich mache das so!
2. Wie machst du es?
3. Das machen wir ab.

Das *Wir* ist also im eigentlichen, ursprünglichen Sinn nicht zwingend mit einem gemeinsamen Diskurs von Ideen innerhalb der gesamten Lerngruppe – z. B. im Anschluss an die Diskussion mit einem Lernpartner – gleichzusetzen. Eine Suche in den „Beiträgen zum Mathematikunterricht“ der letzten 10 Jahre offenbart allerdings beide Sichtweisen – die originäre sowie die naiv-verkürzte. So verwenden einige Arbeiten die naive Sichtweise des *Wir*, wenn sie von einer Art Plenums-Phase, -Diskussion oder gar Präsentation sprechen (vgl. z. B. Korten 2016; Irmin Mentz 2012 – hier fehlt darüber hinaus z. B. die Kernidee als Ausgangspunkt allen dialogischen Lernens; Nowińska et al. 2019; Waasmaier 2013; Thorsten Weber et al. 2020). Auffällig ist ebenso, dass sich Rezeptionen von GALLIN und RUF häufig lediglich bzw. schwerpunktmäßig auf das Anfertigen eines Reisetagebuches beziehen (vgl. z. B. Natascha Albersmann 2013; Judith Ames 2012; Kerstin Sitter 2013), wodurch die ursprüngliche Intention, die mit einer veränderten Unterrichtskultur einhergeht, auf eine Art methodisches Element verkürzt wird. Andere Arbeiten greifen in ihren Untersuchungen die auch hier vertretene, ursprüngliche Auffassung des *Wir* auf, wobei im Abgleich und Dialog ein *Wir* vereinbart wird, bevor es zur weiteren Vertiefung kommt (vgl. z. B. Bärbel Barzel et al. 2012; Katharina Skutella & Brigitte Lutz-Westphal 2018).

Mit Blick auf den eingangs erläuterten Begriffsinhalt von Diskursivität finden sich alle vier Aspekte von Diskursivität im dialogischen Lernen wieder. Die zunächst stattfindende individuelle Auseinandersetzung und deren Festhalten im Reisetagebuch fordert singulär fortschreitende Argumentationen zur Klärung eines Sachverhaltes, das Bewusstmachen des eigenen Erkenntnisprozesses (1&2). Die im Anschluss hieran einsetzende Phase des gegenseitigen schriftlichen Austauschs und Rückmeldens fordert auf, sich in fremde Gedanken und Argumentationen hineinzuversetzen, diese zu bewerten usw. (1&3). Ziel dieses, wenn auch schriftlichen Austauschs, ist es, Rückmeldungen zu geben, Argumente auf deren Geltung zu prüfen und mit den eigenen zu vergleichen. Die Rückmeldungen können Anlass sein, die eigene Argumentation in einer erneuten Ich-Phase fortzuführen und zu verstärken oder zu überarbeiten (2), um schlussendlich ein *Wir* auszuloten, eine gemeinsame, intersubjektiv gültige Sichtweise zu erarbeiten (3).¹²² Nicht zuletzt spiegelt das dialogische Lernen auch den Aspekt von Diskursivität auf der Beziehungs- und Haltungsebene wider (4). Da sich insbesondere die Lernenden untereinander Rückmeldung geben, spielen Gegenseitigkeit und Wertschätzung eine bedeutende Rolle: Die Schüler sind gleichwertige Lernpartner, offen für die Auseinandersetzung mit den Bearbeitungen der Anderen. Da Rückmeldungen Grundlage für die Weiterarbeit sind, tragen sie dazu bei, die anderen anzuerkennen und deren Urteil wertzuschätzen und sie somit ernst zu nehmen.

Das dialogische Lernen, in dem sich wie dargelegt zahlreiche Aspekte von Diskursivität wiederfinden, stellt daneben ein konkretes Beispiel für die Ermöglichung von Selbstorganisation im Mathematikunterricht dar, welches ohne radikale Veränderungen schon im Kleinen, unter den aktuell vorherrschenden schulischen Rahmenbedingungen, gelingen kann – und knüpft daher auch an ANDELFINGERS Forderung zur Kulturfigur Mathe an (siehe Unterkapitel 3.3).

4.2.2 Die Dimension *nützlich*

Auch das Erleben des nützlichen Charakters von Mathe kann Mittler sein, um die Bereitschaft zu ihrer Verwendung morgen zu entwickeln. Doch was bedeutet es,

¹²² In diesem Prozess des Verständigens liegt die Kritik HEYMANNs, der eine mögliche Vernachlässigung kommunikativer Aspekte innerhalb der Lerngruppe durch die Betonung der schriftlichen Darlegungen in der Ich-Phase bemängelt (vgl. Heymann 1996, S. 271). Dies kann teilweise nachvollzogen werden: Zwar erlaubt auch die schriftliche Rückmeldung an verschiedene Lernpartner einen Austausch und ein Ausloten von Argumenten, allerdings weniger gemeinsam innerhalb einer größeren Lerngruppe, als stets in der Kommunikation zwischen zwei Partnern. Darüber hinaus kann die hier vorgestellte Methode des Sesseltanzes inklusive der Schriftlichkeit der Rückmeldungen dazu führen, dass ein wahres Hin- und Her des Austauschs immer wieder unterbrochen wird. So fällt auch das Ausloten durch kumulierende und ggf. im Diskurs neu aufkommende und ihn fortschreitend konstituierende Argumente schwer. Laut PLATON hat gerade die Schriftform beim Dialog diesen Nachteil, dass die Suche nach der Wahrheit bzw. Richtigkeit einer Aussage auf ein Hin- und Her von Frage und Antwort nicht verzichten könne (vgl. Precht & Burkard 2008, S. 112). So entsteht kaum ein „Wechselspiel von Frage, Antwort und Widerlegung“ (Brockhaus 2004, S. 72).

dass die Schüler die Beschäftigung mit Mathe als nützlich erleben? „Es gibt *indes* noch einen Nutzen der Wissenschaft im engeren Sinn, der aus ihrer Anwendbarkeit entsteht [Hervorhebung K. W.]“, so DAHRENDORF (2001, S. 11) im Anschluss an seine Erläuterung zur Nützlichkeit des Unterhaltsamen (siehe Abschnitt 4.2.3). Wenngleich er am Beispiel der Stammzellenforschung die so verstandene Nützlichkeit der öffentlichen Wissenschaft im engeren Sinn ihrer Anwendbarkeit erläutert, wird dennoch deutlich, dass sich für ihn der Aspekt des Nützlichen eben nicht nur auf solche Anwendungen auf (genauer: *Verwendungen für* – vgl. Fußnote 98) die Wirklichkeit bezieht, sondern auch im weiteren Sinn verstanden werden kann, etwa auch für Weiterentwicklung der Wissenschaft selbst.

Eine Literaturschau zu Nützlichkeitsaspekten von Mathe legt gleichermaßen eine grobe Unterteilung der Diskussion in zwei Gruppen nahe: Es finden sich Autoren, die ein engeres, und jene, die ein weiteres Begriffsverständnis von Nützlichkeit gebrauchen. Zum einen kann sich Nützlichkeit rein auf die Anwendbarkeit (genauer: *Verwendbarkeit*, vgl. Fußnote 98) von Mathe(matik) auf Außermathematisches beziehen (i. e. S.), zum anderen umfasst der Begriffsinhalt von Nützlichkeit daneben auch innerfachliche Nützlichkeitsaspekte (i. w. S.).

Nützlichkeit im Achtsamen Unterricht schließt sich dem erweiterten Begriffsverständnis an, wie es auch bei FISCHER und MALLE (1985) zu finden ist. Es soll allgemein bedeuten, auch **Sinnfragen** zum Gegenstand von Mathematikunterricht zu machen, sowohl in Bezug auf inner- als auch auf außermathematische Aspekte.

FISCHER und MALLE (1985, S. 9 ff.) stellen ins Zentrum ihrer Auffassung von Mathematikdidaktik das Verhältnis Mensch–Mathematik¹²³: „Wir sind der Auffassung, daß neben dem Wissen auch das Verhältnis Lernender–Wissen Thema des Unterrichts sein sollte, insbesondere der Prozeß der Aneignung des Wissens“ (Fischer & Malle 1985, S. 8). Diese „Frage nach dem Verhältnis Mensch–Gegenstand“ sei „die Frage nach dem Sinn des Gegenstandes“ (ebd., S. 9). Und Sinnfragen würden im Unterricht zu selten thematisiert, u. a. aufgrund des vorherrschenden Bildes vieler Mathematiklehrer von der Richtigkeit und daher auch Wichtigkeit von Mathe(matik) (vgl. Fischer & Malle 1985, S. 11).

Die Suche nach Antworten auf die Sinnfrage könne insbesondere durch vier Ansätze verfolgt werden: durch innermathematische Analysen, durch Herausarbeitung von Anwendungsmöglichkeiten, durch Betrachtung von geschichtlichen Entwicklungen und durch wissenschaftstheoretische Überlegungen zu allgemeinen Vorgehensweisen und Zielen von Mathe(matik) (vgl. Fischer & Malle 1985, S. 12). Allerdings betonen sie, dass Sinnfragen nie global oder absolut zu beantworten seien, sondern die Beantwortung abhängig vom Subjekt sei – „für wen die Sache einen Sinn haben soll“ (ebd., S. 12; Hervorhebung im Original) – und damit auch

¹²³ genauer: Mensch–Mathe(matik)

von der konkreten unterrichtlichen Situation: „Bedingt‘ bzw. ‚lokal‘ sind solche Sinnargumentationen vor allem dadurch, daß verschiedene Randbedingungen wie jeweiliger stofflicher Aufbau, Lehrplan, Vorwissen der Schüler, soziale Situation des Unterrichts, Interessen der Schüler etc. als Variable mit einbezogen werden“ (ebd., S. 13). Sie fordern daher mehr Diskussionen zur Sinnfrage im Unterricht und eine erhöhte Sensibilität hierfür: „*Die Frage des Bildungssinnes eines Gegenstandes muß selbst Gegenstand des Bildungsprozesses sein*“ (Fischer & Malle 1985, S. 26; Hervorhebung im Original). Der Lehrer sei dabei Vermittler zwischen offiziellen Sinngebungen, die beispielsweise durch Lehrbücher gegeben sind, subjektiven Sichtweisen der Lernenden zum Sinn des Gegenstandes und schlussendlich auch seinem eigenen Verhältnis zum Fach und dem Gegenstand (vgl. ebd., S. 26). „Ich glaube, daß ein Ansatzpunkt – wenn nicht sogar eine Voraussetzung – für Sinnfindung im Unterricht darin besteht, daß der *Lehrer seine Auseinandersetzung mit der Mathematik und damit sein Verhältnis zum Fach den Schülern zugänglich macht*“ (Fischer 1984, S. 69; Hervorhebung im Original).

Diese geforderte Berücksichtigung von Fragen zur Sinnbestimmung im Mathematikunterricht kann als Teil des Ernstnehmens der Person des Schülers (siehe Abschnitt 4.3.1) betrachtet werden. Nach FISCHER und MALLE (1985) können fruchtbare Diskussionen aufkeimen und der Lehrer kann auch etwas vom Schüler lernen:

Wir haben etwas über diese Schüler, über Mathematik und vor allem über das Verhältnis Mensch-Mathematik gelernt. Und zwar dadurch, daß wir Menschen, die mit Mathematik vorher noch relativ wenig zu tun haben, bei ihrer Konfrontation mit Mathematik beobachtet haben. Was wir bei den Interviews gelernt haben? Z. B. einiges über die Eigentümlichkeit algebraischer Notation; einiges, das uns manchmal schon so selbstverständlich vorkommt, daß wir es gar nicht mehr bemerken. Oder etwas über die Willkürlichkeit der Trennung zwischen inhaltlicher Bedeutung und Formalismus. [...] Der wesentliche Lerngewinn bei der Arbeit mit Lernenden ergibt sich in Bezug auf die *Sinnfrage*. Nimmt man diesbezügliche Einstellungen und Äußerungen der Lernenden wahr und ernst, so können fundamentale und fruchtbare Diskussionen entstehen.

(Fischer & Malle 1985, S. 5 f.; Hervorhebung im Original)

Diesem Verständnis folgend müssen Fragen nach der Nützlichkeit eines Lerngegenstandes auch in innermathematischen Kontexten im Mathematikunterricht Beachtung finden. So ist etwa beim Beweisen die Thematisierung solcher Sinnfragen zu berücksichtigen, um den Schülern „lokales Ordnen“ zu ermöglichen: „Das Feld wird auf kleine oder größere Strecken, aber nicht als Ganzes geordnet“ (Freudenthal 1973, S. 142). FISCHER und MALLE (1985, S. 188 f.) unterscheiden hierzu zwei zentrale Funktionen des Beweisens:

- a) *Demonstrative Funktion von Beweisen*: In dieser Funktion sind Beweise Mittel zur Darstellung, Ordnung und Sicherung mathematischen Wissens. Kraft dieser Funktion können Beweise Mittel des rationalen Argumentierens und Überzeugens sein.
- b) *Explorative Funktion von Beweisen*: In dieser Funktion sind Beweise Mittel zum Erkennen und Erforschen von Zusammenhängen. Damit sind Beweise insbesondere Mittel zur Entwicklung von Begriffen.

(Fischer & Malle 1985, S. 189; Hervorhebung im Original)

Den Lernenden solle im jeweiligen Kontext die mit dem Beweis angestrebte Funktion bewusst gemacht werden, damit sich ihnen auch erschließen könne, welche Funktion der Beweis eines für sie *offensichtlich wahren* Sachverhaltes erfülle: „Um das Überzeugen oder Absichern geht es dabei meist nicht, wohl aber kann es um das Ordnen, etwa die Einordnung des Sachverhaltes in einen größeren Wissenskomplex gehen“ (ebd.).

Jenes umfassendere Begriffsverständnis von Nützlichkeit, welches auch FISCHER und MALLE anstreben, findet sich auch bei TIMO LEUDERS et al. (2011), die verschiedene Konzepte zur Sinnfrage unterrichtlichen mathematischen Tuns bündeln: Neben der Anwendungsorientierung könne Sinnstiftung im Mathematikunterricht stattfinden durch die Berücksichtigung genetischen Lernens, fundamentaler Ideen sowie Kernideen aus der Vorschauerspektive (vgl. Leuders et al. 2011, S. 3). Auch bei den von ihnen formulierten Anforderungen an „sinnstiftende Kontexte“ – Lebensweltbezug, Kontextauthentizität, Reichhaltigkeit – wird betont, dass ein Kontext sowohl inner- als auch außermathematischer Natur sein kann, er müsse das Fragen-Stellen ermöglichen und so den Nutzen der mathematischen Beschreibung – in der Welt der Mathe(matik) oder im „Rest der Welt“ (nach Pollak 1979) – zugänglich machen (vgl. Leuders et al. 2011, S. 4).

Die Dimension der Nützlichkeit im Achtsamen Unterricht macht sich das erweiterte Begriffsverständnis zu eigen, welches die Betrachtungen von FISCHER und MALLE nahelegen: Nützlichkeit wird nicht nur auf die direkte Verwendbarkeit von Mathe(matik) in der Welt beschränkt, sondern umfasst auch innerfachliche Sinnfragen. Hierdurch wird in besonderem Maße dem Ernstnehmen der Person des Schülers Rechnung getragen, wie auch FISCHER und MALLE weiter oben festgehalten haben. Nicht jeder Inhalt kann einen außermathematischen Nutzen haben, dies sollte den Lernenden auch transparent gemacht werden – hierzu trägt die stete Thematisierung von Sinnfragen bei: „Lieber eine hübsche Denksport-, eine interessante historische, eine offensichtlich eingekleidete Aufgabe als eine ernst gemeinte Scheinanwendung“ (Schupp 1988, S. 14). So kann der Schüler dabei unterstützt werden, durch das Explizieren von Sinnaspekten die Sache wertzuschätzen. Kontexte, in denen sich Mathe für den „Rest der Welt“ (nach Pollak 1979) als

wirklich nützlich erweist, sollten natürlich auch als solche erfahrbar gemacht werden, um auch die Sache ernst zu nehmen – und nicht zuletzt, um zu einem angemessenen Bild von Mathe(matik) beizutragen:

Ohne die Berücksichtigung außermathematischer Anwendungen würde den Schülern ein falsches Bild der Mathematik vermittelt, sowohl der derzeitigen Wissenschaft Mathematik, der Rolle, die diese Wissenschaft in der heutigen Welt spielt, als auch der Mathematik in ihrer geschichtlichen Entwicklung; Anwendungsorientierung führt also zu einem *ausgewogeneren Bild* der Mathematik als Gesamtphänomen.

(Werner Blum 1978, S. 647; Hervorhebung im Original)

Als Teil des erweiterten Begriffsverständnisses von Nützlichkeit wird auf den **Anwendungs-** respektive **Verwendungsaspekt** von Mathe auf bzw. für den „Rest der Welt“ (nach Pollak 1979) nun detaillierter eingegangen, insbesondere vor dem Hintergrund der Bedeutung von BNE als Lerninhalt für die vorliegende Arbeit, also dem Nachhaltigkeitskontext als mögliches Betätigungsfeld für Mathe. Dieser Prozess des Verwendens von Mathe im Kontext der Nachhaltigkeitsthematik wird sodann in Kapitel 5 in Verbindung mit dem Umgang mit Ungenauigkeiten beim Modellieren erneut aufgegriffen.

FREUDENTHAL misst in dem 1968 gehaltenen Symposium *Why to teach mathematics so as to be useful* dem Anwenden von Mathematik auf die Realität besondere Bedeutung für den Mathematikunterricht bei, denn dieser Aspekt sei für die meisten ihrer Benutzer der relevante, etwa zum Verstehen der sozialen Wirklichkeit:

Since mathematics has proved indispensable for the understanding and the technological control not only of the physical world but also of the social structure, we can no longer keep silent about teaching mathematics so as to be useful. [...]

The problem is not what kind of mathematics, but how mathematics has to be taught, in its first principles mathematics means mathematizing reality, and for most of its users this is the final aspect of mathematics, too. For a few ones this activity extends to mathematizing mathematics itself. [...]

I am convinced that, if we do not succeed in teaching mathematics so as to be useful, users of mathematics will decide that mathematics is too important a teaching matter to be taught by the mathematics teacher. Of course this would be the end of all mathematical education.

(Freudenthal 1968, S. 4 f./7/8)

Auch BLUM, durch den der Ansatz der Anwendungsorientierung in der didaktischen Diskussion eine prominente Rolle erhielt, fokussiert die Nützlichkeit von Mathe(matik) für das Verstehen und die Bewältigung realer Situationen durch Anwenden des Gelernten:

Ein wichtiges allgemeines Ziel, welches der Mathematikunterricht verfolgen sollte und welches nur über Anwendungsbezüge erreicht werden kann, ist die *Vermittlung solcher mathematischen Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten, die zur Beschreibung, zum Verständnis und zur Bewältigung von relevanten außermathematischen Problemen beitragen* [siehe Blum 1976, S. 664]. Der Mathematikunterricht hat somit auch die Aufgabe einer *Hilfeleistung* für Anwendungsprobleme. ‚Relevant‘ heiÙe ein solches Problem dann, wenn es aus der derzeitigen oder absehbar zukünftigen beruflichen oder alltäglichen Umwelt des Schülers stammt und für ihn ‚herausfordernden‘ Charakter besitzt.

(Blum 1978, S. 646; Hervorhebung im Original)

Er greift damit eine deutlich engere Sichtweise von Nützlichkei auf als etwa FISCHER und MALLE. Der von BLUM geschilderte pragmatische Aspekt von Anwendungsbezügen (vgl. auch Blum 1996, S. 21) als Hilfe zum Verstehen der Welt ist für die Integration von Nachhaltigkeitsaspekten in den Mathematikunterricht von besonderer Bedeutung, indem die ausgewählten Aufgaben einen Beitrag zur Mündigkeit der Lernenden leisten können. Verstehen sei hierbei zum Bewältigen notwendig: „Einerseits gehört zur Bewältigung von Problemen ein Verstehen derselben; andererseits soll das Verstehen von Problemen eine Handlungskompetenz eröffnen, d. h. der Schüler soll befähigt werden, in derzeitigen oder zukünftigen realen Problemsituationen angemessen zu handeln“ (Blum 1976, S. 644).

Neben diesem pragmatischen Aspekt bieten Anwendungsbezüge Möglichkeiten zur Entwicklung allgemeiner Kompetenzen wie beispielsweise dem Problemlösen, Modellieren oder dem Kommunizieren und Diskutieren, sowie zum Entwickeln von Einstellungen und Haltungen, der „Bereitschaft, sich auf neuartige Situationen einzulassen“ (Blum 1996, S. 21). Dieses formale Argument BLUMs beinhaltet auch nicht-kognitive Aspekte von Mathematikunterricht, die Entwicklung einer zugewandten, offenen Haltung zu Mathe(matik), was auch für den Achtsamen Unterricht zentral ist.

Bezogen auf den Nachhaltigkeitskontext kann dies auch bedeuten, dass Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht ein Diskutieren von und Reflektieren über Einstellungen und Haltungen gegenüber zentralen globalen Problemen anregen können. So verweist auch BLUM auf schülerrelevante Aufgaben¹²⁴, die „das dringend benötigte Bewußsein für globale Probleme auf unserer Erde [...] schärfen“

¹²⁴ Als schülerrelevant bezeichnet BLUM *nicht* interessante oder für das alltagspraktische Handeln relevante Beispiele. Vielmehr zeige ein Beispiel Schülerrelevanz auf, wenn sich mit ihm ein bestimmter didaktischer Zweck im Sinne der genannten Ziele eines anwendungsorientierten Mathematikunterrichts gut verfolgen lasse. Eine besondere Rolle spiele damit die *intellektuelle Ehrlichkeit* bei der Thematisierung – die Beispiele dürfen also auch ab und an künstlich wirken, wenn dies den Lernenden offengelegt werde (vgl. Blum 1996, S. 25). Dieser letztgenannte Aspekt spiegelt THOMAS JAHNKES Authentiebegriff wider, der authentische Aufgaben „nicht an die Realität oder authentische Kontexte“ (T. Jahnke 2005, S. 12) bindet, sondern im übertragenen Sinne mit „echt‘, ‚glaubwürdig‘, ‚zuverlässig‘“ (ebd.) übersetzt. „Unter ‚echt‘ könnte man auch ‚in sich stimmig‘ verstehen, ob eine Aufgabe also nicht anderes will, als sie zugibt“ (T. Jahnke 2005, S. 12).

(Blum 1996, S. 25). Einen solchen Anwendungskontext beschreibt PASCAL SCHMIDT (2018, S. 44 f.) anhand einer Unterrichtsreihe zum Thema *Nachhaltiger Umgang mit Papier*. Anhand mehrerer Stationen (Herstellung von Papier, Hauptpapiersorten, Papierverbrauch, Papiermüll einsparen, Recycling) können die Schüler die erlernte Mathe hier als nützlich zum Verstehen der Umwelt erleben: „Neben der erwünschten Kompetenzerweiterung besteht in der unaufdringlichen Thematisierung der Auswirkungen menschlichen Handelns eine Lernchance über das Fach Mathematik hinaus“ (P. Schmidt 2018, S. 45).

POLLAK nimmt die Person des Schülers in besonderem Maße in den Blick, wenn er die unterrichtliche Nützlichkeit von Mathe(matik) für den „Rest der Welt“ (nach Pollak 1979) betont und begründet:

Mathematicians may often feel that it is the importance and the beauty of the subject that obviously justifies all this time – not all the students feel that way. There are going to be students – I think many of them – who are more interested in the usefulness of mathematics and being able to apply it to something that they are interested in – rather than becoming professional mathematicians.

(Pollak 2007, S. 110)

POLLAK (2007, S. 110) deutet dabei den Unterschied zwischen Mathe und Mathematik an (siehe Unterkapitel 3.1 sowie Abschnitt 4.1.6), da der Schüler eine andere Sichtweise auf und Interessenrichtung für Mathematik habe als der Mathematiker, welcher Mathematik betreibt. Anwendungen seien daher auch aus motivationaler Sicht für Schüler wichtig: „I don't think you can motivate very many students by the beauty of mathematics alone without seeing the usefulness“ (Pollak 2007, S. 112). Ohne Beachtung dieser nützlichen Seite von Mathe im Hinblick auf wirklichkeitsbezogene Anwendungen verliere man demnach viele Schüler auf dem Weg (vgl. ebd., S. 110). Modellieren könne also zu einer „unifying force“ (ebd., S. 119) werden:

[...] it can be something that if you spend time on it early and often, it helps to keep the kids together. And the longer you can keep them together the better it is for our society. We can't afford to be a place where you decide at the end of 4th grade what somebody's future is going to be. You want to provide experiences that everybody should have [...]

(Pollak 2007, S. 119)

POLLAK weist darüber hinaus darauf hin, dass die meisten Textaufgaben in Schulbüchern diesem Anspruch nicht gerecht werden: „They are simply using words from some other discipline in the hope that those will keep the students interested“ (Pollak 2007, S. 111). Das von POLLAK aufgeführte lernpsychologische

Argument wird von BLUM allerdings nicht als Grund zur Beschäftigung mit Anwendungsbeispielen gesehen, sondern als „Nebeneffekt“ der Beschäftigung mit diesen:

Es ist wohl klar geworden, daß Anwendungsprobleme nach unseren Intentionen nicht einfach nur dazu dienen sollen, die Mathematik zu motivieren, d. h. für den Schüler schmackhaft zu machen; diese motivierende Funktion geeigneter Anwendungsbeispiele ist jedoch ein positiv zu vermerkender Nebeneffekt.

(Blum 1976, S. 645)

Auch W. HERGET und J. MAASS (2016) fokussieren bei der Frage der Nützlichkeit von Mathe(matik) ihre Anwendbarkeit (genauer: *Verwendbarkeit*, vgl. Fußnote 98) im Leben außerhalb der Schule und schließen sich damit dem engeren Begriffsverständnis BLUMs an:

Mathematik ist nützlich, klar. – Wirklich? Wirklich immer? Was kann man getrost der Mathematik anvertrauen – und was eher nicht? Neben der Vermittlung inhaltlicher Konzepte und Verfahren soll die Mathematik auch als ein Schlüssel zum Verständnis relevanter Aspekte unserer Lebenswelt erfahren werden.

(W. Herget & J. Maaß 2016, S. 2)

Auf unterrichtspraktischer Ebene könne die Umsetzung dieses „Gesichts“ von Mathe(matik) unterschiedlichen Umfang haben, könne von kleineren Einheiten wie beispielsweise der Arbeit mit Zeitungsausschnitten zu größeren, projektähnlichen Modellierungsaktivitäten reichen (vgl. ebd.). Beim realitätsbezogenen **Modellieren** (siehe dazu auch Abschnitt 5.1.3) ergeben sich einige spezielle Herausforderungen für den Unterricht, beispielsweise eine (angemessene) Reduktion eines komplexen, mehrschichtigen Sachverhaltes, der Umgang mit fehlenden Informationen, die Reichweite der Schulmathematik, aber auch eine angemessene Berücksichtigung der Sache und weiterer, durch sie angesprochene, über die Mathe(matik) hinausgehende Aspekte (vgl. ebd.). Wichtig sei, dass die Schüler einen reflektierenden, verantwortungsvollen Blick beim mathematischen Modellieren einnehmen: „Dabei sollen die Schülerinnen und Schüler nicht nur erleben, wo und wie Mathematik genutzt wird und genutzt werden kann, sondern genauer hinschauen: *Wo und wie gehen dabei die subjektiven Sichtweisen und Ziele derjenigen ein, die die Mathematik nutzen?*“ (W. Herget & J. Maaß 2016, S. 2; Hervorhebung im Original). In dieser Hinsicht seien die beiden folgenden Prozesse beim Modellieren besonders bedeutsam (vgl. ebd., S. 2 ff.): Beim Beginn der Modellierung solle den getroffenen Entscheidungen über die zu erreichenden Ziele („Wer entscheidet darüber, was mit welcher Absicht modelliert wird?“) sowie der Frage nach den durch das Modell berücksichtigten Aspekten der Realität mehr Raum gegeben werden.

Aushandlungen gehören hier dazu, und Mathe(matik) könne dabei für die Lernenden aus ihrer absoluten, objektiven Seite heraustreten: „Mathematik erscheint für die meisten Menschen völlig objektiv – da ist es ausgesprochen ungewohnt, wenn jetzt beim Modellieren an der Schnittstelle zur Realität tatsächlich die Bedeutung von Interessen und Macht sichtbar wird“ (W. Herget & J. Maaß 2016, S. 3). Hierdurch werde auch dem unhinterfragten Hinnehmen von mathematisch berechneten Ergebnissen im späteren Leben entgegengewirkt (vgl. ebd., S. 5). Einen weiteren Schwerpunkt bilde die Rückinterpretation der erhaltenen Ergebnisse inklusive der darin enthaltenen ethischen Dimension: „Wer ist in welcher Weise wem gegenüber für Folgewirkungen verantwortlich?“ (W. Herget & J. Maaß 2016, S. 2). Hierbei werden zum einen die Ergebnisse mit den Zielen abgeglichen, etwa im Hinblick auf ihre Angemessenheit, Passung, Überzeugungskraft oder auch Genauigkeit bewertet – mehr als richtig oder falsch – und ggf. Schritte für eine erneute Modellierung beschlossen (vgl. W. Herget & J. Maaß 2016, S. 4). Zum anderen spiele auch die Thematisierung der Konsequenzen der Berechnungen für die Realität, sowohl auf individueller als auch auf gesamtgesellschaftlicher Ebene, eine wichtige Rolle. So kann das Modellieren emanzipatorische Absichten erfüllen: Gemäß W. HERGET und J. MAASS können auf Basis des Modellierens Meinungsbildung stattfinden, Argumentationen kritisch hinterfragt oder Entscheidungen getroffen werden – es werde also die Entwicklung zum mündigen Bürger unterstützt (vgl. ebd., S. 5 f.). Die in Kapitel 5 vorgestellten Aufgaben zeigen Beispiele solcher Modellierungskontexte zum Thema Nachhaltigkeit, in denen Mathematik helfen kann, einen Teil aus dem „Rest der Welt“ (nach Pollak 1979) besser zu verstehen.

Auch in den Kategorien von K. MAASS (2007), die die Nützlichkeit der Mathe(matik) zusammenfassend auf folgende vier Punkte bezieht, spiegelt sich das engere Begriffsverständnis von Nützlichkeit, also der Bezug der Mathematik zum „Rest der Welt“ (nach Pollak 1979) wider: Neben der unmittelbaren Alltagsrelevanz beschreibt sie den Nutzen der Mathe(matik) zum Kommunizieren, beispielsweise mittels Statistiken, den Nutzen der Mathematik zum kritischen Hinterfragen von Medienzahlen sowie ihren Nutzen in verschiedenen Lebens- und Berufsfeldern, etwa bei ökologischen, politischen oder medizinischen Überlegungen (vgl. K. Maaß 2007, S. 3 ff.). Bei den unmittelbaren Alltagsanwendungen gehe es dabei weniger um das Rechnen an sich, sondern vielmehr um ein Schätzen, Überschlagen und Arbeiten in der richtigen Größenordnung (vgl. ebd., S. 3). Die Kommunikation durch Mathe(matik) umfasse einerseits das Verstehen vorhandener mathematikhaltiger Medien und Botschaften, andererseits das eigenständige Nutzen als Kommunikationsmittel (vgl. ebd., S. 4). Das kritische Hinterfragen von Aussagen mittels Mathe(matik) leiste einen Beitrag zur Mündigkeit der Lernenden (vgl. ebd.). Bei der Beschäftigung mit dem Nutzen der Mathe(matik) in verschiedenen Lebens- und Berufsfeldern können die Lernenden nach K. MAASS das Sachgebiet besser verstehen, mathematische Modellbildung von der Metaebene betrachten und über die Verwendung von Mathe(matik) reflektieren (vgl. K. Maaß 2017, S. 7) – all

dies ist ein Beitrag zur Aufklärung. Um diese Nützlichkeitsaspekte im Unterricht wirksam werden zu lassen, müsse dem Sachkontext ein angemessener Stellenwert zukommen, die Thematisierung könne sich nicht nur rein auf die mathematischen Aspekte des Themas beschränken:

Im Vordergrund sollten das ‚realistische Problem‘ und das Interesse an einer sinnvollen Lösung des Problems stehen. [...] Im Unterricht ist es wichtig, dem Sachkontext den nötigen Stellenwert zu geben und ihn bei der Bearbeitung des Problems nicht aus den Augen zu verlieren.

(K. Maaß 2007, S. 8)

So solle sich der Lehrer auch im Mathematikunterricht etwa auch nicht scheuen, längere Texte einzusetzen, „denn realistische Probleme erfordern, dass man sich in den Sachkontext einarbeitet“, so K. MAASS (2007, S. 8) weiter. Dies harmoniert wiederum mit der herausgearbeiteten Eigenschaft, dass im Achtsamen Unterricht angelehnt an das gaitatische Paradigma die zeitweise Überwindung von Fachgrenzen als Teil des Aufklärens angestrebt wird. Dabei gehört laut K. MAASS ein Reflektieren über die Nützlichkeit von Mathe(matik) zwingend hinzu.

Dass im aktuellen Mathematikunterricht die Nützlichkeit von Mathe oft nicht richtig erlebt werde und eine zu starke Betonung der Anwendbarkeit von Mathe (-matik) auch Gefahren innehave, hierauf verweist etwa die 2022 erschienene empirische Untersuchung von ANNE GÜÇ und DAVID KOLLOSCH (2022, S. 243) zur **Identität** von Mathematiklernenden im schülerzentrierten Unterricht. Wie andere Studien bestätigt sie, dass sich die Lernenden bei Fragen zur persönlich empfundenen Relevanz des Mathematikunterrichts insbesondere auf die praktische Nützlichkeit von elementaren mathematischen Inhalten beziehen, allerdings wenig konkretisierende Beispiele nennen können. Dies verweise darauf, „dass die Befragten einen dominanten Diskurs reproduzierten, den sie dann aber kaum mit ihren konkreten Erfahrungen in Einklang bringen konnten“ (Güç & Kollosche 2022, S. 243). Eine zweite Frage in der Untersuchung, die explizit ein Nachdenken über die Relevanz von Mathematikunterricht über die Lerninhalte hinausgehend anregt, ergibt weiterführende Antworten wie beispielsweise Verweise auf selbstständiges, selbstorganisiertes Arbeiten, auf Selbstmotivation und Selbstbewusstsein, auf die Konzentrationsfähigkeit u.v.m. (vgl. Güç & Kollosche 2022, S. 244). Diese Aspekte beziehen sich auf fachübergreifende Merkmale, fachspezifische Aspekte wie etwa die Relevanz mathematischer Modellierungen oder andere oben genannte Aspekte werden nicht genannt. Allerdings zeigt die Studie, dass durch gezielte Thematisierung von Sinn- und Zweckaspekten im Unterricht auf einer Metaebene die Identitätsarbeit von Mathematiklernenden diesbezüglich unterstützt werden kann (vgl. Güç & Kollosche 2022, S. 250). Dies deckt sich sodann mit dem in der hiesigen Dimension adressierten Anliegen des Achtsamen Unterrichts,

Lerngelegenheiten zu schaffen, damit die Schüler Mathe als nützlich erleben, indem explizit auch Sinnfragen zum Unterrichtsgegenstand gemacht werden. Vorsicht geboten sei bei einer (zu) starken Betonung von Nützlichkeitsaspekten, „übertriebene[n] Erwartungen an das im späteren Leben benötigte mathematische Wissen und Können“ (Güç & Kollosche 2022, S. 249), da dies Druck beim Lernen erzeugen und so negative Auswirkungen auf die Entwicklung einer lernförderlichen Identität haben könne.

Abschließend soll mit der übergeordneten Zielrichtung des Achtsamen Unterrichts – dem Zuwenden der Lernenden zur Mathe(matik) – ein Blick auf die Überlegungen FREUDENTHALS (1984) zur Wichtigkeit und dem Potential anwendungsbezogener Beispiele im Mathematikunterricht geworfen werden. FREUDENTHAL (1984, S. 3) schreibt hierzu: „[...] und wer die Schüler nicht auch das Anwenden lehrt, hat sie nicht genug gelehrt“. Die Lehrperson ernstnehmend, weist er auf die Schwierigkeit für den Mathematiklehrer hin, da Anwendungen eine sehr große Fülle aufweisen und der Lehrer dabei aus dem ihm bekannten Gebiet der Mathe(matik) heraustreten müsse – vergleichbar mit der Angst vieler Schüler, in die Mathematik hineinzutreten: „Es gibt eine Mathematikangst, die Angst beim Schüler, in die Mathematik einzutreten. Gibt es obendrein eine Angst vor Nicht-Mathematik, die des Mathematikers, aus der Mathematik herauszutreten, aus der Mathematik, die ihm Sicherheit verbürgt, ins Ungewisse, Unsichere?“ (Freudenthal 1984, S. 3). Seiner Reflexion dieser Parallelität folgend kann dieser Schritt des Lehrers womöglich als Mittler für eine Bereitschaft der Schüler gesehen werden, in die Mathe(-matik) – ein für Sie mit vergleichbaren Unsicherheiten behaftetes Gebiet – hineinzutreten: „Es gehört Mut dazu, aber vielleicht hilft der Mut des Mathematiklehrers, der aus der Mathematik hinaustritt, dem Schüler, die Angst zu überwinden, in sie einzutreten“ (ebd.). Das *gegenseitig Ernstnehmen* der Beteiligten im Achtsamen Unterricht unterstützt diese Potentialentfaltung.

Für den Unterricht müsse man sich bewusst sein, dass wir immer nur „einen Zipfel“ lehren können: „Es kommt letzten Endes nicht darauf an, daß dieses oben jenes hier oben da angewandt wird, sondern daß dem Schüler die Mathematik aus ihrer Isolation tritt, daß er sie als zweckmäßig, als anwendbar erfährt“ (Freudenthal 1984, S. 3). Neben dem Nützlichkeitsaspekt der Mathe(matik) denkt FREUDENTHAL hier also auch das Ernstnehmen der Lehrperson mit, in dem er die Machbarkeit im Unterrichtsalltag und eine Bescheidenheit der Zielvorstellungen bezüglich anwendungsorientierter Mathematik anspricht.

4.2.3 Die Dimension *unterhaltsam*

Nicht zuletzt kann auch die unterhaltsame Seite von Mathe(matik) ihren Nutzen haben: „Gewiß, das Unterhaltsame ist zumindest insofern nützlich, als es gute Stimmung verbreitet“ (Dahrendorf 2001, S. 11). Und dieser Nutzen sei nicht zu unterschätzen (vgl. ebd.). Die Sicht DAHRENDORFS zur öffentlichen Wissenschaft

auf den Achtsamen Unterricht übertragen bedeutet, den Schülern zu ermöglichen, die Beschäftigung mit Mathe(matik) als unterhaltsam zu erleben. Schon vor einem Jahrhundert verweist bereits LIETZMANN darauf, dass dies wichtiger Bestandteil von Mathematikunterricht sei und dazu beitrage, die Aufmerksamkeit und das Interesse der Lernenden am Fach aufrechtzuerhalten:

Mir will es als ein besseres Mittel erscheinen, die Aufmerksamkeit und das Interesse rege zu halten, wenn man dem Geist weniger anstrengende, mehr unterhaltende Einschübe macht. [...] Scherzdefinitionen [...], Scherzaufgaben, Trugschlüsse, mathematische Spiele und Rätsel, die ein frohes Lachen auslösen, haben oft auch einen ernsthaften Kern. [...] Manchmal wirkt auch eine scherzhafte Redewendung erleichternd. Es wäre schlimm, wenn wir das Lachen aus der Mathematikstunde bannen wollten.

(Lietzmann 1919, S. 164 f.)

Das Buch „Lustiges und Merkwürdiges von Zahlen und Formen“ (Lietzmann 1922), welches LIETZMANN dem Aspekt der Unterhaltsamkeit von Mathe widmet, soll anregen, „die für den Unterricht brauchbaren Gebiete der Unterhaltungsmathematik zusammenzustellen und überhaupt zu stärkerer Berücksichtigung solcher Probleme in der Schule“ (Lietzmann 1922, S. 3). Es liefert daher „gebrauchsfertige Beispiele“ (Lietzmann 1922, S. 12). Dabei habe die Unterhaltungsmathematik keinen Selbstzweck zu beanspruchen: „Es ist nicht nur ein kurzes Vergnügen, das wir schaffen wollen [...] – hinter dem Scherz steht der Ernst“ (Lietzmann 1922, S. 12). Sie habe stattdessen ihren besonderen Wert für die längerfristige Entwicklung des Schülers, ohne sie gehe „das Schönste und Wirksamste verloren“ (Lietzmann 1922, S. 7). So denkt LIETZMANN auch ihre Bedeutung für das Verhältnis von Lernendem und Mathe(matik) mit, indem sie Mittler für eine positivere Einstellung zum Fach sein kann:

Man wird im Rechenunterricht nicht ausschließlich amüsante Dinge treiben wollen. Andererseits wird aber jeder Unterricht bestrebt sein, das ‚Interesse‘ des Schülers zu erregen – gerade hier liegt das Geheimnis manchen Erfolgs verborgen. [...] Gerade wenn die Beispiele einer unterhaltsamen Mathematik gelegentlich in den Unterricht eingestreut werden, wenn sie in der Stunde einen Höhepunkt, manchmal auch eine Entspannung bedeuten, wenn gelegentlich Zwischen- oder Vertretungsstunden Anlaß zur Behandlung eines umfangreicheren Kapitels der Unterhaltungsmathematik geben, dann haben sie ihre besondere Bedeutung.

(Lietzmann 1922, S. 7 f.)

Allerdings warnt er davor, dass sich diese Bedeutung nur bei dosiertem Einsatz entfalten könne: „Ein Kuchen aus lauter Rosinen taugt dem Magen nicht, und man wird ihn bald leid“ (Lietzmann 1922, S. 8). Neben der hier angesprochenen emotionalen Konnotation von Mathe im Rahmen der Unterhaltungsmathematik nimmt

LIETZMANN in der sechsten überarbeiteten Auflage seines Buches ihre Wirkung auch über den Mathematikunterricht hinaus in den Blick:

Es [das Buch, K. W.] will den Lehrer, gleich welcher Schulgattung, anregen, mit gelegentlichen Scherzen, hinter denen doch oft ein ernstes Gesicht steht, seinen mathematischen Unterricht zu beleben, es will ihm selbst und seinen Schülern Freude machen, es hofft auch den Eltern ein Lächeln anzugeben, wenn der Bub oder das Mädchel zu Hause davon erzählen.

(Lietzmann 1951, Einband)

Am Beispiel von Phantasieanwendungen schildern LIETZMANN et al. deren Unterhaltsamkeit, sie können „Spannung, Überraschung oder Vergnügen“ (Lietzmann et al. 1968, S. 24) hervorrufen – und gerade diese unterhaltsame Seite von Mathematikunterricht habe das Potential, auch noch lange Zeit über ihn hinausgetragen zu werden:

Man hört heute überall, daß es sich um wirkliche Anwendungen handeln soll, nicht um Phantasiegebilde. Auch Phantasieaufgaben sollte man nicht ganz aus dem Unterricht verbannen, sie vielmehr ab und zu, freilich nicht zu oft, einstreuen, dann nämlich, wenn sie Spannung, Überraschung oder Vergnügen bereiten und also Gefühle auslösen (die nicht zu unterschätzen sind!). Man hört oft, daß dies gerade die bleibenden Erinnerungen an den Mathematikunterricht waren, die noch im Alter freudig weitergegeben wurden.

(Lietzmann et al. 1968, S. 24)

Nicht zuletzt verweise die Entwicklung der Mathematik selbst auf die Bedeutung der Unterhaltungsmathematik, so LIETZMANN weiter:

Die Quellen der Gleichungslehre, der Wahrscheinlichkeitslehre, der modernen Infinitesimalrechnung und der Mengenlehre liegen im Reiche der Unterhaltungsmathematik. Das ist Beweis genug, daß es sich hier nicht um Füllsel für tote Stunden handelt, sondern um kostbares Gut wissenschaftlicher Gedankenarbeit.

(Lietzmann 1922, S. 12)

Für die Schule scheine gerade im Bereich der Unterhaltsamkeit des Unterrichts neben dem *Was* – hierzu liefert das genannte Buch viele Beispiele – vor allem auch das *Wie* und damit das Ernstnehmen der eigenen Rolle der Lehrperson als Gestalter für das „Atmosphärische“ (von der Bank 2021, S. 9) bedeutsam:

Das Wichtigste bei alledem ist aber schließlich doch der Lehrer und der Erzähler. Wie er den Scherz, das Gedicht vorträgt, das Bildchen wirken läßt, darauf kommt alles an. [...] Eine Spannung erzeugen und sie zur Entladung zu bringen in unvorhergesehener Richtung, darauf kommt es ja wohl meist hinaus.

(Lietzmann 1922, S. 67)

Resümierend findet in der Dimension des Unterhaltsamen im Achtsamen Unterricht besonders die emotionale Konnotation von Mathematikunterricht ihren Ausdruck: Die Beschäftigung mit Mathe kann Freude bereiten und unterhaltsam sein, etwa durch spannende Probleme, knifflige Lösungen oder überraschende Ergebnisse (vgl. Roland Sprague 1965, Vorwort) und damit zur Bereitschaft des Verwendens von Mathe(matik) – auch über die Schule hinaus – beitragen. Die Dimension fordert dazu auf, diesen nicht-kognitiven Aspekt von Mathematikunterricht bei der Unterrichtsplanung und -gestaltung explizit mitzudenken. Das Wecken positiver, lernförderlicher Emotionen zum Fach durch Erleben von Freude, durch Faszination, Spannung, Verwunderung oder Staunen trägt dazu bei, die Person des Lernenden ernst zu nehmen.¹²⁵

Neben den weiter oben genannten Phantasieaufgaben ist eine weitere Möglichkeit zur Betonung unterhaltsamer Aspekte von Mathe etwa die Integration von Spielen, SCHUPP spricht dabei von einer motivierenden Funktion von Spielen für den Unterricht (Schupp 1978, S. 107). Aber auch klassische Themen können mit Fokus auf ihren unterhaltsamen Aspekt betrachtet werden. So beschreibt VON DER BANK (2021) einen konkreten, praxisbezogenen Unterrichtsgang zur Einführung von Variablen mittels Zahlenrätseln, indem die Lernenden Rätsel entlarven und selbst kreieren. Der Fokus ihrer Erläuterungen liegt dabei auf dem Wie, „dem Atmosphärischen des Unterrichts“ (von der Bank 2021, S. 9): Begeisterung für die Rätsel und Enthusiasmus seien wahrzunehmen, schildert VON DER BANK (2021, S. 12). Und LIETZMANN (1930) deutet anhand eines Beispiels zum Abschätzen von Raumgrößen die dabei unterhaltsame Seite von Mathe an:

¹²⁵ Die Arbeiten von VON DER BANK (2023) zu Freude und weiteren nicht-kognitiven Zielen von Mathematikunterricht – Begeisterung, Neugier, Interesse, Intuition, Kreativität, Beharrlichkeit – schließen hieran an (vgl. von der Bank 2023, S. 2). Sie stellen den Aspekt des Unterhaltsamen durch die Einbettung in durch den Mathematikunterricht hervorgerufene, positive Emotionen bei der Beschäftigung mit Mathe in einen größeren Rahmen (vgl. dazu von der Bank 2023). VON DER BANK plädiert für einen *lehr- und lernpersonenzentrierten Unterricht*, der sowohl das positive emotionale Erleben der Lernenden in den Blick nehme als auch die durch die Lehrperson vorgelebten Haltungen, Einstellungen und Sichtweisen, die jenes Erleben der Schüler beeinflussen (vgl. von der Bank 2023, S. 2). Die von ihr vorgestellte Theorie *Math-e-motion* zeichnet sich daher durch eine besondere Wertschätzung des emotionalen Erlebens der Lernenden beim Treiben von Mathe aus und verbindet in ihrem Ansatz Erkenntnisse aus der Mathematikdidaktik mit jenen aus der Emotionsforschung und der Pädagogischen Psychologie (von der Bank 2023, S. 30). Diese Theorie erweitere den Aspekt der Persönlichkeitsideen (vgl. ebd.), die VON DER BANK (2016) in ihrer Theorie Fundamentaler Ideen berücksichtigt, denn psychologische Persönlichkeitsmerkmale wie Interesse oder Werthaltungen und die Beschäftigung mit Mathe(matik) beeinflussen sich wechselseitig (vgl. von der Bank 2016, S. 203 f.). Die Persönlichkeitsideen decken nicht alle Persönlichkeitsmerkmale ab, sondern nur jene, die mit einem Umgang mit Mathe(matik) selbst zusammenhängen, durch sie angeregt oder entwickelt werden. Andere Merkmale „liegen im affektiven Bereich und rühren eher von den Umständen der Beschäftigung mit Mathematik denn von der Beschäftigung selbst her. Temperament, soziale Kompetenzen und Werthaltungen sind sicherlich einer Beschreibung durch Fundamentale Ideen kaum zugänglich und liegen eher im ‚Atmosphärischen‘, also im institutionellen Rahmen der Beschäftigung mit Mathematik (Führer 1997a, S. 80). Dagegen werden Interesse und Neugier, Intuition, Kreativität und Beharrlichkeit häufig zu den grundlegenden Einstellungen im Umgang mit Mathematik gezählt“ (von der Bank 2016, S. 205).

In sehr vielen Fällen kommt es nun aber nur auf rohe Überschlagswerte an; man kann auf Messungen verzichten und sich mit Schätzungen begnügen. Übungen im Schätzen sind oft deshalb recht lustig, weil der Unkundige und der Anfänger sich manchmal gehörig versehen. [...] Vieles unterschätzt man, anderes überschätzt man.

(Lietzmann 1930, S. 274)

In diesem Zusammenhang berichtet er über „drollige Methoden“ (Lietzmann 1930, S. 275) zu Längenschätzungen, beispielsweise mit Hilfe des Jakobsstabs, der Hut- oder Daumenmethode, die in den Unterricht integriert werden können und dazu beitragen können, dass die Lernenden die Beschäftigung mit Mathematik als unterhaltsam erleben (ebd., S. 275 f.).

4.3 Intendierte Interaktionsprozesse im Achtsamen Unterricht – die zweite Brille

Ein die Person und die Sache wertschätzender Unterricht kann ermöglichen, dass die Lernenden Mathe als *lehrreich*, *diskursiv*, *nützlich* und *unterhaltsam* erleben und die Bereitschaft zu ihrer absichtsvoll-proaktiven und validierend-reflektierenden Verwendung entwickeln. Dabei spielen das *gegenseitig Ernstnehmen* im Mathematikunterricht zur Wertschätzung der Person sowie das *gegenseitig Aufklären* durch Mathematikunterricht zur Wertschätzung der Sache eine bedeutende Rolle. Diesen zwei *Säulen* wird dabei im Achtsamen Unterricht kein Automatismus unterstellt, der sich zwischen Unterricht und Gesellschaft bzw. Wirklichkeit einstellt. Beide Säulen werden vielmehr als notwendige Gelingensbedingung für die Bereitschaftsentwicklung zur Verwendung von Mathe betrachtet, etwa durch Verantwortungsübernahme, positives Erleben, erfahrene Selbstwirksamkeit, Sinn und Nutzen u. v. m. Die Gesellschaft bzw. Wirklichkeit bildet den Rahmen hierzu, indem sie den Mathematikunterricht zur Verfügung stellt, welcher durch ein passendes Zusammenspiel von Methoden und Inhalten einen Beitrag zu dieser Herausforderung leisten kann. Welche Wechselbeziehungen sich im Spannungsfeld Unterricht–Person–Wirklichkeit ergeben können und im Achtsamen Unterricht zur Wertschätzung von Person und Sache beitragen, zeigt folgende Erläuterung der intendierten Interaktionsprozesse (siehe Abb. 22):

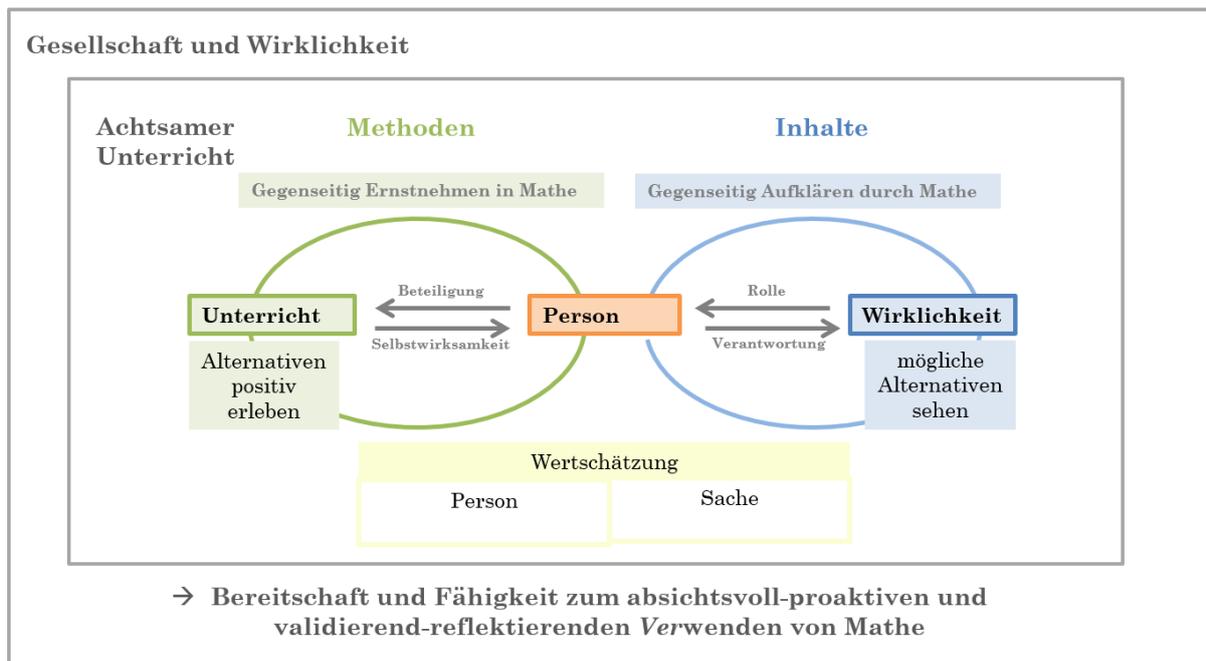


Abb. 22: Intendierte Interaktionsprozesse im Achtsamen Unterricht (eigene Darstellung)¹²⁶

Das Spannungsfeld **Person–Unterricht** ist durch eine Unterrichtskultur geprägt, in der das *gegenseitig Ernstnehmen* besondere Beachtung findet. Denn wer im Unterricht Beteiligung von den Schülern erwartet – und Unterricht lebt hier-von –, „muss zunächst selbst an den Lebensbedingungen und Alltagsproblemen von Kindern und Jugendlichen ansetzen und sich den Anliegen der Kinder und Jugendlichen direkt und unmittelbar zuwenden“ (Himmelman 2004, S. 16). Für eine Beteiligung der Lernenden am Unterricht bedeutet dieses Zuwenden und damit Ernstnehmen insbesondere, dass der Unterricht allen Schülern Selbstwirksamkeitserfahrungen ermöglicht. Dies trägt zu einem positiveren Bild von Mathe bei und ist Mittler für eine Bereitschaft, Mathe(matik) auch über den Unterricht hinaus zu verwenden. Umgekehrt erhöht ein Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten auch die Bereitschaft zur Beteiligung am Unterricht. Selbstwirksamkeit und Beteiligung können also als sich positiv verstärkender Kreislauf aufgefasst werden. Unterstützt wird dieses positive Erleben durch das Entwickeln und Ernstnehmen von Alternativen (z. B. individueller Lösungswege oder Denkstile) im Unterricht. Insgesamt erfährt jeder Lernende durch dieses Unterrichtsgeschehen eine besondere Wertschätzung.

Eine Erweiterung des Mathematikunterrichts um Aspekte der Wirklichkeit ergänzt diese vornehmlich methodisch-pädagogische Blickrichtung – mit dem Fokus auf der Berücksichtigung personaler Momente – um die Inhalte: Damit Lernende die Bereitschaft entwickeln können, Erlerntes auch außerhalb des Mathematikunterrichts verantwortungsvoll zu verwenden – sei es, um sich zu verorten, um in die Wirklichkeit einzugreifen, um mögliche Alternativen zu sehen bzw. zu entwerfen

¹²⁶ Diese Abbildung befindet sich in größerer Darstellung (Querformat) in Anhang 7.3.

und so an gesellschaftlichen Angelegenheiten zu partizipieren – muss Mathematikunterricht aufklären (Spannungsfeld **Person–Wirklichkeit**). Angesichts weltweit wachsender Missstände habe die Schule die (gesellschaftliche) Aufgabe, die Wahrnehmung diesbezüglich zu schärfen und die eigene Position der Lernenden bewusst zu machen, so VON HENTIG (2003, S. 90 f.). Um sich dieser Rolle, die die soziale Wirklichkeit dem Einzelnen zuweist, etwa als Konsument, bewusst zu werden und sie zu nutzen – um damit auch Wirklichkeit verantwortungsvoll zu gestalten –, müssen im Kleinen, also im Unterricht, diese Rollen aufgegriffen werden: Die Lernenden müssen an Inhalten ihre Rollen erfahren, wie sie diese gewinnbringend nutzen können und wie sie Alternativen entwickeln können. Dann können sie Verantwortung für die aktive Gestaltung der Wirklichkeit übernehmen. Durch das *gegenseitig Aufklären* im Achtsamen Unterricht stellt sich also eine *Wertschätzung* gegenüber der Sache (z. B. gegenüber der Umwelt, aber auch gegenüber Mathe) ein, der Unterricht kann hier eine prägende Wirkung über ihn hinaus entfalten:

Für mich ist es allerdings ein Axiom, daß das, womit wir uns beschäftigen, uns prägt, auch in den tieferen Schichten unseres Denkens und Fühlens, sowie umgekehrt, daß wir uns mit bestimmten Dingen deswegen gerne und erfolgreich beschäftigen, weil bereits bestimmte Prägungen vorliegen.

(Fischer 1986, S. 120)

Für den Achtsamen Unterricht – insbesondere für seine **Wirkung über ihn hinaus** – können die beschriebenen Prozesse mehrerlei bedeuten: Bezogen auf BNE als Lerninhalt kann die unterrichtliche Thematisierung von Nachhaltigkeitsaspekten zur Aufklärung beitragen, zur Nachdenklichkeit anregen – uns also *prägen* (vgl. ebd.) – und damit zum verantwortungsvollen Weiterdenken der Inhalte auch außerhalb der Schule anregen. Zum anderen kann ein als *lehrreich, diskursiv, nützlich* und *unterhaltsam* erlebter Unterricht, in dem die Wertschätzung von Person und Sache eine besondere Rolle spielt, positive Emotionen hervorrufen und dazu führen, dass sich die Schüler Mathe zuwenden, sich „gerne und erfolgreich [mit ihr; K. W.] beschäftigen“ (ebd.). Und nicht zuletzt kann der Unterricht durch gegenseitiges Ernstnehmen aller Beteiligten, durch die stete Möglichkeit, alternative Denkweisen zu entwickeln und einzubringen, dazu beitragen, dass sich alle wertgeschätzt fühlen, indem sie ihre Rolle im Unterricht erfahren und gewinnbringend einsetzen. Diese erworbenen Grundhaltungen sind förderlich, um die eigene Rolle in der Gesellschaft und Welt ernst zu nehmen und mit Verantwortung zu nutzen: Von dieser Übertragbarkeit aus dem überschaubaren schulischen Rahmen auf die Wirklichkeit schreibt VON HENTIG (2003) in seiner zentralen Grundvorstellung von Schule als „Lebens- und Erfahrungsraum“ (ebd., S. 189), die auch zur Teilhabe befähigen sollte:

Ich nenne es die *Schulpolis*. Nur wenn wir im kleinen, überschaubaren Gemeinwesen dessen Grundgesetze erlebt und verstanden haben – das Gesetz

der *res publica*, das des *logon didonai* (der Rechenschaftspflicht), das der Demokratie, das der Pflicht zur Gemeinverständlichkeit in öffentlichen Angelegenheiten, also der Aufklärung, das des Vertrauens, der Verlässlichkeit, der Vernünftigkeit unter den Bürgern und nicht zuletzt das der Freundlichkeit und Solidarität unter Menschen überhaupt –, werden wir sie in der großen *polis* wahrnehmen und zuversichtlich befolgen.

(von Hentig 2003, S. 191)

Zusammenfassend ergeben sich aus den beschriebenen Spannungsfeldern die zwei **Säulen** des Achtsamen Unterrichts (siehe Abb. 23):

- eine Unterrichtskultur, in der *gegenseitig Ernstnehmen* zur Wertschätzung der Person betont wird
- eine Unterrichtskultur, die *gegenseitig¹²⁷ Aufklären* durch Mathematikunterricht zur Wertschätzung der Sache betont (z. B. Aufklären über die eigene Rolle, über die Wirklichkeit und über Alternativen)

Beide Aspekte werden als notwendige, wesentliche Voraussetzung für die Entwicklung der Bereitschaft gesehen, Mathematik als Sprache zur Bewältigung zukünftiger Herausforderungen in Gesellschaft und Wirklichkeit zu sehen und absichtsvoll-proaktiv sowie validierend-reflektierend zu verwenden. Diese Bereitschaft wird unterstützt durch das Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten, gestärkt durch Selbstwirksamkeitserfahrungen.

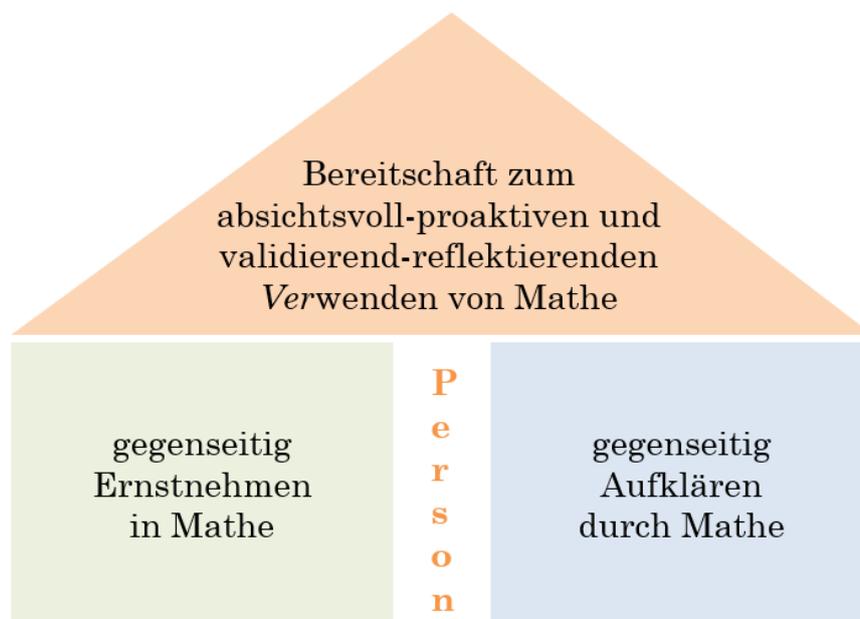


Abb. 23: Übergeordnetes Ziel und Säulen des Achtsamen Unterrichts (eigene Darstellung)

¹²⁷ Auf die Bedeutung der Gegenseitigkeit beim Ernstnehmen und Aufklären wird im Folgenden in den Abschnitten 4.3.1 und 4.3.2 eingegangen.

4.3.1 Gegenseitig Ernstnehmen zur Wertschätzung der Person – Säule I

Gegenseitig Ernstnehmen bildet die erste Säule im Achtsamen Unterricht und bezieht sich auf die angestrebten Interaktionsprozesse im Spannungsfeld Person–Unterricht (siehe Abb. 22 in Unterkapitel 4.3). Die sich darin widerspiegelnde Berücksichtigung personaler, die Person wertschätzender Aspekte – etwa deren Bedürfnisse, Vorstellungen, Interessen – stellt einen wesentlichen, vermittelnden Bestandteil im Achtsamen Unterricht dar.

Der notwendige erste Schritt dahin geht von der Lehrperson aus: Das Ernstnehmen der Lernenden durch die Lehrperson trägt zu einer vertrauensvollen Arbeitsatmosphäre bei, die die Schüler unterstützt, sich am Unterricht zu beteiligen, besser zu lernen (vgl. Matthias Römer 2018, S. 174; Mathilde Vaering 1931, S. 54 f.) – und damit ein positive(re)s Verhältnis zum Fach und die Bereitschaft zum Verwenden von Mathe zu entwickeln. Das Ziel ist eine vertrauensvolle Lernatmosphäre, in der das Gefälle zwischen Lehrer und Schüler reduziert ist. Dieser Beitrag zur Wertschätzung der Person ist auf emotionaler Basis für erfolgreiches Lernen der Schüler bedeutsam, denn er berücksichtigt die Bedürfnisse nach Sicherheit, Anerkennung und Zuneigung, die direkt nach den physischen Bedürfnissen in der Hierarchie der Bedürfnisse von ABRAHAM MASLOW postuliert werden (vgl. Angelika C. Wagner 1976, S. 29).

Nach HEYMANN leistet das Ernstnehmen auch einen Beitrag zur **Stärkung des Schüler-Ichs**, welches „auf die Entwicklung von Selbstbewußtsein, Selbstvertrauen, personaler Identität, auf die Fähigkeit, eigene Ziele, Wünsche und Vorstellungen klar zu erkennen und handelnd zu verwirklichen, mit den eigenen Stärken und Schwächen realistisch umzugehen“ (Heymann 1996, S. 117) abzielt.

Die Ichstärkungs-Aufgabe impliziert, daß Schüler als Person ernst zu nehmen sind, daß ihnen Gelegenheit zu geben ist, ihre besonderen Interessen einzubringen und ihre spezifischen Fähigkeiten zu entfalten, und schließlich, daß ihnen ein ganzheitliches, ihre Sinne und ihren Körper forderndes Lernen ermöglicht wird.

(Heymann 1996, S. 128)¹²⁸

¹²⁸ Auch im Hinblick auf die Verständigung zwischen Experten und Laien kommt dem Ernstnehmen wesentliche Bedeutung zu: So diskutiert HEYMANN (1996, S. 113 f.) unter Rückbezug auf THEODOR SCHULZE (1990) das Verhältnis von Experten und Laien in der Gesellschaft im Rahmen eines allgemeinbildenden Unterrichts. Ein angemessener Dialog zwischen beiden verlange von den Laien ein Hinterfragen und Fragenstellen, von den Experten ein Heraustreten aus ihrem Spezialgebiet – zum Verhältnis Experte–Laie und den damit verbundenen unterschiedlichen Anforderungen an das Operieren bzw. Reflektieren im Rahmen der Entscheidungsfindung siehe auch FISCHER 2013 in Unterkapitel 2.4. Auch die Lehrer-Schüler-Beziehung könne als ein solches Experten-Laien-Verhältnis gedeutet werden: „Der Lehrer, der sich seinen Schüler-„Laien“ angemessen verständlich machen kann, bietet ein nicht zu unterschätzendes Modell für den gesellschaftlich erwünschten

Dieser für die anderen Bausteine zentrale Aspekt seines Allgemeinbildungskonzepts beinhaltet die affektive Voraussetzung für Mündigkeit (vgl. ebd., S. 117). In der Schule sei es zur Ich-Stärkung u. a. wesentlich, Freiräume zu schaffen, die die persönliche Entfaltung der Schüler ermöglichen, sowie „die Bereitschaft der Lehrer, ihre Schüler jenseits bürokratischer Zwänge als eigenständige Personen ernst zu nehmen“ (Heymann 1996, S. 117).

Nach VAERTING (1931)¹²⁹ stellt eine auf „Gleichberechtigung“ basierende Lehrer-Schüler-Beziehung – das „machtfreie Miteinander“ – eine **Grundlage zum Verstehen des Schülers** dar (vgl. Vaerting 1931, S. 54 ff.). „Miteinander“ bedeutet für sie „Gleichberechtigung von Lehrer und Schüler, machtfreie Einordnung ihrer Gesamtheit in eine Gemeinschaft“ (ebd., S. 44) und erlaube dem Schüler Selbstentfaltung und Selbstverantwortung. Das „machtfreie Miteinander auf der Grundlage der Gegenseitigkeit“ (ebd., S. 50) charakterisiert sie wie folgt:

Das Miteinander, das wir fordern, bedeutet aber nun keineswegs Vertraulichkeit von Lehrer und Schüler, sondern nur eine Beziehung des Vertrauens. [...] es soll ein einfaches Miteinander schlechthin und schlichthin sein ohne jeden Einschlag von Macht. [...] Die Grundlage dieses Miteinander ist die Gleichberechtigung von Lehrer und Schüler. Der Schüler wird vom Lehrer als Mitmensch im vollen Sinne des Wortes anerkannt und behandelt. Aber der Lehrer verlangt auch ein Gleiches für sich von den Schülern. Gleiche Berechtigung gibt gleiche Verpflichtung. Die Rücksicht, die der Lehrer dem Schüler angedeihen läßt, muß er auch vom Schüler für seine Person unbedingt verlangen. Sonst kann das Miteinander nicht zur Auswirkung kommen.

(Vaerting 1931, S. 50)

Auf Basis dieser Gleichberechtigung könne sich gegenseitiges Vertrauen und Verstehen entfalten, denn Vertrauen des Schülers in den Lehrer führe zur Öffnung des Schülers gegenüber der Lehrperson und gebe ihm so erst die Möglichkeit, ihn und sein Lernen zu sehen, zu verstehen und entsprechend zu fördern:

Sodann ist es gerade in dem Verhältnis Lehrer-Schüler wichtiger, daß der Lehrer das Kind versteht, weil das Kind der werdende Mensch ist, dem der Lehrer bei seiner Charakterentwicklung Hilfe leisten will, was ohne tiefes Verstehen seiner Eigenart nicht möglich ist. Von Seiten des Kindes aber ist Vertrauen die notwendigste Voraussetzung, weil Vertrauen das Verstehen des Lehrers erst

Umgang von Experten mit Laien. Und Schüler, die mit ihren Fragen, Zweifeln und Unsicherheiten vom Lehrer-,Experten‘ ernstgenommen werden, können viel für ihre zukünftige gesellschaftliche Rolle als Laie *und* als Experte lernen“ (Heymann 1996, S. 114). Gerade vor dem Hintergrund einer BNE scheint dieses Verhältnis zentral, da der Laie zur Meinungsbildung Expertenurteile einsehen und ebenso hinterfragen können sollte: „Die Bildung eines eigenen Urteils setzt aber voraus, daß wir den Experten die richtigen Fragen stellen und ihre Urteile da, wo sie uns persönlich angehen, auch hinterfragen können. Das gilt nicht nur im privaten Lebensbereich, sondern verstärkt für die politische und öffentliche Meinungsbildung, wenn es etwa um Rüstung, Kernenergie, Umweltpolitik oder soziale Probleme geht“ (Heymann 1996, S. 114).

¹²⁹ Mehr zu den didaktischen Konzepten von VAERTING findet sich bei GERDA WERTH (2023).

ermöglicht. Ohne Vertrauen [...] zeigt der Schüler dem Lehrer statt seines wahren Wesens eine Maske.

(Vaerting 1931, S. 55)

Die Haltung des „machtfreien Miteinander“ verfolgend solle ein Lehrer dem Schüler bei der Ausübung von Feedback zunächst Anerkennung für seine geleistete Arbeit und Mühe zeigen: „Ein Lehrer sollte [...] sich bei aller Kritik zum obersten Grundsatz machen, erst das Gute an der Arbeit anzuerkennen und dann erst die Fehler zu besprechen“ (Vaerting 1931, S. 67). Denn

[d]iese Methode stärkt das Selbstvertrauen des Kindes sowohl wie das Vertrauen in die Gerechtigkeit und das Wohlwollen des Lehrers. Diese Methode stärkt die Autonomie, da sie die Lust an der eigenen Leistung hebt, ohne für die Schwächen blind zu machen, und sie knüpft die innere Verbundenheit zum Lehrer fester durch den Beweis von Verständnis und Vertrauen.

(Vaerting 1931, S. 67).

Umgekehrt dürfe der Schüler auch Kritik am Lehrer äußern, welche sich nach den gleichen Regeln richten müsse wie jene in umgekehrter Richtung:

Die Kritik kann den Schülern nur unter Wahrung vollster Gegenseitigkeit des Miteinander, in derselben Form wie sie der Lehrer übt, zugestanden werden. Wie für die Kritik am Schüler die Form der Besprechung in ruhiger und rein sachlicher Form unter Anerkennung und Würdigung der guten Seiten die beste Lösung ist, so auch bei der Kritik der Schüler an der Schule und am Lehrer. Nur das ist Erziehung zur Kritik und gleichzeitig zum Miteinander.

(Vaerting 1931, S. 68 f.)

Die beinahe ein Jahrhundert alten pädagogischen Überlegungen von VAERTING verdeutlichen die Tradition des Aufbaus einer vertrauensvollen, gefällereduzierten Lehrer-Schüler-Beziehung durch das Ernstnehmen des Lernenden als Person. Die Erläuterungen müssen in diesem historischen Kontext und der (bis) damals herrschenden Situation an Schulen gesehen werden: Die Reformierung der Schulkultur in der Weimarer Zeit zielte auf eine grundlegende Veränderung des Verhältnisses von Lehrern und Schülern im Unterricht ab (vgl. Rüdiger Loeffelmeier 2009): Statt der bis dahin vorherrschenden autoritären Strukturen haben den Schülern beispielsweise mehr Partizipationsmöglichkeiten am gesamten Schulleben eingeräumt werden sollen (vgl. ebd., S. 347 ff.). Statt Gehorsamkeit, Fremdsteuerung und dem unhinterfragten Anerkennen der Lehrerautorität im Unterricht haben die Bestrebungen auf die Erziehung zur Selbstständigkeit und -tätigkeit sowie das Vertreten einer eigenen Meinung gegenüber dem Lehrer abgezielt (vgl. ebd., S. 349 ff.). Anstelle der ausschließlichen Beurteilung von Leistungen und Betragen des Schülers seien Bemühungen um eine ganzheitlichere Anerkennung der Person des Schülers getreten (vgl. ebd., S. 351 ff.). VAERTINGs Vorschlag

des „machtfreien Miteinander“ ist damit auch ein Gegenentwurf zu der vorherrschenden Grundform der Lehrer-Schüler-Beziehung: „An die Stelle der Erziehung durch Macht im Verhältnis des Über-Unter soll eine neue Erziehung mit einem neuen Verhältnis zum Lehrer und neuen Erziehungsmitteln treten“, so VAERTING (1931, S. 45). Unter Beachtung der heute an Schulen vorherrschenden Situation erscheinen die Überlegungen – und auch die Bezeichnungen – stellenweise zu radikal bzw. weitreichend: völlige Gleichberechtigung von Lehrer und Schüler würde gleiche Rechte, aber auch gleiche Pflichten und gleiche Verantwortung für alle Beteiligten bedeuten – und das erscheint weder angemessen noch verantwortbar (siehe unten). Die Lehrer-Schüler-Beziehung kann kein demokratisches Miteinander sein. Die Augenhöhe ist von *potentieller* Art, bezieht sich also auf die Ermöglichung von Entwicklungschancen der Lernenden, die Gleichberechtigung von Lehrer und Schüler mit Blick auf das Leben gewähren.

Aus gegenwärtiger Perspektive passender erscheint die Charakterisierung der im Achtsamen Unterricht angestrebten, die Person wertschätzenden Arbeitsatmosphäre mithilfe des Begriffs „**Gleichwürdigkeit**“ (Hervorhebung K. W.) (*lige-værdighed*) – einem Wert, den JESPER JUUL, ein dänischer Familientherapeut, als essentiell für eine von Respekt, Anerkennung, Wertschätzung und Vertrauen geprägte Beziehung¹³⁰ benennt:

Gleichwürdigkeit bedeutet nach meinem Verständnis sowohl »von gleichem Wert (als Mensch)« als auch »mit demselben Respekt gegenüber der persönlichen Würde und Integrität des Partners«. In einer gleichwürdigen Beziehung werden die Wünsche, Anschauungen und Bedürfnisse beider Partner ernst genommen [...]. Gleichwürdigkeit wird damit dem fundamentalen Bedürfnis aller Menschen gerecht, gesehen, gehört und als Individuum ernst genommen zu werden.

(Juul 2020, S. 24 f.)

Die Gestaltung einer gleichwürdigen, die gemeinschaftlichen Bedürfnisse achtenden zwischenmenschlichen Beziehung sei entscheidend für das Wohlergehen und die Entwicklung der Person (vgl. ebd., S. 24) – und dem sollte sich auch die Lehrperson im Hinblick auf die Gestaltung der Beziehungsebene im Unterricht explizit bewusst sein. So verweist W. HERGET (2023) darauf, dass den Schülern gleichwürdig zu begegnen bedeute, sie als Person – „in ihrem *Mensch-Sein*“ – anzuerkennen (W. Herget 2023, S. 88; Hervorhebung im Original). Dies schließt die Achtung ihrer Bedürfnisse, Interessen, Emotionen usw. ein. Dennoch bedeute es nicht, ihnen gleiche Rechte bzw. Pflichten einzuräumen oder gar die (alleinige) Verantwortung

¹³⁰ „Der Ansatz der Familienperspektive negiert nicht die bestehenden Unterschiede zwischen Kindern und Erwachsenen. Kinder brauchen die Führung der Erwachsenen, aber diese sollte auf denselben Werten basieren, die auch für die Beziehung unter Erwachsenen gelten“ (Juul 2020, S. 132). Im Unterricht geht es also ebenso wenig um ein demokratisches Miteinander von Lehrer und Schüler, sondern um die Wahrung einer gleichwürdigen Beziehung.

zu übertragen – diese obliege weiterhin der Lehrkraft: Sie behalte die Führung, die Verantwortung für die fachinhaltlichen und methodischen Entscheidungen und eben auch für das Beziehungsklima, so W. Herget (2023, S. 88) weiter (vgl. auch Juul 2020, S. 26/132). In dieser Hinsicht führt auch JUUL fort:

In einer Familie liegt die Macht in den Händen der Eltern [...], das heißt die Verantwortung für den Umgangston, die Stimmung, die Atmosphäre. In einer Familie, in der diese Verantwortung den Kindern überlassen wird, entwickeln sich deren Mitglieder nur schlecht. [...] Die Frage ist daher nicht, *ob* die Erwachsenen die Macht besitzen, sondern *wie* sie diese zu nutzen gedenken, und an dieser Stelle erweist sich die Gleichwürdigkeit als die konstruktivste aller Wertvorstellungen.

(Juul 2020, S. 26; Hervorhebung im Original)

Da die Verantwortung für ein wertschätzendes Beziehungsklima demnach beim Erwachsenen, hier also bei der Lehrperson liegt, sind ihre Aktivitäten, die zum Ernstnehmen der Lernenden beitragen, der notwendige Auftakt einer sich einstellenden **Gegenseitigkeit** – der Lehrer erfüllt damit eine Vorbildfunktion: „Eine der herausragenden Qualitäten der Gleichwürdigkeit – auch zwischen Erwachsenen und Kindern – besteht darin, dass sie den Nährboden für *Gegenseitigkeit* bereitet“ (Juul 2020, S. 42; Hervorhebung im Original). Diese auf einer gleichwürdigen Begegnung aufbauende Gegenseitigkeit sei sogar *bewusst*, was bedeute, „dass alle jederzeit willens sind, voneinander zu lernen^[131] und sich durch diese Wechselwirkung weiterzuentwickeln“ (ebd.). „Gleichwürdigkeit“ äußere sich insbesondere in einer dieser Wertvorstellung angemessenen Sprache, in einem Dialog, in dem sich die Gesprächspartner gegenseitig ernstnehmen und sich zuhören: „In einem gleichwürdigen Dialog bringen beide Gesprächspartner ihre Gedanken, Wertvorstellungen, Gefühle, Träume und Ziele zum Ausdruck“ (Juul 2020, S. 27).

¹³¹ Diese Gegenseitigkeit im Sinne des Lernens voneinander umfasst dann auch das Lernen des Lehrenden *vom Lernenden*, auf das FISCHER (1985, S. 5 f.) als wesentliche Komponente didaktischen Handelns hinweist: Der Lehrer könne in der Beobachtung der Auseinandersetzung seiner Lernenden mit einem Inhalt etwas über den Schüler, über die Mathematik und über das „Verhältnis Mensch–Mathematik“ (ebd., S. 5) (siehe dazu Abschnitt 4.3.2) lernen, da die Lernenden und ihr Denken noch relativ wenig durch die Mathematik geformt seien (vgl. ebd.). So verweist er auf ein algebraisches Beispiel zu einer einfachen linearen Gleichung mit zwei Variablen im Kontext, an dem der Lehrer „einiges über die Eigentümlichkeit algebraischer Notation [gelernt hat, K. W.]; einiges, das uns manchmal schon so selbstverständlich vorkommt, daß wir es gar nicht mehr bemerken. Oder etwas über die Willkürlichkeit der Trennung zwischen inhaltlicher Bedeutung und Formalismus“ (ebd., S. 6). Damit hält FISCHER den Lehrer dazu an, den Lernenden ernst zu nehmen und sich als „Forscher“ zu verstehen: „Unser Leitbild im Hinblick auf didaktisches Denken und Handeln ist der Lehrer als Forscher; der Lehrer, der hinhört, hinsieht, die Situation und den Schüler ernst nimmt und dabei immer wieder Neues entdeckt. Worauf es uns letztlich ankommt, ist, daß der Unterricht so organisiert wird, daß auch ein Lernen des Lehrers vom Schüler möglich ist“ (Fischer 1985, S. 6 f.; Hervorhebung im Original).

Die Gegenseitigkeit des Ernstnehmens im Achtsamen Unterricht beinhaltet eine Symmetrie des Achtens. Als maßgeblichen Ausgangspunkt für diese Wechselseitigkeit wird die Lehrperson in ihrer Rolle als Gestalterin einer von Gleichwürdigkeit (nach Juul 2020) und Anerkennung geprägten Arbeitsatmosphäre gesehen, die dem Schüler zeigt, dass der Lehrer ihn ernstnimmt.

Dies spiegelt sich so auch in den im Folgenden ausgearbeiteten **Facetten** wider, die einige *Aktivitäten* erläutern, die zum Ernstnehmen *der Lernenden* beitragen – mit dem Ziel, *gegenseitiges* Ernstnehmen zu erreichen¹³²:

- Berücksichtigung des mathematikspezifischen Fundaments der Lernenden
- Die Haltungen des *Personenzentrierten Unterrichtens* (nach REINHARD TAUSCH)
- Ermöglichen von Selbstwirksamkeitserfahrungen
- Eröffnen von angemessenen demokratischen Partizipationsmöglichkeiten

Ein solches die Person des Schülers wertschätzendes Auftreten des Lehrers kann sodann entsprechende Reaktionen auch in der anderen Richtung entfalten – und schließlich zu einem aktiven Hin-und-Her werden: eine Reziprozität des Ernstnehmens stellt sich ein. So führt das Ernstnehmen der Lernenden dazu, dass diese *den Lehrer als Person* wahrnehmen (vgl. Vaerting 1931, S. 55 f.) – nicht (nur) in seiner institutionalisierten Profession, sondern daneben auch samt seinen Bemühungen und seinem pädagogischen Tun (vgl. R. Tausch 2018, S. 640).¹³³ Unterrichten und Erziehen – und damit auch das Ernstnehmen des gegenseitigen Ernstnehmens! – wird als *echtes* persönliches Anliegen des Lehrers sichtbar, nicht als ausschließliche oder vorrangige Erfüllung institutioneller Vorgaben. Der Lehrer zeigt sich also nicht (nicht nur) in einer (hierarchischen) Rolle.¹³⁴ So können die Schüler

¹³² Die Liste legt weder eine Rangfolge fest, noch ist sie abschließend zu verstehen. Während sich die Erläuterungen zum Ernstnehmen der Schüler im ersten Punkt spezifisch auf den mathematischen Inhalt beziehen, betreffen die weiteren Formen des Ernstnehmens mehr allgemeine pädagogische bzw. pädagogisch-psychologische Überlegungen – die allerdings *auch* für den allgemeinbildenden Mathematikunterricht gelten, ohne dass dieser dafür Besonderheiten braucht.

¹³³ Die Idee des Sichtbarmachens der *Person* des Lehrers, genauer seiner Interessen und Beziehungen zum Unterrichtsgegenstand, enthält auch das dialogische Lernen nach GALLIN & RUF (siehe Abschnitt 4.2.1 ab S. 202): Sie plädieren dafür, dass die Lehrperson ihre persönliche Beziehung zum Stoff bei der Formulierung der Kernidee für die Lernenden sichtbar macht – was beiträgt zur Wahrnehmung des Lehrers als Person samt seiner Vorlieben, aber auch seiner Abneigungen. Auch FISCHER (1984, S. 69) plädiert im Rahmen der Thematisierung von Sinnfragen als Beitrag zur Befreiung vom Gegenstand dafür (vgl. dazu auch Abschnitt 4.2.2, S. 208), dass der Lehrer sein Verhältnis zum Fach bzw. Gegenstand den Schülern zugänglich machen soll. Dies könne sich etwa auch darin äußern, dass er sein „persönliches, meist nicht von totaler Identifikation bestimmtes“ (ebd., S. 70) Verhältnis zum Schulbuch bei der Einführung eines bestimmten Begriffs sichtbar mache – dabei allerdings auch das Prinzip der Gegenseitigkeit achte, indem er den Schüler hinterher seine eigene Meinung bilden lasse – also Alternativen zulässt.

¹³⁴ JUUL stellt einige Qualitäten zusammen, über die Eltern in ihrer Führungsrolle – im hiesigen übertragenen Fall also die Lehrperson – zur Gestaltung eines entwicklungsförderlichen Miteinan-

einen eigenen, aktiveren Zugang zum Lehrer entwickeln, die Gespräche gestalten sich weniger institutionalisiert, sondern offener. Ein *gleichwürdiger* (nach Juul 2020) Diskurs kann entstehen, wovon das Lernen profitiert. Konkret kann dies bedeuten, dass Schüler etwa ihre alternativen Lösungswege zur Diskussion stellen, bei Unklarheiten nachfragen, aber auch unterstützendes Feedback von der Lehrperson als solches anerkennen.¹³⁵

TANJA SELZER (2017) verweist in Bezug auf andere Forschungsarbeiten darauf, dass sich etwa das Auftreten der Lehrkraft auch auf die Beziehung der Schüler *untereinander* auswirke: So führe ein Lehrerverhalten, welches sich auszeichne durch angemessene Anerkennung, Lob, Wertschätzung, Eingehen auf Gefühle, Gedanken und Bedürfnisse zu einer positiven, offenen Lernatmosphäre, in der daraufhin auch mehr Gespräche zwischen den Schülern stattfinden und Probleme autonomer gelöst werden (vgl. Selzer 2017, S. 29).¹³⁶ Die Bedeutsamkeit des Ernstnehmens der Schüler untereinander findet sich im Achtsamen Unterricht auch bereits in der Dimension *diskursiv* (siehe Abschnitt 4.2.1): Für die Diskursivität *als Haltung* ist ein gegenseitiges Ernstnehmen der Schüler unerlässlich, um offen in den Diskurs zu treten, um sich mit anderen Vorstellungen und Argumentationen auseinanderzusetzen, um andere Vorstellungen anzuerkennen und eigene auch zu hinterfragen und ggf. zu verändern. „Achtsam“ steht hier v. a. für eine nicht-urteilende, anerkennende Haltung im Umgang mit den anderen (vgl. Karlheinz Valtl 2018, S. 3 f.; siehe dazu auch Unterkapitel 4.5). FISCHER (1984) weist auch darauf hin, dass zum Erreichen höherer inhaltlicher Ziele – damit meint er etwa die

der verfügen sollen: Authentizität, Persönliche Autorität, Interesse, Dialog/Austausch, Anerkennung, Einbeziehung (vgl. Juul 2020, S. 137). Die Authentizität weist an dieser Stelle besondere Passung auf: „Es muss eine Persönlichkeit hinter den Worten spürbar werden, damit das Kind hören kann, *wer spricht*“ (Juul 2020, S. 144; Hervorhebung im Original). Übertragen auf den Kontext Schule sollte dann genauso auch hinter dem Unterrichten und Erziehen ein persönliches Anliegen sichtbar werden – nicht (nur) eine Erfüllung institutioneller Vorgaben –, um die gegenseitige Beziehung zu stärken und erfolgreiches Lernen zu initiieren. „Authentizität verleiht den Eltern die notwendige persönliche Autorität, um Einfluss auf ihre Kinder auszuüben“ (Juul 2020, S. 142).

¹³⁵ FISCHER (1984) betont, dass „echtes Lernen“ – im Sinne der Sinnfindung und Befreiung vom Gegenstand – durch eine Künstlichkeit und Unechtheit des Unterrichts und einen Lehrer, der in der Rolle eines Schauspielers aufträte, verhindert werde. So führe eine *reine* Auseinandersetzung mit dem Stoff, auch bei lebendiger Wiederentstehung des Gebäudes der Mathematik durch den Lehrer, zu wenig Interesse und Sinnfindung bei den Lernenden: „Er [der Lehrer, K. W.] versucht, sie [die Inhalte, K. W.] noch einmal – und immer wieder – entstehen zu lassen, indem er das Gebäude der Mathematik aufbaut, entwickelt usw. Das nimmt seine ganze Kraft in Anspruch. Allerdings agiert er dabei *als Schauspieler*. Es ist kaum eine echte Auseinandersetzung mit dem Stoff, die hier stattfindet. Der Lehrer weiß ja was herauskommt. Und auch die Schüler wissen, daß bereits vorherbestimmt ist, was herauskommen muß. [...] Es darf nicht verwundern, wenn Schüler angesichts dieser Situation z. B. an Beweisen nicht interessiert sind. Wofür denn? Wenn alles schon vorherbestimmt ist?“ (Fischer 1984, S. 67; Hervorhebung im Original). Zeigt sich der Lehrer nicht in einer (hierarchischen) Rolle, in der das Lernen wie dargelegt vorherbestimmt ist, und nimmt er seinen pädagogischen Auftrag ernst, echtes Lernen im Sinne FISCHERS zu ermöglichen, trägt dies zum gegenseitigen Ernstnehmen bei.

¹³⁶ Nach der Selbstbestimmungstheorie von EDWARD L. DECI und RICHARD M. RYAN (1993, S. 229) erlebt der Schüler dann soziale Eingebundenheit in der Schulgemeinschaft.

Ebene von Bewertungs- und Sinnproblemen und nicht nur die der Fakten und Fertigkeiten – diese soziale Komponente des gegenseitigen Lernens eine Voraussetzung bilde: „Hier müssen verschiedene Standpunkte dargestellt und ausagiert werden. Inhalte können immer weniger vorgeschrieben werden, das Lernen muß zunehmend freier gestaltet werden. Um diese Ebene zu erreichen, müßte *soziales Lernen* stattfinden, d.h.: man muß voneinander lernen [...]“ (Fischer 1984, S. 73; Hervorhebung im Original).

Insgesamt sind die auf der Beziehungsebene im Unterricht erworbenen und gelebten Werte, Überzeugungen bzw. Haltungen – etwa Gleichwürdigkeit (nach Juul 2020), Aufrichtigkeit oder Empathie – förderlich, um diese auch über die Schule hinaus wahrzunehmen und zu verfolgen (vgl. auch von Hentig 2003, S. 191). Dadurch trägt *gegenseitig Ernstnehmen* zur globalen Verbindlichkeit bei, die der Achtsame Unterricht in Anlehnung an ANDELFINGER aufgreift.

4.3.1.1 Berücksichtigung des mathematikspezifischen Fundaments der Lernenden

Das Berücksichtigen personenbezogener Aspekte, die sich speziell auf mathematische Besonderheiten beziehen, ist eine Aktivität, in der sich das Ernstnehmen der Lernenden äußert. Exemplarisch kann sich dies wie folgt gestalten:

„*Die Lehrperson muss die Sache verstehen und die Kinder ernstnehmen* – und diese beiden Seiten, also Mathematik und Mensch, immer wieder in eine neue tragfähige, den Kindern empathisch verbundene Balance bringen können“ (Lambert 2018b, S. 70; Hervorhebung im Original). Bezogen auf Mathe und deren Eigenart erläutert LAMBERT (2018b) konkretisierend, dass sich das Ernstnehmen der Person des Lernenden – als eins von zwei wesentlichen Qualitätsmerkmalen von Unterricht – beispielsweise in der Wahl eines altersangemessenen **Exaktifizierungsniveaus** äußere: Dieses Niveau solle geeignet zwischen fachlicher Korrektheit und Exaktheit liegen, ohne „Exaktifizierung auf Vorrat“:

Mathematikunterricht muss fachlich korrekt sein, darf aber nicht pingelig werden. Das ist eine schwierige Anforderung, da dieses Spannungsfeld von den unterschiedlichen Lernenden in jeder Klasse unterschiedlich wahrgenommen wird. Manche finden etwa in Klassenstufe 7 die Unterscheidung von Winkel α und Maß des Winkels $m(\alpha)$ erhellend, da sie sich selbst für den Prozess mathematischer Präzisierung erwärmen können, andere aber lässt dies völlig kalt, da es für eine erfolgreiche Bearbeitung der gegebenen Aufgabenstellungen zur wiederholten Berechnung von Winkeln (oder eben genauer Winkelmaßen) nachrangig ist.

(Lambert 2018b, S. 70; Hervorhebung im Original)

LIETZMANN weist auf die Beachtung unterschiedlicher Vorstellungstypen (visuell, akustisch, motorisch) als einen Aspekt bei der Unterrichtsführung hin: „Zunächst einmal sollte sich der Lehrer selbst kritisch beurteilen und feststellen, welchem

Vorstellungstypus er vorwiegend angehört. Er sollte [...] sich darüber klar sein, daß nicht alle seine Schüler ein dem seinen ähnliches Vorstellungsleben haben“ (Lietzmann 1919, S. 141 f.). So äußere sich das Ernstnehmen der Lernenden in Mathe auch in der Berücksichtigung individueller Vorstellungen und **Denkstile** durch entsprechende Darstellungen, so LAMBERT: „*Mathematikunterricht muss unterschiedliche individuelle Vorstellung(smöglichkeit)en und adäquate Darstellungen berücksichtigen*. Unterschiedliche Menschen (Kinder) denken Mathe bzw. Mathematik (Sache) unterschiedlich. Diese Unterschiedlichkeit ist mathematikdidaktisch gut beschreibbar und kann so im Unterricht systematisch berücksichtigt werden“ (Lambert 2018b, S. 70; Hervorhebung im Original). INGE SCHWANK (2003) unterscheidet zwischen prädikativen und funktionalen Denkern (kognitiv), LAMBERT (2013) zwischen formal-algebraischen, konstruktiv-geometrischen und verbal-begrifflichen Denkstilen (epistemologisch). In Kombination dessen ergeben sich sechs individuelle Zugänge zur Mathematik, die im Unterricht in angemessenem Umfang – ohne eine überfordernde Darstellungsvielfalt – berücksichtigt werden sollen (vgl. Lambert 2018b, S. 71). Exemplarisch zeigt LAMBERT (2013) am Thema Füllgraphen, wie hier neben den formal-algebraischen Beschreibungen auch eine Verbindung zu konstruktiv-geometrischen und verbal-begrifflichen Denkstilen erfolgen könne.

Neben den kognitiven bzw. epistemologischen Denkstilen ist die generelle Berücksichtigung der **Vorstellungen** der Lernenden eine Aktivität, die zu deren Ernstnehmen beiträgt. Die Stochastik bietet eine exemplarische Möglichkeit, Vorstellungen der Lernenden im Unterricht produktiv zu nutzen – sie ist nach LAMBERT (2017, S. 30) nämlich kontraintuitiv. Um an die Primärintuition¹³⁷ der Lernenden anzuknüpfen, sollte der Mathematikunterricht den Schülern ermöglichen, ihre teils sehr unterschiedlichen Vermutungen zu äußern, zu begründen und gemeinsam zu diskutieren. Solche Diskussionen, um die der Stochastikunterricht nicht herumkomme, so SCHUPP, machen ihn zwar schwierig, allerdings auch „*in besonderer Weise ‚bildend‘*“ (Schupp 2004, S. 10; Hervorhebung im Original). LAMBERT (2017, S. 30) beschreibt am Beispiel des Wurfs zweier Münzen als Einstieg in das neue Thema Wahrscheinlichkeitsrechnung eine solche Situation in der Klasse:

¹³⁷ MANFRED BOROVČNIK (1992) unterscheidet zwischen Primär- und Sekundärintuitionen und klassifiziert diese wie folgt: „Primäre Intuitionen sind alles, was man sich vorstellt, ohne daß man durch systematische Unterweisung schon beeinflusst wäre; sie können entweder eine treibende Kraft oder ein Hindernis sein für die (historische) Entwicklung einer Theorie oder für die Rekonstruktion der Konzepte, d.h. für das sich entwickelnde Verständnis beim Lerner. Sekundäre Intuitionen sind die Vorstellungen, die durch die theoretische Durchdringung eines Begriffsfeldes oder durch die systematische Unterweisung darin beim denkenden Subjekt entstehen sollen“ (Borovčnik, 1992, S. 8). Erfolgreiche Lernprozesse setzen an den vagen Primärintuitionen der Lernenden an und bahnen einen Weg zur Transformation in tragfähige, gewünschte und in Mathe offiziell akzeptierte sekundäre Intuitionen (vgl. Schupp 2004, S. 10 – siehe weiter unten).

Markus und Melissa streiten sich. Beide waren bisher immer sehr gut in Mathe. Nun haben wir mit einem neuen Thema begonnen: Wahrscheinlichkeitsrechnung. Es geht um die Frage des Wurfs zweier Münzen, auf einer Seite Wappen und auf der anderen Seite Zahl. Ich frage: „Sollte man darauf wetten, dass beide Münzen das Gleiche zeigen?“ Dies löst heftige Diskussionen in der Klasse – und besonders zwischen den beiden – aus.

(Lambert 2017, S. 30)

Der beschriebene Unterricht gibt den Lernenden genügend Raum, um ihre Argumentationen zu unterschiedlichen Vorhersagen zu diskutieren: Markus ist der Meinung, dass es drei gleichwahrscheinliche Fälle gibt, Melissa unterscheidet vier Fälle und veranschaulicht ihre Überlegung anhand des Hintereinanderwerfens einer Münze (vgl. ebd.). Dies entspricht der Forderung von LENGNINK (2018, S. 84), wonach die Lehrperson im Hintergrund bleiben sollte, neugierig und interessiert an den Vorstellungen und Argumenten der Lernenden.

Eine experimentelle Simulation stelle eine Brücke dar zur Welt der Mathematik, indem sie die Lernenden laut LAMBERT (2017, S. 30) von der passenden, tragfähigen Argumentation überzeugt. Sie erleben hierdurch: „Stochastik ist kontraintuitiv. Wir irren uns da anfänglich gern und glauben die tatsächlich passenden, stochastischen Modelle erst wirklich, wenn wir uns selbst experimentell davon überzeugt haben“ (ebd.).

Für den Stochastikunterricht bedeutet ein Ernstnehmen der Lernenden in diesem Sinne also, dass er die Primärintuition der Lernenden aufgreift und in tragfähige Sekundärintuition umwandelt. Dieses wichtige Ziel eines allgemeinbildenden Stochastikunterrichts resümiert auch SCHUPP:

Gemeinsame Überzeugung ist, daß sie [die Primärintuitionen, K. W.] explizit gemacht und, wo erforderlich, durch geduldiges Eingehen auf subjektive Voreinstellungen in stimmige Sekundärintuitionen (heute sagt man wohl: Grundvorstellungen) überführt werden müssen, weil sie sonst jede noch so ausge dehnte schulische Instruktion überleben und im Zweifelsfalle dominieren.

(Schupp 2004, S. 10)

Hierbei können sich die Lernenden auch dadurch besonders wertgeschätzt fühlen, dass ihre ‚falschen‘ Vorstellungen nicht vom Lehrer korrigiert, sondern mittels eigener Experimente selbstständig in belastbare umgewandelt werden. Hierzu ist nach LAMBERT eine angemessene stoffdidaktische Reduktion des Problems auf seinen Kern durch die Lehrperson nötig: „Didaktische Reduktion ermöglicht in der Stochastik das notwendige Sammeln und Strukturieren eigener Erfahrungen und unterstützt weitgehend selbstständiges Lösungssuchen“ (Lambert 2017, S. 33). Die Reduktion erleichtert somit das Erkunden, das Erkennen von Mustern und anschließend auch eine Verallgemeinerung der Erkenntnisse auf ähnliche Fragestellungen (vgl. Lambert 2017, S. 33).

Nicht nur in der Stochastik kann Unterricht die mathematikbezogenen (Fehl-)Vorstellungen der Lernenden ernstnehmen. Dies soll bedeuten, eine Unterrichtskultur zu etablieren, die einen konstruktiven Umgang mit **Fehlern** anstrebt – was laut HEYMANN einen Beitrag zur Stärkung des Schüler-Ichs leistet (vgl. Heymann 1996, S. 260) und laut NIEBERT essentieller Bestandteil auf dem Weg zu einer nachhaltigen Entwicklung ist (vgl. Niebert o. J; nach Bundesministerium für Bildung und Forschung o. J. – siehe Unterkapitel 1.2, S. 49). Zu diesem konstruktiven Umgang mit Schülerfehlern gehört nach FISCHER und MALLE (1985, S. 76 ff.) das Ernstnehmen und Thematisieren der Systematik des Schülergedankens: „Was sie [die Schüler, K. W.] sich bei den Fehlern denken, ist oft nicht unvernünftig, es stimmt nur manchmal nicht mit dem in der Mathematik Üblichen überein“ (Fischer & Malle (1985, S. 76). Anstelle einer „Fehlervermeidungstaktik“ müsse ein „*Lernen aus Fehlern*“ (ebd., S. 80; Hervorhebung im Original) stattfinden. „Dazu genügt es nicht, Fehler bloß festzustellen, man muß sich auch mit ihrer Entstehung auseinandersetzen. Eine solche Auseinandersetzung ist im Unterricht aber nur möglich, wenn Fehler zugelassen und positiv aufgegriffen werden“ (ebd.). Als Voraussetzung für solch einen konstruktiven Umgang mit Fehlern im Unterricht nennen FISCHER und MALLE (1985, S. 83) „ein gewisses Vertrauensverhältnis zwischen Lehrer und Schüler, eine Atmosphäre, die es gestattet, auch über Falsches zu reden“. Umgekehrt könne sich die Beziehung auch durch diesen Umgang mit Fehlern verbessern, denn „Schüler fühlen sich dadurch ernster genommen und haben das Gefühl, sich am Lernprozess aktiver beteiligen zu können“ (ebd.).

Auch die aktive Gestaltung einer gefällereduzierten, *gleichwürdigen* (nach Juul 2020) **Beziehung** zwischen Lehrer und Schülern, die dem Lehrer Einblicke in Einsichten und Gefühle der Lernenden gewährt, kann mathematikspezifisch beispielsweise durch das Aufgabenvariieren realisiert werden: So beschreiben LARA KUBIAK und LOTZ (2021) zunächst die Methode des Aufgabenvariierens nach SCHUPP (2002) anhand einer klassischen Urnenaufgabe aus dem Bereich der Wahrscheinlichkeitsrechnung als Initialaufgabe. Die eigenständige Variation durch Lernende fördere kreative Aspekte beim Mathematiktreiben (vgl. Schupp 2002, S. 5 f.) und löse die Lernenden aus der rein reaktiven Haltung gegenüber Lehrerfragen, was das mathematische Verständnis begünstige (vgl. Schupp 2002, S. 12).¹³⁸ Aufgabenvariation ist nach KUBIAK und LOTZ (2021, S. 27) ein „besonderes Mittel zur Beziehungsgestaltung“ auf *mehreren* Ebenen: Zunächst beeinflussen solche Variationseinheiten die Beziehung der Lernenden zum Fach:

¹³⁸ Auch KÖHLER (2001) verweist im Rahmen seiner Überlegungen zu einer veränderten Unterrichtskultur auf die Rolle des eigenständigen Aufgabenvariierens durch die Schüler, welches die Intensität der mathematischen Bearbeitung steigere. „*Intensives Sich-Einlassen auf statt effektiver Abrichtung zu*, heißt die notwendige Richtungskorrektur“ (Köhler 2001, S. 122; Hervorhebung im Original). Durch das Aufgabenvariieren, durch „das Problem verändern, an Parametern zupfen, den Blick verschieben, von anderer Seite herangehen, nach Spezialfällen oder nach Verallgemeinerungen fragen“ entstehe ein „Sog, dem sie sich kaum entziehen können“ (ebd.).

Erstaunlich leicht kommt man durch einfache Variationen einer gelösten Aufgabe neben unsinnigen, trivialen, leichten und anspruchsvollen Fragestellungen zu schwierigen, für Schüler und nicht selten auch für Lehrer unlösbaren (u. U. aber höchst aktuellen), ja zu noch ungelösten oder prinzipiell nicht lösbaren Problemen [...] Mathematik wird – vielleicht zum ersten Mal – als lebendiger Prozeß erlebt, in dem fortwährend Fragen entstehen, (vielleicht nur teilweise) beantwortet werden und neue Fragen nach sich ziehen.

(Schupp 2002, S. 13)

Dieses so entstehende Bild von Mathematik wird von SCHUPP als Beitrag zur „Befreiung vom Gegenstand“ (Fischer 1984) gesehen. Dies könne Konsequenzen auf motivationaler Ebene entfalten, und zwar nicht nur kurzfristig: „Vielleicht kann auf solche Weise sogar eine Haltung gegenüber der Mathematik geweckt und gefördert werden, die wertvoller ist als die bloß einleitende und daher kurzfristige Motivation: das verweilende Interesse am Fach [...]“ (Schupp 2002, S. 14). Die eigenständige Variation von Aufgaben durch Lernende schaffe individuelle Freiräume zum Arbeiten, „jeder nach seiner Façon, der eine vorsichtig, die andere mutig, die eine eher schwierigkeitenorientiert, der andre mehr spielerisch und angetan von den im Kontext gebotenen Möglichkeiten“ (Schupp 2002, S. 17). Dem Lehrer biete die Variation durch die Schüler die Möglichkeit in Einsichten, „wie Lernende Mathematik sehen und erleben, welche Einstellungen und Gefühle sie gegenüber mathematischen Problemen haben“ (Schupp 2002, S. 17). Dieses Sehen und Verstehen durch den Lehrer setzt allerdings schon ein gewisses Vertrauensverhältnis in der Lehrer-Schüler-Beziehung voraus, auf Basis dessen sich die Lernenden beim Variieren auch echt und offen zeigen können. Auf das Vertrauensverhältnis wurde bereits oben mit VAERTING eingegangen.

Daneben fördert gerade das Formulieren eigener Aufgaben (weiter) jene positive, *gleichwürdige* (nach Juul 2020) Beziehung zwischen Lernenden und Lehrenden: Es könne sich „Freude und Risikobereitschaft einstellen, insbesondere wenn deutlich wird, daß solches Tun auch dem Lösen gestellter Aufgaben zugute kommt. Wer selbst Aufgaben bilden kann, verliert die Angst vor Aufgaben Anderer und die Überschätzung des Expertentums dieser Anderen“ (Schupp 2002, S. 27). Die Lehrperson ist beim Variieren ein hilfsbereiter Lernbegleiter, der den von den Schülern durch ihre vorgeschlagenen Aufgabenvariationen gelenkten Weg mitgeht. Nach SCHUPP ist sie mit all ihrer Erfahrung und Hilfsbereitschaft „in allen Phasen des Variierens unabdingbar“ (Schupp 2002, S. 24). Die Lehrperson tritt hier *potentiell* gleichberechtigt beim Nachdenken über möglicherweise auch für sie nicht gänzlich einfache Problemstellungen auf.¹³⁹ Das Variieren relativiere damit die traditionelle Lehrer-Schüler-Beziehung, welche „die allermeist für unbedingt notwendig gehaltene Fähigkeit der Lehrperson zur sofortigen Meisterung aller auftretenden

¹³⁹ Dies bedeutet, dass der Schüler in der Problemlösung phasenweise überlegen sein kann – was die Lehrperson aushalten (lernen) muss.

Fachprobleme“ (Schupp 2002, S. 39) einschlieÙe. Aufgabenvariation könne so „auch [...] [das, K. W.] Lehrerbild“ (Schupp 2002, S. 50) der Schüler verändern: „Die Lehrperson will dabei helfen, dass ich mein Problem löse – wir ziehen heute (oder sogar immer?) am selben Strang. – Auch ist sie mal ratlos, und das ist in Ordnung“ (Kubiak & Lotz 2021, S. 27 f.).

4.3.1.2 Die Haltungen des Personenzentrierten Unterrichtens nach REINHARD TAUSCH

In der Pädagogischen Psychologie haben Anforderungen an Verhaltensweisen von Lehrpersonen, die dazu beitragen, die Person des Lernenden besonders wertzuschätzen, unter dem Fachbegriff *Personenzentriertes Unterrichten/Erziehen* Eingang gefunden (vgl. R. Tausch 2018, S. 637 ff.).

Die zugrundeliegende – und auch empirisch geprüfte – Auffassung ist dort, dass neben fachlichen, methodisch-didaktischen Fähigkeiten folgende drei Haltungen bzw. Verhaltensformen bei Lehrpersonen entscheidend für die Beziehungsgestaltung Lehrer–Schüler und damit für persönliche sowie fachliche Lernprozesse und Entwicklungen der Schüler sind (vgl. R. Tausch 2018, S. 637):

- Achtung-positive Zuwendung
- nicht-wertendes einführendes Verstehen
- Aufrichtigkeit-Übereinstimmung

Ein hohes Ausmaß dieser drei Verhaltensformen korreliere beispielsweise mit höheren Lernzuwachsen, Kreativitätssteigerungen, einem positiveren Selbstbild und größerer Zufriedenheit mit sich selbst, höherer Selbstständigkeit, einem vertrauensvolleren Lehrer-Schüler-Verhältnis, einem besseren Klassenklima mit weniger Disziplinschwierigkeiten, erhöhter Motivation oder einer stärkeren Beteiligung am Unterricht mit offener Diskussion (vgl. R. Tausch 2018, S. 638 f.).¹⁴⁰ Zu diesen positiven Auswirkungen komme es, da durch aufrichtiges, achtungsvolles, einführendes Verhalten der Lehrperson die Beziehung zwischen Lehrern und Schülern vertrauensvoller werde und sich hierdurch positive Auswirkungen auf die Bereitschaft zur Beteiligung der Jugendlichen am Unterricht ergeben. Auch können die Verhaltensformen zur Reduktion von Anspannung und zu positiverem Empfinden führen und damit zur Minderung von Aggressivität und Disziplinschwierigkeiten beitragen (vgl. R. Tausch 2018, S. 641). Des Weiteren beeinflussen sie das Selbstbild und die Selbstachtung der Lernenden günstig, und dies sei Untersuchungen

¹⁴⁰ Die Erfahrungen stammen ursprünglich aus dem Bereich der Psychotherapie und gehen auf CARL ROGERS zurück (vgl. R. Tausch 2018, S. 637). In R. TAUSCH (2018, S. 638 f.) finden sich einige empirische Untersuchungen zur personenzentrierten Unterrichtung aus dem schulischen Bereich in zusammengefasster Form. Nicht nur für den Kontext Schule, sondern generell seien diese Verhaltensformen förderlich für die zwischenmenschliche Beziehungsgestaltung, für seelische Gesundheit und kognitive, kreative Leistungsfähigkeit (vgl. R. Tausch 2018, S. 642).

der Psychologie zu Folge „das Merkmal für seelische Gesundheit“ (ebd.). All dies sei zentral für günstige Arbeitsmöglichkeiten der Schüler im Unterricht (vgl. ebd.).

Unter ***Achtung-positive Zuwendung*** werden nach R. TAUSCH Verhaltensformen, also auch Sprachäußerungen, Gestik und Mimik, subsumiert, die zeigen, dass der Lehrer die Schüler als „Person grundsätzlich gleichen menschlichen Wertes^[141] ansieht und respektiert“ (R. Tausch 2018, S. 640). Diese Akzeptanz der Person könne sich in einer rücksichtsvollen Art gegenüber dem Lernenden ausdrücken, in herzlicher, positiver Anteilnahme an dem Schüler und seiner Erlebniswelt. Selbstbestimmung im Gegensatz zu Dirigieren und Dominieren des Lernenden sei das Ziel des Lehrers, um die persönliche Entwicklung des Jugendlichen zu fördern (vgl. ebd.). So spiegeln etwa sozial-reversible Lehreräußerungen – solche, die „der Jugendliche [...] dem Erwachsenen gegenüber in gleicher Weise verwenden [kann, K. W.], ohne dass dies einen Mangel an Achtung-Respekt bedeuten würde“ (R. Tausch 2018, S. 640) – das Ernstnehmen des Schülers durch den Lehrer wider.

Daneben kann das Einholen von Feedback durch die Lehrperson zur Wertschätzung der Schüler beitragen: ANDREA HOFFKAMP (2018, S. 21 ff.) beschreibt bezogen auf den Mathematikunterricht, dass ihre Lernenden regelmäßig zum Stundenabschluss ein Feedback mit Bezug auf die gesetzten Ziele formulieren. Dieses diene der Lehrkraft als Rückmeldung und Abstimmung des weiteren Unterrichts und könne als Einstieg in der Folgestunde aufgegriffen werden. „So merken alle, dass das Feedback seinen Zweck hat und dass ich sie ernst nehme und versuche, sie zu sehen“ (Hoffkamp 2018, S. 24). Auch der Lehrer könne sich von den Schülern gelegentlich zum Zweck der eigenen professionellen Weiterentwicklung Rückmeldung zu unterschiedlichen Aspekten des Unterrichts einholen – und so den Schülern seine achtend-positive, wertschätzende Haltung ihnen gegenüber zum Ausdruck bringen (vgl. Anke Lindmeier 2018, S. 109 f.).

Ein ***einführendes, nicht bewertendes Verstehen*** der Erlebniswelt der Person charakterisiere sich durch das Bemühen des Lehrenden, die Innenwelt des Jugendlichen, also seine Wahrnehmungen von sich selbst und seiner Umwelt, zu verstehen, seine Gefühle wahrzunehmen und an Gedanken teilzuhaben: „Es ist ein sensibles, vorurteilsfreies, nicht-wertendes und genaues Hören der seelischen Welt des anderen“ (R. Tausch 2018, S. 640). Demnach teilt die Lehrperson dem Schüler auch das mit, was sie von seiner Innenwelt verstanden hat, wenn die Situation angemessen hierzu erscheint (vgl. ebd.).

Bezogen auf das Fach Mathe liegt auf dieser nicht-kognitiven Ebene beispielsweise der einführende, nicht bewertende Umgang mit Lernenden im Hinblick auf ihre mit diesem Fach verbundenen Emotionen. Hier kann die Beziehungsgestaltung

¹⁴¹ siehe gleichwürdiger Dialog bei JUUL (2020), S. 228

zwischen Lehrer und Schüler bei der Übernahme einer neuen Lerngruppe durch die geschilderte achtsame Haltung positiv beeinflusst werden. Zum Kennenlernen bietet sich laut VON DER BANK und HERGET (2023, S. 4) die Frage *Was bedeutet Mathe mir?* an, die ein Ausdruck davon ist, dass der Lehrer die Schüler und ihr Verhältnis zu Mathe ernstnimmt. Weitere Impulse wie *Ich hatte ein schönes Erlebnis im Matheunterricht, als ... Dies mochte ich in Mathe besonders, weil ... Das wünsche ich mir für unseren gemeinsamen Matheunterricht ...* können ergänzt werden, um die eigene Beziehung zum Fach zu klären und gemeinsame Ziele für das Schuljahr festzuhalten (vgl. ebd.).

Als drittes Merkmal Personenzentrierten Unterrichts nennt R. TAUSCH (2018) die **Aufrichtigkeit** bzw. **Echtheit** der Lehrperson: „Damit ist eine Übereinstimmung von Gedanken, Gefühlen und Handlungen des Erwachsenen gegenüber dem Jugendlichen gemeint. Der Erwachsene ist ohne Fassade, ohne professionelles routinemäßiges Gehabe, verhält sich natürlich, spielt keine Rolle, gibt sich so, wie er wirklich ist“ (R. Tausch 2018, S. 640). Dazu gehöre auch, dass sich der Lehrer neben seiner Rolle in seiner Profession auch als Ich zu erkennen gebe und auch „tiefere gefühlsmäßige Erfahrungen“ ausdrücke, wenn es in der Situation hilfreich erscheine (vgl. ebd.). Auf diesen Aspekt der Authentizität der Lehrkraft wurde bereits im vorliegenden Abschnitt im Rahmen der Gegenseitigkeit des Ernstnehmens eingegangen, siehe S. 229.

Die Verhaltensform **nicht-dirigierende, förderliche Aktivitäten** ergänzten R. TAUSCH und ANNE-MARIE TAUSCH später als vierte förderliche Form. Sie umfasse konkret den Einsatz von Hilfestellungen, die verständliche Aufarbeitung von Texten, den häufigen Einsatz von Kleingruppenarbeit, das Anknüpfen an die Lebenswelt der Lernenden sowie das Einbinden von deren Interessen, das Ermutigen zum Fragenstellen und die Reduktion des Redeanteils des Lehrers (vgl. R. Tausch 2018, S. 640). Diese vierte Verhaltensform stehe in direktem Zusammenhang mit den ersten beiden genannten Haltungen des Personenzentrierten Unterrichts (vgl. ebd.). Im Mathematikunterricht könnte etwa ein Statistik-Projekt durchgeführt werden, bei dem die Lernenden den Untersuchungsgegenstand gemeinsam unter Einbezug ihrer Interessen und ihrer Lebenswelt festlegen – und anschließend den gesamten statistischen Erhebungs- und Darstellungsprozess möglichst eigenständig in Kleingruppen durchlaufen (vgl. Anke Leiser 2017).

R. TAUSCH beleuchtet zudem die Frage, wie Lehrpersonen diese förderlichen Verhaltensformen erlernen können (vgl. R. Tausch 2018, S. 642 f.). Zwar hängen die Haltungen im Unterricht mit jenen Merkmalen der Persönlichkeit des Lehrers außerhalb der Schule im Privatleben zusammen, dennoch könne sich Wissen über die personenzentrierten Verhaltensformen auf entsprechendes Unterrichten günstig auswirken. Unter Bezugnahme auf verschiedene Studien nennt R. TAUSCH (2018, S. 643) einige nützliche Bedingungen bzw. Qualitäten für personenzentrier-

tes Verhalten, die teils trainiert werden können: Entwickeln von Empathiefähigkeit, konkret durch Trainingskurse; seelische Ausgeglichenheit und Belastbarkeit, etwa durch Entspannungsübungen; körperliche Fitness; Präzisierung des Sprachausdrucks (Klarheit, Kürze, Prägnanz); Engagement, Enthusiasmus, Flexibilität und Kreativität. Die Schärfung des Bewusstseins für jene Verhaltensweisen, beispielsweise durch Schülerfeedback als Lern- und Weiterentwicklungsgelegenheit für Lehrer oder durch Wahrnehmen von Vorbildern, könne so zum Personenzentrierten Unterrichten beitragen (vgl. R. Tausch 2018, S. 643).

4.3.1.3 Ermöglichen von Selbstwirksamkeitserfahrungen

In der Säule *gegenseitig Ernstnehmen* wird das Ermöglichen von Selbstwirksamkeitserfahrungen der Lernenden als zentrale Facette herausgestellt, da diese deren Beteiligung und nachhaltig motiviertes Lernen – und so auch die Bereitschaft zum verantwortungsvollen Verwenden von Mathe – unterstützen:

Damit Kinder sich gut zu eigenständigen, verantwortungsbewussten Persönlichkeiten entwickeln und nachhaltig motiviert lernen können, ohne spätestens in der Eingangsstufe der weiterführenden Schule unter Motivationsverlust zu leiden, ist es unverzichtbar, dass sie als denkende und fühlende Persönlichkeiten mit ihrem Bedürfnis nach Autonomie und Zugehörigkeit ernstgenommen werden und Selbstwirksamkeitserfahrungen machen können.

(Birte Friedrichs & Susanne Pietsch 2019, S. 4)

Die These ALBERT BANDURAs lautet, „dass der entscheidende Erfolgsfaktor für menschliches Handeln weniger mit Intelligenz, Wissen oder Können zu tun habe, als vielmehr mit der persönlichen Überzeugung, aus eigener Kraft etwas bewirken zu können“ (Fuchs 2005, S. 11). Für Beteiligung am und Aktivität im Unterricht – und in der Welt – brauchen die Schüler folglich Selbstwirksamkeit, nach dem amerikanischen Psychologen BANDURA definiert als „den Glauben an die eigene Fähigkeit, erforderliche Handlungen so zu planen und auszuführen, dass künftige Situationen gemeistert werden können“ (Übersetzung von Bandura, zitiert nach Maximilian Hettmann et al. 2019, S. 174). Selbstwirksamkeitserwartungen befassen sich demnach damit, ob eine Person Vertrauen und Zuversicht in eigene Fähigkeiten habe und davon überzeugt sei, zukünftig eine neue oder schwierige Aufgabe erfolgreich meistern zu können (vgl. Olaf Köller & Jens Möller 2018, S. 757; Schwarzer & Jerusalem 2002, S. 35/39; Anita Woolfolk 2014, S. 362). Diese subjektive Einschätzung der eigenen Kompetenz zur Erreichung eines bestimmten Ziels sei in BANDURAs Definition die entscheidende Komponente der Wahrnehmung von Selbstwirksamkeit (vgl. Fuchs 2002, S. 22; Schwarzer & Jerusalem 2002, S. 36).¹⁴²

¹⁴² FUCHS (2002, S. 17 ff.) grenzt dieses Begriffsverständnis von Selbstwirksamkeit nach BANDURA vom alltäglichen Gebrauch ab, welcher die Handlungsdimension betone, im Sinne eines „selbsttätig

Welche Rolle spielt Selbstwirksamkeit für **Unterricht** und im Speziellen für das zentrale Anliegen des Achtsamen Unterrichts, nämlich für das Verwenden von Mathe aufzuschließen? Und wie kann das Erfahren der Selbstwirksamkeit der Schüler gefördert werden? Das Konzept ist im Kontext von Bildungsprozessen empirisch vielfach untersucht.¹⁴³ Zahlreiche Studien legen nahe, dass Selbstwirksamkeitserwartungen im Umgang mit schulischen Anforderungen *mit* entscheidend seien für Motivation¹⁴⁴, Lernen, Selbstregulation, Leistungsniveau und auch Wohlbefinden (vgl. Hettmann et al. 2019, S. 174; Schwarzer & Jerusalem 2002, S. 36; Woolfolk 2014, S. 364). Sie beeinflussen unterschiedliche Handlungsaspekte einer Person: ihr Denken (sieht sie Lösungsmöglichkeiten oder nicht?), ihre Gefühle (erlebt sie Zuversicht oder Angst?), ihre Motivation (strengt sie sich an oder nicht?) und ihre Situationsauswahl (wählt sie für sie bewältigbare Situationen oder nicht?) (vgl. Schwarzer & Jerusalem 2002, S. 35; Karolina Urton 2017, S. 2 f.). So führe eine geringe Selbstwirksamkeitserwartung zu einer Abnahme der Bereitschaft und Motivation, sich weiter mit einer Sache auseinanderzusetzen. Ein hieraus resultierender geringer(er) Kompetenzaufbau und resultierende Misserfolge wirken sich dann wiederum negativ auf die Selbstwirksamkeit aus – eine Abwärtsspirale also (vgl. Hettmann et al. 2019, S. 174). Hohe Selbstwirksamkeit stehe dagegen in engem Zusammenhang mit selbstreguliertem Lernen, höheren Zielsetzungen, der Effektivität und Flexibilität von Lernstrategien und damit auch

sein und etwas bewirken können“ (Fuchs 2002, S. 22). Dieses aktive, bewusste Handeln ist hier allerdings nicht gemeint.

¹⁴³ Im schulischen Bereich wird *Selbstwirksamkeit* vom schulischen *Selbstkonzept* unterschieden. Während sich die Selbstwirksamkeit auf „selbstwahrgenommene Kompetenzen im Hinblick auf die Bewältigung einer Aufgabe“ beziehe, sei das schulische Selbstkonzept einer Person breiter angelegt und umfasse neben dieser kognitiven Komponente der Einschätzung auch bewertende und affektive Momente – etwa „Ich bin besser/schlechter als andere“ oder „Ich liebe/hasse Mathematik“ (Köller & Möller 2018, S. 758). Das Selbstkonzept habe demnach eine globalere Dimension und beinhalte die Selbstwirksamkeit als eine von vielen Aspekten der Selbstwahrnehmung (vgl. Woolfolk 2014, S. 362). Im Gegensatz zum Selbstkonzept, für dessen Entwicklung auch soziale Vergleiche mit anderen wesentlich seien, konzentriere sich die Selbstwirksamkeit nur auf die eigene Person und die eigene Fähigkeit. Das Konzept der Selbstwirksamkeit weise eine Kontextspezifität auf, sei also bereichs-, fach- bzw. aufgabenabhängig. Während Selbstwirksamkeit bedeutsam für das Zutrauen in die eigenen Fähigkeiten sei, beschreibe der Selbstwert die Beurteilung des eigenen Wertes (vgl. ebd.). Dazwischen gibt es nach BANDURA nicht zwingend einen Zusammenhang, insbesondere dann nicht, wenn das Fehlen der Selbstwirksamkeit bezogen auf eine bestimmte Aktivität nicht als bedeutsam für die Beurteilung des eigenen Wertes gesehen wird (vgl. Fuchs 2005, S. 33; Woolfolk 2014, S. 362). – Man kann geringe Selbstwirksamkeitserwartungen in Mathe an sich haben, dennoch einen hohen Selbstwert, da man dem Fach keinen hohen Stellenwert zuschreibt.

¹⁴⁴ Die Selbstbestimmungstheorie nach DECI und RYAN, die im inneren Antrieb, also dem Bedürfnis nach Selbstbestimmung, die Quelle der Motivation sieht, postuliert drei psychologische Grundbedürfnisse des Menschen, deren Entfaltung Motivierung des Menschen bedeuten: das Bedürfnis nach Kompetenz, nach Autonomie und nach sozialer Eingebundenheit (vgl. Deci & Ryan 1993, S. 229; Woolfolk 2014, S. 389). Nach AGNES BRAUNE (2012, S. 47) liegt Kompetenzerleben vor, „wenn sich ein Schüler selbstwirksam erlebt und den Eindruck hat, seine Aufgaben sachgemäß und erfolgreich zu erledigen“. Das Erfahren der eigenen Selbstwirksamkeit ist also, eingebettet in die Motivationstheorie von DECI und RYAN, ein Teil des Strebens nach Selbstbestimmung und entscheidend für die Entstehung von intrinsischem Interesse und Motivation (vgl. Deci & Ryan 1993, S. 231).

einem nachhaltigen Kompetenzerwerb und Leistungserfolg (vgl. Köller & Möller 2018, S. 761; Schwarzer & Jerusalem 2002, S. 37 f.; Urton 2017, S. 5).

„Selbstwirksamkeitserwartungen liefern also einen eigenständigen Beitrag zu Leistungsergebnissen und sind nicht einfach Ausdruck der intellektuellen Fähigkeiten“ (Schwarzer & Jerusalem 2002, S. 38). Die Ermöglichung von Selbstwirksamkeitserfahrungen im Unterricht – und deren bewusste Wahrnehmung durch die Lernenden – ist essentieller Bestandteil eines die Person wertschätzenden Unterrichts:

Folgt man dieser Argumentation, so sollte es zentrales Ziel schulischen bzw. unterrichtlichen Arbeitens von Lehrkräften sein, die Selbstwirksamkeit ihrer Schüler zu fördern. Dies wird insbesondere gelingen, wenn Kinder und Jugendliche im Unterricht Kompetenzerlebnisse haben, also erleben, dass sie selbst für ihre Handlungsergebnisse verantwortlich sind.

(Köller & Möller 2018, S. 761)

Neben direkten Erfolgserfahrungen, die zur Entstehung von Selbstwirksamkeitserwartungen ein Zurückführen des Erfolgs auf die eigenen Fähigkeiten und Anstrengungen erfordern, können weitere **Quellen** der Selbstwirksamkeit unterschieden werden: stellvertretende Erfahrungen durch Beobachtung von Vorbildpersonen, die ähnliche Aufgaben meistern; verbale Überredungen und ermutigende Rückmeldungen durch Dritte; das Erleben physiologischer und emotionaler Erregung wie etwa Aufregung, Ängstlichkeit oder Begeisterung¹⁴⁵ (vgl. Hettmann et al. 2019, S. 176; Woolfolk 2014, S. 363).

Aufgrund der geschilderten Wirkungen von Selbstwirksamkeitserwartungen im Hinblick auf das Lernen sind Lehrer also bei der Gestaltung von Lernprozessen und Lerngelegenheiten aufgefordert, das Selbstwirksamkeitserleben der Lernenden zu fördern. Hierzu finden sich eine Reihe konkretisierender **Vorschläge** bzw. Anregungen in der Literatur, wovon im Folgenden hier exemplarisch einige, auch im Mathematikunterricht umsetzbare angerissen werden.

FUCHS (2002, S. 83 ff.) leitet aus einem Vergleich verschiedener Definitionen selbstwirksamen Lernens einen Kriterienkatalog desselben mit sieben Kategorien her (Sinn/Bedeutung, Herausforderung, Gelingen/Erfolg, Vorbild(er), Verbal (Coaching), Emotional (Klima), Metakognition), welcher als Grundlage für die Diskussion von Unterrichtsbeispielen anhand folgenden Fragenkatalogs unter der Brille der Selbstwirksamkeit genutzt werden könne:

¹⁴⁵ Dieser Erregungszustand kann sich etwa wie folgt auf die Beurteilung der eigenen Bewältigungskompetenz auswirken: „Hohe Erregung (z. B. ängstliche Aufgeregtheit in der Schule) kann interpretiert werden als Hinweis auf die eigenen unzureichenden Kompetenzen, sodass in geringerem Maße eine erfolgreiche Problembewältigung erwartet wird als bei niedriger Erregung“ (Schwarzer & Jerusalem 2002, S. 45).

- (1) Inwiefern spielen Fragen nach dem Sinn oder der Bedeutung eine Rolle?
- (2) In welcher Hinsicht kann von Herausforderungen gesprochen werden?
- (3) Sind gelingende Momente und Erfolgserlebnisse ein Thema? Inwiefern?
- (4) Gibt es allenfalls (kompetente) Vorbilder?
- (5) Inwiefern ist verbale Unterstützung bedeutsam?
- (6) Inwiefern spielen emotionale Umstände eine Rolle?
- (7) Sind Formen von metakognitiver Reflexion (= vertieftes Nachdenken über das eigene Handeln) auszumachen?

(Fuchs 2005, S. 93)

Diese auf selbstwirksames Lernen abzielenden Fragen lassen sich auch für Mathematikunterricht anwenden. Hierbei können mehrere Schnittstellen mit Aspekten des Achtsamen Unterrichts sichtbar werden: (zu 1:) In der ersten Frage von FUCHS spiegelt sich die Dimension *nützlich* im Achtsamen Unterricht wider. Damit die Lernenden Mathe als nützlich erleben, wurde als zentrales Element dieser Dimension die unterrichtliche Diskussion von Sinnfragen herausgearbeitet (siehe Abschnitt 4.2.2). (zu 3:) Das Ziel, gelingende Momente zu erzeugen, steht an übergeordneter Stelle im Achtsamen Unterricht, damit sich die Lernenden Mathe zuwenden. (zu 7:) Reflexionen auf der Metaebene etwa über die Bewältigung einer Aufgabe und das Verhältnis zu Mathe können diese gelingenden Momente und Erfolge für die Lernenden sichtbar(er) machen. Die Säule *gegenseitig Aufklären* betrachtet jene metakognitiv moderierte Aufklärung als eine von zwei Formen der Aufklärung genauer (siehe Abschnitt 4.3.2). (zu 6:) In Verbindung mit der übergeordneten Zielsetzung im Achtsamen Unterricht steht die Frage nach der Rolle emotionaler Umstände: Der Achtsame Unterricht berücksichtigt in seiner Konzeption die häufig negative emotionale Konnotation von Mathe (siehe Unterkapitel 4.1). Das Erleben von Mathe in ihrer Dimension *unterhaltsam* (siehe Abschnitt 4.2.3) kann einen positiven Beitrag auf dieser emotionalen Ebene leisten.

Ähnlich wie der Fragenkatalog von FUCHS, der die Lehrperson dabei unterstützen sollte, selbstwirksames Lernen zu ermöglichen, schlagen HETTMANN et al. (2019) einen Vierschritt als Planungshilfe für Lehrkräfte vor, um die Selbstwirksamkeit der Lernenden im Mathematikunterricht zu fördern:

- (1) Erfolge müssen vorbereitet werden.
- (2) Erfolge müssen möglich sein.
- (3) Erfolge müssen erlebt werden.
- (4) Erfolge müssen nachbereitet werden.

(Hettmann et al. 2019, S. 176)

Zunächst müsse eine Diagnose des individuellen Leistungsstandes erfolgen, um herausfordernde Aufgaben für den einzelnen Lernenden definieren zu können. Hieran schließe sich die Formulierung von Förderzielen an sowie deren Konkretisierung durch bewältigbare, überschaubare Teilziele, die direkten Anreiz bieten und den Fortschritt schneller deutlich machen (vgl. Hettmann et al. 2019, S. 177 f.; Schwarzer & Jerusalem 2002, S. 42/45; Woolfolk 2014, S. 366). Neben der Formulierung solcher Nahziele betonen SCHWARZER und JERUSALEM (2002, S. 47) die Förderung von Bewältigungsstrategien zum Ermöglichen von Erfolgen. Hiermit sind zum einen Strategien zum Umgang mit der Aufgabe gemeint, sowohl konkrete als auch meta-kognitive¹⁴⁶, zum anderen aber auch selbstregulative Strategien zum Umgang mit sich selbst, was zum nächsten Schritt überleitet: Zum Überprüfen der Ziele und dem Bewusstmachen der selbstbewirkten Erfolgserlebnisse diene die bewusste Reflexion von Lernfortschritten, die durch die Lehrpersonen immer wieder angestoßen werden könne; mögliche Impulse seien *Was hast du heute dazugelernt? Womit bist du schon gut zurechtgekommen?* (vgl. Hettmann et al. 2019, S. 179; Hoffkamp 2018, S. 22 f.).

Ob und wie Schüler_innen ihre Erfolge auch als solche erleben, hängt unter anderem davon ab, inwieweit diese durch Methoden der Dokumentation und Reflexion sichtbar gemacht werden. Durch das fokussierte Bewusstmachen der Lernerfolge, z. B. am Ende einer Stunde, und die anschließende Dokumentation wird die Wahrnehmung auf den Erfolg gelenkt, und der Erfolg kann zeitlich überdauernd wieder abgerufen werden.

(Hettmann et al. 2019, S. 179)

In dieser Phase spielen auch positive Erwartungseffekte der Lehrperson gegenüber der Wirksamkeit ihrer Schüler eine wichtige Rolle – *Ich traue meiner Klasse das zu, jeder Einzelne kann heute Erfolge haben, und das zeige ich auch bewusst* (vgl. Hettmann u. a. 2019, S. 179). Die Nachbereitung der Erfolge umfasse regelmäßige Rückmeldungen der Lehrkraft, die Bezug nehmen zu den Fortschritten auf dem Weg zum Lernziel und zu den selbstbewirkten Erfolgserlebnissen. Das Feedback solle hierbei günstige Attributionen von Erfolg und Misserfolg enthalten, um sich positiv auf das Selbstwirksamkeitserleben der Schüler auszuwirken (vgl. Hettmann et al. 2019, S. 179 f.; Schwarzer & Jerusalem 2002, S. 46). Erbrachte Leistungen seien stets mit zurückliegenden Anstrengungen und damit einhergehender gesteigerter Kompetenz in Verbindung zu bringen (vgl. Woolfolk 2014, S. 365/360). Zu beachten sei hinsichtlich der Entwicklung von Selbstwirksamkeit auch das Heranziehen individueller Bezugsnormen bei der Rückmeldung, die den Lernenden eigene Lernfortschritte in einem bestimmten Bereich verdeutlichen

¹⁴⁶ Bezogen auf Mathe können dies beispielsweise konkrete inhaltliche Problemlösestrategien wie etwa die Suche nach Invarianten sein (vgl. Bruder & Christina Collet 2011, S. 45) oder mehr auf der metakognitiven Ebene das Wissen über den vierphasigen Prozess des Problemlösens nach GEORGE PÓLYA (1995, Buchdeckel).

(vgl. Hettmann et al. 2019, S. 180 f.; Köller & Möller 2018, S. 762; Urton 2017, S. 8; Woolfolk 2014, S. 365).

Offene Aufgabenstellungen mit Differenzierungspotential sind eine weitere Möglichkeit, Lernende mit unterschiedlichen Lernständen individuell ernst zu nehmen und allen Erfolge zu ermöglichen. Bei komplexeren Problemlöseaufgaben kann sich neben eigenen, direkten Erfolgserfahrungen auch beim Lernen in der Gruppe Selbstwirksamkeit entfalten. URTON (2017, S. 7 ff.) verweist dabei auf die Bedeutung der Beobachtung von Erfolgserfahrungen von Mitschülern. Diese stellen dar und erklären, wie sie beim Überwinden der Problemstellung vorgegangen sind, welche Strategien sie genutzt haben usw.: „[D]enn Lernende, die gerade erst gelernt haben eine Problemstellung zu überwinden, können viel glaubhafter von diesem Prozess berichten und besitzen darüber hinaus, durch ihre Zugehörigkeit zur Peer-Group, eine besondere Attraktivität als Modell“ (Urton 2017, S. 9; vgl. auch Schwarzer & Jerusalem 2002, S. 43 f.).

4.3.1.4 Eröffnen von angemessenen demokratischen Partizipationsmöglichkeiten

Eine angemessene (demokratische) Partizipation der Lernenden im Unterricht stellt eine weitere Form des Ernstnehmens dar: Die Schüler ernst nehmen kann im Sinne eines demokratischen Unterrichtsstils bedeuten, ihn „als Partner unterrichtsbezogener Planung“ (Schulz 1986, S. 32, zitiert nach Rinschede 2007, S. 43) zu berücksichtigen, ihm also Mitbestimmungsmöglichkeiten auf der Ebene der Unterrichtsgestaltung zu eröffnen.

Diese Möglichkeit zur Mitgestaltung von Lernprozessen findet sich auch im Hamburger Modell der lehrtheoretischen Didaktik von WOLFGANG SCHULZ (1980), welches die Weiterentwicklung des Berliner Modells darstellt (vgl. Herbert Gudjons & Silke Traub 2020, S. 249 ff.). Im Modell beeinflussen die Schüler durch ihre Vorerfahrungen und Einstellungen die Ausgangslage der Unterrichtsplanung, und sie können Einfluss auf die Unterrichtsziele, Vermittlungsvariablen sowie die Erfolgskontrollen nehmen:

Didaktisches Handeln zielt [...] auf diese Verständigung von Lehrenden und Lernenden (jeweils auch untereinander) über die Unterrichtsziele (UZ), die Ausgangslage (AL), die Vermittlungsvariablen (VV) und die Erfolgskontrolle (EK) – zentrale Bedingung für die Planungsbeteiligung der Schüler und Schülerinnen –, mithin ein entscheidender Prüfstein für die Demokratisierung des Unterrichts und den »respektvollen Dialog«, den Schulz betont.

(Gudjons & Traub 2020, S. 251)

Der Begriff der **Partizipation** hat hier im Abschnitt nicht die Bedeutung der *eigenen, einfachen* Teilhabe bzw. Beteiligung, sondern der *demokratischen Mitbestimmung*. RALF SCHMIDT (2001, S. 25) charakterisiert den Begriff der Partizipa-

tion „allgemein als Oberbegriff zur Beschreibung von verschiedenen demokratischen Beteiligungsformen in der Schule“. FRIEDRICHS et al. (2018) konkretisieren dies:

Im pädagogischen Kontext geht es [...] um die Einbeziehung von Kindern und Jugendlichen bei allen Ereignissen und Entscheidungsprozessen, die das Zusammenleben betreffen, und die Ermöglichung, den gesellschaftlichen und schulischen Lebensraum entsprechend der Bedürfnisse mitzugestalten, an Gestaltungs- und Entscheidungsprozessen kollaborativ mitwirken und Einfluss nehmen zu können.

(Friedrichs et al. 2018, S. 5)

Unter den Zielperspektiven des Achtsamen Unterrichts zeichnet sich das Eröffnen exemplarischer, angemessener Partizipationsmöglichkeiten der Lernenden als besonders bedeutsam ab: Laut einer Studie von GÜÇ und KOLLOSCH (2022, S. 253) hat der schülerzentrierte Unterricht, der dem Schüler „*ein zunehmend größeres Ausmaß an Selbstständigkeit und Mitbestimmung*“ ermöglicht (A. C. Wagner 1976, S. 19; Hervorhebung im Original), positive Auswirkungen auf seine mathematikbezogene Identität. Partizipationsmöglichkeiten schaffen günstige Bedingungen für ein motiviertes und selbstständigeres Lernen, in dem die Schüler Verantwortung für ihr eigenes Lernen entwickeln und deren Autonomie¹⁴⁷ gefördert werde (vgl. Angelika Eikel 2006, S. 7; Friedrichs et al. 2018, S. 4; Thomas Klaffke 2019, S. 14). Laut mehrerer Studien verbessert sich „die Zufriedenheit von Schülern mit ihrer Schule und damit die pädagogische Grundatmosphäre deutlich [...], wenn Schüler ihre Partizipationschancen in der Schule als vielfältig wahrnehmen und sich als ernst zu nehmende Gesprächspartner erleben“ (R. Schmidt 2001, S. 24). MARKUS GLOE (2019, S. 9) spricht vom Sammeln „demokratische[r] Selbstwirksamkeitserfahrungen“, was angesichts gegenwärtiger gesellschaftspolitischer Herausforderungen immer bedeutender erscheine. So kommt dieser Facette des Ernstnehmens über die Schule hinaus gerade im Hinblick auf aktuelle und absehbar zukünftige globalen Herausforderungen *besondere* Bedeutung zu: Wenn Mathematikunterricht sich in globaler Verbindlichkeit sieht, also einen Beitrag zum Demokratielernen leisten will und die Lernenden zur verantwortungsvollen Verwendung von Mathe befähigen will, um etwa mündig an gesellschaftlichen Auseinandersetzungen zu partizipieren, dann ist es nach FRIEDRICHS et al. (2018) förderlich, dass die Schüler im Kleinen – also im Mathematikunterricht und in der Schule – auch Demokratie erfahren haben:

¹⁴⁷ Die Entfaltung des psychologischen Grundbedürfnisses nach Autonomie wird in der Selbstbestimmungstheorie von DECI und RYAN (1993, S. 229) als eine Ressource zur Steigerung von Motivation dargestellt: „Autonomieerleben liegt vor, wenn ein Schüler den Eindruck hat, Handlungsspielräume zu haben bzw. seine Arbeitsaufgaben nach eigenen Plänen erledigen zu können“ (Braune 2012, S. 47).

Sollen aus Kindern und Jugendlichen einmal Erwachsene werden, die sich verantwortungsvoll für die Belange der Gesellschaft engagieren, müssen sie frühzeitig lernen, wie sie sich beteiligen können und was echte Teilhabe bedeutet. Das gelingt nicht von heute auf morgen, aber Elternhaus^[148] und Schule sind gute Orte für einen solchen Anfang, und am Ende dieses Prozesses stehen hoffentlich junge Menschen, die erfahren haben, dass sich der Einsatz für die Rechte und Pflichten lohnt, die eine Demokratie mit sich bringt.

(Friedrichs et al. 2018, S. 4)

Zu Demokrat_innen werden wir nicht geboren, zu Demokrat_innen werden wir durch Erziehung und Bildung, durch nachhaltige Prozesse in Kindheit und Jugend, die unsere Kompetenzen prägen und unseren Erfahrungen ihre Bedeutung verleihen.

(Wolfgang Edelstein 2015, S. 18)

Hier steht insbesondere der **Wert**, der mit einer partizipativen, demokratischen Schul- und Unterrichtskultur erfahrbar wird, im Fokus: „Demokratie als Wert verpflichtet, motiviert uns, aus eigenem Antrieb demokratisch zu handeln“ (Edelstein 2015, S. 17). Partizipation *im* Unterricht kann also auf dieser wertbezogenen Ebene Partizipation in der Gesellschaft und Wirklichkeit anbahnen.¹⁴⁹

Einerseits ist für die Partizipation der Lernenden im Unterricht ein die Person wertschätzender Umgang miteinander die Basis (vgl. auch Charlotte Keuler 2019, S. 6): So nennt etwa EIKEL (2006, S. 29) Wertschätzung und Anerkennung als ein Prinzip demokratisch-partizipativer Schulkultur. Auch HIMMELMANN (2004, S. 14) sieht die Beziehung zwischen Lehrkräften und Schülern, die sich durch gegenseitige Anerkennung, Vertrauen und durch gegenseitiges Ernstnehmen auszeichne, als die Basis für das demokratisch-partizipative Miteinander – und charakterisiert diese Beziehung als eine von mehreren Ebenen des Demokratie-Lernens in der Schule:

¹⁴⁸ Im Hinblick auf eine Demokratieerfahrung kann das Elternhaus durchaus auch ein problematisches Gegengewicht bilden. Die Schule muss also umso mehr ihren Auftrag ernstnehmen, jenen Wert zu demonstrieren.

¹⁴⁹ Über diesen *Wert* hinaus kann die Ermöglichung von Partizipation auch in der **zweiten Säule** des Achtsamen Unterrichts, dem *gegenseitig Aufklären*, bedeutsam werden: In Verbindung zur Wirklichkeit kann Unterricht aufklären und damit Partizipationsmöglichkeiten in der Gesellschaft sichtbar machen. Hierbei spricht EDELSTEIN (2015, S. 17) vom *Sachverhalt* Demokratie, welcher „Formen der Beteiligung der Bürger_innen am Gemeinwesen“ beschreibe und damit Partizipationsmöglichkeiten „als Gegenstände der Information“ behandle: „Als Sachverhalt ist Demokratie Gegenstand des Unterrichts und ruft nach der erforderlichen *Information*“ (ebd., S. 18; Hervorhebung im Original). Indem Unterricht über die Sache und Alternativen aufklärt, könne er zur „Teilhabe an der aktiven Gestaltung der Lebenswelt“ (Eikel 2006, S. 14) beitragen: „Hier geht es darum, sich auf der Basis eigener und gemeinsamer Vorstellungen, Werte oder Ziele ergebnisorientiert und zumindest themenspezifisch an der Gestaltung der eigenen Lebenswelt aktiv zu beteiligen. Die dazu erforderliche Motivation ist bedingt durch die Möglichkeit, selbstbestimmt und gemeinsam mit anderen handeln und dabei wirksam sein zu können“ (ebd.).

Die erste Ebene betrifft die Beziehungen zwischen den Lehrkräften und den Schülern. Diese Beziehungen sollten auf einem ‚demokratischen Erziehungsstil‘ (Kurt Lewin) beruhen, der auf wechselseitige Achtung, auf gegenseitige Anerkennung und auf Vertrauen aufbaut. Auch Schülerinnen und Schüler haben – bei allen patronatsorientierten Erziehungsbemühungen – Rechte, vor allem das Recht auf Respekt vor ihrer Persönlichkeit. Darüber hinaus gilt der pädagogische Grundsatz, dass wer Partizipation von Schülern am Unterricht erwartet, [diese, K. W.] zunächst selbst am Leben der Schüler praktizieren sollte. Erst dann kann sich eine vertrauensvolle, gleichberechtigte und kenntnisreiche Wechselseitigkeit der Beziehungen herstellen.

(Himmelman 2004, S. 14)

Andererseits tragen die erlebten Partizipationsmöglichkeiten weiter dazu bei, dass sich die Lernenden ernst genommen fühlen, was sich wiederum positiv auf die Lehrer-Schüler-Beziehung und eine aktivere, eigenständigere, verantwortliche Beteiligung am Unterricht auswirke (vgl. auch Keuler 2019, S. 5):

Soweit es die Vorgaben zulassen, sollten Entscheidungen über Unterrichtsinhalte, Lehr- und Lernformen, Sozialformen und Lernorte gemeinsam mit den Schülerinnen und Schülern getroffen werden.^[150] Dann erleben Kinder und Jugendliche sich als ernst genommen, verantwortlich und bedeutsam: Sie bringen sich in die Diskussion ein, übernehmen Aufgaben, versuchen sich an Herausforderungen, üben Kritik, arbeiten an der Umsetzung von Vorhaben grundständig mit und erleben sich damit als Subjekte ihres Lernens.

(Friedrichs & Pietsch 2019, S. 5)

Zur **Umsetzung** von demokratisch-partizipativen Elementen in der Schule – genauer: im Unterricht¹⁵¹ – enthält das Hamburger Modell bereits sehr umfassende Forderungen¹⁵² (siehe S. 244). In der Literatur finden sich hierzu auch konkretere Handlungsmöglichkeiten, die *auch* auf Mathematikunterricht anwendbar sind – exemplarisch etwa folgende: Grundsätzlich seien bei der Auswahl von Inhalten Spielräume der Lehrpläne, die deren Outputorientierung bieten könne, zu prüfen. Auch Wahl- neben Pflichtthemen bieten Möglichkeiten zur Partizipation der Lernenden auf der Ebene der Unterrichtsziele (vgl. Klaffke 2019, S. 14). FISCHER (1984, S. 69) weist darauf hin, dass die Beteiligung der Lernenden an Fragen zur Auswahl des Lehrstoffes auch einen Beitrag zur Diskussion der Sinnfrage (siehe

¹⁵⁰ siehe Parallele zum Hamburger Modell auf S. 244

¹⁵¹ Neben der Partizipation im Unterricht bietet die Schule den Lernenden weitere Möglichkeiten zur Partizipation. R. SCHMIDT (2001, S. 25 ff.) unterscheidet fünf Ebenen der innerschulischen Partizipation: Partizipation an der Gestaltung des Schullebens (Schulveranstaltungen, Projektstage usw.); Effektivität und Bedeutung der Schülergremienarbeit; Partizipation im Unterricht; Partizipation bei der Notengebung; Partizipation bei der Erstellung der Hausordnung. Hier wird nur die unterrichtliche Ebene betrachtet.

¹⁵² Fraglich ist, wie Partizipation auf der Ebene der Unterrichtsziele lernförderlich gelingen kann, wenn die Perspektive der Schüler eine Einordnung des Lerngegenstandes noch nicht zulässt.

Abschnitt 4.2.2) – und damit zur Befreiung vom Gegenstand (siehe Abschnitt 4.3.2) – im Mathematikunterricht leisten könne:

Bei den Überlegungen zur Einteilung und Gewichtung des Lehrstoffes, etwa anhand eines Lehrbuchs, bei der Überlegung, welche Inhalte für Schularbeiten in Frage kommen etc., sind die Schüler in der Regel ausgeschlossen. Ist das notwendig? Es sind gerade dies die Bereiche, wo über Sinn mathematischer Inhalte zu befinden ist. Es können dabei jene Kriterien angewendet werden, von denen oben [siehe dazu Abschnitt 4.2.2, K. W.] die Rede war: Nützlichkeit in Berufen, fundamentale Ideen der Mathematik, höhere Ziele usw.

(Fischer 1984, S. 69)

Weiter ermögliche die Entwicklung verschiedener Themenaspekte eines Inhalts Mitbestimmung: „Lehrplanthemen gemeinsam mit den Lernenden zu entwickeln, ermöglicht es, ihre auf dieses Thema bezogenen Interessen, ihre Fragen und die Bezüge zu ihrer eigenen Lebenswelt aufzugreifen“ (Klaffke 2019, S. 14). Daran können sich Phasen selbstständigen Arbeitens an frei gewählten Themenaspekten anschließen, in denen auch Methoden oder Sozialformen gemeinsam ausgehandelt werden können (vgl. ebd., S. 14 f.).¹⁵³

ANNE MOLITOR (2019) beschreibt das *Lernen durch Lehren*, bei dem sich die Schüler gegenseitig unterrichten, als Form partizipativen Unterrichts: Die im vorgestellten Konzept als *élèves engagé(e)s* bezeichneten Schüler erhalten mehr Mitbestimmungsmöglichkeiten bei der Unterrichtsgestaltung. Sie präsentieren den anderen ihr Lernangebot, die anhand dessen ihr eigenes Wissen konstruieren und durch ihre Rückmeldungen und Fragen diskursive Aushandlungen in Gang setzen und weitere Lernprozesse des *élève engagé(e)* anregen (vgl. Molitor 2019, S. 9). „Sämtliche Schüler*innen werden in der Unterrichtseinheit also dazu angehalten, Verantwortung für sich selbst, aber auch für die Klassengemeinschaft zu übernehmen. Somit wird Demokratie im Unterricht gelebt“ (ebd.). Das Lernen durch Lehren kann so auch einen Beitrag zum gegenseitigen Ernstnehmen der Schüler untereinander leisten.

Dem wechselseitigen Feedback, das sich nach gemeinsam ausgehandelten Regeln richte, komme im Rahmen der demokratischen Unterrichtskultur eine wichtige Rolle zu (vgl. Philipp Anton 2019; Gloe 2019, S. 9; Keuler 2019, S. 5 f.). „Durch Feedback entwickeln die Schüler*innen ein Verständnis für die Bedeutung der freien Meinungsäußerung. Feedback gibt jedem eine Stimme. [...] Dass nicht immer alle einer Meinung sind, aber jede Meinung gleich viel wert ist, ist eine ebenso wichtige Erfahrung“ (Anton 2019, S. 20). Wenn die Meinung der Lernenden als erwünscht erlebt werde und sie ernst genommen werden, könne ihr regelmäßiges

¹⁵³ BRUDER weist allerdings darauf hin, dass permanente Wahlfreiheiten einerseits zu Überforderung und „individuellen Entscheidungsnotständen“ führen können, andererseits zu Egoismus oder „totale[r] Individualisierung“ (Bruder 2018, S. 136).

Feedback zum Unterricht auch als Ausgangspunkt zu dessen Verbesserung genommen werden. Die Schüler fühlen sich also für die Unterrichtsentwicklung mitverantwortlich (vgl. Anton 2019, S. 21; Gloe 2019, S. 9).

Neben der Feedbackkultur sei die regelmäßige Beteiligung der Lernenden an Leistungsbewertungsprozessen ein weiteres mögliches Element einer partizipativen Unterrichtskultur (vgl. Julia Frisch 2019). Wichtig sei hierbei, dass zu Beginn gemeinsam Bewertungskriterien erarbeitet werden. Neben einer Verbesserung der Selbstreflexion und Selbsteinschätzung durch regelmäßige Beteiligung bei der Notenfindung „fühlen sie [die Schüler, K. W.] sich von den partizipationsfördernden Lehrkräften ernster genommen und empfinden die erfahrene Verlässlichkeit gemeinsam erarbeiteter und in der Bewertung durch sie und die Lehrkräfte gleichermaßen eingehaltener Kriterien sowie die in die Bewertung einfließenden Selbstbeurteilungen als vertrauensfördernd“ (Frisch 2019, S. 23 f.). Durch die Mitwirkung bei der Leistungsbewertung könne demnach auch die Beziehung zwischen Lehrenden und Lernenden profitieren und sich das Lernklima verbessern (vgl. Frisch 2019, S. 23).

Auf einer anderen Ebene als die Einbeziehung der Lernenden bei unterrichtlichen Entscheidungsprozessen liegt die Einübung von Partizipation durch Aufgabenstellungen, die simulierte und reale Handlungssituationen zu einem Thema in den Fachunterricht einbinden (z. B. simulierte Podiumsdiskussion, reale Verfassung eines Foreneintrags) und dabei demokratisches und fachliches Lernen verknüpfen:

Die Partizipationskompetenz von Schülerinnen und Schülern sollte nicht nur durch eine Beteiligung an der formalen Gestaltung und Bewertung des Unterrichts gefördert werden. Vielmehr bietet eine entsprechende Aufgabenkultur vielfältige Möglichkeiten, demokratische Partizipation durch simulatives oder reales Handeln im fachlichen Lernen zu üben und zu reflektieren.

(Matthias Busch 2019, S. 26)

Hierbei gehe es um das Aufzeigen möglicher gesellschaftlicher Handlungssituationen und die Einübung entsprechender Kompetenzen. BUSCH verweist darauf, dass hier auch der Mathematikunterricht einen Beitrag leisten könne – und solle:

Damit Schülerinnen und Schüler an gesellschaftlichen und politischen Prozessen kompetent partizipieren können, müssen entsprechende Analyse-, Kommunikations- und Urteilskompetenzen in Schule und Unterricht gefördert werden. Eine solch demokratische Bildung ist nicht allein Aufgabe des Politikunterrichts, sondern als Unterrichtsprinzip Verpflichtung für alle Fächer. Gerade das fachliche Lernen und eine entsprechend situierte Aufgabenkultur bieten hierfür zahlreiche Gelegenheiten.

(Busch 2019, S. 26)

Folgende Aufgaben liefern geeignete partizipative Handlungssituationen, die „anregende Erfahrungsräume für demokratische Beteiligung“ (Buch 2019, S. 27) bieten: einen Leserbrief oder einen Artikel für eine Zeitung schreiben, eine Befragung durchführen, ein Plakat, einen Flyer oder eine Ausstellung konzipieren (vgl. Busch 2019, S. 26). Hierbei können die Schüler erleben, wie sie fiktiv oder real an gesellschaftlichen oder politischen Prozessen partizipieren können (vgl. Busch 2019, S. 26). Solche Aufgabenformate können auch in den Mathematikunterricht integriert werden: HEINZ BÖER (2001) setzt als Abschluss seines „Hennen-Projekts“ eine Ausstellung auf dem Schulhof ein, bei der die Lernenden ihre Erkenntnisse aus dem Projekt zum Platz von Käfigtieren eindrucksvoll den Besuchern verdeutlichen. KARL CHARON (2021) beschreibt, dass die Schüler auf Basis ihrer durchgeführten Umfrage einen informativen, mathemathikhaltigen Flyer zum Thema Kleidung erstellen, der in der Schule verteilt werden könne. W. HERGET und DIETMAR SCHOLZ (2007/2018) schildern das Schreiben von Leserbriefen zu fehlerhaften Zeitungsartikeln im Mathematikunterricht.

Solche Aufgabenformate, in denen die Schüler insbesondere reale Partizipation an Gesellschaft und Wirklichkeit erleben können, bilden einen Beitrag zum Ernstnehmen der Lernenden: GRUNDMANN spricht – im Zusammenhang mit BNE – von einer Öffnung der Schule. Diese Öffnung nach außen und der Transfer des Wissens aus dem Klassenzimmer hinaus sind laut ihrer Interviewstudie wesentlicher Bestandteil der Verankerung von BNE im Lehren und Lernen. Die in der Studie befragten Lehrpersonen berichten, dass diese Gelegenheiten zum Ernstnehmen der Schüler beitragen:

[Es] wird hervorgehoben, wie wichtig solche Erfahrungen für die Schüler selbst seien: die Schüler fühlten sich sehr gut, wenn sie beispielsweise die Eltern über Nachhaltigkeit informieren können [...]; sie seien stolz, wenn sie ihre Schule präsentieren dürfen [...]; sie fühlten sich ernst genommen und werden motiviert, wenn sie an entsprechenden Veranstaltungen teilnehmen [...]; sie würden durch solche Gelegenheiten in ihrem Selbstbewusstsein gestärkt werden [...]

(Grundmann 2017, S. 126)

Das Ernstnehmen der Lernenden bezieht sich im Achtsamen Unterricht **zusammenfassend** auf die Gestaltung einer lernförderlichen, *gleichwürdigen* (nach Juul 2020) Arbeitsatmosphäre durch die Berücksichtigung der Person des Lernenden – etwa ihren Interessen, Bedürfnissen, Emotionen usw. Die Sache – als wichtiger *Bestandteil* fachlichen Lernens – steht in dieser Säule weniger im Fokus, vielmehr die Person und damit verbunden auch die Lehrer-Schüler-Beziehung. Die Person wertschätzende Aspekte tragen dazu bei, das Gefälle zwischen Lehrer und Schüler zu verringern, die Beteiligung aktiver, eigenständiger, verantwortlicher und partizipativer zu gestalten, ein positiveres Verhältnis zum Fach aufzubauen – und so zur Verwendung von Mathe aufzuschließen. Vor dem Hintergrund der globalen

Verbindlichkeit im Achtsamen Unterricht spielen die demokratisch-partizipativen Elemente – sowohl im Hinblick auf die unterrichtlich auszuhandelnden Entscheidungsprozesse als auch auf die Aufgabenkultur – eine besondere Rolle. Auf unterrichtlicher Ebene kann sich das Ernstnehmen der Lernenden durch die Lehrperson in unterschiedlichen *Aktivitäten* äußern. Dabei wurde unterschieden zwischen jenen, die sich an der Eigenart des Fachs orientieren (z. B. Beachtung individueller Denkstile), und jenen, die fachunspezifisch formuliert sind und *auch* für Mathematikunterricht gelten (z. B. Einnehmen personenzentrierter Verhaltensformen, Ermöglichen von Selbstwirksamkeitserfahrungen).

4.3.2 Gegenseitig Aufklären zur Wertschätzung der Sache – Säule II

Gegenseitig Aufklären bildet die zweite Säule im Achtsamen Unterricht und bezieht sich auf die beabsichtigten, beschriebenen Interaktionsprozesse im Spannungsfeld Person–Wirklichkeit (siehe Abb. 22 in Unterkapitel 4.3).

WINTER beschreibt, dass Mathe(matik) vor allem durch die Beachtung von **Anwendungskontexten** zur Aufklärung über die Welt beitragen könne, und er nennt beispielhafte Themen – die sich auch dem Nachhaltigkeitsthema zuordnen lassen: „Wesentlich erscheint [...] die Verbreitung von Kenntnissen über wichtige, große öffentliche Probleme des eigenen Landes und der Welt; wie Friedenssicherung, Umwelterhaltung, Zurückdrängung von Armut und Not, Ausbreitung von Kultur und Gesittung“ (Winter 1990a, S. 133).

Daneben ermögliche aber auch das **innermathematische Tun** Aufklärung, jedoch auf einer anderen als der vorigen Ebene: „[...] die Reflexion auf das mathematische Tun selbst [kann, K. W.] ein Bewußtsein von den Voraussetzungen und Möglichkeiten des Denkens vermitteln, auf das ja jede Aufklärung setzt“ (Winter 1990a, S. 133). Unterricht ermöglicht den Schülern also auch durch anwendungsferne Themen und das dadurch mögliche Erleben der eigenen Denkfähigkeit die Wahrnehmung ihrer Rolle und ihrer Einflussmöglichkeiten.

Um zu einer (im doppelten Sinne) nachhaltigen Transformation der Gesellschaft beizutragen, erscheinen **beide Ebenen** im Mathematikunterricht wichtig: Mit dem Fokus auf dem Verwendungsaspekt von Mathe(matik) für die Welt kann der Unterricht zur Aufklärung über Probleme und Zusammenhänge in der *Einen Welt* beitragen, um Gesellschaft und Wirklichkeit verantwortungsvoll mitzugestalten. Die bei der mathematischen Bewältigung (komplexer) Probleme aus dem „Rest der Welt“ (nach Pollak 1979) gesammelten Selbstwirksamkeitserfahrungen tragen insbesondere der Forderung von BNE Rechnung, die Selbstwirksamkeit der Lernenden in Bezug auf herausfordernde künftige Situationen zu stärken (siehe Unterkapitel 1.2): Durch die mathematische Bearbeitung können die Schüler erleben,

wie sie durch die eigene Verwendung von Mathe Zusammenhänge besser verstehen, Einsichten gewinnen und ihre Rolle bewusster wahrnehmen bzw. nutzen können. Eine Reflexion über die Möglichkeiten des eigenen mathematischen Denkens und das Verhältnis der Person zum Wissen (vgl. Fischer 1984, S. 52) ermöglicht darüber hinaus Aufklärung auf einer Metaebene. Im Hinblick auf BNE sind beispielsweise auch das Entwickeln von Argumentationen und Alternativen, das Beziehen einer Position und schließlich das Ausbilden von Grundhaltungen bedeutsam.

Aufklärung bezieht sich im Achtsamen Unterricht auf beide Ebenen: auf Aufklärung über die Welt durch Verwenden von Mathe(matik) sowie auf eine metakognitiv moderierte Aufklärung des eigenen mathematischen Tuns – hierbei sind personenabhängige Aspekte von Bedeutung. Sie trägt folglich zur **Wertschätzung der Sache** bei, indem die Schüler etwa Sinn, Wert, Möglichkeiten und Grenzen des Verwendens von Mathe(matik) erschließen, indem sie ihre eigenen Gestaltungs- und Einflussspielräume ausloten und indem sie das eigene, reflektiert-selbstbewusste Verhältnis zur Mathe(matik) festigen und dabei ihre Rolle zur verantwortungsvollen Verwendung und Beherrschung dieser erkennen.

Laut WINTER ist darüber hinaus wichtig, dass Aufklärung stets ein kommunikatives Kennzeichen besitzt: „Das Geschäft der Aufklärung lebt von der fairen und kritischen Diskussion, also von Widerspruch, Lernbereitschaft, Argumentationswilligkeit. Nur in der Kommunikation zwischen Menschen entsteht Aufklärung“ (Winter 1990a, S. 134). Grundlegend für einen Unterricht, der sowohl aufklärerische Absichten hat als auch für die Verwendung von Mathe(matik) über den Unterricht hinaus aufschließen möchte, ist also eine angemessene Diskussionskultur. Dass in dieser diskursiven Kultur **Gegenseitigkeit** einen besonderen Stellenwert hat, wurde bereits in Abschnitt 4.2.1 deutlich: Das Hineinversetzen in eigene und fremde Gedankengänge, das Beachten verschiedener subjektiver Sichtweisen tritt an die Stelle einseitiger oder vorgefertigter Sichtweisen. Diese im Diskurs zur Aushandlung zu stellen bedarf der gegenseitigen Aufklärung über jene Sichtweisen, Zugänge usw. *Gegenseitig Aufklären* betrifft damit alle Interaktionsebenen im Unterricht: sowohl zwischen Lehrern und Schülern (etwa in Form offener, gegenseitiger Rückmeldungen zum Unterricht und Lernfortschritt, vgl. etwa Hoffkamp 2018) als auch zwischen Schülern untereinander (etwa beim Lernen durch Lehren).

Durch die Gegenseitigkeit wird gemäß ANDELFINGER (1997, S. 3; 2018a, S. 102) betont, dass Aufklären nicht mit Erklären vergleichbar ist, denn es bietet Raum zur gemeinsamen Aushandlung von beispielsweise Normen oder Interessen. Insbesondere erfordern auch umfangreichere Projekte zum Anwenden (genauer: *Verwenden*, vgl. Fußnote 98) von Mathe – etwa im Rahmen des Nachhaltigkeitsthemas – das Prinzip der Gegenseitigkeit beim Aufklären, also die Aufgabe der klassischen Experten-Laien-Rollen: Diese Projekte setzen Mut zur unterrichtlichen

Umsetzung voraus, da die Lehrperson aus ihrem vertrauten Sachgebiet hinaus-treten muss (vgl. dazu etwa auch Freudenthal 1984, siehe Abschnitt 4.2.2, S. 216). Sie könne gemäß GÜNTHER SCHMIDT dabei i. A. keinen „deutliche[n] Wissensvorsprung“ (G. Schmidt 1992, S. 20) im Sinne eines umfassenderen Sachwissens auf dem die Mathe(matik) überschreitenden Gebiet haben, sondern trete auf diesem Sachgebiet als gleichberechtigter – oder zumindest gleichwürdiger (nach Juul, siehe dazu auch S. 227) – Diskussionspartner auf. Das Einlassen auf solch grenzüberschreitende, auch wertende Fragen inklusive der dabei unvermeidbaren persönlichen Stellungnahme sei aus erzieherischer und allgemeinbildender Wirkung nicht zu unterschätzen (vgl. ebd.). Die Offenlegung des Prozesses der Wissensaneignung und der hierbei verwendeten Strategien kann zur gegenseitigen Aufklärung beitragen.

Die folgenden Überlegungen des brasilianischen Pädagogen PAULO FREIRE harmonisieren mit der geschilderten Gegenseitigkeit beim Aufklären. In seiner *Pädagogik der Unterdrückten* (1971) kritisiert er das übliche Lehrer-Schüler-Verhältnis, in dem Bildung Übermittlungscharakter habe (vgl. Freire 2022). Er bezeichnet den Vorgang von Erziehung als „Bankiers-Konzept“ (Freire 2022, S. 366), in dem „Erziehung zu einem Akt der ‚Spareinlage‘ [wird], wobei die Schüler das ‚Anlage-Objekt‘ sind, der Lehrer aber der ‚Anleger‘“ (ebd.). Erkenntnis sei hier als eine Gabe zu verstehen, die von den Wissenden an die Nicht-Wissenden verteilt werde. Aber „ohne selbst zu forschen, ohne Praxis, können Menschen nicht wahrhaftig menschlich sein. Wissen entsteht nur durch Erfindung und Neuerfindung, durch die ungeduldige, ruhelose, fortwährende, von Hoffnung erfüllte Forschung, der die Menschen in der Welt, mit der Welt und miteinander nachgehen“ (Freire 2022, S. 366). Zur Lösung des Problems des „Bankier-Konzepts“ (ebd.) schlägt er die Auflösung des Lehrer-Schüler-Widerspruchs vor, „so dass beide gleichzeitig Lehrer und Schüler werden“ (ebd., S. 367). Erst hierdurch können die Lernenden ein kritisches Bewusstsein zum Eingreifen in die Welt entwickeln, da sie sich nicht mehr nur als passive Empfänger der Einnahmen sehen und mit „einer Teilschau der Wirklichkeit“ (ebd.) zufriedengeben, sondern nach Zusammenhängen suchen und sich als „Verwandler dieser Welt“ (ebd.) begreifen. Der Dialog spiele bei der Auflösung des Lehrer-Schüler-Widerspruchs eine wichtige Rolle und sei in einer problemformulierenden Bildungsarbeit „unerlässlich für den Erkenntnisakt, [...] [der, K. W.] die Wirklichkeit enthüllt“ (ebd., S. 375):

Durch Dialog hört der Lehrer der Schüler und hören die Schüler des Lehrers auf zu existieren, und es taucht ein neuer Begriff auf: der Lehrer-Schüler und die Schüler-Lehrer. Der Lehrer ist nicht länger bloß der, der lehrt, sondern einer, der selbst im Dialog mit den Schülern belehrt wird, die ihrerseits, während sie belehrt werden, auch lehren. So werden sie miteinander für einen Prozess verantwortlich, in dem alle wachsen. In diesem Prozess sind Argumente, die auf ‚Autorität‘ begründet sind, nicht länger gültig. Um wirken zu können, muss Autorität auf der Seite der Freiheit sein und nicht im Gegenüber. Hier

lehrt niemand einen anderen noch ist jemand selbst gelehrt. Vielmehr lehren Menschen einander, vermittelt durch die Welt, durch die Erkenntnisobjekte, die in der Bankiers-Erziehung vom Lehrer ‚besessen‘ werden.

(Freire 2022, S. 372)

Wenngleich das Prinzip der Instruktion heute in der geschilderten absoluten Form nur noch wenig aktuell erscheint, zeigen die Überlegungen FREIRES, dass die Gegenseitigkeit beim Aufklären gerade durch diskursives Aushandeln realisiert werden kann, bei dem die Lehrperson eine (potentiell) gleichberechtigte Argumentationssituation ermöglicht.

4.3.2.1 Metakognitiv moderierte Aufklärung beim Treiben von Mathe

Aufklärung im Sinne des von WINTER beschriebenen Reflektierens über das eigene mathematische Denken und Tun ist ein Aufklären über sich selbst und impliziert, dass im Mathematikunterricht das Verhältnis Mensch–Wissen zum Thema gemacht wird.

Dies spiegelt sich in FISCHERS (1984, S. 52; Hervorhebung im Original) Überlegungen wider, der vom Ziel der „*Beherrschung von Mathematik*“ spricht, womit er in erster Linie „das Vorhandensein seines vernünftigen, realistischen Verhältnisses zwischen Mensch und Mathematik“ meint. FISCHER (1984, S. 52; Hervorhebung im Original) sieht die „*Befreiung von Mathematik*“ und die „*Distanzierung des Menschen vom Wissen*“ als Voraussetzung für eine offene Haltung gegenüber mathematischen Inhalten, die ebenso aber auch verhindere, „daß Mathematik als etwas Allumfassendes [...] gesehen wird“.

Wesentliches Ziel des Mathematikunterrichts muß es sein, zur Befreiung von der Herrschaft der Mathematik über den Menschen beizutragen, indem ein neues Verhältnis zwischen Mensch und Mathematik aufgebaut wird, das von einem stärkeren Selbstbewußtsein des Menschen gegenüber dem Wissen gekennzeichnet ist.

(Fischer 1984, S. 60; Hervorhebung im Original)

Um dieses Selbstbewusstsein gegenüber dem Wissen aufzubauen, sei es wichtig,

daß wir uns ständig der über jedes vorhandene Wissen hinausgehenden Möglichkeiten des lebendigen Menschen bewußt seien – die letzten Endes den Wert des Menschen bestimmen. Möglichkeiten, die im Reflektieren über das Wissen, im Bewerten dieses Wissens, aber auch im Erfassen zusätzlicher – für uns wesentlicher – Gesichtspunkte liegen, bis hin zu den Möglichkeiten, in Situationen intuitiv zu handeln, zu fühlen etc.

(Fischer 1984, S. 59; Hervorhebung im Original)

Um sich dieser menschlichen Möglichkeiten bewusst zu werden und damit das Verhältnis Mensch–Wissen selbstwertdienlich zu gestalten, müsse die Thematisierung des Spannungsfeldes in direkten Zusammenhang zum Wissen geschehen – häufig passiere dies im Unterricht getrennt vom Wissensumgang:

Im derzeitigen Fächerkanon der Schule werden solche Fähigkeiten wohl betrachtet, vielleicht sogar gefördert, in der Regel aber fein säuberlich getrennt vom Umgang mit jenem sperrigen, oft unzulänglichen Wissen, wie es eben die Mathematik bietet. Gerade dadurch ist es derzeit nicht möglich, anhand der Differenz zwischen Mensch und Wissen dieses Verhältnis zu gestalten. Gerade dadurch ist es auch nicht möglich, jenes Selbstwertgefühl des Menschen, das für Lernen unerlässlich ist, dort zur Verfügung zu haben, wo es so dringend gebraucht wird: im Umgang mit einem Gegenstand wie Mathematik.

(Fischer 1984, S. 59 f.)

Eine situationsangemessene Wahl bzw. Kombination humanistischer und naturwissenschaftlicher Denkformen sieht FISCHER (1984, S. 60) als „Qualifikation [...], die wir auch brauchen werden, um die Probleme dieser Welt zu meistern“. Für die Schule und den Unterricht sei auch das Hinausdenken über die Grenzen des jeweiligen Faches von wesentlicher Bedeutung: „[...] wir [brauchen, K. W.] gerade Menschen, die über die Grenzen etablierter Disziplinen hinweg zu denken in der Lage sind“ (Fischer 1984, S. 68).

Dies harmoniert mit der Forderung ANDELFINGERS, im Sanften Unterricht karteische Denkformen um gaiatische zu ergänzen (siehe Abschnitt 3.2.2). Der Achtsame Unterricht stellt in der Säule *gegenseitig Aufklären* das von FISCHER ange-deutete zeitweise Überwinden von Fachgrenzen als wichtiges Merkmal heraus (siehe Abschnitt 4.1.3). Dieses Hinausdenken und -gehen über die mathematische Erfassung trägt zu der von FISCHER (1984, S. 51) geforderten „Befreiung vom Gegenstand [Mathematik, K. W.]“ bei. Hier kann der Schüler erfahren, dass Mathe zwar nützlich sein, allerdings nicht alle Aspekte erfassen kann (siehe dazu auch die zweite Ebene des Aufklärens in Unterabschnitt 4.3.2.2): Reflektieren über das Wissen, Bewerten des Wissens, die Erfassung emotionaler Aspekte oder das Folgen der Intuition liegen im Wert des Menschen und entziehen sich dem Zugriff durch mathematisches Wissen.

Zur Überwindung der Herrschaft des Wissens schlägt FISCHER weiter vor, die Sinnfrage zum expliziten Thema im Unterricht zu machen, „*nicht mehr das Wissen ist hauptsächlich Lerngegenstand, sondern das Verhältnis des Menschen (insbesondere des Lernenden) zum Wissen*“ (Fischer 1984, S. 64; Hervorhebung im Original). Wie dies im Achtsamen Unterricht gelingen kann, wurde bereits in Abschnitt 4.2.2 in der Dimension *nützlich* erörtert.

Der Schüler agiert nach FISCHER im Unterricht also auf zwei Ebenen: Auf einer direkten Ebene bei der inhaltlichen Beschäftigung mit dem Gegenstand und auf

einer Metaebene bei der Thematisierung dieser Auseinandersetzung: „Beide Ebenen hat es im Prinzip schon immer gegeben, die zweite jedoch nicht sehr bewußt. Sie zu verstärken ist ein Teil jenes Befreiungsprozesses, den ich meine“ (Fischer 1984, S. 65).

Dieser Auffassung folgend sollten kontinuierliche Reflexionsaktivitäten Bestandteil jeden Unterrichts sein, in möglichst allen Phasen. In der Geometrie bieten beispielsweise die *Geometrischen Denkaufgaben* von PAUL EIGENMANN (vgl. Eigenmann 1981), welche eine Vielzahl an Vorgehensweisen und Heuristiken zulassen, eine geeignete innermathematische Möglichkeit, neben der inhaltlichen Auseinandersetzung auch die Thematisierung dieser auf der Metaebene einzuschließen. Fragen, die Reflexionen zu Vorgehensweisen, Strategien, Alternativen, Intuition, Irrtum, Durchhaltevermögen oder erlebten Emotionen anstoßen, können das „*Verhältnis des Menschen [...] zum Wissen*“ (Fischer 1984, S. 64; Hervorhebung im Original) zum unterrichtlichen Gegenstand machen und damit zur Aufklärung beitragen.¹⁵⁴

LENGNINK (2005) greift die Überlegungen FISCHERS zum Verhältnis Mensch–Mathematik¹⁵⁵ und der Befreiung vom Gegenstand auf und arbeitet die Bedeutung mathematischer Mündigkeit im Rahmen des Allgemeinbildungsauftrags der Schule heraus. Unter mathematischer Mündigkeit einer Person fasst sie „ihre Fähigkeit und ihre Haltung der Selbstbestimmung und freien Mitbestimmung in allen gesellschaftlichen Entscheidungen auch und gerade insofern sie mathematikhaltig sind“ (Lengnink 2005, S. 24) zusammen. Sie charakterisiert diese anhand zentraler Aspekte:

Sie ist gekennzeichnet durch ein kritisches Verhältnis der Person zur Mathematik, auf dessen Grundlage die Person

- sowohl die Möglichkeiten wie auch die Grenzen von Mathematik immer mehr herausarbeiten lernt,
- immer begründeter über Mathematik und ihre lebensweltliche Verwendung urteilen kann und will,
- die eigene Beziehung zur Mathematik immer mehr reflektiert und
- sich gegebenenfalls von Teilen der Mathematik und ihren Anwendungen begründet distanzieren lernt.

(Lengnink 2005, S. 24)

¹⁵⁴ Eine Umsetzung mit konkreten Aufgaben zur Förderung der mathematischen Problemlösekompetenz der Lernenden unter Beachtung der metakognitiven Reflexion jener Beschäftigung mit den Aufgaben sowie explizit empirische Unterrichtsergebnisse hierzu finden Sie in (Wilhelm 2017, S. 223 ff.) oder ausführlicher in (Wilhelm 2016).

¹⁵⁵ genauer: Mensch–Mathe(matik)

Um diese Kompetenzen im Umgang mit Mathe zu erwerben, sieht LENGNINK das Reflektieren über und das Beurteilen von Mathe als wichtige Tätigkeiten im Unterricht, da sie „im Bildungsprozess eine kritische Haltung zum Gegenstand Mathematik fördern und sicherstellen“ (Lengnink 2005, S. 24). Aus einer Synthese verschiedener didaktischer Reflexionsansätze ergeben sich bei LENGNINK unter der Perspektive der mathematischen Mündigkeit vier Aspekte von Reflexionen im Unterricht:

- Situationsreflexion (Nachdenken über den mathematischen Gehalt einer Situation)
- Sinnreflexion (Nachdenken über Sinn und Bedeutung grundlegender mathematischer Begriffe und Konzepte in ihrer Idealisierung für innermathematische Zwecke und ihrer Beziehung zum allgemeinen Denken)
- Modell- und kontextorientierte Reflexion (Nachdenken über die Angemessenheit eines mathematischen Modells für einen Zweck und dessen gesellschaftliche Funktion)
- Selbstreflexion (Nachdenken über die persönliche Einstellung zur Mathematik und ihren Anwendungen)

(Lengnink 2005, S. 29)

Die *Situationsreflexion* schließe die Beschäftigung mit der Frage, welche Aspekte einer Situation mathematisch erfassbar sind und welche nicht, sowie Fragen nach dem Interesse der Schüler an mathematischen Themengebieten mit ein (z. B. Welche Fragen an das mathematische Themenfeld ... interessieren dich?). In *Sinnreflexionen* sei darüber hinaus ein Nachdenken über Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen mathematischen Begriffen bzw. Vorstellungen und jenen allgemeinen, alltagsnahen Vorstellungen der Schüler enthalten (z. B. Welche Vorstellungen hast du zu dem Begriff ..., und welche sind mit dem mathematischen Begriff vereinbar?). Die *modell- und kontextorientierte Reflexion* setze ihren Fokus auf politische und soziale Einsatzbereiche von Mathe(matik) und frage etwa, ob die mathematische Modellierung der Situation angemessen sei, welchen Zweck sie verfolge, welche Schlussfolgerungen sie zulasse, welche Grenzen sie habe (siehe dazu auch die zweite Ebene des Aufklärens in Unterabschnitt 4.3.2.2). Der Aspekt der *Selbstreflexion* ziele darauf ab, dass Lernende eine Haltung gegenüber Mathe(-matik) aufbauen, indem sie Einstellungen zur ihr und ihrer Anwendung (genauer: Verwendung, vgl. Fußzeile 98) auf der affektiven und kognitiven Ebene reflektieren. Beispielfragen können in folgende Richtung gehen: Wie gefällt dir ...? Beschreibt die Mathematisierung das, was dir wichtig ist? Wie würdest du dich entscheiden? Wie fühlst du dich? Welchen Sinn macht für dich ...? Welche Bedeutung hat für dich ...? (vgl. Lengnink 2005, S. 29 ff.).

Diese Ebene der Selbstreflexion stellt LENGNINK aus der Perspektive der Mündigkeit als zentral heraus, „da hiermit die Ganzheitlichkeit des Menschen ins Spiel

kommt und der Mathematik ein Platz in diesem Gesamtbild zugewiesen wird“ (Lengnink 2005, S. 30). So haben auch Fragen, die ein Nachdenken über den mathematischen Inhalt hinausgehend anregen, hier ihren Platz (vgl. Lengnink 2005, S. 35). Die Parallele zu FISCHERS Argumentation der Befreiung vom Gegenstand durch Bewusstmachen des Verhältnisses Mensch–Wissen ist hier offensichtlich. Der Achtsame Unterricht schätzt die Betrachtung des Menschen als Ganzes wert (siehe dazu die Säule *gegenseitig Ernstnehmen* in Abschnitt 4.3.1) und betont die Einbettung von Mathe in über sie hinausgehende Fragen der *Einen Welt*.

Erkennbar ist, dass die Forderungen FISCHERS zur Befreiung vom Gegenstand und LENGNINKS zur Bildung zur mathematischen Mündigkeit nicht nur eine Frage des Inhalts sind, sondern zentral auch die Unterrichtskultur betreffen: „Es wird deutlich, dass es bei der Bildung zur Mündigkeit nicht nur um die Änderung der Unterrichtsinhalte gehen kann. Die Entwicklung von Einstellungen und Haltungen bei den Lernenden hängt eng mit der im Unterricht erlebten Kultur zusammen“ (Lengnink 2005, S. 30). Will Mathe – wie im Achtsamen Unterricht auch beabsichtigt – vermitteln zwischen Person und Welt, so kommt nach LENGNINK dem Reflektieren eine besondere Aufgabe zu, um zu mathematischer Mündigkeit beizutragen. Dies impliziert ein verändertes Verständnis mathematischer Unterrichtskultur: „Dazu sind Diskurse notwendig, in denen Kraft und Grenzen von Mathematik gleichermaßen offenbar werden. Die Frage nach Sinn und Bedeutung von Mathematik für Menschen steht dabei im Vordergrund, Mathematik wird hinterfragbar“ (Lengnink 2005, S. 35). In den Dimensionen *diskursiv* und *nützlich* sind diese beiden Aspekte im Achtsamen Unterricht aufgehoben (siehe Unterkapitel 4.2).

In diese Blickrichtung zur Unterrichtskultur, zum Nachdenken über das Verhältnis Mensch–Wissen und zur Entwicklung mathematischer Mündigkeit durch unterschiedliche Reflexionsanlässe (siehe oben) lässt sich auch PREDIGERS Anliegen einordnen, bei Lernenden eine „*Haltung der Nachdenklichkeit*“ anzuregen: „Gemeint ist damit eine Grundhaltung, die geprägt ist durch ‚Wachheit für Fragen‘ (von Hentig 1996), d. h. die Bereitschaft und das Zutrauen, aus eigenem Antrieb Fragen zu stellen und Antworten zu suchen“ (Prediger 2005, S. 97). Neben einer offenen vertrauensvollen Unterrichtskultur, die Raum zum Fragen stellen lasse (vgl. ebd., S. 101), haben Reflexionsaktivitäten eine tragende Funktion: „*Für die Entwicklung einer Haltung der Nachdenklichkeit sollte bei den Lernenden insbesondere die Selbst- sowie die Bedeutungs- und Sinnreflexion angeregt und gefördert werden, denn eigene Fragen setzen authentische Betroffenheit voraus*“ (Prediger 2005, S. 104; Hervorhebung im Original). Gerade für Lernende, die Mathe weniger zugewandt seien, könne der Weg über die Selbst- und Sinnreflexion zur Nachdenklichkeit führen: „Denn ‚Wozu sollen wir das lernen?‘ und ‚Was hat das mit mir zu tun?‘, das fragen auch sie“ (ebd., S. 104). Diese Fragen seien so zu präzisieren und in Kleinere auszudifferenzieren – PREDIGER zeigt dies exemplarisch am Beispiel

exponentielles Wachstum (vgl. Prediger 2005, S. 106 f.) –, dass das Finden tragfähiger Antworten für die Schüler ermöglicht werde.

Resümierend zeigen die Erläuterungen, dass eine Kultur des Unterrichts, in der Reflexionsanlässe als bedeutsam bewertet werden, dazu beiträgt, aufzuklären über Mathe(matik), über die Möglichkeiten des eigenen Denkens, über das eigene Verhältnis zum Wissen und zum Fach. Im Achtsamen Unterricht sollen solche Anlässe immer wieder geschaffen werden. Durch diese Art von Aufklärung auf der Ebene der metakognitiven Reflexion des eigenen mathematischen Tuns können Grundhaltungen gefördert werden, etwa Nachdenklichkeit, kritisches Hinterfragen, Stellung beziehen, die auch für die Übernahme von Verantwortung in der *Ei-nen Welt* und damit für Handeln im Sinne nachhaltiger Entwicklung bedeutsam erscheinen. Die Aufklärung über die Möglichkeiten des Selbst, über die eigene Denkfähigkeit, stellt also gewissermaßen eine Grundlage dar, um sich auch in der Welt einzubringen.

4.3.2.2 Aufklärung über die Welt

Wandert der Blick nun in Richtung der Verbindung von Mathe zum „Rest der Welt“ (nach Pollak 1979), so kann Mathematikunterricht zur Aufklärung in gesellschaftlichen Belangen beitragen.¹⁵⁶ Nach WINTER soll der „normale Bürger“ trotz der zunehmenden Spezialisierung der Experten nämlich ein „gewisses Maß an Einsicht, Urteilsfähigkeit und Handlungsorientierung erlangen“ (Winter 1990a, S. 132). Diese Aufklärung stelle sich im Mathematikunterricht allerdings nicht durch intensive Behandlung lebenswichtiger Themen „automatisch“ ein: „Diese wird erst dann ansichtig, wenn die Bedeutung der betreffenden Gegenstände für die menschliche Lebenspraxis auch bewußt herausgearbeitet wird, was zwangsläufig impliziert, sich auf Wertungen im Bereich widerstreitender Interessen und unterschiedlich rechtfertigbarer Normen einzulassen“ (ebd., S. 133). Eine Schwierigkeit beim Einbinden von Anwendungsaspekten sei daher das „Sicheinlassen“ auf den außermathematischen Sachverhalt, so WINTER (1990a, S. 133) weiter. Er bezeichnet Aufklärung im Mathematikunterricht sogar als „ein geradezu entmutigend schwieriges Geschäft“ (ebd.). Dabei gehe es im Unterricht nicht um eine Art Expertenbildung oder Verbraucherbildung im Sinne einer Vermittlung konkreter Lebenshilfen: „Vielmehr kommt es darauf an, *Grundzüge der jeweiligen Sachthematik in ihrer mathematisch-lebenskundlichen Doppelnatur* (Modell–Phänomen, ideativer Entwurf–Realitätsbereich) und *ihre Bedeutung für die soziale Lebenswelt* aufzudecken“ (ebd.; Hervorhebung im Original). Es könne also weder um eine Re-

¹⁵⁶ GABRIELE KAISER et al. (2015) bezeichnen die mit dieser Zielsetzung verbundene Modellierungsperspektive als *soziokritisches Modellieren*: „Innerhalb der Perspektive wird die Bedeutung der Mathematik in der Gesellschaft betont und damit auch die Rolle, die Mathematik bei der Aufklärung von gesellschaftlichen Phänomenen wie Umweltfragen oder ökonomischen Zusammenhängen spielen kann“ (Kaiser et al. 2015, S. 363).

duktion der sachkundlich-inhaltlichen Seite auf zurechtgestutzte Einzelfälle gehen, noch um einen Verzicht auf leistungsfähige mathematische Begriffe oder Verfahren: „Wenn es [...] einen Fortschritt auf breiter Basis geben soll, bleibt nur der Versuch, die *mathematische Modellbildung* wichtiger umweltlicher Situationen auf möglichst authentische und reflektierte Weise in den Mittelpunkt der unterrichtlichen Bemühungen zu stellen“ (Winter 1990a, S. 134; Hervorhebung im Original). Durch diese Beachtung der **Doppelnatur** des Gegenstandes in ihrem mathematischen und lebenskundlichen Charakter kann Aufklärung im Mathematikunterricht zur Wertschätzung der Sache beitragen. Für VOHNS (2018) mündet dieser Aspekt der sachkundlich-tiefgründigen Klärung von Anwendungen der Mathe(matik) auf die Realität (genauer: *Verwendungen für die Wirklichkeit*, vgl. Fußzeile 98) in einer von fünf Thesen zur Rettung mathematischer Bildung: „Ich denke, wir tun weder den Anwendungen noch der ‚mathematical literacy‘ einen Gefallen damit, wenn wir lauter Anwendungen in den Unterricht hineinnehmen, die entweder völlig schief dargestellt oder eben gar nicht wirklich sachkundlich geklärt werden“ (Vohns 2018, S. 19).

WINTER (1990a, S. 134 ff.) erläutert in seinem Beitrag unter anderem anhand des Bürgerlichen Rechnens Möglichkeiten eines Mathematikunterrichts mit solch aufklärerischem Gedanken im Sinne der Thematisierung der „mathematisch-lebenskundlichen Doppelnatur“. Hier greift er auf ein Beispiel aus dem Nachhaltigkeitskontext zur Konkretisierung seiner Erläuterungen zurück, welches auch vor dem Hintergrund der Überlegungen zum Umgang mit Ungenauigkeit und Größenvorstellungen im anschließenden Kapitel 5 besonders passend erscheint:

Anhand des Problemkreises *Personenkraftwagen und Individualverkehr* zeigt WINTER (1990a), wie der angemessene Umgang mit Daten und Näherungswerten sachkundlich-mathematisch gewinnbringend im Unterricht umzusetzen sei und einen Betrag zur Urteilsbildung und Handlungsorientierung der Schüler leisten könne: „Aufklärung besteht hier darin, sich möglichst umfassend bewußt zu machen und in seinen Konsequenzen zu verfolgen, was es eigentlich bedeutet, daß wir so einen gewaltigen privaten Straßenverkehr haben“ (Winter 1990a, S. 137). Er arbeitet das Thema unter anderem anhand folgender Gedanken für den Mathematikunterricht auf: In Deutschland gebe es eine bestimmte Anzahl an PKWs. Um diese Anzahl zu verdeutlichen, schlägt er vor, die Länge der Autoschlange zu berechnen, in der alle Autos stehen. Um diese Größenordnung zu veranschaulichen, biete sich ein Vergleich mit der Länge des Äquators an. Ebenso könne das Maß der Fläche berechnet werden, die alle PKWs parkend überdecken. Auch hier könne ein Vergleich mit der Größe eines Fußballfeldes das Ausmaß der Größenordnung greifbarer machen. Und eine gleichmäßige Verteilung aller Autos auf die Fläche Deutschlands verdeutliche beispielsweise, wie viele Autos dies auf einem pro Quadratkilometer seien (vgl. ebd., S. 137 f.). Setze man die Anzahl aller PKWs in Beziehung mit den Einwohnern oder Haushalten in Deutschland, zeige sich, dass

es „insgesamt ein riesiges, luxuriöses Überangebot an Transportmöglichkeiten“ (ebd., S. 138) gebe.

WINTER führt weitere Gedankenexperimente auf Grundlage der privaten Motorisierungssituation in Deutschland fort: Wenn alle Menschen auf dieser Welt einen solchen PKW-Luxus pflegen würden, wie viele Autos wären dann auf der Welt vorhanden? Welche Menge an Stahl für den Bau der Karosserie würde dann benötigt? Welche Menge an Benzin würden diese Autos dann im Jahr verbrauchen? Vergleiche man dieses Gedankenspiel mit der tatsächlichen Anzahl an vorhandenen PKWs auf der Erde und der durchschnittlichen Personenanzahl, die einen PKW nutzen, so zeige sich im Vergleich mit den berechneten Werten zu Deutschland ein Ungleichgewicht, welches auf Ungleichheiten zwischen verschiedenen stark entwickelten Ländern zurückzuführen sei (vgl. Winter 1990a, S. 138). WINTER schlägt des Weiteren vor, die Entwicklung der Anzahl an PKWs über mehrere Jahre hinweg zu beschreiben. Modelliere man das Wachstum als ein (hypothetisch) exponentielles, so ließe sich eine Wachstumsrate berechnen und unter dieser Modellannahme dann Prognosen für die zukünftige Entwicklung ableiten (vgl. ebd.).

Ein mit dem hohen Autokonsum verbundenes Problem sei ferner auch der Bau von Straßen, welcher zu einem hohen Flächenverbrauch führe. Hier können sich Berechnungen anschließen, welche Fläche pro Jahr oder Tag für den Bau von Autobahnen umgewandelt werde – ein Vergleich mit der Gartenfläche eines Eigenheims könne die Größendimension deutlich machen (vgl. Winter 1990a, S. 138). Darüber hinaus führe die hohe private Motorisierung zu einer starken Umweltbelastung. Hier biete es sich an, verschiedene Verbrauchsgrößen wie den Benzinverbrauch, den Energieverbrauch, den Ausstoß von Kohlendioxid oder Stickoxiden und Abgasen zu betrachten und näherungsweise und unter Beachtung geeigneter Modellannahmen zu berechnen, welche Mengen durch die PKWs auf Deutschlands Straßen durchschnittlich erzeugt werden. Hieran können sich weiterführende Fragen anschließen: Wie viele Menschen könnten mit dieser Energiemenge versorgt werden? Welche Reduktion an Stickoxiden würde eine Reduktion der Geschwindigkeit auf Autobahnen von x auf y Kilometer pro Stunde nach sich ziehen? usw. (vgl. ebd.). „Zur Aufklärung gehört hier die Wahrnehmung, daß der Kraftstoffverbrauch und der Schadstoffausstoß überproportional, nämlich quadratisch, mit der Geschwindigkeit zunehmen, und über die Geschwindigkeit kann der Fahrer kraft Willensfreiheit verfügen“ (Winter 1990a, S. 138). Durch derartiges Bürgerliches Rechnen könne „ein grundsätzliches Umdenken in der Frage der privaten Motorisierung“ (ebd., S. 139) gerechtfertigt werden.

WINTER zeigt mit diesem Beispiel also, dass ein Ernstnehmen des Kontextes und seiner „mathematisch-lebenskundlichen Doppelnatur“ zu vielfältigen Fragen füh-

ren kann, die gesellschaftliche Relevanz besitzen und die zu Modellierungsaktivitäten auffordern. Durch Offenheit für Diskurs und Alternativen kann deren Thematisierung zu einer BNE in emanzipatorischer Absicht beitragen.

Ein Problem im Zusammenhang mit der Thematisierung der genannten Doppelnatur bestehe „in der Zielprojektion zwischen Anpassung und Aufklärung“ (Winter 1990a, S. 134). Liege das Hauptziel der Aufgaben und Inhalte darin, die Schüler auf ihr späteres Leben so vorzubereiten, dass sie dort möglichst mit Erfolg bestehen können (Anpassung), oder gehe es darüber hinaus insbesondere um das Heranwachsen zu „mündigen Demokraten“, also um den Erwerb von „Weltkenntnis, Urteilsfähigkeit, Handlungs- und Verantwortungsbereitschaft in Fragen des öffentlichen Lebens der Menschen“ (Winter 1990a, S.134)? Nur Letzteres stehe in Einklang mit der Aufklärungsintention – und nur das ist auch mit den Zielen einer emanzipatorischen BNE vereinbar. Sich auf ADAM RIES beziehend spricht WINTER davon, Betrug zu vermeiden: „Das kann auch heute eine aufklärerische Zielbeschreibung sein, wenn ‚Betrug‘ genügend weit gefaßt wird: Verschleiern von Tatbeständen, Mißbrauch von Daten und vor allem Tabuisieren von Verlautbarungen der Experten (oder der angeblichen Experten)“ (Winter 1990a, S. 134).

Konkret umgesetzt werden kann die von WINTER geschilderte Art der Aufklärung im Rahmen des **Sachrechnens** – WINTER (1985) bezeichnet dies als *Sachrechnen in seiner umwelterschließenden Funktion*¹⁵⁷:

Entscheidend ist das Primat der Sache: Sachsituationen sind hier nicht nur Mittel zur Anregung, Verkörperung oder Übung, sondern selbst der Stoff, den es zu bearbeiten gilt. Sachrechnen ist damit ein Stück Sachkunde. Die Schüler sollen befähigt werden, umweltliche Situationen durch mathematisches Modellieren klarer, bewußter und auch kritischer zu sehen. Dabei sollen sie auch erfahren, dass die mathematischen Modelle lediglich Entwürfe, Konstruktionen darstellen, die nur gewisse Aspekte der Realität erfassen und andere mehr oder weniger vollständig ausschließen.

(Winter 1985, S. 31)

Das Ernstnehmen der umweltlichen Sache spiele hierbei eine wichtige Rolle: „Wer dieses Ziel akzeptiert, muß vor allem die außermathematischen Sachbezüge ernst nehmen und nicht vorschnell ins Auge gefaßte rechnerische Bestätigungen forcieren“ (Winter 1981, S. 672). Dass mit dem Ernstnehmen der außermathematischen Sachbezüge auch eine Förderung der mathematischen Fähigkeiten – und nicht deren Vernachlässigung oder „Ausdünnung“ einhergehe – hierauf verweist WINTER

¹⁵⁷ WINTER unterscheidet drei didaktische Funktionen des Sachrechnens: Sachrechnen als Lernstoff bzw. als Stoffgebiet, Sachrechnen als Lern- bzw. Unterrichtsprinzip, Sachrechnen als Beitrag zur Umwelterschließung (vgl. Winter 1981, S. 668 f.; 1985, S. 15 ff.). Beim *Sachrechnen als Lernstoff* ist der Umgang mit Größen inhaltlicher Schwerpunkt. Das *Sachrechnen als Lernprinzip* betont die Anregung und Interessenweckung der Schüler sowie die Festigung von mathematischen Begriffen und Verfahren durch Betrachtung eines Bezuges zur Realität (vgl. Winter 1985, S. 15 ff.).

explizit: „Sehr rasch führen Sachfragen auf mathematische Fragestellungen, die eher zu schwierig sind. Wer also das Ziel bejaht, muß auch für eine Erhöhung der mathematischen Kompetenz eintreten. Dazu gehört sicher an erster Stelle eine gewisse Fertigkeit in der Handhabung *algebraischer Methoden*“ (Winter 1981, S. 674; Hervorhebung im Original). Das Sachrechnen benötigt dementsprechend eine Unterrichtskultur, die fachüberschreitendes Arbeiten zulässt, und fordert nach WINTER von der Lehrkraft – und natürlich auch von den Schülern – einen Blick „weit über den Rechenzaun“ (Winter 1985, S. 34) hinaus.

Schon in den preußischen Lehrplänen wurde das Sachrechnen in den Dienst der „sachlichen Belehrung“ gestellt, wie von LIETZMANN zitiert:

3. Angewandte Aufgaben sollen der Wirklichkeit entnommen sein und zu praktisch wertvollen Ergebnissen führen. Durch Berücksichtigung der anderen Unterrichtsfächer und der Umwelt des Schülers sind die Anwendungen für sachliche Belehrungen nutzbar zu machen, besonders über die Erscheinungen des wirtschaftlichen Lebens [...].

(Lietzmann 1925, S. 194)¹⁵⁸

Im Mathematikunterricht sei dabei ein ausgeglichenes Verhältnis der Interessen von Rechen- und Sachunterricht nötig (vgl. Lietzmann 1912, S. 69 f.).

Es kann ja nicht gemeint sein, den Mathematikunterricht in Politikunterricht oder Werterziehung umzuwandeln. [...] Es genügt ja, wenn diese Person [der Mathematiklehrer, K. W.] in den vielfältigen Begegnungen mit den Schülern bei passenden Gelegenheiten einmal die engen fachspezifischen Grenzen überschreitet und sich auf solch reflektierende und auch wertende Fragen einläßt.

(G. Schmidt 1992, S. 20)

Mit diesem Einlassen auch auf fachüberschreitende Aspekte, auf das auch WINTER (1990a, S. 133) hingewiesen hat, ist laut G. SCHMIDT (1992) ein besonderer Wert verbunden, sowohl im Hinblick auf die Erziehung der Lernenden und deren Allgemeinbildung als auch speziell im Hinblick auf das Lehrer-Schüler-Verhältnis:

Man unterschätze nicht die erzieherische und allgemeinbildende Wirkung, die gerade von dem grenzüberschreitenden Einlassen des ‚fachspezifischen Experten‘ auf grundlegende Fragen und die dabei unvermeidliche persönliche Stellungnahme ausgeht. Daß er dabei seine Rolle des Experten mit deutlichem

¹⁵⁸ Der Bezeichner *sachliche Belehrungen* könnte heute als in Spannung zum Indoktrinations-/Überwältigungsverbot des Beutelsbacher Konsens gesehen werden. So werde auch BNE „derweilen potentiell als in Spannung zum Indoktrinationsverbot des Beutelsbacher Konsens stehend interpretiert“ (Janne von Seegern o. J., S. 3). Durch Schaffung von Diskursräumen sei dieses Verständnis in Richtung einer emanzipatorischen Auffassung zu ändern (vgl. von Seegern o. J., S. 3) (siehe dazu auch Unterabschnitt 1.1.2.2, ab S. 33).

Wissensvorsprung gegen die des gleichberechtigten Diskussionspartners eintauscht, ist sicher für alle Beteiligten von großem Vorteil.

(G. Schmidt 1992, S. 20)

VOLK (1993, S. 133 f.) plädiert dafür, den Bezug zum „Rest der Welt“ (nach Pollak 1979) ausgehend von **Handlungssituationen** der Schüler zu strukturieren und damit zur Aufklärung beizutragen. Mit der klassischen Anwendungsorientierung verbindet er eine Idee, die von der Mathe(matik) her gedacht sei, die das Operieren mit Mathe beim Anwenden zum Unterrichtsgegenstand nehme und den Schüler als passives Lehrobject auffasse.

Die mathematische Erziehung ist ein pädagogisches Projekt. Die Idee, den Mathematikunterricht durch Anwendung der Mathematik zu charakterisieren, schöpft die pädagogische Tiefenstruktur des Mathematikunterrichts nicht aus. Eine ‚Anwendungsorientierung‘ kann die mathematische Erziehung, kann den Raum der Mathematikpädagogik nicht orientieren.

(Volk 1993, S. 134)

Hingegen führe der Handlungsbezug auch zur Beachtung pädagogischer Aspekte beim Anwenden (genauer: *Verwenden*, vgl. Fußnote 98) – der Schüler als Lernsubjekt, seine Lebenserfahrungen, Fragen der Sinnkonstituierung – und habe das Ziel, „vernünftig selbstbestimmtes Handeln“ (Volk 1993, S. 135) zu fördern, also aufzuklären und zum Handeln zu befähigen. Er spricht dabei auch von „MathematikPädagogen“ (ebd., S. 142), denen es darauf ankomme, „daß die Mathematik in etwas eintritt, in das Denken seiner Schülerinnen nämlich, in die Welt, in die ‚Selbst- und Weltkonzepte‘ seiner Kinder und Jugendlichen (Führer 1988, S. 50)“ (ebd., S. 143).

Vernunft, begründendes Denken und sinnrationales Handeln haben Aufklärung als Fundament und Medium. Genau das ist eine Stelle, an der der Mathematikunterricht zweckgerecht und verlässlich eingreifen kann: indem er mathematisches Denken genau dort praktizieren läßt, wo es, in einem ernstzunehmenden Sinne, zur Aufklärung von Handlungssituationen der SchülerInnen beiträgt, und zur Befähigung zur Aufklärung von Handlungssituationen.

(Volk 1993, S. 136)

Der Mathematikunterricht könne dazu beitragen, die mathematischen Komponenten einer solchen für die Schüler zugänglichen Handlungssituation zu erkennen und mathematisch zu erfassen, dadurch sachkundig zu werden, Handlungsorientierung zu gewinnen, um darauf aufbauend „einsichtig begründet handeln [zu, K. W.] können“ (Volk 1993, S. 136): „Von einer alltagsweltlichen Problemsituation durch mathematikgestütztes Denken zu einem aufgeklärten Handeln in genau dieser Situation – das ist der Spannungsbogen, um den es geht“ (Volk 1993, S. 138). Dies erläutert VOLK (1993, S. 138 ff.) am geläufigen Beispiel des Vergleichs

von Bahn-Tarifen und betont, dass gerade solche „schlichten Situationen des Alltags, in denen wir unser Handeln selbst bestimmen wollen“ (ebd., S. 143) der Aufklärung bedürfen – und Mathematikunterricht schon hier ansetze, um zum selbstbestimmten Handeln zu befähigen: „Aufklärung beginnt nicht erst mit ‚Ideologiekritik‘“ (ebd.).

Neben dem Blick über die Fachgrenzen hinaus, auf den WINTER oben explizit verweist, schließt das Wertschätzen der Sache auch das Infragestellen einer zielführenden oder belastbaren Mathematisierbarkeit bzw. Argumentation in Abhängigkeit von der Problemstellung mit ein – gemäß dem Motto **Was können wir Mathe anvertrauen, und was nicht?** (vgl. W. Herget & J. Maaß 2016, S. 2). Dieser Aspekt findet auch in VOLKs Zugang Berücksichtigung, wenn die Handlungssituation den Ausgangspunkt der Mathematisierung darstellt und eine Reflexion über die Komponenten, die mit Hilfe der Mathematik zielführend oder verantwortbar erfasst werden können, stattfindet.¹⁵⁹ Entsprechend dem Ziel des Achtsamen Unterrichts geht es also um eine verantwortungsvolle Verwendung von Mathe im Sinne eines sachgerechten, bewusst-reflektierenden Einsatzes. Daher bezieht sich das Aufklären sowohl auf das Anwenden von Mathematik im engeren Sinn als auch auf ein kritisch-reflektierendes Hinterfragen von Anwendungen und Argumentationen aufgrund damit verbundener Interessen, Einschränkungen oder Verkürzungen – also insgesamt auf das *Verwenden* von Mathe (vgl. Fußnote 98).

In diesen Zusammenhang lassen sich die Überlegungen von LENGNINK et al. (2013) einordnen, die für eine bewusste **staatsbürgerliche Erziehung** im Mathematikunterricht plädieren.¹⁶⁰ Adressiere der Mathematikunterricht die Rolle als Staatsbürger, so sei es Aufgabe, „gesellschaftliche und politische Erscheinungsformen des Mathematischen zum Gegenstand von Unterricht zu machen“ (Lengnink et al. 2013, S. 3). Dabei differenzieren sie zwischen zwei Facetten mathematischer Mündigkeit: der Mündigkeit *durch* Mathematik und der Mündigkeit *gegenüber* der Mathematik. Während Erstere die Mathematik als Mittel adressiere, welches die Möglichkeit eröffne, „komplexe gesellschaftliche Prozesse durch Abstraktionen und ihre Materialisierungen transparent zu gestalten“ (Lengnink et al. 2013, S. 5 f.), sei mit Letzterem die Aufgabe verbunden, ein Reflektieren über Verkürzungsaspekte im Rahmen der mathematischen Erfassung eines Problems anzustoßen.

¹⁵⁹ Vergleiche dazu auch KÖHLERS Forderung nach einer veränderten Unterrichtskultur für den Mathematikunterricht in Unterkapitel 2.4. In diesen Zusammenhang weist er explizit auf den Sinn (bzw. Un-Sinn) mathematischer Berechnungen im Kontext hin, dem sich der Unterricht nicht verschließen dürfe: „Die Schule ist mitverantwortlich dafür, daß der Schüler lernt, die *Grenzen* sinnvoller oder überhaupt möglicher *mathematischer Aussagen* sehen zu lernen“ (Köhler 1999, S. 6; Hervorhebung im Original). Dies leiste auch über den Mathematikunterricht hinaus einen Beitrag zu demokratischer Erziehung, indem der Schüler lerne, „überhaupt nach den Grundlagen und den Grenzen von Aussagen zu fragen“ (ebd.), was „ein[en] Schritt von dogmatischer Fixierung zu rationalem Dialog“ (ebd.) darstelle.

¹⁶⁰ siehe hierzu auch Kapitel 2, S. 257

Beide Aspekte denkt das *Verwenden von Mathematik im Achtsamen Unterricht* mit:

Neben dem Wissen und Können von Mathematik ist m. E. gelungene mathematische Bildung besonders an einer positiven und kritischen Haltung gegenüber Mathematik und ihrer Verwendung festzumachen. [...] Diese zeigt sich in einer Offenheit dem Einsatz von Mathematik gegenüber, wo er berechtigt ist und Transparenz für Entscheidungen schafft, also eine Mündigkeit durch Mathematik. Mathematische Mündigkeit beinhaltet aber auch eine Mündigkeit gegenüber Mathematik, dort wo ihr Einsatz unangemessen verkürzt und die Sache nicht angemessen mathematisiert wird oder werden kann.

(Lengnink 2018, S. 79)

Mündigkeit *durch* Mathematik kann beispielsweise im Zusammenhang mit der Corona-Pandemie erfahrbar werden. Hier kann mit Hilfe der Mathematik die Krisensituation beschrieben und deren Entwicklung prognostiziert werden. ALEXANDER SALLE und DANIEL FROHN (2022) erläutern, wie unterrichtlich der Zusammenhang zwischen der Reproduktionszahl und der Wachstumsart (exponentiell, linear) erarbeitet werden könne und wie die Verdopplungszeit von der Reproduktionszahl abhängt. Auf Basis dessen könne Mathe helfen, Entscheidungen zu treffen, etwa ab welchem Wert welche Maßnahmen wie Maskenpflicht oder Kontaktbeschränkungen auferlegt bzw. gelockert werden können.

Mündigkeit *gegenüber* Mathematik umfasst beispielsweise die Sensibilisierung für Manipulationsmöglichkeiten durch geschickte Diagrammwahl bei der Darstellung von Aktienkursen oder Modellierungen zu Klimaprognosen, wie J. MAASS (2006, S. 50 ff.) erläutert: „Fast so, wie in früheren Zeiten der Wille Gottes oder des Königs als letzte, nicht mehr bezweifelbare und diskutierbare Autorität ins Treffen geführt wurde, wird heute an vielen Stellen auf mathematische oder mathematikhaltige Argumente zurückgegriffen, um Recht [...] zu bekommen“ (ebd., S. 49). In dieser Hinsicht beschreibt WARMELING einige konkrete Unterrichts Anregungen zum Thema *menschengemachter Klimawandel*, wo Lernende auf Basis eigener Datenrecherchen und -verarbeitungen Manipulationsstrategien in Grafiken und darauf beruhenden Aussagen entdecken (vgl. Warmeling 2021, S. 32 ff.). Dabei können „aus logisch wahren mathematischen Aussagen mächtige Instrumente für die eigenen Interessen werden“ (J. Maaß 2006, S. 49) – so sei etwa die Angabe von drei wahren, allerdings geschickt gewählten Jahresdurchschnittstemperatur-Ausreißern kein Beleg für die Nichtexistenz des Klimawandels (vgl. Warmeling 2021, S. 33). Da für viele Mathematik aber als zuverlässig, objektiv und wahr gelte, fordert J. MAASS eine stärkere Auseinandersetzung mit solchen manipulativen Aspekten im Mathematikunterricht, um – in den Worten LENGNINKs – Mündigkeit *gegenüber* Mathematik zu erzeugen: „Mathematik selbst ist logisch wahr, ihre Anwendung und Interpretation öffnet aber der Berücksichtigung von Interessen und damit der Subjektivität Tür und Tor“ (J. Maaß 2006, S. 55). Modellbildungen können

damit im Dienst des eigenen Zwecks verwendet werden: „Was in ein Modell aufgenommen wird, welche Fragen gestellt und wie die Resultate interpretiert werden, hängt stark von den Wünschen der Auftraggeber ab“ (ebd.).¹⁶¹ Diese Perspektive lenkt den Blick auf das Verhältnis von Mensch und Mathematik, welches laut LENGNINK (2018, S. 77) „reflektiert“ und „belastbar“ sein soll:

Daher liegt eine wichtige Qualität in Bezug auf Mathematikunterricht für mich darin, bei den Lernenden den Prozess des Befragens der Rolle von Mathematik in unserer Welt in Gang zu setzen und im Lernprozess gemeinsam Kriterien zur Beurteilung zu entwickeln, inwiefern die Verwendung von Mathematik in gesellschaftlichen Kontexten und im eigenen Leben angemessen ist.

(Lengnink 2018, S. 79)

Ein **kritisches Verständnis für Argumentationen** mit Hilfe von Zahlen, das Vermeiden einer „zahlengläubige[n] Einstellung“ (G. Schmidt 1992, S. 18) ist laut G. SCHMIDT wesentliches Kennzeichen eines „*mündige[n], entscheidungstragende[n] Bürger[s] einer Demokratie*“ (G. Schmidt 1992, S. 6; Hervorhebung im Original) und Ziel von Mathematikunterricht. Das bedeute:

Entscheidend ist, daß der Schüler erfährt und versteht, daß sich die Argumentation mit Zahlen immer auf bestimmte mathematische Modellierungen stützt. Das heißt, der Prozeß solcher Modellbildungen muß an Hand geeigneter Beispiele vollzogen und damit durchschaut werden, einschließlich der notwendigen Reduktionen, der willkürlichen Setzungen und der daraus folgenden Möglichkeiten und Grenzen der Interpretation der Ergebnisse.

(G. Schmidt 1992, S. 6)

Daher sollen im Unterricht die Möglichkeiten (etwa das Verdeutlichen von Zusammenhängen, die quantifizierte Beschreibung von Zuständen, die Prognose von Entwicklungen), aber auch Grenzen der mathematischen Modellbildung (etwa durch Reduktion und Idealisierung der Wirklichkeit) erfahrbar werden, und es solle der Prozess des Modellbildens als Grundlage für darauf aufbauende Argumentation, Entscheidung und ggf. Handlung auch bewusst reflektiert werden (vgl. G. Schmidt 1992, S. 7 ff.). Mathe müsse als „*eine* Argumentations-/Entscheidungshilfe unter vielen anderen, keinesfalls immer *die* Grundlage“ (G. Schmidt 1992, S. 10, Hervorhebung im Original) erlebt werden. Dies gehört zu redlicher Aufklärung durch Mathematikunterricht dazu – und die Einsicht in die Grenzen ist laut G. SCHMIDT wesentliches, unverzichtbares Ziel eines allgemeinbildenden Mathematikunter-

¹⁶¹ Der normative Gebrauch der Mathematik zur Festlegung der Sitzverteilung im Wahlrecht sei beispielsweise nicht objektiv bzw. eindeutig, sondern interessengeleitet und aushandlungsbedürftig, wie POHLKAMP (2021, S. 131 ff.) konkretisierend für die Unterrichtspraxis darlegt. Die Thematisierung der Sitzverteilungsverfahren unter Reflexion jener Aspekte kann als ein Beitrag zur Mündigkeit gegenüber Mathematik betrachtet werden.

richts (vgl. ebd.). So könne letztlich auch in Problemkreisen grundsätzlich die Entscheidung für die Anwendung mathematischer Modelle infrage gestellt werden, da darauf aufbauende Entscheidungen wenig zielführend bzw. verantwortbar erscheinen: G. SCHMIDT (1992, S. 18 f.) verweist etwa auf die Problematik des Kernkrafttrisikos und deren Beschreibung mittels Risikozahlen (z. B. Anzahl der Toten pro Jahr für eine bestimmte Art von Reaktorunfall oder Anzahl der Toten pro Betriebsjahr eines Kernkraftwerks aufgrund von somatischen Spätschäden). Solche mathematischen Modelle entziehen sich dabei Kategorien wie emotionalen Aspekten oder Fragen der Akzeptanz, die für die Bürger aber wesentlich seien (vgl. G. Schmidt 1992, S. 18 f.).

Die Aufklärung durch Mathematikunterricht bezieht sich im Achtsamen Unterricht **zusammenfassend** auf zwei Ebenen: Sie umfasst einerseits das Aufklären auf der Ebene der Metakognition: über die Möglichkeiten des eigenen Denkens und über das Verhältnis der Person zur Mathematik. Dies trägt zur „Befreiung vom Gegenstand“ (Fischer 1984) bei. Hierbei kommt dem Reflektieren eine bedeutende Rolle zu, wofür LENGNINK und PREDIGER eine veränderte Unterrichtskultur als wesentlich betrachten. Das für den Achtsamen Unterricht zentrale Ziel des Verwendens von Mathe beinhaltet wesentlich auf Seiten der Schüler den Aufbau einer Haltung zu Mathe, und dies erfordert die Reflexion des Verhältnisses Mensch–Mathe(matik) – zur Beherrschung des Gegenstandes.

Andererseits umfasst Aufklärung im Achtsamen Unterricht das Mündigwerden *durch* und *gegenüber* Mathematik – zu ihrer verantwortungsvollen Verwendung in der Gesellschaft und Wirklichkeit. In diesem Sinne trägt die Aufklärung zur Wertschätzung der Sache bei: sowohl der mathematischen Sache, indem der Unterricht erfahrbar macht, welche lebensweltbezogenen Möglichkeiten, aber auch Grenzen die Anwendung von Mathe bietet, als auch der außermathematischen Sache, indem durch die mathematische Brille Teile der Wirklichkeit bzw. Zusammenhänge deutlicher werden, Mathe also hilft, „umweltliche Situationen durch mathematisches Modellieren klarer, bewußter und auch kritischer zu sehen“ (Winter 1985, S. 31).¹⁶²

4.4 Zwischenfazit: Rückblick und Ausblick

Das in Kapitel 4 entwickelte Konzept des Achtsamen Unterrichts stellt einen förderlichen Rahmen normativen Charakters zur Verfügung, in dem u. a. die Bildungsidee BNE wirksam werden kann. Die im Konzept herausgearbeiteten Aspekte sollen einen Beitrag dazu leisten, dass sich die Lernenden Mathe offen und

¹⁶² Durch die Reflexion über die Verwendung von Mathe – also über deren Möglichkeiten als auch Grenzen – trägt das Mündigwerden *gegenüber* Mathe auch zur „Befreiung vom Gegenstand“ (Fischer 1984) bei, worauf der Schwerpunkt der ersten Ebene des Aufklärens liegt.

neugierig zuwenden – und schließlich die Bereitschaft zu ihrer absichtsvoll-proaktiven und reflektierend-validierenden Verwendung, auch über den Unterricht hinaus, entwickeln. Im Hinblick auf die mit BNE angestrebte gesellschaftliche Transformation scheint diese Haltung wesentlich.

Hierzu nimmt der Achtsame Unterricht die Unterrichtskultur in den Blick. Eine Ausrichtung am lebensnahen Sachrechnen wohne nämlich die Gefahr inne, „allzu schnell zu postulieren, was denn das jetzige und das spätere *Leben des Schülers sei*, wo und wie dort Situationen auftreten, die sich [...] nach Zahl, Maß und Form erfassen lassen und wie man die Schüler vorwegnehmend darin einüben könne“ (Schupp 1988, S. 8; Hervorhebung im Original). Gerade vor dem Hintergrund der komplexen, schnelllebigen Welt seien solche Situationen bzw. Entwicklungen nur schwer absehbar (vgl. ebd.).

Das Konzept des Achtsamen Unterrichts besteht aus zwei strukturellen Teilen, wobei sich diese zwei *Brillen* auf Unterricht ergänzen (mehr zum Zusammenspiel der beiden *Brillen* in Abschnitt 4.4.2):

1. *Dimensionen* des Achtsamen Unterrichts: lehrreich, diskursiv, nützlich, unterhaltsam
2. *Säulen* im Achtsamen Unterricht: Gegenseitig Ernstnehmen in und gegenseitig Aufklären durch Mathe

Nachhaltigkeit ist *ein* möglicher Kontext Achtsamen Unterrichts. Mathematikunterricht kann hier aufklären und dadurch zum Wertschätzen der Sache – der mathematischen und der kontextbezogenen – beitragen. Die Haltung der Gegenseitigkeit beim Aufklären kann vor dem Hintergrund einer nachhaltigeren Gestaltung der Gegenwart und Zukunft als besonders relevant erscheinen, da sie zum Perspektivwechsel und der Abkehr vom Egozentrismus anregt.

Wenngleich sich der Achtsame Unterricht nicht nur durch BNE rechtfertigt, trägt er Anforderungen von BNE bzw. einer an BNE orientierten Unterrichtskultur (siehe Unterkapitel 1.2) auf vielerlei Weise Rechnung. Zusammengefasst werden können diese wie folgt:

- Der Achtsame Unterricht weist eine global verträgliche Gesamtperspektive auf. Durch die in ihm aufgehobenen Haltungen bzw. Werte – etwa die Diskursivität, das Denken in Alternativen, die Gegenseitigkeit, die Gleichwürdigkeit (nach Juul 2020) – kann sich eine nachhaltige Weitsicht einstellen. Er unterstützt dadurch den gesellschaftlichen Transformationsprozess.
- Der Achtsame Unterricht betont die Diskursivität von Unterricht (siehe Dimension *diskursiv*). Hierdurch wird er der emanzipatorischen Sichtweise auf BNE gerecht, indem er Raum für Aushandlungen und Alternativen bie-

tet – und das nicht nur im Hinblick auf nachhaltigkeitsbezogene Lerninhalte. Hierin spiegelt sich auch das Wesen von Wissenschaft wider, was zu Beginn als Merkmal nachhaltigkeitsorientierten Unterrichts herausgestellt wurde.

- Die *Person* des Lernenden wird in besonderem Maße wertgeschätzt: ihre Interessen, Beziehungen zum Fach, ihr mathematisches Fundament, ihre Bedürfnisse usw. (Säule I: *gegenseitig Ernstnehmen*). Für BNE als Lerninhalt kann dies auch bedeuten, die Lernenden in ihrer Lebenswelt, ihren themenbezogenen Interessen als auch Sorgen abzuholen (siehe Studienergebnisse in Unterkapitel 0.1). Eine *gleichwürdige* Beziehung (nach Juul 2020) zwischen Lehrenden und Lernenden stellt die Grundlage für echten Diskurs dar, der für einen verantwortungsvollen Umgang mit globalen Herausforderungen wesentlich ist.
- Der Achtsame Unterricht ermöglicht angemessene demokratische Partizipationsformen der Lernenden. Im Hinblick auf eine nachhaltige Transformation der Gesellschaft erscheint der Grundgedanke der Ermöglichung von Partizipation wesentlich, da die Schüler so den Wert erlebter Partizipation und Demokratie erfahren können. Darüber hinaus bieten Partizipationsmöglichkeiten auch eine Brücke zu BNE als Lerninhalt, indem Aufgaben reale oder fiktive nachhaltigkeitsbezogene Handlungssituationen thematisieren können.
- Die Aufklärung, die eine Verbindung von Mathe zur Welt schafft, kann zur Wertschätzung der *Sache* beitragen. Mathe kann aufklären über Zusammenhänge in der Welt, die eigene Rolle, eigene Handlungs- bzw. Einflussmöglichkeiten, über Sinn, Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Beschreibungen und über das Verhältnis Mensch–Mathe(matik). Auf diese Weise kann der Unterricht zur „Befreiung vom Gegenstand“ (Fischer 1984) beitragen, und er kann den Lernenden auch ermöglichen, ihre Selbstwirksamkeit in Bezug auf die Verwendung von Mathe in komplexeren Situationen zu stärken (Säule II: *gegenseitig Aufklären*).
- Das in der Säule der gegenseitigen Aufklärung aufgehobene und dort fundierte Einlassen auf den Kontext impliziert neben der Betrachtung von Möglichkeiten von Mathe zur Argumentation auch kritische Reflexionen zu deren Grenzen sowie damit einhergehend eine zeitweise Überwindung von Fachgrenzen. Damit schafft die Unterrichtskultur Raum, um BNE als vielschichtigen und daher fachüberschreitenden Lerninhalt im Mathematikunterricht redlich zu integrieren.

Abschließend sollen mit Blick auf die Erläuterungen des Konzepts im vorliegenden Kapitel 4 **zwei Aspekte** explizit konkretisiert werden: Zum einen die Tatsache,

dass die Achtsame Unterrichtskultur das Pädagogische besonders wertschätzt, zum anderen das Zusammenspiel der beiden vorgestellten *Brillen* auf Unterricht:

4.4.1 Die Bedeutung des Pädagogischen im Achtsamen Unterricht

Der Achtsame Unterricht hat zum Ziel, den Schülern bedeutsame, positive Erfahrungen mit Mathe zu ermöglichen, indem der Unterricht Lerngelegenheiten bereitstellt, um ihren lehrreichen, unterhaltsamen, nützlichen, diskursiven Charakter zu erleben – als Mittler für die Bereitschaft, Mathe(matik) zu verwenden. Dabei nehmen das Ernstnehmen der Person des Lernenden sowie das Aufklären durch Mathematik über die Sache eine herausragende Stellung ein. Der Fokus der ersten Säule liegt auf der Person in ihrer Gesamtheit, etwa aus kognitiven, emotionalen, motivationalen Dispositionen. Das Erleben von Freude und Selbstwirksamkeit im Umgang mit Mathe sowie gegenseitigem Vertrauen und Wertschätzung wird angestrebt. Der Aspekt des Aufklärens in der zweiten Säule zielt auf die Förderung von Mündigkeit und Selbstbestimmungsfähigkeit zum verantwortungsvollen Verwenden von Mathematik in Fragen der sozialen und physischen Wirklichkeit. Person, Sache und das Verhältnis der Person zur Sache werden damit anerkannt und sowohl fachliche als auch pädagogische Ansprüche zusammengedacht, d. h. im Sinne von HÖFLER Intellekt und Charakter gebildet (vgl. Höfler 1910, S. 482).

HEYMANN weist darauf hin, dass die Beteiligung am erzieherischen Auftrag der Schule – etwa an der Stärkung des Schüler-Ichs, an der Entfaltung von Verantwortungsbereitschaft und an der Einübung in Verständigung und Kooperation – im Mathematikunterricht schwerer falle als in anderen Schulfächern: „Auch wenn sie [die Mathematiklehrer, K. W.] diese Verpflichtung prinzipiell bejahen, bleibt vielfach ihr spezifisch pädagogisches Handeln vom fachunterrichtlichen Handeln stärker getrennt als in anderen Fächern“ (Heymann 1996, S. 249). Dies möge daran liegen, dass die genannten personenbezogenen Allgemeinbildungsaufträge der Schule *inhaltlich* keinen Bezug zum Gegenstand Mathematik haben, sich die Aspekte also nicht unter mathematischem Blickwinkel erfassen lassen (vgl. ebd.). Das Ernstnehmen der sozialetischen, personenbezogenen Aspekte hat laut HEYMANN daher Auswirkungen auf die Unterrichtskultur im Mathematikunterricht, die wichtige Voraussetzung für gelingendes fachliches Lernen sei: „Wenn im Mathematikunterricht sozialetische und personenbezogene Zielsetzungen [...] ernstgenommen werden, hat das auch erhebliche Konsequenzen für den gemeinsamen Umgang mit der Mathematik im Unterricht: Denn *sozial* lernt man vor allem durch die Art, *wie* man zusammen mit anderen *fachlich* lernt“ (ebd., S. 250; Hervorhebung im Original).

Im Hinblick auf die Bedeutung des Pädagogischen für den Mathematikunterricht finden sich in der mathematikdidaktischen Literatur einige Anhaltspunkte, die die Relevanz jener genannten Aspekte im Achtsamen Unterricht unterstreichen, etwa folgende: WAGENSCHHEIN (1999) kritisiert – in der ersten Auflage vor mehr als einem halben Jahrhundert – das Ausblenden pädagogischer Aspekte beim Mathematiklernen.¹⁶³ Er bezieht sich dabei auf den systematischen Lehrgang, der Schritt für Schritt und auf Vorrat alle Einzelheiten für noch Kommendes lehre, ohne Stufen auszulassen: „Die Begründungen sind einleuchtend: eins baut sich aufs andere, sei es logisch oder chronologisch: Ordnung muß sein; Lücken rächen sich; man kann nie wissen, wozu man das Einzelne brauchen wird“ (Wagenschein 1999, S. 28). Diese Vorgehensweise vernachlässigt die Person des Lernenden, sein Werden – das Pädagogische also:

Diese Begründungen ‚sind logisch‘, aber auch nur das. Sie sind nicht pädagogisch. Sie sehen das fertige Fach und im Grund nicht das Kind, sondern den fertigen Menschen, den Erwachsenen vor sich, nur im Kleinformat, nur quantitativ noch ‚beschränkt in der Auffassungsgabe‘. Aber Lehrer sein heißt: Sinn haben für den werdenden, den erwachenden Geist. Und Fachlehrer sein heißt: zugleich Sinn haben für das gewordene und werdende Fach.

(Wagenschein 1999, S. 28 f.)

WAGENSCHHEIN fordert daher: „Wir müssen also Kind und Sache gleichermaßen im Blick haben“ (Wagenschein 1999, S. 33) und schlägt etwa das exemplarische Lernen vor. Dieses sei neben der „Objektseite“ – dem Sichtbarwerden des Allgemeinen im Einzelnen – auch durch die „Subjektseite“ gekennzeichnet, also den Schüler „in seiner Ganzheit und Spontaneität“ achtend (Wagenschein 1999, S. 33 f.). So beziehe sich das Einzelne als Spiegel des Ganzen nicht nur auf die Seite des Faches, sondern auch auf den Lernenden: „Die *Spiegelung* muß nicht nur das Ganze Fach [...], sie muß auch das Ganze des Lernenden (nicht nur z. B. seine Intelligenz) erhellen“ (Wagenschein 1999, S. 34; Hervorhebung im Original).¹⁶⁴

¹⁶³ ANDELFINGER (1995, S. 16) bezieht sich bezüglich der Kritik an der harten Unterrichtskultur und der hieraus resultierenden Entwicklung des Konzepts *Sanfter Unterricht* unter anderem auf WAGENSCHHEIN, der ebenfalls das Problem im Grundsätzlichen gesehen und schon Mitte des 20. Jahrhunderts eine Änderung der Unterrichtskultur angestrebt habe (siehe Abschnitt 3.2.1).

¹⁶⁴ Man beachte allerdings die Kritik FÜHRERS (1996, S. 11 f.) an WAGENSCHHEINs geschildertem Vorgehen im Mathematikunterricht, die er am Beispiel der nicht-abbrechenden Primzahlenfolge ausführt. Er stellt u. a. Diskrepanzen zwischen der genannten Absicht WAGENSCHHEINs des Ernstnehmens der Personen und der gelebten Wirklichkeit in seinem Unterricht fest. Es fehle etwa die Berücksichtigung und Beteiligung *aller* Lernenden, die wesentlichen Entdeckungs- und Kommunikationsprozesse konzentrieren sich auf wenige Schüler, in der ohnehin schon sehr kleinen Lerngruppe von 13 Schülern einer privilegierten Schweizer Schule. Ebenso seien die Hilfen der Lehrkraft stark lenkend, die Sicherung disziplinarisch und langatmig. FÜHRERS Fazit lautet: „Es handelt sich um ein disziplinarisch und sozial höchst komfortables Team-Teaching mit 2-3 begeisterten Hilfslehrern. Für die meisten der (nur) 13 Schüler wird es wohl netter Frontalunterricht gewesen sein“ (Führer 1996, S. 12).

FREUDENTHALS (1982) Überlegungen zur Frage „Wie können wir denn heute Mathematik unterrichten, die der Schüler morgen anwenden soll?“ gehen in eine ähnliche Richtung, denn auch dieser fordert, dem Werden des Schülers bei der Beschäftigung mit der Sache genügend Zeit und Raum zu geben. Um Mathematik nämlich als eine Verhaltensweise, eine „Geisteshaltung“ zu erwerben, sei es wichtig, stets Fragen nach dem Warum zu stellen (vgl. Freudenthal 1982, S. 140). Und hierzu müsse den Schülern Zeit zu eigenständiger Problembearbeitung und -lösung gegeben werden – hierbei kommt dann auch der Aspekt der gesammelten Selbstwirksamkeitserlebnisse, die der Achtsame Unterricht betont, zum Tragen:

Immer gilt: Der Schüler erwirbt Mathematik als Geistesverfassung nur über Vertrauen auf seine eigenen Erfahrungen und seinen eigenen Verstand. Viele Schüler haben im Mathematikunterricht erfahren, daß sie mit ihrem Verstand nichts anfangen können, daß es ihnen am rechten Verstand fehlt, daß der Lehrer und das Buch doch alles besser wissen, als sie es sich selber ausdenken können. [...] Eine Geisteshaltung lernt man aber nicht, indem einer einem schnell erzählt, wie er sich zu benehmen hat. Man lernt sie im Tätigsein, indem man Probleme löst, allein oder in seiner Gruppe – Probleme, in denen Mathematik steckt.

(Freudenthal 1982, S. 142)

FÜHRER (1997a) widmet ein ganzes Buch der Verbindung von fachlich-didaktischen und pädagogischen Aspekten im Mathematikunterricht, denn Vorrang habe „stets der Blick auf das Unterrichtsganze, deshalb heißt das Buch nicht ‚Mathematikdidaktik‘, sondern ‚Pädagogik des Mathematikunterrichts‘“ (Führer 1997a, Vorwort). Nicht nur Fragen des spezifischen Lehrens und Lernens von Mathematik, sondern ganzheitlichere Betrachtungen von Unterricht auch zu Bildungs- und Erziehungszielen finden daher Beachtung: „Der Lehrer hat es immer mit dem Unterrichtsganzen zu tun, wissenschaftliche Fachdidaktik kann ihm nicht mehr sein als eines der Mittel zum Zweck“ (Führer 1997a, S. 1). Und dabei verwehrt er sich der Sichtweise, dass Unterricht als Ganzes nur durch harte wissenschaftliche Methoden bzw. Kategorien untersucht werden könne:

Wenn nämlich Mathematikdidaktik streng wissenschaftlich aufgefaßt wird – was immer man darunter verstehen mag –, dann kann sie sich nur auf solche Fragen beziehen, die den jeweils als wissenschaftlich akzeptierten Methoden zugänglich sind. Diese Fragen werden, soweit sie überhaupt den Mathematikunterricht betreffen, nur Ausschnitte des Unterrichts beleuchten und das Unterrichtsganze nicht erfassen, es sei denn, man hat einen ungeheuer toleranten Wissenschaftsbegriff.

(Führer 1997a, S. 1)

So betont FÜHRER in seinem Buch auch, dass Unterricht neben den fachlichen Kompetenzen der Lehrperson, die „immer notwendig, aber nie hinreichend sind“

(ebd.) auch grundlegend abhängig von der Persönlichkeit des Lehrers, seinen persönlichen Einstellungen, den „gelebte[n] Haltungen zu Schülern, zur Institution Schule, zur Mathematik, zum Mathematikunterricht usw.“ (Führer 1997a, S. 1). Der Achtsame Unterricht betont daher, dass der Lehrer in keine Rolle schlüpft, sondern das gegenseitige Ernstnehmen ernstnimmt, seine pädagogischen Bemühungen also *echt* sind. CHRISTIAN FAHSE (2018, S. 36) sieht im „[e]infühlsamen Interesse an den Lernenden“ eine essentielle Kompetenz des Lehrers für die Planung und Durchführung von Unterricht. Diskursive und dialogische Elemente im Mathematikunterricht erfordern seiner Auffassung zufolge neben didaktischem Können auch eine entsprechende Haltung der Lehrperson bei der Gesprächsführung: „[n]eben der Begeisterung für das Fach die Neugier gegenüber den Gedanken der Lernenden, die Freude an jeder noch so kleinen mathematischen Entdeckung, vielleicht sogar das Interesse an der gesamten Persönlichkeit des Lernenden“ (ebd.). Und auch schon bei LIETZMANN (1919) findet sich dieser Aspekt der Bedeutung der Persönlichkeit des Lehrers für die Zuwendung der Lernenden zur Mathematik: „Die Persönlichkeit des Lehrers ist schließlich das A und O aller Unterrichtserteilung. [...] Der Lehrstoff kann verkehrt gewählt sein; der Lehrer wird doch seinen Schüler für die Mathematik zu begeistern verstehen“ (Lietzmann 1919, S. 134).

FÜHRER (1997a, S. 1) fährt fort, dass ein sinnstiftendes Bild von Unterricht ein Nachdenken über jene pädagogischen Aspekte mit einschließe – und das gelte *auch* für Mathematikunterricht – und sich durch fortwährendes Erleben der Lehrperson immer weiterentwickle:

Ich bin überzeugt, daß dem Mathematikunterricht zu allererst dadurch zu helfen ist, daß Lehrer etwas Vernünftiges wollen. Was vernünftig ist, kann man nicht der Mathematik entnehmen. Es hat viel mit so antiquierten Begriffen wie Anstand, Redlichkeit, Empathie oder Pflichtbewußtsein zu tun. Auch der Mathematikunterricht ist pädagogisch zu denken, und jeder Mathematiklehrer muß *sich* – früher oder später – einen tragfähigen Begriff von seriösem Unterricht machen und an *seinen* Vorstellungen rational arbeiten.

(Führer 1997a, S. 1; Hervorhebung im Original)

Hierzu gehört dann auch ein Nachdenken über Bildungs- und Erziehungsziele wie etwa Aufklärung oder Entfaltung von Verantwortungsbereitschaft durch Mathematikunterricht.

Weiter deutlich wird die Betonung der Rolle der Pädagogik bei FÜHRER (1997a, S. 64) dort, wo er die Berufsbezeichnung des Mathematiklehrers als Mathematiker als „Verrat an der eigenen Profession“ bezeichnet:

Ein bedenkliches Gefahrensymptom ist – besonders in Gymnasialkreisen – die Unsitte, sich gegenseitig unwidersprochen als ‚Historiker‘, ‚Germanistin‘ oder ‚Mathematikerin‘ einzustufen und den unterstellten Verrat an der eigenen

Profession in schmeichelhafte Anerkennung umzudeuten. Anders gesagt: Wäre Lehrer X. in erster Linie Mathematiker und nicht Lehrer, dann sollte er rasch die Arbeitsstelle wechseln, solange er noch jung genug ist. Mathematik ist keine Unterrichtslehre, sondern ein Wissenschaftszweig. Kleine, meist sehr, sehr alte Ausschnitte werden in der Schule zu *Bildungsgegenständen*, wenn sie in funktionelle, soziale und erzieherische Kontexte gebunden werden können. In diesem Bemühen liege die Ehre des Mathematiklehrers, nicht in seinem Fachstudium, sonst würde er Mittel und Zweck verwechseln!

(Führer 1997a, S. 64; Hervorhebung im Original)

Gegenwärtig und bezogen auf die konkrete Unterrichtspraxis schildert HOFFKAMP (2018) die Untrennbarkeit von pädagogischem und fachlichem Lernen im Mathematikunterricht an einer Berliner Gemeinschaftsschule im sozialen Brennpunkt – und warnt zugleich davor, dort das fachliche Lernen nicht durch pädagogische Bemühungen an den Rand zu drängen:

In meiner mehrjährigen aktiven Tätigkeit an einer Berliner Gemeinschaftsschule im sozialen Brennpunkt drehte sich alles darum, den Schülerinnen und Schülern durch Schulbildung Chancen zu eröffnen. Schnell war klar: In diesem Umfeld erscheinen die pädagogischen Herausforderungen übermächtig – und dadurch gerät das fachliche Lernen in Gefahr, nachrangig zu erscheinen, denn die Kinder müssen ja erstmal lernen, ‚im Klassenverband zu funktionieren‘ oder ‚ruhig zu sitzen‘ oder ‚überhaupt einmal mitzuschreiben‘. Gerade im Mathematikunterricht ist es besonders fatal, wenn das fachliche Lernen in den Hintergrund rückt: Man hat für eine Menge Stoff noch weniger Zeit und kann elementare Inhalte nicht gründlich und nachhaltig erarbeiten. Andererseits erfordert die gründliche Erarbeitung Konzentration, Ruhe und bei allen Beteiligten die Bereitschaft, sich auf die Inhalte einzulassen.

(Hoffkamp 2018, S. 21)

Unterricht, der sich am Fachlichen orientiere und die Inhalte ins Zentrum rücke, dabei durch angemessene Reduktion die Zugänglichkeit der Inhalte und das Arbeiten auf unterschiedlichen Niveaus ermögliche – das Ernstnehmen des mathematikspezifischen Fundaments der Lernenden im Achtsamen Unterricht –, zugleich aber auch anschlussfähig für das Weiterarbeiten bleibe, stellt HOFFKAMP auf Basis ihrer Erfahrungen als geeigneten Weg heraus, Erziehen und Lernen zu verbinden. Sie spricht vom „Erziehen als ‚Lehren des Verstehens““ (Hoffkamp 2016, S. 32) in Anlehnung an ANDREAS GRUSCHKA (2011). Ursache für viele Störungen sei nämlich oft die Sache an sich, die den Schülern keinen Zugang ermögliche (vgl. ebd.). Feedback durch viele „unterrichtspraktische Minimethoden“ ist für sie wesentliches verbindendes Element der pädagogischen und fachlichen Dimension, „mit dem Ziel, einerseits so den Schülerinnen und Schülern zu zeigen ‚wir sehen dich‘ und andererseits genügend Rückmeldung zu erhalten, um den Unterricht auf die Gruppen abzustimmen“ (Hoffkamp 2018, S. 21) – auch diesen Aspekt greift der Achtsame Unterricht auf. So kommt das Konzept insgesamt – wie in

Unterkapitel 2.4 angekündigt – dem Anliegen von VON HENTIG nach, didaktische und pädagogische Aspekte von Unterricht stärker zusammenzudenken (vgl. von Hentig 2007, S. 61).

4.4.2 Das Zusammenspiel der beiden Brillen im Achtsamen Unterricht

Die Strukturelemente des Achtsamen Unterrichts, die *Dimensionen* und die angestrebten *Interaktionsprozesse* bzw. *Säulen*, dienen als **zwei Brillen** auf Unterricht, der das Ziel verfolgt, zur Verwendung von Mathe bei der Bewältigung zukünftiger Herausforderungen in Gesellschaft und Wirklichkeit aufzuschließen. Dabei kombinieren die beiden Brillen den Blick auf die gesellschaftlich eingebundene, kollektiv-gemeinschaftliche Ebene von Unterricht und die Ebene der individuellen Auseinandersetzung mit Mathe im Unterricht. Das bedeutet: DAHRENDORFS Überlegungen zu den Merkmalen *öffentlicher Wissenschaft* sind im Lichte dessen zu verstehen, welche Funktionen Wissenschaft für die Gesellschaft erfüllen soll. Die drei von ihm herausgearbeiteten Aspekte *lehrreich*, *nützlich* und *unterhaltsam* sind notwendig für Wissenschaft – und wie hier vertreten auch für Unterricht –, aber keineswegs hinreichend für die beiden Gesamtkonstrukte. So findet sich etwa die Perspektive des Wissenschaftlers selbst, also der Person, im Modell DAHRENDORFS nicht, da dieser Aspekt nicht Modellzweck ist.¹⁶⁵ Gerade Unterricht muss aber neben seiner Kollektivität auch die individuelle¹⁶⁶ Ebene berücksichtigen – wenn Bildung wie auch bei SCHUPP als personenbezogener Prozess verstanden wird: „Gebildet ist, wer in der ständigen Bemühung lebt, sich selber, die Gesellschaft und die Welt zu verstehen und diesem Verstehen gemäß zu handeln“ (Schupp 2004, S. 8, in Anlehnung an die Empfehlungen und Gutachten des Deutschen Ausschusses für das Erziehungs- und Bildungswesen 1966).

Für den Achtsamen Unterricht hat dies zur Folge: In den vier Dimensionen stehen insbesondere Aufgaben im Vordergrund, die der Unterricht auf der kollektiven Ebene in sozial-gesellschaftlicher Rahmung erfüllen sollte – die Dimensionen spiegeln die Erwartungen wider, die die Gesellschaft an Unterricht haben kann. Das Mitdenken und Ernstnehmen der Person des Lernenden beim Erlernen von Mathe

¹⁶⁵ Im Achtsamen Unterricht ist der Aspekt der Person daher nicht explizit in den Dimensionen aufgehoben – wenngleich er an den verschiedensten Stellen dennoch mitgedacht wurde –, sondern erfährt in den beabsichtigten Interaktionsprozessen bzw. in den Säulen ausdrückliche(re) Berücksichtigung.

¹⁶⁶ Bezogen auf die konkrete Person bedeutet Individualität „in subjektiver Hinsicht ein Bewusstsein von seiner Eigenheit oder Einmaligkeit [...], in objektiver Hinsicht die erkennbare Besonderheit“ (Prechtl & Burkard 2008, S. 266). In der Neuzeit wird der Begriff verwendet, um den Fokus auf den „Einzelmensch im Gegensatz zur Gesellschaft“ (Brockhaus 2004, S. 146) zu legen. Diese Deutung scheint in der vorliegenden Verwendung treffend zu sein. So sollte allgemeinbildender Mathematikunterricht neben kollektiven, sozialen Aspekten auch die Individualität der Lernenden aufgreifen und deren Autonomie fördern. Der Achtsame Unterricht berücksichtigt daher in der Säule *gegenseitig Ernstnehmen* das mathematikspezifisch unterschiedliche Fundament der Lernenden, etwa in Form individueller Zugänge zur Mathematik.

und das Verhältnis von Mathe zur Welt betont die individuelle Ebene von Bildungsprozessen – wie nach SCHUPP oben herausgestellt ist – und ist insbesondere in den intendierten Interaktionsprozessen und Säulen des Achtsamen Unterrichts aufgehoben. Diese *Brille* **ergänzt** also die Dimensionen des Achtsamen Unterrichts und greift verstärkt Bildung als personenbezogenen Prozess auf.

So erweist sich das Schema der angestrebten Interaktionsprozesse auch als passend zum didaktischen Dreieck von SCHUPP (1978, S. 112), welches neben den Ecken Welt und Mathematik auch den Menschen beinhaltet (siehe Abb. 24).

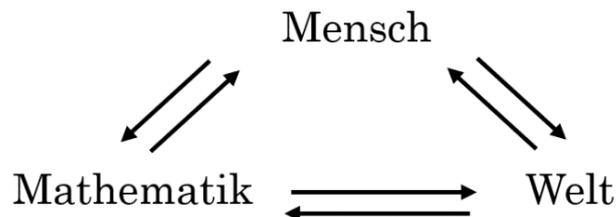


Abb. 24: Didaktisches Dreieck bei SCHUPP (1978, S. 112)

Von den drei sich ergebenden Spannungsfeldern, die wechselseitige Beziehungen der Ecken beschreiben (Welt–Mathematik, Mensch–Mathematik, Mensch–Welt) und in denen der jeweils dritte Aspekt als Vermittler fungiert (vgl. von der Bank 2023, S. 7), ist in hiesigem Kontext insbesondere das letztgenannte Spannungsfeld Mensch–Welt von besonderem Gewicht: Das Verhältnis zwischen Mensch und Welt steht im Mittelpunkt – der Unterricht und die Wirklichkeit sind hier als Teil dieser Welt zu sehen – und die Beschäftigung mit Mathe dient als Vermittler zwischen den beiden anderen Ecken (vgl. dazu auch von der Bank 2023, S. 11 ff.) (siehe Abb. 25).

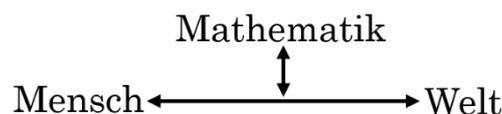


Abb. 25: Der dritte Fall des Spannungsverhältnisses bei (von der Bank 2023, S. 7), in dem die Komponente ‚Mathematik‘ des didaktischen Dreiecks von SCHUPP als Vermittler zwischen den beiden anderen auftritt

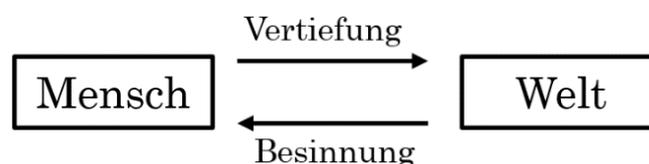


Abb. 26: Prozess der Vertiefung und Besinnung, in dessen Verlauf Mensch und Welt zu sich selbst kommen, bei Schupp (2004, S. 9)

Hierbei spielt die palintropische Beziehung der Person zur Welt eine Rolle, die sich in der folgenden Grundstruktur von Bildung widerspiegelt, die SCHUPP für die Mathematikdidaktik als wesentlich erachtet:

Danach stehen Mensch und Welt in einem palintropischen, d.h. in einem in sich zurücklaufenden, fortwährenden Einwirkverhältnis, wobei die diallel gefügten, einander ablösenden und ergänzenden *Akte der Vertiefung* (als Einlassung des Menschen in die Welt außerhalb) und *Besinnung* (als Rücknahme aus dieser Welt und distanzierender Reflexion) *einen Prozeß konstituieren, in dessen Verlauf Mensch und auch Welt zu sich selbst kommen [...]*.

(Schupp 2004, S. 9; Hervorhebung im Original)

Die Person, also hier der Lernende, müsse sich im Rahmen seiner mathematischen Auseinandersetzung auf die Welt einlassen, sich ihr hinwenden, Aspekte ihrer vertiefen – und das könne subjektiv verschieden verlaufen. Darauf folge die notwendige Besinnung, die Person könne sich zurücknehmen, sich besinnen, Aspekte der Welt, hier von Mathe, verinnerlichen (vgl. Schupp 2004, S. 9) (siehe Abb. 26). Dieses Besinnen schaffe individuelle Orientierung; es käme „ohne Phasen der Besinnung zur bloßen Benommenheit“ (ebd., S. 9). Das Besinnen ist im Unterricht also Voraussetzung, um sich anschließend neu einbringen zu können, also Voraussetzung zur weiteren Vertiefung. Der Achtsame Unterricht liefert einen Rahmen für solche Prozesse, indem er Person und Sache in besonderem Maße wertschätzt.

Fall 3 des [...] Spannungsverhältnisses, in dem Mathematik als Vermittler in der palintropischen Beziehung zwischen Mensch und Welt auftritt, macht demnach einen Unterricht nötig, der inhaltliche und methodische Gelegenheiten zur Vertiefung und Besinnung vor dem Medium Mathematik bietet und dabei die im Unterricht agierenden Personen ernst nimmt.

(von der Bank 2023, S. 13)¹⁶⁷

4.5 Exkurs: Achtsamkeit

Der vorliegende Exkurs nimmt den Bezeichner *achtsam* genauer in den Blick: Welche Passungen ergeben sich zwischen dem – ursprünglich auf die buddhistische Tradition zurückgehenden – Achtsamkeitsansatz¹⁶⁸ und der in den vorangegangenen Unterkapiteln entwickelten Achtsamen Unterrichtskultur? Bei der Analyse

¹⁶⁷ VON DER BANK schlägt daher die Erweiterung des didaktischen Dreiecks von SCHUPP mit den Ecken *Mensch*, *Welt* und *Mathematik* um die Dimension des *Achtsamen Unterrichts* vor und visualisiert die sich hieraus ergebenden Wechselbeziehungen in einem Tetraedermodell (vgl. von der Bank 2023, S. 15 ff.). Hier könne jeweils eine Ecke als Träger eines didaktischen Dreiecks (einer Seite) betrachtet werden (vgl. ebd.). Als eine Sichtweise ergibt sich VON DER BANK zufolge, dass der Achtsame Unterricht als Träger des didaktischen Dreiecks Person–Welt–Mathe fungiert (vgl. von der Bank 2023, S. 16). Für die anderen Sichtweisen vergleiche (von der Bank 2023, S. 16 ff.).

¹⁶⁸ Achtsamkeit, insbesondere bezogen auf den praktizierenden Bereich, boomt derzeit in der Gesellschaft. KARLHEINZ VALTL (2018, S. 7 f.) beispielsweise interpretiert die zunehmende gesellschaftliche Beachtung von Achtsamkeit als Antwort auf Herausforderungen der Gegenwart und Zukunft. Er führt einige dieser Herausforderungen auf, z. B. zunehmenden Stress in Beruf und Privatleben, Zunahme an psychischen Erkrankungen, Zerstreuung der Aufmerksamkeit durch Dauererreichbarkeit und Medien, Entpersönlichung des Alltages durch digitale Welten, Grenzen des Wachstums, Rückgang moralischen Verhaltens in Politik, Gesellschaft und Wirtschaft (vgl.

der Adaptionenmöglichkeiten ist zu beachten, dass sich der Achtsame Unterricht nicht auf das Lehren *von* Achtsamkeit, sondern auf ein *achtsames* Lehren bezieht.

Der Stellenwert der Achtsamkeitsforschung in der Mathematikdidaktik ist bisher sehr gering – dies ergibt eine kursorische Durchsicht einiger bedeutender Tagungsveröffentlichungen wie den *Beiträgen zum Mathematikunterricht* (2015 bis 2020), den Kurzberichten der *International Group for the Psychology of Mathematics Education* (2015 bis 2021), der Programm-Broschüre (2021) und der Gesamtbände (2016 und 2012) des *International Congress on Mathematical Education* sowie der Proceedings des *Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (2019, 2017, 2015). Die vorliegende Diskussion stellt damit einen wichtigen Beitrag dar, Ideen aus der Achtsamkeitsforschung herauszuschälen, die auf den Mathematikunterricht übertragbar erscheinen, und bringt diese in den mathematikdidaktischen Diskurs mit ein.¹⁶⁹

Der Exkurs ist wie folgt aufgebaut: Die virulente Ausbreitung von *Achtsamkeit* im Alltag, ihre allgemeinsprachliche, teils schon beliebige Verwendung mit vielerlei Bedeutungen macht es zur wissenschaftlichen Absicherung der Übertragungsmöglichkeiten zwischen dem Achtsamkeitsansatz und der Achtsamen Unterrichtskultur notwendig, in einem ersten Schritt den Begriffsursprung und -kern von *Achtsamkeit* zu umreißen (siehe Abschnitt 4.5.1). Die Erläuterungen im zweiten Abschnitt ergänzen diese Begriffsdarstellung mit spezifischen Beschreibungen des Konzepts der Achtsamkeit aus dem pädagogischen Kontext (siehe Abschnitt 4.5.2). Im dritten Abschnitt kann dann aufbauend auf den vorangegangenen beiden die Adaption für den Achtsamen Unterricht erfolgen, indem fokussierend zentrale Ansatzpunkte zur Übertragung identifiziert werden (siehe Abschnitt 4.5.3). Die mit dieser Übertragung einhergehende Subjektivität der Interpretation soll vorab ausdrücklich hervorgehoben werden:

Die Ausarbeitung der rechten, sachangemessenen Entwürfe, die als Entwürfe Vorwegnahmen sind, die sich ‚an den Sachen‘ erst bestätigen sollen, ist die ständige Aufgabe des Verstehens. Es gibt hier keine andere ‚Objektivität‘ als die Bewährung, die eine Vormeinung durch ihre Ausarbeitung findet.

(Hans-Georg Gadamer 1960, S. 252)

Die Analyse der Literatur mit Bezug zur Achtsamkeit beruht auf einer Erwartungshaltung an die Inhalte. Die herausgearbeiteten Verbindungen sind maßgeblich von der Perspektive des Achtsamen Unterrichts geprägt:

Valtl 2018, S. 7 f.; 2019, S. 1). An diesem kulturellen, gesellschaftlichen Wandel darf auch (Mathematik)unterricht nicht vorbeigehen.

¹⁶⁹ Das Unterkapitel 4.5 kann nicht leisten, einen Überblick über das interdisziplinäre und internationale Forschungsfeld rund um das Thema Achtsamkeit zu geben – es gibt zahlreiche Publikationen, Forschungszentren und wissenschaftliche Fachjournale, die sich thematisch hierauf fokussieren (vgl. Valtl 2018, S. 1 f.).

Wer einen Text verstehen will, vollzieht immer ein Entwerfen. Er wirft sich einen Sinn des Ganzen voraus, sobald sich ein erster Sinn im Text zeigt. Ein solcher zeigt sich wiederum nur, weil man den Text schon mit gewissen Erwartungen auf einen bestimmten Sinn hin liest.

(Gadamer 1960, S. 251)

4.5.1 Eine Annäherung an den Begriff *Achtsamkeit*

Das ursprünglich im Buddhismus verankerte Konzept der Achtsamkeit habe insbesondere seit den 70er Jahren in der westlichen Kultur Einzug gehalten, dort verwendet als „unspezifischer Sammelbegriff mit vielfältigen Bezügen und Bedeutungen“ (Stefan Schmidt 2014, S. 16). Ohne Kontext könne sich Achtsamkeit daher auf vieles beziehen: auf eine formale Meditationspraxis, auf ein eher theoretisches Konzept der buddhistischen Lehre, auf bestimmte innere Grundhaltungen gegenüber eigenen Erfahrungen im Alltag, auf ein psychologisches Konzept und auf die Bedeutung im alltäglichen Sprachgebrauch (vgl. S. Schmidt 2014, S. 16). VALTL (2018) unterscheidet entsprechend mehrere Zugänge zum Begriff: Die *wissenschaftliche* Perspektive, die sich auf theoriegeleitete Definitionen und historische Aspekte fokussiere, die *persönliche* Perspektive, die lebensweltlichen, erfahrungsbasierten Aspekten eine besondere Bedeutung zukommen lasse, sowie die *pädagogische* Perspektive, die interpersonale Schwerpunkte setze (vgl. Valtl 2018, S. 2). Im Rahmen der Arbeit spielen insbesondere das erste und letzte Verständnis eine Rolle, gleichwohl muss auch das Alltagsverständnis des Begriffs einbezogen werden, um die gemeine Verwendung vom wissenschaftlichen Verständnis zu unterscheiden:

Im **allgemeinsprachlichen Gebrauch** erfolgt die Verwendung des Bezeichners *achtsam* zahlreich – und teilweise naiv, womit der Begriff fast schon beliebig wirkt. Allein der Duden liefert gleich 12 Synonyme zu *Achtsamkeit*: Aufmerksamkeit, Augenmerk, Genauigkeit, Gründlichkeit, Interesse, Konzentration, Sammlung, Sorgfalt, Teilnahme, Umsicht, Vorsicht, Wachsamkeit (vgl. Duden 2022). Die Übersetzung mit ‚bloßer‘ Aufmerksamkeit behindere „ein Verständnis für eine radikale und tiefgreifende Nutzung von Achtsamkeit“ (Paul Grossman & Luise Reddemann 2016, S. 222). VALTL (2018) weist zudem auf das Problem der häufigen Gleichsetzung von Achtsamkeit mit der *Achtsamkeitspraxis* hin. Dieser wohne die Gefahr inne, eine Fähigkeit mit dem Training dieser gleichzusetzen, „was z. B. zu der irigen Annahme verleitet, Achtsamkeit finde im Rückzug statt (etwa auf das Meditationskissen) und sei nicht Teil des alltäglichen Lebens“ (Valtl 2018, S. 5). Daneben erfolge zunehmend die Forderung nach Achtsamkeit in Situationen des öffentlichen Lebens. Dabei werde der Begriff etwa mit Taktgefühl gleichgesetzt, wodurch er sich „zu einem neuen Inbegriff für angemessenes Verhalten im öffentlichen Raum entwickeln könnte“ (Valtl 2018, S. 5).

Dem gegenüber steht der **wissenschaftliche Gebrauch** von Achtsamkeit: Laut VALTL (2018, S. 1) gilt das Jahr 1979 in der Literatur als Beginn der wissenschaftlichen Beschäftigung mit Achtsamkeit im Westen, initiiert durch die *Mindfulness Based Stress Reduction* (MBSR) von JON KABAT-ZINN in den USA. Seine Arbeit mit dem Konzept und seine Angebote beziehen sich auf den klinisch-therapeutischen Bereich:

Kabat-Zinn hatte Ende der 1970er Jahre mit austherapierten Schmerzpatienten gearbeitet und für sie ein Programm entwickelt, mit dem sie lernten, ihre Körperwahrnehmung durch Meditation und Yoga zu verfeinern und so eine Beziehung zu ihrem Körper aufzubauen. Bei MBSR-Kursen erfahren und üben die Teilnehmer, wie sie mit Stress umgehen können, dass sie den körperlichen Stressreaktionen einerseits nicht ausgeliefert sind, dass sie andererseits aber auch wahrnehmen, wie sie sich mit Gedanken selbst unter Stress setzen.

(Vera Kaltwasser 2016b, S. 21)

Etwa ab 2008 etablierte sich das Thema *Achtsamkeit* durch Programme und Ansätze auch im schulpädagogischen Kontext in Europa (vgl. Valtl 2018, S. 1) – mehr dazu im Abschnitt 4.5.2.

4.5.1.1 Ursprünge in der buddhistischen Tradition

Der Ursprung des Begriffs *Achtsamkeit* gehe auf die buddhistische Psychologie zurück, ursprünglich *sati* (dt. Erinnerung) in der Sprache Pali genannt (vgl. S. Schmidt 2014, S.14; Valtl 2018, S. 2). Die ältesten überlieferten schriftlichen Hinweise, hauptsächlich zwei Lehrreden des Buddha, finden sich im sogenannten *Palikanon* des Theravada-Buddhismus und beziehen sich auf die Meditationspraxis an sich (vgl. S. Schmidt 2014, S. 14).¹⁷⁰ S. SCHMIDT (2014) fasst *sati* wie folgt zusammen: „Wenn also *sati* während der Meditation praktiziert wird, kann es als Zustand des Gewahrseins im Augenblick beschrieben werden, in dem der Geist mit [...] Weite versucht zu beobachten ohne einzugreifen“ (S. Schmidt 2014, S. 14; Hervorhebung im Original). Folgende drei Aspekte seien kennzeichnend (vgl. ebd.):

- Gewahrsein im Augenblick
- Weite des Bewusstseinszustandes (im Gegensatz zu einem eng begrenzten Fokus)
- reines Beobachten im Sinne eines Wahrnehmens ohne Interaktion

¹⁷⁰ Achtsamkeit steht in der buddhistischen Tradition nicht für sich alleine, sondern ist eingebettet in ein umfassenderes Konzept: „Das Herzstück der buddhistischen Lehre sind die *Vier Edlen Wahrheiten*, die, stark vereinfacht gesagt, ausdrücken, dass alles menschliche Leiden beendet werden kann, indem man den ethischen Anweisungen und der Praxis des sogenannten *Edlen Achtsamen Pfades* folgt“ (S. Schmidt 2014, S. 15; Hervorhebung im Original). Der *Achtsame Pfad* besteht aus den drei Bereichen Verhalten, Meditation, Weisheit. Die Praxis der *Rechten Achtsamkeit* ist also „Teil eines umfassenderen spirituellen Weges“ (ebd.).

S. SCHMIDT (2014, S. 14) macht explizit darauf aufmerksam, dass die erfahrungsbasierten Aspekte für die Bestimmung des Begriffs *sati* unabdingbar seien: „Ein umfassendes Verständnis dessen was gemeint ist, kann man nur auf Basis eigener Erfahrungen erlangen“. Dies sei für die westlich geprägte Wissenschaft ungewohnt, „in der man versucht, die Begriffe durch konzeptionelle Definitionen im Sinne der *Dritten-Person-Perspektive* von subjektiven Einflüssen frei zu halten“ (ebd., Hervorhebung im Original). Daraus ergebe sich unmittelbar die Problematik der vollständigen Versprachlichung dieser durch Erfahrung gewonnenen Qualitäten.

4.5.1.2 Definitionsversuche von Achtsamkeit im Westen: KABAT-ZINN

Gemäß VALTL wurde 1889 der Begriff *sati* ins Englische mit *mindfulness* übersetzt, 1924 erfolgte die Übersetzung ins Deutsche mit *Achtsamkeit* (vgl. Valtl 2018, S. 2 in Anlehnung an S. Schmidt 2015). Dieses Wort gehe auf den „mittelhochdeutschen Wortstamm »ahden« zurück, was so viel heißt wie »bewusstes Wahrnehmen«“ (Kaltwasser 2016b, S. 23). VALTL (2018, S. 2) weist auf die Schwierigkeit hin, eine angemessene Begriffsintegration in den wissenschaftlichen Diskurs ohne Bedeutungsverluste oder -änderungen zu erreichen – aufgrund der kulturellen Unterschiede, der zeitlichen Ferne und des ursprünglich vorwissenschaftlichen Begriffs.

Folgende Arbeitsdefinition von KABAT-ZINN gelte gemäß VALTL in der Wissenschaft weitläufig als Konsens: Mindfulness is „the awareness that emerges through paying attention on purpose, in the present moment, and nonjudgmentally to the unfolding of experience moment by moment“ (Kabat-Zinn 2003, S. 145 f., zitiert nach Valtl 2018, S. 2), was in der deutschen Ausgabe des Buches übersetzt ist mit „die Bewusstheit, die sich durch gerichtete, nicht wertende Aufmerksamkeit im gegenwärtigen Augenblick einstellt“ (Kabat-Zinn 2019, S. 23). „Vereinfacht ausgedrückt bedeutet Achtsamkeit, in jedem Augenblick präsent zu sein, ohne zu bewerten. Wir können sie entwickeln, indem wir unsere Aufmerksamkeit bewusst auf all die Verrichtungen und Geschehnisse des Alltags richten, die wir gewöhnlich nicht beachten“, so KABAT-ZINN (2019, S. 31) weiter. Zusammengefasst seien die folgenden drei Aspekte bedeutend (vgl. auch Thomas Heidenreich & Johannes Michalak 2009, S. 570):

- absichtsvoll
- nicht wertend
- auf den gegenwärtigen Moment gerichtet

Die Bewusstheit im gegenwärtigen Moment bedeute, „dass man sich aller Sinneswahrnehmungen bewusst wird und gleichzeitig auch der Gedanken, die im gegenwärtigen Augenblick durch den Kopf schwirren“ (vgl. Kaltwasser 2016a, S. 32). Der Verzicht auf Bewertungen schließe ein, „sich der Bewertungen bewusst zu sein

und ihnen zunächst nicht nachzugeben, sondern sie zu erforschen“ (ebd., S. 33), sowie sich bewusst zu werden, „wie sehr unsere Wahrnehmung für gewöhnlich von Urteilen bestimmt ist“ (Kabat-Zinn 2019, S. 41).

Erweitert wird die Definition, indem KABAT-ZINN Qualitäten aufführt, die diese besondere Art der Aufmerksamkeit auszeichnen: Nicht-Werten, Geduld, Anfängergeist, Vertrauen, Akzeptanz, Loslassen (vgl. Kabat-Zinn 1990, nach S. Schmidt 2014, S. 17).¹⁷¹

4.5.1.3 Einbettung von Achtsamkeit in wissenschaftlich-psychologische Konzepte

Laut S. SCHMIDT (2014, S. 17) ist obige Arbeitsdefinition zwar für praktische Motive hilfreich, für eine wissenschaftliche Beschäftigung aber „zu diffus“ – es gebe mehrere Versuche, an die Definition von KABAT-ZINN anknüpfend das Konzept für die Wissenschaft zugänglich(er) zu machen, indem es in andere, bereits bestehende psychologische Konzepte eingebettet werde:

Das Drei-Faktoren-Modell der Achtsamkeit von SHAPIRO et al. (2006) stelle beispielsweise eine Präzisierung der Arbeitsdefinition dar und unterscheide die drei Faktoren *Intention*, *Aufmerksamkeit* und *Haltung*:

- *Intention (intention)*: Die bewusste Absicht (der Lenkung der Aufmerksamkeit)
- *Aufmerksamkeit (attention)*: Die Ausrichtung der Aufmerksamkeit auf ein selbstgewähltes Objekt im Hier und Jetzt
- *Haltung (attitude)*: Ein Set von Handlungen, charakterisiert als freundlich, mitfühlend und nicht-bewertend

(Shapiro et al. 2006, zitiert nach Valtl 2018, S. 2; Hervorhebung im Original)

Die wissenschaftliche Perspektive zusammenfassend nennt S. SCHMIDT (2014, S. 17) zwei grundlegende Prozesse, die Achtsamkeit verbinden: Zum einen die Selbstregulation der Aufmerksamkeit, zum anderen die Orientierung an der Erfahrung: „(1) beschreibt das Bemühen, den Fokus der Aufmerksamkeit auf den gegenwärtigen Moment zu richten und dort zu halten. Der zweite Prozess (2) charakterisiert sich neben der Erfahrungsorientierung als eine Haltung von Neugier, Offenheit und Akzeptanz“ (S. Schmidt 2014, S. 17).

4.5.2 Achtsamkeit im pädagogischen Kontext

VALTL (2018) unterscheidet in Anlehnung an das englische *Mindfulness in Schools Project* drei Aspekte von Achtsamkeit im schulischen Kontext – eigentlich als eine

¹⁷¹ Achtsamkeit sei damit mehr als eine Dimension des Geistes, nämlich „immer auch die des *Herzens (heartfulness)*“ (Kabat-Zinn 2019, S. 23; Hervorhebung im Original). „Sie ist eine Form zu *sein*“ (ebd.).

Art Schrittfolge gedacht, um, bei sich selbst beginnend, fortzuschreiten zum Anbieten von Übungen zur Achtsamkeit:

Im ersten Schritt (*be mindful*) geht es für Lehrpersonen darum, Achtsamkeit für sich selbst zu kultivieren, was sowohl der eigenen Gesundheit wie der Präsenz im Alltag dient. Im zweiten Schritt (*teach mindfully*) prägt Achtsamkeit den Stil des Lehrens, wodurch z. B. schulische Leistungsanforderungen situativ angemessener gestaltet und kontemplativ-(selbst)reflexive Zugänge bei geeigneten Unterrichtsgegenständen stärker genutzt werden können. Im dritten Schritt (*teach mindfulness*) wird Achtsamkeit selbst zum Lerngegenstand und die SchülerInnen erlernen Achtsamkeitsübungen [...]

(Valtl 2018, S. 15 f.; Hervorhebung im Original)

KALTWASSER (2016b) erläutert in ihrem *Praxishandbuch Achtsamkeit in der Schule* in einer Mischung aus theoretischen Überlegungen und konkreten, praktischen Übungen Einsatzmöglichkeiten zur Etablierung einer Achtsamkeitspraxis in der Schule (z. B. Atemübungen, Übungen zum Erspüren des Körpers, Wahrnehmung des inneren Dialogs). Sie nimmt die Perspektive des Lehrens *von* Achtsamkeit ein – und konzentriert sich damit auf den dritten von VALTL genannten Aspekt *teach mindfulness*. Unter anderen bezieht sie sich auf das von ihr entwickelte Rahmencurriculum AISCHU (Achtsamkeit in der Schule), welches mittlerweile durch mehrere Studien beforscht sei (vgl. Kaltwasser 2016b, S. 49).¹⁷² Aspekte wie etwa die Atembeobachtung zum Erspüren des Körpers spielen für den Achtsamen Unterricht keine *direkte* Rolle (vgl. dazu allerdings Abschnitt 4.5.3, S. 295). Dennoch finden sich im **praktischen Bereich** einige Parallelen zur Achtsamen Unterrichtskultur, die im Folgenden näher erläutert werden:

In den Achtsamkeitsübungen in der Schule steht generell der Einzelne im Fokus, seine persönlichen Einschätzungen, seine Betroffenheit, sein Befinden:

Außerdem merken die Schüler/innen schnell, dass es um sie persönlich geht. Sie stehen bei den Übungen im Mittelpunkt. Die persönliche Einschätzung der Schüler/innen ist gefragt. [...] »Was hat das mit *mir* zu tun? Inwiefern betrifft *mich* das? Wie kann *ich* davon profitieren?« Für viele Schüler/innen ist es ungewohnt, dass ihr Befinden, ihre Sorgen und Ängste überhaupt in der Schule Raum finden. Sich persönlich einbringen zu können, gesehen zu werden und gefragt zu sein, das löst – das wissen wir aus Studien – eine Kaskade von Wohlfühl aus und verstärkt die Beziehungsfähigkeit.

(Kaltwasser 2016b, S.67; Hervorhebung im Original)

Die (Selbst-)Reflexion sei wichtiger Bestandteil der Achtsamkeitsübungen im schulischen Kontext. Im Anschluss an die Durchführung werden durch anleitende Fragen Reflexionsanlässe über die Übungen geschaffen: „Immer wieder die Meta-

¹⁷² Das Kartenset *Achtsamkeit in der Schule* bietet, angelehnt an das Programm, Instruktionen für 60 Übungen in der Klasse (vgl. Kaltwasser 2020).

Ebene zu betreten und das Tun zu reflektieren dafür können Sie als Lehrerin/als Lehrer ein Vorbild sein [...]“ (Kaltwasser 2016b, S. 129).¹⁷³

Die Methode des *Achtsamen Dialogs* stelle die Kommunikation zwischen Menschen in den Fokus der Aufmerksamkeit, die Fähigkeit zum aktiven Zuhören werde geschult: „Es geht um die bewusste Beobachtung aller wahrnehmbaren Facetten einer Kommunikationssituation. Durch einen ritualisierten Ablauf des Dialogs, der Phasen des Innehaltens enthält, bei denen die Augen geschlossen werden, entsteht ein Gerüst für bewusstes Fühlen, Hinhören und Sprechen“ (Kaltwasser 2016b, S. 207).

Dass die Achtsamkeitspraxis den Menschen als Ganzes im Blick hat, wird ebenso im praktischen Bereich deutlich: Das Praxisbuch *Die achtsame Schule* von DANIEL RECHTSCHAFFEN (2018), welches ein Spektrum möglicher Übungen zur Integration der Achtsamkeitspraxis in der Schule aufzeigt, unterteilt die Übungen in fünf Bereiche der Achtsamkeitskompetenz: Körperkompetenz, Geistige Kompetenz, Emotionale Kompetenz, Soziale Kompetenz, Globale Kompetenz. Laut JOSEF KEUFFER, der sich an KALTWASSER (2008/2010) anlehnt, ergänzt Achtsamkeit so die kognitiven Dimensionen beim Lernen um Regulationsmöglichkeiten für Gedanken und Gefühle:

Die Grundlage der Achtsamkeit liegt in unserem Bewusstsein selbst. Achtsamkeit ist nicht etwas, das wir erlangen oder uns aneignen müssen. Achtsamkeit ist kein Schulfach. Es ist eine Fähigkeit, die angeboren ist, aber zugunsten einer weiteren wunderbaren, menschlichen Fähigkeit, dem Denken, oft vernachlässigt wird. Während der Kognition und dem fachlichen Lernen in der Schule viel Zeit gewidmet wird, in der Hoffnung, die Schülerinnen und Schüler zu besseren und kritischeren Denkern zu erziehen, werden andere Fähigkeiten, die unsere Gedanken und Emotionen regulieren können, zu wenig beachtet. So kommen Bewegungsübungen, Sport, Stille oder Muße in Bildungsprozessen oft zu kurz.

(Keuffer 2021, S. 94)¹⁷⁴

Ergänzend zu dieser konkret praktischen Ebene bezieht sich VALTL (2018) insbesondere auf den zweiten von ihm genannten Aspekt von Achtsamkeit im schulischen Kontext, das **achtsame Lehren**. Für den pädagogischen Kontext sei es dazu üblich, zwischen interpersonalen und intrapersonalen Aspekten von Achtsamkeit zu unterscheiden: „Die *intrapersonalen* Aspekte beziehen sich dabei auf den Umgang mit sich selbst und die Anwendung in nicht-interaktiven Kontexten, während

¹⁷³ vergleiche hierzu auch Reflexionsaktivitäten im Achtsamen Unterricht, etwa in Unterabschnitt 4.3.2.1 zur Aufklärung auf der Ebene der Metakognition; insbesondere wird hier auch die Parallele zur Forderung von LENGNINK sichtbar, die die Selbstreflexion als wesentlich zur Entwicklung von Mündigkeit betrachtet (siehe S. 257)

¹⁷⁴ siehe auch die Parallele zum Achtsamen Unterricht, der auch nicht-kognitive Erfahrungen der Lernenden mit Mathe berücksichtigt

die *interpersonale* Achtsamkeit die dialogisch-interaktiven Situationen und Kompetenzen in den Mittelpunkt stellt“ (Valtl 2018, S. 5; Hervorhebung im Original). In Anlehnung an PATRICIA JENNINGS (2017) führt er folgende Verhaltensweisen für dialogisch-interaktive Situationen, die Achtsamkeit widerspiegeln, als besonders bedeutsam auf:

- Anderen mit voller Aufmerksamkeit zuhören
- Emotionen bei sich und anderen während einer Interaktion wahrnehmen
- Offenheit, Empfänglichkeit und Annehmen der Gedanken und Gefühle anderer^[175]
- Geringere emotionale Relativität und erhöhte Selbstregulation [...]
- Mitgefühl für sich selbst und andere

(Valtl 2018, S. 5)

Mitgefühl bezeichnet er sogar als „Herzqualität von Achtsamkeit“ (Valtl 2018, S. 6). Diese Aspekte eines von Achtsamkeit geprägten Miteinanders zeigen, „dass Achtsamkeit ein zentraler Aspekt der pädagogischen Beziehung, des Sozialklimas einer Schule/Klasse wie auch das entscheidende Querschnittsthema des sozial-emotionalen Lernens ist“ (Valtl 2018, S. 6).

Auch bei RECHTSCHAFFEN (2017) wird man auf dieser *Metaebene* von Achtsamkeit im pädagogischen Kontext fündig. Ähnlich wie VALTL beschreibt er eine Reihe von Eigenschaften, die einen achtsamen Lehrer ausmachen: Neben Mitgefühl seien dies Verständnis, Grenzen, Aufmerksamkeit, Intention und Authentizität im unten beschriebenen Sinne (vgl. Rechtschaffen 2017, S. 127 ff.). Auch er stellt das *Mitgefühl*, die Fürsorge und Zuwendung zum Schüler als entscheidendes Moment für den Lernprozess heraus:

Die Art und Weise, wie wir unser Wissen weitergeben, ist immer beziehungsbezogen, deswegen haben der Grad an Lieblosigkeit oder Fürsorge, mit der wir es anbieten, einen großen Einfluss darauf, wie Informationen aufgenommen und integriert werden. Intelligenz gepaart mit liebevoller Zuwendung bringt unseren Schülern den größten Nutzen.

(Rechtschaffen 2017, S. 127)

Dies könne bedeuten, etwa bei Lustlosigkeit des Schülers genauer hinzuschauen, um möglicherweise zugrundeliegende Ängste zu entdecken und so auf seine Bedürfnisse eingehen zu können: „Durch unser Mitgefühl können wir adäquat auf die komplexen Bedürfnisse dieses Kindes reagieren und ihm die Zuwendung zukommen lassen, die es möglicherweise dringend benötigt“ (ebd., S. 128). Wichtig

¹⁷⁵ siehe auch die Parallele zur Diskursivität als Haltung im Achtsamen Unterricht in Abschnitt 4.2.1, S. 194

sei hierzu der Aufbau von Vertrauen, dies öffne den Weg zum Verstehen des Schülers durch den Lehrer, ergänzt KALTWASSER¹⁷⁶: „Herzlichkeit und Zuwendung öffnen den Weg zum Miteinander. Oft verstellen jedoch Ängste den Weg zum Anderen. Hier bedarf es der Ermutigung und der Einübung des zwischenmenschlichen Austausches“ (Kaltwasser 2016b, S. 26). Mit *Verständnis* sei das unvoreingenommene Sehen des Schülers gemeint: „Wenn wir echtes Interesse für andere entwickeln, dann machen wir unseren Schülern das Geschenk, wirklich wahrgenommen zu werden“ (Rechtschaffen 2017, S. 128). Auch das Setzen von *Grenzen* sei zuweilen nötig, um sich selbst vor Stress zu bewahren und den Unterricht effektiv zu gestalten – ohne den Schüler allerdings einzuengen (vgl. Rechtschaffen 2017, S. 129). Die *Aufmerksamkeit* des Lehrers zielen auf das fokussierte(re) Eingehen auf die Bedürfnisse der Schüler ab, im Hier und Jetzt, ohne Zeitdruck (vgl. ebd., S. 130). Der Lehrer solle darüber hinaus nicht aus einer Erwartungshaltung heraus unterrichten, sondern aus der *Intention* heraus, um Flexibilität in Bezug auf Veränderungen zu gewährleisten, um offen für alternative Wege¹⁷⁷ zu sein, ohne das Ziel jedoch aus den Augen zu verlieren (vgl. Rechtschaffen 2017, S. 130 f.). Hierzu vergleicht RECHTSCHAFFEN den Unterrichtsprozess mit einer Kanufahrt:

Wenn Sie in einem Kanu den Fluss hinunterpaddeln, dann ist es entscheidend, dass Sie wissen, wohin Sie fahren. Sie haben die Intention, in diese bestimmte Richtung zu fahren. Es gehört zur Natur eines Flusses, dass er Sie in verschiedene Richtungen treiben wird, bevor Sie den angestrebten Punkt erreichen. Wir wissen, dass das zum Kanufahren dazugehört. Genauso flexibel muss ein achtsamer Lehrer auf die Strömungen im Klassenzimmer reagieren, während er gleichzeitig seinen Fokus mit der Intention, Wissen zu vermitteln, nicht aus dem Auge verliert.

(Rechtschaffen 2017, S. 130 f.)

Nicht zuletzt sei bedeutsam, dass der Lehrer *Authentizität* ausstrahle, er selbst sei und nicht jemand anderes sein wolle. Dem Schüler dies als Vorbild vorzuleben sei wichtig: „Wenn Lehrer in der Lage sind, ihre eigene Menschlichkeit zuzugeben, dann betreten Schüler einen Raum, in dem es sicher ist, man selbst zu sein“ (Rechtschaffen 2017, S. 131).¹⁷⁸

Ein solch achtsamer Unterrichtsstil könne Antrieb von Motivation sein. KALTWASSER (2016b, S. 43) bezieht sich dabei auf Erkenntnisse von JOACHIM BAUER (2006), der den Einfluss zwischenmenschlicher Beziehungen, von Anerkennung und Zuwendung als grundlegend für Motivation beschreibt:

¹⁷⁶ siehe auch die Parallele zu Vaerting in Abschnitt 4.3.1, ab S. 225

¹⁷⁷ siehe auch die Parallele zum Sanften Unterricht nach ANDELFINGER, der das Denken in Alternativen betont, sowie zum Achtsamen Unterricht, der das positive Erleben und Entwerfen von Alternativen intendiert (vgl. Abb. 22 auf S. 221)

¹⁷⁸ siehe auch *gegenseitig Ernstnehmen* im Achtsamen Unterricht in Abschnitt 4.3.1, S. 229

Nichts aktiviert die Motivationssysteme so sehr, wie der Wunsch von anderen gesehen zu werden, die Aussicht auf soziale Anerkennung [...]. Die Einsicht, dass Akzeptanz und Anerkennung, die wir bei anderen finden, der tiefste Grund aller Motivation ist, ergab sich erst in den letzten fünf bis zehn Jahren [...]. Erst durch die Motivationsforschung gelang der Nachweis, dass dieser Prozess von einer neurobiologischen Reaktion begleitet wird.

(Bauer 2006, S. 36, zitiert nach Kaltwasser 2016b, S. 42 f.)¹⁷⁹

Auch JOSÉ (2016, S. 99) betont, ebenfalls unter Rückbezug auf BAUER (2008), dass diese Zugewandtheit des Lehrers – die Anerkennung, Achtung, Wertschätzung der Lernenden – neben seinem Fachwissen, den methodischen und didaktischen Momenten zentraler Baustein erfolgreicher Lehr-Lern-Prozesse sei (dies korrespondiert mit ANDELFINGERS Auffassung des Lehrers als *Kulturarbeitender*)¹⁸⁰: „Es ist eben nicht nur sein methodisches Geschick und sein Fachwissen, was das Lehr-Lern-Verhältnis zwischen Lehrkraft und seinen SuS [Schülerinnen und Schülern, K. W.] beeinflusst, sondern eben seine emotionale Gestimmtheit, seine Einstellung, seine Fähigkeit, den Einzelnen wertzuschätzen, was auf die SuS [Schülerinnen und Schüler, K. W.] wirkt“ (José 2016, S. 99).

4.5.3 Übertragungsansätze: Achtsamkeit im Achtsamen Unterricht

Mit der Brille des Achtsamen Unterrichts lassen sich anhand der Begriffsbestimmung sowie der Überlegungen aus dem pädagogischen Bereich folgende drei wesentlichen Übertragungsmöglichkeiten des Achtsamkeitskonzepts auf den Achtsamen Unterricht herauschälen:

(1) Die Weite des Bewusstseinszustandes, die für Achtsamkeit kennzeichnend ist, korrespondiert im Achtsamen Unterricht mit dem Ernstnehmen der **Person** des Schülers:

Der Achtsame Unterricht berücksichtigt den Schüler als Person, also als Ganzes, im Gegensatz zu einem eng begrenzten – etwa kognitiven – Fokus. Er beachtet seine Interessen, Bedürfnisse, Vorstellungen, Emotionen usw. So fördert er auch nicht-kognitive Aspekte beim Lernen von Mathe. Er denkt also Pädagogisches und Fachliches eng zusammen.

(2) Das reine Beobachten ohne Bewerten, das für Achtsamkeit kennzeichnend ist, findet sich im Achtsamen Unterricht im Wertschätzen der **Person** wieder:

¹⁷⁹ Das Ernstnehmen der Lernenden trägt dieser Argumentation von BAUER folgend damit wesentlich zu deren Motivation zur Beschäftigung mit Mathe bei. BAUER ergänzt, dass Nichtbeachtung oder Ausgrenzung nach neueren Untersuchungen aus neurobiologischer Sicht ähnlich eingeordnet werden können wie absichtsvoll zugefügter körperlicher Schmerz (vgl. Kaltwasser 2016b, S. 43). siehe hierzu auch die Parallele zu Mathematikängstigen in Abschnitt 4.1.4, S. 180

¹⁸⁰ vergleiche hierzu Kapitel 3, S. 166

Der Achtsame Unterricht schätzt das Denken in Alternativen. Er eröffnet Lerngelegenheiten ohne vorschnelles Eingreifen der Lehrperson, um Alternativen anzunehmen und anzuerkennen sowie den offenen Diskurs und das Ausloten von Argumenten zu ermöglichen. So soll jedem das Erfahren der eigenen Wirksamkeit ermöglicht werden.

Die ersten beiden Aspekte (1) und (2) beziehen sich auf die *Person*. Die Weite des Bewusstseins spielt auch mit Blick auf die *Sache* eine Rolle:

(3) Der Achtsame Unterricht hat auf Seiten der Lehrkraft einen achtsamen Lehrstil zum Ziel. Dazu gehört auch, dass er das Bewusstsein der Lehrkraft für die **Sache** weitet. Durch diesen Transport der Weite kann sich auch jene Weite beim Schüler entfalten, es kann sich also eine offene, weite Haltung gegenüber Mathe und der Welt einstellen.

Als normatives Konzept schafft der Achtsame Unterricht ein Bewusstsein für die Weite der Sache, etwa ein Nachdenken über im Unterricht bewusst zu adressierenden öffentlich-wissenschaftlichen Dimensionen (siehe Unterkapitel 4.2), über ihre Sinnaspekte, ihren Bezug zur Welt, ihre Alternativen usw. Diese durch den Lehrer vorgelebte Weite für Mathe ist notwendig, damit sie sich auch beim Schüler entfalten kann – indem er etwa den Nutzen von Mathe erlebt, inner- und außermathematische Zusammenhänge entdeckt, Handlungsoptionen in der Welt durch Mathe (besser) erkennt und Alternativen entwerfen kann. Durch den Aspekt des Aufklärens mit Hilfe von Mathe kann sich über Mathe vermittelt auch eine Wertschätzung des Rests der Welt (nach Pollak 1979) ergeben, wenn Mathe das Ganze der Sache, nicht nur ihren mathematischen Teil, im Blick behält.

Die Konkretisierung der genannten drei Aspekte erfolgt exemplarisch anhand einer kurzen Unterrichtsgeschichte¹⁸¹ (unten in kursiver Schriftart gesetzt), die besonders gelungene Passungen bzw. Diskrepanzen zum jeweiligen Gegenstand aufzeigt, sowie anhand ergänzender Kommentare. Diese Vorgehensweise stellt einen konkretisierenden Bezug zum Mathematikunterricht her und verdeutlicht erneut, dass es nicht um ein Mehr, sondern um ein Anders, ein bewussteres Sehen geht – ein Sehen mit der ‚Achtsamen Brille‘: „Was uns fehlt, ist ja die Fähigkeit – nein die Bereitschaft –, das Unauffällige auffällig, das Beobachtete der Analyse wert und bedürftig zu finden“ (Freudenthal 1978, S. 172). Die Unterrichtsgeschichte regt darüber hinaus Sie, liebe Leserin, lieber Leser, an, Bezüge zu Ihren eigenen (Unterrichts-)Erfahrungen herzustellen und die Aspekte weiterzudenken.

¹⁸¹ Die eingeschlagene Vorgehensweise führt damit ANDELFINGERS Sichtweise fort, *Unterrichtsgeschichten* als angemessene Darstellungsart zur Beschreibung von Unterrichtskultur zu nutzen (siehe auch Kapitel 3).

(1) Die Weite des Bewusstseinszustandes, die für Achtsamkeit kennzeichnend ist, korrespondiert im Achtsamen Unterricht mit dem **Ernstnehmen der Person** des Schülers wieder.

VON DER BANK (2021) berichtet über eine Unterrichtssequenz zur Einführung von Variablen durch Zahlenrätsel: *Die Schüler empfangen die Lehrkraft zu Beginn der Stunde aufgeregt vor dem Klassenraum, „alle brennen nicht nur darauf, ihre Hausaufgabe vor der Klasse vorzustellen, sondern möchten ebenso von den Reaktionen ihrer Familien berichten“ (von der Bank 2021, S. 9). Dies habe im Nachgang an eine Stunde zu Zahlenrätseln stattgefunden, in der die Schüler vorgegebene Rätsel erforschten und entschlüsselten. Hausaufgabe sei dann das Erstellen eines eigenen Zahlenrätsels gewesen. Methodisch und didaktisch gebe es hierzu genügend Literatur, nichts Neues also. Der Unterschied hier sei das bewusste Wahrnehmen und Nutzen des Potentials dieser unterhaltsamen Seite der Mathematik: „Der Fokus liegt auf dem Atmosphärischen im Unterricht“, beschreibt VON DER BANK (2021, S. 9). Begeisterung für die Rätsel, für diese Seite der Mathematik, und Enthusiasmus seien wahrzunehmen, schildert sie (vgl. ebd., S. 12). Besonders auch schwächere Schüler beteiligen sich und wollen unbedingt ihre Rätsel vorstellen. Als Wertschätzung ihrer Leistungen gestalten die Schüler ein Blatt mit dem in der Hausaufgabe erstellten Zahlenrätsel, welches in der Klasse aufgehängt werde. So solle auch die Dynamik, der „Geist“ für kommenden Stunden und für „Durststrecken“, festgehalten werden (vgl. von der Bank 2021, S. 12).*

Der erste Aspekt der Übertragung beinhaltet die bewusste Aufmerksamkeitslenkung des Lehrers auf das **Ganze der Person** des Schülers – im Gegensatz zu einem eng begrenzten, etwa kognitiven Fokus (vgl. auch Kaltwasser 2016b, S. 17 f.). Im Fall der Zahlenrätsel kann der Fokus einmal explizit auf die ihnen innewohnende Faszination und damit verbundene Emotionen und Motivationen gelegt werden:

Nun sind Zahlenrätsel ein alter Hut und mittlerweile finden sich viele didaktisch und methodisch aufbereitete Vorschläge zu deren Nutzung in der Fachliteratur und den meisten Schulbüchern. Es geht mir daher [...] nicht darum, den inhaltlichen Unterrichtsgang detailliert zu schildern. [...] Rätsel erzeugen Spannung, sie verblüffen, sind lustig, wirken auf den ersten Blick vielleicht sogar merkwürdig und motivieren, der Sache auf den Grund zu gehen.

(von der Bank 2021, S. 9)

KABAT-ZINN merkt an, dass sich solche Aspekte auch teils dem reinen Denken entziehen, man müsse sie stattdessen im Augenblick bewusst spüren:

Bewusste Wahrnehmung bedeutet, jeden Augenblick als ein Ganzes zu erfahren, in seinem ganzen Gehalt und Erlebniszusammenhang, den bloßes Denken niemals erfassen kann. Es ist uns aber möglich, das Wesen des Augenblicks zu

erfahren, wenn wir über das Denken hinausgehen und unmittelbar schauen, hören, fühlen.

(Kabat-Zinn 2019, S. 406)

Übertragen auf Schule weist dies darauf hin, dass Unterricht in seiner ganzen Breite erst im Augenblick, in der bewussten Wahrnehmung aller Aspekte, erfahrbar wird – und nicht gänzlich vorgedacht werden kann, etwa in der Unterrichtsvorbereitung. Das Fühlen des Augenblicks bedeutet, neben kognitiven Dimensionen auch bewusst(er) erlebte Emotionen (wie in obigem Beispiel), Einstellungen zum Fach, Interessen, Zwischenmenschliches, Ängste, Sorgen usw. wahrzunehmen, stärker ins Bewusstsein zu rufen und hierauf zu reagieren.

KALTWASSER (2016b, S. 176) widmet ein Kapitel in ihrem *Praxishandbuch Achtsamkeit in der Schule* der **Freude** als besonderer Ressource, als „kraftvollste[s] Gefühl“, als „Beziehungsgefühl“, als „Gegenmittel gegen Hass“, als „heilsames Gefühl“ mit stresslösender Wirkung. In obiger Unterrichtssequenz zu Zahlenrätseln nimmt der Lehrer bei der Vorbereitung seiner Einheit die *unterhaltsame* Dimension von Mathe (siehe Abschnitt 4.2.3) explizit in den Fokus. „Das Potential der Freude an der eigenen Kreativität zu entfalten und in die Beziehungen und das soziale Umfeld einzubringen, dieser Prozess verbindet unsere persönliche Entwicklung und Bildung mit der Hinwendung zum sozialen Umfeld“ (Kaltwasser 2016b, S. 176). Positive Gefühle wirken darüber hinaus auch horizonterweiternd, sie fördern das Denken in Alternativen (vgl. Kaltwasser 2016b, S. 39 f.).

„Die Haltung der Achtsamkeit impliziert eine umfassende Bewusstseinschulung und diese beruht auf dem bewussten Umgang mit Körper, Gedanken, Gefühlen“ (Telse Iwers & Kaltwasser 2021, S.104). Der bewusste Umgang mit Gedanken und Gefühlen kann durch **Reflexionsanlässe** geschaffen werden, wie KALTWASSER weiter oben schildert. So fordert auch VON DER BANK (2021, S. 12) die Schüler gegen Ende der Einheit dazu auf, festzuhalten, was ihnen besonders gut gefallen hat. Hier treten dann nützliche, unterhaltsame, spannende Momente von Mathe nochmals explizit hervor. Auch im Achtsamen Unterricht spielen Fragen auf der Ebene der Metakognition, zum Bewusstmachen der selbstbewirkten Erfolge, der erlebten Gefühle, des erlebten Sinns usw. eine Rolle, um sich auch dem eigenen Verhältnis zu Mathe bewusst(er) zu werden (siehe Unterabschnitte 4.3.1.3, 4.3.1.4, 4.3.2.1).

(2) Das reine Beobachten ohne Bewerten, das für Achtsamkeit kennzeichnend ist, findet sich im Achtsamen Unterricht im **Wertschätzen der Person** wieder.

ROLF NEVELING (2021) beschreibt einen Unterrichtsgang zur harmonischen und geometrischen Reihe entlang eines offen gestalteten Arbeitsblattes: *Der Fokus liege auf der Vorstellung der Ergebnisse durch die Lernenden an der Tafel, wo zunächst nicht eingegriffen werde, weder durch Mitschüler noch durch die Lehrkraft. Erst danach setze ein dynamischer Prozess des gemeinsamen Verbesserns ein, liebevoll*

als „Verschönerungsverein“ (Neveling 2021, S. 40) bezeichnet: „Ich sehe die Hauptaufgabe des Vereins nicht im fertigen Produkt, sondern im sozial-kommunikativen Miteinander der Gruppe“ (ebd.). Hintergrund dessen sei die Auffassung: „Wir müssen unseren Lernenden etwas zutrauen und uns selbst zur Zurückhaltung disziplinieren“ (Neveling 2021, S. 41).

Der Achtsame Unterricht eröffnet diskursive Lerngelegenheiten ohne vorschnelles Eingreifen der Lehrperson, begegnet den Schülern neugierig und offen, ohne Vorurteile¹⁸². Im Beispiel erinnert NEVELING an das reine Beobachten ohne Interaktion, um die Schülerarbeiten wertzuschätzen und darauf aufbauend ein Ausloten von Ideen zu ermöglichen. Der Lehrer müsse sich zuweilen selbst besinnen, sich zurückzuhalten, um *nur* wahrzunehmen, ohne zu interagieren. Dieser Gedanke des reinen Beobachtens deckt sich mit der von FREDRICKSON (2011, o. S.) geschilderten Offenheit der Lehrkraft, verstanden als „den Aspekt der Achtsamkeit, das vorurteilsfreie Beobachten in der Gegenwart, die Akzeptanz der momentanen Gefühlslage. Die Anerkennung und die Wertschätzung der aktuellen Gedanken“ (zitiert nach José 2016, S. 103). Die Arbeiten des Psychologen MARSHALL BERTRAM ROSENBERG (2005, S.25), auf den das Modell der Gewaltfreien Kommunikation zurückgeht, treffen das Anliegen ebenso. Er nennt als ersten von vier Schritten der Gewaltfreien Kommunikation die „bewertungs- und beurteilungsfreie Beobachtung“:

Eine bewertungs- und beurteilungsfreie Beobachtung geht den folgenden Schritten voraus, denn sie nimmt die eigentliche Situation wahr. Schon diese scheinbar einfache Handlung bildet für den Menschen eine gewisse Anstrengung, denn wir sind es gewohnt Situationen einzuschätzen, sie zu bewerten und einzuordnen, um schnell eine Entscheidung treffen zu können. Und dennoch ist dieses Vorgehen unentbehrlich, denn sie begegnet dem Gegenüber unvoreingenommen.

(José 2016, S. 116)

Der Aspekt des reinen Wahrnehmens, ohne zu bewerten, ist im Achtsamen Unterricht in der Wertschätzung der Person aufgehoben. Dies bedeutet, Lerngelegenheiten zu schaffen, die dem Schüler zunächst eigene Zugänge ermöglichen und auch Alternativen zulassen. Das Wahrnehmen ohne Bewerten soll vorschnelles Eingreifen verhindern, da es Kreativität und Problemlösefähigkeiten schmälern kann und nicht zu einem wertschätzenden, *gleichwürdigen* (nach Juul 2020) Umgang beiträgt. Das reine Wahrnehmen führt dann zwangsläufig auch zu einem Nachdenken über klassische Stoffgänge, die Lehrbücher vorgeben, und über Normen, die der Mathematik innewohnen, dem Schüler aber noch nicht geläufig sind – weil er ihren Nutzen aus seiner derzeitigen Perspektive noch nicht absehen

¹⁸² vergleiche hierzu auch die Haltung des personenzentrierten Unterrichtens nach R. TAUSCH in Unterabschnitt 4.3.1.2, insbesondere S. 237; zur vorurteilsfreien Haltung siehe auch JOSÉ (2016, S. 93)

kann: „Vorurteile bestimmen die Ansichten über Lernmöglichkeiten und -notwendigkeiten, die traditionelle Lehrbücher ausdrücken; auf Schritt und Tritt werden diese Vorurteile durch Lernprozesse in offener Lernsituation entlarvt“ (Freudenthal 1978, S. 176).

Das folgende Beispiel verdeutlicht die Flexibilität in einer offenen Auseinandersetzung. Dem Denken in Alternativen wird genügend Raum gegeben, ohne Ansätze zu hierarchisieren oder zu bewerten, so dass der Schüler entsprechend seiner individuellen Leistung wertgeschätzt wird und jeder Selbstwirksamkeit erleben kann. FREUDENTHAL (1978, S. 174) nimmt in dieser Unterrichtssituation selbst die Rolle des Beobachters in einer dritten Klasse ein:

Aufgabe der Lernenden sei es, aus einem Bogen mindestens 10 und höchstens 20 kongruente Rauten zu schneiden. In dieser Lernsituation, in die die Lehrkraft nicht lenkend oder wertend eingreife, zeigen sich eine Reihe von Vorgehen der Teams auf unterschiedlichen Niveaus: ausgehend vom Berechnen des Flächeninhaltes des Blattes zum daraus resultierenden Flächeninhalt einer Raute und dem Herstellen eines Zusammenhangs zur Länge der Diagonalen; über einfaches Probieren; über Konstruieren anhand von Gitterpunkten auf kariertem Papier, mit und ohne Zwischenraum; anhand der Idee durchlaufender Geraden. Am Ende der Stunde stelle ein Schüler jeder Gruppe die Vorgehensweise an der Tafel vor. „Hier zeigte sich die große didaktische Kraft der offenen Lernsituation: Die Schwächeren – das war ganz klar – konnten den Auseinandersetzungen der Erfolgreichen folgen; arbeitend hatten sie sich ja genügend in das Problem vertieft, um zu wissen, was los war“ (Freudenthal 1978, S. 174).

(3) Der Achtsame Unterricht hat auf Seiten der Lehrkraft einen achtsamen Lehrstil zum Ziel. Dazu gehört auch, dass er das Bewusstsein der Lehrkraft für die **Sache** weitet. Durch diesen Transport der Weite kann sich auch jene Weite beim Schüler entfalten, es kann sich also eine offene, weite Haltung gegenüber Mathe und der Welt einstellen.

ANDELFINGER (1993, S. 50) schildert folgendes Szenario:

„Aufgabe 12, Seite 123, ist heute dran. [...]

„Müll – ein Riesenproblem

In einem Wohnquartier mit 150 Familien fallen wöchentlich $0,5 \text{ m}^3$ Müll/Familie an.

a) Wie oft müsste man zum Abtransport mit einem PKW fahren? (Fassungsvermögen: $0,75 \text{ m}^3$)

b) Wie oft mit einem Klein-LKW? (Fassungsvermögen: $3,5 \text{ m}^3$)‘

Sybille K. [die Lehrerin, K. W.] möchte eine Dreisatz-Übung machen. Aber es gibt Protest aus der Klasse: 500 Liter Müll pro Woche ist Wahnsinn, wir haben nur eine 80-Liter-Tonne, und überhaupt.

Sybille K.: ‚Die Zahlen sind nicht so wichtig. Es geht grundsätzlich einfach um Dreisatz‘. Aber es gibt keine Ruhe: Der Abtransport geht ja ganz anders, außerdem soll man Müll sortieren, der Recyclinghof ist bei uns in der Nähe und da müssen wir nicht mit dem Auto fahren und und und...“ (Andelfinger 1993, S. 50)

Bis hierhin spiegelt sich im Beispiel noch keine Bewusstseinsweite der Lehrkraft bezogen auf die Aufgabe bzw. Sache wider, etwa im Hinblick auf ihren Sinn oder ihren Bezug zur Mitwelt¹⁸³. In der Unterrichtsvorbereitung wurden Grundideen der Achtsamen Unterrichtskultur, beispielsweise die unterschiedlichen öffentlich-wissenschaftlichen Dimensionen von Mathe, die mit einem Unterrichtsgegenstand adressiert werden können oder der Aspekt der Aufklärung durch Mathe, noch nicht berücksichtigt. Der weitere Verlauf des Unterrichts lässt sich allerdings auf die Weite der Sache ein, die die Schüler gegenüber der Lehrperson hier einfordern – damit Mathe für sie auch als *nützlich* erfahren werden kann:

„Die Aufgabe ist entlarvt, nicht überflüssig, aber so wie geplant geht es nicht. Sybille K. überwindet sich (mit schlechtem Gewissen gegenüber ihrem Kollegen in der Parallelklasse) und improvisiert eine Hausaufgabe: Die Schüler/innen sollen zu Hause klären, wieviel Müll pro Woche anfällt, wie/in welchen Mengen sortiert wird, wie/wohin der Müll gebracht wird. Sie hat noch keine Ahnung, wohin das führt – aber anders kann sie im Moment irgendwie nicht handeln. Auf jeden Fall gibt es Ruhe in der Klasse, die Schüler/innen schreiben den Auftrag auf. [...] Irgendwie, denkt Sybille K vor sich hin, wird der Dreisatz ja schon vorkommen.“ (Andelfinger 1993, S. 50; Hervorhebung im Original).

Laut ANDELFINGER ist dies ein typischer Verlauf in einer sanften Unterrichtskultur, da hier das mitweltliche Problem in den Mittelpunkt rückt, in dem sich *auch* Mathe wiederfindet:

Für sanften Unterricht ist es typisch, daß sich der Verlauf so ergibt, ohne vorher geplant zu sein. Man kann einfach darauf vertrauen, daß sich das Mitwelt-Problem einstellt und – mehr noch – daß sich daraus konkrete Handlungen ergeben. Diese Handlungen tragen dann oft den Charakter von Einmischungen.

(Andelfinger 1995, S. 50)

Dadurch, dass der Mathematikunterricht den Blick auf das Ganze der Sache gewährt, mit angemessener Weite, kann er zur Aufklärung beitragen. In diesem Zusammenhang ist dann auch die Thematisierung von Fragen wie etwa *Was kann Mathe hier leisten? Und was nicht? Und was hat das Problem mit mir zu tun?* essentiell – und zwar so bewusst wie möglich (siehe Abschnitt 4.3.2).

¹⁸³ im Sinne ANDELFINGERS, siehe Abschnitt 3.2.2, S. 141

Hat die Lehrkraft ein Bewusstsein für die Weite der Sache verinnerlicht – ursprünglich intendierte sie eine *einfache* Übung zum Dreisatz –, so ist es auch möglich, im Unterricht *nur* diese Aktivität explizit zu adressieren. Dazu muss für den Schüler allerdings dann auch der Sinn der Tätigkeit transparent und erschließbar sein (siehe Dimension *nützlich*, Thematisierung von Sinnfragen, Abschnitt 4.2.2). Sollte es also gelegentlich einfach nur darum gehen, vom Text in die mathematische Sprache zu übersetzen und dann den Dreisatz zu üben, dann schlägt LIETZMANN Aufgaben der folgenden Art vor: „ $1\frac{1}{2}$ Hühner legen in $1\frac{1}{2}$ Tagen $1\frac{1}{2}$ Eier. Wie viele Eier legen 4 Hühner in 9 Tagen?“ (Lietzmann 1943, S. 123). LAMBERT zufolge verrät eine solche offensichtliche Realitätsferne den Lernenden ehrlich die Intention der Aufgabe – nämlich das Entkleiden eines zuvor durch die Lehrperson eingekleideten mathematischen Musters (vgl. Lambert 2006, S. 4). Der Sinn solcher Bearbeitungen kann auch auf der Metaebene von Mathe gemeinsam mit den Schülern reflektiert werden.

Insgesamt kann die Etablierung einer achtsamen Haltung im Umgang miteinander und der Sache im Unterricht auch gerade vor dem Hintergrund einer BNE bedeutsam werden, denn die Entscheidung für eine solche Haltung hat ein ethisches Fundament:

Die Basis der Haltung der Achtsamkeit ist zunächst eine ethisch fundierte Entscheidung [...] – die Entscheidung, niemandem zu schaden, das eigene Bewusstsein zu kultivieren und damit Mitgefühl zu entwickeln und unheilsame Emotionen und Gefühle wie z. B. Hass, Neid, Missgunst oder Vergnügungssucht zu transformieren.

(Kaltwasser 2016b, S. 21)

Gerade für das Wahrnehmen der eigenen Rolle und die Übernahme von Verantwortung in der *Einen Welt* sei diese Haltung, die bereits im pädagogischen Kontext eingenommen werden sollte, entscheidend:

Achtsamkeit hilft zu sehen, dass in der Welt alles mit allem verbunden ist. Wer diese Verbundenheit spürt, engagiert sich und übernimmt an seinem Platz Verantwortung für die Welt um ihn herum. Dies schon Kindern und Jugendlichen durch Pädagogen zu vermitteln, die die Haltung von Achtsamkeit auch in ihrer ethischen Dimension verkörpern, sehe ich als die Aufgabe des AVE-Instituts.

(Hanna Paulmann, Gründerin des Instituts für Achtsamkeit, Verbundenheit und Engagement, zitiert nach Keuffer 2021, S. 95)

Abschließend wird auf den von VALTL (2018, S. 15 f.) zu Beginn des Abschnitts 4.5.2 vorgeschlagenen Dreischritt *be mindful, teach mindfully, teach mindfulness* zurückgekommen: Die obigen Erläuterungen beziehen sich auf das *achtsame* Lehren. Hierzu kann nicht zuletzt auch die Ebene des Lehrens *von* Achtsamkeit hinzutreten, also die Integration kleiner **Achtsamkeitspraktiken** in den Unterricht

– sozusagen als *Abrundung* im Achtsamen Unterricht, der die Person, ihre Emotionen und Beziehungen zum Fach besonders ernstnimmt. So schildert KATRIN BARDYSZEWSKI (2023) aus ihrem Mathematikunterricht kleine Achtsamkeitsübungen und ihre Erfahrungen damit: In Momenten, in denen Lernende (Leistungs-)Druck, Stress oder Unruhe verspüren – etwa weil sie Angst haben, bei der Besprechung der Hausaufgaben etwas Falsches zu sagen – habe sie die „Erfahrung gemacht, dass sich [...] ein achtsamer Umgang miteinander und kleine, vertraute Achtsamkeitspraktiken positiv auf Emotionen auswirken und Konzentrationsfähigkeit und Aufmerksamkeit steigern“ (Bardyszewski 2023, S. 12). An unterschiedlichen Unterrichtssituationen entlang schildert sie Beispiele für die Etablierung kleiner Achtsamkeitsübungen wie Fantasiereisen oder Atemübungen im Unterrichtsalltag (vgl. ebd., S. 12 ff.): Diese bieten sich etwa vor oder nach belastenden Situationen wie Klassenarbeiten, zwischen anspruchsvollen Unterrichtseinheiten, zu Beginn einer Unterrichtsstunde zur Steigerung der Konzentration oder auch als Abschluss einer Unterrichtseinheit an (vgl. ebd., S. 13).¹⁸⁴

¹⁸⁴ Erwartungsgemäß funktionieren solche Achtsamkeitspraktiken in der Unterstufe gut. Die Pubertät macht die Umsetzung der Übungen in der Mittelstufe schwieriger, die Lernenden haben oft Schwierigkeiten, sich auf die Praktik einzulassen, lenken etwa gerne andere Mitschüler während der Einheit ab. Mit fortschreitendem Alter und Reife werden die Lernenden demgegenüber wieder offener und nehmen solche Phasen dankend an (vgl. Bardyszewski 2024).

5 BNE als Lerninhalt: Belebung des Umgangs mit Ungenauigkeit im Mathematikunterricht

Die Arbeit hat verdeutlicht, dass BNE ein „Denk- und Handlungsprinzip“ (BMU 2018a) ist, welches in einer Unterrichtskultur wirksam werden kann, die Diskurs, Aufklärung, Partizipation, Selbstwirksamkeitserfahrungen usw. ermöglicht. Hierzu gehört aber *auch* die Aufnahme spezieller Themen einer nachhaltigen Entwicklung. Kapitel 5 greift nun BNE als solchen Lerninhalt und die wechselseitigen Potentiale von BNE und Mathe auf. Dazu widmet es sich im Speziellen dem Umgang mit Ungenauigkeit im Mathematikunterricht, da dieser sowohl für Mathe allgemein – jenseits von BNE – als auch im Rahmen der Nachhaltigkeitsthematik bedeutsam ist und durch BNE belebt werden kann.

Bereits CARL FRIEDRICH GAUSS macht darauf aufmerksam, dass ein sinnvoller Umgang mit (Un-)Genauigkeit wesentliches Ziel mathematischer Bildung sein müsse: „In nichts zeigt sich der Mangel an mathematischer Bildung mehr als in einer übertrieben genauen Rechnung“. Hiermit verbundene Forderungen zur Größenerfassung, zum Entwickeln eines Gefühls für die Größenordnung des Ergebnisses und die verwendete Genauigkeit sind für den Mathematikunterricht nicht neu, sie finden sich bereits 1925 in den preußischen Lehrplänen, wie LIETZMANN zitiert:

4. Der Schüler ist schon frühzeitig dazu anzuleiten, durch einen einfachen Überschlag oder einen zeichnerischen Entwurf vor der genaueren Ausführung seiner Aufgabe sich Rechenschaft zu geben über das zu erwartende Ergebnis. Es muß ihm zum Bedürfnis werden, sich ein Urteil zu bilden über die Frage nach der Lösbarkeit und der Art und der Anzahl der Lösungen und schließlich die Probe zu machen.

5. Die schon auf der Mittelstufe erzielte Einsicht in die Grenzen der Genauigkeit solcher Rechnungen, die mit Messungen zusammenhängen, wird in den oberen Klassen in allen geeigneten Fällen zu einer Abschätzung der im Endergebnis erreichten Genauigkeit gesteigert.

(Lietzmann 1925, S. 194 f.)

Die Schulung der Größenerfassung ist LIETZMANN zufolge ein „allgemeines Erfordernis der staatsbürgerlichen Erziehung“, wesentliche Aufgabe sei in diesem Zusammenhang „die Einführung der Größenschätzung und des abgekürzten Rechnens“ (Lietzmann 1919, S. 60).

Eine Welt von Größen umgibt uns – nicht von abstrakten Zahlen, erst recht nicht von Buchstabenzahlen, wie sie der Unterricht der mittleren und oberen Klassen bevorzugt, sondern von Größen, von benannten Zahlen also, bei denen Zahlenwert und Benennung gleich wichtig sind. Es gilt, den Schüler fähig zu machen, mit dieser Welt umzugehen.

Der mathematische Unterricht denkt vielfach, daß es sich hier um eine Aufgabe handelt, die im Rechenunterricht schon erledigt ist. Allerdings muß der Rechenunterricht für die Schulung der Größenerfassung einen festen Grund legen. Das Rechnen mit einfach und mehrfach benannten Zahlen ist in dieser Hinsicht gewiß von besonderer Bedeutung; mehr aber noch, daß von den Mengen, den Längen, Flächen, den Gewichten usf., von den Maßeinheiten ebenso wie von Vielheiten, eine Vorstellung gemacht wird. Die Schüler müssen kleine und große Mengen bis hin zu den Zahlenriesen, zu Millionen und Milliarden, in irgendeiner Weise verstehen lernen. Der Gegensatz von genauem Wert und Näherungswert wird dann sehr bald offenbar werden, der Begriff der Genauigkeit muß sorgfältig erörtert werden.

(Lietzmann 1919, S. 59)

LIETZMANN bedauert seinerzeit die mangelnden Fähigkeiten auf diesem Gebiet – und verweist neben den *formalen* Möglichkeiten zur Größenerfassung auch auf das damit verbundene und zu entwickelnde *Zahlgefühl*:

Mit der Fähigkeit der Größenerfassung ist es gegenwärtig recht schlecht bestellt, darüber kann kein Zweifel sein. Es hat den Anschein, als ob viele Menschen gar kein Gefühl für Zahlen und Größen haben, sobald die alltäglichen Grenzen überschritten werden. [...] Sobald es über 100 oder 1000 hinausgeht, operieren die nur noch mit viel und wenig, groß und klein, ohne sich von dem Maßstab, den sie dabei anlegen, irgendwelche Rechenschaft zu geben. Oder aber sie rechnen nach bekannten Rechenmethoden unter Verzicht auf die instinktive Korrektur durch das Zahlgefühl, das sie mindestens im Bereich des kleinen Einmaleins haben.

(Lietzmann 1919, S. 59)

FREUDENTHAL (1985, S. 5) konstatiert, dass in der Schule die Welt der Genauigkeit dominiere. Für den Bereich Geometrie illustriert er am Beispiel der Motorhaube eines Autos, die ein Kind zunächst als Rechteck bezeichne, den Wandel der geometrischen Auffassungsgabe mit sinnvoller Genauigkeit im Laufe der Schulzeit:

Es ist erstaunlich, wie früh Kinder den geometrischen Kontext von Figuren erfassen und wie sachgemäß sie Genauigkeit beurteilen. Auf der Schule, wo es nur genaue Zahlen gibt, wird ihnen das schon ausgetrieben. Später wollen manche das mit Fehlerrechnung gut machen, und was wird es? Institutionalisierte Genauigkeit!

(Freudenthal 1985, S. 5)

Auch WINTER (1985) spricht von einer „Genauigkeitsideologie“, die in der Schulpraxis des Mathematikunterrichts vorherrsche¹⁸⁵ und wodurch schätzende Tätigkeiten vernachlässigt würden – er tadelt diese Denkart sogar als „unmathematisch“:

Schätzen ist eine Tätigkeit, die in der Schulpraxis bisher kaum in ihrer Bedeutung gewürdigt worden ist, sogar auch nicht im traditionellen Rechnen, wenn es sich gänzlich dem ‚sachrechnerischen Prinzip‘ verpflichtet fühlte. Dies liegt wohl hauptsächlich an einer Art Genauigkeitsideologie (die auch noch unmathematisch ist), wonach nur ziffernmäßig richtige Resultate von Belang sind.

(Winter 1985, S. 18)

HANS-DIETER SILL (1999) bestätigt seinerzeit anhand einer Lehrplan- und Schulbuchanalyse, dass dort Probleme einer sinnvollen Genauigkeit kaum berücksichtigt werden und damit diese „wesentliche Seite einer mathematischen Kultur im Mathematikunterricht“ (Sill 1999, S. 491) fehle. Ähnlich beschreibt W. HERGET (1999) das vorherrschende Bild von Mathe in der Schule: „Nur das richtige Ergebnis zählt. Wo sonst in dieser Welt kann man so klar zwischen richtig und falsch unterscheiden? Das prägt das Bild des Schulfaches Mathematik. Und noch etwas dominiert im Alltag des Mathematikunterrichts: Die Präzision“ (ebd., S. 4). W. HERGET verwendet hier den Bezeichner „Präzision“ im Hinblick auf den Wert der „absoluten Genauigkeit^[186] der Mathematik“ (W. Herget 1999, S. 9), insbesondere im Spannungsfeld zur fehlenden Genauigkeit bzw. Sicherheit von Mathe (-matik) mit Bezug zum „Rest der Welt“ (nach Pollak 1979): „Doch im Alltag hat man selten mit exakten Zahlenangaben zu tun, oft muss man schätzen und überschlagen – auch dies gehört in den Mathematikunterricht“ (W. Herget 1999, S. 4). Für die Schule bedeutet dies W. HERGET und MANFRED KLIKA zufolge, beiden „Welten“ Raum zu geben: „Hier wird es unsere besondere Aufgabe als Lehrkräfte sein, eine Brücke zwischen diesen beiden Welten zu schlagen, zwischen der Schärfe der Mathematik und der Unschärfe im ‚Rest der Welt‘ – denn beide Welten sind wichtig, beide sind unverzichtbar“ (W. Herget & Klika 2003, S. 18). Eine bewusste Unterscheidung der beiden Welten ermögliche ein Zurechtfinden in der jeweiligen:

Dem Einsichtigen ist der Kontext schon klar. Dem Einsichtigen gelingt es schon, aus der Welt, wo $10^{10}-1$ meilenweit von 10^{10} absteht (ist doch das eine durch 9 teilbar und das andere nicht) in die Welt umzusteigen, wo es auf diese

¹⁸⁵ Diese Vorstellung von Mathe führt aktuell immer noch zu Missverständnissen: So liegt etwa der Berichterstattung über eine Online-Lehrerfortbildung in Oregon (USA) (vgl. z. B. Kölnische Rundschau Online 2021) – die zum Ziel hat, Rassismus in Mathe abzubauen – die Vorstellung zugrunde, Mathe(matik) sei rein objektiv und erlaube immer nur die eine richtige Antwort. Hierin spiegelt sich das (immer noch) vorherrschende Bild von Mathe wider, bei dem es nur um exaktes Rechnen geht; die Anwendung von Mathe auf die Wirklichkeit – und damit die Unterscheidung zwischen der Eindeutigkeit einer Rechnung und der einer Modellierung – wird nicht reflektiert.

¹⁸⁶ In Abschnitt 5.1.1 wird dies als *Exaktheit* bezeichnet – und von der Genauigkeit mathematischer Beschreibungen für die Wirklichkeit unterschieden.

Eins nicht ankommt; aber wie erwirbt sich der Schüler diese Einsicht [...]. Beide Welten beanspruchen Realität, die, wo Genauigkeit eine Tugend und die, wo Genauigkeit ein Laster ist, und um in beiden Welten zuhause zu sein, muß man sie bewußt zu unterscheiden lernen.

(Freudenthal 1978, S. 249)

Die Seite der „Präzisions-Mathematik“ (W. Herget 1999, S. 4) muss im Mathematikunterricht daher um eine *Passt-so-Mathe*¹⁸⁷ erweitert werden: Mit diesem von mir hier vorgeschlagenen Bezeichner soll der Teil des Näherungsrechnens mit Bezug zur Wirklichkeit gemeint sein, der sich mit dem Arbeiten in der richtigen Größenordnung befasst, gebunden an die Anforderungen des Sachkontexts. Diese *Passt-so-Mathe* soll zur Entwicklung von Bescheidenheit im Umgang mit der Genauigkeit von Werten beitragen, „statt großspuriger Zahlen-Angeberei“ (W. Herget 1999, S. 4), ebenso zur bewussten Entwicklung von Toleranz gegenüber unvermeidbarer Ungenauigkeit. Im Spannungsfeld von Exaktheit und sinnvoller Genauigkeit kann sich schließlich ein angemessenes Bild von Mathe(matik) entwickeln – wie auch W. HERGET beschreibt:

Wie soll man den Wert der absoluten Genauigkeit der Mathematik wirklich schätzen lernen, wenn man nicht gelernt hat, dass im ‚Rest der Welt‘ diese Präzision und Zuverlässigkeit fast nie erreichbar ist? Und umgekehrt kann man mit dieser Ungenauigkeit nur dann ‚so gut wie möglich‘ umgehen, wenn man die Möglichkeiten der exakten Mathematik zu nutzen gelernt hat.

(W. Herget 1999, S. 9)

Laut HEYMANN (1996) fordert auch die gesellschaftliche Entwicklung eine stärkere Berücksichtigung „weicherer Aktivitäten“ im Mathematikunterricht – hierzu zählt er etwa das Abschätzen, den Umgang mit Größenordnungen und einfache mathematische Modellierungen (vgl. Heymann 1996, S. 153). „In Verbindung mit dem operativen Einsatz von Mathematik sollten mehr kontrollierende und einordnende mathematische Aktivitäten gepflegt werden, wie Überschlagen, Abschätzen, richtiges Einschätzen von Größenordnungen“ (ebd., S. 142).

Das Verwenden (vgl. hierzu auch Fußnote 98) von Mathe(matik) in der Welt erfordert also die Auseinandersetzung mit Ungenauigkeit, die in der *Passt-so-Mathe* eine zentrale Rolle einnimmt. Hierfür stellt die Nachhaltigkeitsthematik *einen* geeigneten Kontext dar. Das Verhältnis zwischen BNE und Mathematikunterricht in Bezug auf den Umgang mit Ungenauigkeit ist dabei wechselseitig: „Die Mathematik kann [...] genutzt werden, um die Realität ein wenig besser zu verstehen. Umgekehrt kann die Realität [...] aber auch genutzt werden, um das Rechnen mit

¹⁸⁷ Hier wird in Anlehnung an Unterkapitel 3.1 sowie Abschnitt 4.1.6 bewusst der Bezeichner *Mathe* verwendet.

großen Zahlen, Zahleinheiten [...] anzuwenden und zu üben oder zu wiederholen“ (Andreas Büchter et al. 2010, S. 16).

Das folgende Kapitel ist wie folgt aufgebaut: Unterkapitel 5.1 thematisiert das Verhältnis von Mathe(matik) zur Wirklichkeit. Abschnitt 5.1.1 bildet dabei die begrifflichen Grundlagen für die nachfolgenden Erläuterungen, indem der Begriff *Genauigkeit* insbesondere von *Exaktheit* unterschieden wird. In Abschnitt 5.1.2 werden das Ziel der *Passt-so-Mathe* und die damit verbundenen Anliegen für den Unterricht konkretisiert. In Abschnitt 5.1.3 rücken Modellierungsaktivitäten in den Blick, da die Beschreibung von Wirklichkeit mit mathematischen Mitteln prinzipiell ein begrenztes Maß an Genauigkeit hat. Abschnitt 5.1.4 greift das FERMI-Aufgabenformat auf, welches zum mathematischen Modellieren auffordert und durch seine Offenheit und unklare Datenlage einen reflektierten Umgang mit Ungenauigkeit anregt – und zudem oft schon mit vergleichsweise schlichten mathematischen Argumenten auskommt (Proportionalität). Hieran schließt sich Unterkapitel 5.2 an, welches das Bildungsanliegen einer nachhaltigen Entwicklung und die Förderung der *Passt-so-Mathe* mit dem FERMI-Aufgabenformat zusammenführt (siehe Abschnitt 5.2.1). Die Einschränkung auf FERMI-Aufgaben erfolgt im Hinblick auf das Ziel, eine möglichst breite Schülerschaft für BNE zu erreichen (siehe Unterkapitel 0.1). Der letzte Abschnitt 5.2.2 stellt exemplarisch einige BNE-FERMI-Aufgaben für die Praxis sowie reflektierende Erfahrungen zu deren Unterrichtseinsatz vor.

5.1 Mathematik und Wirklichkeit

5.1.1 Exaktheit und Genauigkeit

HANS HUMENBERGER (1995, S. 23) benutzt in Bezug auf konkrete Werte den Begriff einer sinnvollen *Genauigkeit* und in Bezug auf Verfahrensweisen der Mathematik den der *Exaktheit*. Seine innermathematisch-numerisch motivierte Unterscheidung der Bezeichner kann hier als Ausgangspunkt dienen, wengleich die hiesige Motivation zur Begriffsabgrenzung darüber hinausgeht:

Das Bemühen um größtmögliche Exaktheit in der Mathematik ist weitgehend legitim und notwendig – viele Exaktifizierungen im Laufe der Geschichte der Mathematik beweisen dies –, beim Arbeiten mit konkreten Zahlenwerten ist es andererseits aber auch wichtig, die »sinnvolle« Genauigkeit nicht aus den Augen zu verlieren und keine sinnlose bzw. gar nicht vorhandene Genauigkeit vorzutäuschen. Viele Probleme, die uns unsere »Umwelt« stellt, sind auf sogenannten exakten Wegen gar nicht lösbar, d. h. man ist in solchen Fällen auf Näherungsverfahren angewiesen, deren systemimmanente Fehler jedoch i. a. prinzipiell beliebig klein gemacht werden können, sie liefern also das Ergebnis

zwar auf analytisch nicht ganz exakten Wegen, aber doch mit beliebiger (vor-
gebbarer) Genauigkeit [...].

(Humenberger 1995, S. 23)

Die Frage nach der Exaktifizierung ist damit eine das Gebäude der Mathematik betreffende Frage. Wie die Exaktifizierung die Entwicklung der Wissenschaft Mathematik in der Vergangenheit voranbringen konnte, kann beispielhaft anhand der WEIERSTRASSschen Monsterfunktion verdeutlicht werden:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sum_{k=0}^{\infty} b^k \cdot \cos(a^k \cdot \pi \cdot x) \text{ mit } a > 1 \text{ und } 1 > b \geq \frac{1}{a}$$

KARL WEIERSTRASS hatte mit dieser Funktion ein innermathematisches Artefakt geschaffen: Eine stetige und an keiner Stelle differenzierbare Funktion.¹⁸⁸ Hierdurch wurde ein neuer Begriff notwendig, um zweideutige Ausdrücke wie *nahekommen* zu präzisieren. Diese mathematische Exaktifizierung vollzog sich dabei losgelöst von der Anschauung durch die Präzisierung des Grenzwertbegriffs mittels Epsilontik (vgl. Lotz 2020, S. 38 ff.).

Dieses Begriffsverständnis ist auch mit dem bei LAMBERT (2020) vereinbar (siehe Abschnitt 4.1.6), der auf Basis der Unterscheidung zwischen Mathe und Mathematik den Prozess des Übergangs in die Ebene der Mathematik, der mit einer Strukturierung und Abstraktion verbunden sei, als „strukturierende Exaktifizierung“ (Lambert 2020, S. 10) bezeichnet. Formale Systeme und gedankliche Objekte werden losgelöst von Semantik benutzt. VON DER BANK (2016) ordnet das Exaktifizieren in ihrem Katalog fundamentaler Ideen als eine Tätigkeitsidee ein, bei der der Mensch mit und über die Mathematik selbst operiere, mit Fokus auf der Syntax: „Im Zuge des Exaktifizierens wird Mathematik selbst zum Gegenstand des handelnden Mathematikers, da über ihr Gefüge und ihre Struktur nachgedacht wird und diese verändert werden. Beim Exaktifizieren richtet der Mathematiker sein Augenmerk auf die Syntax von Mathematik“ (von der Bank 2016, S. 200). Dies spiegelt sich auch in der Präzisierung des Grenzwertbegriffs mittels Epsilontik wider, die den Versuch der Analysis beschreibt, Ungenauigkeiten zu kontrollieren, um im Grenzfall Exaktheit zu erhalten (vgl. von der Bank 2016, S. 200).

Die in der Mathematik erreichbare Exaktheit hat allerdings in der Wirklichkeit natürliche Grenzen – die HEISENBERGSche Unschärferelation: „Die Quantenmechanik begründet exakt, dass Exaktheit in der Wirklichkeit Grenzen hat, dass es dort prinzipiell nur um die mögliche Genauigkeit gehen kann“ (Lambert 2020,

¹⁸⁸ LOTZ (2020) erläutert, dass das Plotten von Partialsummen mittels eines Dynamischen Geometrie Systems heute einen Zugang zur schwer vorstellbaren Tatsache liefert, dass der Graph der stetigen Funktion an *jeder* Stelle einen Zacken hat: Die Schaubilder zeigen schon bei wenigen Summanden viele Zacken, die sich beim Heranzoomen aber als doch nicht so spitz darstellen, aber wiederum bei mehr Summanden wieder zackiger werden. Der Graph der Funktion f , die an keiner Stelle differenzierbar ist, existiert eben nicht, da die unendliche Summe nie gebildet werden kann – man kann sich ihm aber beliebig nähern (vgl. Lotz 2020, S. 38 ff.).

S. 14). Genauigkeit hat damit einen Bezug zur Wirklichkeit: „Bezieht man Mathematik auf Fragen des praktischen Lebens, der Technik oder anderer Wissenschaften, so liefert sie lediglich scharf konturierte Näherungsmodelle“ (Führer 1997a, S. 121). „Wo Mathematik sich auf die Realität bezieht, wird diese meist nur näherungsweise erfaßt. Das gilt nicht nur für die Entwicklung mathematischer Modelle, sondern schon bei der Quantifizierung einfacher Realsituationen“ (Blanke-nagel 1990, S. 4).

Beim Anwenden von Mathe(matik) auf die Wirklichkeit stellt sich demnach die Frage, welche *Genauigkeit* erreicht werden kann. Als Beispiel nennt LAMBERT das *exakte* Seitenverhältnis $1:\sqrt{2}$ bei DIN-A(n)-Formaten, welches aus der geforderten Ähnlichkeit von Rechtecken beim Halbieren folgt. In der Wirklichkeit könne dieses Seitenverhältnis nicht exakt existieren, sondern werde bei der Normierung der Papierformate auf Millimeter *genau* normiert: 210 mm auf 297 mm bei einem DIN-A4-Blatt liefere die beste Näherung (vgl. Lambert 2020, S. 14). „Theoretisches faßt (materielle) Realität [damit, K. W] stets nur approximativ und interpretativ“ (Führer 1997a, S. 121).

Exaktifizierung und Genauigkeitsstreben können also als Suche nach *Sicherheit* in zwei Welten interpretiert werden: in der selbstbezogenen Mathematik und in der Wirklichkeit. In der Mathematik „sui generis“ (Wittenberg 1963, S. 46) findet sich das Streben nach Stabilität im widerspruchsfreien, anschauungslosgelösten Gedankengebäude. Hingegen sind beim Anwenden von Mathematik auf die Wirklichkeit der Genauigkeit durch natürliche Gegebenheiten Grenzen gesetzt.

Diesem Begriffsverständnis folgend spielten in den Lehrplänen für den Mathematikunterricht der DDR sowohl Aspekte der Exaktheit als auch der Genauigkeit von Mathematik eine Rolle, verkörpert in zwei unterschiedlichen geometrischen Bereichen: der darstellenden Geometrie und dem technischen Zeichnen. Während die darstellende Geometrie (*exakte*) Argumentationen zu geometrischen Eigenschaften von idealen Objekten verlangt habe, habe im technischen Zeichnen der Bezug zur Wirklichkeit im Vordergrund gestanden – und damit *Genauigkeitsaspekte* für eine etwaige Produktion von Gegenständen (vgl. auch Lambert 2018a, S. 50 ff.).

5.1.2 Ziel und Anliegen der *Passt-so-Mathe*

Wie der vorangegangene Abschnitt 5.1.1 dargelegt hat, ist Ungenauigkeit nicht *unmathematisch*, sondern ein natürlicher Aspekt beim Bezug von Mathe(matik) auf die Wirklichkeit. Die *Passt-so-Mathe* umfasst das Erfassen von und den Umgang mit *Größenordnungen* beim mathematischen Modellieren sowie damit verbunden das Entwickeln von *Größenvorstellungen*. Der hiesige Abschnitt 5.1.2 konkretisiert diese Anliegen.

BERTHOLD SCHUPPAR und HUMENBERGER (2015, S. 29) weisen auf die Bedeutsamkeit des Überschlagsrechnens mit Bezug zur Wirklichkeit hin: „Die Ergebnisse

müssen stimmen, zumindest was die Größenordnung angeht [...] eine falsche Größenordnung führt in der Regel zu falschen oder sinnlosen Konsequenzen“. LIETZMANN versteht unter einer **Größenordnung** die Angabe einer Zehnerpotenz:

Man begnügt sich mit einer Annäherung, die auf drei, vier oder fünf Stellen richtig ist. Manchmal wird man bei einer [...] Näherungsrechnung schon zufrieden sein, wenn man nur eine erste Stelle oder gar nur ihren Stellenwert übersieht, wenn man, wie man sagt, die *Größenordnung* richtig bestimmen kann.

(Lietzmann 1918, S. 27; Hervorhebung im Original)

Das Bestimmen einer Größenordnung geht mit **Tätigkeiten** wie etwa dem Schätzen, Messen oder Überschlagen einher. GREEFRATH und LEUDERS (2009) beschreiben jene Tätigkeiten beim Umgang mit Ungenauigkeit – zur Beschaffung, Verarbeitung und Bewertung von genäherten Daten – überblicksartig:

- Im Gegensatz zum *Raten*, bei dem Werte mehr oder weniger frei erfunden werden, wird beim *Schätzen* ein gedanklicher Vergleich mit bekannten Größen durchgeführt. Diese bekannten Größen können, abhängig von sogenanntem Stützpunktwissen, beispielsweise die Körpergröße eines Mannes oder die Höhe einer Tür sein.^[189]
- Legt man hier ein Maximum oder Minimum des Schätzwertes fest, so kann man dies durch den Begriff des *Abschätzens* beschreiben. [...]
- Handelt es sich nicht um Größen wie Länge oder Gewicht, sondern [...] um eine Anzahl von Objekten, kann mit Hilfe von *Abzählen* ein Wert bestimmt werden. Dies kann ggf. unter Verwendung einer geschickten Systematik, etwa durch *Hochrechnen*, geschehen.
- Die Beschaffung der Daten könnte aber auch durch *Messen* geschehen. Während beim Schätzen und Abschätzen ein gedanklicher Vergleich vorliegt, wird beim Messen mit Hilfe von Messinstrumenten ein direkter Vergleich mit einer festgelegten Einheit durchgeführt. Auch beim Messen führen wir häufig Rundungen durch. Wenn beispielsweise ein Lineal keine genauere Einteilung als Millimeter aufweist, so runden wir beim *Ablesen* diesen Wert in dieser Größenordnung. [...]
- Werden nun bestimmte Daten zur Berechnung verwendet, so kann man sie vor oder nach der Berechnung auf eine bestimmte Stelle *runden*. Dazu werden Näherungswerte aus bereits vorhandenen Werten durch das Anwenden bestimmter Regeln [...] ermittelt [...]. Die Stelle, auf die sinnvoll gerundet wird, kann aus der realen Situation abgeleitet werden – allerdings ist diese Ableitung keine zwingende oder eindeutige.

¹⁸⁹ WINTER weist auf die nicht zu unterschätzende Komplexität eines Schätzvorgangs hin, „der sich nicht auf Rezeptartiges reduzieren läßt“ (Winter 1985, S. 18): „Jedenfalls besteht ein solches Schätzen aus einem komplizierten Zusammenspiel von Wahrnehmen, Erinnern, Inbeziehungsetzen, Runden und Rechnen“ (Winter 1985, S. 19). Und auch schon LIETZMANN betont diesen Aspekt: „Wenn zu irgend einer Kunst Übung gehört, dann zum Schätzen von Zahlengrößen“ (Lietzmann 1918, S. 6).

- Beim Rechnen mit ungenauen Daten können Regeln für die *Fortpflanzung von Fehlern* bei Berechnungen angewendet werden, um die Stelle festzulegen, auf die gerundet wird.
- Beim Interpretieren und Kontrollieren des Ergebnisses kann es sinnvoll sein, die Rechnung zu *Überschlagen*, um die Größenordnung eines Ergebnisses zu erkennen [...]. Daneben gibt es auch ein Überschlagen im Voraus. Dabei handelt es sich um die gleiche Tätigkeit, allerdings bevor eine Rechnung durchgeführt wird.^[190]

(Greefrath & Leuders 2009, S. 2 f.)

Diese beim Modellieren (siehe Abschnitt 5.1.3) regelmäßig auftretenden Tätigkeiten können dort weniger routinemäßig¹⁹¹ und mehr mit konkretem inhaltlichem Bezug geübt werden und so ihren eigenen Wert entfalten – nicht als Vorstufe vor der genauen Rechnung (vgl. Blankenagel 1985b, S. 52; Freudenthal 1978, S. 250; Führer 1997a, S. 122). Näherungsrechnungen seien hier keine „Beigabe“ neben der eigentlichen Rechnung, „keine Notlösung, sondern die der Situation angemessene Genauigkeit“ (Blankenagel 1985b, S. 49). Nähern – sprich das Eingehen von Fehlern und deren Kontrolle – ist laut FÜHRER eine bedeutende und eigenständige „Grundidee“, die zum Wesen von Mathematik gehört und der daher frühzeitig genügend Raum im Unterricht zu geben ist:

Die fundamentale Grundidee nicht nur der Analysis, Fehler bewußt einzugehen und sie lediglich scharf zu kontrollieren, kommt – wenn überhaupt – zu spät zum Ausdruck. In der Mittelstufenmathematik wird der Eindruck erweckt, Raten, Probieren und Approximieren seien Charakteristika des Herantastens, lediglich unterrichtsmethodisches Ritual, bevor der nächste Stoffbrocken entdeckt wird, der dann klärt, wie es ‚exakt richtig‘ geht, heißt oder zusammenhängt.

(Führer 1997a, S. 122)

WINTER stellt in der Funktion des *Sachrechnens als Lernstoff* den Umgang mit Größen als Stoffgebiet in den Mittelpunkt (vgl. Winter 1985, S. 24). Hierzu zählt er u. a. Fähigkeiten zur Daten- und Informationsgewinnung wie das Zählen, Messen und Schätzen, den Umgang mit Maßsystemen sowie darauf aufbauend die Entwicklung von **Stützpunktwissen** und Stützpunktvorstellungen über Größen (vgl.

¹⁹⁰ Beim Überschlagen wird ein Ergebnis näherungsweise bestimmt, wobei der Fokus auf einer möglichst einfachen, d. h. gut im Kopf durchführbaren Rechnung liegt (vgl. Blankenagel 1985b, S. 44).

¹⁹¹ Beim Modellieren kommt der flexible Umgang mit Ungenauigkeit zum Tragen, und das komplexe Thema wird nicht auf schematische Aspekte wie etwa die Regeln beim Runden „[i]mmer auf zwei Stellen nach dem Komma“ (Greefrath & Leuders 2009, S. 1) verkürzt: „Solche Daumenregeln können aber nicht befriedigen, sie kehren das Problem, dass der Umgang mit Ungenauigkeit mathematisch wie pädagogisch komplex ist, unter den Teppich. Sie lösen die Frage der eindeutigen Bewertung von Lösungen in Tests oder Klassenarbeiten auf technische Weise, verbiegen dafür aber die Mathematik“ (ebd.). Stattdessen ist hier ein „*realitätsbezogene[s] Argumentieren* mit der Ungenauigkeit“ (ebd., S. 2; Hervorhebung im Original) erforderlich, bei dem sich dann je nach Begründung in bestimmten Fällen unterschiedliche Lösungen ergeben können (vgl. ebd.).

ebd., S. 15/19).¹⁹² Das Verankern von „Stützpunktwissen über Größen“ (Winter 1985, S. 15) – auf das auch beim Schätzen zurückgegriffen wird (siehe auch oben) – sei eines der wichtigen Ziele beim Umgang mit Größen und gewinne zunehmend an Bedeutung, wenn sich Werte dem Vorstellbaren entziehen, also „je sperriger, größer und zahlreicher“ (ebd. S. 20) sie seien. „Um die Aufgabe zu lösen, muß der Schüler auf Vorerfahrungen zurückgreifen, also sein Langzeitgedächtnis bemühen. Wenn dort nichts Passendes ist, kann nur noch geschwiegen oder geraten werden“ (Winter 1985, S. 18). Das Veranschaulichen findet also unter Rückbezug auf bekannte Repräsentanten von Größen statt. Vergleiche dienen damit i. A. dazu, ermittelte Größenordnungen zugänglich zu machen und Vorstellungen von ihnen zu entwickeln (vgl. z. B. auch Lietzmann 1918, S. 19). LIETZMANN (1918) weist darauf hin, dass neben Streckenlängen besonders Flächen- und Raumgrößen zur Veranschaulichung großer Zahlen geeignet seien – da sie schnell wachsen, etwa bei Verdopplung der Kantenlänge (vgl. ebd., S. 19 f./54). Das eigene Anstellen solcher Vergleiche fördere den Umgang mit Zehnerpotenzen, das Umrechnen von Maßeinheiten sowie das Überschlagen (vgl. Schuppar 2021, S. 162).

Beim Anwenden von Mathe(matik) auf die Wirklichkeit spielt ein situationsangemessenes **Maß an Genauigkeit** eine essentielle Rolle (vgl. z. B. Blankenagel 1990, S. 4). „Allmählich soll sich bei den Schülern ein Urteilsvermögen darüber bilden, wann mehr oder weniger grobe Schätzungen und wann exakte [hier: genaue; siehe Abschnitt 5.1.1, K. W.] Werte sinnvoll sind. Es hängt von den Interessen ab“ (Winter 1985, S. 19). Neben der hier von WINTER erwähnten *benötigten* Genauigkeit hängt ein sinnvolles Maß an Genauigkeit auch von der Situation ab – also der *möglichen* Genauigkeit: „Ungenauigkeiten gibt es nicht erst beim Messen und bei der sovielsten Dezimale hinter dem Komma. Große empirische Zahlen – auch ganze – sind in einem Maße ungenau, das von ihrem Ursprung abhängt, und das die Situation gestattet“ (Freudenthal 1985, S. 8). Den kompetenten Umgang mit Ungenauigkeit möchte ich im Rahmen der *Passt-so-Mathe* durch folgende Zielsetzungen konkretisieren:

¹⁹² Stützpunktvorstellungen über Größen beziehen sich auf eine mentale Repräsentation des Stützpunktwissens. Für WINTER stellt das Messen das „Herzstück beim Aufbau von Vorstellungen über Größen“ (Winter 1985, S. 16) dar, wichtig sei das Erfahren „mit dem Leib und am Leib“ (ebd., S. 17). In der vorliegenden Arbeit möchte ich – insbesondere vor dem Hintergrund der Nachhaltigkeits-thematik, wo sich Stützpunktwissen zu relevanten Größen häufig der direkten Messerfahrung entzieht (siehe S. 329) – übergeordnet von Stützpunktwissen sprechen, wobei darin die Entwicklung von Größenvorstellungen, und zwar von *primären* und *sekundären* Stützpunktvorstellungen, beinhaltet sein soll: Primäre Vorstellungen von Größen sollen jene von WINTER fokussierte sein, die aus einer eigenen Handlung heraus erworben werden. Sekundäre Vorstellungen von Größen basieren auf abstrahiertem Wissen. Durch verinnerlichte Repräsentationen können Größen dann theoretisch vorstellbar gemacht werden. Konkret: Die Größe eines Fußballplatzes von etwa 7000 m² kann sich ein Schüler theoretisch vorstellen, wenn er eine verinnerlichte Repräsentation eines Quadratmeters hat – im Denken kann er dann den Platz mit Quadraten parkettieren.

- Entwickeln von **Bescheidenheit**: Welche Genauigkeit ist in der Sachsituation *nötig*?
- **Aushalten** von Ungenauigkeit und Entwickeln von **Toleranz**: Welche Genauigkeit ist in der Sachsituation *möglich*?

Genauigkeit sollte nicht Selbstzweck sein, wie etwa SCHUPPAR und HUMENBERGER festhalten: Sie ist „in den meisten Fällen unmöglich, überflüssig oder sinnwidrig; sie sollte nicht als oberstes Ziel einer Zahlenangabe angestrebt werden. Dagegen muss man sich ständig fragen: Welche Genauigkeit brauche ich, welche kann ich erreichen?“ (Schuppar & Humenberger 2015, S. 95). Neben einer nicht *benötigten* Genauigkeit weise eine Angabe mit einer nicht gerechtfertigten, *unmöglichen* Genauigkeit – ganz im Sinne des GAUSS-Zitats ganz am Eingang des Kapitels – „auf Mängel im Verständnis für Anwendungen der Mathematik bei der Lösung von praktischen Problemen hin“ (Flade & Pruzina 1991, S. 36). Daher sei es wesentliche Aufgabe, die Schüler beim Anwenden von Mathe(matik) auf praktische Probleme auch „für die ‚Resultatsangabe mit sinnvoller Genauigkeit‘ zu sensibilisieren“ (ebd.).

Die Fähigkeit, ein situationsangemessenes Maß an Genauigkeit zu wählen, erfordert Kenntnisse über Faktoren, die die Genauigkeit eines Wertes **beeinflussen** können (vgl. z. B. Wagenschein 1962, S. 236). BLANKENAGEL – ähnlich auch FLADE und PRUZINA (1991, S. 42) – nennt folgende Aspekte, die berücksichtigt werden müssen (vgl. Blankenagel 1990, S. 4 f.):

- das gewählte mathematische Modell
- die Genauigkeit der Ausgangswerte
- der Aufwand und die zur Verfügung stehenden Rechenhilfsmittel
- der gewählte Rechenweg, etwa dessen Praktikabilität
- der Zweck der Resultate, etwa deren Übersichtlichkeit oder Einprägsamkeit

Hierin enthalten sind sowohl Überlegungen zur *möglichen* als auch zur *benötigten* Genauigkeit eines Resultats. FLADE und PRUZINA betonen, dass im Unterricht konsequent und wiederholt auf diese Aspekte einzugehen sei, um die Schüler zu einem verständigen Umgang mit (Un-)Genauigkeit anzuleiten – wenngleich es neben Orientierungshilfen keine allgemeingültigen *Vorschriften* zum sinnvollen Umgang mit Genauigkeit geben könne (vgl. Flade & Pruzina 1991, S. 44). SCHUPPAR und HUMENBERGER (2015, S. 29) sprechen auch von der Entwicklung eines tragfähigen „Gefühl[s] für ‚Schlampigkeit‘“. Die Schwierigkeit, die „ein Eindringen in den Bereich der ungenauen Zahl mit sich bringt“ (Blankenagel 1990, S. 7), dürfe nicht

unterschätzt werden. Eine Gewöhnung an diesen „anderen Rechenstil“ (Blankenagel 1985a, S. 15) stelle sich nicht von selbst ein.¹⁹³ Der verständige Umgang gelinge, wenn die Lernenden den Einsatz an vielen Stellen als sinnvoll erfahren und immer wieder nutzen (vgl. ebd.).

Bei der Reflexion der *möglichen* Genauigkeit erfahren Lernende auch Grenzen beim Anwenden von Mathe(matik): „Hier wird nämlich deutlich, daß durch noch so sorgfältiges innermathematisches Arbeiten die Genauigkeit eines Ergebnisses nicht beliebig gesteigert werden kann, wenn die Eingangswerte nur über eine begrenzte Genauigkeit verfügen“ (Fanghänel 1990, S. 11). Wo grobe Daten eingehen, können nicht feine rauskommen (vgl. Johannes Schornstein 1999, S. 21).¹⁹⁴

Das Umgehen mit gegebenen Unsicherheiten und damit verbunden das **Tolerieren** von Ungenauigkeit im Ergebnis ist auch mit Bezug auf die unsichere Zukunft von Bedeutung: „Wichtig ist, auszuhalten, dass man nicht alle Informationen zu einem Thema haben kann. Und trotzdem entscheidungsfähig ist. Das ist eine Grundbedingung für die Zukunft, ganz unabhängig davon, ob es um das Thema Nachhaltigkeit geht“ (de Haan, zitiert nach Bildungsministerium für Bildung und Forschung o. J.). SCHUPPAR und HUMENBERGER (2015, S. 33) fordern daher „Keine Angst vor Hypothesen (es sei denn, sie sind unsinnig)!“ als eine „Grundregel“ beim Umgang mit Ungenauigkeit im Rahmen von Modellierungen.

Neben der *möglichen* ist auch die *nötige* Genauigkeit beim Anwenden von Mathe(-matik) auf die Wirklichkeit relevant. In dieser Hinsicht betont WINTER den Gebrauchswert von Überschlagsrechnungen: „Im Alltag ist Schätzenkönnen äußert wertvoll und oft auf die unsichere Zukunft bezogen [...]“ (Winter 1985, S. 19). Er weist ferner darauf hin, dass das Bewusstsein für den aufklärerischen Nutzen des Näherungsrechnens in geringerem Maße vorhanden sei als etwa der Wert des

¹⁹³ Dies geht mit der Forderung von FREUDENTHAL zu Beginn des Kapitels einher, beide Welten bewusst unterscheiden zu lernen.

Experimente aus dem Bereich der Verhaltensforschung und der Neurowissenschaften bestätigen, dass das Arbeiten mit Näherungswerten „anders“ sei, sich vom genauen Berechnen unterscheide, die Tätigkeiten also zwei unterschiedliche geistige Prozesse darstellen (vgl. Manfred Spitzer 2002, S. 206 ff.). SPITZER bezieht sich u. a. auf ein Experiment, in dem Studenten exakte und ungefähre Additionsaufgaben lösen. Bei den exakten Rechenaufgaben werde jener Teil des Frontalhirns aktiviert, der auch mit verbal-sprachlichen Anforderungen verbunden werde. „Dies lieferte einen klaren Hinweis darauf, dass die Kodierung exakter Rechenaufgaben sprachlich erfolgt“ (Spitzer 2002, S. 265). Im Gegensatz aktivieren die ungefähren Rechenaufforderungen den Teil des Gehirns, der auch mit räumlichen Anforderungen wie etwa der mentalen Rotation von Gegenständen oder der räumlichen Orientierung verbunden werde. „Dadurch wurde gezeigt, dass die ungefähre Größe von Zahlen in einer räumlichen Form kodiert vorliegt“ (Spitzer 2002, S. 265).

¹⁹⁴ Die Chaostheorie liefert mit dem Schmetterlingseffekt nach EDWARD LORENZ auch ein Beispiel dafür, dass die Genauigkeit einer Vorhersage nicht beliebig gesteigert werden kann: Die Aufhebung der Linearisierung zur Beschreibung einer Dynamik könne dazu führen, dass das Verhalten eines Systems nicht mehr vorhersehbar sei und ins Chaos führe. Kleine Änderungen in den Eingabedaten können also in einer sensitiven Situation eine Wirkungskatastrophe hervorrufen – wie ein Schmetterling, dessen Flügelschlag in Brasilien einen Tornado in Texas auslösen kann (vgl. Hans Joachim Schlichting o. J.).

Überschlagsrechnens innerhalb der Arithmetik (zur Kontrolle) oder zur Vorbereitung der Analysis (vgl. Winter 1990b, S. 21). Zum besseren Verstehen von Zusammenhängen in der Welt genügen ihm zufolge oft Überschlagsrechnungen:

Der springende Punkt im Hinblick auf intendierte Aufklärung ist es, selbst ermittelte, erinnerte oder aus Statistiken entnommene Daten über elementares Näherungsrechnen, also mit den Mitteln des eigenen Verstandes, aufeinander zu beziehen und weiter zu verarbeiten, um Zusammenhänge in unserer Welt deutlicher zu erkennen.

(Winter 1990a, S. 137)

Das Überschlagen erhalte damit einen eigenen, alltagsbezogenen Wert „als praktisch bedeutsame Rechenart, als adäquate Argumentation in Rechen- und Sachsituationen“ (Blankenagel 1985b, S. 51). Was das erforderliche Maß an Genauigkeit sei, könne nur kontextbezogen beantwortet werden – und das auch nur mit Spielraum (vgl. Flade & Pruzina 1991, S. 39; Karl Frey 1991; Schuppar & Humenberger 2015, S. 96 f.).

Genügt im Kontext der Aufgabenstellungen also eine geringere Genauigkeit, so muss der Schüler lernen, eine bewusste Entscheidung hierfür zu treffen, denn nicht „nur Genauigkeit [ist, K. W.] eine Tugend“ (Blankenagel 1985a, S. 16). Das Ausbilden einer gewissen **Bescheidenheit** im Umgang mit Genauigkeit ist in diesem Zusammenhang wichtiges Meta-Ziel – so genau wie *nötig*.

Das **Zusammenspiel** von Bescheidenheit und Toleranz kann an zwei Beispielen – die auch im Rahmen der Nachhaltigkeitsthematik relevant sind – illustriert werden:

WINTER verdeutlicht am Beispiel der Ernährungsproblematik Aspekte des Näherungsrechnens und dessen aufklärerische Intention (vgl. Winter 1990b, S. 21 ff.): Ausgehend vom durchschnittlichen Energiebedarf pro Person fragt er, wie groß die Ernteerträge und Getreideanbauflächen sein müssten, um bei allen Menschen der Welt den Energiebedarf rein aus Getreide zu decken. Im Vergleich mit der tatsächlichen Produktion werde hierbei ersichtlich, dass diese ausreichen würde, um alle Menschen allein durch den Getreidekonsum mit genügend Energie zu versorgen (vgl. Winter 1990b, S. 21 f.). Dennoch gebe es Hunger. Dies bilde den Ausgangspunkt für weitere Fragen und überschlagende Berechnungen im Kontext, etwa folgende: „Wieviele Tiere müssen gehalten/geschlachtet werden, um unseren Jahresbedarf an Milch, Eiern und Fleisch zu decken?“ (ebd., S. 22). Auch die Verschwendung von Energie durch Massentierhaltung – über den Umweg der Energie von der Pflanze über das Tier zum Menschen – könne Anlass sein, zu fragen, wie viele Menschen ihren Jahresenergiebedarf aus den Getreideverfütterungen decken könnten (vgl. Winter 1990b, S. 22 f.). Mit Hilfe der durch Überschlag ermittelten

Werte lasse sich erkennen, dass eine Ursache des Welthungers im Fleischkonsum liege (vgl. ebd., S. 23).¹⁹⁵

Im Bereich Geometrie schildert WARMELING (2009) eine Unterrichtsreihe zum Thema Flächenberechnung. Aufgabe der Schüler sei es, den Eisschwund in der Antarktis zwischen 1979 und 2005 anhand einer Satellitenaufnahme abzuschätzen, um Folgen des Klimawandels erkennen zu können. Sie entwickeln unterschiedliche Strategien zur näherungsweise Bestimmung der krummlinig berandeten Fläche (etwa Umschreibung durch ein Rechteck, näherungsweise Zerlegung der Fläche in handhabbare Teilflächen, Hinterlegung durch ein Raster, Übertragung der Flächen auf Pappe und Wiegen), diskutieren Vor- und Nachteile wie die Effizienz des Verfahrens, die Güte der Näherung oder die Grenzen der Modellierung (vgl. Warmeling 2009, S. 18 f.). Eine Diskussion der abweichenden Ergebnisse (die Schätzwerte liegen zwischen 7 und 12 Mio. km²) ergebe unter anderem die Erkenntnis, dass für den Zweck, die Auswirkungen des Klimawandels zu sehen, diese Genauigkeit ausreiche – auch aufgrund der gewählten zweidimensionalen Modellierung (vgl. ebd., S. 19).

Bei solchen Modellierungen können die Lernenden erfahren, dass die durch ihre eigenen präzisen Argumentationen und den kontrollierten Umgang mit Ungenauigkeit erhaltenen Konsequenzen zu plausiblen Aussagen über die Wirklichkeit führen. „Es geht darum, Kalkulationen mit dem eigenen Verstand vorzunehmen, deren Ergebnisse von öffentlichem Interesse [...] sind“ (Winter 1990b, S. 21). Dieser Aspekt scheint auch vor dem Hintergrund von BNE im Mathematikunterricht relevant. Bei solchen Überschlagsrechnungen sei wesentlich, darauf zu achten, möglichst viele Zwischenschritte anzugeben, um die Transparenz der Rechnung auch für andere zu gewährleisten (vgl. Schuppar & Humenberger 2015, S. 29 f.).¹⁹⁶

Im Rahmen der Modellbildung können nach FÜHRER (2005, S. 74) dann sogar stark abweichende Ergebnisse ihren eigenen Wert entfalten, wenn der Fokus weniger auf dem Ergebnis und mehr auf dem Prozess des sinnvollen, verantwortungsvollen Verwendens von Mathe liege. So komme es beim Modellieren meist *weniger* auf die numerischen Ergebnisse selbst an, sondern *mehr* auf die Herangehensweise, die getätigten Annahmen, auf „taktvollen Umgang mit unsicheren Messwerten“,

¹⁹⁵ Dass das Überschlagsrechnen im Rahmen des Bürgerlichen Rechnens mit aufklärerischer Intention ein „anspruchsvolles Unternehmen“ ist, hierauf weist WINTER (1990b, S. 21) hin: Es benötige die Koordinaten zahlreicher Dimensionen des Wissens und Könnens: Grundrechenarten; geschicktes, angemessenes Vereinfachen von Zahlen; Mut zu einfachen, aber vertretbaren Modellen und Modellannahme; Kenntnis aus anderen Wissenschaftsbereichen wie Natur- oder Sozialwissenschaften; Verfügbarkeit von Daten im Gedächtnis, wie etwa Einwohnerzahlen; Fähigkeit zum Gewinnen von Daten; und nicht zuletzt auch die Fähigkeit zur Deutung und Bewertung der durchgeführten Näherungskalkulation.

¹⁹⁶ Der Aspekt der Transparenz der Rechnung wird später vertieft, siehe S. 317.

auf eine kritische Relativierung der Rechenergebnisse sowie eine „seriös relativierte Antwort“ (Führer 2005, S. 74).¹⁹⁷

Mit dieser Seite von Mathe, der *Passt-so-Mathe*, gehen also auch **Haltungen** einher, die die Lernenden entwickeln müssen: den Mut zum Vereinfachen (vgl. Winter 1990b, S. 21), das Aushalten von Unsicherheit und Ungenauigkeit, die Bescheidenheit und das Zufriedensein trotz Ungenauigkeit. Diese Haltungsebene findet sich etwa in den in Luxemburg geltenden Bildungsstandards im Kompetenzbereich *mathematisch modellieren* explizit wieder (vgl. Gouvernement Luxembourg o. J., S. 9) (siehe Abb. 27).

<p>Fähigkeiten</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler können</p> <ul style="list-style-type: none"> • eine Situation aus der Welt vereinfachen und strukturieren und deren mathematische Aspekte herausarbeiten, • mathematische Modelle finden oder auswählen (z. B. Ausdrücke, Funktionen, Abbildungen, Simulationen), • im Kontext der Situation aus der Welt die einzelnen Schritte der Modellbildung sowie deren Ergebnisse interpretieren, • das Modell bewerten und gegebenenfalls ändern, • für ein gegebenes Modell Beispiele in einem passenden Kontext finden. 	<p>Fertigkeiten</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler können</p> <ul style="list-style-type: none"> • verschiedene Darstellungen verwenden (z. B. Grafiken, geometrische Formen und Figuren, Tabellen, numerische, symbolische, verbale Darstellungen, mithilfe eines Computers) <p>Haltungen</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler sind in der Lage</p> <ul style="list-style-type: none"> • sich auf das Wesentliche zu konzentrieren, • ihre Erfahrungen aus dem Alltag einzubringen, • Phasen der Ungenauigkeit und Ungewissheit auszuhalten, • eine kritische Haltung bezüglich der Nützlichkeit und Gültigkeit von mathematischen Modellen einzunehmen.
--	--

Abb. 27: Kompetenzbereich „Mathematisch Modellieren“ in den Bildungsstandards in Luxemburg (Gouvernement Luxembourg o. J., S. 9; übersetzt ins Deutsche von K. W.; Hervorhebung K. W.)

In diesem Hinblick beschreibt JUDITH SOWDER (1992), dass gute Schätzer – im Gegensatz zu schlechten – jene Toleranz gegenüber Fehlern haben und Überschlagrechnungen i. A. als nützlich ansehen (vgl. Sowder 1992, S. 378 f.). Für den Unterricht folgert sie, dass dieser nicht nur kognitive Faktoren im Umgang mit numerischer Ungenauigkeit berücksichtigen dürfe:

Students must see the relevance of learning estimation and must believe they are capable of doing it. They will need to overcome the belief that there is always one right answer and one right procedure for obtaining it. But even more fundamentally, students (and teachers) need to develop a disposition toward

¹⁹⁷ In diesem Zusammenhang kritisiert FÜHRER eine Lösungsskizze der KMK zur Aufgabe „Wie viel Liter Flüssigkeit passen ungefähr in dieses Fass?“, die kommentarlos einen Wert von etwa 21000 Litern als Fassvolumen angibt, welcher eine nicht angemessene Genauigkeit suggeriere (vgl. Führer 2005, S. 72 ff.).

making sense out of numbers. Silver (1989) has warned that focusing on cognitive competence while failing to address children's disposition toward numerical activity is unlikely to be successful.

(Sowder 1992, S. 379)

Für die *Passt-so-Mathe* bedeutet dies, affektive Faktoren wie Bescheidenheit in der Resultatsangabe, Toleranz gegenüber Ungenauigkeit und mehrdeutigen Ergebnissen oder auch das Erleben von Nützlichkeit ungenauer Resultate stärker zu berücksichtigen – die *Passt-so-Mathe* kann zur Aufklärung in gesellschaftlichen Belangen beitragen. Hier können dann kartesische Deutungen wie das Denken in den Kategorien wahr/falsch um gaitatische Sichtweisen erweitert werden (siehe Santer Unterricht in Kapitel 3) – etwa um weniger absolute Bewertungsskalen „von *so genau wie möglich* [bzw. nötig, K. W.] bis *unbrauchbar ungenau*“ (Schuppar & Humenberger 2015, S. 102; Hervorhebung im Original).

5.1.3 Umgang mit Ungenauigkeit beim Modellieren

Grundgedanke der **Modellauffassung** ist die bewusste Trennung von Mathe(matik) und Wirklichkeit – nach POLLAK von Mathematik und dem „Rest der Welt“:¹⁹⁸

The rest of the world includes all other disciplines of human endeavour as well as everyday life. An effort beginning in the rest of the world, going into mathematics and coming back again to the outside discipline belongs in definition (3).

(Pollak 1979, S. 234)

Hier bezieht sich POLLAK auf folgende Definition angewandter Mathematik: „(3) *Applied mathematics means beginning with a situation in some other field or in real life, making a mathematical interpretation or model, doing mathematical work within that model, and applying the results to the original situation*“ (Pollak 1979, S. 233; Hervorhebung im Original). Solche Modellbildungsprozesse erfordern sowohl ein Verständnis von Wirklichkeit als auch von Mathe(matik) als auch vom Übersetzen zwischen diesen beiden Welten (vgl. Pollak 1979, S. 240). Sie finden im Wechsel zwischen Mathe(matik) und dem „Rest der Welt“ statt – und zwar in mehreren **Schritten**:

¹⁹⁸ FISCHER und MALLE erinnern daran, dass diese Sichtweise nicht seit jeher gegeben gewesen sei: „Zwar gab es Phasen der Verselbständigung der Mathematik – vor allem im alten Griechenland (EUKLID) – der enge Bezug zu einigen Anwendungsgebieten ging aber daneben nicht verloren und war besonders in der Zeit der Entwicklung der modernen Naturwissenschaften gegeben. Alle großen Mathematiker dieser Zeit waren auch Physiker. Bis ins 19. Jahrhundert waren Mathematik und Mechanik an vielen Hochschulen beisammen. Erst die Verselbständigung der reinen Mathematik im 19. und beginnenden 20. Jahrhundert und das Hinzukommen neuer Anwendungsgebiete, insbesondere im Bereich der Ökonomie und der Sozialwissenschaften, führte zu einer bewußteren Trennung von Mathematik und Wirklichkeit und damit zu dem, was wir ‚Modellauffassung des Anwendens‘ nennen wollen“ (Fischer & Malle 1985, S. 100).

When mathematics is actually applied to a situation in some other field, there are typically a number of distinguishable steps in the process. These consist of a recognition that a situation needs understanding, an attempt to formulate the situation in precise mathematical terms, mathematical work on the derived model, (frequently) numerical work to gain further insight into the results, and an evaluation of what has been learned in terms of the original external situation.

(Pollak 1979, S. 236 f.)

Diesem Begriffsverständnis *mathematischen Modellierens* (von der Wirklichkeit über die Mathe(matik) zurück zur Wirklichkeit) wird sich für die vorliegende Arbeit angeschlossen – Modellieren bezeichnet also den gesamten Prozess der Problemlösung, der in mehreren Schritten stattfindet (vgl. auch Greefrath 2010, S. 44; Nora Haberzettl et. al. 2018, S. 32; Hans-Wolfgang Henn 2002, S. 6).¹⁹⁹ Dieses schrittweise Vorgehen findet sich in verschiedenen **Modellbildungskreisläufen** wieder. Solche Modelle von Modellbildung haben sowohl deskriptiven als auch normativen Charakter: Zum einen helfen sie beim Beschreiben und Verstehen von Modellierungsaktivitäten, zum anderen können sie Lernende beim Bearbeiten anleiten – und hierbei die Gefahr vermindern, einzelne Phasen zu verkürzen oder gar auszulassen (vgl. Lambert 2006, S. 5; Schupp 1988, S. 12; Vorhölter 2019, S. 176/181). Exemplarisch wird hier auf das Modell der Modellbildung von SCHUPP (1988) eingegangen (siehe Abb. 28), auf welches auch in der PISA-Studie 2000 Bezug genommen wurde (vgl. Lambert & von der Bank 2021, S. 101) und dem die dann entstandenen Bildungsstandards für den Ersten und Mittleren Schulabschluss diesbezüglich sehr ähnlich sind (vgl. KMK 2022, S. 11). Bereits 1982 führte SCHUPP ein solch strukturierendes Modell der Modellbildung im Kontext des Stochastikunterrichts ein (vgl. Schupp 1982, S. 209; 1984, S. 235).

¹⁹⁹ Modellierungsaufgaben lassen sich von eingekleideten Aufgaben abgrenzen, die zwar auch einen Bezug zum „Rest der Welt“ (nach Pollak 1979) haben, deren Ziel aber ist, „die Realität zu nutzen, um mathematische Sachverhalte verständlich zu machen“ (T. Jahnke 2005, S. 6) – und nicht, „die Mathematik dazu [zu] nutzen, um Aussagen über die Realität zu gewinnen, also in einer – möglicherweise auch gestellten – mathematikhaltigen Situation eine vernünftige Auskunft zu geben“ (T. Jahnke 2005, S. 6). Eine explizite Abgrenzung zwischen *Anwenden* und *Modellieren*, etwa nach der Richtung zwischen Mathe(matik) und Wirklichkeit (vgl. Kaiser et al. 2015; Mogens Niss et al. 2007), wird in der vorliegenden Arbeit nicht vorgenommen.

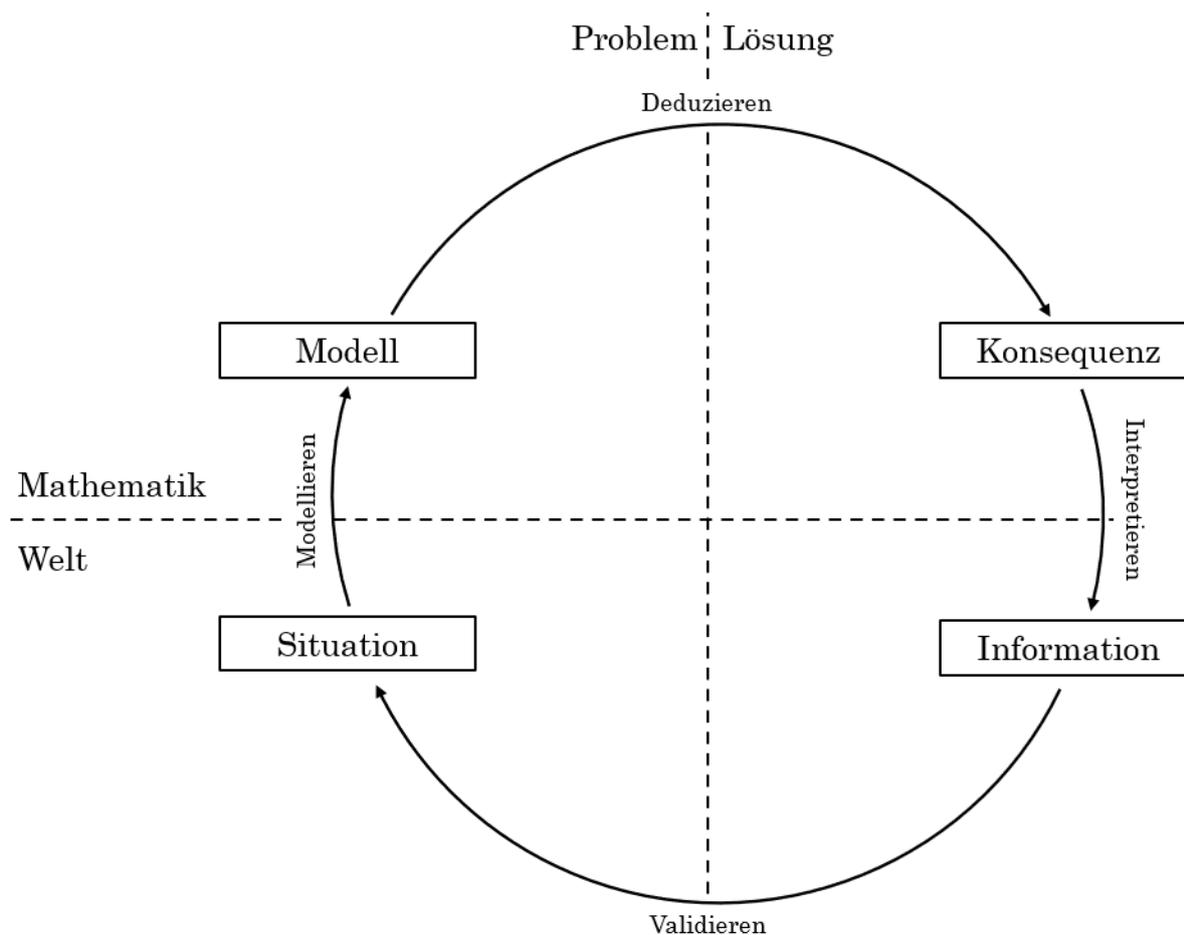


Abb. 28: Ein Modell der Modellbildung – Regelkreis bei SCHUPP (1988, S. 11)

SCHUPP (1988, S. 11) unterscheidet in seinem „Regelkreis“ die Ebenen *Mathematik*²⁰⁰ und *Welt* sowie *Problem* und *Lösung*. Er fasst den Prozess der Modellbildung in einer Abfolge vier aufeinander bezogener Schritte zusammen: Ausgangspunkt sei die außermathematische *Situation*, die in ein mathematisches *Modell* überführt werde (*Modellieren*²⁰¹). Damit einhergehende Verkürzungen seien abhängig vom „modellbildenden *Subjekt*“ (Schupp 1988, S. 10; Hervorhebung im Original): „Modelle sind Modelle für jemanden, zu einer bestimmten Zeit und zu einem bestimmten Zweck“ (ebd.), sie sind der Situation also nicht immanent, sondern werden „an sie herangetragen“ (ebd.) und sollen zu etwas dienen (vgl. auch Henn 2002, S. 6; Winter 1995, S. 44). In dem aufgestellten Modell könne dann mit Hilfe der Sprache Mathematik gearbeitet werden (*Deduzieren*). Die so erhaltene innermathematische Lösung (*Konsequenz*) müsse in einem weiteren Schritt zurück in die

²⁰⁰ genauer: Mathe

²⁰¹ SCHUPP verwendet den Bezeichner *Modellieren* für den ersten Prozessschritt, die Übersetzung der *Situation* aus der Welt in ein mathematisches *Modell*. Hier in der Arbeit wird der gesamte Kreislauf als mathematisches Modellieren bezeichnet; der erste Schritt bei SCHUPP hingegen wird im Weiteren *Mathematisieren* genannt. Für SCHUPP ist das *Mathematisieren* eine spezielle Art des Bildens eines Modells, nämlich das eigenständige „Entwickeln eines tauglichen Modells“ (Schupp 1988, S. 11) – in Abgrenzung zum Anwenden, also dem „Benutzen eines vorhandenen Modells“ (ebd.) wie etwa des Standardmodells der Proportionalität.

Welt übertragen werden (*Interpretieren*). Unter *Validieren* versteht SCHUPP das Prüfen, ob die erhaltenen *Informationen* zur Klärung der Situation beitragen. Ist dies nicht der Fall, sollen die bisherigen Maßnahmen, also etwa eingehende Daten oder Modellannahmen, variiert und der Kreislauf erneut durchlaufen werden (vgl. Schupp 1988, S. 11). SCHUPP warnt, dass die Validierung im Unterricht oft einen zu geringen Stellenwert einnehme und damit die Frage, was der Mathe(matik) anvertraut und mit ihr beantwortet werden könne und was eben *nicht*, nur unzureichend thematisiert werde:

Wenn ich im Beispiel^[202] das Validieren in der Sachsituation betont und deutlich gemacht habe, daß dort auch nichtmathematische Argumente einfließen, so deshalb, weil hiergegen im Unterricht permanent gesündigt wird. Gewiß gibt es viele und häufige Situationen, die durch mathematische Mittel auf Anhieb und eindeutig geklärt werden können. Aber es gibt auch solche (nicht seltener und meist relevanter), zu deren erkennendem Verständnis bzw. handelnder Bewältigung Mathematik nur einen mehr oder minder wichtigen Beitrag leisten kann. Solche Beispiele auszusparen oder aber auf den mathematischen Gehalt zu reduzieren, ist gefährlich, weil Mathematik als *deus ex machina* und Wirklichkeit als vollständig mathematisierbar präsentiert wird.

(Schupp 1988, S. 12)

Hiermit einhergehend ist seine Forderung, neben mathematischen Aspekten auch den Rest des Sachkontexts ausreichend ernst zu nehmen:

Abschließend möchte ich noch einmal betonen, daß der sinnvolle Umgang mit Sachproblemen nach heutiger Sicht einschließt, daß der Bearbeiter über fundierte einschlägige Kenntnisse sowohl situativ-inhaltlicher als auch mathematisch-methodischer Art verfügt oder aber sich *ad hoc* verschafft. Das ist eine Mahnung an den Mathematikunterricht aller Schulformen, die jeweils fernerliegende Seite nicht zu vernachlässigen.

(Schupp 1988, S. 12)

Alle Modellbildungskreisläufe sind auch nur Modelle von Modellbildung, die gewisse Aspekte hervorheben und andere ausblenden (vgl. Lambert 2006, S. 6). Der detailliertere Modellbildungskreislauf von FISCHER und MALLE (1985, S. 101) (siehe Abb. 29) ist gerade vor dem Hintergrund des FERMI-Aufgabenformats (siehe Abschnitt 5.1.4) und dem Umgang mit **Ungenauigkeit** interessant, da er auf Ba-

²⁰² SCHUPP erläutert den „Regelkreis“ am normativen Beispiel der Stimmverteilung bei der Parlamentswahl. Die Unterschiede in den Verfahren lassen sich mathematisch beschreiben, die Bewertung des Sinns der einzelnen Verfahren gehe allerdings über das Fach hinaus (vgl. Schupp 1988, S. 11 f.).

sis der Unterscheidung zwischen offener und geschlossener Mathematik nach FISCHER und MALLE²⁰³ den ersten Prozessschritt von der *Situation* zum *mathematischen Modell* weiter ausdifferenziert. Hier finden explizit Aspekte wie die Beschaffung von Daten und Informationen, das Tätigen von Annahmen sowie die Vernachlässigung von Eigenschaften Berücksichtigung. Diese beinhalten den Umgang mit einer unsicheren Datenlage und die zwangsläufige Reduktion von Wirklichkeit durch das mathematische Modell. Gerade hier offenbare sich die „Kunst“ beim Anwenden von Mathe(matik) auf die Wirklichkeit, so FREUDENTHAL: „Und das ist gerade die Kunst, wenn man Mathematik betreibt: in der Realität zu wissen, was relevant ist, und was vernachlässigbar“ (Freudenthal 1985, S. 13).

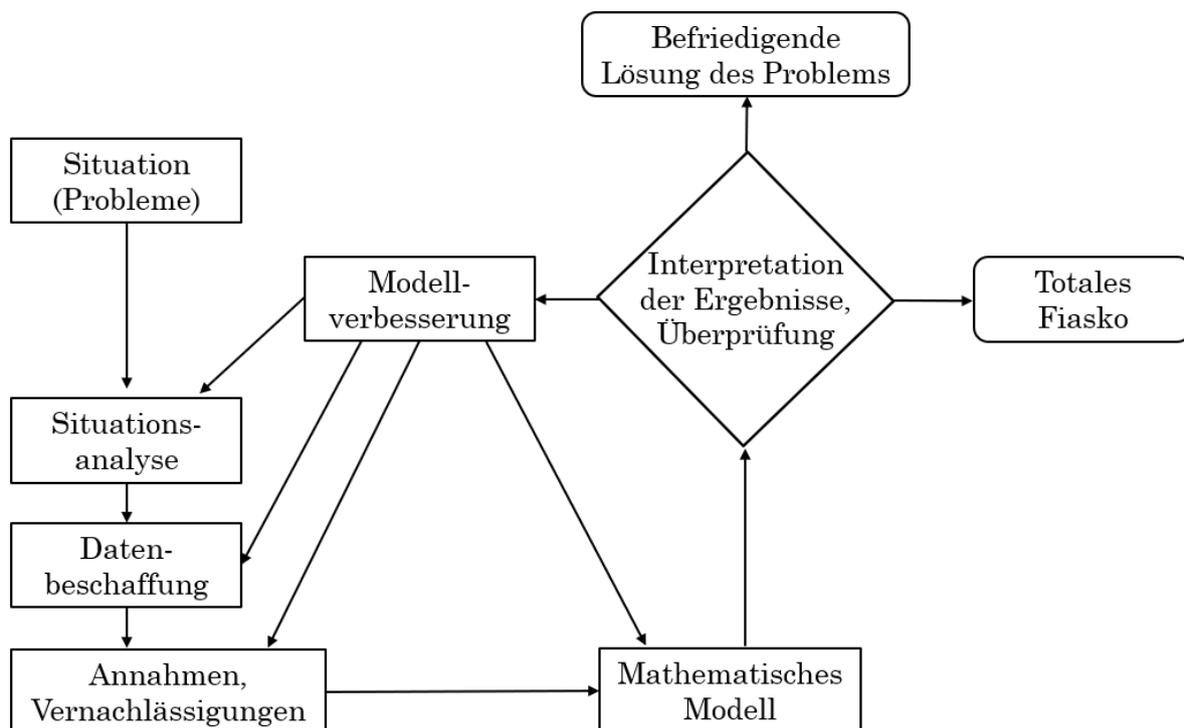


Abb. 29: Modellbildungskreislauf bei FISCHER & MALLE (1985, S. 101)

Unsichere Datenlagen und der Umgang mit ungenauen Werten (siehe Abschnitt 5.1.2, ab S. 304) erfordern nicht nur am Anfang des Modellbildungskreislaufs be-

²⁰³ Während die geschlossene Mathematik keinen Spielraum für Ergebnisse lasse und auf Basis genormter Daten und des Modells Konsequenzen liefere, lasse offene Mathematik Alternativen zu: „Offene Modelle wirken nur in Verbindung mit der Umwelt, sie stehen in dieser in Wechselwirkung, sie bieten für sich alleine keine Lösung. [...] Ihre Anwendung ist auf Entscheidungen von Menschen angewiesen. Durch die Modelle werden nur Teilsysteme mathematisiert“ (Fischer & Malle 1985, S. 263; Hervorhebung im Original). „Geschlossene Mathematik versucht, alle offenen Fragen zu ‚erledigen‘, den Adressaten gewissermaßen zur Einsicht zu zwingen. Es bleibt ihm nichts anderes übrig, als zuzustimmen, da ja alles bewiesen ist“ (ebd., S. 264; Hervorhebung im Original). Offene Modelle lassen damit eine Doppeldeutigkeit zu – beide Konnotationen sind im vorliegenden Sinn tragfähig: Einerseits erlaubt die Situation, aus einer Bandbreite an Modellen auszuwählen, andererseits erfordert die Arbeit im Modell die Offenlegung der Argumentation, um Nachvollziehbarkeit für andere zu gewährleisten.

sondere Beachtung, sondern während des gesamten Prozesses von der Beschaffung über die Verarbeitung bis zur Bewertung von genäherten Daten und Informationen (vgl. Greefrath & Leuders 2009, S. 3):

Beim *Mathematisieren* fällt die Wahl auf ein für den Zweck angemessenes Modell. Dieses reduziert durch Vernachlässigungen, Schwerpunktsetzungen, Idealisierung usw. die Wirklichkeit (vgl. z. B. Blankenagel 1985a, S. 19; Büchter & Henn 2015, S. 32; Henn 2002, S. 5; Lars Holzäpfel & Christine Streit 2009, S. 23 ff.). Bei offenen Modellen sei insbesondere deren „Transparenz“ wichtig, so FISCHER & MALLE (1985, S. 265), um Kommunikation zu ermöglichen, um Vorgehensweisen, Annahmen und Entscheidungen nachvollziehen zu können und so den Wahrheitsanspruch des Modells trotz der Vagheit der Daten und Informationen begründen zu können. Neben der Modellwahl spielen in diesem ersten Schritt der Mathematisierung auch bei der Daten- und Informationsbeschaffung Tätigkeiten zum Umgang mit Ungenauigkeit eine Rolle: Schätzen, auch auf Basis von geeignetem Stützpunktwissen, (indirektes) Zählen und Hochrechnen, Messen, kontext- und zweckbezogenes Runden (vgl. Greefrath & Leuders 2009, S. 2 ff.).

Das *Deduzieren* enthält die Kontrolle der Fehler beim Verarbeiten der nicht genauen Daten und Informationen, damit keine neuen Ungenauigkeiten hinzukommen (z. B. Fehlerfortpflanzungsregeln, Ziffernzählung, Doppelrechnung, vgl. z. B. Blankenagel 1985a, S. 20; Greefrath & Leuders 2009, S. 3 f.; Humenberger 1995, S. 25). Der Schritt von der Mathe(matik) in die Welt zurück, das *Interpretieren*, erfordert die Herstellung einer Semantik der erhaltenen Konsequenz und damit auch die Beantwortung der Frage, welche Genauigkeit bei der Ergebnisangabe sinnvoll ist (sinnvoll runden). Beim *Validieren* kann ein Überschlag nützlich sein, etwa um zu prüfen, ob die Größenordnung richtig ist (vgl. auch Greefrath & Leuders 2009, S. 3).

Ein Vergleich verschiedener, transparent gestalteter Modellierungen und Ergebnisse in der Klasse lasse sich – so DAGMAR BÖNIG – produktiv für einen toleranten Umgang mit Ungenauigkeit nutzen: „Natürlich kommen die Kinder trotz ähnlicher Vorgehensweisen zu durchaus unterschiedlichen Resultaten. Das mag bezogen auf ihre sonstigen Erfahrungen im Mathematikunterricht sicher zunächst ungewohnt sein. Dies lässt sich aber im gemeinsamen Gespräch produktiv nutzen“ (Bönig 2012, S. 108).

Das exemplarische, einmalige Durchlaufen des Modellbildungskreislaufs führt zunächst zu einer **Punktschätzung** – mit ggf. zu vielen *unsicheren*²⁰⁴ Ziffern. Ein

²⁰⁴ W. HERGET (1999, S. 5) rät dazu, in der Fehlerrechnung in der Schule (zunächst) auf logische Definitionen von Begriffen wie wesentliche oder gültige Ziffern zu verzichten, weil dies eher abschreckend wirke, „[w]eil das Rechnen mit Näherungszahlen für die Kinder so ungewohnt ist und so sehr im Gegensatz zu der ihnen vertrauten Präzision steht“ (ebd.). Vielmehr geht es ihm darum, das Rechnen mit Näherungswerten im praktischen Umgang mit prototypischen Beispielen *zunächst* überhaupt in den Fokus zu nehmen und verstehend – auf Basis des schriftlichen Rechnens

Variieren der Ausgangswerte kann funktionale Zusammenhänge stärker in den Fokus rücken (Wie verändert sich das Ergebnis, wenn ich diesen Ausgangswert vergrößere/verkleinere ...; vgl. auch Lothar Flade & Manfred Pruzina 1991, S. 38; Schuppar & Humenberger 2015, S. 41). Diese Frage, wie das Ergebnis von den Eingangsgrößen abhängt, mündet in einem erneuten Durchlaufen des Kreislaufs und der Angabe mehrerer Werte. Je nach Abweichung dieser muss die Genauigkeit der ursprünglichen Ergebnisangabe reduziert werden – so kann schrittweise ersichtlich werden, wie viele Ziffern des zunächst angenommenen Ergebnisses sinnvoll sind (vgl. W. Herget 1999, S. 5). Effizient kann der geschilderte Prozess mithilfe eines CAS realisiert werden.

Beim mehrfachen Durchlaufen entsteht also durch ein Intervall an möglichen Eingangswerten statt einer Punktschätzung ein **Intervall** als Ergebnis der Aufgabe.²⁰⁵ W. HERGET und KLIKA (2003, S. 14) bezeichnen solch ein Intervall, welches sich aus Doppelrechnungen ergibt, als eine Art „Vertrauensintervall“. Dies mache erfahrbar, wie sich „aufgrund der Vielzahl von Einzelmessungen, Annahmen und Schätzungen [...] der unvermeidliche Fehlerbereich ‚aufschaukelt‘“ (W. Herget 2000, S. 9):²⁰⁶

Wir können ein solches ‚Vertrauensintervall‘ für eine Lösung auch berechnen, indem wir bei jedem einzelnen Schritt jeweils eine obere und eine untere Schranke bestimmen und mit diesen dann weiter ‚doppelt rechnen‘ – eine gute Übung, die durchaus einiges Nachdenken erfordert, denn es wird ja mal multipliziert, mal dividiert.

(W. Herget 2000, S. 7)

Die Umsetzung – also die Angabe einer unteren und oberen Intervallgrenze – ist meist nicht ganz einfach, da in der Regel kein proportionaler Zusammenhang zwischen dem Eingabe- und dem Ausgabeintervall besteht:

im Stellenwertsystem – zu entwickeln. Das, was die Schüler an diesen Beispielen sehend verstehen lernen – etwa durch Fragezeichenrechnung – kann *dann* mit (sprachlich-intuitiven) Bezeichnern und in Faustregeln festgehalten werden. Dies ermöglicht sodann auch die routinemäßige Kommunikation auf der Metaebene (vgl. W. Herget 2024). Solch ein sensibler Umgang mit der Fachsprache stellt auch einen Aspekt des Ernstnehmens der Lernenden im Achtsamen Unterricht dar.

²⁰⁵ BLANKENAGEL (1985a, S. 16) nennt in Anlehnung an GUILBAUD (1976) vier aufeinander aufbauende Stufen zur Beschreibung von Näherungsaussagen: bloße Ungefähraussagen (1), ein Intervall als Näherungsaussage (2), eine Intervallschachtelung mit sich verbessernden Näherungswerten (3), ein Konfidenzintervall, in dem ein Wert mit gewisser Wahrscheinlichkeit liegt (4). Unter einer Intervallschachtelung mit Bezug zur realen Welt verstehe man den „Versuch, sich einer Zahl im Rahmen sinnvoller Genauigkeit zu nähern“ (Angelika Bikner-Ahsbahs 1999, S. 17).

²⁰⁶ Die Aufgabe „Luft-Nummer“ von W. HERGET et al. (2001, S. 32), die ein Foto eines Heißluftballons zeigt, auf dem ein Mann steht, fragt danach, wie viel Luft der Ballon wohl enthält. Die zur Beantwortung der Frage notwendige Datenbeschaffung erfolgt hier durch das Foto, indem eine lineare Größe – die des Mannes ist hier wohl naheliegend – geschätzt wird. Bei der Volumenbestimmung potenzieren sich Fehler – also Messungenauigkeiten und Abweichungen der Schätzungen – kubisch (vgl. z. B. auch Lambert 2006, S. 11 f.). Die Aufgabe bietet damit eine hervorragende Möglichkeit, das Problem des Aufschaukelns von Fehlern zu diskutieren und die Angabe eines „Vertrauensintervalls“ zu motivieren.

Dabei sind die Eingabedaten durch Intervalle gegeben, und für das Ergebnis wird ebenfalls ein Intervall bestimmt. Man muss darauf achten, dass zur Berechnung des maximalen bzw. minimalen Wertes die Grenzen der Eingabedaten *passend* eingesetzt werden. Also Vorsicht bei Quotienten und Differenzen; auch bei Funktionsauswertungen ist zu prüfen, ob die Funktion an der betreffenden Stelle wachsend oder fallend ist [...].

(Schuppar & Humenberger 2015, S. 135; Hervorhebung im Original)

Auch wenn der Methode daher Grenzen gesetzt seien, so hält etwa FANGHÄNEL sie dennoch für geeignet, da mit ihr „i. allg. ein recht guter Überblick über die sinnvollerweise anzugebende Genauigkeit erzielt werden [kann, K. W.], die Sicherheit, daß man damit aber Wertschranken des Resultats erhält, besteht nicht“ (Fanghänel 1990, S. 12). FREUDENTHAL erinnert, dass bei Genauigkeitsaspekten gerade diese Bedeutung im Kontext, die der Fehlerangabe vorausgegangen ist, von elementarer Bedeutung sei:

Was Genauigkeit von Zahlen bedeutet, kann nur im Kontext verstanden werden. Gewiß, man kann Zahlenangaben mit einer Fehlerangabe ($3,461 \pm 0,0002$) erläutern, man kann das numerische Rechnen mit Fehlertheorie bereichern, aber das sind fortgeschrittene Phasen, denen Fundamentales und Elementares vorausgehen muß. Mit der expliziten Fehlerangabe wird nämlich die Genauigkeit vom Kontext losgelöst, aber um es so weit zu bringen, muß sie einmal im Kontext gestanden haben.

(Freudenthal 1978, S. 250)

Für die Anliegen der *Passt-so-Mathe* – die Entwicklung von Bescheidenheit und Toleranz im Umgang mit (Un-)Genauigkeit (siehe Abschnitt 5.1.2) – ist die Intervallangabe von besonderem Vorteil. Eine Punktschätzung signalisiert nämlich Genauigkeit bzw. drückt Ungenauigkeit nur *implizit* in der Anzahl der Stellen des Näherungswertes aus (vgl. MBWKMV 2009, S. 56):

Der Tatsache, dass keine Messung absolut [...] [exakt, K. W.] ist, trägt man in der Wissenschaft durch die Schreibweise der Maßzahlen Rechnung. Wird nach erfolgter Messung die Länge eines Tisches zu 1,21 m angegeben, so meint man damit nicht, daß dies seine genaue Länge sei. Vielmehr meint man verabredungsgemäß damit: ‚Ich habe mich bei der Messung um die mm nicht gekümmert. Es sind 121 cm die Anzahl der Zentimeter, die seiner Länge am nächsten kommen.‘ Die wahre Länge des Tisches kann also jede Zahl zwischen 120,5 cm und 121,5 cm sein.

(Breidenbach 1969, S. 168)

Ein Intervall enthält hingegen eine Fehleraussage *explizit* und macht so die Ungenauigkeit deutlicher sichtbar – erleichtert also die Erkenntnis, dass „[a]us einem nur ungefähren Wissen über Eingangsgrößen (Parameter) [...] in der Regel auch nur ein ungefähres Wissen über Ergebnisgrößen zu erreichen (und manchmal

nicht einmal das) [ist, K. W.]“ (W. Herget 1999, S. 5). Die Intervallangabe passt in diesem Hinblick besonders gut zur Wortherkunft von *ungefähr*, auf die W. HERGET (1999, S. 9) unter Rückgriff auf das Etymologische Wörterbuch von FRIEDRICH KLUGE verweist: Demnach bedeute *ungefähr* „ohne Gefahr, ohne böse Absicht“. Das Intervall macht transparent, dass Ungenauigkeit ohne betrügerische Absicht enthalten ist. „Wenn in diesem Sinne das Wort ‚ungefähr‘ im Mathematikunterricht an Bedeutung und Wert gewinnt, dann gewinnt auch der Mathematikunterricht!“ (W. Herget 1999, S. 9).

5.1.4 FERMI-Aufgaben als Beitrag zur *Passt-so-Mathe*

FERMI-Aufgaben²⁰⁷ stellen *einen* möglichen Aufgabentyp dar, der zum mathematischen Modellieren auffordert und aufgrund seiner Offenheit und „unscharfen Datenlage“ (W. Herget 2012, S. 32) einen reflektierten Umgang mit Ungenauigkeit nah am Kontext im Mathematikunterricht anregt. „Im Zentrum stehen dabei nicht das Rechnen und *das* richtige Ergebnis, sondern vielmehr die Schritte *vor* dem Rechnen und *nach* dem Rechnen“ (W. Herget 2012, S. 32; Hervorhebung im Original). BÜCHTER et al. (2007) klassifizieren FERMI-Aufgaben nach wiederkehrenden Typen/Tätigkeiten, die auch unterschiedliche Möglichkeiten der Daten- und Informationsbeschaffung²⁰⁸ beinhalten (vgl. Büchter et al. 2007, S. 8):

1. Ermitteln von Anzahlen oder Größen durch Schätzen und Überschlagen
2. Veranschaulichung von gegebenen Anzahlen oder Größen in bestimmter Weise
3. Kombination von 1. und 2., also Schätzen und Überschlagen sowie Veranschaulichen
4. Gewinnen fehlender Daten aus plausiblen Annahmen oder Alltagswissen
5. Gewinnen fehlender Daten aus Abbildungen

²⁰⁷ Im Folgenden wird der Bezeichner synonym zu *FERMI-Fragen* bzw. *FERMI-Problemen* verwendet. Der Begriff *Aufgabe* ist hier als Oberbegriff für jegliche Lernanforderung zu verstehen, umfasst also auch – je nach Lerngruppe bzw. Person – *Probleme*, bei denen der Lösungsweg weniger routiniert bzw. für den Lernenden unbekannt ist (vgl. Bruder 1992, S. 6; Bruder & Collet 2011, S. 12 f.; Leuders 2015, S. 435).

²⁰⁸ WERNER SESINK unterscheidet zwischen Datum, Information und Wissen: „Datum ist das Gegebene, bezieht sich als ‚Gegebensein‘ auf ein Seiendes außerhalb des Subjekts. Information ist das Gegebene, das das Subjekt angeht, es prägt. Als Wissen schließlich bezeichne ich die vom Subjekt nicht nur angenommene, sondern auch angeeignete Information, insofern vom Subjekt in sein eigenes geistiges Bild der Welt eingeordnete Information: Information, die sich zu Information fügt, zu einem Geflecht, einem Ordnungszusammenhang von informierenden Daten“ (Sesink 2002, S. 15). Der Kette Daten-Informationen-Wissen-Bildung folgend charakterisiert SESINK Bildung dann wie folgt: „Wissen wird erst dann zu Bildung, wenn es lebensorientierend wird, d. h. wenn dieses Wissen das praktische Verhältnis und Verhalten dieses Menschen zu seiner Lebenswelt orientiert. Im Unterschied zu Wissen, das mir lediglich Sachkenntnis über Objekte vermittelt und damit eine effektivere Verfügung über diese Objekte (Verfügungswissen‘), vermittelt Bildungswissen mir Einsichten in meine eigene Stellung zur Welt, betrifft es mich selbst in meinem Weltverhältnis und vermag daher praktisch orientierend zu wirken (Orientierungswissen“ (Sesink 2002, S. 17).

6. Gewinnen fehlender Daten aus Messungen bzw. kleinen Experimenten
7. Gewinnen fehlender Daten durch Recherche
8. Experimentelle Überprüfung der Ergebnisse²⁰⁹

Nach GÜNTER KRAUTHAUSEN fallen FERMI-Aufgaben unter die Sachprobleme – können also auch zur Aufklärung über die Welt beitragen (siehe Achtsamer Unterricht, Unterabschnitt 4.3.2.2): „Die *Sache* steht hier nun im Vordergrund, an sie werden Fragen herangetragen, die mithilfe der Mathematik bearbeitet und teilweise auch beantwortet werden können. Mathematik ist also hier [...] Hilfsmittel zur Bearbeitung oder Erschließung des Sachverhaltes“ (Krauthausen 2018, S. 138; Hervorhebung im Original).

FERMI-Aufgaben gehen auf den italienischen Kernphysiker ENRICO FERMI (1901 – 1954) zurück (vgl. Büchter et al. 2007, S. 3). Der von ihm entwickelte Aufgabentyp habe die Haltung an seine Studierenden weitergeben sollen, in geeigneten Situationen den „eher provisorisch anmutende[n]“ (W. Herget & Klika 2003, S. 18) Lösungsweg vorzuziehen (vgl. ebd.). Eine frühe Schilderung des Aufgabentyps findet sich bei PHILIP MORRISON:

That is the estimation of rough but quantitative answers to unexpected questions about many aspects of the natural world. The method was the common and frequently amusing practice of Enrico Fermi [...]. Fermi delighted to think up and at once to discuss and to answer questions which drew upon deep understanding of the world, upon everyday experience, and upon the ability to make rough approximations, inspired guesses, and statistical estimates from very little data.

(Morrison 1963, S. 627)

VON BAEYER (1994) beschreibt in seinem Essay *Fermis Lösung* den Aufgabentyp wie folgt:

Eine Fermi-Frage hat eine charakteristische Gestalt. Beim ersten Anhören hat man nicht die leiseste Ahnung, wie die Antwort lauten könnte. Zudem ist man sich sicher, daß zuwenig Informationen angegeben sind, um überhaupt eine Lösung finden zu können. Wenn man jedoch die Frage in Unterprobleme aufspaltet, von denen jedes einzelne gelöst werden kann, ohne daß man Experten oder Fachliteratur zu Rate zieht, so ist eine Abschätzung im Kopf oder auf der

²⁰⁹ Die hier von BÜCHTER et al. (2007, S. 8) genannten Tätigkeiten beim Bearbeiten von FERMI-Aufgaben erscheinen *grundsätzlich* sinnvoll, erfordern allerdings eine andere Strukturierung, da die Aspekte auf unterschiedlichen Ebenen liegen: So sind etwa das Ermitteln von Größen durch Schätzen und Überschlagen dem Aufgabentyp *grundsätzlich* immanente Tätigkeiten und nehmen eine übergeordnete Funktion beim Ermitteln von Größenordnungen ein. Das Veranschaulichen sollte sich dem Ermitteln jener anschließen, um der Konsequenz eine Bedeutung zu geben. Verschiedene Arten der Datenbeschaffung sind Teil des Weges. Ein differenzierterer Vorschlag, der verschiedene Aspekte beim Arbeiten mit FERMI-Aufgaben ordnet, wird am Ende des Kapitels präsentiert (siehe ab S. 324).

Rückseite eines Briefumschlages möglich, die der exakten Lösung erstaunlich nahe kommt.

(Von Baeyer 1994, S.11)

Neben der Erläuterung des Begriffsinhalts stellt VON BAEYER – im Sinne einer prototypischen Begriffsbildung (vgl. hierzu Lambert 2006, S. 4 f.) – das Konzept der FERMI-Aufgaben anhand des klassischen Beispiels *Wie viele Klavierstimmer gibt es in Chicago?* vor:

Die seltsame Natur dieser Frage, die Unwahrscheinlichkeit, daß irgend jemand die Antwort kennt, und die Tatsache, daß Fermi diese Frage seinen Studenten an der Universität von Chicago gestellt hat, hat ihr den Rang einer Legende eingebracht. Es gibt keine korrekte Antwort (und genau darauf kommt es an), aber jeder kann Annahmen machen, die schnell zu einer Näherungslösung führen.

(von Baeyer 1994, S. 11)

Bei W. HERGET (2000, S. 16) etwa findet sich folgendes Vorgehen: Chicago habe ca. drei Millionen Einwohner. Bei einer durchschnittlichen Familiengröße von etwa drei Personen und unter der Annahme, dass etwa jede zehnte Familie ein Klavier besitze, kommt W. HERGET zu rund 100.000 Klavieren, die es zu stimmen gelte. Wenn ein Klavier im Schnitt alle zehn Jahre gestimmt werde, bedeute dies 10.000 zu stimmende Klaviere pro Jahr. Kümmere sich ein Klavierstimmer etwa um vier Klaviere pro Tag, bedeute dies bei etwa 250 Arbeitstagen im Jahr, dass eine Person etwa 1000 Klaviere im Jahr stimmen könne. Chicago müsse also etwa 10 Klavierstimmer haben (vgl. W. Herget 2000, S. 16). Die Unsicherheiten in den Annahmen führen natürlich zu einem mit Unsicherheit behafteten Ergebnis und damit auch in der Klasse zu Abweichungen. „Aber entscheidend ist die Erfahrung, wie man auf durchaus sehr unterschiedlichen Wegen dennoch zu Näherungen gelangt, die alle ‚im selben Bereich‘ liegen“ (W. Herget 2000, S. 16 f.).

Für Physiker sei die Herangehensweise an neue Experimente und Themen entsprechend einer FERMI-Aufgabe generell gängig, so VON BAEYER weiter:

Beginne niemals eine längere Rechnung, bevor du nicht den Bereich kennst, in dem die Antwort wahrscheinlich liegen wird (und, genauso wichtig, den Bereich, in dem die Antwort wahrscheinlich *nicht* liegt). Diese Physiker gehen jedes Problem so an, als wäre es eine Fermi-Frage, und schätzen zunächst die Größenordnung des Ergebnisses ab, bevor sie sich in eine genauere Untersuchung stürzen.

(von Baeyer 1994, S. 12; Hervorhebung im Original)

VON BAEYER (1994) grenzt in seinem Beitrag FERMI-Aufgaben von Denksportaufgaben ab: „Im Gegensatz zu den Denksportaufgaben kann eine Fermi-Frage nie durch logische Schlußfolgerungen allein beantwortet werden und ist immer eine

Näherung. [...] Zudem benötigt man zur Lösung eines Fermi-Problems Informationen, die in der Fragestellung nicht ausdrücklich erwähnt sind“ (von Baeyer 1994, S. 11). Zentral bei der Aufgabenart seien demnach also das Beschaffen von Daten und das eigenständige Ermitteln einer Näherungslösung mittels des gesunden Menschenverstandes und begrenztem Fachwissen (vgl. ebd., S. 12):

Fermis Absicht war es zu zeigen, daß man von den unterschiedlichsten Annahmen ausgehen kann und trotzdem zu Abschätzungen gelangt, die alle im Bereich der richtigen Antwort liegen, obwohl man anfangs noch nicht einmal eine Ahnung von der Größenordnung der Antwort besaß.

(von Baeyer 1994, S. 11)

Dies stärke das Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten (vgl. auch W. Herget 1999, S. 7; 2012, S. 33):

Zu einer Antwort nur ehrfürchtig aufzuschauen oder sie jemand anderes finden zu lassen, führt nämlich zu einer Verarmung: Es beraubt einen des Vergnügens und des Stolzes, die mit der Kreativität verbunden sind, und enthält einem eine Erfahrung vor, die uns mehr als andere im Leben mit Selbstvertrauen ausstattet. Umgekehrt ist Selbstvertrauen eine wichtige Voraussetzung, um Fermi-Probleme zu lösen.

(von Baeyer 1994, S. 13)

Die Aufgaben fordern und fördern bezüglich des Umgangs mit **Ungenauigkeit** W. HERGET (2006) zufolge „ein souveränes Umgehen sowohl mit Informationsfülle als auch mit Informationsdefiziten“, „ein Gefühl für Größenordnungen und Abschätzungen“, ein Gefühl zum „Unterscheiden in wichtig und unwichtig“ (W. Herget 2006, S. 192). Ähnlich stellt GUIDO BEERLI (2003) das Ermitteln einer Größenordnung trotz unscharfer Datenlage, auch durch unterschiedliche Modellierungsansätze, das Einbetten von Größen in vorhandene Vorstellungen, etwa durch Vergleiche, sowie das Arbeiten mit sinnvoller Genauigkeit durch Reflexion des Themas auf der Meta-Ebene als bedeutsame Chancen beim Arbeiten mit FERMI-Aufgaben heraus (vgl. Beerli 2003, S. 90). Darüber hinaus verweist er darauf, dass im Rahmen des Aufgabenformates häufig auch „quantitative Angaben aus den Medien [...] recht einfach durch die Jugendlichen selbst auf ihre Glaubwürdigkeit geprüft werden können, was sich fraglos positiv auf das Selbstvertrauen auswirkt“ (ebd.) (siehe hierzu auch S. 334 sowie etwa das Beispiel in Unterunterabschnitt 5.2.2.2.5 – *Können die Angaben stimmen?*).

Im Hinblick auf die Anliegen der *Passt-so-Mathe* (siehe Abschnitt 5.1.2) gilt es, Bescheidenheit im Umgang mit Genauigkeit und Toleranz für Ungenauigkeit zu entwickeln, denn „eine exakte Antwort [ist, K. W.] nur schwer zugänglich oder prinzipiell nicht möglich“ (Peter-Koop 2001, S. 68) bzw. auch nicht nötig. Dass sich diese Kompetenzen nicht von selbst einstellen, sondern Diskussionen und Reflexi-

onen erfordern, schildert W. HERGET auf Basis seiner Erfahrungen mit Foto-Fragen im Unterricht – hierbei bildet ein Foto den Ausgangspunkt der Daten- und Informationsbeschaffung²¹⁰ (vgl. dazu W. Herget et al. 2001; W. Herget 2012, S. 32 ff.; W. Herget & Klika 2003; Lambert 2006, S. 9 ff.):

Die Ergebnisse werden zunächst durchweg [...] mit einer viel zu hohen Genauigkeit angegeben. Die Diskussion über die regelmäßig weit auseinander liegenden Ergebnisse in der Klasse sollte dann zu einer angemessenen ‚Bescheidenheit‘ führen – im Sinne eines Bescheidwissens über die bei derartigen Aufgaben grundsätzlich unvermeidbare Ungenauigkeit der Ergebnisse.

(W. Herget 2006, S. 191)

Zusammenfassend sehe ich als übergeordnetes inhaltliches *Ziel* beim Arbeiten mit FERMI-Aufgaben im Mathematikunterricht das Ermitteln einer Größenordnung – insbesondere durch die Tätigkeiten des Schätzens und Überschlagens. Charakteristisch ist die unzureichende Datenlage, die zunächst ein methodisch vielfältiges Beschaffen von Daten und Informationen – auf unterschiedlichen *Wegen* – erforderlich macht: So können etwa auf Basis von Alltagswissen plausible Annahmen getätigt werden, Experimente sind auch eine mögliche Quelle eigener Messungen (hierzu zählen ebenso Befragungen). Auch Abbildungen wie Fotos oder Karten sowie Recherchen können der Daten- und Informationsbeschaffung dienen. Meist liegt eine Kombination dieser Tätigkeiten vor. FERMI-Aufgaben erfüllen damit ein Kriterium „wirklicher Anwendung“ im Sinne LIETZMANNs:

Was ist denn nun aber das Entscheidende in den Anwendungsaufgaben? Wenn man alles Zurechtgemachte vermeidet, vor allem künstliche Ausgangswerte, die glatte Ergebnisse verbürgen, so trifft man schon eins der Merkmale einer wirklichen Anwendung. Nützlich ist es, wenn der Schüler die in die Rechnung oder Zeichnung eingehenden Werte selbst durch Messung, Beobachtung, aus Tafelwerken oder auf irgendeinem anderen Weg sich verschaffen muß. Er bekommt dann einen Begriff von dem Grad der Zuverlässigkeit und kann die Genauigkeit, die bei der Durchführung der Aufgaben zu erwarten ist, beurteilen. Er wird insbesondere nach Erledigung des mathematischen Teils feststellen, inwieweit sein Ergebnis brauchbar ist.

(Lietzmann et al. 1968, S. 24 f.)

Die hierdurch gewonnenen Erkenntnisse über die Sache können durch *Veranschaulichung* mittels Vergleichen und geeigneter Darstellungen ihre Wirkung in der Welt entfalten, indem die Erkenntnisse (auch für andere) zugänglich gemacht werden – also auch Größenvorstellungen entwickelt werden (*Was bedeuten die Angaben?*). Um Kommunikation über die Überschlagsrechnung zu ermöglichen und auch deren aufklärerische Absicht wirksam werden zu lassen, ist beim Arbeiten Transparenz (siehe dazu auch S. 310 und S. 317) ein wichtiges Qualitätskriterium

²¹⁰ siehe dazu auch das Beispiel in Fußnote 206

(Sind die Annahmen/ Vorgehensweisen/ ... nachvollziehbar/ sinnvoll/ zuverlässig/ ...?). Alle Schritte bzw. Tätigkeiten müssen durch die Metaebene der *Reflexion* über eine sinnvolle Genauigkeit im Rahmen der Aufgabenbearbeitung begleitet werden, sodass FERMI-Aufgaben einen Beitrag zur *Passt-so-Mathe* leisten.

Hieraus ergibt sich das folgende graphische **Modell** (siehe Abb. 30), welches die Aspekte beim Arbeiten mit FERMI-Aufgaben strukturierend bündelt und dabei zwischen angestrebten Zielsetzungen und Wegen zum Erreichen dieser differenziert (siehe dazu auch die Kritik an der Einteilung von BÜCHTER et al. in Fußnote 209).

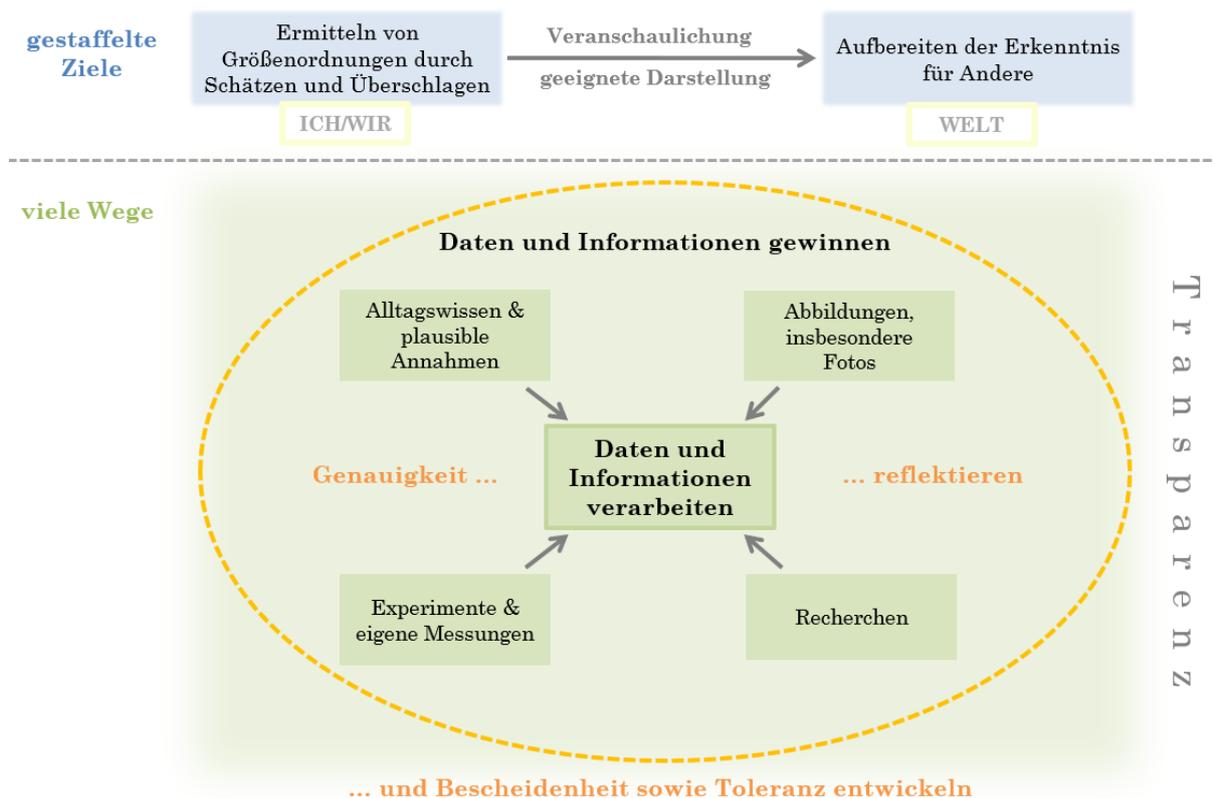


Abb. 30: Modell zur Strukturierung zentraler Aspekte beim Arbeiten mit FERMI-Aufgaben (eigene Darstellung)

Den folgenden Aufgabenbeispielen, insbesondere jenen in Unterabschnitt 5.2.2.2, lege ich dieses Verständnis von FERMI-Aufgaben zugrunde. Es müssen bei solchen Problemen mit Bezug zum Rest der Welt drei der folgenden Kriterien erfüllt sein:

- Interesse an einer Näherungslösung, die sich ggf. mit dem begründeten Ermitteln einer Größenordnung bescheidet
- Notwendigkeit der *eigenen* Datenbeschaffung aufgrund einer unzureichenden Daten- und Informationslage in der Aufgabenstellung
- Möglichkeit des Schätzens bei der Datenermittlung
- Entwicklung von Größenvorstellungen durch Veranschaulichen einer Größenordnung

5.2 BNE-FERMI-Aufgaben

5.2.1 Belebung der *Passt-so-Mathe* und Förderung von BNE

BNE und Mathe können sich **wechselseitig** befruchten (vgl. Abb. 31): Die Nachhaltigkeitsthematik liefert Anwendungskontexte zum Modellieren, in denen Potentiale und Grenzen von Mathe zur Entscheidungsfindung sichtbar werden. Der Mathematikunterricht stellt Werkzeuge zum Bearbeiten von Problemstellungen aus diesem Kontext bereit und fördert damit BNE – indem er etwa einen *Beitrag* zum Verstehen und zur Urteilsbildung leistet.

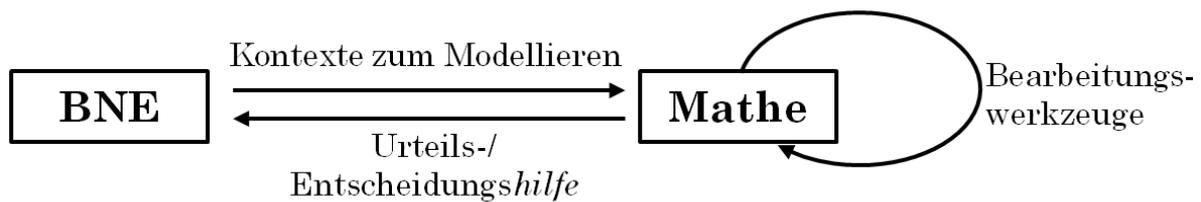


Abb. 31: wechselseitige Beziehung zwischen BNE und Mathe (eigene Darstellung)

Der Umgang mit Ungenauigkeit nimmt dabei eine wichtige Rolle ein (vgl. Abb. 32):

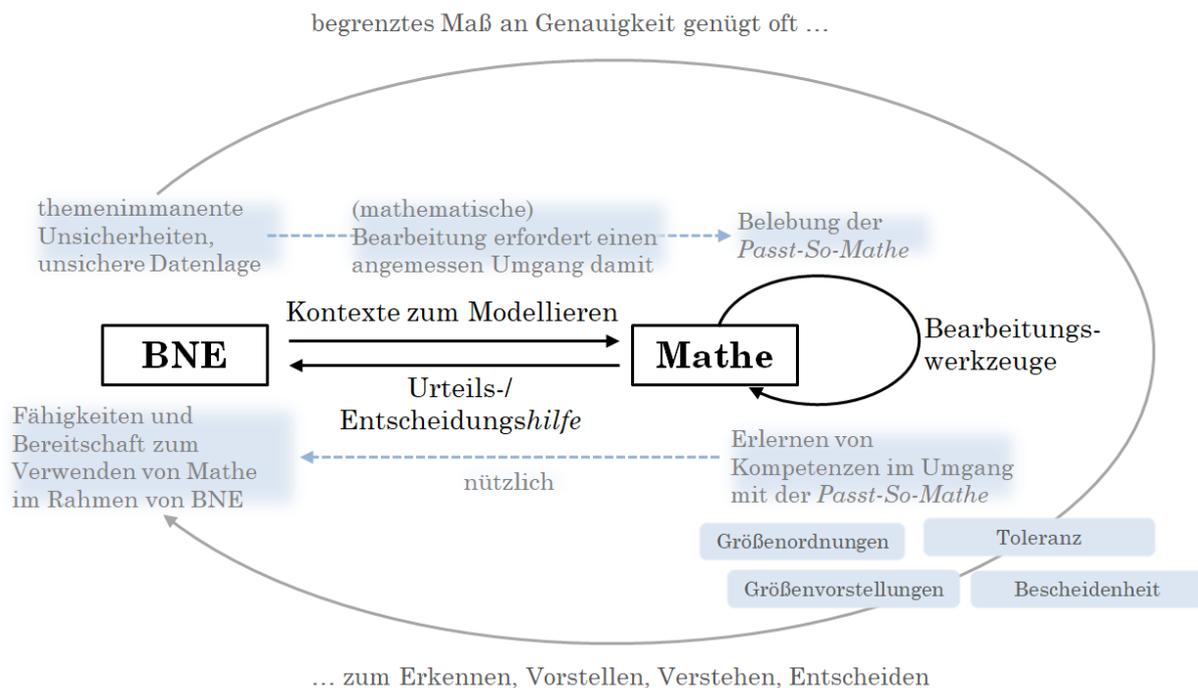


Abb. 32: Umgang mit Ungenauigkeit im Rahmen der wechselseitigen Beziehung zwischen BNE und Mathe (eigene Darstellung)

Die Bearbeitung von Nachhaltigkeitskontexten im Mathematikunterricht erfordert durch die der Thematik immanenten Unsicherheiten (siehe Unterabschnitt 1.1.2.2, ab S. 43) – also etwa mangelnde Datenlagen oder das Fehlen einfacher/klarerer deterministischer Modelle, die auf eine eindeutige Lösung führen – einen angemessenen Umgang mit Ungenauigkeit und belebt damit die *Passt-so-Mathe* im

Unterricht. So lautet es etwa in einer Überschrift einer Online-Zeitung: „Gletscher verlieren 335 Milliarden Tonnen Eis pro Jahr“ (Spiegel Online 2019). Zu diesem – sicherlich mit Unsicherheit behafteten Ergebnis – kommen Forscher auf Basis von Satellitenaufnahmen (vgl. ebd.). Laut NIEBERT (2016, S. 10) sind „Unsicherheiten und Risiken Teil der Lösung“ in einem nachhaltigkeitsorientierten Unterricht.²¹¹ Die „Präzisionsmathematik“ (nach Klein 1928) muss in solchen Kontexten mit unsicherer bzw. mangelnder Datenlage also angepasst werden. Das Entwickeln von Toleranz gegenüber unvermeidbarer Ungenauigkeit ist hier das Meta-Ziel (siehe *mögliche* Genauigkeit in Abschnitt 5.1.2, ab S. 306).

Mathe kann – im Rahmen der *Passt-so-Mathe* – dazu beitragen, mit dieser unsicheren Informationslage angemessen umgehen zu lernen: Sie kann den Umgang mit Ungenauigkeit zum Thema machen (siehe Abschnitt 5.1.3) und dadurch zum Ziel beitragen, „auch auf Basis der [...] unsicheren Informationslagen [...] Entscheidungen zu treffen“ (Ohl 2018, S. 137). Es können Größenordnungen im Rahmen von Modellierungsprozessen ermittelt werden – um etwa Entwicklungstendenzen oder Probleme zu erkennen – sowie nachhaltigkeitsrelevante, meist große Größen veranschaulicht und damit zugänglich(er) gemacht werden. So nehme ich etwa im obigen Beispiel den im weiteren Zeitungsartikel präsentierten Vergleich – schmelzende Gletscher haben zuletzt einen Meeresspiegelanstieg von einem Millimeter pro Jahr verursacht – als Anlass zur Prüfung der Schlussfolgerung durch eigene Berechnungen und Recherchen (vgl. Wilhelm 2021b, S. 22 f.). Der Mathematikunterricht kann also durch einen angemessenen Umgang mit Ungenauigkeit Arbeitsweisen, Kompetenzen und Haltungen schulen, die für BNE – etwa den kritischen Umgang mit Daten und Aussagen oder Prognosen, aber auch das eigene Anstellen von Modellierungen zur Erkenntnisgewinnung – wesentlich sind.

Die Entwicklung von **Vorstellungen** von Größenordnungen durch geeignete Vergleiche ist im Rahmen von BNE vor dem Hintergrund verantwortlichen Denkens und der Bereitschaft zum verantwortlichen Handeln von besonderer Bedeutung: Isolierte, meist große Zahlen aus dem Bereich Nachhaltigkeit (z. B. im Kontext der Umweltverschmutzung, des Wasserverbrauchs usw.) scheinen nämlich *zunächst* wenig nützlich, um das Ausmaß einer Problematik zu erkennen, zu bewerten und

²¹¹ Ist die hier im Beispiel verwendete Genauigkeit in diesem Hinblick also sinnvoll und angemessen? Oder wäre es redlicher, ein mögliches Intervall anzugeben – um sichtbar zu machen, dass „Unsicherheiten [...] Teil der Lösung“ (Niebert 2016, S. 10) sind (siehe hierzu auch Abschnitt 5.1.3, S. 319)? Aufgaben, die zum Nachprüfen oder Ermitteln einer Größenordnung durch eigene Modellierungen auffordern und dabei einen angemessenen Umgang mit Ungenauigkeit zum Thema machen, können ferner auch eine solche Reflexion anstoßen über die – oft trügerische, zuweilen auch übertriebene – Genauigkeit der in Medienmeldungen verwendeten Größen und Zahlen (vgl. dazu auch Freudenthal 1985, S. 10; Schuppar & Humenberger 2015, S. 12). Hierzu noch ein Impuls aus einer Zeitung – der sich auch für die Unterrichtspraxis anbietet: Auf die Frage „Wie viele Parkplätze, Parkhäuser, Tankstellen und Straßenspuren werden nicht mehr für Pkws benötigt, wenn der Autoverkehr in Hamburg im gleichen Maße abnimmt wie in den letzten Jahren?“ (taz 2024) antwortet der Artikel mit: „2.746.237 m² werden in Hamburg bis 2030 frei, wenn die Verkehrswende weg vom Auto so weitergeht“ (ebd.).

ggf. darauf aufbauend Handlungskonsequenzen abzuleiten, da sie sich *kognitiv* der naiven Vorstellung entziehen (vgl. zum Veranschaulichen großer Zahlen auch Schuppar 2021):

Humans emit 29 trillion ^[212] [...] kilograms of carbon to the atmosphere each year. Like most other numbers that describe ecological quantities, it is a large number. But how much carbon is this? We cannot readily imagine this amount, let alone have a felt bodily sensation of it. This quantity is an abstraction that we put into the category of *large numbers*.

(Renert 2011, S. 21; Hervorhebung im Original)

Alle reden vom Klima. Von der leidenden Umwelt. Von E-Autos, CO₂-Werten und den Vorzügen des Fahrradfahrens. Fragt man aber zurück, wie viel Bio-müll denn wirklich in der Biotonne landet [...], welche Milch in der Produktion am meisten Wasser verbraucht [...], welche Menge Plastikmüll im Meer schwimmt [...], kommt das Vorstellungsvermögen rasch ans Limit. Zahlen nutzen uns dabei auch wenig, denn es handelt sich um gigantische, wenig greifbare Werte.

(Süddeutsche Zeitung 2022)

Und diese Unfähigkeit, ein Gefühl für große Zahlen zu haben, sei gerade im ökologischen Bereich besonders problematisch, führt RENERT fort:

When it comes to large numbers, our number sense is almost entirely divorced from any quantity sense. Humans' ability to count – that is to use numbers as symbolic representations of quantities – provides us with a powerful mechanism for storing, recalling, and manipulating cultural information. But humans' inability to feel large numbers is very problematic in our dealings with ecology and the environment.

(Renert 2011, S. 21)

Das Problem liegt nach ANTONIO DAMASIO darin begründet, dass Emotionen eine wichtige Rolle spielen, um eine Bereitschaft für nachhaltigeres Handeln zu entwickeln und um Entscheidungen zu treffen (vgl. dazu Renert 2011, S. 21).²¹³ Der Mathematikunterricht verfügt über das Potential, die in dem Nachhaltigkeitskontext auftretenden Größenordnungen durch Vergleiche zu veranschaulichen und damit vorstellbar(er) zu machen.²¹⁴ Diese kognitive Ebene ist Mittler für die erwähnte *emotionale* Komponente: Aufbauend auf den Vorstellungen über Größenordnungen können die Lernenden Empathie oder persönliche Betroffenheit fühlen. Dies

²¹² Ein einfacher Überschlag ergibt, dass die Größenordnung Billionen (dt.) ist.

²¹³ vergleiche zur Rolle von Emotionen und Erfahrungen im Rahmen von BNE auch Unterabschnitt 1.1.2.2, S. 46

²¹⁴ RÜDIGER VERNAY nennt als *eine* mögliche Strategie zur Veranschaulichung großer Zahlen aus dem Nachhaltigkeitskontext das Umrechnen in persönliche oder haushaltsübliche Mengen – er beschreibt dies am Beispiel von Importobst (vgl. Vernay 2020, S. 22 f.).

eröffnet den Zugang zu einer nachhaltigeren Gestaltung von Gegenwart und Zukunft.²¹⁵ VOLK erinnert – ganz ähnlich – bereits in den 1980er Jahren in Bezug auf die Umwelterziehung an das Problem, dass der Mathematikunterricht häufig affektiv-emotionale Aspekte verdränge: „Der übliche Mathematikunterricht arrangiert und reflektiert sich nur im kognitiv-rationalen Bereich. Er verdrängt den *affektiv-emotionalen Bereich*. Doch in dieser affektiv-emotionalen Komponente stellt sich Betroffenheit ein und entwickeln sich Motivationen auf wünschenswerte Denkprozesse und wünschenswertes Handeln hin“ (Volk 1987, S. 266; Hervorhebung im Original).

Medienberichte bedienen sich selbst häufig solcher Veranschaulichungen großer Zahlen, etwa: Im Meer schwimmen 150 Millionen Tonnen Abfall. Das entspricht 6122 Plastikbechern pro Kopf bezogen auf die gesamte Weltbevölkerung (vgl. Süddeutsche Zeitung 2022). Explizit versucht auch das Buch *Wie viel Regenwald passt auf dieses Brot?* von OLE HÄNTZSCHEL und MATTHIAS STOLZ (2021), die Nachhaltigkeit und die Klimakrise betreffende Werte zugänglich zu machen, indem es sie durch Vergleiche vorstellbar(er) macht und in Graphiken veranschaulicht. Laut D. WAGNER und BRENT DAVIS (2010) ist es aber wichtig, dass Schüler möglichst *eigenständig* Vergleiche entwickeln und diese auch einen Bezug zu ihren Erfahrungen und ihrem Lebensbereich aufweisen:

[...] is it possible for humans to develop a sense of huge quantities and the numbers that represent these quantities? Our sense, and our experience, is that it is indeed possible, but efforts must be anchored in individual students making comparisons that relate closely to their experience. Simply giving students an image to associate with large quantity is not nearly effective as prompting them to draw on their experiences to develop their own images.

(D. Wagner & Davis 2010, S. 45)

Im Rahmen von Modellierungen können Lernende solche Vergleiche selbst anstellen. Hierbei kann der Mathematikunterricht zum Erweitern des üblichen Repertoires an **Stützpunktwissen** um nachhaltigkeitsrelevante Größen beitragen.²¹⁶ Diese helfen, Maßnahmen und darauf beruhende Konsequenzen besser einschätzen zu können. Ein Beispiel hierzu aus einem Medienbericht: „Ein Liter Leitungswasser statt Mineralwasser pro Tag spart im Jahr ganze 70 Kilogramm Kohlenstoffdioxid“ (Wochenspiegel 2022).²¹⁷ Was diese Angabe bedeutet – viel, wenig, ...? – kann nur unter Rückgriff auf einen geeigneten Vergleich ersichtlich werden.

²¹⁵ vergleiche auch die Teilkompetenz „Empathie entwickeln“ im Rahmen von BNE, siehe Unterabschnitt 1.1.2.2, S. 46 ff.

²¹⁶ vergleiche Stützpunktwissen und Stützpunktvorstellungen in Fußnote 192

²¹⁷ Die Ersparnis bezieht sich auf den gesamten CO₂-Fußabdruck von Mineralwasser im Herstellungs- und Distributionsprozess (vgl. auch Süddeutsche Zeitung 2020). – Dieses Beispiel wird unterrichtspraktisch in Unterunterabschnitt 5.2.2.2.2 aufgegriffen und ausgearbeitet.

Hier kann der Unterricht die Schüler dazu anleiten, selbst nach geeigneten Vergleichsgrößen zu recherchieren und ein für sie besonders anschauliches Beispiel auszuwählen – nach und nach kann sich dann ein erweitertes Stützpunktwissen bei den Lernenden langfristig verankern; hier etwa der CO₂-Fußabdruck pro Person und Jahr. Eine weitere relevante Größe im Rahmen von BNE ist die Energie. Hier bietet sich ebenso verschiedenes Stützpunktwissen zum Veranschaulichen an, z. B. der durchschnittliche Stromverbrauch eines Zweipersonenhaushalts oder der Energiebedarf unterschiedlicher Haushaltsgeräte.²¹⁸ Hat sich solches Stützpunktwissen durch unterrichtliche Bearbeitungen, in denen Vergleiche und Veranschaulichungen zu Recherchen auffordern, etabliert, so kann flexibel auf sie zurückgegriffen werden – etwa auch beim kritischen Umgang mit Mediendaten. Konkret: Im oben erwähnten Buch *Wie viel Regenwald passt auf dieses Brot?* findet sich ein Vergleich des Energieverbrauchs zum Erhitzen eines Liters Wasser von der Raumtemperatur zum Siedepunkt je nach Art der Erhitzungsmethode. Die Angaben reichen von 115 kWh mit einem elektrischen Wasserkocher bis 231 kWh in der Mikrowolle (vgl. Häntzschel & Stolz 2021, S. 80). Unter Rückgriff auf geeignetes Stützpunktwissen kann der Fehler in der Größenordnung direkt erkannt werden – es handelt sich eher nur um Wattstunden.²¹⁹

Da bei vielen relevanten Fragestellungen betreffend den Themenbereich Nachhaltigkeit (grobe) Abschätzungen als Orientierungs- und damit Aufklärungshilfe **genügen** (siehe dazu auch Winter 1990a in Abschnitt 5.1.2, S. 309) – auch, weil die unsichere Datenlage oft nichts anderes erlaubt –, befruchtet BNE die *Passt-so-Mathe* im Unterricht: die Schüler erleben, dass ein begrenztes Maß an Genauigkeit zum Prüfen von Angaben, zum Erkennen oder Vorstellen usw. ausreicht – sie hat also ihren eigenen Wert; zu hohe Genauigkeitsanforderungen können sogar von der Sache ablenken. Bescheidenheit ist also das Meta-Ziel (siehe *nötige* Genauigkeit in Abschnitt 5.1.2, ab S. 306). Und vice versa liefert die *Passt-so-Mathe* damit einen Beitrag zu BNE, indem die gewonnenen – und mit Ungenauigkeit behafteten – Erkenntnisse aufklärend wirken, indem sie etwa helfen, das Ausmaß einer Problematik zu erkennen. Dass aus Sicht der Orientierungshilfe über die Sache die „Präzisionsmathematik“ (nach Klein 1928) nicht nötig ist, beschreibt etwa auch HANS G. SCHÖNWALD (1992):

Die mit den Zahlen beabsichtigte Orientierung wird nur dann erreicht, wenn ein hinreichendes Vorstellungsvermögen für große Zahlen in den relevanten

²¹⁸ Solche Recherchen oder auch eigene Datenerhebungen können auch fächerverbindend, etwa in Kooperation mit dem Physikunterricht, durchgeführt werden.

²¹⁹ Dies bewährt sich auch etwa vor dem Hintergrund des Stützpunktwissens, dass theoretisch eine Energiemenge von 1,16 Wh zum Erwärmen eines Liters Wasser um ein Grad Celsius nötig ist.

Situationen vorhanden ist. Dieses kann weniger über exaktes Rechnen als vielmehr über Fähigkeiten wie ‚Schätzen‘, ‚Überschlagen‘ und ‚Vergleichen‘ erreicht werden.

(Schönwald 1992, S. 23)

Beispielsweise fordert VERNAY seine Schüler auf, die in einem Zeitungsartikel mithilfe der Länge einer LKW-Schlange veranschaulichte Größenordnung der jährlich im Altkleidercontainer entsorgten Klamotten durch eigene Modellierungen und Berechnungen zu prüfen (vgl. Vernay 2020, S. 23).²²⁰ Dies macht einen angemessenen Umgang mit Ungenauigkeit nötig. Mathe – genauer: die *Passt-so-Mathe* – werde dabei in ihrer nützlichen Seite für den Alltag erlebbar und trage zur Aufklärung bei, indem der Unterricht auch den Blick über den Tellerrand des Faches ermögliche (vgl. ebd.).²²¹ Darüber hinaus regen Aufgaben dieser Art die Haltung zum kritischen Hinterfragen von Zahlen und Daten aus Medien an, und sie wirken damit einer unreflektierten Zahlengläubigkeit entgegen (vgl. W. Herget 1999, S. 7; Schuppar & Humenberger 2021, S. 11 ff.).²²² Auch dies ist ein Beitrag der *Passt-so-Mathe* zur Aufklärung. In einem Artikel, herausgegeben von der Bundeszentrale für politische Bildung, wird etwa die Problematik der Smartphone-Produktion und Nutzung thematisiert:

Über 50 Millionen Tonnen Elektroschrott fallen jährlich weltweit an. [...] Ein schmales Smartphone dürfte in diesem Müllberg zwar nicht viel ausmachen, doch in der Masse ist es ein gewaltiger Verursacher von Abfällen. Allein im Jahr 2020 wurden weltweit rund 1,28 Milliarden Stück verkauft. Dabei besteht der Großteil des Abfalls nicht aus den ausrangierten Geräten, sondern in dem Müll, der bei der Produktion entsteht. „Von 100 Prozent der Materialien, die verwendet werden, ergeben nur etwa 2 Prozent das Gerät, 98 Prozent sind Abfall“, sagt der Techniksoziologe Felix Sühlmann-Faul, der zum Thema Nachhaltigkeit forscht. 86 Kilogramm schwer wäre ein Rucksack, wenn man den Abfall, der bei der Produktion eines durchschnittlichen Smartphones entsteht, mit sich herumschleppen müsste. Das hat eine Studie des schwedischen Abfallwirtschafts- und Recyclingverbands Avfall Sverige ergeben.

(Selmar Schüle 2021, S. 7; Hervorhebung K. W.)

²²⁰ vergleiche auch das Beispiel „zu viel LebensMÜLLtel“ bei W. HERGET und LAMBERT (2019, S. 49), die einen Zeitungsartikel, in dem die in Deutschland in Haushalten weggeworfenen Lebensmittel auf gleiche Weise veranschaulicht werden, als Anlass zum Nachrecherchieren und Nachrechnen nehmen

²²¹ vergleiche dazu auch *gegenseitig Aufklären* im Achtsamen Unterricht, in dem das echte Einlassen auf den Kontext, welches ein zeitweises Überschreiten von Fachgrenzen beinhaltet, betont wird, um Möglichkeiten als auch Grenzen von Mathe bei ihrer Verwendung in der Welt zu erfahren (siehe Abschnitt 4.1.3 und 4.3.2)

²²² FREUDENTHAL (1982) beschreibt diese Haltung als charakteristisch für Mathematik: „Mathematik ist eine Geistesverfassung [...], und vor allem die Haltung, keiner Autorität zu glauben, sondern immer wieder ‚warum‘ zu fragen [...]“ (Freudenthal 1982, S. 140). Und fährt fort: „[...] Es gibt nichts in der Welt, das so ohne jede Kritik akzeptiert wird wie Zahlen. [...] Glaube an die Unfehlbarkeit der Zahlen wird Aberglaube. Das Gegengift ist die Frage ‚warum?‘ Eine geistige Haltung!“ (ebd.).

Artikel solcher Art bieten sich unter der leitenden Frage *Kann das stimmen?* für den Unterricht an. Dieses Beispiel kann den Wert des Überschlages verdeutlichen, denn das reicht hier bereits aus, um zu erkennen, dass die Größenordnung für das Gewicht des Müllrucksacks nicht passen kann – offensichtlich fehlt hier ein Komma (vgl. hierzu Wilhelm 2022b bzw. auch Herget & Lambert 2023).

FERMI-Aufgaben im Nachhaltigkeitskontext bilden ein geeignetes Format, in dem die geschilderte wechselseitige Beziehung zwischen Mathe und BNE fruchtbar realisiert werden kann: Bei der Bearbeitung gehen die Stärkung inhaltlich-mathematischer Kompetenzen im Sinne der *Passt-so-Mathe* und die Förderung von BNE Hand in Hand. Dies verdeutlicht folgendes Beispiel von K. MAASS (2009): „Inwieweit ist es möglich, das in unserer Stadt benötigte Brauchwasser durch Sonnenkollektoren auf den Dächern zu erwärmen?“ (ebd., S. 158). In dem von ihr erläuterten Bearbeitungsweg lassen sich mehrere Phasen mit unterschiedlichen (mathematischen) Schwerpunkten identifizieren:

- (1) Ermitteln von Größenordnungen
- (2) Veranschaulichung der ermittelten Größenordnung durch Vergleichen
- (3) Reflexion und Diskussion im Sachkontext
 - a) hinsichtlich der mathematischen Modellierung
 - b) hinsichtlich der Sachebene, unter Einbeziehung weiterer nicht-mathematischer Faktoren

Diese gestalten sich bei K. MAASS konkret wie folgt: Zunächst wird die durch Solarkollektoren potentiell zu erzeugende Energiemenge in der Stadt ermittelt (1). Hierzu müssen die Lernenden relevante Daten und Informationen gewinnen, z. B. den Energiegewinn von Sonnenkollektoren pro Quadratmeter, den Energiebedarf zum Erhitzen von Wasser, die Größe der (nutzbaren) Dachflächen der Stadt (vgl. ebd., S. 158 f.). Dabei spielen verschiedene Arten der Daten- und Informationsbeschaffung (siehe Abschnitt 5.1.4, Abb. 30), etwa Recherchen und auch Schätzungen von Werten, die sich nicht oder nur mit größerem Aufwand recherchieren lassen (z. B. Anzahl der Häuser oder Ausrichtung der Dachflächen), eine Rolle. Situationsbedingte Unsicherheiten führen zu Ungenauigkeiten in den Annahmen und damit später auch zu Abweichungen in den Ergebnissen – das müssen die Schüler aushalten (lernen) (Meta-Ziel der Toleranz). In dieser Phase werden bei K. MAASS auch Vereinfachungen der Modellbildung, etwa eine fehlende Berücksichtigung jahreszeitlicher Schwankungen oder von Transportmöglichkeiten der Energie zwischen Häusern, mitdiskutiert (vgl. K. Maaß 2009, S. 159). Dieser letztgenannte Aspekt ist in obiger Systematisierung in Aspekt (3a) – der Reflexion der mathematischen Modellierung – aufgehoben, weil er im Anschluss an die Problembearbeitung zur Ableitung einer Konsequenz (erneut) mitberücksichtigt werden muss. Die Größenordnung für die erzeugbare Energie wird im Beispiel von den Lernenden

schließlich mit etwa 57 000 000 kWh angegeben (vgl. ebd., S. 160). Aufgrund der situationsinhärenten Unsicherheiten ist bei der Ergebnisangabe Bescheidenheit gefragt – vielleicht auch etwas mehr als hier, etwa durch die Angabe eines Intervalls anstatt zwei gültiger Ziffern (siehe hierzu auch Abschnitt 5.1.3, S. 319).

Im Anschluss kann ein Vergleich der durch die Solarkollektoren potentiell zu gewinnenden Energiemenge mit dem Energiebedarf der Stadt zur Erzeugung von Warmwasser erfolgen (2). Hierdurch wird die ermittelte Größenordnung veranschaulicht und eine Vorstellung von dieser erzeugt. Auch hierbei spielen Schätzungen und Überschläge eine Rolle, etwa zur Ermittlung des Warmwasserbedarfs einer Person bzw. der Stadt. Im Beispiel ermitteln die Schüler einen Wert von 10 000 000 kWh (vgl. K. Maaß 2009, S. 160).

Abschließend erfolgt die Diskussion der Fragestellung unter Rückgriff auf die zuvor durchgeführte Modellierung und die abgeleiteten Konsequenzen (3). Hierzu gehöre ein „kritischer Rückblick“ (ebd.) und das Untersuchen der Aussagekraft der gewonnenen Ergebnisse. Dabei solle nochmals auf die Modelleinschränkungen (siehe oben) eingegangen werden (vgl. K. Maaß 2009, S. 160). In dieser Phase könne sich auch eine Diskussion weiterer, die Fachgrenzen der Mathe(matik) überschreitender Aspekte anschließen – etwa, ob man gesetzlich festgelegte Forderungen zur Ausstattung aller Häuser mit Solarkollektoren stellen solle (vgl. ebd.). Deutlich solle werden, dass sich Mathe bei der Bearbeitung der Problemstellung als nützlich erweist, sich aus ihr allerdings noch keine (eindeutige) Entscheidung ableiten lässt: „Dieses Unterrichtsbeispiel zeigt den Schülern exemplarisch, wie man mithilfe von Mathematik ökologische Fragestellungen bearbeiten kann, um basierend darauf umweltpolitische Entscheidungen zu treffen. Dabei kann Mathematik keine Entscheidungen ‚ausrechnen‘, wohl aber Handlungsspielräume ausloten, indem sie Entscheidungen durch konkrete Daten vorbereitet“ (K. Maaß 2009, S. 161). Konkret: Die Schüler können erkennen, dass – unter Beachtung der Annahmen – der Energiegewinn ausreichen würde, um die Häuser mit Warmwasser zu versorgen. Mathe hat damit *einen* Beitrag zur Diskussion leisten können. Die weltliche Situation und Entscheidungsfindung gestaltet sich allerdings komplexer, für eine (politische) Handlungsempfehlung spielen daneben beispielsweise auch finanzielle, ökonomische, sozial-ethische oder auch weitere ökologische Überlegungen eine Rolle (vgl. K. Maaß 2009, S. 160). So können sich hier Fragen für weitere Modellierungen anschließen, beispielsweise: Ab wann lohnt sich eine Investition in Solarkollektoren für jeden Einzelnen? In dem von K. MAASS vorgestellten Unterrichtsszenario schreiben die Schüler zum Abschluss eine begründete Empfehlung hinsichtlich der Ausgangsfragestellung – ob gesetzlich festgelegt werden sollte, dass alle Häuser bzw. nur Neubauten mit Solarkollektoren ausgestattet werden –, welche Zielkonflikte miteinbezieht und neben dem Ergebnis der Modellierung auch weitere (nicht-mathematische) Aspekte berücksichtigt (vgl. ebd., S. 161).

Ziel der Diskussion ist das Bewusstwerden dieser Fragen [z. B. Soll man keine derartigen Forderungen stellen? Welche Rolle spielen finanzielle Überlegungen? K. W.] und nicht die genaue Klärung der einzelnen Aspekte, wie etwa [...] der Finanzierung und das Finden eines gemeinsamen Konsenses. Im Gegenteil: Hinsichtlich der Ausgangsfrage sind viele Entscheidungen denkbar. Aus der mathematischen Berechnung kann keine eindeutige Handlungsanweisung folgen, es gibt mehrere Möglichkeiten. Eine wichtige Erkenntnis für die Schüler!

(K. Maaß 2009, S. 160)

Dieses Beispiel von K. MAASS zeigt, wie eine relativ schnell erläuterte Fragestellung umfangreiche mathematische Tätigkeiten der *Passt-so-Mathe* anstößt und hierbei die *Passt-so-Mathe* zugleich zur Aufklärung beiträgt und BNE fördert (vergleiche Wechselverhältnis in Abb. 32). Die oben identifizierten und systematisierten Tätigkeiten (1) bis (3), die sich im Beispiel als unterschiedliche Phasen der Bearbeitungseinheit äußern und ineinandergreifen, erlauben es, (zunächst) einzelne Aspekte als Bearbeitungsschwerpunkt zu setzen. Hierdurch lässt sich die Komplexität einer BNE-FERMI-Aufgabe reduzieren, und eine Bearbeitung wird dadurch auch für die alltägliche Unterrichtspraxis zugänglicher – insbesondere auch, weil sie weniger zeitaufwendig ist. Was die Progression betrifft, scheinen zunächst Aufgaben zur Veranschaulichung vorgegebener Größenordnungen ein geeigneter Einstieg in das Aufgabenformat und die Sachthematik (2). Gemäß dem Motto *Wenn die Angaben stimmen, was bedeuten sie dann?* ist hier die Aufgabe, die Größenordnungen durch geeignete Vergleiche zu veranschaulichen. Hierdurch kann sodann die Motivation der Lernenden erwachsen, gegebene Medienangaben zu hinterfragen und zu prüfen: *Können die Angaben stimmen?* Hier schließt sich die Ermittlung von Größenordnungen durch eigene Modellierungen an (1). Die Reflexion und Diskussion der Konsequenzen im Sachkontext (3) weist einen direkten Bezug zur zuvor durchgeführten Modellierung auf und findet daher sinnvollerweise im Zusammenspiel mit den Modellierungsaktivitäten statt.

Hieraus schälen sich dann zwei mögliche Schwerpunkte hinsichtlich des mathematischen Tuns für BNE-FERMI-Aufgaben heraus – die je nach Lernstand und Lerngruppe natürlich auch kombiniert, wie im Beispiel nach K. MAASS, angesprochen werden können:

- Veranschaulichung von angegebenen Größenordnungen
- Ermittlung von Größenordnungen und deren Veranschaulichung

Da sich das Aufgabenformat der FERMI-Aufgaben weitgehend auf elementare inhaltsbezogene Kompetenzen beschränkt – oft genügen schon Proportionalitätsargumente –, wird mit der Einschränkung auf dieses Aufgabenformat auch im nachfolgenden Abschnitt 5.2.2 an das eingangs formulierte Anliegen angeknüpft (siehe Unterkapitel 0.1, S. 6), möglichst *allen* Lernenden Mathe als Orientierungshilfe

bei der Auseinandersetzung mit nachhaltigkeitsrelevanten Fragestellungen erfahrbar zu machen. Dass hiermit dennoch durchaus (mathematisch) anspruchsvolle Ziele verbunden werden können, wie etwa das Modellieren oder der verständige Umgang mit Schätzungen und Größenordnungen, hat das Beispiel gezeigt. Auch FÜHRER beschreibt dies:

Meine Erfahrungen mit Abiturienten, Studenten und Referendaren haben mich aber überzeugt, daß die verständige Nutzung von Abschätzungen, Größenordnungen, [...] selbst im Rahmen dessen, was in jeder seriösen Tageszeitung unter den Stichworte Politik, Wirtschaft und Sport vorkommt, als durchaus anspruchsvolle Mathematik empfunden wird, die sicher nicht in sieben oder acht Schuljahren zum aktivierbaren Besitz gemacht werden kann.

(Führer 1997b, S. 55)

5.2.2 Konkret: BNE-FERMI-Aufgaben für den Unterricht

Aufbauend auf den vorangegangenen Erläuterungen werden nun (weitere) Beispiele für FERMI-Aufgaben in ihrem *neuen* Rahmen – der bewussten Wahl des Nachhaltigkeitskontextes – vorgestellt und diskutiert. Das im vorangegangenen Abschnitt 5.2.1 geschilderte Wechselspiel zwischen BNE und Mathe kann hier wirksam werden: Die Aufgaben können einerseits als Quelle nachhaltigerer Bildung fungieren und Aufklärung über die Sachsituation ermöglichen. Andererseits können sie einen reflektierten Umgang mit (Un-)Genauigkeit fördern und damit einen weiteren Aspekt mathematischen Tuns in den Unterricht integrieren.²²³

Die Aufgabenbeispiele eignen sich für den Einsatz praktizierender Lehrkräfte – daher befinden sich auch Arbeitsblätter im Anhang (siehe Anhang 7.4). Sie beabsichtigen die Integration in den *alltäglichen* Unterricht und sind daher nicht als umfangreichere Projekte angelegt. Daneben können die Beispiele Impulse geben, eigene Aufgaben zu generieren – lokal, aktuell, ... – oder bestehende abzuwandeln, auch vor dem Hintergrund Achtsamen Unterrichts.²²⁴

Folgende Aufgabenbeispiele werden im Folgenden kurz vorgestellt:

- Kassenbonnpflicht in Bäckereien (Wirtschaft) (Ab. 01 in Anhang 7.4.1)
- Leitungs- vs. Mineralwasser (Konsum) (Ab. 02 in Anhang 7.4.2)
- Aktion Schulradeln (Mobilität und Umwelt) (Ab. 03 in Anhang 7.4.3)
- Toastbrot-Müll (Konsum und Ernährung) (Ab. 04 in Anhang 7.4.4)
- Greenpeace: Ich zähle! (Konsum und Mobilität) (Ab. in Wilhelm 2021a)

²²³ vergleiche dazu auch *Sachrechnen als Beitrag zur Umwelterschließung* und *Sachrechnen als Lernstoff* bei WINTER (1985), in der vorliegenden Arbeit ab S. 262 bzw. S. 305

²²⁴ vergleiche dazu auch unterschiedliche Interessen der Lerngruppen an den Kontexten in Unterabschnitt 5.2.2.3

Neben ihrer Intention (sowohl mathematikdidaktisch als auch im Rahmen von BNE) werden mögliche Bearbeitungsschritte didaktisch reflektiert (siehe Unterabschnitt 5.2.2.2). Hieran schließen sich exemplarisch Einblicke in den Unterrichtseinsatz der Aufgaben an (siehe Unterabschnitt 5.2.2.3). Abgerundet wird der Abschnitt durch einen kurzen Ausblick auf Grenzen des FERMI-Aufgabenformats hinsichtlich BNE (siehe Unterabschnitt 5.2.2.4). Vor dem Hintergrund des Achtsamen Unterrichts halte ich vorab noch zwei Bemerkungen zum Unterrichtseinsatz für wesentlich, auf die daher zunächst kurz eingegangen wird (siehe Unterabschnitt 5.2.2.1).

5.2.2.1 Das Fundament: Aufklärung im Achtsamen Unterricht

Als eine von zwei Säulen im Achtsamen Unterricht wurde das *gegenseitig Aufklären* fundiert. Es kann sich einerseits auf Aufklärung über die Welt durch Verwenden von Mathe(matik) beziehen, andererseits auf eine metakognitiv moderierte Aufklärung des eigenen mathematischen Tuns – beides als Beitrag zur Wertschätzung der Sache (siehe Abschnitt 4.3.2). Diese zwei Ebenen spielen hier im Rahmen der beispielgebundenen Erläuterungen zu BNE als Lerninhalt eine wichtige Rolle:

a) Aufklärung über die Welt mit BNE-FERMI-Aufgaben

Als Fundorte für die Ausgestaltung der Aufgaben dienten in erster Linie Zeitungen/Zeitschriften. W. HERGET und SCHOLZ verweisen darauf, dass das Medium der Zeitung geeignet sei, um einen Beitrag zu einer veränderten Aufgaben- und Unterrichtskultur zu leisten: „Die Zeitung zeigt das, was das Leben im Angebot hat – nutzen wir auch das für den Mathematikunterricht, als *einen* Beitrag zu einer veränderten Aufgaben- und Unterrichtskultur“ (W. Herget & Scholz 2007, S.73; Hervorhebung im Original). Auch G. SCHMIDT (1992) plädiert dafür, Medienmeldungen – konkret bezieht er sich auf solche, in denen Fehlinterpretationen aus dem mathematischen Modell für die Wirklichkeit gezogen werden – kontinuierlich und nach aktuellem Geschehen in den Unterricht einzubringen (vgl. G. Schmidt 1992, S. 15).

Ausgangspunkt der hiesigen Aufgaben ist jeweils ein Aspekt aus dem Nachhaltigkeitskontext, der einen Bezug zur Lebenswelt der Schüler aufweist, um die Umwelt als Mitwelt²²⁵ zu erfahren, nicht als Objekt des Lernprozesses (vgl. Hansjörg Seybold 1987, S. 94). Mathe organisiert sich um diese Sachsituation herum (vgl. dazu auch die Überlegungen von VOLK auf S. 264). Dies impliziert, dass sich die Aufgaben nicht einem bestimmten (bzw. einzigen) Teilgebiet der Schulmathematik oder gar dem aktuellen Stoff des Lehrplans zuordnen lassen. Sie ermöglichen stattdessen eine Auswahl geeigneter Verfahren aus dem bereits vorhandenen Werkzeugkasten, eine Kombination verschiedener Inhalte oder eine Entfaltung unterschiedlicher Vorgehensweisen bzw. Modelle zur Problembearbeitung.

²²⁵ im Sinne ANDELFINGERS, siehe Abschnitt 3.2.2, S. 141

Hiermit geht eine geöffnete Unterrichtsorganisation einher, die Abweichungen von der gewöhnlichen Fach-/Lehrplansystematik zulässt, zugunsten des Ernstnehmens der Lernenden – ihrer Lebenswelt – und zugunsten der Ganzheitlichkeit der Sache aus der Welt, die sich gewöhnlich nicht (eindeutig) einem mathematischen Stoffgebiet zuordnen lässt. Das theoretische Fundament hierfür bildet der Achtsame Unterricht (siehe Kapitel 4): In der Säule *gegenseitig Aufklären* wurde das Einlassen auf die außermathematische Sache im Unterricht fundiert, als Mittler, um Verantwortung in der *Einen Welt* – auch durch die Verwendung von Mathe – übernehmen zu können und zu wollen. Das Ernstnehmen der Sache impliziert dort in Anlehnung an ANDELFINGER (1993, S. 23), dass das Problem nicht primär unter der Intention der Anwendung eines speziellen mathematischen Inhalts gesucht wird, sondern dass sich in der Sache *auch* genügend Mathe wiederfinde (siehe etwa S. 169 und S. 176). Der erste Weg vom mathematischen Modell zum ausgewählten Sachproblem sei zum Teil problematisch, da dieser Weg häufig zu Einkleidungen führen könne:

Das mathematische Modell paßt sich das (nicht dem!) Sachproblem an. Dies ergibt starke Modellabweichungen gegenüber dem eigentlichen, unangepaßten Sachproblem. Sie führen z. T. zu so starken Verfremdungen der Realität, daß die Sachaufgaben ‚komisch‘ werden, obwohl sie oft modernste und aktuellste Fragen anschneiden. [...] Die Schulmathematik steht immer in der Gefahr, das Sachrechnen als Übungsfeld für mathematische Verfahren zu betrachten und die Sachprobleme als aktuell vertextete Aussageformen.

(Andelfinger 1979, S. 39)

In eine ähnliche Richtung argumentiert auch WINTER (1990a) in Bezug auf das Bürgerliche Rechnen – auf das von ihm postulierte Beachten der mathematisch-sachkundlichen Doppelnatur eines Gegenstandes wurde bereits im Konzept des Achtsamen Unterrichts Bezug genommen (siehe S. 260). Er fordert die Einbindung von modernen Themen und aktuellen Zahlen sowie mehr echten Realitätsbezug. Letzteres bedeutet für ihn, „Situationskomplexe“ als Ausgangspunkt mathematischer Bearbeitungen mit Wirklichkeitsbezug zu nehmen und sich von isolierten fachsystematischen Aufgaben zu distanzieren²²⁶:

Wir brauchen vielmehr [...] eine entschiedene Umorientierung im Gegenständlichen, nämlich eine Abkehr vom Lösen isolierter und letztlich doch nur fachsystematisch sinnvoller Übungsaufgaben und eine Hinwendung zum geistigen

²²⁶ In den Naturwissenschaften Chemie, Physik und Biologie wurde solch ein Ansatz, lebensweltliche Kontexte als Ausgangspunkt der Entwicklung von und Auseinandersetzung mit Fachinhalten – und insbesondere deren Verwendungsbezüge in der Wirklichkeit – zu nehmen, im Rahmen eines vom BMBF und den beteiligten Bundesländern geförderten Forschungs- und Entwicklungsprojekts „Chemie/Physik/Biologie im Kontext“ zu Beginn der 2000er beforscht und unterrichtspraktisch ausgearbeitet (vgl. hierzu etwa Ilka Parchmann et al. 2008, S. 10 ff.). Die Informatik greift die Grundideen der Kontext-Projekte als Vorbild für die Unterrichtsentwicklung auf (vgl. Gesellschaft für Informatik e. V. 2008, S. 4).

Ordnen und Deuten von Situationskomplexen [...], die für prinzipiell alle Menschen nachweislich wichtig sind.

(Winter 1990a, S. 135)

Die damit verbundene fehlende Zuordnung zu einem Lehrplanschnitt oder dem aktuellen Stoff mag für den Schulunterricht zunächst ungewohnt erscheinen, wie auch J. MAASS (2015) beschreibt:

Wenn wir uns [...] von der Neugier und dem Wunsch, die Welt besser zu verstehen, dazu leiten lassen, Phänomene aufzugreifen, Medienmeldungen nachzugehen oder Fragen zu beantworten, die aus Beruf und Alltag erwachsen, haben wir nicht immer eine eindeutige Zuordnung zu einem Stoffgebiet einer bestimmten Schulstufe. Aus unserer Erfahrung ist es sogar eher üblich, dass verschiedene mathematische Methoden zur Lösung herangezogen werden können oder müssen. Im Zuge der genaueren Untersuchung einer Grafik aus einer Zeitschrift brauchen wir z. B. etwas Wissen aus der beschreibenden Statistik. Dabei stoßen wir zusätzlich auf eine Frage, die wir mit einer linearen Gleichung oder einer geometrischen Betrachtung lösen können. Für den Schulunterricht ist das ungewohnt, das Denken und Üben in kleinen Schubladen mit spezifischen Aufschriften ist einfacher.

(J. Maaß 2015, S. 72)

Solche Aufgaben können allerdings helfen, aus der Isolation einzelner Stoffgebiete der Mathe(matik) hervorzutreten, und sie können Vernetzungen auf zwei Ebenen fördern: Vernetzungen zwischen mathematischen Inhalten und zwischen Mathe und der Welt (vgl. J. Maaß 2015, S. 72 f.).

Die hier eingeschlagene Richtung – von der Sache her gedacht, nicht von der Fachsystematik – bedeutet wiederum, dass sich die Aufgaben erst dann eignen, wenn ein bestimmtes „mathematisches Grundreservoir“ (Andelfinger 1979, S. 43) vorhanden ist. Da bei FERMI-Aufgaben nur grundlegende mathematische, inhaltsbezogene Kompetenzen erforderlich sind (siehe oben), können diese bereits früh in den Unterricht integriert werden und im Rahmen von BNE dennoch eine redliche Thematisierung von Nachhaltigkeitsaspekten erlauben. Sie können damit zum Wertschätzen der Sache beitragen, indem die Lernenden erleben, dass sich bei der Bewältigung der außermathematischen Sache die bereits erlernte Mathe als nützlich erweist, und indem Mathe hilft, eigene Gestaltungsspielräume zu erkennen oder auszuloten (siehe S. 268):

Zum Bearbeiten der aus den Zeitungstexten [...] gewonnenen Aufgaben erweisen sich die im Unterricht behandelten mathematischen Routinetätigkeiten als hilfreich oder sogar notwendig. Die Schülerinnen und Schüler erleben Mathematik als Hilfsmittel zur Lösung realer Probleme, und ihnen kann sich so

die Bedeutung der Mathematik für ihre persönliche und fachliche Bildung erschließen.

(W. Herget & Scholz 2007, S. 64)

b) Metakognitiv moderierte Aufklärung beim Treiben von Mathe mit BNE-FERMI-Aufgaben

Für die unterrichtspraktische Bearbeitung der Aufgaben schlage ich zwei Spalten vor: „Lösung | Was ich mir dabei gedacht habe“. Durch die Verschriftlichung der Gedanken in der zweiten Spalte können metakognitive Fähigkeiten der Lernenden gefördert werden (vgl. Sjuts 2021, S. 56; Vorhölter 2019, S. 182). Insbesondere beim FERMI-Aufgabenformat ist dies aufgrund der Offenheit und der damit verbundenen zentralen Bedeutung des Tätigens von Annahmen relevant – von der Planung bis zur Rückschau:

Metakognition bedeutet Denken über das eigene Denken und Steuerung des eigenen Denkens. Dazu gehören Vorausschau, Innehalten und Rückschau. Metakognitive Aktivitäten bestehen darin, die vor, während und nach einer Aufgabenbearbeitung liegenden Tätigkeiten, also Planung, Überwachung und Reflexion, genau und gründlich zu betreiben.

(Sjuts 2021, S. 56)

Die schriftliche Erläuterung „Was ich mir dabei gedacht habe“ regt ausdrücklich zum Explizieren und Kontrollieren des eigenen Denkens an (vgl. Sjuts 2021, S. 58). Die Verbalisierung des Vorgehens und der Lösungsschritte sei auch eine Unterstützung zum Erwerb von Lernstrategien, deren Förderung von SCHWARZER und JERUSALEM (2002, S. 47 f.) als wesentliche Maßnahme zur Entfaltung von Selbstwirksamkeit betont wird:

Solche Verbalisierungen, etwa durch den Lehrer als Modell oder durch den Schüler selbst, erleichtern dem Schüler das Lernen, weil sie seine Aufmerksamkeit auf wichtige Aufgabenmerkmale lenken, Prozesse der Encodierung und Speicherung unterstützen, systematische Vorgehensweisen beim Arbeiten fördern und die Erfahrung mit sich bringen, den Lernprozess kontrollieren zu können, was wiederum die Selbstwirksamkeit erhöhen kann (Schunck 1989).

(Schwarzer & Jerusalem 2002, S. 48)

Solche metakognitiven Bestandteile sind im Achtsamen Unterricht einerseits in der Säule *gegenseitig Aufklären* aufgehoben, im Sinne der Reflexion des eigenen mathematischen Tuns, der eignen Möglichkeiten des Denkens usw. (siehe Unterabschnitt 4.3.2.1). Sie tragen – in Kombination mit an die Aufgabenbearbeitung anschließenden Reflexionsfragen (siehe Arbeitsblätter in Anhang 7.4) – auch zum Ernstnehmen der Lernenden bei, indem sie u. a. gelingende Momente sichtbar machen und damit zum selbstwirksamen Lernen beitragen können (siehe Unterabschnitt 4.3.1.3, insbesondere ab S. 241).

5.2.2.2 Beispiele für BNE-FERMI-Aufgaben

5.2.2.2.1 Kassenbonnpflicht in Bäckereien (Wirtschaft)

Die Aufgabe²²⁷ (Ab. 01 in Anhang 7.4.1)

„Bon- und Müllwahnsinn“: Bäckereien warnen vor 5 Milliarden Kassenbons



Kassenbon-Pflicht auch für Brötchen? Der Zentralverband des Bäckerhandwerks warnt vor Müll-Wahnsinn.

Ab 2020 unterliegt der deutsche Einzelhandel einer neuen Pflicht zum Kassenbon. Allein die Bäckereien fürchten dadurch fünf Milliarden neue Papierbons pro Jahr – dabei gäbe es bessere Lösungen.

Abb. 33: Kassenbonpflicht in Bäckereien (nacherstellt in Anlehnung an Wirtschaftswoche Online 2019, 15. November)

Der Artikel von Wirtschaftswoche Online (2019) gibt Anlass für folgende Fragen:

- (1) *Fünf Milliarden neue Kassenbons allein bei Deutschlands Bäckern im Jahr – so der Zentralverband des Bäckerhandwerks im Artikel. Kann das stimmen? Prüfe durch eigene Schätzungen und Berechnungen.*
- (2) *Findest du die folgenden Vergleiche passend? Damit könnte etwa 25-mal die Erde umwickelt oder zweieinhalbmal die Strecke von der Erde zum Mond gelegt werden. Rechne nach.*
- (3) *Finde einen eigenen Vergleich zur Veranschaulichung des „Bon- und Müllwahnsinns“.*
- (4) *Welche Argumente könnten dafür oder dagegen sprechen, die Kassenbonpflicht einzuführen? Welche Alternativen wären denkbar? Diskutiert in eurer Gruppe.*

²²⁷ vergleiche dazu auch (Wilhelm 2020, S. 29) bzw. (Herget & Lambert 2020, S. 48)

Primäre didaktische Intention

Im Beispiel wird sowohl das Prüfen der vorgegebenen Größenordnung durch eigene Berechnungen als auch deren Veranschaulichung angeregt.

Aus Sicht von BNE ist dieses Beispiel einerseits bedeutsam, da hier exemplarisch Zielkonflikte zwischen verschiedenen Dimensionen (z. B. Ökologie vs. Ökonomie) auftreten und daher Interessen abgewogen werden müssen (siehe Abschnitt 1.1.1, S. 27 bzw. emanzipatorische Sichtweise auf BNE in Unterkapitel 1.1.2.2). Andererseits können die Lernenden erfahren, dass in diesem Kontext durch die politischen Rahmenvorgaben den direkten persönlichen Handlungsmöglichkeiten zur nachhaltigeren Entwicklung Grenzen gesetzt sind. Hierdurch wird individuelle Überforderung vermieden sowie die Notwendigkeit einer politischen Partizipation verdeutlicht (siehe Unterabschnitt 1.1.2.2, S. 44).

Didaktisch reflektierte Impulse zur Bearbeitung

In Deutschland leben etwa 80 Millionen Menschen. Angenommen, jeder besucht durchschnittlich einmal wöchentlich eine Bäckerei, so ergeben sich jährlich etwa 4 Milliarden Bäckereibesuche und damit Kassenbons.

Da die Eingangswerte aufgrund von Unsicherheiten in den Annahmen grob sind, ist beim Vergleich mit der Behauptung in den Medien Bescheidenheit und Toleranz gefragt: Der selbst errechnete Wert weicht zwar ab, aber die Größenordnung passt. Eine Variation in den Annahmen – dies ergibt sich wahrscheinlich auf ganz natürliche Weise im Unterricht, wenn verschiedene Gruppen ihre Werte vergleichen – kann zu einer Reihe an möglichen Lösungen führen: Bei nur wenig mehr Bäckereibesuchen pro Woche ergeben sich etwa 5 Milliarden Kassenbons. Sinnvoll kann für die Lernenden hier aufgrund der groben Annahmen die Angabe eines Intervalls statt einer Punktschätzung als Ergebnis erlebt werden (siehe Abschnitt 5.1.3, S. 319).

Schätzt man die Länge eines Kassenbons etwa zwischen 10 cm und 15 cm, so entspricht dies bei den genannten 5 Milliarden Kassenbons einer Länge zwischen 500.000 km und 750.000 km. Mit einer Äquatorlänge von etwa 40.000 km ergeben sich etwa 12 bis 19 Erdumwicklungen.

Auch hier ist es angemessen, aufgrund der Unsicherheiten in den Ausgangsdaten mit einem Intervall zu arbeiten. In der Zeitschrift ist von etwa 25 Erdumwicklungen die Rede. Dies kann zum Erkunden funktionaler Zusammenhänge anregen: Da die Anzahl der Erdumwicklungen proportional von der Länge eines Kassenbons abhängt, müsste eine Verdopplung des Eingangswerts eine Verdopplung des Ergebnisses bedingen. Die Modellierung in der Zeitschrift hat also eine Kassenbonnlänge von 20 cm zugrunde gelegt, da sich hieraus statt 12,5 dann 25 Erdumwicklungen ergeben. Ähnlich lässt sich auch durch Rückwärtsarbeiten von der im

Artikel genannten Anzahl an Erdumwicklungen auf die der Modellierung zugrunde gelegte durchschnittliche Kassenbonnlänge schließen.

Die Diskussionen von Zielkonflikten ist wichtiger Bestandteil von BNE (siehe oben) – diese werden hier im Beispiel relativ niederschwellig für die Lernenden greifbar: Beispielsweise sprechen aus politischer Sicht Aspekte des Steuerbetrugs dafür, aus ökologischer Sicht sprechen die Umweltbelastungen durch Ressourcenverschwendung dagegen. Dass solche Diskussionen auch in Mathe dazu gehören, um die Sache ernst zu nehmen, wurde im Achtsamen Unterricht begründet.

5.2.2.2.2 Leitungs- vs. Mineralwasser (Konsum)

Die Aufgabe²²⁸ (Ab. 02 in Anhang 7.4.2)



Abb. 34: Leitungs- vs. Mineralwasser (nacherstellt in Anlehnung an Wochenspiegel 2022, 21. Mai)

Der Artikel aus Wochenspiegel (2022) gibt Anlass für folgende Fragen:

- (1) Wenn die Angaben des Artikels stimmen, wie viel Kohlenstoffdioxid könnten wir als Klasse (und als Schule) jährlich (und in unserem ganzen Leben) sparen? Und wie viel wäre dies für ganz Deutschland? ... Und wie viel Wasser trinkst du eigentlich am Tag?
- (2) Was bedeuten die Angaben? Finde anschauliche Vergleiche. Kannst du dir hierdurch die Angaben besser vorstellen?
- (3) Wobei und wodurch könntest du in deinem Alltag weiteres Kohlenstoffdioxid einsparen?

²²⁸ vergleiche dazu auch (Wilhelm 2022b) bzw. (Herget & Lambert 2022, S. 49)

Primäre didaktische Intention

Diese Aufgabe legt den Fokus auf das Veranschaulichen angegebener Größenordnungen. Sie zeigt, dass der Nachhaltigkeitskontext anderes Stützpunktwissen²²⁹ über Größen erfordert, als der Mathematikunterricht gewöhnlich liefert – sonst entzieht sich die Gewichtsangabe der Vorstellung (siehe Abschnitt 5.2.1, S. 329).

Aus BNE-Sicht ist dieses Beispiel interessant, da der Kontext dafür sensibilisieren kann, dass kleine alltägliche Maßnahmen jedes Einzelnen das Potential für eine größere Wirkung haben – wenn viele/alle an einem Strang ziehen (siehe unten) (vgl. dazu auch Kriterien für die Auswahl geeigneter Themen für BNE in Unterabschnitt 1.1.2.2, ab S. 41, etwa Bezug zu lebensweltlichen Erfahrungen, individuelle Gestaltungsspielräume, ...).

Didaktisch reflektierte Impulse zur Bearbeitung

Bei einem geschätzten Mineralwasserkonsum von einem halben Liter pro Tag und Person bedeutet die Information aus dem Artikel für Deutschland jährlich ein Einsparpotential von etwa 3 Mio. Tonnen Kohlenstoffdioxid.

Für jeden Einzelnen ist dies ein Einsparpotential, welches ganz konkret mit einer Autofahrt von etwa 350 km vergleichbar ist. Die Verfügbarkeit solches Stützpunktwissens, also etwa der durchschnittliche CO₂-Ausstoß eines Autos auf 100 km, erweist sich hier als nützlich: Diese kognitive Ebene ist Mittler für die emotionale Ebene (siehe Abschnitt 5.2.1).

Für Deutschland ergibt eine Recherche zum Veranschaulichen der Größenordnung, dass alle innerdeutschen Flüge für etwa 2 Mio. Tonnen Kohlenstoffdioxid verantwortlich sind (nach utopia.de 2021). Das ist eine interessante Feststellung: Ohne große Qualitätseinbußen könnte Deutschland durch die Maßnahme also mehr CO₂ einsparen als durch das Streichen aller innerdeutschen Flüge. Solche Rechercheergebnisse eignen sich auch, um Kennzeichen eines *tragfähigen* Vergleichs zu diskutieren: Die Bezugsgrundlage ist hier nicht die gleiche, denn die Flugpassagiere auf innerdeutschen Flügen sind deutlich weniger als die gesamte Bevölkerung Deutschlands.

Die Aufgabe kann darüber hinaus den Diskurs über unterschiedliche Möglichkeiten zum Einsparen von CO₂ initiieren. Welche Maßnahmen haben welche Effekte? Und wie stehen die Maßnahmen im Verhältnis zu den Einbußen? Hieraus können sich weiterführende Modellierungen ergeben. Unter anderem kann – je nach Klassenstufe – das seit langem diskutierte Thema der Einführung eines Tempolimits auf Autobahnen aufgegriffen werden. Aussagen, dass durch die Einführung eines 130km/h-Limits auf Autobahnen die CO₂-Emissionen um 1,9 Millionen Tonnen pro Jahr reduziert werden können (nach Umweltbundesamt 2020), geben Anlass, um

²²⁹ vergleiche Stützpunktwissen vs. Stützpunktvorstellung in Fußnote 192

das Zustandekommen der Daten und Informationen zu reflektieren: Wie sieht die Modellbildung dahinter aus und welche Annahmen und Informationen sind zur Berechnung nötig? Diese Idee kann die Forderung von FISCHER aufgreifen, dem Reflektieren eine *eigenständige* Rolle zuzuweisen (siehe Kapitel 2, ab S. 123): So könnte die Offenlegung der hinter dem Tempolimit stehenden Modellierung der Experten Anlass sein, mit den Lernenden – also den Laien – das Modell, die Reduktionen und Schlussfolgerungen zu reflektieren und zu bewerten.

5.2.2.2.3 Aktion Schulradeln (Mobilität und Umwelt)

Die Aufgabe²³⁰ (Ab. 03 in Anhang 7.4.3)

Fact-Sheet:

Schulradeln – cycle 4 future



Wie funktioniert Schulradeln?
Mitmachen können neben Schülerinnen und Schülern auch Lehrkräfte sowie Eltern. Es gilt, möglichst viele Teammitglieder für die Schule zu gewinnen und möglichst viele Wege CO₂-frei mit dem Fahrrad zurückzulegen. Rad-Wettkämpfe und Training auf stationären Fahrrädern (Indoor-Bikes o.Ä.) sind dabei ausgeschlossen. Am Ende werden die fahrradaktivsten Schulen ausgezeichnet. Für den landesweiten Wettbewerb bildet jede Schule ein Team.

Worum geht es beim Schulradeln?
Die Kampagne Schulradeln wurde 2015 gemeinsam von der Gesellschaft für integriertes Verkehrs- und Mobilitätsmanagement (ivm) und dem Klima-Bündnis e.V. ins Leben gerufen. Mit der Kampagne soll erreicht werden, dass Kinder und Jugendliche mehr mit dem Rad fahren und das Fahrrad von allen Schulangehörigen vermehrt in den Schulalltag integriert wird. Die Schülerinnen und Schüler sollen mit der Kampagne für das Radfahren im Alltag und in der Freizeit fit gemacht und dazu motiviert werden, durch Radfahren aktiv zum Klimaschutz beizutragen.

2023 findet zum fünften Mal im Saarland der Wettbewerb Schulradeln statt. In diesem Jahr treten die Schulen vom 11. Juni bis 1. Juli 2023 in die Pedale und engagieren sich so für sichere Radwege und mehr öffentliche und politische Aufmerksamkeit für den Alltagsradverkehr.

Abb. 35: Kampagne Schulradeln Saar (nach Ministerium für Umwelt, Klima, Mobilität, Agrar und Verbraucherschutz 2023)

²³⁰ vergleiche dazu auch (Wilhelm 2022b)

Die Kampagne *Schulradeln Saar* (2023) gibt Anlass für folgende Fragen:

- (1) Wie viel CO₂ könnten wir durch die Aktion *Schulradeln* sparen, wenn die gesamte Schule teilnimmt und alle ihren Schulweg mit dem Fahrrad zurücklegen?
- (2) Ist das eigentlich viel oder wenig? Finde einen geeigneten Vergleichsmaßstab.
- (3) Welche anderen Argumente können dafür oder dagegen sprechen, am Schulradeln teilzunehmen?

Primäre didaktische Intention

Die Aufgabe erfordert Modellbildungsaktivitäten zur Ermittlung einer Größenordnung und deren anschließende Veranschaulichung. Aus mathematisch-inhaltlicher Sicht kann die Datenerhebung hier eine größere Rolle einnehmen: Es bietet sich die Planung und Durchführung einer eigenen statistischen Erhebung an. Sie ist damit eine umfangreichere/komplexere Modellierungsaufgabe, die – insbesondere in niedrigeren Klassenstufen – geeignete vorangehende Erfahrungen zu einzelnen Aspekten benötigt.

Aus Sicht von BNE lenkt die Aufgabe den Blick weg von Verlusten zu möglichen Gewinnen, wenn kollektive Gestaltungsräume genutzt werden (siehe Unterabschnitt 1.1.2.2, S. 46). Die Aufgabe knüpft durch die Lokalität (und Aktualität) der Kampagne unmittelbar an die Lebenswelt der Schüler an, was aus psychologischer Sicht für BNE förderlich ist (siehe Abschnitt 1.1.2.2, S. 45).

Didaktisch reflektierte Impulse zur Bearbeitung

Bei der Ermittlung der Größenordnung nimmt das Tätigen von Annahmen und die Daten-/ Informationsbeschaffung eine wichtige Funktion ein. Konkret sind etwa die Anzahl der Teilnehmenden, deren bisherige Verkehrsmittelnutzung auf dem Schulweg, die Länge des Schulwegs und der CO₂-Ausstoß des genutzten Verkehrsmittels zu berücksichtigen. Diese benötigten Daten und Informationen bieten ein weiteres Feld für unterschiedlich differenzierte Annahmen. Soll das Ergebnis zunächst eine grobe Orientierungshilfe sein, so ist Bescheidenheit das Meta-Ziel. Möchten die Lernenden den Wert (möglichst genau) mit dem auf der Homepage der Kampagne angegebenen Wert vergleichen, so dürfen die Annahmen auch etwas detaillierter ausfallen – der Modellbildungskreislauf kann dann erneut durchlaufen werden.

Hierbei können einzelne Informationen wie z. B. die Anzahl der Schüler und Lehrer der Schule relativ genau einbezogen werden. Andere Informationen, etwa die durchschnittliche Entfernung vom Wohnort zur Schule oder das bisher genutzte Verkehrsmittel, sind mit Ungenauigkeit behaftet – schließlich lassen sich nicht alle hiernach befragen, und möglicherweise ist dies auch nicht jeden Tag gleich.

Denkbar wäre, dass die Lernenden Informationen mithilfe einer Stichprobenbefragung von Schülern (und Lehrern) beschaffen – durch Hochrechnen ergibt sich dann ein mit Ungenauigkeit behafteter Wert oder ein Intervall an Werten (siehe S. 319).

Eine erste Orientierung kann folgende Überschlagsrechnung liefern: Zunächst wird angenommen, dass an der Aktion etwa 1000 Personen der Schule teilnehmen. Diese haben einen geschätzten durchschnittlich zurückzulegenden einfachen Schulweg zwischen 5 km und 10 km. Hieraus ergibt sich für den Zeitraum von 15 Tagen eine durchschnittliche Streckenlänge zwischen 150 km und 300 km, um zur Schule und wieder zurück nach Hause zu gelangen. Auf Basis von Erfahrungen und Befragungen in der Klasse wird der Anteil der bisher genutzten Verkehrsmittel in der Schule etwa wie folgt geschätzt: 50 % der Personen kommen bisher mit dem Bus, 40 % der Personen mit dem Auto und 10 % der Personen zu Fuß oder mit dem Fahrrad. Für die CO₂-Ersparnis werden zunächst nur jene 40 % berücksichtigt – angenommen, die Busse fahren weiterhin wie gewohnt, wenn diejenigen Schüler, die bisher den ÖPNV nutzen, für den Zeitraum auf das Fahrrad umsteigen. Diese 400 Personen könnten in dem Aktionszeitraum demnach etwa zwischen 60.000 km und 120.000 km mit dem Fahrrad statt dem Auto zurücklegen – wenn vereinfachend die durchschnittliche Entfernung aller zugrunde gelegt wird. Eine Recherche ergibt einen durchschnittlichen CO₂-Ausstoß eines Autos von 2,5 kg pro Liter (nach Helmholtz.de 2020). Bei einem geschätzten Durchschnittsverbrauch von 7 Litern pro 100 km erhält man so eine Masse zwischen 10.500 kg CO₂ und 21.000 kg CO₂, die der mit dem Auto zurückgelegte Schulweg aller Teilnehmer verursacht – und die somit durch den Umstieg auf das Rad eingespart werden könnte. Aufgrund der Unsicherheiten (siehe oben) sollte sich mit einem Ergebnis in der Größenordnung 10⁴ beschieden werden.

Bewusste Entscheidungen für Modellreduktionen spielen in dieser Phase eine wesentliche Rolle. Weitere Aspekte, die hier noch nicht berücksichtigt wurden und Anlass für weitere Modellierungsdurchläufe sein könnten, sind etwa: Einbezug der Lehrkräfte, unterschiedlicher CO₂-Ausstoß von Autos, Bestehen von Fahrgemeinschaften, Auswirkungen auf den Einsatz von Bussen (Verringerung durch Umstieg von ÖPNV auf Fahrrad) usw.

Zum Validieren bietet sich ein Vergleich mit den Angaben der Erhebung auf der offiziellen Homepage der Aktion an – wenn man zusätzlich noch das Freizeitverhalten einbezieht. Dabei ist zu beachten, dass in der Wirklichkeit nicht alle Personen der Schule teilnehmen – ein Umrechnen auf die Anzahl der Radelnden ist aber mit den Daten der Website möglich. Hierbei wird womöglich die Frage nach der Herkunft der Daten aufkommen – gerade vor dem Hintergrund der zuvor selbst durchgeführten Modellierung: Wie wurde auf der Seite von den gefahrenen Fahrrad-Kilometern auf die CO₂-Ersparnis geschlossen? Gab es eine Befragung zum vorher benutzten Beförderungsmittel? Ein möglicher Anlass, dass die Lernenden

einen Brief schreiben, in dem sie ihre Modellierung offenlegen und nach der von den Machern der Kampagne durchgeführten nachfragen.

Zur Öffnung des Problemfeldes kann sich eine umgekehrte Frage anschließen: *Wie schwer würde es uns fallen, pro Person und Jahr eine Tonne CO₂ einzusparen? Was würde das für jeden Einzelnen bedeuten?* Auf Basis von Schätzungen und Recherchen zu benötigten Daten und Informationen sowie darauf aufbauenden Berechnungen könnten die Schüler Einsparpotentiale in einem der folgenden Bereiche ermitteln: Ernährung, Mobilität, Konsum, Haushalt.

5.2.2.2.4 Toastbrot-Müll (Konsum und Ernährung)

Die Aufgabe²³¹ (Ab. 04 in Anhang 7.4.4)

25 MILLIONEN SCHEIBEN LANDEN IM MÜLL

Es gibt einen guten Grund, warum Sie Toast einfrieren sollten



Die Einwohner des Vereinigten Königreichs werfen 25 Millionen Scheiben Toastbrot täglich in den Müll. Eine Kampagne hat nun einen Lösungsvorschlag, wie man den Abfall minimieren könnte.

Abb. 36: Toastbrot-Müll (nacherstellt in Anlehnung an stern.de 2019, 07. März)

Der Artikel von stern.de (2019) gibt Anlass für folgende Fragen:

- (1) Wenn wir die Toastbrotpackungen nebeneinander/aufeinander legen würden, wie lang/hoch wäre die Schlange/der Turm nach einem Tag (oder einem Jahr)?
- (2) Welche Fläche könntest du mit dem täglichen (jährlichen) Toastbrot-Müll auslegen? Wie groß wäre ein Würfel aus diesem täglichen Toastbrotmüll?

²³¹ vergleiche dazu auch (Herget & Lambert 2019) bzw. (Wilhelm 2020, S. 32) bzw. (Wilhelm 2022b)

- (3) Finde zu den zuvor berechneten Größen jeweils Vergleichsgrößen aus deinem Umfeld, sodass du dir die Größenordnungen besser vorstellen kannst.
- (4) Überschlage, welche Landfläche pro Jahr unnötig beackert wird. Welche Auswirkungen hat dies?
- (5) Was bedeuten die Zahlen für jeden Einzelnen? Diskutiere, welchen Beitrag jeder Einzelne zur Reduktion der Verschwendung leisten kann.

Primäre didaktische Intention

Dieses Beispiel zeigt, wie man mit elementaren geometrischen Überlegungen einen Beitrag zur Veranschaulichung von gegebenen Größenordnungen leisten kann. Drastische, spektakuläre Vergleiche fördern hier ein Bewusstsein für die Größenordnung – in knapp vier Jahren würden die gestapelten Toastbrotsscheiben die Höhe eines Turms erreichen, der bis zum Mond reicht.

Aus BNE-Sicht kann dieses Beispiel verdeutlichen, wie individuelle Entscheidungen im Alltag einen kleinen, aber echten Beitrag zu einer nachhaltigeren Entwicklung leisten können – ohne große gesellschaftliche Änderungen oder politische Entscheidungen. Dabei sind – im Gegensatz zu vielen anderen Kontexten – mit der Entscheidung zur Vermeidung von Lebensmittelmüll keine Kosten, etwa im Sinne von Einschränkungen der Qualität oder Bequemlichkeit, verbunden (vgl. dazu auch Selbstwirksamkeitserwartungen in Unterabschnitt 1.1.2.2, S. 46 sowie Kriterien für die Auswahl geeigneter Themen für BNE ab S. 41, etwa Bezug zu lebensweltlichen Erfahrungen, individuelle Gestaltungsspielräume, ...).

Didaktisch reflektierte Impulse zur Bearbeitung

Die Aufgabenteile (1) und (2) zielen auf die Veranschaulichung von gegebenen Größenordnungen ab: Angenommen, eine Toastbrotsscheibe ist etwa 0,8 cm dick, dann ergibt sich durch Aneinanderlegen der Packungen eine ‚Schlange‘ von etwa 200 km Länge an täglich produziertem Toastbrotmüll. Angenommen, eine Toastbrotsscheibe hat eine Länge/Breite von etwa 9 cm, dann entspricht der tägliche Toastbrotabfall einer quadratischen Fläche von etwa 450 m Breite, also von etwa 0,2 km². Für das Volumen erhält man analog einen Würfel mit der Kantenlänge von etwa 12 m. Hierbei kommt es nicht auf das *eine* und *ganz genau* richtige Ergebnis an, sondern auf ein Arbeiten in der richtigen Größenordnung. Der Unterricht sollte dieser Tatsache durch Diskussion der Annahmen und Rechenwege Rechnung tragen (*diskursiv*, siehe auch Abschnitt 4.2.1). Um Ungenauigkeiten, die mit den Annahmen in die Modellierung eingehen, auch im Ergebnis sichtbar zu machen, bietet es sich an, aus der Gesamtheit der Schülerlösungen eine Intervallangabe abzuleiten, etwa ein Volumen zwischen 1500 und 2500 m³ (siehe S. 319). Fakultativ können auch funktionale Zusammenhänge zwischen den Annahmen und dem Ergebnis beleuchtet werden: Wird die Toastbrotsscheibe statt mit

einer Dicke von 0,8 cm mit einer Dicke von 1 cm geschätzt, dann nimmt die berechnete Streckenlänge um 25 % zu. Die Betrachtung einer größeren Toastbrot-scheibe bei der Berechnung des Flächeninhalts – etwa 10 cm statt 9 cm – geht beim Flächeninhalt dann quadratisch ein.

Damit die berechneten Größenordnungen greifbarer werden, sollen in Aufgabenteil (3) Vergleiche mit bekannten Repräsentanten von Größen hergestellt werden. Dies trägt zur Erweiterung des Stützpunktwissens der Lernenden bei (siehe S. 305 und S. 329). Hierbei können sowohl Recherchen als auch eigene Messerfahrungen im schulischen Umfeld durchgeführt werden – variabel je nach Klassenstufe, Lernvoraussetzungen, Zeit usw. Konkret kann die Fläche des Schulhofes näherungsweise – etwa durch Abschreiten – ermittelt werden. Ein Höhenvergleich mit Gebäuden, beispielsweise der Höhe des Schulgebäudes oder eines benachbarten Hochhauses, erfordert das Anwenden von Strategien zur näherungsweisen Bestimmung einer nicht unmittelbar zugänglichen Strecke, etwa auf Basis des Grundprinzips des Messens durch Auslegen mit Einheiten (vgl. KMK 2022, S. 17) oder durch Berechnung mit Hilfe eines Försterdreiecks. Die Frage nach der persönlichen Präferenz bietet dem Schüler explizit die Möglichkeit, subjektive Sichtweisen einzubringen, und stellt einen wichtigen Beitrag zum *Ernstnehmen* der Lernenden dar.

Aufgabenteil (4) knüpft an das Ziel an, die Größenordnung kognitiv vorstellbarer und damit emotional zugänglicher zu machen, und vertieft daher die Konsumthematik in ökologischer und sozialer Dimension. Die Lernenden sind zu einer etwas komplexeren, eigenen Modellierung aufgefordert, bei der der Fokus auf der Problemlösephase des Ausdenkens eines Plans liegt. Die Ermittlung der jährlich unnötig beackerten Landfläche erfordert einige Recherchen zu benötigten Daten und Informationen, etwa zur benötigten Menge an Weizen für 1 kg Toastbrot, zum landwirtschaftlichen Ertrag eines mit Weizenkörnern bepflanzten Quadratmeters Ackerfläche und zum Gewicht einer Packung Toast. Für ein ganzes Jahr ergibt sich so eine unnötig beackerte Fläche zwischen 200 und 300 km². Auch hier kann wieder Stützpunktwissen zur Veranschaulichung der Größenordnung dienen: Das Saarland hat eine Fläche von etwa 2500 km², davon sind etwa 350 km² Ackerfläche (vgl. Diercke.de o. J.) – also wird für die Herstellung der verschwendeten Toastbrotmenge jährlich fast so viel Ackerfläche benötigt, wie im gesamten Saarland zur Verfügung steht. Eine Parallele zwischen der verschwendeten Getreidemenge und dem weltweiten Hunger kann das soziale Ausmaß der Verschwendung vor Augen führen – wenngleich der Einfluss der eigenen Verhaltensänderung auf die weltweite Hungerproblematik dabei kritisch reflektiert werden muss. Im Unterricht können die Lernenden auch weiterführende Fragen stellen und diese mit mathematischen Mitteln bearbeiten, etwa nach der mit dem Konsum verbundenen Energieverschwendung, den Umweltfolgen usw. (*Aufklärung über die Welt*, siehe Unterabschnitt 4.3.2.2).

Mit Aufgabenteil (5) soll ein Bezug der Daten und Informationen zum Einzelnen hergestellt werden und damit die Perspektive persönlicher Handlungsmöglichkeiten mit einbezogen werden: Was bedeuten die Angaben für jeden Einzelnen, wieviel wirft jeder eigentlich weg? Wenig realitätsnah bzw. sinnhaft ist die Interpretation, dass jeder einzelne pro Tag etwa ein Drittel einer Scheibe wegwirft. Tragfähigere Veranschaulichungen müssen unter Berücksichtigung von Unsicherheit erarbeitet werden. Mögliche Fragen hierbei sind: Wie viele Scheiben sind in einer Packung? Wie lange ist eine Packung etwa haltbar? Wie oft kauft jeder Einzelne eine Packung? ... Angenommen, eine Person kauft alle zwei Wochen eine Packung Toastbrot, in der 20 Scheiben enthalten sind, dann wirft sie zwischen 4 und 5 Scheiben Toast weg. Bei einer üblichen Packungsgröße von 20 Scheiben sind das zwischen 20 und 25 % – ganz schön viel. Hieran können sich auch Diskussionen über das nicht-mathematische Umfeld anschließen, etwa zur Möglichkeit des Einfrierens, des Food-Sharings, Lebensmittelrettens usw. Um die Thematik in eine größere räumliche Nähe zu transportieren (siehe Unterabschnitt 1.1.2.2, S. 45), bietet sich auch die Planung und Durchführung einer eigenen Datenerhebung an – etwa das Sammeln des in einer Woche anfallenden Klassenmülls.

5.2.2.2.5 Greenpeace: Ich zähle! (Konsum und Mobilität)

Die Aufgabe

Ein Artikel aus dem Greenpeace Magazin (siehe Downloadmaterial in Wilhelm 2021a) ist Ausgangspunkt der Aufgabenstellung. Dieser beinhaltet sechs thematische Aspekte aus dem Bereich Konsum (Kleidung, Ernährung, Verpackungsmüll, Wasser, Recyclingpapier, Lebensmittel) und vier aus dem Bereich Mobilität. Die Aussagen lauten beispielsweise: „Wenn ich ...

... auf der Autobahn 100 Kilometer pro Stunde fahre statt 130, dann spare ich schon auf 100 Kilometern 2 Liter Sprit und vermeide 5 Kilogramm CO₂.

... nächstes Jahr fünf Baumwoll-T-Shirts weniger kaufe, spare ich in den oft sehr trockenen Anbauländern 15.000 Liter Wasser.

... ab sofort 70 Prozent weniger Fleisch esse (verglichen mit dem durchschnittlichen deutschen Konsum), werden in den nächsten 10 Jahren 76 Hühner, 4 Schweine und 1 Kalb weniger geschlachtet.

... mir den nächsten Flug nach Mallorca spare, habe ich damit 2 m² Packeis gerettet. Spare ich mir einen Flug nach Thailand, sind es 16 Quadratmeter.“ (Greenpeace 2018, S. 32–35)

Ausgangspunkt zum kritischen Hinterfragen, zum Prüfen durch eigenes Modellieren und anschließendes Veranschaulichen der ermittelten Größenordnungen ist die Frage: Stimmen die Daten und Informationen wirklich? Und was bedeuten sie dann? (Genauerer dazu in Wilhelm 2021a)

Primäre didaktische Intention

Dieses Beispiel fordert zum kritischen Hinterfragen und Prüfen der Angaben aus dem Magazin auf: Eigene Modellierungen führen zur Ermittlung einer Größenordnung. Daran schließen sich Veranschaulichungen der ermittelten Größenordnungen durch Vergleiche an. Die eigenständige Auswahl eines Bearbeitungsbeispiels durch die Lernenden ermöglicht das Eingehen auf verschiedene Interessen.

Im Hinblick auf BNE zeichnen sich die Beispiele insgesamt durch einen persönlichen Bezug und Involviertheit aus: In den Aussagen steht der Einzelne als aktiv Handelnder im Vordergrund. Hervorzugeben ist, dass die Aussagen als konkrete, *positive* Anreize formuliert sind, was aus psychologischer Sicht sinnvoll ist (siehe Unterabschnitt 1.1.2.2, S. 46).

Didaktisch reflektierte Impulse zur Bearbeitung

Diese finden Sie exemplarisch in (Wilhelm 2021a).

5.2.2.3 Unterrichtseinsatz: Beobachtungen und Hypothesen

Auf Basis von Unterrichtserfahrungen sowie Unterrichtsprodukten der Lernenden lassen sich einige Aspekte herausarbeiten, die es sich für einen gelingenden Unterrichtseinsatz zu beachten empfiehlt. Im Folgenden sollen ausgewählte Beobachtungen sowie mögliche Konklusionen *exemplarisch* dargestellt werden. Die Beobachtungen ergeben sich auf Basis des Aufgabeneinsatzes im Regelunterricht eines Gymnasiums in verschiedenen Klassenstufen (7, 8, 10).²³² Die Darstellungen sollen einen ersten Blick ins Feld ermöglichen und eine gewisse Bandbreite des unterrichtlichen Geschehens beim Einsatz der BNE-FERMI-Aufgaben aufgreifen.²³³

- Klassenstufe 7:
 - Kassenbonnpflicht in Bäckereien
 - Leitungs- vs. Mineralwasser
 - Greenpeace: Ich zähle!
- Klassenstufe 8:
 - Toastbrot-Müll
- Klassenstufe 10:
 - Aktion Schulradeln

Aufgaben bilden dabei nur einen *Teil* des Unterrichts, der ein komplexes Beziehungsgefüge darstellt (vgl. Bönig 2012, S. 108). „Was sie letztlich bewirken kön-

²³² sowohl in meinen Klassen als auch in Klassen von Kollegen

²³³ Sie erheben keinen Anspruch auf statistische Repräsentativität. Dies ist auch nicht einfach, denn je isolierter die Variablen und je sauberer die Laborbedingungen sind, umso weiter entfernt sich die Untersuchung vom Feld.

nen, hängt auch davon ab, wie Lehrende und Lernende sie behandeln. Entscheidend ist die jeweilige Unterrichtskultur“ (Bönig 2012, S. 108). Die Aufgaben können also nicht als isolierte inhaltliche Einstreuungen in den Unterricht gesehen werden, sondern deren redlicher Einsatz – sowohl im Hinblick auf BNE als auch auf die Anliegen der *Passt-so-Mathe* – benötigt eine Unterrichtskultur, die *durchgängig* Person und Sache in besonderem Maße wertschätzt (siehe Kapitel 4). Daher können auf dem Weg hin zu einer solchen Unterrichtskultur und dem anfänglichen Einsatz von Aufgaben der vorgestellten Art folgende Aspekte auftreten:

Möglich ist, dass Lernende die **Sache** lediglich als zu entkleidenden Kontext auffassen, sie nach der Entkleidung weitgehend ignorieren und das **Deduzieren** mit gegebenen Werten in den Mittelpunkt stellen. Dies wird etwa im Beispiel *Leistungs- vs. Mineralwasser* deutlich: Hier schätzen die Schüler mehrheitlich nicht, wie viel Mineralwasser eine Person pro Tag durchschnittlich trinkt, sondern führen Berechnungen auf Basis der im Text gegebenen Werte durch (siehe Abb. 37).²³⁴

Rechenweg	Was ich mir gedacht habe
1. Schüler : 25 $\begin{array}{r} 70 \cdot 25 = 1750 \text{ kg} \\ \underline{140} \\ 350 \\ \underline{1750} \text{ kg} \end{array}$	- wie viele Kinder sind in der Klasse
2. Schüler 1056 $\begin{array}{r} 1056 \cdot 70 \\ \underline{7392} \\ 0000 \\ \underline{73920} \text{ kg} \end{array}$	- wie viele Schüler sind auf der Schule
3. $\begin{array}{r} 83 \cdot 2 \text{ 000 } 000 \cdot 70 \\ \underline{5 \text{ 824 } 000 \text{ 000}} \\ 000 \text{ 000 } 0000 \\ \underline{5 \text{ 824 } 000 \text{ 0000}} \\ 58240 \text{ Millionen kg} \end{array}$	- wie viele Leute wohnen in Deutschland

Abb. 37: Ausschnitt aus Schülerlösung 1 zum Beispiel Toastbrot-Müll (Klassenstufe 7) – Die Lernenden ignorieren hier weitgehend die Sache, indem sie mit den Daten deduzieren, ohne den durchschnittlichen Mineralwasserkonsum pro Person zu beachten.²³⁵

²³⁴ Auf Basis dieser Beobachtung habe ich die Aufgabenstellung 1 auf Ab.02 (siehe Anhang 7.4.2) durch folgenden Impuls ergänzt: „... Und wie viel Wasser trinkst du eigentlich am Tag?“

²³⁵ Transliterationen der originalen Bearbeitungen durch Ronja Leiser

Gelingt hingegen die eigene Einbeziehung in den Kontext, dann kann auch **Aufklärung** über die Welt stattfinden, wie etwa ein Team am Beispiel *Toastbrot-Müll* explizit beschreibt: „Außerdem ist uns dadurch [durch das Rechnen im Kontext, K. W.] bewusst geworden, nichts zu verschwenden und wegzuwerfen und nicht immer so viel zu kaufen, sondern erst mal die Sachen zu verbrauchen, damit nichts schlecht wird“ (Schüler der Klassenstufe 8).

Die durch die Aufgaben angesprochenen Nachhaltigkeitsaspekte können – je nach Lerngruppe, Klassenstufe, ... – auf unterschiedliche **Interessen** bei den Lernenden stoßen. So zeigt sich etwa im Unterricht in den niedrigeren Klassenstufen generell ein höheres Interesse an der Thematik als in Klassenstufe 10. Im Beispiel *Aktion Schulradeln* zum Einsparen von CO₂ durch das Nutzen des Fahrrads auf dem Schulweg tätigen mehrere Gruppen nur wenig differenzierte Annahmen, ihr Ziel ist das schnellstmögliche *Erledigen* der Aufgabe. Impulse für ein erneutes Durchlaufen des Modellbildungskreislaufs scheitern. Hingegen geht im Beispiel *Kassenbonnpflicht in Bäckereien* das Interesse einer Lerngruppe an der Aufgabe so weit, dass sie zum Validieren am Nachmittag auf dem Weg nach Hause in einer Bäckerei nachfragen und in der Folgestunde ihren Modellierungsprozess nochmals variiert durchlaufen.

Das Anbieten von Wahlmöglichkeiten wie im Beispiel *Greenpeace: Ich zähle!* erweist sich vor diesem Hintergrund einer interessengeleiteten Beschäftigung als lohnenswert, um die Lernenden – hier insbesondere ihre Interessen – ernst zu nehmen und eine motivierte Auseinandersetzung mit der Sache anzuregen. Auf einer noch weniger vorstrukturierten Stufe können auch von den Lernenden im Diskurs selbst eingebrachte Fragen und Aspekte Ausgangspunkt für deren *auchmathematische* Auseinandersetzung sein. So bringt etwa ein Lernender bei der Diskussion in der Klasse im Rahmen der Aufgabe *Leitungs- vs. Mineralwasser* Folgendes ein: „Ich habe mal gehört, dass, wenn alle Gletscher schmelzen, der Meeresspiegel um 10 m ansteigt“. Dies kann Anlass sein, zu fragen: *Stimmt das?* und *Welche Angaben brauchen wir zum Nachrechnen?* – und unmittelbar oder in der Folgestunde diesen Aspekt aufzugreifen (vergleiche thematisch hierzu etwa Wilhelm 2021b).

Das **Veranschaulichen durch Vergleiche**, um das Ausmaß einer Problematik vorstellbarer und die Sache emotional zugänglicher zu machen, kann den Lernenden zu Beginn Schwierigkeiten bereiten. Insbesondere bei weniger durch den täglichen Umgang vertrauten Größen wie etwa der Masse an Kohlenstoffdioxid im Beispiel *Leitungs- vs. Mineralwasser* ist nicht sicher, dass den Lernenden *grundsätzlich* klar ist, was einen (guten) Vergleich kennzeichnet, sodass das Ergebnis für sie vorstellbarer wird (siehe Abb. 38). So reflektiert eine Gruppe diesen Aspekt im Anschluss an die Bearbeitung: „Uns ist Nummer zwei schwer gefallen, da wir

nicht direkt verstanden haben, was wir machen müssen. [...] Wir haben bei Nummer zwei immer Fehler gemacht, weil wir erst Vergleiche mit Gewicht gemacht haben“ (Schüler aus Klassenstufe 7). Gelingt den Lernenden das Veranschaulichen, etwa durch ein In-Beziehung-Setzen der Größe zu anderen Alltagshandlungen, dann kann sich auch die positive Wirkung entfalten – wie einige auch reflektierend beschreiben: „[...] und wenn man etwas richtig hat, war es cool, weil man sich das dann bildlich vorstellen konnte“ (Schüler aus Klassenstufe 8).

2) Wir können uns das so vorstellen:
 1750kg (in der Klasse) = kleines Auto
 70.000kg (in der Schule) = ein Haus

Abb. 38: Ausschnitt aus Schülerlösung 2 zum Beispiel Leitungs- vs. Mineralwasser (Klassenstufe 7) – Die Lernenden haben Schwierigkeiten, die Masse an Kohlenstoffdioxid durch geeignete Vergleiche zu veranschaulichen, damit sie für sie besser vorstellbar wird.

Trotz des Wahrnehmens und Beschreibens datenbezogener **Unsicherheiten** im Rahmen der Aufgabenbearbeitung können sich Schwierigkeiten bei ihrer **Verarbeitung** im mathematischen Modellierungsprozess ergeben. Etwa im Beispiel *Toastbrot-Müll* gibt eine Gruppe auf Basis ihrer Schätzung ein mögliches Intervall für die Anzahl an Scheiben pro Packung an. Auffällig ist allerdings, dass sie dann lediglich mit *einem* Wert weiterarbeitet (siehe Abb. 39). Hier besteht ein Unvermögen, die in der Sachsituation erfassten Ungenauigkeiten auch im mathematischen Modell adäquat zu berücksichtigen. Ähnliches findet sich etwa auch im Beispiel *Kassenbonnpflicht in Bäckereien*, wo Lernende zunächst als Ausgangswert eine ungefähre Anzahl an Bäckereien in Deutschland angeben, mit diesem ungefähren Wert allerdings wie mit einem *präzisen* weiterarbeiten.

Nr. 1	Rechnung	was ich mir gedacht habe
	22 25000000	Til schätzt eine Packung
	= 550000000 cm	had 20-25
	2500000 : 20	
	= 125 0000	
	125 0000 · 22	
	= 27500000 cm	
	= 27,500 km	

Abb. 39: Ausschnitt aus Schülerlösung 3 zum Beispiel Toastbrot-Müll (Klassenstufe 8): Die Lernenden erkennen und beschreiben zwar eine in der Situation enthaltene Ungenauigkeit, berücksichtigen diese dann aber im weiteren Verlauf ihrer Modellierung nicht mehr.

Sollen die Aufgaben einen Beitrag zur *Passt-so-Mathe* leisten, dann muss dieser Aspekt im Unterricht aufgegriffen werden, etwa bei einem Vergleich der (abweichenden) Ergebnisse innerhalb der Klasse. Solche Vergleiche können dann Doppelrechnungen sowie die Angabe eines Intervalls als Ergebnis motivieren (siehe Abschnitt 5.1.3, S. 319). Beim Vergleichen der Annahmen und Vorgehensweisen unterschiedlicher Gruppen können dann auch bisher nicht berücksichtigte Unsicherheiten in der Situation sichtbar werden: So variieren etwa im Beispiel *Aktion Schulradeln* die Annahmen über die durchschnittliche Länge eines Schulwegs zwischen 3 km und 18 km.

Das hier in den Kontexten an den Umgang mit Ungenauigkeit anzupassende eigene Vorgehen, welches bei vielen Schülern eng an der Präzisionsmathematik orientiert ist, wird von Lernenden auch als anstrengend beschrieben: „[...] es gab sehr viele Werte, die man alle beachten musste, die zudem noch sehr ungenau waren, was die Aufgabe anstrengend und kompliziert machte“ (Schüler aus Klassenstufe 10).

Bescheidenheit bezüglich der verwendeten Genauigkeit darf anfänglich bei einem Großteil der Lernenden (noch) nicht erwartet werden. **Übertriebene Genauigkeit** ergibt sich bei der Bearbeitung der FERMI-Aufgaben häufig – etwa im Beispiel *Leitungs- vs. Mineralwasser* bei der Ermittlung der potentiellen Ersparnis der gesamten Schule („1056 Schüler“), im Beispiel *Toastbrot-Müll* bei der Angabe der genauen Abmessungen einer Toastbrotpackung („22,4 x 16,6 x 8 cm“)²³⁶, im Beispiel *Kassenbonpflicht in Bäckereien* bei der Berechnung der Länge der jährlich produzierten Kassenbons (siehe Abb. 40) oder im Beispiel *Aktion Schulradeln* bei den Eingangswerten des durchschnittlichen Schulweges und der prozentualen Verteilung auf unterschiedliche Verkehrsmittel (siehe Abb. 41).

²³⁶ Ersichtlich wird hier auch der fehlende Bezug zur Situation: Toastbrotpackungen sind weit verbreitet bekannt und gut als *quadratische* Prismen zu modellieren – dies findet sich hier nicht wieder.

b) Als erstes stellte sich uns die Frage wie lang
so ein durchschnittlicher* (Wangtschnittlich
vom Anfang ab) ist. *Kassenbonn

→ Schätzung 20 cm

60 m ≈ Kassenbonnvoll

365 Tage im Jahr

$$60 \text{ m} \cdot 365 = 21900 \text{ m} \\ \approx 21,9 \text{ km}$$

35000 Filialen in Deutschland

$$35.000 \cdot 21,9 \text{ km} = 766500 \text{ km}$$

$$766500 \text{ km} : 40075 \text{ km} \approx 19$$

Man könnte nach unserer Rechnung die Erde unge-
fähr 19-mal ummischen statt laut dem Artikel
25-mal.

Abb. 40: Ausschnitt aus Schülerlösung 4 zum Beispiel Kassenbonnpflicht in Bäckereien (Klassenstufe 7) – Die Lernenden haben zuvor ermittelt, dass eine Bäckerei etwa 297 Kassenbons pro Tag erzeugt. Sie führen ihre Rechnung zur Veranschaulichung der Länge aller in Deutschland produzierten Kassenbons trotz der zuvor erkannten Unsicherheiten mit übertriebener Genauigkeit durch. Beim Vergleich mit der Angabe im Artikel nehmen sie keine – von drei möglichen – Wertung vor: Weder beharren sie selbstbewusst darauf, die Angabe im Artikel sei folglich falsch, noch sind sie der Meinung, dass sie sich verrechnet haben müssen. Dass das Ergebnis in derselben Größenordnung liegt, behaupten sie allerdings auch nicht.

Lösungsweg	Was ich mir dabei dachte
durchschnittlicher Schulweg: 3,5 km	Es fing damit an, dass wir Daten zu Schülern, Bussen, Autos, CO ₂ , dem Schulweg und den Schulwochen im Saarland rausgemein haben und diese dann rausgeschrieben und gemittelt haben. Um die Aufgabe zu erfüllen wollten wir den Wert von CO ₂ Ausstoß von allen Schülern pro Jahr ausrechnen.
CO ₂ ausstoß Bus (auf 1 km) : 30 g	
46 % kommen mit dem Bus	
97 % kommen mit dem Auto	
21 % kommen mit Fahrrad	
2 % kommen zu Fuß	
2 · 3,5 km = 7 km = 35 km	
CO ₂ ausstoß von Mittelklasse Auto pro Jahr bei 14 35 km (41 Schulwochen) = 200 kg CO ₂	
ca. 1000 Schüler	
460 mit Bus	
310 mit Auto	Wir verrechneten die Anzahl an Schülern in der Schule mit der Prozentzahl die durchschnittl. Bus fahren etc. mit dem Schulweg (kurz & geradl.).
210 mit Fahrrad	
20 zu Fuß	
ca. 20 Personen pro Bus (kommt auf Bus und Menge an, die im Bus ist)	
ca. 15 Personen pro Auto	

Abb. 41: Ausschnitt aus Schülerlösung 5 zum Beispiel Aktion Schulradeln (Klassenstufe 10) – Die Lernenden machen differenzierte Annahmen zum Modellieren, teilweise allerdings mit einer übertriebenen Genauigkeit.

Allerdings äußern auch einige Lernenden ein vorhandenes **Gefühl** für das in den Kontexten erforderliche Umgehen mit Ungenauigkeit und das Arbeiten in der richtigen Größenordnung. So ist vielen Lernenden *intuitiv* bewusst, dass **Schätzen** hier eine wesentliche und hinreichend genaue Tätigkeit zur Datenbeschaffung ist, und sie möchten hierauf zurückgreifen – äußern zugleich aber auch Unsicherheit darüber, ob dies erlaubt sei: „Darf man eigentlich schätzen?“ (Schüler aus Klassenstufe 8). Die Bedeutung, der Nutzen und der *eigenständige* Stellenwert dieser mathematischen Tätigkeit ist daher unterrichtlich durchgängig zu stärken. Im Beispiel *Leitungs- vs. Mineralwasser* beschreiben Lernende, dass das Ergebnis nicht von der Wahl eines genauen Wertes abhängt und mit gerundeten Werten einfacher zu rechnen sei: „Die Anzahl der Menschen in Deutschland haben wir gerundet, da es mit einer geraden^[237] Zahl einfacher zu rechnen ist.“ (Schüler aus Klassenstufe 7). Ein Gespräch mit der Gruppe ergibt, dass es ihnen zufolge hier egal sei, ob man mit 83,5 Millionen oder 84 Millionen rechne. In den Vorgehensweisen finden sich unterschiedliche Tätigkeiten im Umgang mit Ungenauigkeit: Schätzen, Mittelwert bilden, Runden – siehe hierzu etwa die Bearbeitung einer Gruppe zum Beispiel *Leitungs- vs. Mineralwasser* (siehe Abb. 42). Eine andere Gruppe benutzt durchgehend das Ungefähr-Zeichen und begründet dies auch: „Das Ungefährzeichen haben wir gesetzt, da nicht jeder Mensch genau 70 kg CO₂ im Jahr verbraucht“ (Schüler aus Klassenstufe 7).

²³⁷ Hiermit ist nicht das Gegenüber der Paritäten gerade und ungerade gemeint, sondern die alltagssprachliche Unterscheidung von „krummen“ und „geraden/glatten“ Zahlen.

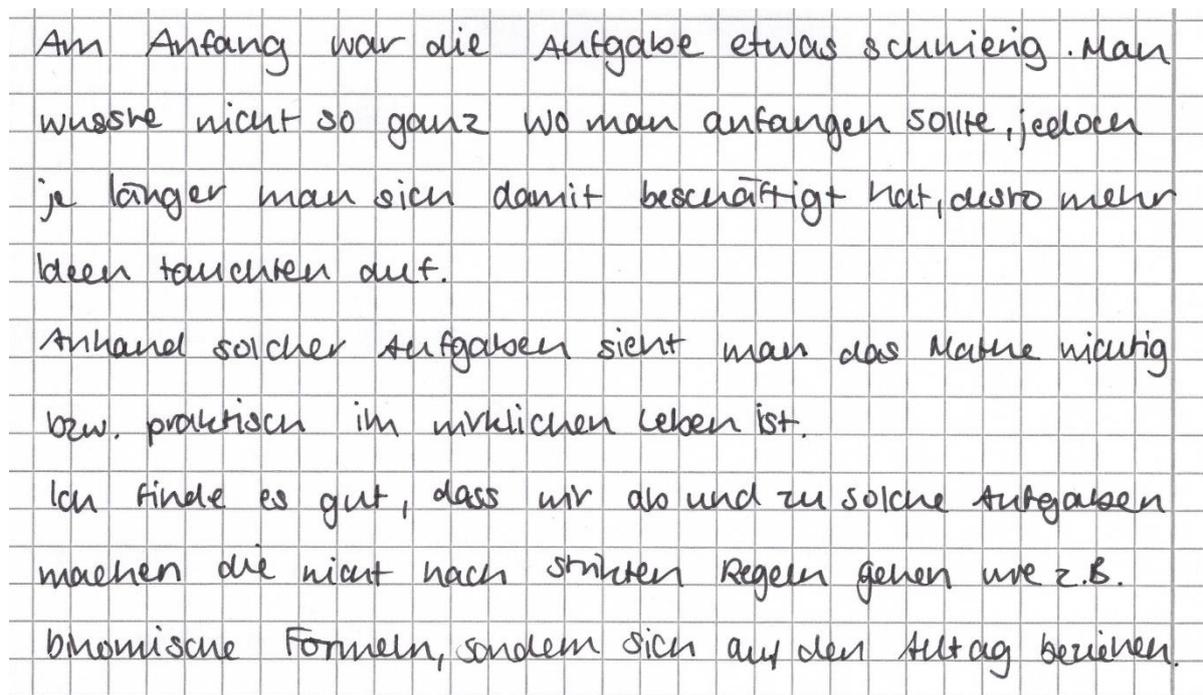
Rechenweg	Was ich mir gedacht habe
$\begin{array}{r} \text{Klasse: } 20 \cdot 25 \\ \hline 1400 \\ + 350 \\ \hline 1750 \text{ kg} \end{array}$	Die Klasse wird 1750 kg CO ² sparen
$\text{Schule: } 70 \cdot 1000 = 70.000$	Wir haben geschätzt, dass die Schule 1000 Schüler hat und die Schule 70.000 kg CO ² sparen würde.
$\begin{array}{r} \text{Deutschland:} \\ \hline 84.000.000 \cdot 70 \\ \hline 5.880.000.000 \text{ kg} \end{array}$	Wir schätzen dass in Deutschland 84 Mio Menschen leben und so 5.880.000.000
$\text{Im Leben: } \frac{85,70}{5850}$	Wir haben den Mittelwert unserer (Geburts- (82 + 85,78 = 85)) und dem Todesalter genommen weil wir uns nicht ewig wollen. So kommen wir auf das Ergebnis das man in einem durchschnitts Leben 5850 kg CO ² sparen würde.

Abb. 42: Ausschnitt aus Schülerlösung 6 zum Beispiel Leitungs- vs. Mineralwasser (Klassenstufe 7) – Die Lernenden greifen auf unterschiedliche Tätigkeiten im Umgang mit Ungenauigkeit zurück. Sie runden die Bevölkerungszahl Deutschlands, schätzen die Schüleranzahl der Schule und bilden einen Mittelwert bezüglich ihrer Schätzungen zur Lebenserwartung einer Person.

Im Unterrichtseinsatz und in den Reflexionen der Lernenden lassen sich auch einige **nicht-kognitive Aspekte** beim Lernen erkennen: Der Unterricht macht den meisten Lernenden Spaß, „weil man neue Dinge hört und seine Gedanken teilen kann“ (Schüler aus Klassenstufe 8). „Der Unterricht war cool“ (Schüler aus Klassenstufe 8). „Es war cool, dass wir diskutieren konnten“ (Schüler aus Klassenstufe 8). „Es hat Spaß gemacht, weil wir Freiheit hatten, wie wir die Aufgaben bearbeiten [...]“. Außerdem waren es nicht so Standardaufgaben“ (Schüler aus

Klassenstufe 10). Einige Schüler beschreiben die von den großen Zahlen ausgehende Faszination, diese kämen sonst im Mathematikunterricht eigentlich so nicht vor. Auch haben die Vergleiche beeindruckende Wirkung – also geholfen, das Problemausmaß verständlich zu erfassen, was in einem zweiten Schritt Betroffenheit hinsichtlich der Problematiken auslösen kann (siehe oben). Das Erleben von Selbstwirksamkeit wird ebenso durch die Lernenden geäußert, weil sie „alle Grundlagen hatten, um die Aufgabe bearbeiten zu können“ (Schüler aus Klassenstufe 8).

Auch wenn das Ausdenken eines Plans zunächst oft eine Hürde bzw. Herausforderung darstellt, da die Aufgaben nicht „nach strikten Regeln gehen“ (Schüler aus Klassenstufe 7), „man nicht direkt wusste, wie man es rechnen soll“ (Schüler aus Klassenstufe 8), zeigen viele Lernende Beharrlichkeit. Dies schildert etwa eine Gruppe aus Klassenstufe 7, die Mathe hier auch als nützlich erlebt hat (siehe Abb. 43). Einige Lernende erkennen in der Reflexion auch, dass sie dieser Phase vor dem Ausführen des Plans und der Durchführung der Berechnungen zu wenig Aufmerksamkeit gewidmet haben. Eine Gruppe schreibt etwa: „Ja, [wir hatten Irrwege und Fehler, K. W.] ganz am Anfang durch wenig Überlegen und direkt Ausrechnen“ (Schüler aus Klassenstufe 8).



Am Anfang war die Aufgabe etwas schwierig. Man wusste nicht so ganz wo man anfangen sollte, jedoch je länger man sich damit beschäftigt hat, desto mehr Ideen tauchten auf.

Anhand solcher Aufgaben sieht man das Mathe wichtig bzw. praktisch im wirklichen Leben ist.

Ich finde es gut, dass wir ab und zu solche Aufgaben machen die nicht nach strikten Regeln gehen wie z.B. binomische Formeln, sondern sich auf den Alltag beziehen.

Abb. 43: Schülerreflexion 1 zum Beispiel Kassenbonnpflicht in Bäckereien (Klassenstufe 7) – Die Lernenden beschreiben die Phase des Ausdenkens eines Plans und die nützliche Seite von Mathe mit Bezug zum Rest der Welt.

Für mich als Lehrperson selbst wird im Unterricht auch zuweilen die Barriere **Norm** sichtbar, etwa wie folgt: Ich muss meinen Lernenden Zeit geben, sich mit

der Thematik zu beschäftigen – nach ANDELFINGER: das *Mitwelt*-Problem²³⁸ in den Fokus zu stellen – und nicht zur Erledigung des mathematischen Teils der Aufgabe drängen. Das heißt etwa, ich muss Phasen im Unterricht aushalten, in denen Mathe eine untergeordnete Rolle spielt – etwa im Beispiel *Greenpeace: Ich zähle!*, wo einige Lernende im Anschluss an ihre Modellierung verschiedene Materialalternativen zur Stoffherstellung für T-Shirts und deren Vor- und Nachteile recherchieren. Auch brauche ich Mut, Fragen, die im Diskurs mit den Lernenden aufkommen, spontan aufzugreifen und mich ohne „deutliche[n] Wissensvorsprung“ (G. Schmidt 1992, S. 20; siehe dazu auch S. 253) gemeinsam, als „prinzipiell gleichberechtigte[r] Diskussionspartner“ (Führer 1997a, S. 117; siehe dazu auch S. 115) in der Sachfrage mit den Lernenden an die Thematisierung zu wagen. Solch ein Unterricht, der der Person und der Sache genügend Raum gibt – sowohl Mathe als auch dem „Rest der Welt“ – braucht einfach Zeit. Der Spagat einerseits zwischen intellektuell redlicher Thematisierung und Aufklärung über das *Mitwelt*-Problem in einer global verträglichen Gesamtperspektive und andererseits vorherrschenden Rahmenbedingungen wie Überprüfungen, nach Fächern strukturiertem Unterricht und recht kleinschrittiger Doppelstundentaktung ist nicht immer leicht.

5.2.2.4 Grenzen von BNE-FERMI-Aufgaben

Die vorangegangenen BNE-FERMI-Aufgaben konnten zeigen, wie mit überschaubarem Aufwand und vergleichsweise schlichten mathematischen Argumenten im Mathematikunterricht ein Beitrag zu BNE – und zur *Passt-so-Mathe* – geleistet werden kann. Allerdings weist das Aufgabenformat hinsichtlich BNE natürlich auch Grenzen auf, etwa folgende:

So fällt es nicht leicht, alle Dimensionen der Nachhaltigkeit hiermit gleichermaßen zu erreichen – wie anfänglich auf Basis der Jugendstudien intendiert (siehe S. 6). Insbesondere Themen mit dem Schwerpunkt im sozialen Bereich sind mit FERMI-Aufgaben nur schwer zu erreichen. Dies ist womöglich darauf zurückzuführen, dass soziale Aspekte die bei FERMI-Aufgaben oft zentrale Tätigkeit des Schätzens zum Ermitteln einer Größenordnung erschweren – hierfür fehlt uns schlichtweg tragfähiges Stützpunktwissen. Konkret könnte etwa folgende Frage gestellt werden: Wie viel müsste eine Jeans mehr kosten, um einen menschenwürdigen Arbeitslohn im Herstellungsland zu garantieren? (vgl. Wilhelm 2022b). Der Anteil des Arbeitslohns am Jeanspreis, aktuelle und erstrebenswerte Löhne sind allerdings schwierig zu schätzen und müssten eher durch Recherchen ermittelt werden. Solche Themen bieten sich fächerübergreifend und fächerverbindend mit dem Erdkunde- bzw. Geographieunterricht an, in dem die Reise einer Jeans und die Verdiensteile thematisiert werden können. Der Mathematikunterricht kann darauf aufbauend obige Frage unter dem Aspekt relativer Größen aufgreifen.

²³⁸ siehe Abschnitt 3.2.2, S. 141

Die soziale Frage im Rahmen einer BNE stellt ein lohnenswertes eigenes Forschungsfeld dar. Aufgabenideen in diese Richtung gibt es schon, etwa bei KÖRNER (2008), POHLKAMP und HEITZER (2022), VOHNS (2013) oder WARMELING (2016a) – außerhalb des FERMI-Aufgabenformats.

Das bedeutet nicht, dass im Rahmen von FERMI-Aufgaben nicht auch soziale Aspekte *mitberücksichtigt* und -diskutiert werden können, da sich das Konzept BNE durch Zielkonflikte zwischen den Dimensionen der Nachhaltigkeit kennzeichnet (siehe S. 27). Am Beispiel der Solarkollektoren von K. MAASS (2009) (siehe S. 332) könnte dies bedeuten, bei der Entscheidungsfindung neben der ökologischen Perspektive (erneuerbare Energien) auch die soziale Frage zu berücksichtigen: Lernende könnten die mit den Solarkollektoren auf dem Dach verbundenen Kosten für jeden Einzelnen ermitteln und etwa in Beziehung zu Einkommensverhältnissen setzen.

Ebenso ist nicht in allen Kontexten aus dem Bereich Nachhaltigkeit gleichermaßen die Ergebnisangabe in der *richtigen* Größenordnung ausreichend, sondern einige Aspekte, etwa die Entwicklung des globalen Klimas, erfordern eine genauere – also feinere – Skalierung der Werte, da hier bereits ein mittlerer Temperaturanstieg von wenigen Grad Celsius drastische Folgen für das gesamte planetare Gleichgewicht mit sich bringt. Die Bandbreite, in der die Daten vorliegen, bestimmt also die nötige Genauigkeit. Im Beispiel bedeutet dies zweierlei: Prognosen bezüglich der Klimaerwärmung sind nicht von der *exakten* Menge an CO₂ abhängig, allerdings reicht bei der Konsequenz bezüglich der Globaltemperatur jene Bescheidenheit bezüglich der verwendeten Genauigkeit nicht – hier könnten etwa zehntel Grad Celsius eine angemessene Größenordnung sein.²³⁹ Dennoch lässt sich auch in diesem Bereich ein Beitrag zur *Passt-so-Mathe* – außerhalb des FERMI-Aufgabenformats – leisten, etwa im Rahmen des verständigen Umgangs mit Daten und insbesondere deren Regression zur Beschreibung und Vorhersage von Entwicklungen.²⁴⁰

²³⁹ Es ist also nötig, die Sensibilität der Daten zu reflektieren und Rechenschaft darüber abzulegen, wann die Angabe einer Größenordnung genügt – das ist in dem Nachhaltigkeitskontext zwar *oft*, aber nicht *immer* der Fall.

²⁴⁰ Eine geeignete Regression muss sich neben ihrem ersten mathematischen Anschein auch vor dem inhaltlichen Hintergrund als plausibel erweisen – das ist allerdings nicht immer der Fall, vergleiche hierzu etwa die – dort leider nicht kommentierte – schlichte lineare Regression zur Entwicklung des Bevölkerungsanteils extrem Armer in (Warmeling 2016a, S. 325).

6 Schlussbetrachtungen

6.1 Rückblick auf die vorliegende Arbeit

Den *ersten* konstituierenden Ausgangspunkt der Arbeit bildete die Reflexion der Rolle des Mathematikunterrichts bei der Realisierung von BNE im schulischen Rahmen. Kapitel 0 hat dazu fünf zentrale Fragestellungen aufgeworfen:

- (1) Welche Rolle spielt BNE in den aktuellen Mathematikcurricula und in der Mathematikdidaktik?
- (2) Welches Potential ist mit der Integration von Aspekten der BNE für den Mathematikunterricht verbunden?
- (3) Umgekehrt: Welchen spezifischen Beitrag kann der Mathematikunterricht zur BNE leisten?
- (4) Welche Unterrichtskultur unterstützt einen Mathematikunterricht, der einen starken Fokus auf eine verantwortungsvolle zukünftige Anwendung von Mathematik, über die Schule hinaus, legt?
- (5) Wie kann eine Integration von BNE in den Mathematikunterricht auf inhaltlicher Ebene so realisiert werden, dass den unter (2) und (3) herausgearbeiteten Aspekten Rechnung getragen wird? Welche und wie viel (wie wenig) mathematische Vorbildung ist nötig, um wesentliche Nachhaltigkeitskontexte im Mathematikunterricht zu thematisieren?

Auf diese hat die Arbeit erste Antworten gegeben, auf die hier entlang der Kapitel zusammenfassend zurückgeblickt werden soll:

In **Kapitel 1 – Nachhaltigkeit, Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE) und Mathematikunterricht** erfolgte zunächst die Klärung des Begriffs BNE. Hier wurde deutlich, dass es bildungspolitisch zwar *auch* um die Integration von solchen Themen in den Unterricht geht, die Nachhaltigkeit betreffen, dass aber BNE darüber hinaus auf ein geändertes Bildungsverständnis abzielt, welches gesellschaftliche Transformation ermöglichen soll. So zeichneten die Erläuterungen des BNE-Konzepts im ersten Kapitel auch nach, wie neben dem Lerninhalt BNE der Aspekt einer der Idee angepassten Unterrichtskultur mit in den zentralen Fokus der Arbeit geriet. Diese Blickrichtung fand geeignete Anknüpfungspunkte im Allgemeinbildungsdiskurs (siehe weiter unten).

Die Analyse des BNE-Konzepts stellte die erste Brücke zum *zweiten* konstituierenden Ausgangspunkt der Arbeit her: ANDELFINGERS *Sanftem Unterricht*. Seine in den 1980er Jahren für den Mathematikunterricht vorgeschlagene Unterrichtskultur orientiert sich am Gedanken der *Einen Welt* und verdeutlicht, dass es mehr

um Grundhaltungen geht, die durch Unterricht im Allgemeinen – auch fernab der Thematisierung von Nachhaltigkeitskontexten – erwachsen sollen, um zu einer nachhaltigen Weltsicht beizutragen: „Es *braucht nicht immer ‚Umweltthemen‘, um den Unterricht ‚nachhaltig‘ zu machen. Vielmehr ist es entscheidend, Grundhaltungen zu fördern, die dies ‚von selbst‘ bewirken“* (Andelfinger 2022, S. 30; Hervorhebung im Original).

Die sich an die einleitenden, fachübergreifenden Erläuterungen anschließende Bestandsaufnahme schränkte den Blick nun auf das Fach Mathematik ein. Eine Sichtung (mathematik-)didaktischer Forschungs- und Entwicklungsbeiträge konnte zeigen, dass Mathematikunterricht einen Beitrag zu BNE – insbesondere als Lerninhalt – leisten kann: Es existieren diverse praxisbezogene Materialien, die sich inhaltlich dem Nachhaltigkeitskontext zuordnen lassen. Auch werden einzelne Aspekte wie das Modellieren oder der Umgang mit statistischen Daten aufgegriffen. Umfangreichere Forschungsarbeiten zum Wechselverhältnis von Mathematikunterricht und BNE fehlten bislang weitgehend, auch der Aspekt der Unterrichtskultur wurde bisher nicht bis kaum expliziert. Die curriculare Bestandsaufnahme hinsichtlich der Integration von BNE als Lerninhalt konnte zeigen, dass dem Mathematikunterricht der Sekundarstufe I hier die Aufgabe bisher nur teilweise zukommt und sich in den wenigen Realisierungsansätzen noch Defizite etwa im Hinblick auf das Konkretisierungsniveau ergeben.

Unter Rückgriff auf Allgemeinbildungskonzepte konnte in **Kapitel 2 – BNE als Beitrag zur Allgemeinbildung im Mathematikunterricht** gezeigt werden, dass und auf welche Weise BNE einen substantiellen Beitrag zum Allgemeinbildungsauftrag des Mathematikunterrichts leisten kann – und sich neben den bildungspolitischen Forderungen damit auch auf dieser Ebene legitimiert: So greift BNE als Inhalt etwa Erscheinungen auf, die uns alle angehen, in denen Mathematik eine Orientierungs- oder Entscheidungshilfe sein kann. Mathematikunterricht kann hier zur Entfaltung von Verantwortungsbereitschaft und Werthaltungen beitragen. BNE kann den kritischen Vernunftgebrauch anregen und Anlässe schaffen, sowohl Möglichkeiten als auch Grenzen der Mathematik beim Erfassen von Wirklichkeit zu reflektieren. Die Analyse des Allgemeinbildungsdiskurses konnte zudem die Blickrichtung der Unterrichtskultur aufgreifen, die zur Verwirklichung der herausgearbeiteten BNE-relevanten allgemeinbildenden Ziele essentiell ist.

Nachdem sich die Unterrichtskultur für die BNE-Zielperspektive als bedeutsam herausgeschält hatte, widmeten sich die beiden folgenden Kapitel 3 und 4 im Kern der Frage, wie eine förderliche Unterrichtskultur für den Mathematikunterricht konkret aussehen kann. Übergeordnetes Ziel jener Kultur ist die Entwicklung der Bereitschaft der Lernenden, Mathematik auch über die Schule hinaus verantwortungsvoll zu verwenden, um (noch unabsehbare) Herausforderungen zu meistern

– und damit auch Grundhaltungen zu fördern, die zu einer nachhaltigen Transformation der Gesellschaft beitragen. Zunächst wurden dazu in **Kapitel 3 – Perspektiven eines postmodernen Mathematikunterrichts bei BERNHARD ANDELFINGER** im Wesentlichen die Ansätze ANDELFINGERS aus den 1980er Jahren für eine veränderte Unterrichtskultur mit ausgewiesener ethischer Position durch Orientierung am Leitprinzip der *Einen Welt* aufgearbeitet. Seine Vorstellung dieser Unterrichtskultur nennt er *Sanften Unterricht*. Während ANDELFINGERS Motivation mehr die Kritik an einer harten Unterrichtskultur war, stellte jene hier mehr die mathematikdidaktisch zu legitimierende Sicht von BNE im Mathematikunterricht dar. Wie dargelegt, machte die Beschäftigung mit diesem Anliegen allerdings schnell deutlich, dass dabei nicht ohne eine Veränderung von Unterrichtskultur auszukommen ist.

In **Kapitel 4 – Der Achtsame Unterricht – Weiterentwicklung der Unterrichtskultur** wurde das Konzept des Achtsamen Unterrichts entwickelt, das auf Ideen des Sanften Unterrichts aufbaut. Unter Rückgriff insbesondere auf mathematikdidaktische und pädagogisch-psychologische Literatur konnten ANDELFINGERS Überlegungen vertieft, weiter fundiert und ergänzt werden. Der Achtsame Unterricht stellt einen förderlichen Rahmen normativen Charakters zur Verfügung, damit u. a. die Bildungsidee BNE zum Tragen kommen kann. Der Nachhaltigkeitskontext rückte bei den Betrachtungen zunächst in den Hintergrund, er ist nur *ein* möglicher Kontext im Achtsamen Unterricht. Vielmehr lag der Fokus dort auf Grundhaltungen wie *gegenseitig Ernstnehmen*, *gegenseitig Aufklären*, *Erleben und Sehen von Alternativen* sowie einem *offen-interessierten Diskurs*, damit sich die Lernenden Mathematik zuwenden und sie verantwortungsvoll *verwenden*²⁴¹ (wollen und können). Dies ist wesentliche Voraussetzung, um mit Hilfe von Mathematik „Probleme nicht-nachhaltiger Entwicklung erkennen und bewerten zu können“ (KMK & DUK 2007, S. 2 f.), und damit für eine nachhaltige Transformation der *Mitwelt* (im Sinne Andelfingers, siehe S. 139 und Fußnote 84) wesentlich.

Abschließend griff **Kapitel 5 – BNE als Lerninhalt: Belebung des Umgangs mit Ungenauigkeit im Mathematikunterricht** den Nachhaltigkeitskontext als konkreten *Inhalt* im Achtsamen Unterricht wieder auf. Der Fokus hierbei lag auf dem Umgang mit Nichtwissen und Unsicherheit als wesentlichem Bestandteil der Nachhaltigkeitsthematik. Aufgrund dessen kann der Nachhaltigkeitskontext im Mathematikunterricht dazu beitragen, den Umgang mit Unsicherheiten und Ungenauigkeit zu beleben – dieses Anliegen ist auch jenseits von BNE relevant. Umgekehrt liefert die Mathematik Werkzeuge zum Umgang mit diesen Unsicherheiten. Im Rahmen des FERMI-Aufgabenformates wurde konkretisierend gezeigt, wie BNE die *Passt-so-Mathe* beim Modellieren beleben kann. Beispiele für solche BNE-

²⁴¹ vgl. zur Bedeutung des *Verwendens* in Erweiterung des *Anwendens* im Achtsamen Unterricht Fußnote 98

Aufgaben im FERMI-Gewand sowie exemplarische Schülerbearbeitungen rundeten das Kapitel ab.

Diese Auseinandersetzung mit BNE im Rahmen der vorliegenden Arbeit konnte damit zu mehreren Empfehlungen des *Institut Futur* zur Diffusion von BNE im Bildungsbereich Schule beitragen (vgl. von Seegern o. J.):

- Bildungspolitische und curriculare Verankerung von BNE stärken
- Diskussionsräume zur Verdeutlichung des BNE-Verständnisses schaffen
- Beispielhafte Materialien zur fachspezifischen Implementierung von BNE entwickeln

6.2 Einige Perspektiven für zukünftige Forschung

Die Arbeit zeigt wichtige Anhaltspunkte für weitere Forschung auf. Aus ihnen lassen sich mehrere Forschungsdesiderata ableiten, um die Theoriebildung zu BNE im Mathematikunterricht weiter zu bereichern – entlang der Arbeit folgende:

- (1) Curriculums- und Materialentwicklung zu BNE, auch Schulbuchanalyse
- (2) eigenständiger Stellenwert des Reflektierens (nach FISCHER), welcher sich aus den Rollen der Lernenden als Laien, die Experten zu bewerten suchen, ergibt
- (3) Ausbildung und Fortbildung zu BNE
- (4) Ausdehnung von Vorschlägen zu BNE als Lerninhalt auf die Sekundarstufe II und auf andere Aufgabenformate²⁴²

Aspekt (1) greift die Analyse hinsichtlich BNE in den Mathematiklehrplänen auf (siehe Abschnitt 1.3.2). Hieraus ergibt sich die Notwendigkeit einer fachdidaktisch reflektierten Implementierung in die jeweiligen Fachlehrpläne, hier in den Fachlehrplan Mathematik. Die Entwicklung etwa von Handreichungen zum Lehrplan zur Verankerung von BNE kann dabei das Anliegen konkretisieren. Eine Präambel kann helfen, BNE sowohl als Lerninhalt als auch auf der Ebene der Unterrichtskultur zu verankern.

²⁴² Diese Bereiche decken sich weitgehend mit einer Befragung von Lehrkräften bezüglich der größten Hürden bei der Implementierung von BNE im schulischen Bereich (vgl. Brock & Grund o. J., S. 5): 80 % der Lehrer sehen in der unzureichenden curricularen Verankerung die größte Hürde. Weitere große Hemmnisse sind der Mangel an Weiterbildungen (Zustimmung von 75 % der Befragten) und passenden Unterrichtsmaterialien sowie das eigene Wissensdefizit bezüglich der Umsetzungsmöglichkeiten von BNE (Zustimmung von 74 % der Befragten) (vgl. Brock & Grund o. J., S.5).

Wandert der Blick von den normativen Aufgaben des Mathematikunterrichts hinsichtlich BNE hin zu den tatsächlich erfüllenden Funktionen, so kann eine Erhebung der aktuellen Praxis bezüglich BNE in den Schulen im Fach Mathematik zeigen, was dieser tatsächlich leistet, wo sich Schwierigkeiten und Defizite, aber auch besondere Chancen aus der Praxis heraus ergeben. Dabei gerät auch das Schulbuch mit in den Blick, welches für die Unterrichtsvorbereitung der Lehrkräfte maßgeblich ist, sowohl bei inhaltlichen als auch bei methodischen Fragestellungen – dies wird etwa durch die Untersuchung von SEBASTIAN REZAT (2009, S. 51 ff.) und von RIESS et al. (2008, S. 58) bestätigt. Aufgrund seiner Bedeutsamkeit kann in weiteren Forschungen hier angesetzt werden, etwa wie folgt: Inwieweit hat BNE in Schulbücher bereits Einzug erhalten? An welche Kontexte und Themen sind die Bearbeitungen gebunden? Welche Charakteristika weisen die Aufgaben auf? Inwiefern ist das Material geeignet?

Aspekt (2) knüpft an BNE-bezogene Aufgabenstellungen an und greift das Potential von BNE für einen allgemeinbildenden Mathematikunterricht auf. Hierbei ergibt sich insbesondere in Bezug auf FISCHERS Überlegungen, der auf Basis seiner Unterscheidung zwischen Experten und allgemeingebildeten Laien dem Bewerten und Reflektieren für den Unterricht – also für die Laien – einen besonderen, eigenständigen Stellenwert einräumt (siehe Kapitel 2, ab S. 123), weiterer Forschungsbedarf im Rahmen von BNE. Die Nachhaltigkeitsthematik beinhaltet häufig komplexe Modellierungen, die für den allgemeingebildeten Laien weder auf der Ebene des Operierens im Sinne des eigenständigen Aufstellens eines Modells noch auf der des Arbeitens im Modell von Bedeutung sind. Es stellt sich die Frage, inwiefern diese Blickrichtung schon im Rahmen von BNE im Mathematikunterricht Niederschlag gefunden hat und wie sich diese Herangehensweise, dem Reflektieren und Bewerten vorhandener Modelle einen höheren Stellenwert in Bezug auf BNE einzuräumen, weiter fundieren und ausarbeiten lässt. Nicht zuletzt veranlasst jene Brille auf BNE im Mathematikunterricht eine konkrete Gestaltung entsprechender Aufgaben, die nicht das Aufstellen von eigenen Modellen und das Operieren in diesen adressieren, sondern das Nachvollziehen, Hinterfragen, kritische Reflektieren (etwa der Modellannahmen und -reduktionen sowie Schlussfolgerungen), Interpretieren und Bewerten von durch Experten zur Verfügung gestellter Modelle – um darauf aufbauend auch mögliche eigene Entscheidungen zu treffen.

Aspekt (3) betrifft die Aus- und Fortbildung von Lehrkräften bezüglich der Integration von BNE in den Mathematikunterricht. Der Nationale Aktionsplan fordert diesbezüglich eine Stärkung der Kompetenzentwicklung bei Lehrkräften und dessen Evaluation durch Begleitforschung (vgl. NPBNE 2017, S. 39).

Die Länder prüfen, inwieweit BNE in den Rahmenvorgaben bzw. Zielvereinbarungen der Länder für Hochschulen sowie in den Rahmenvorgaben der Län-

der für die 2. und 3. Phase der Lehrkräftebildung verankert werden kann. Dabei sollte BNE in der 1. Phase sowohl in die erziehungswissenschaftlichen sowie in die fachdidaktischen Bereiche des Studiums eingebracht werden.

(NPBNE 2017, S. 31)

Im Rahmen weiterer Forschungsarbeiten kann der Bereich der Lehrerausbildung genauer ausgearbeitet werden. Ausgehend von BNE-Bezügen in Studienordnungen und Modulhandbüchern sowie spezifischen (Vor-)Erfahrungen der Mathematiklehramtsstudierenden bezüglich BNE (vgl. dazu auch Birte Specht & Carolin Danzer 2023) sind konkrete Lehrveranstaltungen zu konzipieren, die die Umsetzung des Bildungsanliegens im Mathematikunterricht unterstützen. Dabei sollten auch fächerübergreifende Bezüge mitgedacht und praktisch erprobt werden (vgl. dazu auch Johanna Brück & Lengnink 2023). Ähnliches gilt für die zweite Phase der Lehrerausbildung und die dortigen Fachseminare. Darüber hinaus bietet sich die Entwicklung und Evaluation von Fortbildungsveranstaltungen zur Integration von BNE im Mathematikunterricht an. Dazu gilt es, adäquates, fachdidaktische und BNE-spezifische Prinzipien berücksichtigendes Unterrichtsmaterial zu entwickeln und zu erproben (siehe auch Aspekt 1). Im gesamten Bereich der Lehrerausbildung bzw. -fortbildung ist die politisch-wertbezogene Ebene der BNE-Thematik zu beachten – denn im Gegensatz zu anderen Fächern, wo etwa der Beutelsbacher Konsens (siehe dazu S. 34) zum Kanon der Ausbildung gehört, sind Mathematiklehrkräfte mit wertbezogenen Aspekten und Äußerungen im Unterricht traditionell weniger ausgebildet und sensibilisiert.

Nicht zuletzt erscheint es notwendig, BNE als Lerninhalt abseits des FERMI-Aufgabengewands für den Mathematikunterricht genauer zu erforschen. Dies geht einher mit der Implementierung des Bildungsanliegens BNE in der Sekundarstufe II, wo im Hinblick auf den Umgang mit Ungenauigkeit etwa auch die Arbeit mit stochastischen Modellen und Konfidenzintervallen möglich wird – ein wichtiger Grund für Konfidenz statt Hypothesen in der Sekundarstufe II (siehe Aspekt 4) (vgl. auch Wolfgang Riemer 2020).

6.3 Erste Schritte in die Zukunft

Ganz wichtig ist mir, dass die Chance genutzt wird, die Breite der Bildungsidee BNE – auch im Rahmen von Mathematikunterricht – in der Praxis wirklich gewinnbringend zu nutzen. Dies bringt, wie die Arbeit deutlich gezeigt hat, ein gewisses Um-/Weiterdenken von Unterrichtskultur mit sich. Strukturelle Rahmenbedingungen wie etwa zeitliche und curriculare Einschränkungen im schulischen Alltag können dies behindern und eine Hürde darstellen, gerade auch, was fachübergreifendes/-überschreitendes Lernen betrifft. In diesem Hinblick liefert der Ansatz „Schule im Aufbruch“ von MARGRET RASFELD, GERALD HÜTHER und STEFAN

BREIDENBACH eine fruchtbare – und zu meinen in der Arbeit skizzierten Ideen passende – Perspektive. Er verfolge das Ziel, der Potentialentfaltung der Lernenden genügend Raum zu geben, was zugleich eine Abkehr vom klassischen Unterrichtsverständnis bedeute. Die aktive Zukunftsgestaltung der Lernenden sei leitend für die Vision:

Wenn unsere Schulen die Kinder und Jugendlichen auf die Herausforderungen des 21. Jahrhunderts vorbereiten wollen, müssen sie sich völlig anders ausrichten und radikal ‚Schule neu denken‘. Nicht die Wissensvermittlung hat Priorität, sondern die Entfaltung individueller Potenziale, es geht um Kreativität, Kooperationsfähigkeit, Empathie, Lösungskompetenzen, Frustrationstoleranz, Eigenverantwortung, die Bereitschaft zu Engagement uvm.

(Initiative Schule im Aufbruch gGmbH 2021)

Eine so verstandene Schule solle beispielsweise Freude und Kreativität erhalten und fördern, zum Fragen stellen ermutigen, die Gemeinschaft betonen, Zukunftsfragen aufgreifen, Selbstwirksamkeit erfahrbar machen, vielfältige Lebensweltbezüge aufgreifen u. v. m. (vgl. Initiative Schule im Aufbruch gGmbH 2021). Das Leitbild dieser Vision von Schule orientiere sich neben der Potentialentfaltung an den vier Säulen der UNESCO: „lernen, Wissen zu erwerben; lernen zusammenzuleben; lernen zu handeln; lernen zu sein“ (Rasfeld 2022, S. 14). BNE sei in diesem Netzwerk „das tragende Ethos“ (ebd.). Ganz konkret schlägt RASFELD (2022) den sogenannten „FREI DAY“, eine verbindliche Zeit im Stundenplan für die Arbeit an BNE-Themen, vor – als Brücke vom alten zum intendierten Schulverständnis²⁴³:

Der ‚FREI DAY‘ ist ein freier Bildungsraum für Zukunftsthemen mit mindestens vier Stunden jede Woche und im Stundenplan verbindlich festgelegt. Die Themen kommen von den Kindern und Jugendlichen. Es geht um ihre Fragen, Forderungen und kreative Lösungen für eine lebenswerte nachhaltige Zukunft.

(Rasfeld 2022, S. 12)

Zugleich spricht sie sich damit gegen ein eigenes Fach BNE aus, da hier tradierte Muster wie Gleichschritt, Tests oder Arbeitsblätter den intendierten Wandel behindern und Partizipation, Gestaltungskompetenz sowie Selbstwirksamkeit nicht genügend Raum finden (vgl. Rasfeld 2022, S. 12). Am „FREI DAY“ Arbeiten die Jugendlichen in den dafür vorgesehenen Stunden selbstständig in altersgemischten Interessen-Gruppen, ggf. unter Beteiligung externer Partner. Die Ergebnisse werden der Schulgemeinschaft vorgestellt, eine Benotung erfolge nicht. „Aus diesem gewonnenen Wissen erwachsen Ideen für das Handeln in Schule und Kommune. Die Schulen werden so zu Wirk-Stätten für weltverantwortliches Handeln“ (Rasfeld 2022, S. 12 f.).

²⁴³ siehe die Parallele zu KLAFFKIS vorgeschlagenem Epochalunterricht in Kapitel 2, S. 95

BNE ist hier also mehr als nur ein Thema – der „FREI DAY“ sei als Schritt in die Richtung eines *Whole-School-Approach* zu sehen (vgl. Rasfeld 2022, S. 13). Er hebt die klassische Fächertrennung bezogen auf BNE auf, räumt dem Thema einen eigenen Raum im Stundenplan ein und trägt wichtigen Prinzipien wie etwa der Partizipation Rechnung – BNE ist also nicht nur Lerninhalt, sondern geht auch mit einer weiterentwickelten Unterrichtskultur einher. Der Ansatz stellt damit ein Umdenken in Bezug auf Schule und Unterricht in einem ersten, kleinen Schritt dar.

7 Anhang

7.1 Kernkompetenzen des Lernbereichs Globale Entwicklung

Erkennen	1. Informationsbeschaffung und -verarbeitung ... Informationen zu Fragen der Globalisierung und Entwicklung beschaffen und themenbezogen verarbeiten.
	2. Erkennen von Vielfalt ... die soziokulturelle und natürliche Vielfalt in der Einen Welt erkennen.
	3. Analyse des globalen Wandels ... Globalisierungs- und Entwicklungsprozesse mithilfe des Leitbildes der nachhaltigen Entwicklung fachlich analysieren.
	4. Unterscheidung von Handlungsebenen ... Handlungsebenen vom Individuum bis zur Weltebene in ihrer jeweiligen Funktion für Entwicklungsprozesse erkennen.
Bewerten	5. Perspektivenwechsel und Empathie ... sich eigene und fremde Wertorientierungen in ihrer Bedeutung für die Lebensgestaltung bewusst machen, würdigen und reflektieren.
	6. Kritische Reflexion und Stellungnahme ... durch kritische Reflexion zu Globalisierungs- und Entwicklungsfragen Stellung beziehen und sich dabei an der internationalen Konsensbildung, am Leitbild nachhaltiger Entwicklung und an den Menschenrechten orientieren.
	7. Beurteilen von Entwicklungsmaßnahmen ... Ansätze zur Beurteilung von Entwicklungsmaßnahmen (bei uns und in anderen Teilen der Welt) unter Berücksichtigung unterschiedlicher Interessen und Rahmenbedingungen erarbeiten und zu eigenständigen Bewertungen kommen.
Handeln	8. Solidarität und Mitverantwortung ... Bereiche persönlicher Mitverantwortung für Mensch und Umwelt erkennen und als Herausforderung annehmen.
	9. Verständigung und Konfliktlösung ... zur Überwindung soziokultureller und interessenbestimmter Barrieren in Kommunikation und Zusammenarbeit sowie zu Konfliktlösungen beitragen.
	10. Handlungsfähigkeit im globalen Wandel ... die gesellschaftliche Handlungsfähigkeit im globalen Wandel vor allem im persönlichen und beruflichen Bereich durch Offenheit und Innovationsbereitschaft sowie durch eine angemessene Reduktion von Komplexität sichern und die Ungewissheit offener Situationen ertragen.
	11. Partizipation und Mitgestaltung Die Schülerinnen und Schüler können und sind aufgrund ihrer mündigen Entscheidung bereit, Ziele der nachhaltigen Entwicklung im privaten, schulischen und beruflichen Bereich zu verfolgen und sich an ihrer Umsetzung auf gesellschaftlicher und politischer Ebene zu beteiligen.

Abb. 44: Elf Kernkompetenzen des Lernbereichs Globale Entwicklung (nach Schreiber 2016, S. 95)

7.2 Fachbezogene Teilkompetenzen des Mathematikunterrichts

Die Schülerinnen und Schüler können ...

	Kernkompetenzen	Fachbezogene Teilkompetenzen
Erkennen	1. Informationsbeschaffung und -verarbeitung ... sich Informationen zu Fragen der Globalisierung und Entwicklung beschaffen und themenbezogen verarbeiten.	1.1 ... Möglichkeiten der globalen Kommunikation (Medien, Internet) zur Beschaffung quantitativer Daten über Globalisierung und Entwicklung nutzen.
		1.2 ... grafische Darstellungen und Tabellen mit Daten zu globalen Fragen verstehen und auswerten.
		1.3 ... Daten zu ausgewählten Fragestellungen der globalen Entwicklung und zum Nachhaltigkeitsprozess beschaffen und problemorientiert darstellen.
	2. Erkennen von Vielfalt ... die soziokulturelle und natürliche Vielfalt in der Einen Welt erkennen.	2.1 ... in vielfältigen Situationen geeignete mathematische Fragen zur Analyse globaler Entwicklungen stellen und Unterschiede bzw. gemeinsame Strukturen erkennen und beschreiben.
		2.2 ... quantifizierbare und nicht quantifizierbare Faktoren bei der Beschreibung der soziokulturellen und natürlichen Vielfalt unterscheiden und differenziert behandeln.
		2.3 ... verstehen, dass unterschiedliche Modelle zu globalen Entwicklungen auch im gleichen Sachzusammenhang ggf. zu verschiedenen Ergebnissen führen, eventuell nur Teile korrekt beschreiben und daher Anpassungen immer wieder nötig sind.
	3. Analyse des globalen Wandels ... Globalisierungs- und Entwicklungsprozesse mithilfe des Leitbilds der nachhaltigen Entwicklung fachlich analysieren.	3.1 ... den Modellcharakter mathematischer Beschreibungen der Welt erkennen und solche Modelle für Fragen der nachhaltigen Entwicklung nutzen.
		3.2 ... durch Modellbildung Prognosen für die künftige globale Entwicklung erstellen und ihre Verlässlichkeit abschätzen.
	4. Unterscheidung von Handlungsebenen ... Handlungsebenen vom Individuum bis zur Weltebene in ihrer jeweiligen Funktion für Entwicklungsprozesse erkennen.	4.1 den Einfluss von lokalen/regionalen Rahmenbedingungen globaler Entwicklung auf Modellparameter analysieren.
		4.2 ... die Bedeutung und die Konsequenzen mathematischer Modellierungen für Handlungsebenen globaler Entwicklung vom Individuum bis zur Weltebene beschreiben.

(nach Reiss et al. 2016, S. 303-305)

Die Schülerinnen und Schüler können ...

	Kernkompetenzen	Fachbezogene Teilkompetenzen
Bewerten	5. Perspektivenwechsel und Empathie ... sich eigene und fremde Wertorientierungen in ihrer Bedeutung für die Lebensgestaltung bewusst machen, würdigen und reflektieren.	5.1 ... divergierende Verwendungen und Interpretationen mathematischer Ergebnisse zu Fragen der globalen Entwicklung vor dem Hintergrund unterschiedlicher Wertsysteme und Kulturen erkennen
		5.2 ... sich der Implikationen mathematischer Modellierungen zu Fragen der globalen Entwicklung für sich und andere bewusst werden
	6. Kritische Reflexion und Stellungnahme ... durch kritische Reflexion zu Globalisierungs- und Entwicklungsfragen Stellung beziehen und sich dabei an der internationalen Konsensbildung, am Leitbild nachhaltiger Entwicklung und an den Menschenrechten orientieren.	6.1 ... verschiedene mathematische Modelle zu einer Problemstellung globaler Entwicklung gegeneinander abwägen und ihre Bedeutung für eine nachhaltige Entwicklung prüfen
		6.2 ... die Auswahl mathematischer Modelle zu Fragen der globalen Entwicklung sowie die Aussagekraft der erzeugten Daten vor dem Hintergrund gesellschaftlicher Interessen und der internationalen Konsensbildung (z. B. auf Weltkonferenzen) interpretieren
		6.3 ...Darstellungen von Daten und Prognosen zu Fragen der globalen Entwicklung kritisch beurteilen und ihre Verlässlichkeit hinterfragen
	7. Beurteilen von Entwicklungsmaßnahmen ... Ansätze zur Beurteilung von Entwicklungsmaßnahmen (bei uns und in anderen Teilen der Welt) unter Berücksichtigung unterschiedlicher Interessen und Rahmenbedingungen erarbeiten und zu eigenständigen Bewertungen kommen.	7.1 ... die Konzeption von Entwicklungsmaßnahmen anhand von Daten und mathematischen Modellen aus der Sicht der verschiedenen Beteiligten beurteilen.

(nach Reiss et al. 2016, S. 303-305)

Die Schülerinnen und Schüler können ...

	Kernkompetenzen	Fachbezogene Teilkompetenzen
Handeln	8. Solidarität und Mitverantwortung ... Bereiche persönlicher Mitverantwortung für Mensch und Umwelt erkennen und als Herausforderung annehmen.	8.1 erkennen, dass Mathematik für viele andere Wissenschaften Grundlagen und Werkzeuge bereitstellt und sich daraus professionelle Verantwortung ergibt.
		8.2 ... sich in ihrem Denken zu eigen machen, dass man mit mathematischen Aussagen, Analysen und Prognosen zur Strukturierung und Meinungsbildung beitragen und persönliche Mitverantwortung für eine nachhaltige Entwicklung wahrnehmen kann
	9. Verständigung und Konfliktlösung ... zur Überwindung soziokultureller und interessenbestimmter Barrieren in Kommunikation und Zusammenarbeit sowie zu Konfliktlösungen beitragen.	9.1 ... die Rolle der Mathematik mit weltweit gültigen Standards für einen rationalen Diskurs zu Fragen der globalen Entwicklung wertschätzen.
		9.2 ... Möglichkeiten der Mathematik zur Versachlichung von Kommunikation und interkultureller Verständigung bei Fragen der globalen Entwicklung nutzen
	10. Handlungsfähigkeit im globalen Wandel ... die gesellschaftliche Handlungsfähigkeit im globalen Wandel vor allem im persönlichen und beruflichen Bereich durch Offenheit und Innovationsbereitschaft sowie durch eine angemessene Reduktion von Komplexität sichern und die Ungewissheit offener Situationen ertragen.	10.1 ... in ihrem Handeln Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Methoden zur Reduktion von Komplexität des globalen Wandels einschätzen.
		10.2 ... für den persönlichen und den beruflichen Bereich Handlungsfähigkeit im globalen Wandel durch die Wahl geeigneter mathematischer Methoden absichern.
	11. Partizipation und Mitgestaltung Die Schülerinnen und Schüler können und sind aufgrund ihrer mündigen Entscheidung bereit, Ziele der nachhaltigen Entwicklung im privaten, schulischen und beruflichen Bereich zu verfolgen und sich an ihrer Umsetzung auf gesellschaftlicher und politischer Ebene zu beteiligen.	11.1 ... angesichts von Daten zu globalen Fragen die eigenen Handlungsspielräume erkennen und sie im Rahmen der wirtschaftlichen, politischen, gesellschaftlichen und ökologischen Zielsetzungen nutzen.
		11.2 ... mithilfe mathematischer Mittel Folgen und Wirksamkeit ihrer eigenen Handlungen hinsichtlich der Ziele nachhaltiger Entwicklung abschätzen und korrigieren.

Abb. 45: Fachbezogene Teilkompetenzen des Mathematikunterrichts für den Mittleren Schulabschluss, bezogen auf die Kernkompetenzen des Lernbereichs Globale Entwicklung (nach Reiss et al. 2016, S. 303-305)

7.3 Intendierte Interaktionsprozesse im Achtsamen Unterricht (Abbildung)

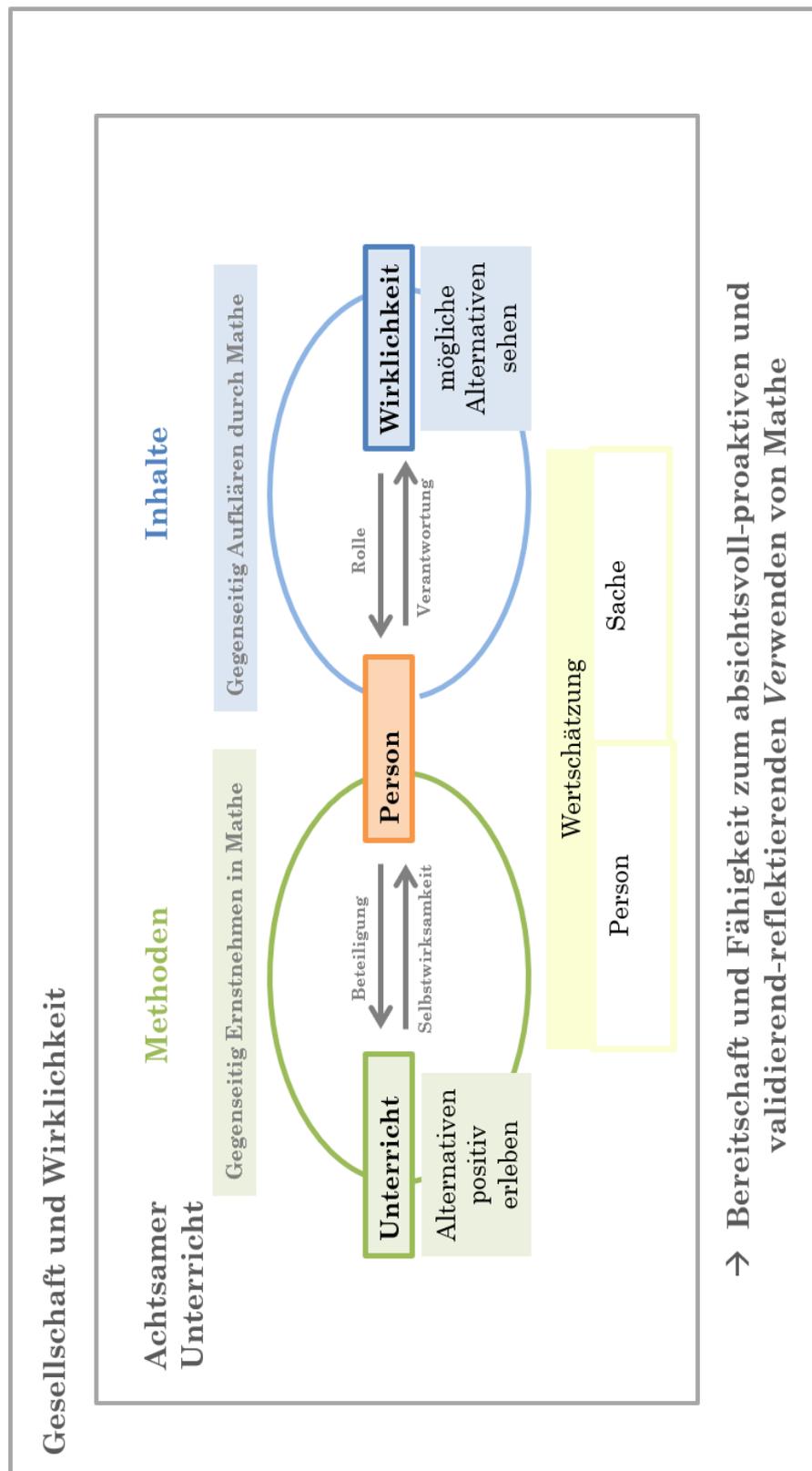


Abb. 46: Intendierte Interaktionsprozesse im Achtsamen Unterricht – groß (eigene Darstellung)

7.4 Arbeitsblätter

7.4.1 Ab. 01 – Kassenbonnpflicht in Bäckereien



UNIVERSITÄT
DES
SAARLANDES

Termin-Aufgaben zu BNE – K. Wilhelm (2024): BNE im Mathematikunterricht. Dissertation. Saarbrücken.



Prise
MaDi

AB 01 – Kassenbonn-Wahnsinn




„Bon- und Müllwahnsinn“:
Bäckereien warnen vor 5 Milliarden Kassenbons

Kassenbonn-Pflicht auch für Brötchen? Der Zentralverband des Bäckerverhandwerks warnt vor Müll-Wahnsinn.
Ab 2020 unterliegt der deutsche Einzelhandel einer neuen Pflicht zum Kassenbonn. Allein die Bäckereien fürchten dadurch fünf Milliarden neue Papierbons pro Jahr – dabei gäbe es bessere Lösungen.

Foto: www.ansbachplus.de

nach Wirtschaftswoche Online 2019, 15. November

Die Aufgaben

Der Artikel von Wirtschaftswoche Online gibt uns Anlass für folgende Fragen, die du durch eigene Berechnungen beantworten kannst:

1. *Fünf Milliarden neue Kassenbons allein bei Deutschlands Bäckern im Jahr* – so der Zentralverband des Bäckerverhandwerks im Artikel. Kann das stimmen? Prüfe durch eigene Schätzungen und Berechnungen.
2. Findest du die folgenden Vergleiche passend? *Damit könnte etwa 25-mal die Erde umwickelt oder zweieinhalbmal die Strecke von der Erde zum Mond gelegt werden.* Rechne nach.
3. Finde einen eigenen Vergleich zur Veranschaulichung des „Bon- und Müllwahnsinns“.
4. Welche Argumente könnten dafür oder dagegen sprechen, die Kassenbonnpflicht einzuführen? Welche Alternativen wären denkbar? Diskutiert in eurer Gruppe.

Bearbeitungshinweise

- > Bearbeite die Aufgaben in einer Gruppe von zwei bis drei Personen.
- > Dokumentiert euren Lösungsweg ausführlich. Teilt dazu euer Blatt in zwei Spalten ein:

Lösungsweg	Was ich mir dabei gedacht habe ...
------------	------------------------------------

In der *ersten* Spalte haltet ihr eure Berechnungen fest.
In der *zweiten* Spalte beschreibt ihr in Worten eure Überlegungen, Ideen, Strategien, Annahmen, Rechercheergebnisse usw. Auch Irrwege, überflüssige Angaben u. Ä. gehören dazu und sollten nicht wegradiert, sondern als solche von euch kenntlich gemacht werden.

- > Reflektiert euer Vorgehen im Anschluss an die Aufgabenbearbeitung *schriftlich*. Mögliche Leitfragen hierzu sind:
 - Was hat euch Spaß gemacht?
 - Ist euch die Aufgabe schwergefallen? Warum/ warum nicht?
 - Habt ihr etwas Neues gelernt? Wenn ja, was?
 - Habt ihr Fehler gemacht? Wenn ja, wo und welche? Könnt ihr euch im Nachhinein erklären, wie der Fehler zustande kam?
 - Hattet ihr Ideen, die nicht zum Ziel geführt haben? Wenn ja, welche? Wie seid ihr dann auf euren erfolgreichen Lösungsweg gekommen?
 - ...

Quelle/Artikel: Wirtschaftswoche Online (Hrsg.) (2019, 15. November): „Bon- und Müllwahnsinn“: Bäckereien warnen vor 5 Milliarden Kassenbons. o. O. URL: <https://www.wiwo.de/unternehmen/dienstleister/wegen-kassenzettel-pflicht-bon-und-muellwahnsinn-baeckereien-warnen-vor-5-milliarden-kassenbons/25232236.html> [Stand: 28.02.2024].

7.4.2 Ab. 02 – Leitungs- vs. Mineralwasser



UNIVERSITÄT
DES
SAARLANDES

Fermi-Aufgaben zu BNE – K. Wilhelm (2024): BNE im Mathematikunterricht. Dissertation. Saarbrücken.



PriSe
MaDi

AB 02 – Leitungs- vs. Mineralwasser



„Leitungswasser hat in Deutschland eine sehr gute Qualität. Gekauftes Mineralwasser wird häufig über weite Strecken transportiert. Studien zufolge verbraucht Mineralwasser bis zur Bereitstellung bis zu 1.000-mal mehr Energie als Leitungswasser! Ein Liter Leitungswasser statt Mineralwasser pro Tag spart im Jahr ganze 70 Kilogramm Kohlenstoffdioxid. [...]“

nach Wochenspiegel 2022, 21. Mai

Die Aufgaben

0. Diskutiert mögliche Gründe, warum man durch Leitungswasser Kohlenstoffdioxid einsparen kann.
Der Artikel aus dem Wochenspiegel gibt uns Anlass für folgende Fragen, die du durch eigene Berechnungen beantworten kannst:
1. Wenn die Angaben des Artikels stimmen, wie viel Kohlenstoffdioxid könnten wir als Klasse (und als Schule) jährlich (und in unserem ganzen Leben) sparen? Wie viel wäre dies für ganz Deutschland? ... Und wie viel Wasser trinkst du eigentlich am Tag?
2. Was bedeuten die Angaben? Finde anschauliche Vergleiche. Kannst du dir hierdurch die Angaben besser vorstellen?
3. Wobei und wodurch könntest du in deinem Alltag weiteres Kohlenstoffdioxid einsparen?

Bearbeitungshinweise

- > Bearbeite die Aufgaben in einer Gruppe von zwei bis drei Personen.
- > Dokumentiert euren Lösungsweg ausführlich. Teilt dazu euer Blatt in zwei Spalten ein:

Lösungsweg	Was ich mir dabei gedacht habe ...

In der *ersten* Spalte haltet ihr eure Berechnungen fest. In der *zweiten* Spalte beschreibt ihr in Worten eure Überlegungen, Ideen, Strategien, Annahmen, Rechercheergebnisse usw. Auch Irrwege, überflüssige Angaben u. A. gehören dazu und sollten nicht wegradiert, sondern als solche von euch kenntlich gemacht werden.

- > **Reflektiert** euer Vorgehen im Anschluss an die Aufgabenbearbeitung *schriftlich*. Mögliche Leitfragen hierzu sind:
 - Was hat euch Spaß gemacht?
 - Ist euch die Aufgabe schwergefallen? Warum/ warum nicht?
 - Habt ihr etwas Neues gelernt? Wenn ja, was?
 - Habt ihr Fehler gemacht? Wenn ja, wo und welche? Könnt ihr euch im Nachhinein erklären, wie der Fehler zustande kam?
 - Hattet ihr Ideen, die nicht zum Ziel geführt haben? Wenn ja, welche? Wie seid ihr dann auf euren erfolgreichen Lösungsweg gekommen?
 - ...

Quelle Artikel: Wochenspiegel (Hrsg.) (2022, 21. Mai): Nachhaltigkeit als Chance. Sonderbeilage. Saarbrücken.

7.4.3 Ab. 03 – Aktion Schulradeln



UNIVERSITÄT
DES
SAARLANDES

Fermi-Aufgaben zu BNE – K. Wilhelm (2024): BNE im Mathematikunterricht. Dissertation. Saarbrücken.



PriSe
MaDi

AB 03 – Schulradeln

Fact-Sheet

Schulradeln – cycle 4 future



nach Ministerium für Umwelt, Klima, Mobilität, Agrar und Verbraucherschutz 2023

Wie funktioniert Schulradeln?
Mitmachen können neben Schülerinnen und Schülern auch Lehrkräfte sowie Eltern. Es gilt, möglichst viele Teammitglieder für die Schule zu gewinnen und möglichst viele Wege CO₂-frei mit dem Fahrrad zurückzulegen. Rad-Wettkämpfe und Training auf stationären Fahrrädern (Indoor-Bikes o.Ä.) sind dabei ausgeschlossen. Am Ende werden die fahradaktivsten Schulen ausgezeichnet. Für den landesweiten Wettbewerb bildet jede Schule ein Team.

Worum geht es beim Schulradeln?
Die Kampagne Schulradeln wurde 2015 gemeinsam von der Gesellschaft für integriertes Verkehrs- und Mobilitätsmanagement (ivm) und dem Klima-Bündnis e.V. ins Leben gerufen. Mit der Kampagne soll erreicht werden, dass Kinder und Jugendliche mehr mit dem Rad fahren und das Fahrrad von allen Schulangehörigen vermehrt in den Schullauftag integriert wird. Die Schülerinnen und Schüler sollen mit der Kampagne für das Radfahren im Alltag und in der Freizeit fit gemacht und dazu motiviert werden, durch Radfahren aktiv zum Klimaschutz beizutragen.

2023 findet zum fünften Mal im Saarland der Wettbewerb Schulradeln statt. In diesem Jahr treten die Schulen vom 11. Juni bis 1. Juli 2023 in die Pedale und engagieren sich so für sichere Radwege und mehr öffentliche und politische Aufmerksamkeit für den Alltagsradverkehr.

Die Aufgaben

Die Kampagne *Schulradeln Saar* gibt uns Anlass für folgende Fragen, die du durch eigene Berechnungen beantworten kannst:

- Wie viel CO₂ könnten wir durch die Aktion *Schulradeln* sparen, wenn die gesamte Schule teilnimmt und alle ihren Schulweg mit dem Fahrrad zurücklegen?
- Ist das eigentlich viel oder wenig? Finde einen geeigneten Vergleichsmaßstab.
- Welche anderen Argumente können dafür oder dagegen sprechen, am Schulradeln teilzunehmen?

Bearbeitungshinweise

- Bearbeite die Aufgaben in einer Gruppe von zwei bis drei Personen.
- Dokumentiert euren Lösungsweg ausführlich. Teilt dazu euer Blatt in zwei Spalten ein:

Lösungsweg	Was ich mir dabei gedacht habe ...

In der *ersten* Spalte haltet ihr eure Berechnungen fest.
In der *zweiten* Spalte beschreibt ihr in Worten eure Überlegungen, Ideen, Strategien, Annahmen, Rechercheergebnisse usw. Auch Irrwege, überflüssige Angaben u. Ä. gehören dazu und sollten nicht wegradiert, sondern als solche von euch kenntlich gemacht werden.

- Reflektiert euer Vorgehen im Anschluss an die Aufgabenbearbeitung *schriftlich*. Mögliche Leitfragen hierzu sind:
 - Was hat euch Spaß gemacht?
 - Ist euch die Aufgabe schwergefallen? Warum/ warum nicht?
 - Habt ihr etwas Neues gelernt? Wenn ja, was?
 - Habt ihr Fehler gemacht? Wenn ja, wo und welche? Könnt ihr euch im Nachhinein erklären, wie der Fehler zustande kam?
 - Hattet ihr Ideen, die nicht zum Ziel geführt haben? Wenn ja, welche? Wie seid ihr dann auf euren erfolgreichen Lösungsweg gekommen?
 - ...

Quelle Artikel: Ministerium für Umwelt, Klima, Mobilität, Agrar und Verbraucherschutz (Hrsg.) (2023): Fact-Sheet. Schulradeln – cycle 4 future. Saarbrücken.
URL: <https://www.fahrrad.saarland/wp-content/uploads/2020/02/factsheet-schulradelnsaar2023.pdf> [Stand: 24.02.2024].

7.4.4 Ab. 04 – Toastbrot-Müll



UNIVERSITÄT
DES
SAARLANDES

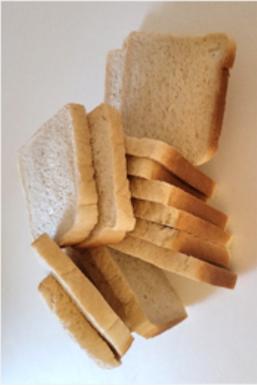
Fermi-Aufgaben zu BNE – K. Wilhelm (2024): BNE im Mathematikunterricht. Saarbrücken.

AB 04 – Toastbrot-Müll



Prife
MaDi

25 MILLIONEN SCHEIBEN LANDEN IM MÜLL
Es gibt einen guten Grund, warum Sie Toast einfrieren sollten



Die Einwohner des Vereinigten Königreichs werfen 25 Millionen Scheiben Toastbrot täglich in den Müll. Eine Kampagne hat nun einen Lösungsvorschlag, wie man den Abfall minimieren könnte.

nach Stern.de 2019, 07. März

Die Aufgaben

Der Artikel von stern.de gibt uns Anlass für folgende Fragen, die du durch eigene Berechnungen beantworten kannst:

1. Wenn wir die Toastbrotpackungen aneinander/aufeinander legen würden, wie lang/hoch wäre die Schlange/der Turm nach einem Tag (oder einem Jahr)?
2. Welche Fläche könntest du mit dem täglichen (jährlichen) Toastbrot-Müll auslegen? Wie groß wäre ein Würfel aus diesem täglichen Toastbrotmüll?
3. Finde zu den zuvor berechneten Größen jeweils Vergleichsgrößen aus deinem Umfeld, sodass du dir die Größenordnungen besser vorstellen kannst.
4. Überschlage, welche Landfläche pro Jahr unnötig beackert wird. Welche Auswirkungen hat dies?
5. Was bedeuten die Zahlen für jeden Einzelnen? Diskutiere, welchen Beitrag jeder Einzelne zur Reduktion der Verschwendung leisten kann.

Bearbeitungshinweise

- > Bearbeite die Aufgaben in einer Gruppe von zwei bis drei Personen.
- > Dokumentiert euren Lösungsweg ausführlich. Teilt dazu euer Blatt in zwei Spalten ein:

Lösungsweg	Was ich mir dabei gedacht habe ...

In der *ersten* Spalte haltet ihr eure Berechnungen fest. In der *zweiten* Spalte beschreibt ihr in Worten eure Überlegungen, Ideen, Strategien, Annahmen, Rechercheergebnisse usw. Auch Irrwege, überflüssige Angaben u. A. gehören dazu und sollten nicht wegradiert, sondern als solche von euch kenntlich gemacht werden.

> **Reflektiert** euer Vorgehen im Anschluss an die Aufgabenbearbeitung *schriftlich*. Mögliche Leitfragen hierzu sind:

- Was hat euch Spaß gemacht?
- Ist euch die Aufgabe schwergefallen? Warum/ warum nicht?
- Habt ihr etwas Neues gelernt? Wenn ja, was?
- Habt ihr Fehler gemacht? Wenn ja, wo und welche? Könnt ihr euch im Nachhinein erklären, wie der Fehler zustande kam?
- Hattet ihr Ideen, die nicht zum Ziel geführt haben? Wenn ja, welche? Wie seid ihr dann auf euren erfolgreichen Lösungsweg gekommen?
- ...

Quelle Artikel: Stern.de (Hrsg.) (2019, 07. März): 25 Millionen Scheiben landen im Müll. Es gibt einen guten Grund, warum Sie Toast einfrieren sollten. Hamburg. URL: <https://www.stern.de/genuss/essen/toast-es-gibt-einen-guten-grund-warum-sie-toast-einfrieren-sollten-7900070.html> (Stand: 23.02.2024).

Literaturverzeichnis

- Albersmann, N. (2013): Eltern-Kind-Interaktion im Rahmen einer mathematischen Entdeckungsreise. In: Beiträge zum Mathematikunterricht, S. 84-87.
- Albert, M., Hurrelmann, K., Quenzel & Kantar, G. (2019): Zusammenfassung der 18. Shell Jugendstudie. In: Albert, M., Hurrelmann, K., Quenzel & Kantar (Hrsg.): *18. Shell Jugendstudie. Jugend 2019. Eine Generation meldet sich zu Wort*. Weinheim, Basel, S. 13-33. Online verfügbar unter: https://www.shell.de/about-us/initiatives/shell-youth-study/_jcr_content/root/main/containersection-0/simple/simple/call_to_action/links/item0.stream/1642665739154/4a002dff58a7a9540cb9e83ee0a37a0ed8a0fd55/shell-youth-study-summary-2019-de.pdf [Abruf am 29.10.2023].
- Ames, J. (2012): Muster- und Strukturverständnis von Studierenden im lehramtsbezogenen Masterstudiengang (Lehramt für die Primarstufe). In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 77-80.
- Andelfinger, B. (1979): *Zur Lage: Schulmathematik. Standort und Perspektiven*. Freiburg, Basel, Wien.
- Andelfinger, B. (1989): Sanfter Mathematikunterricht. Ausgangspunkte und Beispiele einer anderen Theorie und Praxis. In: Andelfinger, B. & Schmitt, H. (Hrsg.): *Sanfter Mathematikunterricht – Bildung in der ökologischen Krise. Tagungsbericht 17. – 21.5.1989*. Ulm, S. 24-43.
- Andelfinger, B. (1991): Lebensraum mathematischer Schulalltag. Strukturen, Begrenzungen und sanfte Möglichkeiten. In: Andelfinger, B. & Schmitt, H. (Hrsg.): *Sanfter Mathematikunterricht. Andere Lebenszeichen im Schulalltag. Tagungsbericht 11. – 15.9.1991*. Ulm, S. 7-25.
- Andelfinger, B. (1993): *Sanfter Mathematikunterricht. Bildung in der EINEN WELT*. Ulm.
- Andelfinger, B. (1995): Sanfter Mathematikunterricht – Bildung in der „EINEN Welt“. In: *Mathematik betrifft uns*, H. 1, S. 1-23.
- Andelfinger, B. (1997): *Sanfter Mathematikunterricht. Rezeption und Akzeptanz*. Ulm.
- Andelfinger, B. (2011): *ganz*. Ulm.
- Andelfinger, B. (2012): *kultur und mathe*. Ulm.
- Andelfinger, B. (2014): *mathe. geschichte, probleme, chancen eines schulfachs*. Neu-Ulm.
- Andelfinger, B. (2018a): *kompass mathe. unterwegs nach morgen*. 1. Auflage. Neu-Ulm.
- Andelfinger, B. (2018b): *Materialien kompass mathe. Kulturprojekte*. Unveröffentlichte Unterlagen (beim Autor erhältlich). Überlingen.
- Andelfinger, B. (2019): *projekt erde. verstehen. mitwirken*. Überlingen.
- Andelfinger, B. (2020a): *kompass mathe. unterwegs nach morgen*. 2., überarbeitete Auflage. Neu-Ulm.
- Andelfinger, B. (2020b): *wenn ich an mathe denke. mathe – eine öffentliche wissenschaft*. Überlingen.
- Andelfinger, B. (2021): *kultur mathe. natürliche bildung*. Überlingen.
- Andelfinger, B. (2022): *mathe – lebensnah*. Überlingen.
- Andre, M. (2020): *Implementing the statistical investigative process in secondary school education*. Dissertation. Linz.

- Andre, M., Oberrauch, A. & Zöttl, M. (2019): *Ein Donut, der alle satt macht? Durch visuelle Datenanalyse mit GeoGebra und Gapminder nachhaltige Entwicklung greifbar machen*. Preprint. Tirol. Online verfügbar unter: https://www.researchgate.net/publication/336718367_Ein_Donut_der_alle_satt_macht_Durch_visuelle_Datenanalyse_mit_GeoGebra_und_Gapminder_nachhaltige_Entwicklung_greifbar_machen [Abruf am 18.12.2020]).
- Anton, P. (2019): Feedbackkultur im Unterricht: Miteinander besser werden. In: *mateneen – Praxishefte Demokratischer Schulkultur*, H. 3, S. 20-22.
- Appelt, D. & Siege, H. (2016): Konzeptionelle Grundlagen des Orientierungsrahmens. In: ENGAGEMENT GLOBAL gGmbH (Hrsg.): *Orientierungsrahmen für den Lernbereich Globale Entwicklung. Im Rahmen einer Bildung für nachhaltige Entwicklung*. Bonn. S. 21-54. Online verfügbar unter: https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2015/2015_06_00-Orientierungsrahmen-Globale-Entwicklung.pdf [Abruf am 30.12.2023].
- Asbrand, B. (2014): Was sollen Schüler/-innen im Lernbereich „Globale Entwicklung“ lernen? Ein Diskussionsbeitrag aus sozialwissenschaftlicher Perspektive. In: *Zeitschrift für internationale Bildungsforschung und Entwicklungspädagogik*, Jg. 37, H. 3, S. 10-15.
- Bagoly-Simó, P. & Hemmer, I. (2017): *Bildung für nachhaltige Entwicklung in den Sekundarschulen – Ziele, Einblicke in die Realität, Perspektiven*. o.O. Online verfügbar unter: https://edoc.ku.de/id/eprint/25373/1/Bagoly-Simo_Hemmer_2017_online_end.pdf [Abruf am 12.06.2023].
- Baireuther, P. (1996): Allgemeinbildung durch Mathematikunterricht? In: Kadunz, G., Kautschitsch, H., Ossimitz, G. & Schneider, E. (Hrsg.): *Trends und Perspektiven. Beiträge zum 7. internationalen Symposium zur „Didaktik der Mathematik“ in Klagenfurt vom 26. – 30.9.1994*. Wien, S. 9-14.
- Bardyszewski, K. (2023): Achtsame Momente ... Besonderes (nicht nur) für den Mathematikunterricht. In: *mathematik lehren*, H. 240, S. 12-14.
- Bardyszewski, K. (2024): *Persönliche Mitteilung*. Saarlouis.
- Barrow, J. D. (1992): *Theorien für Alles. Die philosophischen Ansätze der modernen Physik*. Aus dem Englischen übersetzt von Anita Ehlers. Heidelberg, Berlin, New York.
- Barzel, B., Hussmann, S., Leuders, T. & Prediger, S. (2012): Nachhaltig lernen durch aktives Systematisieren und Sichern. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 93-96.
- Bayer, A. & Liel, C. C. (2014): Umweltbildung und Nachhaltigkeit in brasilianischen Schulbüchern. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 137-140.
- Berli, G. (2003): mathbu.ch: Realitätsbezug im Unterricht mit Fermifragen. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 89-92.
- Behrens, R. (2014): *Postmoderne*. 3. Auflage. Hamburg.
- Bender, P. (2005): Die etwas andere Sicht auf PISA, TIMSS und IGLU. In: *Der Mathematikunterricht*, Jg. 51, H. 2/3, S. 36-57.
- Benkens, R. (2022): Klimakrise im Unterricht: Angst ist kein guter Lehrer. In: *Zeit online* (Hrsg.). Online verfügbar unter: <https://www.zeit.de/2022/17/klimakrise-unterrichtschule-lerhrauftrag> [12.07.2023].
- Bertelsmann-Stiftung (Hrsg.) (2009): *Jugend und die Zukunft der Welt. Ergebnisse einer repräsentativen Umfrage in Deutschland und Österreich „Jugend und Nachhaltigkeit“*.

- Gütersloh, Wien. Online verfügbar unter: https://www.bertelsmann-stiftung.de/fileadmin/files/BSt/Presse/imported/downloads/xcms_bst_dms_29232_29233_2.pdf [Abruf am 11.04.2020].
- Bikner-Ahsbahs, A. (1999): Wie dick ist eine Gerade? In: *mathematik lehren*, H. 93, S. 15-17.
- Bildungsministerium für Bildung und Forschung (Hrsg.) (o. J.): *Bundesweit – Monitoring*. Berlin. Online verfügbar unter: <https://www.bne-portal.de/de/monitoring-1727.html> [Abruf am 18.10.2020].
- Blankenagel, J. (1985a): Näherungsrechnen – ein Gebiet mit vielen Problemen. In: *Der Mathematikunterricht*, Bd. 31, H. 2, S. 14-25.
- Blankenagel, J. (1985b): Überschlagsrechnungen. In: *Der Mathematikunterricht*, Bd. 31, H. 2, S. 44-52.
- Blankenagel, J. (1990): „Näherungsrechnen“ Leitgedanken zu diesem Thema. In: *mathematik lehren*, H. 39, S. 4-7.
- Blum, W. (1976): Exponentialfunktionen in einem anwendungsbezogenen Analysis-Unterricht der beruflichen Oberstufe. In: *Die Deutsche Berufs- und Fachschule*, Jg. 72, H. 9, S. 643-656.
- Blum, W. (1978): Einkommenssteuern als Thema des Analysisunterrichts in der beruflichen Oberstufe. In: *Die berufliche Schule*, Jg. 30, H. 11, S. 642-651.
- Blum, W. (1996): Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht – Trends und Perspektiven. In: Kadunz, G., Kautschitsch, H., Ossimitz, G. & Schneider, E. (Hrsg.): *Trends und Perspektiven. Beiträge zum 7. internationalen Symposium zur „Didaktik der Mathematik in Klagenfurth vom 26. – 30.9.1994*. Wien, S. 15-38.
- BMU – Bundesministerium für Umwelt, Naturschutz und nukleare Sicherheit (Hrsg.) (2018a): *Nachhaltigkeit im Unterricht: Themen und Projekte planen*. Berlin. Online verfügbar unter: <https://www.umwelt-im-unterricht.de/hintergrund/nachhaltigkeit-im-unterricht-themen-und-projekte-planen/> [Abruf am 11.04.2020].
- BMU – Bundesministerium für Umwelt, Naturschutz und nukleare Sicherheit (Hrsg.) (2018b): *Zukunft? Jugend fragen! Nachhaltigkeit, Politik, Engagement – eine Studie zu Einstellungen im Alltag junger Menschen*. Berlin. Online verfügbar unter: https://www.bmu.de/fileadmin/Daten_BMU/Pool/Broschueren/jugendstudie_bf.pdf [Abruf am 15.06.2020].
- BMU – Bundesministerium für Umwelt, Naturschutz und nukleare Sicherheit (Hrsg.) (2020): *Zukunft? Jugend fragen! Umwelt, Klima, Politik, Engagement – Was junge Menschen bewegt*. Berlin. Online verfügbar unter: https://www.umweltbundesamt.de/sites/default/files/medien/376/publikationen/zukunft_jugend_fragen_broschuere_bf.pdf [Abruf am 29.10.2023].
- Böer, H. (2001): Das Hennen-Projekt. Protest gegen Käfighaltung. In: *mathematik lehren*, H. 104, S. 7-9.
- Bönig, D. (2012): Schätzen – der Anfang guter Aufgaben. 5. In: Ruwisch, S. & Peter-Koop, A. (Hrsg.): *Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule*. 6. Auflage. Offenburg, S. 102-110.
- Borovcnik, M. (1992). *Stochastik im Wechselspiel von Intuitionen und Mathematik*. Mannheim.
- bpb – Bundeszentrale für politische Bildung (Hrsg.) (2019): *Was man sagen darf: Mythos Neutralität in Schule und Unterricht*. Bonn. Online verfügbar unter:

- <https://www.bpb.de/themen/bildung/dossier-bildung/292674/was-man-sagen-darf-mythos-neutralitaet-in-schule-und-unterricht/> [Abruf am 29.11.2023].
- Branford, B. (1913): *Betrachtungen über mathematische Erziehung vom Kindergarten bis zur Universität*. Leipzig, Berlin.
- Braune, A. (2012): Motivation. In: Kiel, E. (Hrsg.): *Unterricht sehen, analysieren, gestalten*. 2. Auflage. Bad Heilbrunn, S. 37-63.
- Breidenbach, W. (1969): *Methodik des Mathematikunterrichts in Grund- und Hauptschule. Band 1. Rechnen*. Hannover.
- Brock, A. & Grund, J. (o. J.): *Executive Summary. Bildung für nachhaltige Entwicklung in Lehr-Lernsettings – Quantitative Studie des nationalen Monitorings – Befragung von LehrerInnen*. Berlin. Online verfügbar unter: https://www.ewi-psy.fu-berlin.de/erziehungswissenschaft/arbeitsbereiche/institut-futur/aktuelles/dateien/executive_summary_lehrerinnen.pdf [Abruf am 30.12.2023].
- Brock, A., Grapentin, T., De Haan, G., Kammertöns, V., Otte, I. & Singer-Brodowski, M. (o. J.): „Was ist gute BNE?“ – *Ergebnisse einer Kurzerhebung*. Berlin. Online verfügbar unter: https://www.ewi-psy.fu-berlin.de/einrichtungen/weitere/institut-futur/aktuelles/dateien/Kurzerhebung_gute_BNE.pdf [Abruf am 16.10.2020].
- Brockhaus – Lexikonredaktion des Verlags F. A. Brockhaus (Hrsg.) (2004): *Der Brockhaus Philosophie. Ideen, Denker und Begriffe*. Mannheim.
- Brück, J. & Lengnink, K. (2023): *Plastik überall – ein fachübergreifendes BNE-Projekt in der Lehrkräfteausbildung Mathematik-Chemie*. Vortrag auf dem AK Mathematik und Bildung in Aachen, 10./11.11.2023.
- Bruder, R. & Collet, C. (2011): *Problemlösen lernen im Mathematikunterricht*. Berlin.
- Bruder, R. (1992): Problemlösen lernen – aber wie?. In: *mathematik lehren*, H. 52, S. 6-13.
- Bruder, R. (2018): Nutzung von Mathematik im Erfahrungshorizont von Schülerinnen und Schülern – Ideen und Beispiele für Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I. In: Siller, H.-S., Greefrath, G. & Blum, W. (Hrsg.): *Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, Bd. 4, S. 133-143.
- Büchter, A., Herget, W., Leuders, T. & Müller, J. (2007): *Die Fermi-Box. Aufgabenkartei und Lehrerkommentar. 5. bis 7. Klasse*. Seelze-Velber.
- Büchter, A., Herget, W., Leuders, T. & Müller, J. (2010): *Die Fermi-Box. Aufgabenkartei und Lehrerkommentar. 8. bis 10. Klasse*. Stuttgart.
- Büchter, A. & Henn, H.-W. (2015): Schulmathematik und Realität – Verstehen durch Anwenden. In: Bruder, R., Hefendehl-Hebeker, L., Schmidt-Thieme, B. & Weigand, H.-G. (Hrsg.): *Handbuch der Mathematikdidaktik*. Berlin, Heidelberg, S. 19-49.
- Bundeskunsthalle Bonn (Hrsg.) (2023): *Alles auf Einmal: Die Postmoderne, 1976-1992*. München.
- Bundesministerium für Bildung (Hrsg.) (2016): *Handreichungen zum Lehrplan Mathematik AHS Oberstufe 2016*. Wien. Online verfügbar unter: https://argemathematikooe.files.wordpress.com/2016/11/handreichung_lehrplan_mathematik_2016_bmb.pdf [Abruf am 08.11.2022].
- Bundesministerium für Bildung und Forschung (Hrsg.) (o. J.): *BNE ist der zentrale Schlüssel für eine zukunftsfähige Welt*. Berlin. Online verfügbar unter:

- <https://www.bne-portal.de/bne/de/bne-jetzt/unterseiten/Testimonials/kai-niebert/kai-niebert.html> [Abruf am 30.09.2023].
- Bundesregierung – Presse- und Informationsamt der Bundesregierung (Hrsg.) (2019): *Globale Nachhaltigkeitsstrategie. Nachhaltigkeitsziele verständlich erklärt*. Berlin. Online verfügbar unter: <https://www.bundesregierung.de/breg-de/themen/nachhaltigkeitspolitik/nachhaltigkeitsziele-verstaendlich-erklaert-232174> [Abruf am 09.12.2019].
- Busch, M. (2019): Partizipationsorientierte Aufgabenkultur im Fachunterricht. In: *mateneen – Praxishefte Demokratischer Schulkultur*, H. 3, S. 26-28.
- Büscher, C. (2023): *Cli.Math – Fostering reflection of data-based argumentations on climate change in middle schools*. Online-Vortrag beim ICMI Symposium *Mathematics Education and the Sicio-Ecological* am 20.03.2023.
- Charon, K. (2021): Mode-bewusst. Eine Umfrage zum Konsumverhalten. In: *mathematik lehren*, H. 227, S. 22-26.
- Christodoulou, E, Schreiber, J.-R., Mochizuki, Y., Siege, H. E. & Stevenson, R. B. (2017): Einführung. In: UNESCO MGIEP – Organisation der Vereinten Nationen für Erziehung, Wissenschaft und Kultur Mahatma Gandhi Institute of Education for Peace and Sustainable Development (Hrsg.) (2017): *Schulbücher für Nachhaltige Entwicklung. Handbuch für die Verankerung von Bildung für Nachhaltige Entwicklung (BNE)*. New Delhi, S. 15-43. https://www.globaleslernen.de/sites/default/files/files/pages/handbuch_verankerung_bne_schulbuechern_mgiep_bf.pdf [Abruf am 21.04.2020].
- Club of Rome Schulen (Hrsg.) (o. J.): Lernen kann die Welt verändern – vorausgesetzt, sie steht auf dem Stundenplan. Hamburg. Online verfügbar unter: https://www.club-of-rome-schulen.org/_files/ugd/ca873c_9538fae800c24c89a8758c81fb888928.pdf [Abruf am 26.11.2023].
- Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 173-180.
- Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2007): Kategorisierung von Diskursen im Mathematikunterricht bezüglich metakognitiver und diskursiver Anteile. In: Peter-Koop, A. & Bikner-Ahsbahr, A. (Hrsg.): *Mathematische Bildung - Mathematische Leistung. Festschrift für Michael Neubrand zum 60. Geburtstag*. Hildesheim, S. 233-248.
- Cohors-Fresenborg, E. & Nowińska, E. (2018): Der Stellenwert von Diskursivität in einer mehrdimensionalen Beurteilung der Qualität metakognitiver Aktivitäten im Unterricht. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 417-420.
- Dahrendorf, R. (2001): *Öffentliche Sozialwissenschaft: Nützlich? Lehrreich? Unterhaltsam?* WZB Vorlesungen, 1. Berlin. Online verfügbar unter: https://www.ssoar.info/ssoar/bitstream/handle/document/11022/ssoar-2001-dahrendorf-offentliche_sozialwissenschaft.pdf?sequence=1 [Abruf am 14.09.2022].
- De Haan, G. (2002): Die Kernthemen der Bildung für eine nachhaltige Entwicklung. In: *Zeitschrift für internationale Bildungsforschung und Entwicklungspädagogik* Jg. 25 H. 1, S. 13-20. Online verfügbar unter: https://www.pedocs.de/volltexte/2013/6177/pdf/ZEP_2002_1_deHaan_Kernthemen_der_Bildung.pdf [Abruf am 04.06.2023].
- De Haan, G. (2008): Gestaltungskompetenz als Kompetenzkonzept der Bildung für nachhaltige Entwicklung. In: Bormann, I. & de Haan, G. (Hrsg.): *Kompetenzen der Bildung für nachhaltige Entwicklung. Operationalisierung, Messung, Rahmenbedingungen, Befunde*. Wiesbaden, S. 23-44.

- Deci, E. L. & Ryan, R. M. (1993): Die Selbstbestimmungstheorie der Motivation und ihre Bedeutung für die Pädagogik. In: *Zeitschrift für Pädagogik*, 39 (2), S. 223-238.
- Der Spiegel Online (Hrsg.) (2010, 14. März): Pädagogik-Guru Hentig zum Missbrauch an der Odenwaldschule. Kein böses Wort, kein Zweifel. Hamburg. Online verfügbar unter: <https://www.spiegel.de/lebenundlernen/schule/paedagogik-guru-hentig-zum-missbrauch-an-der-odenwaldschule-kein-boeses-wort-kein-zweifel-a-683436.html> [Abruf am 18.11.2023].
- Deutsche Telekom Stiftung (Hrsg.) (2022): Nachhaltigkeit. Aus Alt mach Neu. Wie jungen Menschen nachhaltiges Handeln nähergebracht wird. Und was sie selbst schon leisten, um die Welt ein Stück besser zu machen. Bonn. (= sonar, H. 11).
- Diercke.de (Hrsg.) (o. J.): Saarland – Landwirtschaft. Braunschweig. Online verfügbar unter: <https://diercke.de/content/saarland-landwirtschaft-978-3-14-100382-6-14-1-1> [Abruf am 26.02.2024].
- Dreßler, J. (2021): Diskursivität in der Didaktik? Zur Frage der Bestimmung eines nicht einheimischen Begriffes. In: *Pädagogische Rundschau*, Jg. 75, S. 261-274.
- Duden (2022): *Synonyme zu Achtsamkeit*. Berlin. Online verfügbar unter: <https://www.duden.de/synonyme/Achtsamkeit> [Abruf am 01.02.2022].
- Dudenredaktion (o. J.): *nachhaltig. Duden online*. Berlin. Online verfügbar unter: <https://www.duden.de/rechtschreibung/nachhaltig> [Abruf am 10.04.2020].
- DUK – Deutsche UNESCO-Kommission e.V. (2014): *UNESCO Roadmap zur Umsetzung des Weltaktionsprogramms „Bildung für nachhaltige Entwicklung“*. Deutsche Übersetzung. Bonn. Online verfügbar unter: https://www.bne-portal.de/files/2015_Roadmap_deutsch.pdf [Abruf am 01.01.2021].
- Duncker, L. & Siepman, K. (2021): Diskursivität in Schule und Unterricht. Anstöße zur Weiterentwicklung einer bildungstheoretischen Didaktik. In: *Pädagogische Rundschau*, Jg. 75, S. 275-292.
- Edelstein, W. (2015): Demokratie als Praxis und Demokratie als Wert. In: Erdsiek-Rave, U. & John-Ohnesorg, M. (Hrsg.): *Demokratie lernen – Eine Aufgabe der Schule?!*. Berlin, S. 17-27. Online verfügbar unter: <https://library.fes.de/pdf-files/studienfoerderung/12035.pdf> [Abruf am 29.01.2023].
- Eigenmann, P. (1981): *Geometrische Denkaufgaben*. Stuttgart.
- Eikel, A. (2006): *Demokratische Partizipation in der Schule*. Berlin. Online verfügbar unter: https://www.schulentwicklung.nrw.de/q/upload/Demokr._Partizipation_in_der_Schule.pdf [Abruf am 02.12.2022].
- Engagement Global – ENGAGEMENT GLOBAL gGmbH (Hrsg.) (2017): *Die Ziele für nachhaltige Entwicklung im Unterricht. ESD Expert Net*. Bonn. Online verfügbar unter: https://www.globaleslernen.de/sites/default/files/files/education-material/broschuere_de-sdg-barrierefrei-web1.pdf [Abruf am 12.06.2023].
- Fahlränder, A. & Maaß, K. (2022): Die Methode des Open Schooling im pandemischen Kontext. In: *Zeitschrift der Pädagogischen Hochschule Freiburg*, Ausgabe 2022, Schwerpunkt Nachhaltigkeit, S. 30-31. Online verfügbar unter: https://www.ph-freiburg.de/fileadmin/shares/Zentral/Pubs/PH-FR/ph-fr_22.pdf [Abruf am 23.09.2022].
- Fahlränder, A., Straser, O. & Maaß, K. (2022): Zukunftstechnologie 3D-Druck. In: *Zeitschrift der Pädagogischen Hochschule Freiburg*, Ausgabe 2022, Schwerpunkt Nachhaltigkeit, S. 41-42. Online verfügbar unter: https://www.ph-freiburg.de/fileadmin/shares/Zentral/Pubs/PH-FR/ph-fr_22.pdf [Abruf am 23.09.2022].

- Fahse, C. (2018): Immer Neues ist unnötig – Moderner Unterricht hat Tradition. In: Vogel, M. (Hrsg.): *Wirksamer Mathematikunterricht*. Baltmannsweiler, S. 35-44.
- Fanghänel, G. (1990): Zum Rechnen mit Näherungswerten im Mathematikunterricht der DDR. In: *mathematik lehren*, H. 39, S. 8-13.
- Fehse, P., Gebhard, U. & Textor, A. (2022): Bildung für nachhaltige Entwicklung. Ein Thema für die Schulentwicklung. In: *Lernende Schule*, H. 99, S. 4-7.
- Fischer, R. & Malle, G. (1985): *Mensch und Mathematik. Eine Einführung in didaktisches Denken und Handeln*. Zürich.
- Fischer, R. (1984): Unterricht als Prozeß der Befreiung vom Gegenstand – Visionen eines neuen Mathematikunterrichts. In: *Journal für Mathematikdidaktik*, H. 1, S. 51-85.
- Fischer, R. (1986): Zum Verhältnis von Mathematik und Kommunikation. In: *mathematica didactica*, Bd. 9, S. 119-131.
- Fischer, R. (2012): Fächerorientierte Allgemeinbildung: Entscheidungskompetenz und Kommunikationsfähigkeit mit Expertinnen. In: Fischer, R., Greiner, U. & Bastel, H. (Hrsg.): *Domänen fächerorientierter Allgemeinbildung*. Linz, S. 9-17.
- Fischer, R. (2013): Entscheidungs-Bildung und Mathematik. In: Rathgeb, M., Helmerich, M., Krömer, R., Lengnink, K. & Nickel, G. (Hrsg.): *Mathematik im Prozess. Philosophische, Historische und Didaktische Perspektiven*. Wiesbaden, S. 335-345.
- Flade, L. & Pruzina, M. (1991): Zur Resultatsangabe mit sinnvoller Genauigkeit. In: *mathematik lehren*, H. 45, S. 36-44.
- Frank, M., Hattenbuhr, M. & Roeckerath, C. (2017): Komplexe Modellierung: Nachhaltigkeitsforschung mit Mathematik. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 243-246.
- Freire, P. (2022): Pädagogik der Unterdrückten. Bildung als Praxis der Freiheit. In: Bauer, U., Bittlingmayer, U. H. & Scherr, A. (Hrsg.): *Handbuch der Bildungs- und Erziehungssoziologie*. 2. Auflage. Wiesbaden, S. 365-377.
- Freudenthal, H. (1968): Why to teach mathematics so as to be useful. In: *Educational Studies in Mathematics*, Bd. 1, S. 3-8.
- Freudenthal, H. (1973): *Mathematik als pädagogische Aufgabe. Band 1*. Stuttgart.
- Freudenthal, H. (1978): *Vorrede zu einer Wissenschaft vom Mathematikunterricht*. München, Wien.
- Freudenthal, H. (1982): Mathematik – eine Geisteshaltung. In: *Grundschule*, Bd. 14, H. 4, S. 140-142.
- Freudenthal, H. (1984): Mathematik anwenden lernen. Kolumne. In: *mathematik lehren*, H. 6, S. 3.
- Freudenthal, H. (1985): Wie genau ist die Mathematik? In: *Der Mathematikunterricht*, Bd. 31, H. 2, S. 5-13.
- Frey, K. (Hrsg.) (1991): „Wie genau ist genau?“. ETH-Fallstudien. Zürich.
- Friedrichs, B. & Pietsch, S. (2019): Partizipation im Unterricht. Inklusive Lernprozesse partizipativ gestalten. In: *Klasse leiten*, H. 7, S. 4-7.
- Friedrichs, B., Klaffke, T. & Pietsch, S. (2018): Partizipation im Klassenzimmer. Kinder und Jugendliche beteiligen. In: *Klasse leiten*, H. 4, S. 4-7.
- Frisch, J. (2019). Leistungsbewertung partizipativ gestalten. In: *mateneen – Praxishefte Demokratischer Schulkultur*, H. 3, S. 23-25.

- Fuchs, C. (2005): *Selbstwirksam Lernen im schulischen Kontext. Kennzeichen – Bedingungen – Umsetzungsbeispiele*. Bad Heilbrunn.
- Führer, L. (1988): *Mathematik – Laterna magica der Späth-Renaissance*. In: Staatliches Studienseminar Hameln (Hrsg.): *Festschrift*. Hameln, S. 87-104.
- Führer, L. (1996): *Wurzeln, Mathematik und Nostalgie – Bedenkliches zum mathematischen Wagenschein*. Frankfurt am Main. Online verfügbar unter: https://www.math.uni-frankfurt.de/~fuehrer/Schriften/1996_Wagenschein-Kritik.pdf [Abruf am 09.11.2022].
- Führer, L. (1997a): *Pädagogik des Mathematikunterrichts. 2018 erschienene und leicht korrigierte Fassung*. Göttingen.
- Führer, L. (1997b): Von der Entsorgung mathematischer Bildung durch ihre Theorie ... Rezension von: Heymann, H. W., Allgemeinbildung und Mathematik. In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, H. 2, S. 53-61.
- Führer, L. (2005): Kleine Revue sozialer Aspekte der Schulgeometrie. In: *Der Mathematikunterricht*, Bd. 51, H. 213, S. 70-85.
- Funke, J. (2018): >>Wie soll man da durchblicken?<< Psychologische Aspekte einer Nachhaltigkeitsbildung. In: Pyhel, T. (Hrsg.): *Zwischen Ohnmacht und Zuversicht*. München, S. 49-57.
- Gadamer, H.-G. (1960): *Wahrheit und Methode. Grundzüge einer philosophischen Hermeneutik*. Tübingen.
- Gallin, P. & Ruf, U. (2005a): *Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Band 1: Austausch unter Ungleichen. 3. Auflage*. Seelze.
- Gallin, P. & Ruf, U. (2005b): *Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Band 2: Spuren legen – Spuren lesen. 3. Auflage*. Seelze.
- Gesellschaft für Informatik e. V. (Hrsg.) (2008): Grundsätze und Standards für die Informatik in der Schule. Bildungsstandards Informatik für die Sekundarstufe I. Bonn. URL: https://informatikstandards.de/fileadmin/GI/Projekte/Informatikstandards/Dokumente/bildungsstandards_2008.pdf [Abruf am 16.03.2024].
- Glöckel, H. (1993): Allgemeinbildung als Auftrag der Schule. Fragen und erste Antworten zur Grundlegung. In: *Pädagogische Welt*, Jg. 47, H. 2, S. 50-53.
- Gloe, M. (2019): Demokratiepädagogische Impulse in der Klasse. Demokratische Selbstwirksamkeitserfahrungen. In: *Klasse leiten*, H. 7, S. 8-10.
- Gonschorek, G. & Schneider, S. (2010): *Einführung in die Schulpädagogik und die Unterrichtsplanung*. 7., überarbeitete und aktualisierte Auflage. Donauwörth.
- Gouvernement Luxembourg – Le Gouvernement du grand-duché de Luxembourg – Ministère de l'Éducation nationale et de la Formation professionnelle (o. J.): *Mathématiques. Cycle inférieur de l'enseignement secondaire technique. Compétences Disciplinaires*. Luxembourg. Online verfügbar unter: <https://men.public.lu/dam-assets/catalogue-publications/enseignement-secondaire/apprentissages/mathematiques-cycle-inferieur-enseignement-secondaire-technique.pdf> [Abruf am 26.08.2020].
- Graumann, G. (2015): Allgemeine Ziele des Mathematikunterrichts eingebettet in ein ganzheitliches Konzept von Menschenbildung. Theoretische Erörterungen und beispielhafte Erläuterungen. In: *mathematica didactica*, Bd. 38, S. 92-110.
- Greefrath, G. & Leuders, T. (2009): Nicht von ungefähr. Runden – Schätzen – Nähern. In: *Praxis der Mathematik in der Schule*, Jg. 51, H. 28, S. 1-6.

- Greefrath, G. (2010): *Didaktik des Sachrechnens in der Sekundarstufe*. Heidelberg.
- Greenpeace (Hrsg.) (2018): Ich zähle! In: *Greenpeace-Magazin*, H. 6.18, S. 32-35.
- Griesel, H. (1971): Die mathematische Analyse als Forschungsmittel in der Didaktik der Mathematik. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 72-81.
- Grundmann, D. & Büker, G. (2022): Leben, was wir lehren. Die strukturelle Verankerung der Bildung für nachhaltige Entwicklung im Sinne des *Whole School Approachs*. In: *Lernende Schule*, H. 99, S. 8-11.
- Grundmann, D. (2017): *Bildung für nachhaltige Entwicklung in Schulen. Handlungsfelder, Strategien und Rahmenbedingungen der Schulentwicklung*. Wiesbaden.
- Güç, A. & Kollosche, D. (2022): Zur Identität von Mathematiklernenden im schülerzentrierten Unterricht. In: *Journal für Mathematikdidaktik*, H. 43, S. 231-254.
- Gudjons, H. & Traub, S. (2020): *Pädagogisches Grundwissen. Überblick – Kompendium – Studienbuch*. 13., aktualisierte Auflage. Bad Heilbrunn.
- Gugerli-Dolder, B., Elsässer, T. & Frischknecht-Tobler, U. (2013): *Emotionale Kompetenzen in der Bildung für Nachhaltige Entwicklung*. o.O. Online verfügbar unter: https://www.education21.ch/sites/default/files/uploads/pdf-d/lehrerbildung/131031_COHEP_Didaktische-Grundlagen_Emotionale-Kompetenzen-in-der-BNE.pdf [Abruf am 31.01.2022].
- Gysin, B. & Wessolowski, S. (2020): Lerndialoge von Kindern im jahrgangsgemischtem Mathematikunterricht – Interaktion anregen und analysieren. In: Beck, M., Billion, L., Fetzer, M., Huth, M., Möller, V. & A.-M. Vogler (Hrsg.): *Multiperspektivische Analysen von Lehr-Lernprozessen. Mathematikdidaktische, multimodale, digitale und konzeptionelle Ansätze*. Münster, New York. S. 71-91.
- Haberzettl, N., Klett, S. & Schukajlow, S. (2018): Mathematik rund um die Schule – Modellieren mit Fermi-Aufgaben. In: Eiletrs, K. & Skutella, K. (Hrsg.): *Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht. Ein ISTRON-Band für die Grundschule*, Bd. 5, S. 31-41.
- Haier, K., Siller, H.-S. & Vorhölter, K. (2022): *Criteria for sociocritical modeling tasks in sustainable development contexts*. Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12). Bozen-Bolzano, Italy. Online verfügbar unter: <https://hal.science/hal-03745376/document> [Abruf am 19.05.2023].
- Hamann, K., Baumann, A. & Löschinger, D. (2016): *Psychologie im Umweltschutz. Handbuch zur Förderung nachhaltigen Handelns*. München.
- Hamborg, S. (2023): Zuviel des Guten. Proklamationen und Realitäten der Bildung im Spiegel von Nachhaltigkeit und Transformation. In: *Die Deutsche Schule*, Jg. 115, H. 2., S. 153-161.
- Häntzschel, O. & Stolz, M. (2021): *Wie vielen Regenwald passt auf dieses Brot? Erstaunliche Grafiken über Klima und Umwelt*. Nürnberg.
- Hauck, G. (2022): Die Club-of-Rome-Schulen. Globales Lernen heißt Dialog lernen. In: *Lernende Schule*, H. 100, S. 28.
- Heidenreich, T. & Michalak, J. (2009): Achtsamkeit. In: Margraf, J. & S. Schneider (Hrsg.): *Lehrbuch der Verhaltenstherapie. Band 1*. 3. Auflage. Heidelberg, S. 569-578.
- Heitzer, J. (2020): Teach the truth – Mathematikunterricht angesichts einer berechtigten Forderung. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 409-412.

- Heitzer, J., Meyer, M. & Weiss, Y. (2022): Minisymposium 19: Mathematikunterricht angesichts von Menschheitsherausforderungen – Vielfältige Perspektiven. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 475-476.
- Helmholtz.de (Hrsg.) (2020, 08. Januar): Wie viel CO₂ steckt in einem Liter Benzin? Bonn. URL: <https://www.helmholtz.de/newsroom/artikel/wie-viel-co2-steckt-in-einem-liter-benzin/> [Abruf am 16.03.2024].
- Henn, H.-W. (2002): Mathematik und der Rest der Welt. In: *mathematik lehren*, H. 113, S. 4-7.
- Herget, M. (2003): Komplexität als Herausforderung. Zukunftsfähiger Unterricht. In: *mathematik lehren*, H. 120, S. 4-8.
- Herget, W. & Klika, M. (2003): Fotos und Fragen. Messen, Schätzen, Überlegen – viele Wege, viele Ideen, viele Antworten. In: *mathematik lehren*, H. 119, S. 14-19.
- Herget, W. & Lambert, A. (2019): Notebooks gibt's meterweise und 73 ist die neue 42. In: *mathematik lehren*, H. 215, S. 48-49.
- Herget, W. & Lambert, A. (2020): Würfel drehen, Krümmung sehen und Kekse mit Bon. In: *mathematik lehren*, H. 218, S. 48-49.
- Herget, W. & Lambert, A. (2022): Gefährliches und gutes Wasser, Kopfgeometrie und Zahlenspie(ge)l. In: *mathematik lehren*, H. 234, S. 48-49.
- Herget, W. & Lambert, A. (2023): Termüberfluss, Handymüll und alte Zeiten. In: *mathematik lehren*, H. 236, S. 48-49.
- Herget, W. & Maaß, J. (2016): Mathematik nutzen – mit Verantwortung. In: *mathematik lehren*, H. 194, S. 2-6.
- Herget, W. & Scholz, D. (2007): Mathematik aus der Zeitung. „Mathematik werde ich nie lernen!“ – „Hauptsache du kannst rechnen!“. In: Herget, W., Schwehr, S. & Sommer, R. (Hrsg.): *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht. Mathematik im Alltag*. Bd. 10, S. 63-73.
- Herget, W. (1999): Ganz genau – genau das ist Mathe!. In: *mathematik lehren*, H. 93, S. 4-9.
- Herget, W. (2000): *Ein Bild sagt mehr als 1000 Worte ... Messen, Schätzen, Überlegen – viele Wege, viele Antworten*. Halle. Online verfügbar unter: http://disk.mathematik.uni-halle.de/lehrerseite/bild_1000_worte.pdf [Abruf am 04.03.2019].
- Herget, W. (2006): Kompetenzorientierte Mathematikaufgaben. Typen von Aufgaben. In: Blum, W., Drüke-Noe, C., Hartung, R. & Köller, O. (Hrsg.): *Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsgestaltungen, Fortbildungsideen*. Berlin, S. 178-193.
- Herget, W. (2012): Die etwas andere Aufgabe – und die Sache mit den Kompetenzen. In: Steinweg, A. S. (Hrsg.): *Prozessbezogene Kompetenzen: Fördern, Beobachten, Bewerten. Tagungsband des AK Grundschule in der GDM 2012*. Bamberg, S. 23-38. Online verfügbar unter: <https://fis.uni-bamberg.de/bitstream/uniba/819/1/MDG2Steinwegopusfinse1A21.pdf> [Abruf am 22.03.2023].
- Herget, W. (2018): Mathematik hat viele Gesichter... In: MUED (Hrsg.): *Mathematik hat viele Gesichter ... angewandt, „abgewandt“ – und zugewandt!*, Rundbrief 206, S. 3-11. Online verfügbar unter: <https://www.die-mueden.de/rundbrief/rb206.pdf> [Abruf am 22.03.2023].

- Herget, W. (2023): Wie viel Phantasie passt in einen Heißluftballon? – Anregungen, den Mathematikunterricht *etwas anders* weiterzudenken. In: Filler, A., Lambert, A. & von der Bank, M.-C. (Hrsg.): *Freude an Geometrie – Zum Gedenken an Hans Schupp. Vorträge auf der 36. Herbsttagung des Arbeitskreises Geometrie in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 10. bis 12. September 2021 in Saarbrücken*. Berlin, S. 43-106.
- Herget, W. (2024): *Persönliche E-Mail*. Saarbrücken.
- Herget, W., Jahnke, T. & Kroll, W. (2001): *Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I*. Berlin.
- Heße, M., Reucher, G., Kämmerling, J., Holten, J., Tastekin, M. I., Winkens, T., Comos, M., Schmeing, E., Reinartz, F., Schöbel, S., Nemeth, D. & Zeller, J. (o. J.): *Teach the Truth – Nachhaltigkeit für alle Altersstufen*. Aachen. Online verfügbar unter: <https://www.geogebra.org/m/qvc2jkud> [Abruf am 03.07.2023].
- Hettmann, M., Nahrgang, R., Grund, A., Salle, A., Fries, S. & vom Hofe, R. (2019): >>Kein Bock auf Mathe!<< Motivationssteigerung durch individuelle Förderung. In: *Herausforderung Lehrer*innenbildung – Zeitschrift zur Konzeption, Gestaltung und Diskussion*, Bd. 2, H. 3, S. 165-192. Online verfügbar unter: <https://www.herausforderung-lehrerinnenbildung.de/index.php/hlz/article/view/2480/3228> [Abruf am 18.11.2022].
- Heymann, H. W. (1996): *Allgemeinbildung und Mathematik*. Weinheim, Basel.
- Himmelman, G. (2004): *Demokratie-Lernen: Was? Warum? Wozu?*. Berlin. Online verfügbar unter: <https://www.pedocs.de/volltexte/2008/216/pdf/Himmelman.pdf> [Abruf am 04.12.2022].
- Hoffkamp, A. (2018): Schülerinnen und Schülern zugewandt – Feedback im Unterrichtsalltag. In: MUED (Hrsg.): *Mathematik hat viele Gesichter ... angewandt, „abgewandt“ – und zugewandt!*, Rundbrief 206, S. 21-29. Online verfügbar unter: <https://www.die-mueden.de/rundbrief/rb206.pdf> [Abruf am 22.03.2023].
- Höfler, A. (1910): *Didaktik des mathematischen Unterrichts*. Leipzig, Berlin.
- Holst, J. & Brock, A. (2020): *Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE) in der Schule. Strukturelle Verankerung in Schulgesetzen, Lehrplänen und der Lehrerbildung*. Berlin. Online verfügbar unter: https://www.ewi-psy.fu-berlin.de/erziehungswissenschaft/arbeitsbereiche/institut-futur/Projekte/Dateien/2020_BNE_Dokumentenanalyse_Schule.pdf [Abruf am 19.06.2023].
- Holzäpfel, L. & Streit, C. (2009): Der Umgang mit Ungenauigkeit bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben. In: *Praxis der Mathematik in der Schule*, H. 28, S. 21-28.
- Hubert, C. C. (2022): *Dialogkultur. Dialog sein – Dialog führen – dialogische Beziehungen*. Wiesbaden.
- Hügli, A. & Lübecke, P. (Hrsg.) (2013): *Philosophie-Lexikon. Personen und Begriffe der abendländischen Philosophie von der Antike bis zur Gegenwart*. Erweiterte und vollständig revidierte Ausgabe. Hamburg.
- Humenberger, H. (1995): Approximation als Beispiel einer Fundamentalen Idee des anwendungsorientierten Mathematikunterrichts. In: *MNU*, Bd. 48, H. 1, S. 23-31. Online verfügbar unter: <https://homepage.univie.ac.at/hans.humenberger/Aufsaeetze/Appr..pdf> [Abruf am 27.12.2020].
- Initiative Schule im Aufbruch gGmbH (Hrsg.) (2021): *Schule im Aufbruch. Ansatz*. Berlin. Online verfügbar unter: <https://schule-im-aufbruch.de/schule-im-aufbruch/ansatz/> [Abruf am 14.11.2022].

- Iwers, T. & Kaltwasser, V. (2021): Achtsamkeit in der Schule – Ein Interview mit Vera Kaltwasser. In: Iwers, T. & Roloff, C. (Hrsg.): *Achtsamkeit in Bildungsprozessen. Professionalisierung und Praxis*. Wiesbaden, S. 103 – 116.
- Jahnke, H. N. & Ufer, S. (2015): Argumentieren und Beweisen. In: Bruder, R., Hefendehl-Hebeker, L., Schmidt-Thieme, B. & Weigand, H.-G. (Hrsg.): *Handbuch der Mathematikdidaktik*. Berlin, Heidelberg, S. 331-355.
- Jahnke, T. (2005): *Zur Authentizität von Mathematikaufgaben. Vortragsskript zum Vortrag auf der 39. Tagung für Didaktik der Mathematik in Bielefeld*. Online verfügbar unter: https://www.math.uni-potsdam.de/fileadmin/user_upload/Prof-Dida/Jahnke/Juengere_Vortraege_und_Aufsaeetze/pdf/15_Jahnke_Authentizitaet-von-Mathematikaufgaben.pdf [Abruf am 19.11.18].
- José, M. (2016): *Positive Psychologie und Achtsamkeit im Schulalltag. Förderung der Empathie*. Wiesbaden.
- Juul, J. (2020): *Was Familien trägt. Werte in Erziehung und Partnerschaft. Ein Orientierungsbuch*. 11. Auflage. Weinheim.
- Kabat-Zinn, J. (2019): *Gesund durch Meditation. Das große Buch der Selbstheilung mit MBSR*. München.
- Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R. & Greefrath, G. (2015): Anwendungen und Modellieren. In: Bruder, R., Hefendehl-Hebeker, L., Schmidt-Thieme, B. & Weigand, H.-G. (Hrsg.): *Handbuch der Mathematikdidaktik*. Berlin, Heidelberg, S. 357-384.
- Kaltwasser, V. (2016a): Das Potential der Achtsamkeit für die Gesunderhaltung im Lehrerberuf. In: *Forum*, H. 64, S.28 – 39. Online verfügbar unter: https://www.schulstiftung-freiburg.de/eip/media/forum/pdf_760.pdf [Abruf am 11.02.2022].
- Kaltwasser, V. (2016b): *Praxishandbuch Achtsamkeit in der Schule. Selbstregulation und Beziehungsfähigkeit als Basis von Bildung*. Weinheim, Basel.
- Kaltwasser, V. (2020): *Kartenset Achtsamkeit in der Schule. 60 Übungen für die Klasse*. Weinheim, Basel.
- Keuffer, J. (2021): Achtsamkeit in der Schule – Qualifizierung der Trainer und Anwendung im Alltag von Lehrenden und Lernenden. In: Iwers, T. & Roloff, C. (Hrsg.): *Achtsamkeit in Bildungsprozessen. Professionalisierung und Praxis*. Wiesbaden, S. 89-102.
- Keuler, C. (2019): Unterricht partizipativ gestalten. In: *mateneen – Praxishefte Demokratischer Schulkultur*, H. 3, S. 5-8.
- Klaffke, T. (2019): Verantwortungsvoll mitbestimmen. Partizipation im Unterricht. In: *Klasse leiten*, H. 7, S. 14-15.
- Klafki, W. (1993): Allgemeinbildung heute. Grundlinien einer gegenwarts- und zukunftsbezogenen Konzeption. In: *Pädagogische Welt*, Bd. 47, H. 3, S. 98-103.
- Klafki, W. (1996): *Neue Studien zur Bildungstheorie und Didaktik: Zeitgemäße Allgemeinbildung und kritisch-konstruktive Didaktik*. 5., unveränderte Auflage. Weinheim, Basel.
- Klein, F. (1928): *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus III. Präzisions- und Approximationsmathematik*. 3. Auflage. Berlin.
- KMK – Kultusministerkonferenz (2004): *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. Beschluss vom 4.12.2003*. München. Online verfügbar unter: https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2003/2003_12_04-Bildungsstandards-Mathe-Mittleren-SA.pdf [Abruf am 20.04.2020].

- KMK – Kultusministerkonferenz (2012): *Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012.* Berlin. Online verfügbar unter: https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf [Abruf am 20.04.2020].
- KMK – Kultusministerkonferenz (2022): *Bildungsstandards für das Fach Mathematik Erster Schulabschluss (ESA) und Mittlerer Schulabschluss (MSA). Beschluss vom 15.10.2004 und vom 04.12.2003, i.d.F. vom 23.06.2022.* Berlin. Online verfügbar unter: https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-ESA-MSA-Mathe.pdf [Abruf am 25.08.2022].
- KMK & DUK – Ständige Kultusministerkonferenz der Länder & Deutsche UNESCO-Kommission (Hrsg.) (2007): *Empfehlungen der Ständigen Kultusministerkonferenz der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (KMK) und der Deutschen UNESCO-Kommission (DUK) vom 15.06.2007 zur „Bildung für nachhaltige Entwicklung in der Schule“.* o.O. Online verfügbar unter: https://nachhaltigkeit.bildung-rp.de/fileadmin/user_upload/nachhaltigkeit.bildung-rp.de/Downloads/070615_KMK-DUK-Empfehlung_BNE.pdf [Abruf am 10.05.2022].
- Köhler, H. (1999): Pädagogische Entscheidungen im Unterricht und mögliche Folgen hinsichtlich demokratischer Erziehung. In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, Bd. 31, S. 5–12.
- Köhler, H. (2001): Weil wir bestenfalls ernten, was wir gesät haben: Auf dem Weg zu einer anderen Unterrichtskultur. In: *Österreichische Mathematische Gesellschaft (Hrsg.): Didaktikheft 33.* Wien, S. 102-129. Online verfügbar unter: <http://www.oemg.ac.at/DK/Didaktikhefte/2001%20Band%2033/Koehler2001.pdf> [Abruf am 15.05.2023].
- Köller, O. & Möller, J. (2018): Selbstwirksamkeit. In: Rost, D. H., Sparfeldt, J. R. & Buch, S. R. (Hrsg.): *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie.* 5., überarbeitete und erweiterte Auflage. Weinheim, Basel, S. 757-763.
- Kölnische Rundschau Online (Hrsg.) (2021, 20. Februar): *Vorstöß in Oregon. In Mathe sollen künftig mehrere Antworten gelten.* Köln. Online verfügbar unter: <https://www.rundschau-online.de/welt/vorstoss-in-oregon-in-mathe-sollen-kuenftig-mehrere-antworten-gelten-323471> [Abruf am 08.02.2024].
- Korten, L. (2016): Entwicklung und Erforschung eines Lernarrangements für den inklusiven Mathematikunterricht zur Anregung des Gemeinsamen Lernens und des flexiblen Rechnens. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 561-564.
- Krauthausen, G. (2018): *Einführung in die Mathematikdidaktik – Grundschule.* 4. Auflage. Berlin.
- Kropp, A. (2019): *Grundlagen der Nachhaltigen Entwicklung. Handlungsmöglichkeiten und Strategien zur Umsetzung.* Wiesbaden.
- Kubiak, L. & Lotz, J. (2021): Aufgaben variieren nach Schupp. Ein besonderes Mittel zur Beziehungsgestaltung. In: *mathematik lehren*, H. 227, S. 27-29.
- Kühne, O. (2006): *Landschaft in der Postmoderne. Das Beispiel des Saarlandes.* Dissertation. Wiesbaden.
- Lambert, A. & Herget, W. (2019): Im Reich der Zahlen. Mathematik und Allgemeinbildung. In: *Lernende Schule*, H. 87, S. 40-43.
- Lambert, A. & Hilgers, A. (2019): Argumentativ zu Füllgraphen. In: *mathematik lehren*, H. 216, S. 50-51.

- Lambert, A. & von der Bank, M.-C. (2021): Nachruf auf Hans Schupp – Erinnerungen für die Zukunft. In: *Mitteilungen der GDM*, 111, S. 100-107.
- Lambert, A. (2006): *Ein Einstieg in die reflektierende Modellbildung mit Produktiven Aufgaben*. Preprint Nr. 174. Saarbrücken. Online verfügbar unter: <https://www.math.uni-sb.de/service/preprints/preprint174.pdf> [Abruf am 23.03.2019].
- Lambert, A. (2013): Zeitgemäße Stoffdidaktik am Beispiel ‚Füllgraph‘. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 596-599.
- Lambert, A. (2017): Didaktische Reduktion in der Stochastik. Worum geht es im Kern? In: *mathematik lehren*, H. 200, S. 30-33.
- Lambert, A. (2018a): Darstellende Geometrie im Mathematikunterricht der DDR in den 1970er Jahren. In: *Der Mathematikunterricht*, Jg. 64, H. 6, S. 48-56.
- Lambert, A. (2018b): Die Lehrperson muss die Sache verstehen und die Kinder ernstnehmen. In: Vogel, M. (Hrsg.): *Wirksamer Mathematikunterricht*. Baltmannsweiler, S. 66-76.
- Lambert, A. (2020): Mathematik und/oder Mathe (in der Schule) – ein Vorschlag zur Unterscheidung. In: *Der Mathematikunterricht*, Jg. 66, H. 2, S. 3-15.
- Lambert, A. (2022): Satz des Pythagoras gestern – und morgen? In: *Der Mathematikunterricht*, Jg. 68, H. 1, S. 27-41.
- Leiser, A. (2017): Statistik-Tag: So klappt's auch mit der Vollerhebung. In: *mathematik lehren*, H. 200, S. 44-45.
- Lengnink, K. (2005): Mathematik reflektieren und beurteilen: Ein diskursiver Prozess zur mathematischen Mündigkeit. In: Lengnink, K. & Siebel, F. (Hrsg.): *Mathematik prä-sentieren, reflektieren, beurteilen*. Mühlthal, S. 21-36.
- Lengnink, K. (2018): Mathematikunterricht ist wirksam, wenn er ein belastbares Verhältnis von Mathematik und Mensch erreicht!. In: Vogel, M. (Hrsg.): *Wirksamer Mathematikunterricht*. Baltmannsweiler, S. 77-86.
- Lengnink, K., Meyerhöfer, W. & Vohns, A. (2013): Mathematische Bildung als staatsbürgerliche Erziehung? In: *Der Mathematikunterricht*, Jg. 59, H. 4, S. 2-7.
- LEO GmbH (o. J.): *sustainable*. *LEO online*. Sauerlach. Online verfügbar unter: <https://dict.leo.org/englisch-deutsch/sustainable> [Abruf am 10.04.2020].
- Leuders, T. (2015): Aufgaben in Forschung und Praxis. In: Bruder, R., Hefendehl-Hebeker, L., Schmidt-Thieme, B. & Weigand, H.-G. (Hrsg.): *Handbuch der Mathematikdidaktik*. Berlin, Heidelberg, S. 435-460.
- Leuders, T., Hußmann, S., Barzel, B. & Prediger, S. (2011): „Das macht Sinn!“. Sinnstiftung mit Kontexten und Kernideen. In: *Praxis der Mathematik in der Schule*, H. 37, S. 2-9.
- Lietzmann, W. (1912): *Stoff und Methode des Rechenunterrichts in Deutschland*. Leipzig, Berlin.
- Lietzmann, W. (1916): *Methodik des mathematischen Unterrichts. II. Teil: Didaktik der einzelnen Unterrichtsgebiete*. Leipzig.
- Lietzmann, W. (1918): *Riesen und Zwerge im Zahlenreich*. 2., durchgesehene und vermehrte Auflage. Leipzig, Berlin.
- Lietzmann, W. (1919): *Methodik des mathematischen Unterrichts. I. Teil: Organisation, Allgemeine Methode und Technik des Unterrichts*. Leipzig.

- Lietzmann, W. (1922): *Lustiges und Merkwürdiges von Zahlen und Formen. Beispiele aus der Unterhaltungsmathematik*. 1. Auflage. Breslau.
- Lietzmann, W. (1924): *Methodik des mathematischen Unterrichts. III. Teil: Didaktik der angewandten Mathematik*. Leipzig.
- Lietzmann, W. (1925): Die neuen mathematischen Lehrpläne für die höheren Knabenschulen in Preußen. In: *Zeitschrift für mathematisch und naturwissenschaftlichen Unterricht aller Schulgattungen*, H. 56, S. 193-207.
- Lietzmann, W. (1930): *Lustiges und Merkwürdiges von Zahlen und Formen*. 4. Auflage. Breslau.
- Lietzmann, W. (1943): *Lustiges und Merkwürdiges von Zahlen und Formen*. 6. Auflage. Breslau.
- Lietzmann, W. (1951): *Lustiges und Merkwürdiges von Zahlen und Formen*. 7. Auflage. Göttingen.
- Lietzmann, W., Stender, R. & Jahner, H. (1968): *Methodik des mathematischen Unterrichts*. 4. Auflage. Heidelberg.
- Lindmeier, A. (2018): Gibt es den „fertigen Lehrer“? – Warum durch wirksamen Mathematikunterricht nicht nur die Schülerinnen und Schüler lernen sollten. In: Vogel, M. (Hrsg.): *Wirksamer Mathematikunterricht*. Baltmannsweiler, S. 100-111.
- Loeffelmeier, R. (2009): Erneuerung der Schulkultur – Programm und Praxis in der Weimarer Zeit. In: *Zeitschrift für Pädagogik*, Bd. 55, H. 3, S. 345-356.
- Loos, A., Sinn, R. & Ziegler, G. M. (2022): *Panorama der Mathematik*. Berlin.
- Lotz, J. (2020): Karl Weierstraß und sein unendlich struppiges Monster. Darstellen, was man sich kaum vorstellen kann. In: *mathematik lehren*, H. 222, S. 38-42.
- Lotz, J. (2022): *enaktiv – ikonisch – symbolisch. Eine semiotisch basierte Präzisierung und deren unterrichtspraktische Konkretisierungen*. Dissertation. Saarbrücken.
- LPM – Landesinstitut für Pädagogik und Medien (o. J.): *Schule der Nachhaltigkeit. Die Zertifizierung*. Saarbrücken. Online verfügbar unter: <https://www.lpm-saarland.de/typo3/index.php?id=5729> [Abruf am 30.12.2023].
- Lührsen, W. & Pendzich, M. (2023): *Sprache macht Zukunft - Ein klimagerechtes und zukunftsfähiges Vokabular*. Hamburg. Online verfügbar unter: <https://sprache-macht-zukunft.de/> [Abruf am 09.10.2023].
- Lyons, I. M. & Beilock, S. L. (2012): When Math Hurts: Math Anxiety Predicts Pain Network Activation in Anticipation of Doing Math. In: *PLOS ONE*, Vol. 7, Iss. 10, S. 1-6. Online verfügbar unter: <https://journals.plos.org/plosone/article/file?id=10.1371/journal.pone.0048076&type=printable> [Abruf am 02.03.2023].
- Maaß, J. (2006): Manipulation durch Mathematik? Wie aus logisch wahren mathematischen Aussagen mächtige Instrumente für die eigenen Interessen werden können. In: Sperl, G. & Steiner, M. (Hrsg.): *Was für Zeiten. Band 5. Hirnverkehr. Wissenschaft treibt Wirtschaft. Auch die Zivilisation?*. Wien, Graz, S. 49-56.
- Maaß, J. (2015): *Modellieren in der Schule. Ein Lehrbuch zu Theorie und Praxis des realitätsbezogenen Mathematikunterrichts*. Münster. Online verfügbar unter: <https://www.die-mueden.de/mat/maass-modellieren.pdf> [Abruf am 07.11.2022].
- Maaß, K. (2007): Und man braucht sie doch! Nützlichkeit von Mathematik erfahrbar machen. In: *Praxis der Mathematik in der Schule*, Jg. 49, H. 13, S. 1-9.

- Maaß, K. (2009): Von der Mathematik zur politischen Entscheidung. In: Leuders, T., Heffendehl-Hebeker, L. & Weigand, H.-G. (Hrsg.): *Mathemagische Momente*. Berlin, S. 156-165.
- Maaß, K., Geiger, V., Ariza, M. R. & Goos, M. (2019): The Role of Mathematics in interdisciplinary STEM education. In: *ZDM*, Vol. 54, Iss. 6, S. 869-884.
- Mathematikum Gießen e. V. (Hrsg.): *PiCaM. Projekt in Citizenship and Mathematics*. Gießen. Online verfügbar unter: http://www.citizenship-and-mathematics.eu/index.php?article_id=21&clang=4 [Abruf am 18.06.2023].
- MBWJKRP – Ministerium für Bildung, Wissenschaft, Jugend und Kultur Rheinland-Pfalz (Hrsg.) (2007): *Rahmenlehrplan Mathematik Klassenstufen 5-9/10*. Mainz. Online verfügbar unter: <https://mathematik.bildung-rp.de/lehrplaene.html> [Abruf am 20.04.2020].
- MBWKMV – Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Mecklenburg-Vorpommern (Hrsg.) (2019): *Rahmenplan für die Sekundarstufe I. Gymnasium, Gesamtschule. Mathematik 2019*. o.O. Online verfügbar unter: https://www.bildung-mv.de/export/sites/bildungsserver/downloads/unterricht/rahmenplaene_allgemeinbildende_schulen/Mathematik/RP_MA_AHR_7-10.pdf [Abruf am 20.04.2020].
- MBWKMV – Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur Mecklenburg-Vorpommern (Hrsg.) (2009): *Sicheres Wissen und Können im Rechnen mit Zahlen und Größen. Sekundarstufe I*. Schwerin. Online verfügbar unter: https://www.mathe-mv.de/storage/uni-rostock/Alle_MNF/Mathe-MV/Publicationen/Sekundarstufe_I/SWK/Broschuere_Rechnenkoennen_Endfassung.pdf [Abruf am 18.11.2019]
- Mentz, I. (2012): Eine dialogische Lineare Algebra 1. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 589-592.
- Messerschmidt, R. & Saar, M. (2014): Diskurs und Philosophie. In: Angermüller, J., Nonhoff, M., Herschinger, E., Macgilchrist, F., Reisinger, M., Wedl, J., Wrana, D. & Ziem, A. (Hrsg.): *Diskursforschung. Ein interdisziplinäres Handbuch. Band 1: Theorien, Methodologien und Kontroversen*. Bielefeld, S. 42-55.
- MfBuK Saar – Ministerium für Bildung und Kultur Saarland (Hrsg.) (2022): *Basiscurriculum. Bildung für Nachhaltige Entwicklung (BNE)*. Saarbrücken. Online verfügbar unter: https://www.saarland.de/SharedDocs/Downloads/DE/mbk/Bildungsserver/Unterricht_und_Bildungsthemen/lehrplaene-und-handreichungen/schulformuebergreifend/dld_basiscurriculum-BNE.pdf?__blob=publicationFile&v=4 [Abruf am 11.03.2022].
- MfBuK Saar – Ministerium für Bildung und Kultur Saarland (Hrsg.) (2023): *Lernbausteine zum Basiscurriculum Bildung für Nachhaltige Entwicklung*. Saarbrücken. Online verfügbar unter: https://www.saarland.de/mukmav/DE/portale/bildungfuernachhaltigeentwicklung/home/institutionelle-bne/_documents/doc_lernbausteine_bc.pdf?__blob=publicationFile&v=1 [Abruf am 11.08.2023].
- Michelsen, G., Adomßent, M., Borrmann, I., Burandt, S. & Fischbach, R. (2011): *Indikatoren der Bildung für nachhaltige Entwicklung – ein Werkstattbericht*. Bonn. Online verfügbar unter: https://www.dbu.de/OPAC/ab/Indikatoren_der_BNE.pdf [Abruf am 16.10.2022]. (=herausgegeben durch die Deutsche UNESCO-Kommission e.V.).
- Michelsen, G., Grunenberg, H. & Mader, C. (2015): *Engagement durch Bildung für nachhaltige Entwicklung: Das Weltaktionsprogramm von Quantität zur Qualität*. Lüneburg. Online verfügbar unter: https://www.researchgate.net/publication/277014469_Engagement_durch_Bildung_fur_Nachhaltige_Entwicklung_Das_Weltaktionsprogramm_-

- _Von_Quantitat_zur_Qualitat <https://www.greenpeace.de/sites/www.greenpeace.de/files/publications/nachhaltigkeitsbarometer-bildung-20150522.pdf> [Abruf am 15.06.2020].
- Michelsen, G., Grunenberg, H., Mader, C. & Barth, M. (2016): *Greenpeace Nachhaltigkeitsbarometer 2015 – Nachhaltigkeit bewegt die jüngere Generation. Zusammenfassung*. Hamburg. Online verfügbar unter: https://www.greenpeace.de/publikationen/nachhaltigkeitsbarometer-2015-zusammenfassung-greenpeace-20160113_0.pdf [Abruf am 11.04.2020].
- Mickel, W. W. (1999): *Handbuch zur politischen Bildung*. Bonn. (=Schriftenreihe Bundeszentrale für Politische Bildung Bd. 358)
- Milev, D. (2013): Wasser ohne Grenzen? Üben im Kontext. In: *mathematik lehren*, H. 177, Mathe-Welt, S. 26-40.
- Ministerium für Umwelt, Klima, Mobilität, Agrar und Verbraucherschutz (Hrsg.) (2023): *Fact-Sheet. Schulradeln – cycle 4 future*. Saarbrücken. Online verfügbar unter: <https://www.fahrrad.saarland/wp-content/uploads/2020/02/factsheet-schulradelnsaar2023.pdf> [Abruf am 24.02.2024].
- MKJSBW – Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg (Hrsg.) (2016): *Bildungsplan des Gymnasiums. Bildungsplan 2016. Mathematik*. Stuttgart. Online verfügbar unter: http://www.bildungsplaene-bw.de/site/bildungsplan/get/documents/lsbw/export-pdf/depot-pdf/ALLG/BP2016BW_ALLG_GYM_M.pdf [Abruf am 20.04.2020].
- Molitor, A. (2019): Beteiligung von Lernenden an der Unterrichtsgestaltung am Lycée Ermesinde. In: *mateneen – Praxishefte Demokratischer Schulkultur*, H. 3, S. 9-12.
- Morrison, P. (1963): Fermi Questions. In: *American Journal of Physics*, Bd. 31, S. 626-627.
- Neveling, R. (2021): Der Verschönerungsverein. Gemeinsam ein Tafelbild entwickeln – in Re(i)h(e)nform. In: *mathematik lehren*, H. 227, S. 38-41.
- Niebert, K. (2016): *Nachhaltigkeit lernen im Anthropozän. Wie Schule und Unterricht zu einer nachhaltigen Menschenzeit beitragen können*. Zürich. Online verfügbar unter: https://www.researchgate.net/publication/305434159_Nachhaltigkeit_lernen_im_Anthropozan [Abruf am 06.06.2023].
- Niehaus, E. (2011): Räumliche mathematische Modellbildung für medizinische Risiken und logistische Verteilung von Ressourcen im mathematischen Umweltlabor. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 607-610.
- Niss, M., Blum, W., Galbraith, P. L. (2007): Introduction. In: Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W. & Niss, M. (Hrsg.): *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study*. New York, S. 3-32.
- Nowińska, E., Rott, B. & Cohors-Fresenborg, E. (2019): Qualität von Mathematikunterricht – Vergleich mehrerer Perspektiven. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 1281-1282.
- NPBNE – Nationale Plattform Bildung für nachhaltige Entwicklung (Hrsg.) (2017): *Nationaler Aktionsplan Bildung für nachhaltige Entwicklung. Der deutsche Beitrag zum UNESCO-Weltaktionsprogramm*. Berlin. Online verfügbar unter: https://www.bne-portal.de/bne/shareddocs/downloads/files/nationaler_aktionsplan_bildung-er_nachhaltige_entwicklung_neu.pdf?__blob=publicationFile&v=3 [Abruf am 29.10.2023].

- Nührenbörger, M. (2009): Diskursives Lernen im Mathematikunterricht – Interaktive Wissenskonstruktionen von und mit Kindern im jahrgangsgemischtem Anfangsunterricht. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, o. S.
- Ohl, U. (2018); Herausforderungen und Wege eines systematischen Umgangs mit komplexen Themen in der schulischen Nachhaltigkeitsbildung. In: Pyhel, T. (Hrsg.): *Zwischen Ohnmacht und Zuversicht? Vom Umgang mit Komplexität in der Nachhaltigkeitskommunikation*. München, S. 131-146.
- Parchmann, I., Ralle, B. & Di Fuccia, D.-S. (2008): Entwicklung und Struktur der Unterrichtskonzeption Chemie im Kontext. In: Demuth, R., Gräsel, C., Parchmann, I. & Ralle, B. (Hrsg.): *Chemie im Kontext. Von der Innovation zur nachhaltigen Verbreitung eines Unterrichtskonzepts*. Münster, New York, München, Berlin.
- Pekrun, R. (2006): The Control-Value Theory of Achievement Emotions: Assumptions, Corollaries, and Implications for Educational Research and Practice. In: *Educational Psychological Review*, Vol. 18, S. 315-341.
- Pesch, L. & Bierbrauer, C. (2022): Sachrechnen und Bildung für nachhaltige Entwicklung in der Primarstufe. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 1442.
- Peter-Koop, A. (2001): „Das sind so ungefähr 30 000“. Schätzen und Überschlagen „aus der Sache heraus“. In: *Die Grundschulzeitschrift: Mathematiklernen auf eigenen Wegen*, Sammelband Offener Mathematikunterricht, S. 68-71.
- PIdS – Pädagogisches Institut für die deutsche Sprachgruppe (2019): *BLIKK – Modellieren mit Mathe. Kurzinfo über die Lern- und Arbeitsumgebung*. Bozen. Online verfügbar unter: <https://www.blick.it/blick/angebote/modellmathe/ma0050a.htm> [Abruf am 25.06.2023].
- PIdS – Pädagogisches Institut für die deutsche Sprachgruppe (2021): *BLIKK – Modellieren mit Mathe. Aktuelle Übersicht über alle aufbereiteten realen Probleme*. Bozen. Online verfügbar unter: <https://www.blick.it/blick/angebote/modellmathe/ma0050a.htm> [Abruf am 25.06.2023].
- Platz, M. & Niehaus, E. (2014): Wie kann man mit Fuzzy Logik maßgeschneidert Informationen ausliefern? In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 911-914.
- Pohlkamp, S. (2021): *Normative Modellierung im Mathematikunterricht. Bildungspotenzial, exemplarische Sachkontexte und Lernumgebungen*. Dissertation. Aachen. Online verfügbar unter: <https://publications.rwth-aachen.de/record/825689/files/825689.pdf> [Abruf am 29.03.2022].
- Pollak, H. (1979): The interaction between mathematics and other school subjects. In: International Commission on Mathematical Instruction (Hrsg.): *New trends in mathematics teaching*, Bd. IV, S. 232-248.
- Pollak, H. (2007): Mathematical modelling – A conversation with Henry Pollak. In: Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W. & Niss, M. (Hrsg.): *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study*. New York, S. 109-120.
- Pólya, G. (1995): *Schule des Denkens. Vom Lösen mathematischer Probleme*. 4. Auflage. Tübingen, Basel.
- Prechtel, P. & Burkard, F.-P. (Hrsg.) (2008): *Metzler Lexikon Philosophie*. 3. Auflage. Stuttgart.
- Prediger, S. (2005): „Was hat die Exponentialfunktion mit mir zu tun?“ Wege zur Nachdenklichkeit im Mathematikunterricht. In: Lengnink, K. & Siebel, F. (Hrsg.): *Mathematik präsentieren, reflektieren, beurteilen*. Mühlthal, S. 97-110.

- Prediger, S. (2015): Theorien und Theoriebildung in didaktischer Forschung und Entwicklung. In: Bruder, R., Hefendehl-Hebeker, L., Schmidt-Thieme, B. & Weigand, H.-G. (Hrsg.): *Handbuch der Mathematikdidaktik*. Berlin, Heidelberg, S. 643-662.
- Pufé, I. (2017): *Nachhaltigkeit*. 3., überarbeitete und erweiterte Auflage. Konstanz, München.
- Putwain, D. W. & Wood, P. (2023): Anxiety in the mathematics classroom: reciprocal relations with control and value, and relations with subsequent achievement. In: *ZDM – Mathematics Education*, Vol. 55, Iss. 2, S. 285-298.
- PZRP – Pädagogisches Zentrum Rheinland-Pfalz (Hrsg.) (2007a): *Anregungen zur Umsetzung des Rahmenlehrplans Mathematik Rheinland-Pfalz. Möglichkeiten der Gestaltung in der Orientierungsphase*. Bad Kreuznach. Online verfügbar unter: <https://mathematik.bildung-rp.de/lehrplaene.html> [Abruf am 20.04.2020].
- PZRP – Pädagogisches Zentrum Rheinland-Pfalz (Hrsg.) (2007b): *Anregungen zur Umsetzung des Rahmenlehrplans Mathematik Rheinland-Pfalz. Möglichkeiten der Gestaltung in den Jahrgangsstufen 7 und 8*. Bad Kreuznach. Online verfügbar unter: <https://mathematik.bildung-rp.de/lehrplaene.html> [Abruf am 20.04.2020].
- PZRP – Pädagogisches Zentrum Rheinland-Pfalz (Hrsg.) (2007c): *Anregungen zur Umsetzung des Rahmenlehrplans Mathematik Rheinland-Pfalz. Möglichkeiten der Gestaltung in den Jahrgangsstufen 9 und 10*. Bad Kreuznach. Online verfügbar unter: <https://mathematik.bildung-rp.de/lehrplaene.html> [Abruf am 20.04.2020].
- Rasfeld, M. (2022): „Schulen werden Wirk-Stätten“. Mit dem FREI DAY Zukunft lernen und gestalten. Interview. In: *ON Lernen in der digitalen Welt*, H. 10, S. 12-14.
- Rechtschaffen, D. (2017): *Die achtsame Schule. Achtsamkeit als Weg zu mehr Wohlbefinden für Lehrer und Schüler*. 2. Auflage. Freiburg im Breisgau.
- Rechtschaffen, D. (2018): *Die achtsame Schule – Praxisbuch. Leicht anwendbare Anleitungen für die Vermittlung von Achtsamkeit*. Aus dem amerikanischen Englisch übertragen von Maria Harpner. Freiburg im Breisgau.
- Regenbogen, A. & Meyer, U. (Hrsg.) (1998): *Wörterbuch der philosophischen Begriffe*. Hamburg.
- Reiss, K., Ufer, S., Ulm, V. & Wienholtz, G. (2016): Sekundarstufe I: Mathematisch-naturwissenschaftlich-technisches Aufgabenfeld. Mathematik. Mathematik – fachdidaktischer Teil. In: ENGAGEMENT GLOBAL gGmbH (Hrsg.): *Orientierungsrahmen für den Lernbereich Globale Entwicklung. Im Rahmen einer Bildung für nachhaltige Entwicklung*. Bonn. S. 300-308. Online verfügbar unter: https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2015/2015_06_00-Orientierungsrahmen-Globale-Entwicklung.pdf [Abruf am 30.12.2023].
- Rembowski, V. (2017): Kalkülreduziert argumentieren bei geometrischen Formeln. In: *mathematik lehren*, H. 200, S. 25-29.
- Renert, M. (2011): Mathematics for Life: Sustainable Mathematics Education. In: *For the Learning of Mathematics*, Bd. 31, H. 1, S. 20-26. Online verfügbar unter <https://flm-journal.org/Articles/4D5553CAE27EA8E62974595DA186C0.pdf> [Abruf am 01.04.2020].
- Rezat, S. (2009): *Das Mathematikbuch als Instrument des Schülers. Eine Studie zur Schulbuchnutzung in den Sekundarstufen*. Wiesbaden.
- Riemer, W. (2020): Schickt die statistische Signifikanz in den Ruhestand! *Der Mathematikunterricht*, Jg. 66, H. 4.

- Rieß, W., Mischo, C., Reinbolz, A., Richter, K. & Dobler, C. (2008): *Evaluationsbericht „Bildung für nachhaltige Entwicklung an weiterführenden Schulen in Baden-Württemberg“: Maßnahme Lfd. 15 im Aktionsplan Baden-Württemberg*. Freiburg. Online verfügbar unter: https://www.researchgate.net/publication/278619237_Evaluationsbericht_Bildung_fur_nachhaltige_Entwicklung_BNE_an_weiterfuehrenden_Schulen_in_Baden-Wuerttemberg_Massnahme_Lfd_15_im_Aktionsplan_Baden-Wuerttemberg [Abruf am 8.12.2020].
- Rinschede, G. (2007): *Geographiedidaktik*. 3., völlig neu bearbeitete und erweiterte Auflage. Paderborn.
- Römer, M. (2018): Immer wieder von vorne anfangen. In: Vogel, M. (Hrsg.): *Wirksamer Mathematikunterricht*. Baltmannsweiler, S. 171-181.
- Salle, A. & Frohn, D. (Hrsg.) (2022): Mathematik in Krisensituationen. In: *mathematik lehren*, H. 234, S. 25-28.
- Schiele, S. (2016): Der Beutelsbacher Konsens – Missverständnisse in der Praxis und Perspektiven für die Praxis. In: Schmidt, J. & Schoon, S. (Hrsg.): *Politische Bildung auf schwierigem Terrain. Rechtsextremismus, Gedenkstättenarbeit, DDR-Aufarbeitung und der Beutelsbacher Konsens*. Schwerin, S. 7-21.
- Schleicher, A. (2022): Zukunft gestalten. Wie Bildungssysteme Herausforderungen begegnen. In: *Lernende Schule*, H. 100, S. 15-16.
- Schlichting, H. J. (o. J.): *Der flatternde Falter der Chaosphysik – Anmerkungen zum Schmetterlingseffekt*. Münster. Online verfügbar unter: https://www.uni-muenster.de/imperia/md/content/fachbereich_physik/didaktik_physik/publikationen/falter_chaosphysik.pdf [Abruf am 07.02.2024].
- Schmidt, G. (1992): Mathematik als Entscheidungsgrundlage. In: *Der Mathematikunterricht*, H. 4, S. 5-22.
- Schmidt, P. (2018): Nachhaltig im Umgang mit Papier. Kompetenz- und anwendungsorientierter Unterricht zu einem stets aktuellen Thema. In: *Mathematik 5-10*, H. 44, S. 44-45.
- Schmidt, R. (2001): Partizipation in Schule und Unterricht. In: *Aus Politik und Zeitgeschichte*, Bd. 44, S. 24-30.
- Schmidt, S. (2014): Was ist Achtsamkeit? Herkunft, Praxis und Konzeption. In: *SUCHT*, Bd. 60, H. 1, S. 13 – 19.
- Schnetzler, S. & Hurrelmann, K. (Hrsg.) (2023): *Trendstudie: Jugend in Deutschland. Die Wohlstandsjahre sind vorbei: Psyche, Finanzen, Verzicht*. Kempten.
- Schönwald, H. G. (1992): Zahlen als Orientierungshilfe in unserer Welt. In: *Der Mathematikunterricht*, H. 4, S. 23-33.
- Schorstein, J. (1999): Von der Genauigkeit offizieller Zahlen. In: *mathematik lehren*, H. 93, S. 20-22.
- Schreiber, J.-R. (2016): Kompetenzen, Themen, Anforderungen, Unterrichtsgestaltung und Curricula. In: ENGAGEMENT GLOBAL gGmbH (Hrsg.): *Orientierungsrahmen für den Lernbereich Globale Entwicklung. Im Rahmen einer Bildung für nachhaltige Entwicklung*. Bonn. S. 84-110. Online verfügbar unter: https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2015/2015_06_00-Orientierungsrahmen-Globale-Entwicklung.pdf [Abruf am 30.12.2023].

- Schukajlow, S., Rakoczy, K. & Pekrun, R. (2023): Emotions and motivation in mathematics education: Where we are today and where we need to go. In: *ZDM – Mathematics Education*, Vol. 55, Iss. 2, S. 249-267.
- Schupp, H. (1978): Funktionen des Spiels im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I. In: *Praxis der Mathematik*, Bd. 20, H. 4, S. 107-112.
- Schupp, H. (1982): Zum Verhältnis statistischer und wahrscheinlichkeitstheoretischer Komponenten im Stochastik-Unterricht der Sekundarstufe I. In: *Journal für Mathematik-Didaktik*, Bd. 3, H. 3/4, S. 207-226.
- Schupp, H. (1984): Sinnvoller Stochastik-Unterricht in der Sekundarstufe I. In: *mathematica didactica*, Bd. 7, H. 4, S. 233-243.
- Schupp, H. (1988): Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I zwischen Tradition und neuen Impulsen. In: *Der Mathematikunterricht*, Bd. 34, H. 6, S. 5-16.
- Schupp, H. (2002): *Thema mit Variationen. Aufgabenvariation im Mathematikunterricht*. Hildesheim, Berlin.
- Schupp, H. (2004): Allgemeinbildender Stochastikunterricht. In: *Stochastik in der Schule*, Bd. 24, H. 3, S. 4-13.
- Schuppar, B. & Humenberger, H. (2015): *Elementare Numerik für die Sekundarstufe*. Berlin, Heidelberg.
- Schuppar, B. (2021): Große Zahlen anschaulich machen – (k)eine Kunst? In: Humenberger, H. & Schuppar, B. (Hrsg.): *Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, Bd. 7, S. 155-162.
- Schwank, I. (2003): Einführung in prädikatives und funktionales Denken. In: *ZDM*, Vol. 35, Iss. 3, S. 70-78.
- Schwarzer, R. & Jerusalem, M. (2002): Das Konzept der Selbstwirksamkeit. In: Jerusalem, M., Hopf, D. (Hrsg.): *Selbstwirksamkeit und Motivationsprozesse in Bildungsinstitutionen*. Weinheim, S. 28-53.
- scoyo GmbH (Hrsg.) (2016): *Studie „Angst vor Mathe: Mädchensache?“*. Hamburg. Online verfügbar unter: <https://d2yc43lyhbb0zm.cloudfront.net/wp-content/uploads/2021/05/studie-angstfach-mathe-booklet.pdf> [Abruf am 30.12.2023].
- Selzer, T. (2017): Chancen und Grenzen schülerzentrierten Unterrichts – ein Erfahrungsbericht. In: *Gesprächspsychotherapie und Personenzentrierte Beratung*, H.1, S. 27-31.
- Sesink, W. (2002): *Grundlagen der Informationspädagogik. Skript zur Vorlesung im SS 2002 an der TU Darmstadt*. Darmstadt.
- Seybold, H. (1987): Umwelterziehung in der Sekundarstufe I. In: Calließ, J. & Lob, R. E. (Hrsg.): *Praxis der Umwelt- und Friedenserziehung. Band 2: Umwelterziehung*. Düsseldorf, S. 88-96.
- Sill, H.-D. (1999): Zu Problemen einer sinnvollen Genauigkeit. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 489-492.
- SINUS – SINUS Markt- und Sozialforschung GmbH (Hrsg.) (2019): *Die Jugend in Deutschland ist wütend: Sie fühlt sich beim Klimaschutz im Stich gelassen. SINUS-Studie zu Fridays for Future und Klimaschutz*. Heidelberg, Berlin. Online verfügbar unter: https://www.sinus-institut.de/fileadmin/user_data/sinus-intranet/News_Bilder/Klimaschutz/Pressematerialien_Jugend_Fridays_for_Future_und_Klimaschutz_SINUS-Institut.pdf [Abruf am 23.12.2020].

- Sitter, K. (2013): Geometrische Körper an inner- und außerschulischen Lernorten. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 954-957.
- Sjuts, J. (2001): Aufgabenstellungen zum Umgang mit Wissen(srepräsentationen). In: *Der Mathematikunterricht*, H. 1, S. 47-60.
- Sjuts, J. (2003): Metakognition per didaktisch-sozialem Vertrag. In: *JMD*, Bd. 24, H. 1, S. 18-40.
- Sjuts, J. (2021): Schnelles Denken, langsames Denken und die Systemrelevanz von Metakognition. In: *MNU-Journal*, H. 01, S. 54-61.
- Skutella, K. & Lutz-Westphal, B. (2018): Dialogisches Lernen am gemeinsamen Gegenstand im Mathematikunterricht. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 1703-1706.
- Sowder, J. (1992): Estimation and number sense. In: *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York, S. 371-389.
- Specht, B. & Danzer, C. (2023): *B²NE – Zur Ausgangslage der Bildung angehender Mathematiklehrkräfte im Bereich BNE*. Vortrag auf dem AK Mathematik und Bildung in Aachen, 10./11.11.2023.
- Spitzer, M. (2002): *Lernen. Gehirnforschung und die Schule des Lebens*. Heidelberg, Berlin.
- Sprague, R. (1965): *Unterhaltsame Mathematik. Neue Probleme – überraschende Lösungen*. 2. Auflage. Braunschweig.
- Stern.de (Hrsg.) (2019, 07. März): *25 Millionen Scheiben laden im Müll. Es gibt einen guten Grund, warum Sie Toast einfrieren sollten*. Hamburg. Online verfügbar unter: <https://www.stern.de/genuss/essen/toast--es-gibt-einen-guten-grund--warum-sie-toast-einfrieren-sollten-7900070.html> [Abruf am 23.02.2024].
- Stoltenberg, U. & Burandt, S. (2014): Bildung für eine nachhaltige Entwicklung. In: Heinrichs, H. & Michelsen, G. (Hrsg.): *Nachhaltigkeitswissenschaften*. Berlin, Heidelberg, S. 567-594.
- Stoltenberg, U. (2017): Zahlen, Formeln und Modelle – ein Beitrag zu nachhaltiger Entwicklung? In: *MNU-Journal*, H. 5, S. 292-297.
- Süddeutsche Zeitung (Hrsg.) (2016, 26. Juni): *Reformpädagogik. Unter freien Sünden*. München. Online verfügbar unter: <https://www.sueddeutsche.de/kultur/reformpaedagogik-unter-freien-suendern-1.3052097> [Abruf am 19.11.2023].
- Süddeutsche Zeitung (Hrsg.) (2020, 20. März): *Weltwassertag. CO₂-Fußabdruck von Leitungswasser besser*. München. Online verfügbar unter: <https://www.sueddeutsche.de/wirtschaft/wasser-kiel-weltwassertag-co2-fussabdruck-von-leitungswasser-besser-dpa.urn-newsml-dpa-com-20090101-200320-99-408490> [Abruf am 23.02.2024].
- Süddeutsche Zeitung (Hrsg.) (2022, 24. März): *6122 Plastikbecher pro Kopf. Statistiken erklären anschaulich die Klimakrise*. München. Online verfügbar unter: <https://www.sueddeutsche.de/kultur/klima-umwelt-grafiken-1.5550241> [Abruf am 30.03.2022].
- Südwind (Hrsg.) (2018): *Mathematik. Globales Lernen – Global Citizenship Education im Fachunterricht*. 2. Auflage. Wien. Online verfügbar unter: https://www.suedwind.at/fileadmin/user_upload/suedwind/Bilden/Global_Learning_Framework_2.Auflage_2019_Suedwind.pdf [Abruf am 23.09.2022].

- Tausch, R. (2018): Personenzentrierte Unterrichtung und Erziehung. In: Rost, D. H., Sparfeldt, J. R. & Buch, S. R. (Hrsg.): *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie*. 5., überarbeitete und erweiterte Auflage. Weinheim, Basel, S. 637-645.
- taz (Hrsg.) (2024, 26. Januar): *So viel Platz. Was Städte durch weniger Autos gewinnen*. Berlin. Online verfügbar unter: <https://taz.de/Was-Staedte-durch-weniger-Autos-gewinnen!/5986938/> [Abruf am 21.02.2024].
- Tietze, U.-P. (2000): Lernen und Lehren von Begriffen und Regeln. In: Tietze, U.-P., Klika, M. & Wolpers, H. (Hrsg.): *Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II. Band 1. Didaktische Grundfragen – Didaktik der Analysis*. 2. Auflage. Braunschweig, Wiesbaden, S. 50-90.
- TUM – Technische Universität München (o. J.): *Mathematical Literacy*. Online verfügbar unter: <https://www.pisa.tum.de/en/domains/mathematical-literacy/> [Abruf am 05.03.2019].
- Ullmann, P. (2016): Die Energiewende modellieren – Statistical Literacy in der Wissenschaft. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 999-1002.
- Umweltbundesamt (Hrsg.) (2008): *Kipp-Punkte im Klimasystem. Welche Gefahren drohen?* Dessau. Online verfügbar unter: <https://www.umweltbundesamt.de/sites/default/files/medien/publikation/long/3283.pdf> [Abruf am 11.08.2023].
- Umweltbundesamt (Hrsg.) (2020): Tempolimit auf Autobahnen mindert CO₂-Emissionen deutlich. Umweltbundesamt berechnet CO₂-Einsparung durch Tempolimit auf Bundesautobahnen. Dessau. URL: <https://www.umweltbundesamt.de/presse/pressemitteilungen/tempolimit-auf-autobahnen-mindert-co2-emissionen> [Abruf am 16.03.2024].
- UNCED – United Nations Conference on Environment and Development (Hrsg.) (1992): *Agenda 21*. Rio de Janeiro. Online verfügbar unter: https://www.un.org/Depts/german/conf/agenda21/agenda_21.pdf [Abruf am 30.03.2020].
- UNESCO – Deutsche UNESCO-Kommission e.V. (o. J.a): *Die UN-Dekade BNE*. Bonn. Online verfügbar unter: <https://www.bne-portal.de/de/bundesweit/un-dekade-bne-2005-2014> [Abruf am 10.04.2020].
- UNESCO – Deutsche UNESCO-Kommission e.V. (o. J.b): *Das Weltaktionsprogramm Bildung für Nachhaltige Entwicklung*. Bonn. Online verfügbar unter: <https://www.bne-portal.de/de/bundesweit/weltaktionsprogramm-deutschland> [Abruf am 10.04.2020].
- UNESCO – Deutsche UNESCO-Kommission e.V. (o. J.c): *Was ist BNE?*. Bonn. Online verfügbar unter: <https://www.bne-portal.de/de/einstieg/was-ist-bne> [Abruf am 10.04.2020].
- UNESCO (2022a): *Youth demands for quality climate change education*. Paris. Online verfügbar unter: <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000383615> [Abruf am 16.06.2023].
- UNESCO (2022b): *Mathematics for action. Supporting Science-Based Decision-Making*. Paris. Online verfügbar unter: <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000380883.locale=en> [Abruf am 18.06.2023].
- Universität Kassel (Hrsg.) (2021): *Stellungnahme zum Entzug einer Ehrendoktorwürde*. Kassel. Online verfügbar unter: <https://www.uni-kassel.de/uni/aktuelles/aus-der-hochschule/stellungnahmen-der-hochschule/stellungnahme-zum-entzug-einer-ehrendoktorwuerde-stand-7/2021> [Abruf am 19.11.2023].

- Urton, K. (2017): Selbstwirksamkeitserwartung – Was bedingt sie und wie kann sie gefördert werden? In: *Potsdamer Zentrum für empirische Inklusionsforschung*, Nr. 3, S. 1-12.
- utopia.de (Hrsg.) (2021, 21. Oktober): Das Ende von Kurzstreckenflügen? Das fordern Umweltorganisationen. München. URL: https://utopia.de/news/das-ende-von-kurzstreckenfluegen-das-fordern-umweltorganisationen_267413/ [Abruf am 16.03.2024].
- Vaerting, M. (1931): *Lehrer und Schüler. Ihr gegenseitiges Verhalten als Grundlage der Charaktererziehung*. Leipzig.
- Valtl, K. (2018): *Pädagogik der Achtsamkeit. Ein Literaturbericht*. Wien. Online verfügbar unter: https://www.schule-im-aufbruch.at/wp-content/uploads/Schule%20im%20Aufbruch_Publikation%203_Valtl_12%2006%2018.pdf [Abruf am 28.01.2022].
- vbw – Vereinigung der Bayrischen Wirtschaft e. V. (Hrsg.) (2021): *Nachhaltigkeit im Bildungswesen – was jetzt getan werden muss*. Gutachten. Münster. Online verfügbar unter: <https://www.waxmann.com/index.php?eID=download&buchnr=4301> [Abruf am 04.06.2023].
- Vereinte Nationen (Hrsg.) (2015): *Transformation unserer Welt: die Agenda 2030 für nachhaltige Entwicklung. Ergebnisdokument des Gipfeltreffens der Vereinten Nationen zur Verabschiedung der Post-2015-Entwicklungsagenda*. o.O. Online verfügbar unter: <https://www.un.org/Depts/german/gv-70/band1/ar70001.pdf> [Abruf am 03.06.2023].
- Vernay, R. (2020): Zeitungsartikel sind eine wahre Fundgrube! Größenordnungen einschätzen und veranschaulichen. In: *Mathematik 5-10*, H. 52, S. 22-23.
- Vohns, A. (2016): Welche Fachlichkeit braucht allgemeine Bildung? Überlegungen am Beispiel des Mathematikunterrichts. In: *Mitteilungen der GDM*, 100, S. 35-42.
- Vohns, A. (2018): Mathematische Bildung am Ausgang ihrer Epoche? Eine nicht bloß rhetorisch gemeinte Frage. In: *Mitteilungen der GDM*, 105, S. 8-21.
- Vohns, A. (2021): Das Digitale als Bildungsherausforderung für den Mathematikunterricht? (Un-) Zeitgemäße Betrachtungen. In: *Mitteilungen der GDM*, 110, S. 47-55.
- Volk, D. (1987): Umwelterziehung im Mathematikunterricht. In: *Praxis der Umwelt- und Friedenserziehung. Band 2: Umwelterziehung*. Düsseldorf. S. 258-272.
- Volk, D. (1993): Anwendungsorientierung oder Handlungsbezug. Der Mathematikunterricht als Werkstatt der Aufklärung. In: Blum, W. (Hrsg.): *Anwendungen und Modellbildung im Mathematikunterricht. Beiträge aus dem ISTRON-Wettbewerb*. Bd. 10, S. 133-146.
- Volk, D. (1994): Ökologische Sensibilisierung und Aktivierung im Mathematikunterricht. Bereiche, Ideen, Möglichkeiten. In: Blum, W., Henn, W., Klika, M. & Maaß, J. (Hrsg.): *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*. Bd. 1, S. 108-122.
- Volk, D. (1996): Zu ökologischem Sehen und Handeln anregen. In: *mathematik lehren*, H. 76, S. 4-9.
- Von Baeyer, H. C. (1994): Essay: Fermis Lösung. In: Gerlich, D. & Jerke, G. (Hrsg.): *Physik*. Heidelberg, Berlin, Oxford, S. 10-13.
- Von der Bank, M.-C. & Herget, W. (2023): Emotionen – ja, in Mathe. Nichtkognitive Aspekte beim Lehren und Lernen. In: *mathematik lehren*, H. 240, S. 2-7.
- Von der Bank, M.-C. (2016): *Fundamentale Ideen der Mathematik. Weiterentwicklung einer Theorie zu deren unterrichtspraktischer Nutzung*. Dissertation. Saarbrücken.

- Von der Bank, M.-C. (2021): Lustiges und Merkwürdiges. Zahlenrätsel – unterhaltsam und doch so lehrreich. In: *mathematik lehren*, H. 227, S. 9-12.
- Von der Bank, M.-C. (2022): Historiographie als didaktischer Impulsgeber. In: *Der Mathematikunterricht*, Jg. 68, H. 1, S. 3.
- Von der Bank, M.-C. (2023): Freude ... und weitere nichtkognitive Ziele von Mathematikunterricht. In: Filler, A., Lambert, A. & von der Bank, M.-C. (Hrsg.): *Freude an Geometrie – Zum Gedenken an Hans Schupp. Vorträge auf der 36. Herbsttagung des Arbeitskreises Geometrie in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 10. bis 12. September 2021 in Saarbrücken*. Berlin, S. 1-41.
- Von Hentig, H. (2002): *Der technischen Zivilisation gewachsen bleiben. Nachdenken über die Neuen Medien und das gar nicht mehr allmähliche Verschwinden der Wirklichkeit*. Weinheim, Basel.
- Von Hentig, H. (2003): *Die Schule neu denken. Eine Übung in pädagogischer Vernunft*. 5. Auflage. Weinheim, Basel.
- Von Hentig, H. (2004): *Bildung. Ein Essay*. 5., leicht überarbeitete Auflage. Weinheim, Basel.
- Von Hentig, H. (2007): *Ach, die Werte! Ein öffentliches Bewußtsein von zwiespältigen Aufgaben. Über eine Erziehung für das 21. Jahrhundert*. 4. Auflage. Weinheim, Basel.
- Von Seegern, J. (o. J.): *Die Steuerung und Diffusion von BNE im Bildungsbereich Schule wirkungsvoll stärken. Executive Summary*. Berlin. Online verfügbar unter: https://www.ewi-psy.fu-berlin.de/erziehungswissenschaft/arbeitsbereiche/institut-futur/Projekte/Dateien/Executive-Summaries_-_Schule.pdf [Abruf am 30.12.2023].
- Vorhölter, K. & Siller, H.-S. (2022): Modellieren als konstruktiver Ansatz zur Implementation von BNE – Notwendigkeit zukünftiger evidenzbasierte Forschung. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 345-348.
- Vorhölter, K. (2019): Förderung metakognitiver Modellierungskompetenzen. In: Grafenhofer, I. & Maaß, J. (Hrsg.): *Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, Bd. 6, S. 175-184.
- Wagenschein, M. (1962): *Die pädagogische Dimension der Physik*. Braunschweig.
- Wagenschein, M. (1999): *Verstehen lehren. Genetisch – sokratisch – exemplarisch. Mit einer Einführung von Hartmut von Hentig*. 5. Auflage. Weinheim, Basel.
- Wagner, A. C. (1976): Schülerzentrierter Unterricht. In: Wagner, A. C. (Hrsg.): *Schülerzentrierter Unterricht. Analyse von Unterrichtsprozessen, Strategien, Erfahrungen, Training, Unterrichtsmodelle. Beiträge zu einer „humanen Schule“*. München, Berlin, Wien, S. 5-33.
- Wagner, D. & Davis, B. (2010): Feeling number: grounding number sense in a sense of quantity. In: *Educational Studies in Mathematics*, Bd. 74, H. 1, S. 39-51.
- Wagner, D., Warmeling, A. F., Isoda, M & Sinclair, P. (2017): Mathematik. In: UNESCO MGIEP – Organisation der Vereinten Nationen für Erziehung, Wissenschaft und Kultur Mahatma Gandhi Institute of Education for Peace and Sustainable Development (Hrsg.) (2017): *Schulbücher für Nachhaltige Entwicklung. Handbuch für die Verankerung von Bildung für Nachhaltige Entwicklung (BNE)*. New Delhi, S. 45-82. Online verfügbar unter: https://www.globaleslernen.de/sites/default/files/files/pages/handbuch_verankerung_bne_schulbuechern_mgiep_bf.pdf [Abruf am 21.04.2020].
- Wals, A. E. J. (2011): Learning Our Way to Sustainability. In: *Journal of Education for Sustainable Development*, Vol. 5, Is. 2, S. 177-186.

- Warmeling, A. (2009): Und welche Zahl ist jetzt richtig? Schülerinnen und Schüler bestimmen die verschwundene Eisfläche am Nordpol. In: *Praxis der Mathematik in der Schule*, H. 28, S. 17-20.
- Warmeling, A. (2016a): Sekundarstufe I: Mathematisch-naturwissenschaftlich-technisches Aufgabenfeld. Mathematik. Mathematik – Unterrichtsbeispiel. In: ENGAGEMENT GLOBAL gGmbH (Hrsg.): *Orientierungsrahmen für den Lernbereich Globale Entwicklung. Im Rahmen einer Bildung für nachhaltige Entwicklung*. Bonn. S. 309-331. Online verfügbar unter: https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2015/2015_06_00-Orientierungsrahmen-Globale-Entwicklung.pdf [Abruf am 30.12.2023].
- Warmeling, A. (2021): Manipulationen entlarven. Daten recherchieren und darstellen. In: *Mathematik 5-10*, H. 54, S. 32-35.
- WCED – World Commission on Environment and Development (Hrsg.) (1987): *Report of the World Commission on Environment and Development. Our Common Future*. United Nations. Online verfügbar unter: https://www.are.admin.ch/dam/are/de/dokumente/nachhaltige_entwicklung/dokumente/bericht/our_common_futurebrundtlandreport1987.pdf.download.pdf/our_common_futurebrundtlandreport1987.pdf [Abruf am 30.12.2023].
- Weber, T., Rathgeb-Schnierer, E. & Eichler, A. (2020): Auswirkungen der Mathematikausbildung auf Überzeugungen angehender Grundschullehrkräfte. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 1009-1012.
- Wehling, H.-G. (2016): Konsens à la Beutelsbach? Nachlese zu einem Expertengespräch. (Ursprungstext zum Beutelsbacher Konsens aus dem Jahr 1977). In: Schmidt, J. & Schoon, S. (Hrsg.): *Politische Bildung auf schwierigem Terrain. Rechtsextremismus, Gedenkstättenarbeit, DDR-Aufarbeitung und der Beutelsbacher Konsens*. Schwerin, S. 67-77.
- Welsch, W. (Hrsg.) (1994): *Wege aus der Moderne. Schlüsseltexte der Postmoderne-Diskussion*. 2., durchgesehene Auflage. Berlin, Boston.
- Werth, G. (2023): *Neue Wege im mathematischen Unterricht. Auf den Spuren Mathilde Vaertings*. Wiesbaden.
- Wilhelm, K. & Andelfinger, B. (2021): Mathe – heute für morgen: achtsamer Unterricht. In: *mathematik lehren*, H. 227, S. 2-8.
- Wilhelm, K. (2016): *Förderung mathematischen Problemlösens in der Sekundarstufe I – Theoretische Grundlagen und ein Unterrichtsversuch zum Problemlösen lernen im Mathematikunterricht anhand geometrischer Denkaufgaben*. Staatsexamensarbeit. Saarbrücken.
- Wilhelm, K. (2017): *Förderung mathematischen Problemlösens in der Sek I – Theoretische Grundlagen und ein Unterrichtsversuch zum Problemlösenlernen im Mathematikunterricht anhand geometrischer Denkaufgaben*. In: Filler, A. & Lambert, A. (Hrsg.): *Von Phänomenen zu Begriffen und Strukturen. Konkrete Lernsituationen für den Geometrieunterricht*. Hildesheim.
- Wilhelm, K. (2020): *Unnachhaltigkeit hinterfragen – und mit Ungenauigkeit umgehen lernen*. In: *Der Mathematikunterricht*, Jg. 66, H. 2, S. 26-37.
- Wilhelm, K. (2021a): Da achte ich in Zukunft drauf ... Stimmen die Daten und Informationen wirklich? In: *mathematik lehren*, H. 227, S. 13-17.
- Wilhelm, K. (2021b): Gletscherschmelze. Daten recherchieren und prüfen. In: *Mathematik 5 - 10*, H. 54, S. 22-23.

- Wilhelm, K. (2022a): Nachhaltigkeit im Mathematikunterricht – Der Achtsame Unterricht mit der Sache. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 507-510.
- Wilhelm, K. (2022b): *Nachhaltigkeit im Mathematikunterricht – Der Achtsame Unterricht mit der Sache. Vortrag auf der 56. Jahrestagung der GDM*. Frankfurt am Main.
- Wilhelm, K. (2023): Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE) im gymnasialen Mathematikunterricht. Eine curriculare Bestandsaufnahme. In: *MNU-Journal*, Jg. 76, H. 6, S. 448-455.
- Wilhelm, K. (erscheint 2024): Bernhard Andelfingers Sanfter Unterricht. In: *Der Mathematikunterricht*, Jg. 70, H. 3.
- Winter, H. (1981): Der didaktische Stellenwert des Sachrechnens im Mathematikunterricht der Grund- und Hauptschule. In: *Pädagogische Welt*, Bd. 35, H. 11, S. 666-674.
- Winter, H. (1985): *Sachrechnen in der Grundschule*. Bielefeld.
- Winter, H. (1990a): Bürger und Mathematik. In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, Bd. 22, H. 4, S. 131-147.
- Winter, H. (1990b): Aufklären durch Abschätzen. In: *mathematik lehren*, H. 39, S. 20-25.
- Winter, H. (1995): Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In: *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, H. 61, S. 37-46.
- Winter, H. (2000): Allgemeine Lernziele für den Mathematikunterricht. Leicht bearbeiteter Nachdruck. In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, Bd. 7, H. 3, S. 41-60.
- Wirtschaftswoche Online (Hrsg.) (2019, 15. November): „Bon- und Müllwahnsinn“: Bäckereien warnen vor 5 Milliarden Kassenbons. o. O. Online verfügbar unter: <https://www.wiwo.de/unternehmen/dienstleister/wegen-kassenzettel-pflicht-bon-und-muellwahnsinn-baeckereien-warnen-vor-5-milliarden-kassenbons/25232236.html> [Abruf am 08.01.2020].
- Wittenberg, A. I. (1963): *Bildung und Mathematik. Mathematik als exemplarisches Gymnasialfach*. Stuttgart.
- Wochenspiegel (Hrsg.) (2022, 21. Mai): *Nachhaltigkeit als Chance. Sonderbeilage*. Saarbrücken.
- Woolfolk, A. (2014): *Pädagogische Psychologie*. 12., aktualisierte Auflage. Hallbergmoos.
- Zimmermann, F. M. (2016): Was ist Nachhaltigkeit – eine Perspektivenfrage? In: Zimmermann, F. M. (Hrsg.): *Nachhaltigkeit wofür? Von Chancen und Herausforderungen für eine nachhaltige Zukunft*. Berlin, Heidelberg, S. 1-24.

Literatur der praxisbezogenen Materialien aus Unterabschnitt 1.3.1.2 ²⁴⁴

- Böer, H. (2001): Papierrecycling und Recyclingpapier. In: Abel, H., Klika, M. & Sylvester, T. (Hrsg.): *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*. Bd. 7, S. 8-16.
- Böer, H. (2019): Insektenschwund. In: Grafenhofer, I. & Maaß, J. (Hrsg.): *Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, Bd. 6, S. 47-49.
- Böer, H. (Hrsg.) (1990): *Das Projekt Wasser. Eine Unterrichtsreihe zur Umwelterziehung im Mathematikunterricht der Sek. I*. MUED-Schriftenreihe. Mülheim a. d. Ruhr.
- Böer, H. (Hrsg.) (1995): *Papierrecycling und Recyclingpapier. Blatt für Blatt Umweltschutz*. MUED-Schriftenreihe Unterrichtsprojekte. Appelhüsen.
- Böer, H., Warmeling, A. & Maitzen, C. (Hrsg.) (2019): Zum Handeln befähigen. *mathematik lehren*, H. 212.
- Brinkmann, A. (2008): Biomasse – mit Mathematik warm durch die Zukunft. In: Eichler, A. & Förster, F. (Hrsg.): *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, Bd. 12, S. 55-62.
- Eckelt, I. & Böer, H. (Hrsg.) (2007): *Platz für Tiere. Flächenausstellung*. MUED-Schriftenreihe Unterrichtsprojekte, Handlungsorientierter Mathematikunterricht. Appelhüsen.
- Eisen, V. (2007): Verändert sich unser Klima? Auf dem Weg zum Funktionsbegriff in projektartiger Gruppenarbeit. In: Greefrath, G. & Maaß, J. (Hrsg.): *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, Bd. 11, S. 18-28.
- Göckel, D. & Tönnies, D. (Moderatoren) (2021): Fächerübergreifendes – Mathe auch in anderen Fächern. *Mathematik 5-10*, H. 56.
- Hattebuhr, M. (2022): Gibt es den Klimawandel wirklich? – Statistische Analyse von realen Temperaturdaten. In: Frank, M. & Roeckerath, C. (Hrsg.): *Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, Bd. 9, S. 71-101.
- Herget, M. (Hrsg.) (2003): Zukunft berechnen – Zukunft gestalten. *mathematik lehren*, H. 120.
- Herget, W. & Lambert, A. (2018): Erwünschte Schwierigkeit, unerwünschter Müll. In: *mathematik lehren*, H. 211, S. 48-49.
- Herget, W. & Lambert, A. (2019): Schön und jung, so kommt das Eckige in das Runde. In: *mathematik lehren*, H. 212, S. 48-49.
- Herget, W. & Lambert, A. (2019): Unnützlich, Nepp und die Plastiktütenmüllfläche. In: *mathematik lehren*, H. 213, S. 48-49.
- Herget, W. & Lambert, A. (2019): Notebooks gibt's meterweise und 73 ist die neue 42. In: *mathematik lehren*, H. 215, S. 48-49.
- Herget, W. & Lambert, A. (2019): Umkehren, reduzieren – nicht nur beim CO₂. In: *mathematik lehren*, H. 216, S. 48-49.

²⁴⁴ Dieser Abschnitt enthält die Literatur der in Unterabschnitt 1.3.1.2 aufgelisteten Praxisbeiträge mit BNE-Bezug. Er ist hier vor dem Hintergrund der leichteren Zugänglichkeit für praktizierende Lehrkräfte gesondert aufgeführt.

- Herget, W. & Lambert, A. (2019): Volle 25 Jahre – „Die etwas andere Aufgabe“. In: *mathematik lehren*, H. 217, S. 48-49.
- Herget, W. & Lambert, A. (2020): Würfel drehen, Krümmung sehen und Kekse mit Bon. In: *mathematik lehren*, H. 218, S. 48-49.
- Herget, W. & Lambert, A. (2022): Pie-spielsweise Dreiecke würfeln. In: *mathematik lehren*, H. 230, S. 48-49.
- Herget, W. & Lambert, A. (2022): Umstritten untief und nebenbei nachhaltig Quader quadrieren. In: *mathematik lehren*, H. 232, S. 48-49.
- Herget, W. & Lambert, A. (2022): Gefährliches und gutes Wasser, Kopfgeometrie und Zahlenspie(ge)l. In: *mathematik lehren*, H. 234, S. 48-49.
- Herget, W. & Lambert, A. (2022): Mathe zum Frühstück, filigrane Mülltürme fragend überraschen. In: *mathematik lehren*, H. 235, S. 48-49.
- Herget, W. & Lambert, A. (2023): Termüberfluss, Handymüll und alte Zeiten. In: *mathematik lehren*, H. 236, S. 48-49.
- Herget, W. & Maaß, J. (Hrsg.) (2016): Nutzt Mathematik!?! *mathematik lehren*, H. 194.
- Herget, W. (Hrsg.) (1992): *Mathematik und Verkehr*. MUED-Schriftenreihe Unterrichtsprojekte. Appelhüsen.
- Hesse, D. & Wassong, T. (Modertoren) (2018): Was sagt mir das? Statistik(en) besser verstehen. *Mathematik 5-10*, H. 43.
- Jannack, W. & Koepsell, A. (Moderatoren) (2012): Hoch hinaus! Wachstum und Veränderung. *Mathematik 5-10*, H. 18.
- Jannack, W. (Hrsg.) (2001): *Agenda 21. Heft 1 & 2*. MUED-Schriftenreihe. Appelhüsen.
- Körner, H. (2008): Verteilung von Einkommen – Ginikoeffizient und Lorenzkurve. In: Eichler, A. & Förster, F. (Hrsg.): *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, Bd. 12, S. 87-94.
- Krüger, K. (2012b): Was die Arbeitslosenzahlen (nicht) zeigen – Interpretation von Daten der Bundesagentur für Arbeit. In: *Der Mathematikunterricht*, Jg. 58, H. 4, S. 32-41.
- Krüger, K. (Hrsg.) (2012a): Daten, die uns etwas angehen. *Der Mathematikunterricht*, Jg. 58, H. 4.
- Lengnink, K., Meyerhöfer, W. & Vohns, A. (Hrsg.) (2013): Mathematische Bildung als staatsbürgerliche Erziehung? *Der Mathematikunterricht*, Jg. 59, H. 4.
- Maaß, J. (2009): Wie werden wir satt? In: Brinkmann, A. & Oldenburg, R. (Hrsg.): *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, Bd. 14, S. 21-30.
- Maitzen, C. & Warmeling, A. (Moderatoren) (2021): Auch du bist gefragt. Klimawandel und Mathematikunterricht. *Mathematik 5-10*, H. 54.
- Milev, D. (2013): Wasser ohne Grenzen? Üben im Kontext. Mathe-Welt in *mathematik lehren*, H. 177.
- MUED (Hrsg.) (2008): *Katastrophales Klima*. Ab. 01.
- MUED (Hrsg.) (2017): *Papierverbrauch*. Ab. 12.
- MUED (Hrsg.) (2019): *Coffee to go (Müll)*. Ab. 8.
- MUED (Hrsg.) (2019): *Ende der Lebensmittelverschwendung*. Ab. 4.
- MUED (Hrsg.) (2020): *Wie viel Acker steckt in meinem Essen*. Ab. 8.

- Pargent, A. & Ulm, V. (2023): Nachhaltig für die Umwelt. Mathe-Welt in *mathematik lehren*, H. 237.
- Petzschler, I. (2007): Mathematik im Alltag: Energiesparen – ein Projekt für die Sekundarstufe I. In: Herget, W., Schwehr, S. & Sommer, R. (Hrsg.): *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, Bd. 10, S. 107-112.
- Pohlkamp, S. & Heitzer, J. (Hrsg.) (2022): Gleichheit, Gerechtigkeit, Fairness. *mathematik lehren*, H. 230.
- Puscher, R. (2012): Auf der Erde wird es eng. Bevölkerungsentwicklung prognostizieren. In: *Mathematik 5-10*, H. 18, S. 32-35.
- Salle, A. & Frohn, D. (Hrsg.) (2022): Mathematik in Krisensituationen. *mathematik lehren*, H. 234.
- Sylvester, T. (Hrsg.) (1995): Praktisches Lernen. *mathematik lehren*, H. 72.
- Tönnies, D. & Warmeling, A. (Moderatoren) (2016): Realität und Modell. Den Modellierungskreislauf verstehen. *Mathematik 5-10*, H. 37.
- Vohns, A. (2013): Relative Armutsgefährdung – nur eine Zahl? In: *Der Mathematikunterricht*, Jg. 59, H. 4, S. 49-58.
- Volk, D. (1994): Ökologische Sensibilisierung und Aktivierung im Mathematikunterricht. Bereiche, Ideen, Möglichkeiten. In: Blum, W., Henn, W., Klika, M. & Maaß, J. (Hrsg.): *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, Bd. 1, S. 108-122.
- Volk, D. (2007): CO₂-Zeiger in der Fahrgastzelle – Ein Armaturenbrett mit Klimafaktor. In: Greefrath, G. & Maaß, J. (Hrsg.): *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, Bd.11, S. 80-102.
- Volk, D. (Hrsg.) (1996): Umwelt. *mathematik lehren*, H. 76.
- Von der Bank, M.-C. & Wilhelm, K. (Hrsg.) (2021): Mathe – heute für morgen. *mathematik lehren*, H. 227.
- Warmeling, A. (2016b): Millenniumsziele. Globale Entwicklungen mit Hilfe von Trendgeraden beobachten. In: *Mathematik 5-10*, H. 37, S. 20-23.
- Warmeling, A. (2019): Agenda 2030. Nachhaltige globale Entwicklung. Mathe-Welt in *mathematik lehren*, H. 212.
- Warmeling, A. (Hrsg.) (2007): *Klimaschutz. Ein wichtiges Thema (auch) im Mathematikunterricht*. MUED-Schriftenreihe. Nottuln.

Abbildungsverzeichnis

<i>Abb. 1: Überblick über den Aufbau der Arbeit – Anmerkung: Die Angaben in Klammern beziehen sich auf die Kapitelnummerierung. Die blau hinterlegten Felder zeigen die drei Ausgangspunkte der Arbeit. (eigene Darstellung).....</i>	<i>15</i>
<i>Abb. 2: Wechselseitige Beziehung zwischen Mathematik(unterricht) und BNE (eigene Darstellung) – Anmerkung: Der erste und der fünfte Aufzählungspunkt ergeben sich implizit aus den Darstellungen. Diese Aspekte werden in der Arbeit nicht vertieft.</i>	<i>16</i>
<i>Abb. 3: Ziele für nachhaltige Entwicklung – SDGs (Abbildung entnommen aus Bundesregierung 2019).....</i>	<i>25</i>
<i>Abb. 4: beispielhaft Modelle der Nachhaltigkeit – Das Drei-Säulen-Modell und das Nachhaltigkeitsdreieck in PUFÉ (2017, S. 110/113).....</i>	<i>27</i>
<i>Abb. 5: Modell der Nachhaltigkeit im Orientierungsrahmen für den Lernbereich Globale Entwicklung der KMK und des BMZ – Zielkonflikte zwischen den Dimensionen in APPELT & SIEGE (2016, S. 41)</i>	<i>28</i>
<i>Abb. 6: Spiegel-Tetraeder der Nachhaltigkeit (eigene Darstellung).....</i>	<i>28</i>
<i>Abb. 7: Beispiel für einen durch die Schüler erstellten Geogebra-Donut auf Basis unterschiedlicher Variablen und deren Werten bei ANDRE (2020, S. 94) [Anmerkung: Abbildung nacherstellt mithilfe des von ANDRE zur Verfügung gestellten Geogebra-Applets].....</i>	<i>63</i>
<i>Abb. 8: Beispiel für BNE im Rahmenlehrplan Rheinland-Pfalz Orientierungsstufe – Rechnen mit Größen und Umgang mit Sachaufgaben (MBWJKRP 2007, S. 29; Hervorhebung K. W.).....</i>	<i>75</i>
<i>Abb. 9: Beispiel für BNE im Bildungsplan Baden-Württemberg Klassenstufe 5/6 – Daten erfassen, darstellen und auswerten (MKJSBW 2016, S. 22; Hervorhebung K. W.).....</i>	<i>76</i>
<i>Abb. 10: Beispiel für BNE im Rahmenlehrplan Mecklenburg-Vorpommern Klassenstufe 7 – Zuordnungen (MBWKMV 2019, S. 16; Hervorhebung K. W.).....</i>	<i>76</i>
<i>Abb. 11: Aufsteige-Konzept in der gängigen mathematischen Unterrichtskultur bei ANDELFINGER (1995, S. 14).....</i>	<i>131</i>
<i>Abb. 12: Protokoll eines Unterrichtsgesprächs über Wahrscheinlichkeiten, aus (mathe-journal 1-87; zitiert nach Andelfinger 1995, S. 15) – Die harte Unterrichtskultur zeige sich hier in ihrer verständnisarmen, alternativlosen, stringenten Form, der Lehrer dränge, um „zur Sache“ zu kommen und anschließend zu üben. Die Linien markieren die Schritte des Erarbeitungsprozessmusters. ...</i>	<i>133</i>
<i>Abb. 13: Das Spannungsfeld zwischen Belehren und gegenseitigem Ernstnehmen am Beispiel einer Unterrichtssituation zur Bruchrechnung in ANDELFINGER (1993, S. 24).....</i>	<i>146</i>
<i>Abb. 14: Das Sanfte Dreieck nach ANDELFINGER (1995, S. 6).....</i>	<i>149</i>

<i>Abb. 15: Kategorien für die Planung, Durchführung und Bewertung von Unterricht – die drei Prinzipien des Sanften Unterrichts und die zwei des tiefenökologischen Ansatzes nach ANDELFINGER (2022, S. 29)</i>	<i>157</i>
<i>Abb. 16: Katalog Mathematischer Grundbildung für das 5. bis 10. Schuljahr bei ANDELFINGER (2014, S. 180).....</i>	<i>160</i>
<i>Abb. 17: Aufbau des Curriculums – modulare Grundstruktur nach ANDELFINGER (2018a, S. 92).....</i>	<i>162</i>
<i>Abb. 18: Übergeordnetes Ziel und Säulen des Achtsamen Unterrichts (eigene Darstellung).....</i>	<i>176</i>
<i>Abb. 19: Intendierte Interaktionsprozesse im Achtsamen Unterricht (eigene Darstellung).....</i>	<i>179</i>
<i>Abb. 20: Die vier Dimensionen Achtsamen Unterrichts (eigene Darstellung).....</i>	<i>185</i>
<i>Abb. 21: Erweiterter Modellbildungskreislauf von SCHUPP zur Anwendung (genauer: Verwendung, vgl. Fußnote 98) von Mathe (in der Schule) und zum Wesen von Mathematik nach LAMBERT (2020, S. 14)</i>	<i>190</i>
<i>Abb. 22: Intendierte Interaktionsprozesse im Achtsamen Unterricht (eigene Darstellung).....</i>	<i>221</i>
<i>Abb. 23: Übergeordnetes Ziel und Säulen des Achtsamen Unterrichts (eigene Darstellung).....</i>	<i>223</i>
<i>Abb. 24: Didaktisches Dreieck bei SCHUPP (1978, S. 112).....</i>	<i>277</i>
<i>Abb. 25: Der dritte Fall des Spannungsverhältnisses bei (von der Bank 2023, S. 7), in dem die Komponente ‚Mathematik‘ des didaktischen Dreiecks von SCHUPP als Vermittler zwischen den beiden anderen auftritt</i>	<i>277</i>
<i>Abb. 26: Prozess der Vertiefung und Besinnung, in dessen Verlauf Mensch und Welt zu sich selbst kommen, bei Schupp (2004, S. 9).....</i>	<i>277</i>
<i>Abb. 27: Kompetenzbereich „Mathematisch Modellieren“ in den Bildungsstandards in Luxemburg (Gouvernement Luxembourg o. J., S. 9; übersetzt ins Deutsche von K. W.; Hervorhebung K. W.).....</i>	<i>311</i>
<i>Abb. 28: Ein Modell der Modellbildung – Regelkreis bei SCHUPP (1988, S. 11)..</i>	<i>314</i>
<i>Abb. 29: Modellbildungskreislauf bei FISCHER & MALLE (1985, S. 101).....</i>	<i>316</i>
<i>Abb. 30: Modell zur Strukturierung zentraler Aspekte beim Arbeiten mit FERMI-Aufgaben (eigene Darstellung)</i>	<i>325</i>
<i>Abb. 31: wechselseitige Beziehung zwischen BNE und Mathe (eigene Darstellung)</i>	<i>326</i>
<i>Abb. 32: Umgang mit Ungenauigkeit im Rahmen der wechselseitigen Beziehung zwischen BNE und Mathe (eigene Darstellung)</i>	<i>326</i>
<i>Abb. 33: Kassenbonpflicht in Bäckereien (nacherstellt in Anlehnung an Wirtschaftswoche Online 2019, 15. November).....</i>	<i>340</i>
<i>Abb. 34: Leitungs- vs. Mineralwasser (nacherstellt in Anlehnung an Wochenspiegel 2022, 21. Mai)</i>	<i>342</i>

<i>Abb. 35: Kampagne Schulradeln Saar (nach Ministerium für Umwelt, Klima, Mobilität, Agrar und Verbraucherschutz 2023)</i>	<i>344</i>
<i>Abb. 36: Toastbrot-Müll (nacherstellt in Anlehnung an stern.de 2019, 07. März)</i>	<i>347</i>
<i>Abb. 37: Ausschnitt aus Schülerlösung 1 zum Beispiel Toastbrot-Müll (Klassenstufe 7) – Die Lernenden ignorieren hier weitgehend die Sache, indem sie mit den Daten deduzieren, ohne den durchschnittlichen Mineralwasserkonsum pro Person zu beachten.....</i>	<i>352</i>
<i>Abb. 38: Ausschnitt aus Schülerlösung 2 zum Beispiel Leitungs- vs. Mineralwasser (Klassenstufe 7) – Die Lernenden haben Schwierigkeiten, die Masse an Kohlenstoffdioxid durch geeignete Vergleiche zu veranschaulichen, damit sie für sie besser vorstellbar wird.....</i>	<i>354</i>
<i>Abb. 39: Ausschnitt aus Schülerlösung 3 zum Beispiel Toastbrot-Müll (Klassenstufe 8): Die Lernenden erkennen und beschreiben zwar eine in der Situation enthaltene Ungenauigkeit, berücksichtigen diese dann aber im weiteren Verlauf ihrer Modellierung nicht mehr.</i>	<i>354</i>
<i>Abb. 40: Ausschnitt aus Schülerlösung 4 zum Beispiel Kassenbonnpflicht in Bäckereien (Klassenstufe 7) – Die Lernenden haben zuvor ermittelt, dass eine Bäckerei etwa 297 Kassenbons pro Tag erzeugt. Sie führen ihre Rechnung zur Veranschaulichung der Länge aller in Deutschland produzierten Kassenbons trotz der zuvor erkannten Unsicherheiten mit übertriebener Genauigkeit durch. Beim Vergleich mit der Angabe im Artikel nehmen sie keine – von drei möglichen – Wertung vor: Weder beharren sie selbstbewusst darauf, die Angabe im Artikel sei folglich falsch, noch sind sie der Meinung, dass sie sich verrechnet haben müssen. Dass das Ergebnis in derselben Größenordnung liegt, behaupten sie allerdings auch nicht.....</i>	<i>356</i>
<i>Abb. 41: Ausschnitt aus Schülerlösung 5 zum Beispiel Aktion Schulradeln (Klassenstufe 10) – Die Lernenden machen differenzierte Annahmen zum Modellieren, teilweise allerdings mit einer übertriebenen Genauigkeit.</i>	<i>357</i>
<i>Abb. 42: Ausschnitt aus Schülerlösung 6 zum Beispiel Leitungs- vs. Mineralwasser (Klassenstufe 7) – Die Lernenden greifen auf unterschiedliche Tätigkeiten im Umgang mit Ungenauigkeit zurück. Sie runden die Bevölkerungszahl Deutschlands, schätzen die Schüleranzahl der Schule und bilden einen Mittelwert bezüglich ihrer Schätzungen zur Lebenserwartung einer Person.</i>	<i>359</i>
<i>Abb. 43: Schülerreflexion 1 zum Beispiel Kassenbonnpflicht in Bäckereien (Klassenstufe 7) – Die Lernenden beschreiben die Phase des Ausdenkens eines Plans und die nützliche Seite von Mathe mit Bezug zum Rest der Welt.....</i>	<i>360</i>
<i>Abb. 44: Elf Kernkompetenzen des Lernbereichs Globale Entwicklung (nach Schreiber 2016, S. 95)</i>	<i>371</i>
<i>Abb. 45: Fachbezogene Teilkompetenzen des Mathematikunterrichts für den Mittleren Schulabschluss, bezogen auf die Kernkompetenzen des Lernbereichs Globale Entwicklung (nach Reiss et al. 2016, S. 303-305)</i>	<i>374</i>
<i>Abb. 46: Intendierte Interaktionsprozesse im Achtsamen Unterricht – groß (eigene Darstellung)</i>	<i>375</i>

Tabellenverzeichnis

<i>Tab. 1: Eine mögliche Zuordnung der Themenbereiche für den Lernbereich Globale Entwicklung zu KLAFKIs epochaltypischen Schlüsselproblemen (eigene Darstellung)</i>	92
<i>Tab. 2: Vergleich der Merkmale der Hightech-Kultur mit der Schulmathematik in ANDELFINGER (1989, S. 26 f.)</i>	136
<i>Tab. 3: Vergleich der Merkmale anderer Konzepte mit mathematischen Entsprechungen in ANDELFINGER (1989, S. 26 f.)</i>	137
<i>Tab. 4: Kategorien, Methoden, Merkmale des kartesischen und des galileischen Paradigmas (nach Andelfinger 1989, S. 28 f. [1. Zeile der Tabelle]; Andelfinger 2011, S. 21 [2. und 3. Zeile der Tabelle])</i>	137
<i>Tab. 5: Epistemologische Unterscheidung von Mathe (in der Schule) und Mathematik nach LAMBERT (2020, S. 10) [Anmerkung: für den vorliegenden Kontext leicht gekürzt]</i>	186

Glossar

Achtsamer Unterricht	nach WILHELM; Unterrichtskultur, in der die Person und die Sache besonders wertgeschätzt werden; verfolgt das Ziel, dass die Lernenden sich ein positives Verhältnis zu Mathe(matik) aufbauen sowie die Bereitschaft zu ihrer verantwortungsvollen Verwendung auch über den Unterricht hinaus entwickeln; förderlicher Rahmen, in dem u. a. die Bildungsidee BNE wirksam werden kann
BNE	betont die Schlüsselrolle der Bildung auf dem Weg zu einer nachhaltigen Entwicklung; zielt darauf ab, dass alle Menschen notwendige Kenntnisse, Fähigkeiten, Werte und Verhaltensweisen erwerben, um an einer nachhaltigen gesellschaftlichen Transformation zu partizipieren
Emanzipatorische Sichtweise auf BNE	Gegensatz zur instrumentellen Sichtweise auf BNE, die auf vorbestimmte Verhaltensweisen/-änderungen abzielt und damit im Gegensatz zum Wesen von Bildung steht; bietet Raum für den offenen Diskurs von Zielen, Werten und Veränderungen sowie für selbstbestimmtes Handeln
Gaiatisches Paradigma	Ganzheitlicher Ansatz zur Deutung von Welt, Verknüpfung von Mensch und Natur als ein Netz; Einfügen des Menschen in diese Natur ergibt ein Ganzes, sprich eine <i>Mit</i> -Welt; Mathematik als mehrdeutig, vielfältig, dialogisch, interpretativ deutbar
Kartesisches Paradigma	Deutung von Welt als Gegenüber von Geist und einer für sich existierenden Natur, Mensch verfügt in einer Herrschaftsposition über die Natur, sprich über seine <i>Um</i> -Welt; Mathematik als eindeutig, klar, widerspruchsfrei
Leitbild der nachhaltigen Entwicklung	nachhaltige Entwicklung als „eine sozialverträgliche wirtschaftliche Entwicklung bei gleichzeitiger Schonung der Ressourcenbasis und der Umwelt zum Nutzen künftiger Generationen“ (UNCED 1992, S. 68); umfasst die vier Dimensionen ökologische Verträglichkeit, soziale Gerechtigkeit, wirtschaftliche Leistungsfähigkeit, demokratische Politikgestaltung
Mathe	dient der Unterscheidung von Mathematik in der Schule (Mathe) und Mathematik an den Hochschulen (Mathematik); betont die historisch gewachsene Eigenständigkeit der Unterrichtsinhalte und die semiotisch-epistemologischen Unterschiede von Mathematik als Wissenschaft und Mathematik in der Schule
Prinzip der <i>Einen Welt</i>	gemeinsame, globale Verantwortung; gaiatische Prägung des Denkens, der Mensch als Teil des Ganzen/ der <i>Einen Welt</i>
Sanfter Unterricht	nach ANDELFINGER; Unterrichtskultur mit globaler Verbindlichkeit und Orientierung am Leitprinzip der <i>Einen Welt</i> , fördert das gaiatische Denken, kennzeichnet sich durch die drei folgenden Grundsätze: sich gegenseitig ernstnehmen, sich gegenseitig aufklären, in Alternativen denken, sprechen und handeln