

Modellbasierte Anti-Blockier-Regelung
für ein Kraftfahrzeug mit konventionellem
hydraulischem Bremssystem

Dissertation
zur Erlangung des Grades
des Doktors der Ingenieurwissenschaften
der Naturwissenschaftlich-Technischen Fakultät
der Universität des Saarlandes

von

Fei Sun

Saarbrücken

2020

Tag des Kolloquiums: 04.05.2021

Dekan: Prof. Dr. Jörn Erik Walter

Berichterstatter/in: Prof. Dr.-Ing. Joachim Rudolph
Prof. Dr.-Ing. Ansgar Trächtler

Vorsitzende/r: Prof. Dr. Kathrin Flaßkamp

Akad. Mitarbeiter/in: Dr.-Ing. Emanuele Grasso

Kurzfassung

Die Anti-Blockier-Regelung eines Kraftfahrzeugs verhindert unerwünschte Radblockierung während eines Bremsvorgangs. Wegen seiner Robustheit wird das Prinzip des schaltenden Anti-Blockier-Reglers, beruhend auf logischen Umschaltungen, in Fahrzeugen mit konventionellem hydraulischem Bremssystem weit verbreitet eingesetzt. Eine Herausforderung stellt die Wahl geeigneter Regler- und Aktuatorparameter zur Gewährleistung der Existenz und Stabilität eines ABS-Grenzyklus dar. Hierzu werden in dieser Arbeit Bedingungen durch Anwendung der Poincaré-Abbildung hergeleitet. Darüber hinaus werden sowohl die Umschaltbedingungen, als auch die Berechnungen der Sollbremsmomente des schaltenden Anti-Blockier-Reglers so ausgelegt, dass der ABS-Grenzyklus trotz Einschränkungen des realen Bremsaktuators weiterhin annähernd zu erreichen ist. Für eine performante Anti-Blockier-Regelung ist eine genaue und robuste Information über die nicht direkt gemessenen Fahrzustände erforderlich. Hierfür wird ein nichtlinearer Beobachter mit schaltender Struktur entwickelt, dessen Beobachterkoeffizienten je nach Fahrsituation durch die Schaltsignale gewählt werden können. Die Leistungsfähigkeit und die Robustheit des vorgeschlagenen Regelungskonzeptes werden anhand der Messergebnisse an einem Testfahrzeug demonstriert.

Abstract

Anti-lock control of a vehicle prevents wheel lock-up during an emergency braking operation. Because of their robustness, anti-lock control methods based on logical switching are widely used in the conventional hydraulic brake system. The selection of proper controller/actuator parameters is a key challenge in the application of these controllers in order to ensure the existence and stability of an ABS limit cycle. For this purpose, parameter selection conditions are derived in this work by the use of the Poincaré map. In addition, both the logical switching conditions and the calculations of the target braking torques of the anti-lock controller are designed in such a way that the ABS limit cycle can still be approximately achieved despite the restrictions of the real brake actuator. Since precise and robust information about the not directly measured vehicle states is required for a high performance anti-lock control design, a switched nonlinear observer is introduced, whose observer coefficients can be selected through the switching signals depending on the driving situation. The performance and robustness of the proposed control concept are demonstrated by means of experimental results on a test vehicle.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Stand der Technik	2
1.2	Zielsetzung dieser Arbeit	3
1.3	Gliederung der Arbeit	5
2	Modellierung	7
2.1	Modellierung des Fahrzeugaufbaus	8
2.1.1	Planares Zweispurmodell	8
2.1.2	Lenkmodell	10
2.2	Modellierung der Kraftbildung am Rad	10
2.2.1	Raddynamik	11
2.2.2	Reifenmodell	12
2.2.3	Berechnung der Radlasten	16
2.3	Modellierung des Bremsaktuators	16
2.3.1	Aufbau und Wirkungsprinzip des hydraulischen Bremsaktuators	17
2.3.2	Einlassventil mit Ansteuerung	19
2.3.3	Auslassventil mit Ansteuerung	21
2.4	Zusammenfassung	23
3	Longitudinale Bremsdynamik und Bifurkation	25
3.1	Viertel-Fahrzeug-Modell	25
3.2	Bremsdynamik	28
3.2.1	Gleichgewichtspunkt und Stabilität	28
3.2.2	Globale Eigenschaften und Bifurkation	32
3.3	Zusammenfassung	36
4	Entwurf eines Anti-Blockier-Reglers	37
4.1	Regelungsaufgabe	37
4.2	Regelungsprinzip	38
4.3	Analyse des ABS-Grenzzyklus	41
4.3.1	Existenz des ABS-Grenzzyklus	42
4.3.2	Stabilität des ABS-Grenzzyklus	45
4.4	Reglerentwurf	48
4.4.1	Berechnung der Umschaltbedingungen	49
4.4.2	Berechnung des Soll-Bremsmomentes	57
4.5	Zusammenfassung	60

5	Entwurf eines Fahrzustandsbeobachters	61
5.1	Beobachtungsaufgabe	61
5.2	Beobachtbarkeitsanalyse	63
5.3	Schaltender Beobachter	65
5.3.1	Arbeitsprinzip des schaltenden Beobachters	65
5.3.2	Modi des schaltenden Beobachters	67
5.4	Stabilitätsanalyse für den Fahrzustandsbeobachter	67
5.4.1	Stabilitätsanalyse ohne externen Eingang	68
5.4.2	Stabilitätsanalyse mit externem Eingang	73
5.5	Zusammenfassung	76
6	Simulations- und Messergebnisse	77
6.1	Simulationsergebnisse	77
6.1.1	Simulationsaufbau	78
6.1.2	Geradeaus-Vollbremsung auf high- μ	79
6.2	Messergebnisse	87
6.2.1	Experimentelle Umgebung	87
6.2.2	Geradeaus-Vollbremsung auf high- μ	88
6.3	Zusammenfassung	92
7	Zusammenfassung und Ausblick	93
A	Herleitung der Radlasten mit dem Chassis-Modell	97
B	Parameter	103
B.1	Parameter für die Analyse der Bremsdynamik und Bifurkation	103
B.2	Parameter für die Stabilitätsanalyse der Anti-Blockier-Regelung	104
B.3	Parameter für die Simulationen und Fahrexperimente	104
C	Theorien, Beweise und Herleitungen im Reglerentwurf	105
C.1	Grenzyklus und Poincaré-Abbildung	105
C.2	Beweis von Lemma 4.1	107
C.3	Beweis von Lemma 4.2	109
C.4	Sonderfälle des ABS-Grenzyklus	112
C.4.1	Straßenoberfläche ohne ausgeprägtes Maximum bei der Kraftschluss- Schlupf-Kurve	112
C.4.2	Mehrfache Maxima bei der Hyperkurve	113
C.4.3	Sprunghafte Änderung des Straßenreibwertes	114
C.5	Herleitung des Bremschlupfanstiegs für einen hydraulischen Bremsaktuator	115
C.6	Trajektorienplanung für den Bremsmomentaufbau	120
D	Definitionen, Theorien und Beweise im Beobachterentwurf	123
D.1	Beobachtbarkeit	123
D.1.1	Definitionen der Beobachtbarkeit	123
D.1.2	Bedingungen der Beobachtbarkeit	124
D.2	Stabilitätstheorie nach Lyapunov	125
D.2.1	Autonome Systeme	125
D.2.2	nichtautonome Systeme	126

D.2.3	Systeme mit Eingang	127
D.2.4	Stabilität schaltender Systeme	128
D.3	Beweise im Beobachterentwurf	129
D.3.1	Beweis von Lemma 5.1	129
D.3.2	Beweis von Satz 5.1	131
D.3.3	Beweis von Satz 5.2	131
D.3.4	Beweis von Satz 5.3	133
D.3.5	Beweis der Eingangs-Zustands-Stabilität im Rollmodus	134
D.3.6	Beweis von Satz 5.4	135
E	Weitere Simulations- und Messergebnisse	137
E.1	Simulationsergebnisse für Geradeausbremsung auf low- μ	137
E.2	Messergebnisse für Geradeausbremsung auf low- μ	145
	Literaturverzeichnis	156

Abbildungsverzeichnis

1.1	Fahrsituation in der Kurve: (a) mit blockierten Vorderrädern, (b) mit blockierten Hinterrädern [MW04].	1
1.2	Geschlossener Regelkreis der Anti-Blockier-Regelung.	4
1.3	In dieser Arbeit verwendete Sensorkonfiguration des Fahrzeugs.	5
2.1	Übersicht der Modellierung des Komplettfahrzeugs.	8
2.2	Schematische Darstellung des planaren Zweispurmodells.	9
2.3	Kennlinien des Lenksystems.	10
2.4	Kräfte am Rad.	11
2.5	Bürstenmodell für Reifen [GS05].	12
2.6	Zusammenhang zwischen Schlupf und Reifenlängskraft [Ant08].	13
2.7	Abhängigkeit der Längs- und Querkraft unter kombinierten Schlupfbedingungen [Pac04].	14
2.8	Kennlinien der normierten Längs- und Querkraft in Abhängigkeit vom Schlupf und Schräglaufwinkel aus dem Pacejka-Reifenmodell.	16
2.9	Fahrzeugaufbau mit Tragfedern und Stabilisatoren [Ant08].	17
2.10	Schematische Darstellung der Komponenten eines hydraulischen ABS-Bremsaktuators [KD04].	18
2.11	Aufbau eines Hydraulikaggregats im Anti-Blockier-System [Krö05].	18
2.12	Drei Modi des hydraulischen ABS-Bremsaktuators.	19
2.13	Aufbau des Einlassventils (Proportionalventil) [Pos02].	20
2.14	Einlassventil mit Ansteuerung beim Bremsmomentaufbau.	20
2.15	Aufbau des Auslassventils (Schaltventil) [Pos02].	21
2.16	Zeitliche Verläufe des Ventilhubes x_{AV} und des Bremsdrucks p_b bei einem Druckabbauvorgang [LF07].	22
2.17	Auslassventil mit Ansteuerung beim Bremsmomentabbau.	23
3.1	Gleichgewichtspunkte vom Bremsschlupf abhängig vom Bremsmoment.	29
3.2	Vergleich der Gleichgewichtsmomente T_e zwischen der Vorder- und Hinterachse.	31
3.3	Phasenraumdarstellung abhängig vom Bremsmoment.	33
3.4	Bifurkationskurve für den Bremsschlupf in Abhängigkeit vom Bremsmoment.	35
4.1	Anti-Blockier-Regelung in der Form eines Zustandsautomaten mit entsprechenden Ein- und Ausgängen.	39
4.2	Wirkungsprinzip der Arbeitsmodi auf den Schlupfverlauf.	40
4.3	Normierte Längskraft und Wirkungsbereich der Anti-Blockier-Regelung.	41
4.4	Phasenraumdarstellung des ABS-Grenzyklus: (a) beim Bremsmomentaufbau, (b) beim Bremsmomentabbau.	43

4.5	Grenzyklus-Verhalten durch schaltende Anti-Blockier-Regelung.	44
4.6	Stabilität des ABS-Grenzyklus.	46
4.7	Grenzyklus-Verhalten der Anti-Blockier-Regelung unter Einfluss der systembedingten Totzeiten.	47
4.8	Beispiel eines ABS-Grenzyklus: (a) Phasenraumdarstellung, (b) zeitliche Verläufe der Fahrgeschwindigkeit v_x , des Bremsschlupfes λ sowie des Bremsmomentes M_b	48
4.9	Umschaltung von Fahrerbremsung zu Bremsmomentabbau.	49
4.10	Zeitliche Verläufe des Bremsmomentes M_b , des Bremsschlupfes λ sowie der Ableitung des Bremsschlupfes $\dot{\lambda}$ während des Bremsmomentabbaus.	50
4.11	Umschaltbedingung B_1 abhängig von der Radlängsgeschwindigkeit.	51
4.12	Umschaltbedingung B_1 abhängig von der Gradientenbegrenzung des Bremsmomentabbaus.	52
4.13	Umschaltung von Bremsmomentabbau zu Bremsmomenthalten.	53
4.14	Umschaltung von Bremsmomenthalten zu Bremsmomentaufbau.	54
4.15	Umschaltung von Bremsmomentaufbau zu Bremsmomentabbau.	55
4.16	Solltrajektorie des Bremsschlupfes.	57
4.17	Radindividuelles Entwurfsmodell für die Trajektorienplanung im Modus <i>Bremsmomentaufbau</i>	58
4.18	Arbeitsprinzip der Trajektorienplanung für den Bremsmomentaufbau.	58
4.19	Bestimmen des Soll-Bremsmomentes $M_{b,d}$ am Ende des Bremsmomentabbaus.	59
5.1	Kehrwerte der Konditionszahl $\text{cond}^{-1}\left(\frac{\partial \Psi_a}{\partial \mathbf{v}}(\mathbf{x}_p)\right)$ mit den Fahrmanövern [Hua12]: (a) <i>Kurvenfahrt mit ABS-Bremsung</i> und (b) <i>Kurvenfahrt mit Teilbremsung</i>	65
5.2	Arbeitsprinzip des schaltenden Beobachters.	66
6.1	Übersicht der gesamten Regelungsstruktur.	78
6.2	Die fahrdynamische Simulationsumgebung der Robert Bosch GmbH.	79
6.3	Verläufe der Soll- und Ist-Bremsmomente, $M_{b,d,i}$ und $M_{b,i}$, bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf <i>high-μ</i> in der Simulation.	80
6.4	Verläufe der Mess- und Istwerte der Radumfangsgeschwindigkeiten, $\omega_i^{\text{meas}}R$ und $\omega_i R$, $i \in \{\text{FL}, \text{FR}, \text{RL}, \text{RR}\}$, bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf <i>high-μ</i> in der Simulation.	81
6.5	Verläufe der Mess- und Istwerte der Radlenkwinkel, der Radbremsmomente, der Gierrate, sowie der Längs- und Querschleunigungen des Fahrzeugs bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf <i>high-μ</i> in der Simulation.	82
6.6	Simulierte Verläufe der realen und berechneten Radlasten, $F_{i,z}$ und $F_{i,z}^{\text{cal}}$, $i \in \{\text{FL}, \text{FR}, \text{RL}, \text{RR}\}$, bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf <i>high-μ</i>	83
6.7	Simulierte Verläufe der realen und berechneten Radlängskräfte, $F_{i,x}$ und $F_{i,x}^{\text{cal}}$, $i \in \{\text{FL}, \text{FR}, \text{RL}, \text{RR}\}$, bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf <i>high-μ</i>	84
6.8	Simulierte Verläufe der realen und geschätzten Längs- und Quergeschwindigkeiten, sowie Straßenreibwerte des Fahrzeugs bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf <i>high-μ</i>	85

6.9	Simulierte Verläufe der realen und geschätzten Radschlupfwerte, λ_i und $\hat{\lambda}_i$, $i \in \{\text{FL, FR, RL, RR}\}$, bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf <i>high-μ</i>	86
6.10	Ascet-Implementierung (links) und Messtechnik [Ant08] (rechts) zur Durchführung der experimentellen Untersuchung der Anti-Blockier-Regelung. . .	87
6.11	Testfahrzeug [Ant08] (links) und Teststrecke aus <i>Google Maps</i> (rechts) zur Durchführung der experimentellen Untersuchung der Anti-Blockier-Regelung.	88
6.12	Verläufe der Soll- und Ist-Bremsmomente, $M_{b,d,i}$ und $M_{b,i}^{\text{ref}}$, bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf <i>high-μ</i> im Experiment.	89
6.13	Verläufe der Mess- bzw. Modellwerte der Radlenkwinkel, der Radbremsmomente, der Radumfangsgeschwindigkeiten, sowie der Längs- und Querbesehleunigungen des Fahrzeugs bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf <i>high-μ</i> im Experiment.	90
6.14	Verläufe der gemessenen und geschätzten Längs- und Quergeschwindigkeiten des Fahrzeugs, sowie der geschätzten Straßenreibwerte bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf <i>high-μ</i> im Experiment.	91
6.15	Verläufe der geschätzten Radschlupfwerte $\hat{\lambda}_i$, $i \in \{\text{FL, FR, RL, RR}\}$, bei der Geradeausbremsung auf <i>high-μ</i> im Experiment: mit der vorgeschlagenen Anti-Blockier-Regelung (oben), mit der konventionellen ABS-Bremsfunktion (unten).	92
A.1	Chassis-Modell mit Tragfedern und Stabilisatoren [Ant08] von Abb. 2.9. . .	97
A.2	Kräfte an einer Achse im Chassis-Modell [Ant08].	99
C.1	Bildliche Darstellung der <i>Poincaré-Abbildung</i> [Wig03].	106
C.2	Bildliche Darstellung der <i>Poincaré-Abbildung</i> im 2-dimensionalen Raum. .	107
C.3	Hinreichende Bedingung für die Existenz des ABS-Grenzzyklus.	108
C.4	Grenzzyklus-Verhalten durch schaltende Anti-Blockier-Regelung von Abb. 4.5.	109
C.5	ABS-Grenzzyklus auf losem Schnee.	113
C.6	ABS-Grenzzyklus im Fall mehrfacher Maxima bei der Hyperkurve \mathcal{L}_ω . . .	114
C.7	Robustheit des ABS-Grenzzyklus gegenüber μ_{road} -Sprung.	115
C.8	Zeitliche Verläufe des Bremsmomentes M_b , des Bremsschlupfes λ sowie der Ableitung des Bremsschlupfes $\dot{\lambda}$ während des Bremsmomentabbaus aus Abb. 4.10.	116
C.9	Soll-Trajektorie des Bremsschlupfes aus Abb. 4.16.	120
E.1	Verläufe der Soll- und Ist-Bremsmomente, $M_{b,d,i}$ und $M_{b,i}$, bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf <i>low-μ</i> in der Simulation. . . .	138
E.2	Verläufe der Mess- und Istwerte der Radumfangsgeschwindigkeiten, $\omega_i^{\text{meas}} R$ und $\omega_i R$, $i \in \{\text{FL, FR, RL, RR}\}$, bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf <i>low-μ</i> in der Simulation.	139
E.3	Verläufe der Mess- und Istwerte der Radlenkwinkel, der Radbremsmomente, der Gierrate, sowie der Längs- und Querbesehleunigungen des Fahrzeugs bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf <i>low-μ</i> in der Simulation.	140
E.4	Simulierte Verläufe der realen und berechneten Radlasten, $F_{i,z}$ und $F_{i,z}^{\text{calc}}$, $i \in \{\text{FL, FR, RL, RR}\}$, bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf <i>low-μ</i>	141

E.5	Simulierte Verläufe der realen und berechneten Radlängskräfte, $F_{i,x}$ und $F_{i,x}^{\text{calc}}$, $i \in \{\text{FL, FR, RL, RR}\}$, bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf <i>low-μ</i>	142
E.6	Simulierte Verläufe der realen und geschätzten Längs- und Quergeschwindigkeiten, sowie Straßenreibwerte des Fahrzeugs bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf <i>low-μ</i>	143
E.7	Simulierte Verläufe der realen und geschätzten Radschlupfwerte, λ_i und $\hat{\lambda}_i$, $i \in \{\text{FL, FR, RL, RR}\}$, bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf <i>low-μ</i>	144
E.8	Verläufe der Soll- und Ist-Bremsmomente, $M_{b,d,i}$ und $M_{b,i}^{\text{ref}}$, bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf <i>low-μ</i> im Experiment.	145
E.9	Verläufe der Mess- bzw. Modellwerte der Radlenkwinkel, der Radbremsmomente, der Radumfangsgeschwindigkeiten, sowie der Längs- und Querbesehleunigungen des Fahrzeugs bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf <i>low-μ</i> im Experiment.	146
E.10	Verläufe der gemessenen und geschätzten Längs- und Quergeschwindigkeiten des Fahrzeugs, der geschätzten Straßenreibwerte, sowie der geschätzten Radschlupfwerte bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf <i>low-μ</i> im Experiment.	147

Tabellenverzeichnis

- 4.1 Zusammenfassung der Umschaltbedingungen für die Anti-Blockier-Regelung. 56
- 5.1 Modi und Beobachterkoeffizienten des schaltenden Beobachters 67
- 5.2 Zusammenfassung der Stabilität aller Modi für $\mathbf{u}_{\text{obs}} = \mathbf{0}$ 73
- 5.3 Zusammenfassung der Stabilität aller Modi für $\mathbf{u}_{\text{obs}} \neq \mathbf{0}$ 76

- B.1 Parameter für die Analyse der Bremsdynamik und Bifurkation. 103
- B.2 Parameter für die Stabilitätsanalyse der Anti-Blockier-Regelung. 104
- B.3 Fahrzeugparameter für die Simulationen und Fahrexperimente. 104

- C.1 Zusammenfassung der Anfangs- und Endbedingungen der Trajektorienplanung für den Schlupf. 121

Kapitel 1

Einleitung

Während des Bremsvorgangs eines Kraftfahrzeugs nimmt der Bremsschlupf eines Rades mit steigendem Bremsmoment zu und erreicht bei entsprechendem Wert das Maximum der Bremskraft. Danach kann mit einer weiteren Erhöhung des Bremsmomentes die an der Kontaktfläche zwischen Reifen und Fahrbahn übertragene Kraft nicht weiter gesteigert werden, sie nimmt sogar ab. Das daraus resultierende Überschussmoment führt in kürzester Zeit zu einer Blockierung des Rades [Ise06].

Im Allgemeinen gibt es für ein zweiachsiges Kraftfahrzeug beim Auftreten der Radblockierung zwei mögliche Fälle: die Vorderräder blockieren zuerst, die Hinterräder nicht, oder umgekehrt. Sind die Vorderräder blockiert, können kaum noch Seitenkräfte an den Vorderrädern erzeugt werden und somit geht die Lenkbarkeit des Fahrzeugs verloren. Dadurch bewegt sich das Fahrzeug mit gleitenden Vorderrädern in die vorherige Fahrtrichtung weiter, ohne auf Lenkeinschläge des Fahrers reagieren zu können, siehe Abb. 1.1(a). Bei blockierenden Hinterrädern können die Seitenkräfte nur an den Vorderrädern aufgebracht werden. Dies führt während einer Kurvenfahrt zu einem resultierenden Moment, welches das Fahrzeug immer mehr um die Hochachse zum inneren Kurvenrand beschleunigt. Schließlich verliert das Fahrzeug seine Fahrstabilität und fängt an zu schleudern, vgl. Abb. 1.1(b).

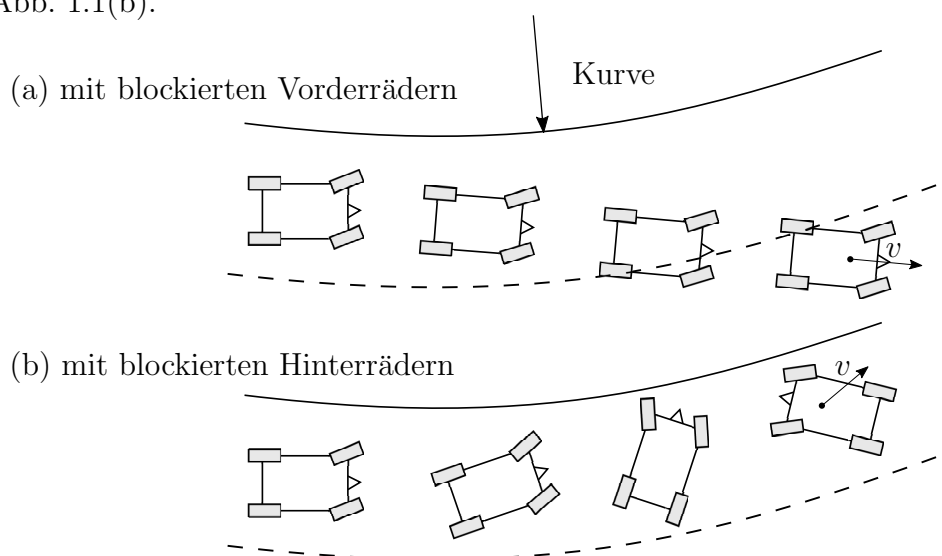


Abbildung 1.1: Fahrstabilität in der Kurve: (a) mit blockierten Vorderrädern, (b) mit blockierten Hinterrädern [MW04].

Aufgrund der verlorengegangenen Lenkfähigkeit bzw. Stabilität des Fahrzeugs bei blockierenden Rädern, muss die Radblockierung durch gezielten Einsatz der Anti-Blockier-Regelung verhindert werden.

1.1 Stand der Technik

Ende der siebziger Jahre wurde das Anti-Blockier-System (ABS) erstmalig von der Robert Bosch GmbH zusammen mit Mercedes-Benz in die Automobilindustrie eingeführt [Rob18]. In den letzten Jahren wurden viele unterschiedliche Methoden zur Anti-Blockier-Regelung weiterentwickelt. Grundsätzlich lassen sich diese Methoden in zwei Gruppen einteilen. Die erste Gruppe umfasst die Ansätze zur radindividuellen Regelung des Bremschlupfes [VFR10, PLLG12, VLK⁺19], wobei zur Ausnutzung des maximalen Kraftschlusspotenzials mit Hilfe einer unterlagerten Bremsmomentregelung der Radschlupf auf den Wert des optimalen Schlupfes geregelt wird. Allerdings setzt die Schlupfregelung eine präzise Ansteuerung des Radbremsmomentes sowie eine hohe Dynamik des Bremsaktuators voraus [Sch18], welche erst bei neuartigen Bremssystemen, wie z.B. bei der *elektrohydraulischen Bremse* (EHB) [SSIA18, TVM⁺19] bzw. der *elektromechanischen Bremse* (EMB) [BB17, BML17] ermöglicht wird. Bei einem konventionellen hydraulischen Bremssystem mit begrenzter Aktuatordynamik stößt die Schlupfregelung öfters an ihre Grenzen.

Als zweite Gruppe erweisen sich schaltende Anti-Blockier-Regler, basierend auf logischen Umschaltungen, als besonders geeignet zum Einsatz in konventionellen hydraulischen Bremssystemen [ST10]. Darüber hinaus zeichnen sich die Ansätze der schaltenden Anti-Blockier-Regler durch ihre Robustheit aus, auch wenn die zur Regelung benötigten Signale, wie Radwinkelbeschleunigung und Radbremsmomente, ungenau sind [KN05]. Die ersten Untersuchungen mit der Radwinkelgeschwindigkeit sowie deren Ableitungen als maßgebliche Variablen der Umschaltbedingungen in der schaltenden Anti-Blockier-Regelung sind auf die Arbeiten von *Guntur und Ouwerkerk* [OG72, GO72] zurückzuführen. In den Arbeiten von *Yeh et al.* [YKS90, YD92] wurde die Methode der Poincaré-Abbildung zur Auslegung der schaltenden Anti-Blockier-Regelung als stabiler Grenzyklus eingeführt. Die Kraftschluss-Schlupf-Kurve ist hier jedoch stückweise linear modelliert. In [TOD⁺09] und [KKM17] wurde die lineare Vereinfachung zwar aufgehoben, die Autoren gingen aber bei der Stabilitätsanalyse des konstruierten ABS-Grenzyklus von einer konstanten Fahrgeschwindigkeit aus. In den Arbeiten von *Pasillas-Lépine et al.* [PL06, GPLVV12] wurde die Einschränkung der konstanten Fahrgeschwindigkeit durch Einführung einer neuen Zeitskalierung aufgehoben. Dennoch verfügt der schaltende Anti-Blockier-Regler mit Radwinkelbeschleunigung als einzige Regelgröße nicht über ausreichende Robustheit, z.B. bei sprunghafter Änderung des Straßenreibwertes (vgl. auch [Bur93]). In [CGVH12] wurde die gemessene Längsbremskraft direkt in den Umschaltbedingungen der Anti-Blockier-Regler eingesetzt. Allerdings verfügt ein konventionelles Anti-Blockier-System in der Regel nicht über einen solchen Bremskraftsensor.

Aus diesem Grund verwendet die in Serie eingesetzte Anti-Blockier-Regelung als Regelgrößen die kombinierten Informationen aus Radbeschleunigung und Radschlupf [Rei10]. Allerdings enthält der kommerziell verwendete schaltende Anti-Blockier-Regler zum Teil heuristische Grundlagen, die auf Erfahrung und Wissen basieren. Zudem wurde die begrenzte Aktuatordynamik nur implizit in den Umschaltbedingungen des Reglers berücksichtigt. All dies führt dazu, dass das Übertragen des Anti-Blockier-Reglers auf einen anderen Fahrzeugtyp einen hohen fahrzeug- und aktuatorspezifischen Applikationsaufwand

erfordert [GPLVV12]. Darüber hinaus ist aufgrund der fehlenden theoretischen Analyse das Erreichen des Grenzyklus bei der Serienlösung nicht immer garantiert.

Sowohl bei den Ansätzen mit Radschlupfregelung, als auch bei denen mit schaltendem Regler ist für eine optimale Bremsperformance eine genaue Information über die Fahrzustände erforderlich. Einerseits werden die Längs- und Quergeschwindigkeiten des Fahrzeugs verwendet, um die radindividuellen Bremsschlüpfе zu bestimmen. Andererseits wird der Straßenreibwert benötigt, um daraus den optimalen Bremsschlupf abzuleiten [HPDN14, APL18]. Da diese Fahrzustände nicht als Messgrößen direkt verfügbar sind, müssen sie über eine Fahrzustandsbeobachtung geschätzt werden.

Eine der wichtigsten Gruppen von Verfahren der Fahrzeugzustandsbeobachtung umfasst die nichtlinearen *Kalman-Filter* (KF) [Sim06], wie z.B. das *Extended Kalman-Filter* (EKF) in [LJR⁺14, LHS16, RM19] und das *Unscented Kalman-Filter*¹ (UKF) in [SLR12, SLR14, WBDO18]. Dabei sind sowohl das EKF als auch das UKF aufgrund des hohen Rechenaufwands von $3/2n + 1/2n^2$, wobei n der Anzahl der zu schätzenden Fahrzustände entspricht, schwer zu implementieren, da eine hohe Rechenleistung des Steuergerätes erforderlich ist.

Die zweite Gruppe der Fahrzustandsbeobachter stammt aus der Stabilitätstheorie, welche im Vergleich zu denen mit Kalman-Filter deutlich weniger Rechenaufwand benötigen². In [APT13] wurde ein nichtlinearer Beobachter zur Schätzung des Straßenreibwertes vorgestellt. Die Konvergenz des Beobachters wurde mit Hilfe der Stabilitätstheorie nach Lyapunov sichergestellt. Da beim Beobachterentwurf ausschließlich von vorhandenen Reifenquerkräften ausgegangen wurde, kann der vorgeschlagene Beobachter nur für Fahrmanöver mit ausreichender Querdynamik eingeschränkt eingesetzt werden. In [ZLC11] und [GCCJ13] wurden Ansätze vorgeschlagen, um die Längs- und Quergeschwindigkeiten des Fahrzeugs zu schätzen. Dabei wurden Modell- und Messfehler als externe Eingänge für die Beobachter-Dgl. betrachtet. Die nichtlinearen Beobachter wurden so ausgelegt, dass die Eingangs-Zustands-Stabilität (ISS) der Beobachterfehlerdynamik stets gewährleistet ist. Jedoch gingen die Autoren in beiden Ansätzen davon aus, dass der Straßenreibwert konstant und bekannt ist. In [PCM19] wurde diese Annahme durch eine Adaption des Straßenreibwertes ersetzt. Dennoch kann durch die Adaption keine zuverlässige Information des Straßenreibwertes für Fahrmanöver mit dominanter Fahrzeuglängsdynamik geliefert werden, was ihre Anwendbarkeit auf die Anti-Blockier-Regelung einschränkt.

Nach Kenntnis des Autors wurden bisher die Fahrzustandsbeobachter in den meisten Veröffentlichungen mit Schwerpunkt auf Fahrzustandsbeobachtung für die Querdynamik entwickelt (vgl. auch [YCPL16] und [HPK⁺17]). Für die Anti-Blockier-Regelung, bei der die Längsdynamik des Fahrzeugs von größerer Bedeutung ist, fehlt derzeit noch ein passender Ansatz für die Fahrzustandsbeobachtung.

1.2 Zielsetzung dieser Arbeit

Abb. 1.2 stellt eine Übersicht des gesamten Regelkreises der Anti-Blockier-Regelung dar. Das Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung einer Anti-Blockier-Regelung. Um den

¹Unter Verwendung einer Methode der nichtlinearen Transformation können mit UKF der Mittelwert und die Kovarianz des Systems mit höherer Genauigkeit bei einem vergleichbaren Rechenaufwand wie EKF geschätzt werden, siehe [KFI08].

²Für einen direkten Vergleich eines Fahrzustandsbeobachters basierend auf der Stabilitätstheorie mit KF wird auf [IGJ⁺07] verwiesen.

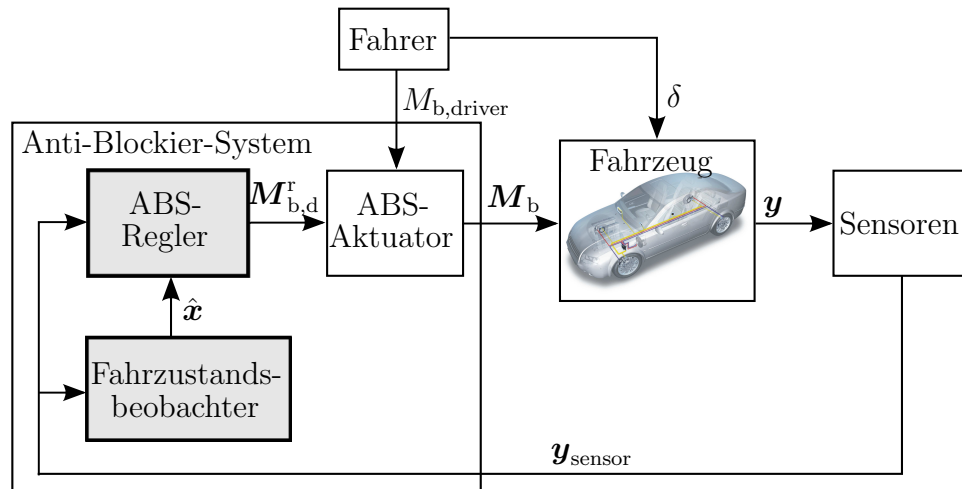


Abbildung 1.2: Geschlossener Regelkreis der Anti-Blockier-Regelung.

benötigten Applikationsaufwand zu reduzieren, soll dabei ein modellbasierter Ansatz zum Reglerentwurf verwendet werden, welcher auf mathematischen und physikalischen Grundlagen beruht. Da der Schwerpunkt dieser Arbeit auf konventionelle hydraulische Bremssysteme gelegt wird, müssen die Einschränkungen eines derartigen Bremssystems beim Reglerentwurf berücksichtigt werden. Mit Hilfe der Systemtheorie soll die Stabilität des zu entwickelnden Reglers sichergestellt werden.

Aufgrund der Komplexität des Anti-Blockier-Systems, wird im Umfang dieser Arbeit nur die Grundfunktion des ABS betrachtet, d.h., es wird von einer Vollbremsung auf der homogenen Fahrbahnoberfläche ausgegangen. Die weiteren Funktionen³, die im Anti-Blockier-System vorhanden sind, z.B. zur Erhaltung der Fahrzeugstabilität in Sonderfahrtsituationen, werden im Rahmen dieser Arbeit nicht betrachtet.

Für die weitere Performancesteigerung der Anti-Blockier-Regelung ist ein regelungstechnischer Entwurf des Fahrzustandsbeobachters erforderlich. Dabei müssen die speziellen Anforderungen der Anti-Blockier-Regelung erfüllt werden. Ebenfalls zu berücksichtigen ist die begrenzte Rechenleistung eines Seriensteuergerätes. Des Weiteren werden beim Beobachterentwurf folgende verfügbare Signale im Fahrzeug mit hydraulischem ABS-Aktuator vorausgesetzt, siehe Abb. 1.3:

- Lenkradwinkel aus dem Lenkradsensor,
- Antriebsmomente aus der Motorsteuerung,
- Bremsmomente aus der Druckschätzung,
- Raddrehzahlen aus den 4 Raddrehzahlsensoren,
- Gierrate des Fahrzeugs aus dem Gierratensensor und
- Fahrzeugbeschleunigungen in x - und y -Richtung aus dem a_x - und a_y -Sensor.

³Verzögerung des Gierromentaufbaus bzw. eine Gierratenkompensation sind hier als Funktion des ABS-Plus zu nennen und stellen eine Vorstufe des elektronischen Stabilitätsprogramms (ESP) dar [Sch18].

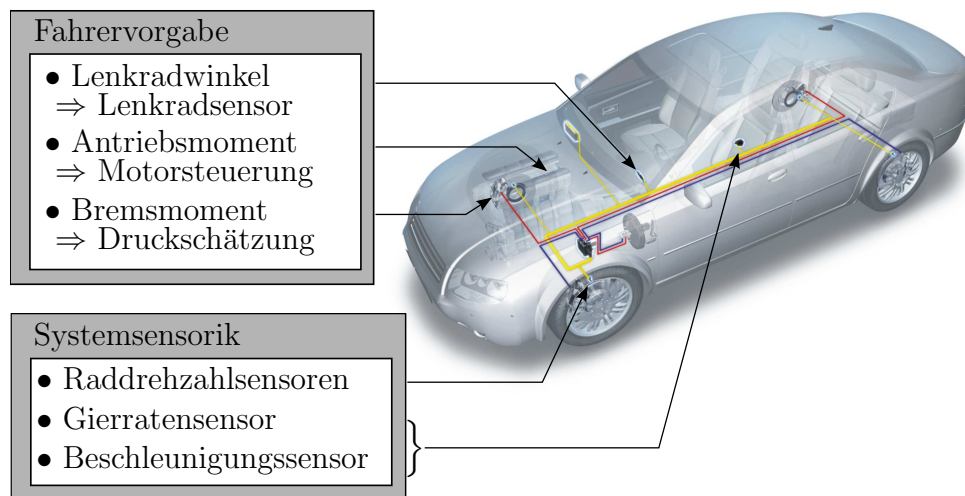


Abbildung 1.3: In dieser Arbeit verwendete Sensorkonfiguration des Fahrzeugs.

1.3 Gliederung der Arbeit

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in sieben Kapitel. Im Anschluss an diese Einleitung wird in *Kapitel 2* ein geeignetes Modell für den regelungstechnischen Entwurf hergeleitet. Das Entwurfsmodell besteht hauptsächlich aus drei Teilen, Modellierung des Fahrzeugaufbaus, Modellierung der Kraftbildung am Rad sowie Modellierung des Bremsaktuators.

In *Kapitel 3* wird durch Vereinfachung des planaren Zweispurmodells das sogenannte *Viertel-Fahrzeug-Modell* hergeleitet. Darauf aufbauend wird anschließend unter Verwendung von Werkzeugen aus der Systemtheorie die nichtlineare Bremsdynamik analysiert. Die Ergebnisse aus dieser Analyse spielen eine zentrale Rolle bei der Entwicklung der Anti-Blockier-Regelung.

Kapitel 4 erläutert zunächst das Regelungsprinzip eines schaltenden Anti-Blockier-Reglers. Anschließend werden die Existenz- und Stabilitätsbedingungen des ABS-Grenzzyklus ausführlich diskutiert. Mit den Erkenntnissen aus der Analyse des ABS-Grenzzyklus werden die Umschaltbedingungen des schaltenden Anti-Blockier-Reglers abgeleitet. Zur weiteren Steigerung der Reglerperformance werden für den Bremsmomentaufbau und Bremsmomentabbau modellbasierte Steuerungen zur Berechnung des Soll-Bremsmomentes entworfen.

In *Kapitel 5* wird ein Fahrzustandsbeobachter für die Anti-Blockier-Regelung modellbasiert entwickelt. Zuerst wird eine Beobachtbarkeitsanalyse bezüglich der definierten Zustandsgrößen sowie der Eingangs- und Ausgangsgrößen durchgeführt. Danach wird ein Beobachter mit schaltender Struktur vorgeschlagen. Abschließend wird eine Stabilitätsanalyse für die Fehlerdynamik des entworfenen Beobachters durchgeführt.

In *Kapitel 6* wird die in Kapitel 4 entwickelte Anti-Blockier-Regelung zusammen mit der in Kapitel 5 entworfenen Fahrzustandsbeobachtung hinsichtlich ihrer Leistungsfähigkeit sowie ihrer Robustheit simulativ und experimentell intensiv untersucht. *Kapitel 7* fasst die Ergebnisse dieser Arbeit zusammen und gibt einen Ausblick in Bezug auf weitere Entwicklungsmöglichkeiten der Anti-Blockier-Regelung.

Kapitel 2

Modellierung

Die Modellbildung eines Fahrzeugs ist ein entscheidender Bestandteil bei dessen Entwicklung und bildet daher eine wesentliche Grundlage für den Regler- und Beobachterentwurf [Krö05]. Auf dem Gebiet der Fahrdynamik wird zur Beschreibung des Systemverhaltens hauptsächlich die Bewegung des Fahrzeugaufbaus im Zusammenspiel mit der Kraftübertragung der Reifen modelliert. Die Beschreibung des Fahrzeugaufbaus umfasst die Modellierung der Dynamik des Fahrzeugkörpers und des Lenksystems, während die Kraftübertragung der Reifen sich aus den Reifenkräften, der Raddynamik, und der Radlastberechnung zusammensetzt. Zusätzlich wird in dieser Arbeit zur Entwicklung der Anti-Blockier-Regelung auch der Bremsaktuator, der für die Umsetzung des gewünschten Soll-Bremsmomentes $\mathbf{M}_{b,d}$ zuständig ist, modelliert.

In Abb. 2.1 ist der Aufbau der gesamten Regelstrecke dargestellt. Als Eingangsgrößen gelten der vom Fahrer vorgegebene Lenkradwinkel δ , die Antriebs- und Bremsmomente \mathbf{M}_t sowie \mathbf{M}_b und die auf die jeweiligen Räder wirkenden Straßenreibwerte μ_{road} . Während der vom Fahrer vorgegebene Lenkradwinkel im Lenksystem in die Lenkwinkel δ_{FL} , δ_{FR} an den einzelnen Rädern umgewandelt wird, werden die Bremsmomente \mathbf{M}_b durch den Bremsaktuator erzeugt. Sie beeinflussen zusammen mit den übrigen Eingangsgrößen und den Fahrzustandsgrößen v_x, v_y, ψ , sowie den Radlasten \mathbf{F}_z die Raddynamik und bestimmen die Reifenkräfte $\mathbf{F}_x, \mathbf{F}_y$. Die Reifenkräfte werden durch die Radträger direkt zum Fahrzeugkörper übertragen und beeinflussen somit die Fahrdynamik des Fahrzeugs. Mit dem eingesetzten planaren Zweispurmodell wird die Fahrdynamik des Fahrzeugs auf Gierbewegung, Längs- und Querschleunigungen beschränkt. Des Weiteren wirken die Längs- und Querschleunigungen des Fahrzeugs a_x sowie a_y auf die Radlastverteilung \mathbf{F}_z und somit auch auf die Kraftbildung an den einzelnen Rädern zurück. Als Ausgangsgrößen gelten die messbaren Größen, wie Raddrehzahlen ω , Beschleunigungen a_x und a_y des Fahrzeugs und die Gierrate $\dot{\psi}$, siehe Abb. 2.1.

In diesem Kapitel werden die in Abb. 2.1 dargestellten Modelle eingeführt und erläutert. Abschnitt 2.1 beschäftigt sich mit der Modellierung der Dynamik des Fahrzeugkörpers und des Lenksystems. In Abschnitt 2.2 werden die Reifenmodellierung, die Raddynamik und die Radlastberechnung vorgestellt. Zum Schluss wird in Abschnitt 2.3 die Modellierung des Bremsaktuators betrachtet.

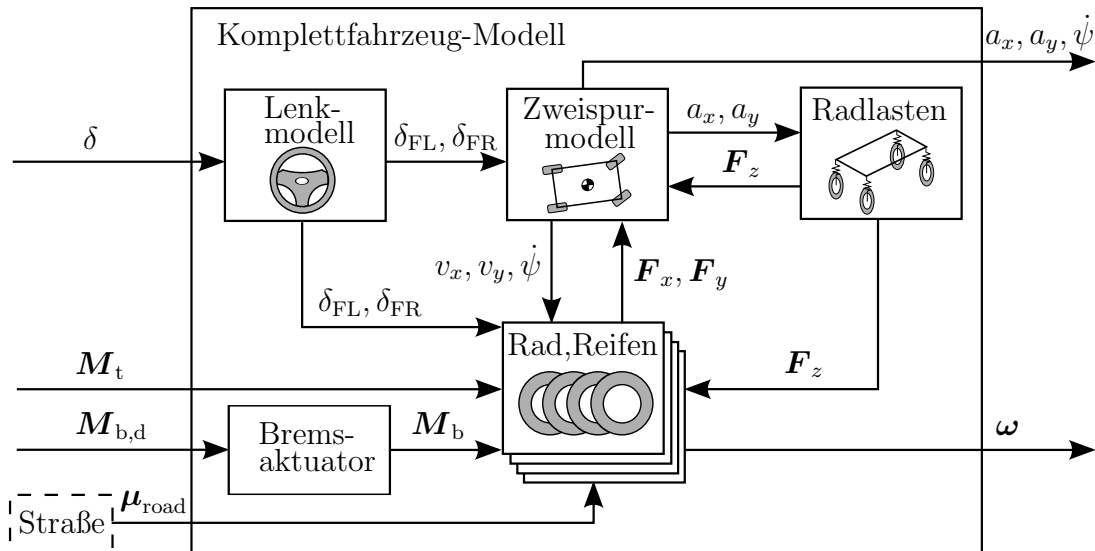


Abbildung 2.1: Übersicht der Modellierung des Komplettfahrzeugs.

2.1 Modellierung des Fahrzeugaufbaus

In dieser Arbeit wird der Fahrzeugaufbau vereinfacht aus dem planaren Zweispurmodell und dem Lenkmodell nachgebildet. Im Folgenden werden die beiden Modelle näher erläutert.

2.1.1 Planares Zweispurmodell

Das *planare Zweispurmodell*, dargestellt in Abb. 2.2, ist ein weit verbreitetes Modell für den regelungstechnischen Entwurf auf dem Gebiet der Fahrdynamik. Dabei wird das Fahrzeug als ein starrer Körper betrachtet. Folgende Annahme liegt der Modellierung des planaren Zweispurmodells zugrunde [Ant08]:

Annahme 2.1. *Das Fahrzeug fährt auf einer ebenen Fahrbahn. Es werden keine Wank- und Nickbewegungen des Fahrzeugs berücksichtigt. Der Luftwiderstand wird berücksichtigt, aber der aerodynamische Auftrieb wird vernachlässigt. Darüber hinaus sind die Hinterräder des Fahrzeugs nicht lenkbar ($\delta_{RL} = \delta_{RR} \equiv 0$).*

Die Längs-, Quer- und Gierbewegungen des Fahrzeugs werden durch das planare Zweispurmodell beschrieben. Dabei werden alle Radkräfte in den jeweiligen radfesten Koordinatensystemen $Wx_Wy_Wz_W$ definiert, während die Dynamik der Längs- und Quergeschwindigkeiten v_x und v_y im fahrzeugfesten Koordinatensystem $Bx_By_Bz_B$ betrachtet wird. Aufgrund der relativen Bewegung des fahrzeugfesten Koordinatensystems bezüglich des Inertialsystems $Ox_Iy_Iz_I$ entstehen neben den absoluten Beschleunigungen a_x und a_y zusätzliche Anteile aus dem *Coriolis-Effekt*, abhängig von der Gierrate $\dot{\psi}$ [MW04]:

$$\dot{v}_x = a_x + \dot{\psi}v_y, \quad (2.1a)$$

$$\dot{v}_y = a_y - \dot{\psi}v_x, \quad (2.1b)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{M_z}{J_z}. \quad (2.1c)$$

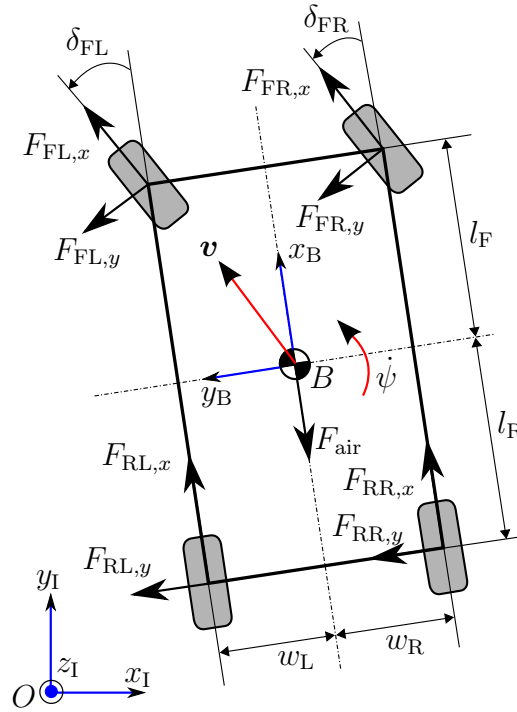


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung des planaren Zweispurmodells.

Dabei beschreibt M_z das Drehmoment und J_z das Trägheitsmoment des Fahrzeugs um die z -Achse. Die Beschleunigungen a_x und a_y , sowie das Giermoment M_z lassen sich gemäß der Kräftebilanz in Längs- und Querrichtung sowie der Momentenbilanz um die z -Achse des Fahrzeugs als

$$a_x = \frac{1}{m} (F_{FL,x} \cos \delta_{FL} + F_{FR,x} \cos \delta_{FR} - F_{FL,y} \sin \delta_{FL} - F_{FR,y} \sin \delta_{FR} + F_{RL,x} + F_{RR,x} - F_{air}), \quad (2.2a)$$

$$a_y = \frac{1}{m} (F_{FL,x} \sin \delta_{FL} + F_{FR,x} \sin \delta_{FR} + F_{FL,y} \cos \delta_{FL} + F_{FR,y} \cos \delta_{FR} + F_{RL,y} + F_{RR,y}), \quad (2.2b)$$

$$M_z = (F_{FL,x} \sin \delta_{FL} + F_{FL,y} \cos \delta_{FL} + F_{FR,x} \sin \delta_{FR} + F_{FR,y} \cos \delta_{FR}) l_F - (F_{RL,y} + F_{RR,y}) l_R + (F_{FR,x} \cos \delta_{FR} - F_{FR,y} \sin \delta_{FR} + F_{RR,x}) w_R - (F_{FL,x} \cos \delta_{FL} - F_{FL,y} \sin \delta_{FL} + F_{RL,x}) w_L \quad (2.2c)$$

bestimmen, wobei $F_{i,x}$ und $F_{i,y}$ mit $i \in \{FL, FR, RL, RR\}$ die Längs- und Querkräfte aus den vier Rädern bezeichnen. Zudem beschreibt m die Fahrzeugmasse. Die Position des Fahrzeugschwerpunktes wird durch die Parameter l_F , l_R , w_L und w_R aus der Geometrie des Fahrzeugs definiert, siehe Abb. 2.2. Der Luftwiderstand F_{air} in (2.2a) lässt sich halbempirisch aus

$$F_{air} = \text{sign}(v_x) c_{air} A \frac{\rho}{2} v_x^2 = \Phi_{air}(v_x) \quad (2.3)$$

mit dem Luftwiderstandsbeiwert c_{air} , der charakteristischen Fahrzeugfläche A und der Luftdichte ρ berechnen.

2.1.2 Lenkmodell

Anhand des Lenkmodells wird der vom Fahrer vorgegebene Lenkradwinkel δ , der durch den Lenkradwinkelsensor erfasst wird, in die jeweiligen Lenkwinkel der Räder umgerechnet. Da gemäß Annahme 2.1 eine Hinterradlenkung ausgeschlossen ist, bleiben nur noch die Lenkwinkel der Vorderräder δ_{FL} und δ_{FR} aus dem Lenkmodell zu bestimmen. Anstelle einer detaillierten Modellierung des Lenksystems wie in [Ant08] und [MW04], werden die jeweiligen Lenkwinkel an den Vorderrädern aus den messdatenbasierten Kennlinien Ψ_{FL} und Ψ_{FR} ermittelt¹:

$$\delta_{\text{FL}} = \Psi_{\text{FL}}(\delta), \quad (2.4a)$$

$$\delta_{\text{FR}} = \Psi_{\text{FR}}(\delta). \quad (2.4b)$$

Der Zusammenhang zwischen dem Lenkradwinkel δ und den Lenkwinkeln δ_{FL} , δ_{FR} wird in Abb. 2.3 dargestellt. Dabei bedeuten die positiven Werte von δ , δ_{FL} und δ_{FR} konven-

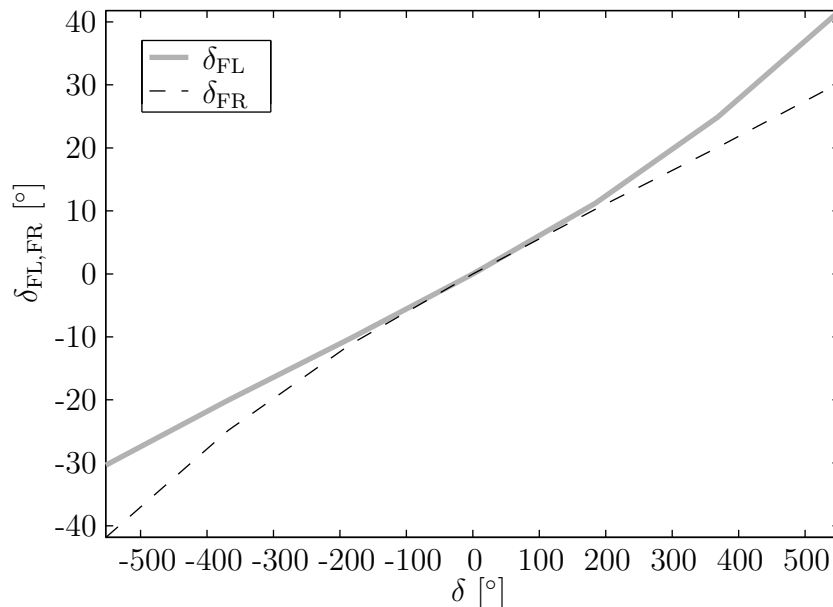


Abbildung 2.3: Kennlinien des Lenksystems.

tionsgemäß die Linkskurvenfahrt, während die negativen Werte von δ , δ_{FL} und δ_{FR} der Fahrsituation einer Rechtskurvenfahrt entsprechen.

2.2 Modellierung der Kraftbildung am Rad

Die vom Motor und der Bremse erzeugten Drehmomente können nur umgesetzt werden, wenn die an der Reifenoberfläche entstehenden Kräfte auf die Fahrbahn übertragen werden. Sowohl die Kraftbildung als auch die Kraftübertragung lassen sich durch eine geeignete Modellierung der Raddynamik sowie der Reifen nachbilden.

¹Die Lenkwinkel der jeweiligen Räder in Abhängigkeit vom Lenkradwinkel werden direkt am Fahrzeug vermessen und als Kennlinien in Software abgelegt.

2.2.1 Raddynamik

Die am Rad wirkenden Kräfte² sind im Wesentlichen die Längskraft F_x , die Querkraft F_y und die Radlast F_z . Diese Reifenkräfte sind in Abb. 2.4 in einem radfesten Koordinatensystem $Wx_w y_w z_w$ dargestellt. Die Modellierung der Raddynamik erfolgt durch folgende Annahme [Ant08]:

Annahme 2.2. *Das Rad ist über die Radachse fest mit dem starren Fahrzeugkörper verbunden und besitzt selbst keine Masse, aber ein eigenes Trägheitsmoment. Zusätzlich konzentriert sich die gesamte Masse des Fahrzeugs auf den Schwerpunkt im Fahrzeugkörper.*

Dies führt dazu, dass die Kräfte F_x , F_y und F_z unmittelbar zum Radträger übertragen werden. Die Raddynamik $\dot{\omega}$ ist aus der Momentenbilanz um die y_w -Achse abhängig von dem am Rad wirkenden Drehmoment M und der Längskraft F_x durch

$$\dot{\omega} = \frac{1}{J_w}(M - F_x R) \quad (2.5)$$

gegeben. Dabei beschreibt J_w das Trägheitsmoment des Rades und R den dynamischen Radradius³. Wie in Abb. 2.4 dargestellt, resultiert das wirkende Drehmoment M aus dem Antriebsmoment M_t und dem Bremsmoment M_b

$$M = M_t - M_b. \quad (2.6)$$

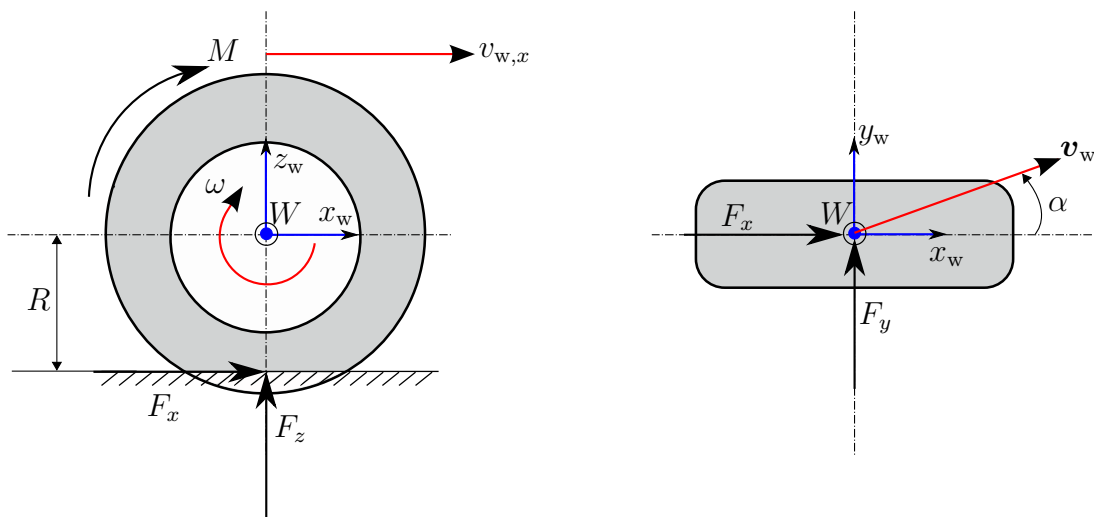


Abbildung 2.4: Kräfte am Rad.

Die Kraftbildung der Längskraft F_x in (2.5) beruht sowohl auf der Verformung des Reifens, als auch auf Haft- und Gleitvorgängen zwischen Reifen und Straßenoberfläche, und lässt sich im nächsten Abschnitt durch das Reifenmodell beschreiben.

²Die Querkraft F_y greift nicht genau in der Mitte der Radaufstandsfläche an (vgl. [MW04] und [Pac04]). Das resultierende Rückstellmoment wird im Rahmen dieser Arbeit vernachlässigt.

³Der Abstand zwischen Fahrbahnoberfläche und Radachse wird als dynamischer Radradius bezeichnet. In dieser Arbeit wird der dynamische Radradius als konstanter Parameter betrachtet.

2.2.2 Reifenmodell

Die Reifen übertragen die Kräfte vom Fahrzeug über die Radaufstandsfläche auf die Fahrbahn und stellen damit aus Sicht der Fahrdynamik eine zentrale Komponente eines Fahrzeugs dar [Amm97]. Um die Kraftbildung bei den luftgefüllten Gummireifen, die einen breiten Einsatz in PKWs und Nutzfahrzeugen finden, besser zu verstehen, wird zunächst auf deren physikalische Eigenschaften eingegangen.

Physikalische Eigenschaften der luftgefüllten Gummireifen

Der luftgefüllte Gummireifen besteht aus einem Material⁴, das aufgrund seiner Eigenschaften als viskoelastisch bezeichnet wird. Aufgrund dessen wird der Reifen beim Auftreten einer Normalkraft in z_W -Richtung im Bereich der Fahrbahnberührung zusammengedrückt. Diese Verformung führt wiederum zu einer Kontaktfläche, mit der der Reifen auf der Fahrbahn steht. Die Kräfte zwischen Reifen und Fahrbahn werden durch Reibvorgänge in dieser Kontaktfläche bestimmt [Krö05].

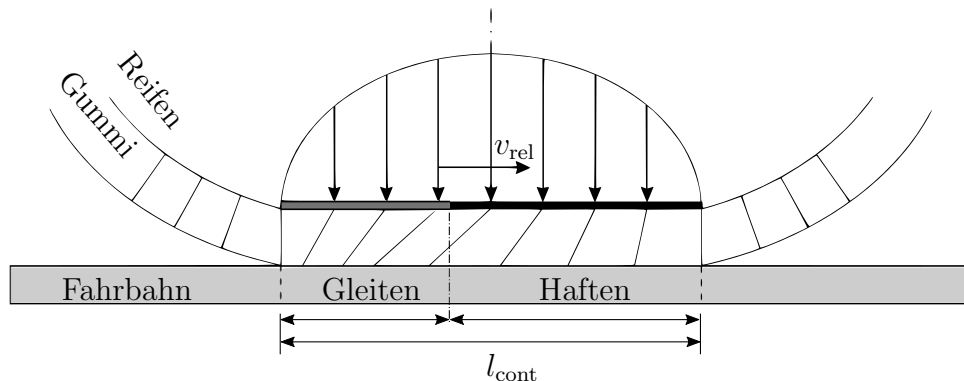


Abbildung 2.5: Bürstenmodell für Reifen [GS05].

In [GS05] wird zur Erläuterung der Reibvorgänge in der Kontaktfläche das Bürstenmodell eingeführt. Dies wird schematisch in Abb. 2.5 dargestellt. Dabei werden die einzelnen Gummiprofilteilchen in der Kontaktfläche als elastische Borsten betrachtet. Tritt eine Relativgeschwindigkeit zwischen Reifenoberfläche und Straße $v_{\text{rel}} = v_w - \omega R$ aufgrund eines Beschleunigungs- bzw. Bremsvorgangs auf, wird eine Borste je nach Kontaktkraft und Relativgeschwindigkeit der Reibpartner unterschiedlich ausgelenkt. Dies führt wiederum zur Entstehung der Reibkraft. Somit können die resultierenden Kräfte aus der Reifenkontaktfläche als Ansammlung einzelner Reibkräfte aus den jeweiligen Profiltteilchen betrachtet werden. Betrachtet man den Durchlauf eines einzelnen Profiltteilchens entlang der Kontaktfläche l_{cont} in der longitudinalen Richtung, so tritt das Profiltteilchen zuerst ohne Auslenkung im entspannten Zustand in die Kontaktfläche ein. Bedingt durch die Adhäsionskräfte und den Anpressdruck haftet dieses Profiltteilchen an der Fahrbahnoberfläche und wird bei einer existierenden Relativgeschwindigkeit verformt. Aufgrund der Steifigkeit des Profiltteilchens wird eine Kraft zwischen Reifen und Fahrbahn übertragen. Sobald die durch die Haftreibung begrenzte Maximalkraft aufgrund steigender Verformung bei ausreichend großen Relativgeschwindigkeiten überschritten wird, verliert das Teilchen die Haftverbindung und fängt an zu gleiten, siehe Abb. 2.5.

⁴Dessen physikalische Eigenschaften wurden in [AGMU04] ausführlich diskutiert.

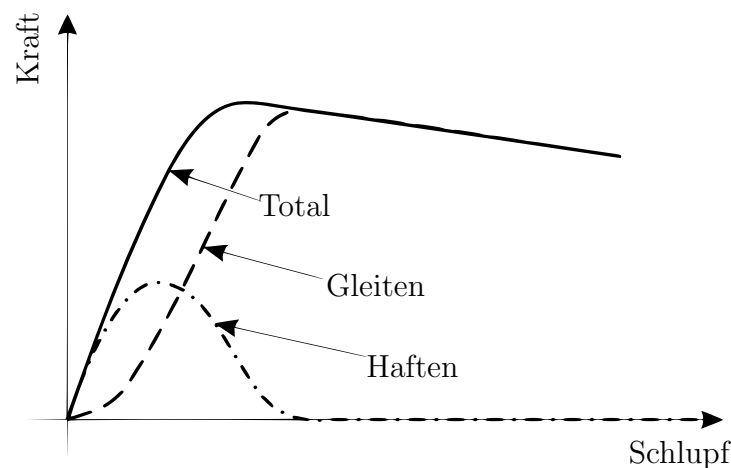


Abbildung 2.6: Zusammenhang zwischen Schlupf und Reifenlängskraft [Ant08].

Da das Haften und das Gleiten einzelner Gummiprofilteilchen sowie die dadurch entstehende Reibkraft in der longitudinalen Richtung unmittelbar von der Relativgeschwindigkeit v_{rel} abhängen, kann die Längskraft des Reifens als Funktion der Relativgeschwindigkeit betrachtet werden. Allerdings wird in der Praxis statt der Relativgeschwindigkeit eine normierte Größe, nämlich der Längsschlupf λ , verwendet. Der Zusammenhang zwischen Schlupf und Längskraft des Reifens ist in Abb. 2.6 dargestellt.

Aus Abb. 2.6 ist zu erkennen, dass sich die gesamte Längskraft des Reifens aus Haft- und Gleitreibung zusammensetzt und der Übergang des Profiltteilchens vom Haftzustand in den Gleitzustand kein abrupter, sondern ein stetiger Vorgang ist, welcher als *Stribeck-Effekt* bezeichnet wird [Kr05]. Die Reduzierung der Längskraft bei höheren Schlupfwerten liegt daran, dass immer mehr Energie nach Eintritt in den Gleitzustand in die Erwärmung der Gummiprofile umgewandelt wird. Es sei angemerkt, dass eine ähnliche Betrachtung der Reifenkraft in der lateralen Richtung der Reifenkontaktfläche ebenfalls möglich ist [Ant08]. Die in Abb. 2.6 gezeigte Charakteristik lässt sich qualitativ auch für die laterale Reifenkraft verwenden. Dabei ist der Schräglaufwinkel α die maßgebende Größe für die Querkraft des Reifens. Da die Längs- und Querkräfte des Reifens, F_x und F_y , aus der gleichen Kontaktfläche entstehen, wird die maximal mögliche Gesamtkraft des Reifens, welche direkt von der Straßenoberfläche, wie z.B. Asphalt, Schnee oder Eis, abhängig ist, beim gleichzeitigen Auftreten des Längsschlupfes und des Schräglaufwinkels in Längs- und Querrichtungen des Reifens aufgeteilt. Das gleichzeitige Auftreten des Längsschlupfes und des Schräglaufwinkels wird als kombinierter Schlupf bezeichnet [Pac04]. In Abb. 2.7 wird die Abhängigkeit der Längs- und Querkraft unter kombinierten Schlupfbedingungen dargestellt. Während die maximal mögliche Längskraft mit steigendem Schräglaufwinkel abnimmt, reduziert sich auch die maximal mögliche Querkraft bei immer größerem Längsschlupf.

Dynamische Variablen im Reifenmodell

Für die Anwendung auf dem Gebiet der Fahrdynamik wurden verschiedene Reifenmodelle, wie z.B. das *LuGre-Reifenmodell* [WTVGG03, VTWS05], das *Dugoff-Reifenmodell* [DFS70], sowie das *Pacejka-Reifenmodell* [Pac04], entwickelt. Trotz unterschiedlicher Modellierungsansätze liegen bei all diesen Reifenmodellen aufgrund der physikalischen Eigenschaften des Reifens die dynamischen Variablen wie Radlängsschlupf λ , Schräglaufwinkel

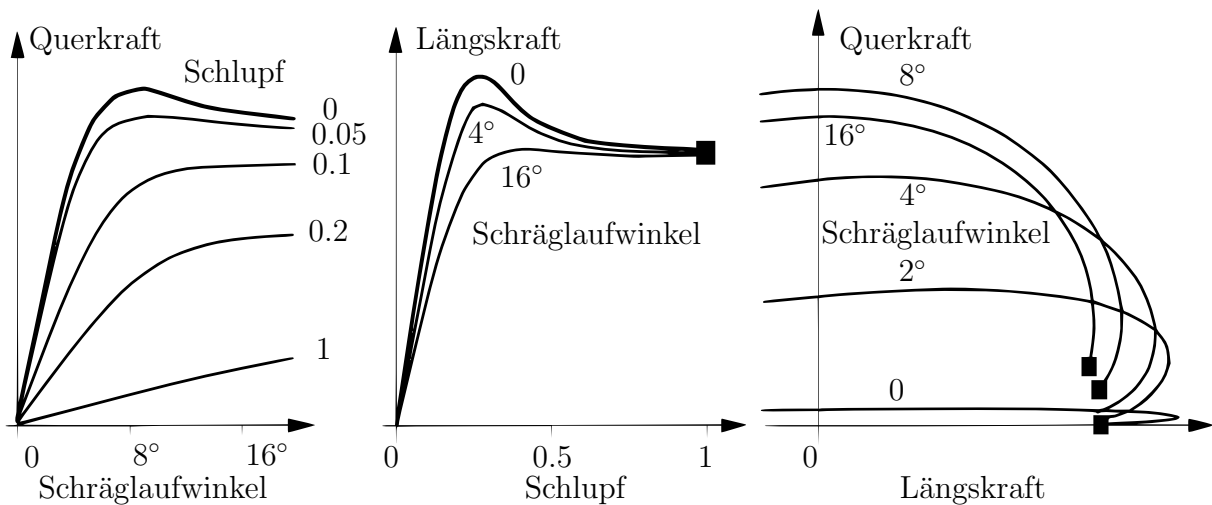


Abbildung 2.7: Abhängigkeit der Längs- und Querkraft unter kombinierten Schlupfbedingungen [Pac04].

α , Straßenreibwert μ_{road} und Radlast F_z als Modelleingang zu Grunde. Deshalb lassen sich die Längs- und Querkräfte allgemein als

$$F_x = -F_z \mu_{\text{road}} \Phi_{fx}(\lambda, \alpha), \quad (2.7a)$$

$$F_y = F_z \mu_{\text{road}} \Phi_{fy}(\lambda, \alpha) \quad (2.7b)$$

definieren, wobei Φ_{fx} die normierte Längskraft des Reifens und Φ_{fy} die normierte Querkraft des Reifens beschreibt.

Als maßgebende Größe für die Längskraft wird der Längsschlupf durch die relative Differenz zwischen der Längsgeschwindigkeit des Rades und der Radumfangsgeschwindigkeit

$$\lambda = 1 - \frac{\omega R}{v_{w,x}} \quad (2.8)$$

definiert⁵, und es gilt

$$\lambda \in D_\lambda = (-\infty, 1],$$

wobei $\lambda = 1$ nur im Bremsfall mit blockiertem Rad erreicht wird, während der Längsschlupf λ im Antriebsfall mit durchgedrehtem Rad gegen minus unendlich geht.

Ausgehend von (2.8), lassen sich die Längsschlupfwerte der jeweiligen Räder für das Komplettfahrzeug formulieren als (vgl. [IJF⁺06])

$$\lambda_i = 1 - \frac{\omega_i R}{v_{w,x,i}} = 1 - \frac{\omega_i R \cos(\delta_i + \alpha_i)}{v_x \cos \alpha_i}, \quad i \in \{\text{FL}, \text{FR}, \text{RL}, \text{RR}\}. \quad (2.9)$$

Die entsprechende Größe zur Beschreibung der Querkraft ist der Schräglaufwinkel α , welcher das Verhältnis zwischen $v_{w,y}$ und $v_{w,x}$ beschreibt:

$$\alpha = \arctan \frac{v_{w,y}}{v_{w,x}}.$$

⁵In mancher Literatur werden Bremsschlupf λ und Antriebsschlupf κ getrennt betrachtet. Diese werden in dieser Arbeit nicht unterschiedlich definiert.

Dabei bezeichnet $v_{w,x}$ die Längsgeschwindigkeit des Rades und $v_{w,y}$ die Quergeschwindigkeit des Rades im radfesten Koordinatensystem $Wx_wy_wz_w$, vgl. Abb. 2.4.

Unter der Annahme, dass die Längsgeschwindigkeit im Vergleich zur Gierrate betragsmäßig viel größer ist, lassen sich die Schräglaufwinkel α_i der jeweiligen Räder im Komplettfahrzeug wie folgt bestimmen [AFK11]:

$$\alpha_{FL} = \arctan \frac{v_{FL,y}}{v_{FL,x}} - \delta_{FL} \approx \arctan \frac{v_y + \dot{\psi} l_F}{v_x} - \delta_{FL} = \Phi_{FL,\alpha} (v_x, v_y, \dot{\psi}, \delta_{FL}), \quad (2.10a)$$

$$\alpha_{FR} = \arctan \frac{v_{FR,y}}{v_{FR,x}} - \delta_{FR} \approx \arctan \frac{v_y + \dot{\psi} l_F}{v_x} - \delta_{FR} = \Phi_{FR,\alpha} (v_x, v_y, \dot{\psi}, \delta_{FR}), \quad (2.10b)$$

$$\alpha_{RL} = \arctan \frac{v_{RL,y}}{v_{RL,x}} \approx \arctan \frac{v_y - \dot{\psi} l_R}{v_x} = \Phi_{RL,\alpha} (v_x, v_y, \dot{\psi}), \quad (2.10c)$$

$$\alpha_{RR} = \arctan \frac{v_{RR,y}}{v_{RR,x}} \approx \arctan \frac{v_y - \dot{\psi} l_R}{v_x} = \Phi_{RR,\alpha} (v_x, v_y, \dot{\psi}). \quad (2.10d)$$

Für den Regelentwurf in dieser Arbeit wird im Folgenden ein statisches Reifenmodell, das *Pacejka-Reifenmodell*, zur Beschreibung der Kraftbildung am Rad vorgestellt.

Pacejka-Reifenmodell

Das Pacejka-Reifenmodell wurde im Jahr 1987 von *Pacejka et al.* eingeführt [BNP87] und findet heutzutage eine sehr breite Anwendung auf dem Gebiet der fahrdynamischen Regelung und Simulation. Das Pacejka-Reifenmodell stellt empirisch den Zusammenhang zwischen den Reifenkräften und den Größen λ , α , μ_{road} und F_z am Rad dar. Durch eine Kombination trigonometrischer Funktionen – die sogenannte *Magic Formula* – kann die typische Form der Reifenkennlinien approximiert werden [Pac04].

Als erstes werden die Längs- und Querkräfte des Reifens, F_{x0} und F_{y0} , so berechnet, dass keine Rückkopplung zwischen Radlängsschlupf und Schräglaufwinkel stattfindet:

$$F_{x0} = -F_z \mu_{road} D_x \sin(C_x \arctan(B_x \lambda - E_x(B_x \lambda - \arctan(B_x \lambda)))), \quad (2.11a)$$

$$F_{y0} = F_z \mu_{road} D_y \sin(C_y \arctan(B_y \alpha - E_y(B_y \alpha - \arctan(B_y \alpha)))). \quad (2.11b)$$

Die Rückkopplung zwischen Radlängsschlupf und Schräglaufwinkel unter kombinierten Schlupfbedingungen wird dann in einem zweiten Schritt durch Gewichtungsfunktionen berücksichtigt

$$F_x = G_{x\alpha} F_{x0}, \quad (2.12a)$$

$$F_y = G_{y\lambda} F_{y0}. \quad (2.12b)$$

Dabei wird die Gewichtungsfunktion $G_{x\alpha}$ für die Längskraft als

$$G_{x\alpha} = \cos(C_{x\alpha} \arctan(B_{x\alpha} \alpha - E_{x\alpha}(B_{x\alpha} \alpha - \arctan(B_{x\alpha} \alpha)))) \quad (2.13)$$

und die Gewichtungsfunktion $G_{y\lambda}$ für die Querkraft als

$$G_{y\lambda} = \frac{\cos(C_{y\lambda} \arctan(B_{y\lambda}(\lambda + S_{Hy\lambda})))}{\cos(C_{y\lambda} \arctan(B_{y\lambda} S_{Hy\lambda}))} \quad (2.14)$$

definiert.

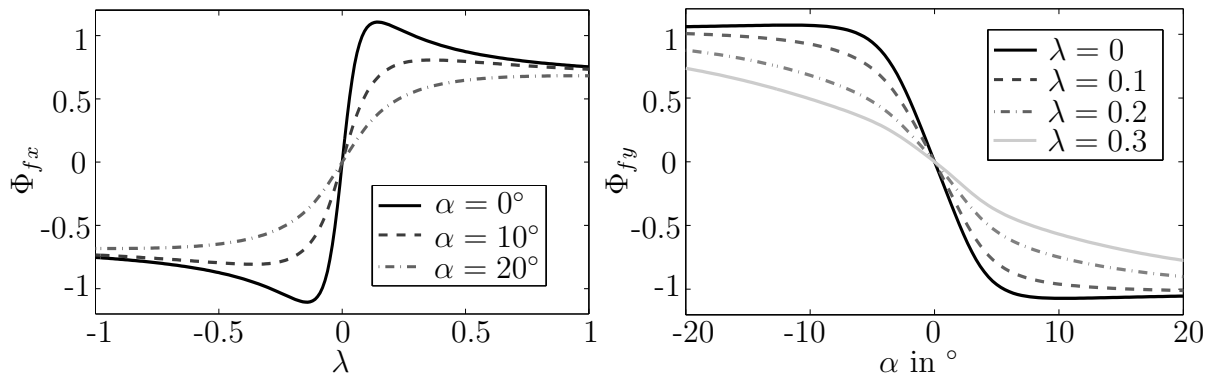


Abbildung 2.8: Kennlinien der normierten Längs- und Querkraft in Abhängigkeit vom Schlupf und Schräglaufwinkel aus dem Pacejka-Reifenmodell.

Der Parameter $S_{Hy\lambda}$ in (2.14) stellt einen Verschiebungsfaktor dar, wodurch beim gleichen Betrag des Schlupfes die Querkraft im Bremsfall größer als die im Antriebsfall wird. Die Modellparameter B_i , C_i , D_i und E_i , $i \in \{x, y, x\alpha, y\lambda\}$ in (2.11) bis (2.14) sind abhängig von Reifeneigenschaften zu bestimmen. In Abb. 2.8 werden die normierten Längs- und Querreifenkräfte Φ_{fx} und Φ_{fy} (vgl. (2.7a) und (2.7b)) mit dem oben vorgestellten Pacejka-Reifenmodell für die kombinierten Schlupfbedingungen dargestellt.

2.2.3 Berechnung der Radlasten

Wie in (2.11) zu erkennen ist, müssen die Radlasten $F_{i,z}$ der einzelnen Räder zur Anwendung des Pacejka-Reifenmodells bestimmt werden. Eine von *Antonov* in [Ant08] entwickelte Methode wird in dieser Arbeit zur Berechnung der benötigten Radlasten verwendet. Dabei werden zusätzlich die Tragfedern und die Stabilisatoren bei der Modellierung des Fahrzeugaufbaus, so wie in Abb. 2.9 dargestellt, berücksichtigt. Dadurch sind die Räder an der jeweiligen Achse durch einen Stabilisator, der als eine Torsionsfeder mit konstanter Steifigkeit modelliert wird, mit dem Fahrzeugkörper verbunden. Durch die Einführung des Stabilisators an der jeweiligen Achse sind die vertikalen Bewegungen der Räder gekoppelt. Dies führt dazu, dass die Radlasten

$$\mathbf{F}_z = [F_{FL,z}, F_{FR,z}, F_{RL,z}, F_{RR,z}]^T$$

nun aus

$$\mathbf{F}_{in} = [F_y h_o, -F_x h_o, mg]^T = [-m a_y h_o, m a_x h_o, mg]^T$$

in Abhängigkeit von der Längs- und Querbewegung eindeutig bestimmbar sind:

$$\mathbf{F}_z = \mathbf{T}_M \mathbf{F}_{in}, \quad (2.15)$$

wobei die Parameter-Matrix \mathbf{T}_M von der Steifigkeit der Aufhängung (als Tragfeder), des Stabilisators (als Torsionsfeder), sowie des Reifens (als Feder) abhängt. Eine ausführlich Herleitung von (2.15) findet sich in Anhang A.

2.3 Modellierung des Bremsaktuators

Für die Realisierung des von dem Fahrer bzw. der Anti-Blockier-Regelung geforderten Bremsmomentes ist der Bremsaktor zuständig. Neben dem konventionellen hydraulischen Bremsaktor wurden in den letzten Jahren neuartige Bremsaktoren, wie

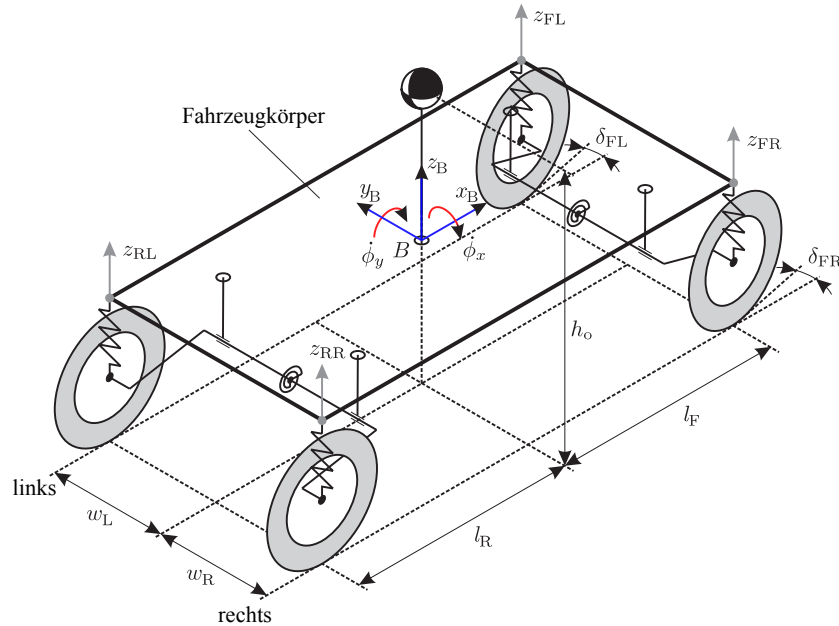


Abbildung 2.9: Fahrzeugaufbau mit Tragfedern und Stabilisatoren [Ant08].

z.B. die *elektromechanische Bremse* (EMB) [BB17] und die *elektrohydraulische Bremse* (EHB) [SSK⁺00, Sto01], entwickelt. Jedoch wird der konventionelle hydraulische Bremsaktuator aufgrund seiner kostengünstigen Bauweise und seiner Zuverlässigkeit weiterhin bei den meisten Fahrzeugen eingesetzt. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit der Schwerpunkt auf die Modellbildung des hydraulischen Bremsaktuators gelegt, welche zur Beschreibung des Verhaltens zwischen Soll- und Ist-Bremsmoment und somit später als Teil des Streckenmodells zum Entwurf der Anti-Blockier-Regelung dient.

2.3.1 Aufbau und Wirkungsprinzip des hydraulischen Bremsaktuators

In Abb. 2.10 sind schematisch die wesentlichen Komponenten eines hydraulischen ABS-Bremsaktuators dargestellt. Während eines normalen Bremsvorgangs ohne ABS-Eingriff wird die Fußkraft des Fahrers durch das Bremspedal auf die Bremsanlage übertragen. Der Bremskraftverstärker unterstützt dabei die Fußkraft und verringert damit den erforderlichen Kraftaufwand des Fahrers. Der Hauptbremszylinder wandelt die durch den Bremskraftverstärker erhöhte Fußkraft des Fahrers in einen hydraulischen Druck p_{mc} um. Daraufhin wird diesem Druck entsprechend eine bestimmte Menge Bremsflüssigkeit in die Bremszange eingeleitet. Durch die Bremsflüssigkeitszuführung und -abführung zu und von der Bremszange entsteht ein Bremsdruck p_b in der Radbremse, aus welchem sich das Bremsmoment berechnen lässt zu

$$M_b = c_p p_b, \quad (2.16)$$

wobei die Konstante c_p dem hydraulischen Bremskoeffizienten entspricht.

Hingegen wird während des ABS-Eingriffs das Soll-Bremsmoment des jeweiligen Rades anstelle vom Fahrer von der Anti-Blockier-Regelung vorgegeben. Dabei ist die wichtigste Komponente für die Realisierung des vorgegebenen Soll-Bremsmomentes das Hydraulikaggregat in Abb. 2.11, welches zwischen dem Hauptbremszylinder und den Bremszangen

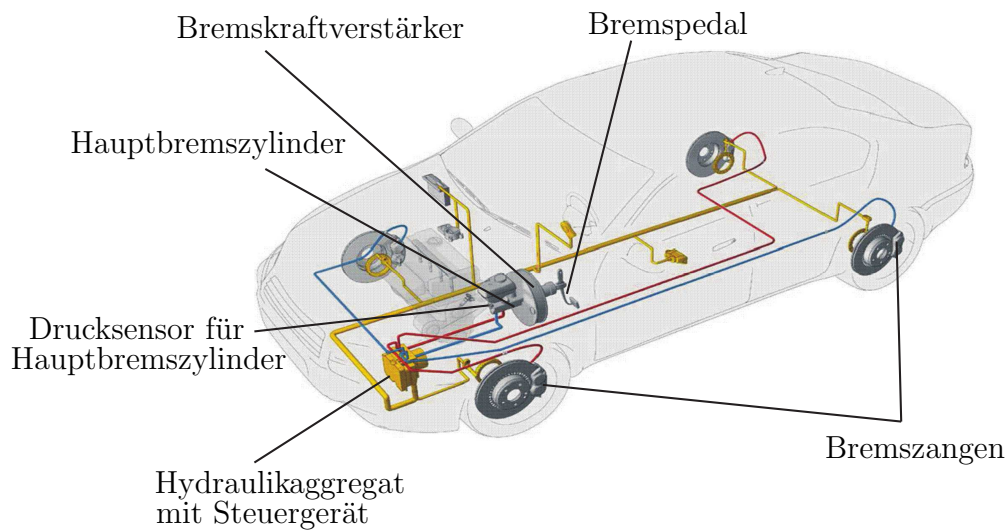


Abbildung 2.10: Schematische Darstellung der Komponenten eines hydraulischen ABS-Bremsaktuators [KD04].

eingebaut ist. Für jede einzelne Bremszange stehen ein Einlassventil (EV) und ein Auslassventil (AV) innerhalb des Hydraulikaggregats zur Verfügung. Diese zwei Ventile steuern gemeinsam mit dem elektronischen Motor, der Pumpe und der Speicherkammer die Bremsflüssigkeitszuführung und -abführung für die jeweilige Bremszange.

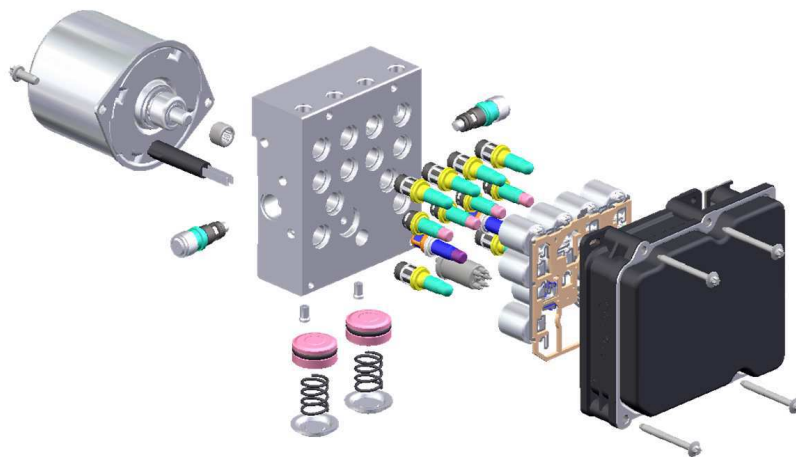
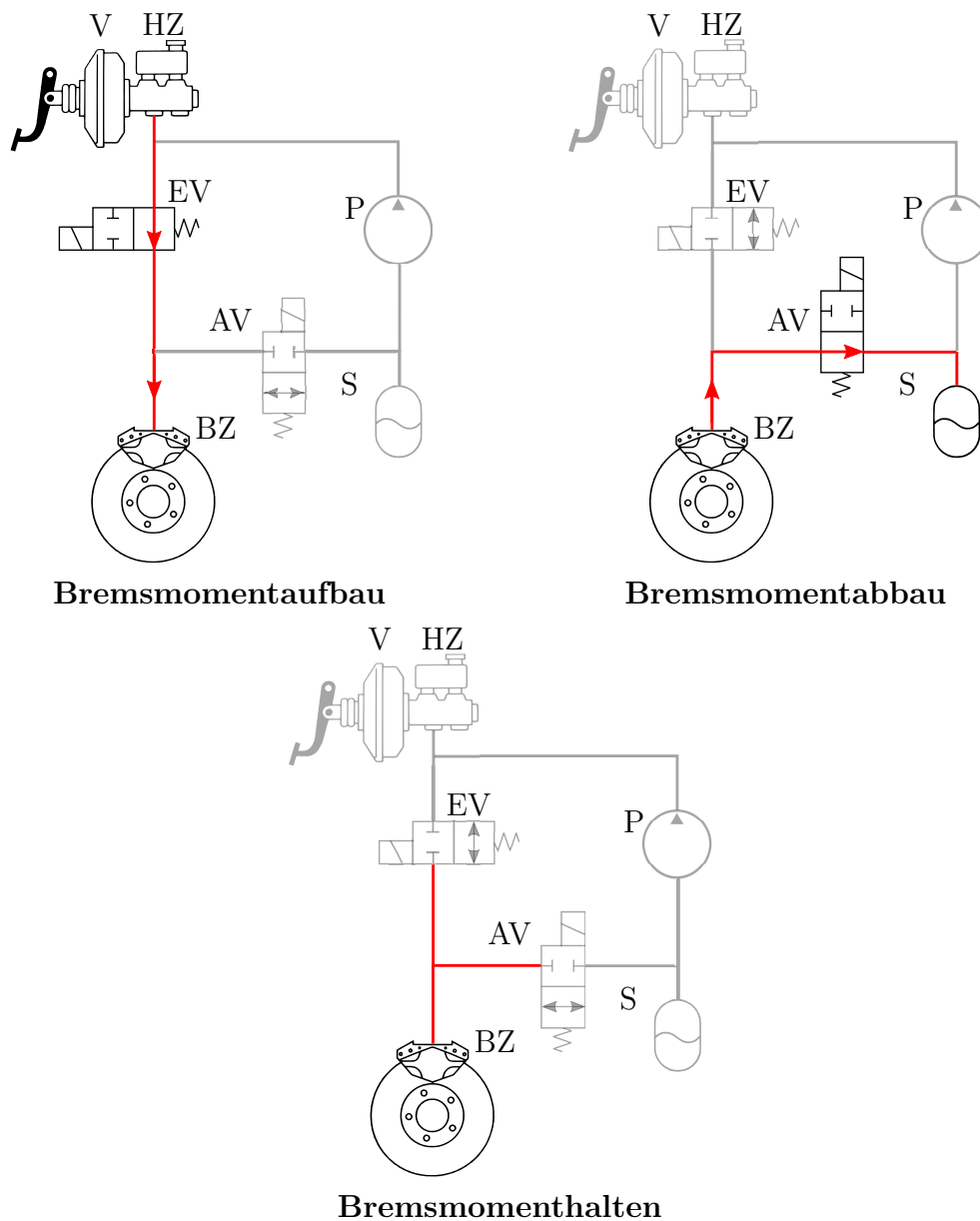


Abbildung 2.11: Aufbau eines Hydraulikaggregats im Anti-Blockier-System [Krö05].

Über die unterschiedlichen Einstellungen des Ein- und Auslassventils können nun drei Arbeitsmodi an den einzelnen Bremszangen realisiert werden, welche in Abb. 2.12 dargestellt sind. Im Modus *Bremsmomentaufbau* werden das EV geöffnet und das AV geschlossen, sodass die Bremsflüssigkeit der Radbremse zugeführt werden kann. Hingegen wird die Flüssigkeit im Modus *Bremsmomentabbau* durch das geöffnete AV aus der Radbremse zurück in die Speicherkammer abgeführt. Bleiben die beiden Ventile geschlossen, so wird der Bremszylinder von außen isoliert und damit befindet sich der ABS-Bremsaktuator im Modus *Bremsmomenthalten*.



V: Bremskraftverstärker, HZ: Hauptzylinder, EV: Einlassventil,
 AV: Auslassventil, EM: elektrischer Motor, P: Pumpe,
 S: Speicherkammer, BZ: Bremszange.

Abbildung 2.12: Drei Modi des hydraulischen ABS-Bremsaktuators.

2.3.2 Einlassventil mit Ansteuerung

Das Einlassventil, das den Bremsflüssigkeitszufluss zu den einzelnen Bremszangen einstellt, ist normalerweise als Proportionalventil umgesetzt. Das bedeutet, dass ein Ventilhub, abhängig vom angelegten Strom, welcher vom Steuergerät ausgegeben wird, zwischen der Position Null und dem maximal konstruktiv möglichen Hub eingestellt werden kann. Im stromlosen Zustand wird das Ventil durch die Rückstellfeder vollständig geöffnet. Abb. 2.13 zeigt den schematischen Aufbau eines Einlassventils.

Wie in [Sch05] beschrieben, lässt sich das Einlassventil je nach Funktion in verschiedene Teilsysteme unterteilen und modellieren. Der Magnetkreis und die elektrische Spule bilden das elektromagnetische Teilsystem. Das mechanische Teilsystem wird durch den Anker

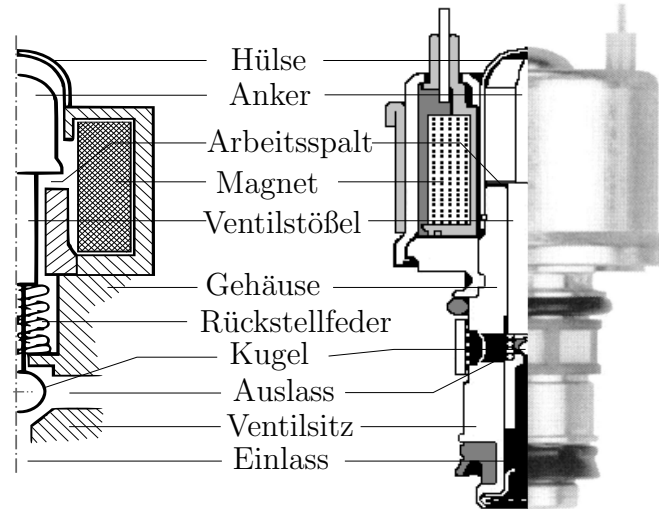


Abbildung 2.13: Aufbau des Einlassventils (Proportionalventil) [Pos02].

des Magnetkreises, den Ventilstößel und die Rückstellfeder gebildet. Das Kugelsitzventil bildet den hydraulischen Teil des Einlassventils und zusammen mit der Bremszange das hydraulische Teilsystem des Bremsaktuators beim Bremsmomentaufbau. Ausgehend von der physikalischen Modellierung wird in [Ste08] und [Rub07] eine Ansteuerung für das Einlassventil zum Aufbau des hydraulischen Bremsdrucks in der jeweiligen Radbremse entwickelt, welche mit Hilfe einer Modellinvertierung aus dem gewünschten Sollbremsdruck $p_{b,d}$ bzw. Sollbremsmoment $M_{b,d}$ ein entsprechendes Steuersignal zur Steuerung des Einlassventils vorgibt, siehe Abb. 2.14.

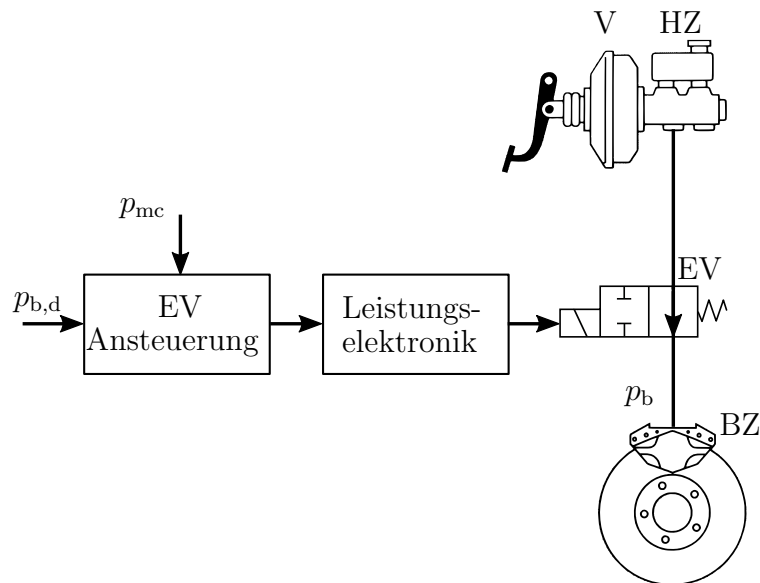


Abbildung 2.14: Einlassventil mit Ansteuerung beim Bremsmomentaufbau.

Vereinfacht lässt sich das Verhalten des Bremsaktuators während des Bremsmomentaufbaus mit Einlassventil und dessen Ansteuerung wie ein PT_1 -Glied als

$$\dot{M}_b = \frac{1}{\tau_M} (M_{b,d} - M_b) \quad (2.17)$$

beschreiben, wobei τ_M die Zeitkonstante des PT_1 -Gliedes bezeichnet.

2.3.3 Auslassventil mit Ansteuerung

Verantwortlich für den Bremsflüssigkeitsabfluss aus den Bremszangen ist das Auslassventil. Im Unterschied zu dem Einlassventil wird häufig ein Schaltventil als Auslassventil eingesetzt, welches nur zwei Arbeitspunkte besitzt, nämlich den komplett geschlossenen und den komplett geöffneten Zustand. Über das Anlegen einer Steuerspannung U_{AV} kann somit der Arbeitspunkt eingestellt werden. Im Gegensatz zum Einlassventil ist das Auslassventil stromlos geschlossen. In der Bremsmomentaufbau- bzw. Bremsmomenthaltephase wird keine Spannung auf dem Auslassventil angelegt und somit bleibt das Ventil geschlossen. In Abb. 2.15 ist der Aufbau eines Auslassventils zu sehen.

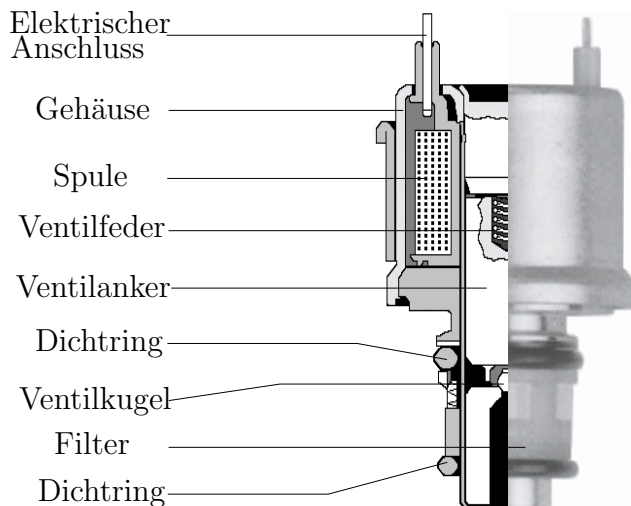


Abbildung 2.15: Aufbau des Auslassventils (Schaltventil) [Pos02].

In der Bremsmomentabbauphase wird zum Öffnen des Ventils eine vorgegebene Klemmenspannung U_{on} für einen bestimmten Zeitraum t_{on} mit Hilfe eines Transistors aufgeprägt. In Abb. 2.16 ist ein charakteristischer Druckabbauvorgang mit einer Rechteckspannung U_{on} der Dauer t_{on} beispielhaft dargestellt. Als Vereinfachung wird hier angenommen, dass die Ventilkugel des Auslassventils masselos ist. Man kann folgende Teilphasen während des Druckabbauvorgangs unterscheiden [LF07]:

- **Der Anzugsverzug** $t_1 = t_b - t_a$ ist dadurch gekennzeichnet, dass das Ventil trotz einer anliegenden Klemmenspannung geschlossen bleibt. Die magnetische Kraft F_{mag} ist demnach in diesem Zeitraum kleiner gleich der Summe von Hydraulik- und Federkraft.
- Während der **effektiven Ventilöffnungszeit** $t_{eff} = t_c - t_b$ befindet sich der Ventilanker im oberen Anschlag und das Ventil ist voll geöffnet ($x_{AV} = x_{AV}^{max}$), siehe Abb. 2.16. Abhängig von der effektiven Ventilöffnungszeit t_{eff} und dem Anfangsdruck

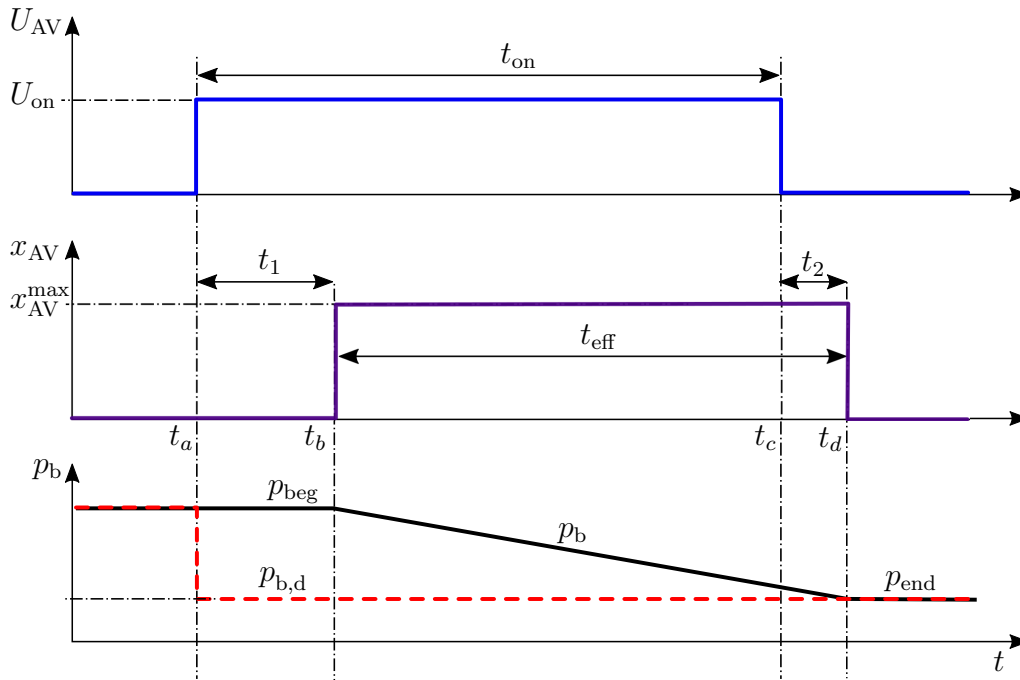


Abbildung 2.16: Zeitliche Verläufe des Ventillhubes x_{AV} und des Bremsdrucks p_b bei einem Druckabbauvorgang [LF07].

p_{beg} lässt sich der Enddruck p_{end} eindeutig bestimmen. Dabei ergibt sich der Bremsdruckgradient \dot{p}_b beim Abbau aus der Kontinuitätsgleichung für inkompressible Fluide (Bremsflüssigkeit in der Bremszange) zu

$$\dot{p}_b = EQ_{AV}. \quad (2.18)$$

Dabei beschreibt E die hydraulische Elastizität der Bremszange und Q_{AV} den durch das Auslassventil abgeführten Volumenstrom der Bremsflüssigkeit, welcher sich wiederum mit Hilfe der *Bernoulli-Gleichung* [Boh94] bestimmen lässt zu

$$Q_{AV} = -\alpha_q A_{VS}(x_{AV}^{\max}) \sqrt{\frac{2}{\rho}} \sqrt{p_b}, \quad (2.19)$$

wobei α_q die Durchflusszahl, $A_{VS}(x_{AV}^{\max})$ die hubabhängige Querschnittsfläche des Ventilsitzes und ρ die Dichte der Bremsflüssigkeit bezeichnet. Die Dynamik des Bremsmomentes während der effektiven Öffnungszeit des Auslassventils lässt sich durch Einsetzen von (2.17) und (2.19) in (2.18) in der Dgl.

$$\dot{M}_b = - \underbrace{E \alpha_q A_{VS}(x_{AV}^{\max}) \sqrt{\frac{2c_p}{\rho}}}_{\theta_{AV} > 0} \sqrt{M_b} = -\theta_{AV} M_b^{\frac{1}{2}} \quad (2.20)$$

zusammenfassen.

- **Die Abfallverzugszeit** $t_2 = t_d - t_c$ gibt an, wie lange das Ventil nach der abfallenden Flanke der Ansteuerspannung U_{on} noch im voll geöffneten Zustand bleibt.

Ähnlich wie beim Einlassventil lässt sich eine modellbasierte Steuerung für den oben beschriebenen Druckabbauvorgang entwerfen. Die Ansteuerzeit t_{on} für das Schaltventil wird dabei aus dem Soll-Bremsdruck $p_{b,d}$, der von der Anti-Blockier-Regelung vorgegeben wird⁶, und dem Anfangsdruck p_{beg} im Bremszylinder, wie in Abb. 2.16 dargestellt, berechnet. Eine ausführliche Erläuterung der Ansteuerung für das Auslassventil ist in [Lol11] zu finden.

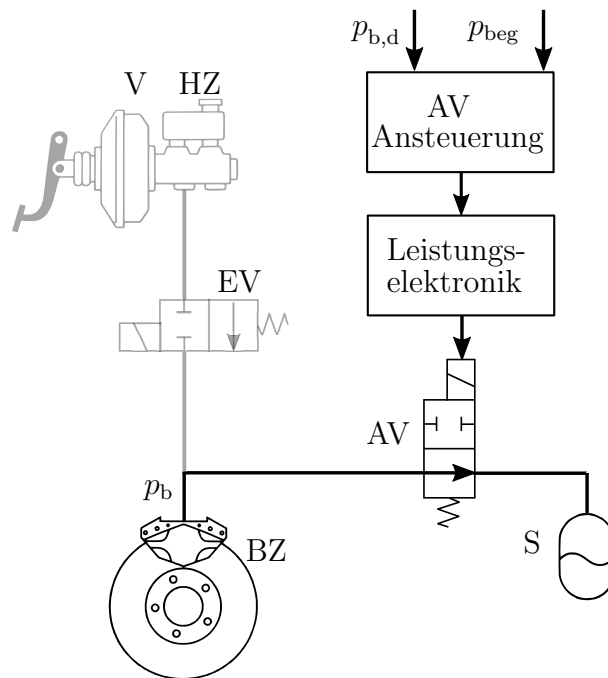


Abbildung 2.17: Auslassventil mit Ansteuerung beim Bremsmomentabbau.

2.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde ein Entwurfsmodell für das Komplettfahrzeug mit ABS-Bremsaktuator vorgestellt, welches für den späteren regelungstechnischen Entwurf der Anti-Blockier-Regelung verwendet wird. Die Modellbildung wurde in drei Teile, Modellierung des Fahrzeugaufbaus, Modellierung der Kraftübertragung am Rad und Modellierung des Bremsaktuators, unterteilt. Bei der Modellierung des Fahrzeugaufbaus wurden das planare Zweispurmodell und das Lenkmodell beschrieben. Bei der Modellierung der Kraftübertragung am Rad wurde ein vereinfachtes Pacejka-Reifenmodell verwendet. Die dazu benötigten Radlasten der einzelnen Räder wurden durch eine von *Antonov* in [Ant08] entwickelte Methode bestimmt. Bei der Modellbildung des Bremsaktuators wurde der Schwerpunkt auf den konventionellen hydraulischen Bremsaktuator gelegt.

⁶Die Bremsmomentabbauphase wirkt ausschließlich bei einer aktiven Anti-Blockier-Regelung.

Kapitel 3

Longitudinale Bremsdynamik und Bifurkation

Wie im vorherigen Kapitel beschrieben wurde, werden während einer Bremsung durch die Bremsaktuatoren Bremsmomente an den Rädern aufgebracht. Diese werden durch den Kraftschluss an den Reifen in Bremskräfte umgesetzt. Dabei hängt die Größe der Bremskräfte unmittelbar von den vertikalen Radlasten der einzelnen Räder ab. Bei weiterer Steigerung der Bremskraft verliert das Rad beim Überschreiten des höchsten Kraftschlussbeiwertes die Haftverbindung und fängt an zu gleiten. Das Gleiten eines Rades mit dem Längsschlupf gleich eins wird als *Radblocierung* bezeichnet. Aufgrund der verlorengegangenen Lenkfähigkeit bzw. Stabilität des Fahrzeugs bei blockierenden Rädern, muss die Radblockierung durch gezielten Einsatz der Anti-Blockier-Regelung vermieden werden. Dabei trägt die nichtlineare Bremsdynamik wesentlich zur Entwicklung der Anti-Blockier-Regelung bei.

Im Folgenden wird durch Vereinfachung des planaren Zweispurmodells ein sogenanntes *Viertel-Fahrzeug-Modell* hergeleitet. Darauf aufbauend wird es anschließend auf Stabilität der longitudinalen Bremsdynamik untersucht. Zum Schluss wird die Bifurkation der Bremsdynamik näher erläutert. Dabei orientiert sich dieses Kapitel im Wesentlichen an den Arbeiten von *Olson et al.* in [Ols01, OSS03, OSS05]. Als Erweiterung zu den Arbeiten von *Olson et al.* wird die dynamische Radlastverteilung sowohl bei der Herleitung des Viertel-Fahrzeug-Modells als auch bei der Analyse der Bremsdynamik mitberücksichtigt. Dadurch lassen sich die Erkenntnisse für den späteren Reglerentwurf auf das Komplettfahrzeug übertragen.

3.1 Viertel-Fahrzeug-Modell

Das sogenannte *Viertel-Fahrzeug-Modell* ist ein vereinfachtes Fahrzeugmodell zur Beschreibung der longitudinalen Fahrzeugdynamik, welches trotz seiner einfachen Struktur die fundamentalen Eigenschaften der longitudinalen Fahrzeugdynamik sehr gut beschreiben kann. Daher wird das Viertel-Fahrzeug-Modell häufig zur Untersuchung der longitudinalen Bremsdynamik [Ols01, OSS05] und zur Entwicklung der Anti-Blockier-Regelung [TW00, YAC⁺01, ST10] verwendet.

Dabei wird eine rein longitudinale Bewegung des Fahrzeugs mit $v_y = 0$ und $\dot{\psi} = 0$ vorausgesetzt. Dadurch lässt sich die Fahrzeugdynamik von (2.1) reduzieren auf

$$\dot{v}_x = a_x. \quad (3.1)$$

Da die Lenkwinkel der Räder während der Geradeausfahrt gleich null sind ($\delta_{\text{FL}} = \delta_{\text{FR}} = 0$), lässt sich die Berechnung der Längsbeschleunigung a_x aus (2.2a) umformen in

$$a_x = \frac{1}{m}(F_{\text{FL},x} + F_{\text{FR},x} + F_{\text{RL},x} + F_{\text{RR},x} - F_{\text{air}}).$$

Um einen einfachen Zugang zur Untersuchung der longitudinalen Fahrzeugdynamik zu verschaffen, werden bei dem Viertel-Fahrzeug-Modell zusätzlich zur Annahme 2.1 im Zweispurmodell weitere Annahmen zur Modellvereinfachung getroffen:

Annahme 3.1. *Die normierten Längskräfte aus den vier Rädern sind identisch*

$$\Phi_{\text{FL},fx} = \Phi_{\text{FR},fx} = \Phi_{\text{RL},fx} = \Phi_{\text{RR},fx} = \Phi_{fx}(\lambda).$$

Annahme 3.2. *Die durch den Luftwiderstand verursachte Kraft wird im Vergleich zur Bremskraft als klein angenommen und daher bei der Modellierung vernachlässigt*

$$F_{\text{air}} = 0.$$

Damit hängen die gesamten Längskräfte $\sum_i F_{i,x}$ aufgrund der fehlenden Radschräglaufwinkel ($\alpha_i = 0, i \in \{\text{FL}, \text{FR}, \text{RL}, \text{RR}\}$) lediglich von der Summe der Radlasten $\sum_i F_{i,z} = mg$, dem Straßenreibungswert μ_{road} , sowie dem Bremsschlupf λ ab (vgl. (2.7a)):

$$\sum_i F_{i,x} = -\mu_{\text{road}}\Phi_{fx}(\lambda) \sum_i F_{i,z} = -\mu_{\text{road}}\Phi_{fx}(\lambda)mg.$$

Nun lässt sich die Fahrzeuglängsdynamik in (3.1) durch die Längskraft eines einzigen Rades äquivalent darstellen als

$$\dot{v}_x = a_x = \frac{1}{m} \sum_i F_{i,x} = -\mu_{\text{road}}\Phi_{fx}(\lambda)g. \quad (3.2)$$

Verwendet man das Pacejka-Reifenmodell zur Beschreibung der Kraftbildung am Rad, so lässt sich dieses dementsprechend für die Geradeausfahrt zu

$$\Phi_{fx}(\lambda) = D_x \sin(C_x \arctan(B_x \lambda - E_x(B_x \lambda - \arctan(B_x \lambda))))$$

vereinfachen.

Des Weiteren lässt sich aus (2.8) und (2.9) leicht erkennen, dass bei einer Geradeausfahrt des Fahrzeugs die Längsgeschwindigkeit des Rades $v_{w,x}$ und die Fahrzeuggeschwindigkeit v_x gleich sind

$$v_{w,x} = v_x.$$

Mit dieser Eigenschaft lässt sich der Bremsschlupf beschreiben als

$$\lambda = 1 - \frac{\omega R}{v_x}. \quad (3.3)$$

Betrachtet man nun eine Bremsung des Fahrzeugs, so lässt sich die Radwinkelgeschwindigkeit ω mit Hilfe der Raddynamik (2.5)-(2.6), sowie der Längskraft (2.7a) in Abhängigkeit von dem Bremsmoment M_b , der Radlast F_z und der normierten Längskraft Φ_{fx} bestimmen zu

$$\dot{\omega} = \frac{1}{J_w} (F_z \mu_{\text{road}} \Phi_{fx}(\lambda) R - M_b). \quad (3.4)$$

Dabei wird beim Viertel-Fahrzeug-Modell in der Literatur [OSS03, KY92, AYHO05] häufig angenommen, dass die Radlast des Einzelrades F_z in (3.4) konstant bleibt. Im Gegensatz zu dieser Annahme kann während der Geradeausfahrt die Radlasten der einzelnen Achsen im Komplettfahrzeug abhängig von der Längsbeschleunigung bzw. -verzögerung um 20% variieren (vgl. Abschnitt 2.2.3). Damit die Analyseergebnisse besser auf das Komplettfahrzeug übertragen werden können, wird in dieser Arbeit die dynamische Radlastverteilung beim Viertel-Fahrzeug-Modell berücksichtigt, indem die Radlast F_z mit Hilfe von (2.15) aus Abschnitt 2.2.3 bestimmt wird. Dabei wird zur weiteren Vereinfachung folgende Annahme getroffen:

Annahme 3.3. *Die Schwerpunktlage befindet sich in der Mitte des Fahrzeugs ($w_L = w_R$), sodass während der Geradeausfahrt kein zusätzliches Wankmoment durch die Schwerpunktlage verursacht wird. Darüber hinaus wird die Steifigkeit der Tragfedern C_c als groß angenommen, sodass der Nickwinkel ϕ_y des Fahrzeugkörpers vernachlässigbar klein bleibt:*

$$\phi_y \approx 0.$$

Unter Verwendung der Annahme 3.3 lässt sich (2.15) vereinfachen zu

$$F_{FL,z} = F_{FR,z} = \frac{mg}{2} \frac{l_R}{l_F + l_R} \left(1 - \frac{h_o}{l_R} \frac{a_x}{g} \right), \quad (3.5a)$$

$$F_{RL,z} = F_{RR,z} = \frac{mg}{2} \frac{l_F}{l_F + l_R} \left(1 + \frac{h_o}{l_F} \frac{a_x}{g} \right). \quad (3.5b)$$

Eine ausführliche Herleitung von (3.5) aus (2.15) befindet sich in Anhang A. Durch Einsetzen von (3.2) in (3.5) ergeben sich die Radlasten der Vorder- und Hinterachsen zu

$$F_{FA,z} = F_{FL,z} = F_{FR,z} = \underbrace{\frac{mg}{2} \frac{l_R}{l}}_{F_{FA,z0}} + \frac{mg}{2} \frac{h_o}{l} \mu_{\text{road}} \Phi_{fx}(\lambda), \quad (3.6a)$$

$$F_{RA,z} = F_{RL,z} = F_{RR,z} = \underbrace{\frac{mg}{2} \frac{l_F}{l}}_{F_{RA,z0}} - \frac{mg}{2} \frac{h_o}{l} \mu_{\text{road}} \Phi_{fx}(\lambda), \quad (3.6b)$$

wobei $F_{FA,z0}$ die statische Radlast der Vorderachse bezeichnet und $F_{RA,z0}$ jener der Hinterachse entspricht. Es sei angemerkt, dass sich bei einer Betrachtung des Viertel-Fahrzeug-Modells die Radlast entweder von der Vorder- oder Hinterachse entnehmen lässt.

Bei der Analyse der Bremsdynamik erweist sich die Verwendung des Bremschlupfes λ als Zustandsgröße als vorteilhaft [OSS03, KY92]. Die Dynamik des Bremschlupfes ergibt sich durch zeitliche Ableitung von (3.3) unter Berücksichtigung von (3.2) und (3.4) zu

$$\dot{\lambda} = -\frac{R}{J_w} \frac{1}{v_x} \left(F_z \mu_{\text{road}} \Phi_{fx}(\lambda) R \left(1 + \frac{J_w g}{F_z R^2} (1 - \lambda) \right) - M_b \right). \quad (3.7)$$

Unter Verwendung von (3.2) und (3.7) lässt sich das Viertel-Fahrzeug-Modell nun als System zweiter Ordnung zusammenfassen:

$$\dot{v}_x = -\mu_{\text{road}} \Phi_{fx}(\lambda) g, \quad (3.8a)$$

$$\dot{\lambda} = -\frac{R}{J_w} \frac{1}{v_x} H_b(\lambda) \quad (3.8b)$$

mit der Funktion

$$H_b(\lambda) = T_e(\lambda) - M_b \quad (3.9)$$

und dem Gleichgewichtsmoment (vgl. [YD92])

$$T_e(\lambda) = F_z \mu_{\text{road}} \Phi_{fx}(\lambda) R \left(1 + \frac{J_w g}{F_z R^2} (1 - \lambda) \right). \quad (3.10)$$

Dabei werden

$$\mathbf{x}_{\text{qcar}} = [v_x, \lambda]^T$$

als Zustand und

$$u_{\text{qcar}} = M_b$$

als Eingang des Systems (3.8) definiert.

3.2 Bremsdynamik

In diesem Abschnitt werden basierend auf dem dynamischen System (3.8) die Eigenschaften der Bremsdynamik untersucht. Die nachfolgende Analyse wird unter der Annahme konstanten Bremsmomentes

$$\dot{M}_b = 0, \quad M_b > 0$$

für den Phasenraum

$$\mathcal{P} := \{(v_x, \lambda) | v_x > 0, \lambda \in (0, 1]\} \quad (3.11)$$

durchgeführt. Dabei wird als F_z die Radlast der Vorderachse

$$F_z = \frac{mg}{2} \frac{l_R}{l_F + l_R} \left(1 + \frac{h_o}{l_R} \mu_{\text{road}} \Phi_{fx}(\lambda) \right) \quad (3.12)$$

verwendet. Jedoch lassen sich die Analyseergebnisse ebenfalls auf die Hinterachse übertragen. Die in der Analyse verwendeten Parameter des Viertel-Fahrzeug-Modells sind aus Tabelle B.1 in Anhang B.1 zu finden.

3.2.1 Gleichgewichtspunkt und Stabilität

Um das Viertel-Fahrzeug-Modell auf seine Eigenschaften zu untersuchen, werden im Folgenden zunächst die Gleichgewichtslagen des dynamischen Systems (3.8) diskutiert. Da es in dem definierten Phasenraum \mathcal{P} (3.11) mit $\lambda \in (0, 1]$ nur positive Bremskräfte geben kann, tritt eine ständige Verzögerung der Fahrzeuggeschwindigkeit auf (vgl. (3.8a)). Dadurch konvergiert die Fahrzeuggeschwindigkeit v_x , die erste Zustandsgröße des dynamischen Systems (3.8), unabhängig von den Anfangsbedingungen stets gegen null.

Des Weiteren ergibt sich der Gleichgewichtspunkt des Bremsschlupfes λ_{eq} von (3.8b), wenn die zeitliche Änderung des Bremsschlupfes $\dot{\lambda}$ gleich null wird. Es ist zu erkennen, dass der gesuchte Gleichgewichtspunkt mit der Nullstelle der Funktion $H_b(\lambda)$ aus (3.9) zusammenfällt. Dabei wirkt sich das Bremsmoment M_b als Offset auf die Funktion $H_b(\lambda)$ aus.

Wie in Abb. 3.1 dargestellt, wird mit steigendem Bremsmoment M_b die Funktion $H_b(\lambda)$ immer weiter nach unten verschoben, ohne allerdings die zugrundeliegende Basiskurve aus (3.9) zu verändern. Damit beeinflusst das Bremsmoment M_b direkt die Existenz und die Lage der Nullstellen von $H_b(\lambda)$ und bestimmt somit die Gleichgewichtspunkte des Bremsenschlupfes.

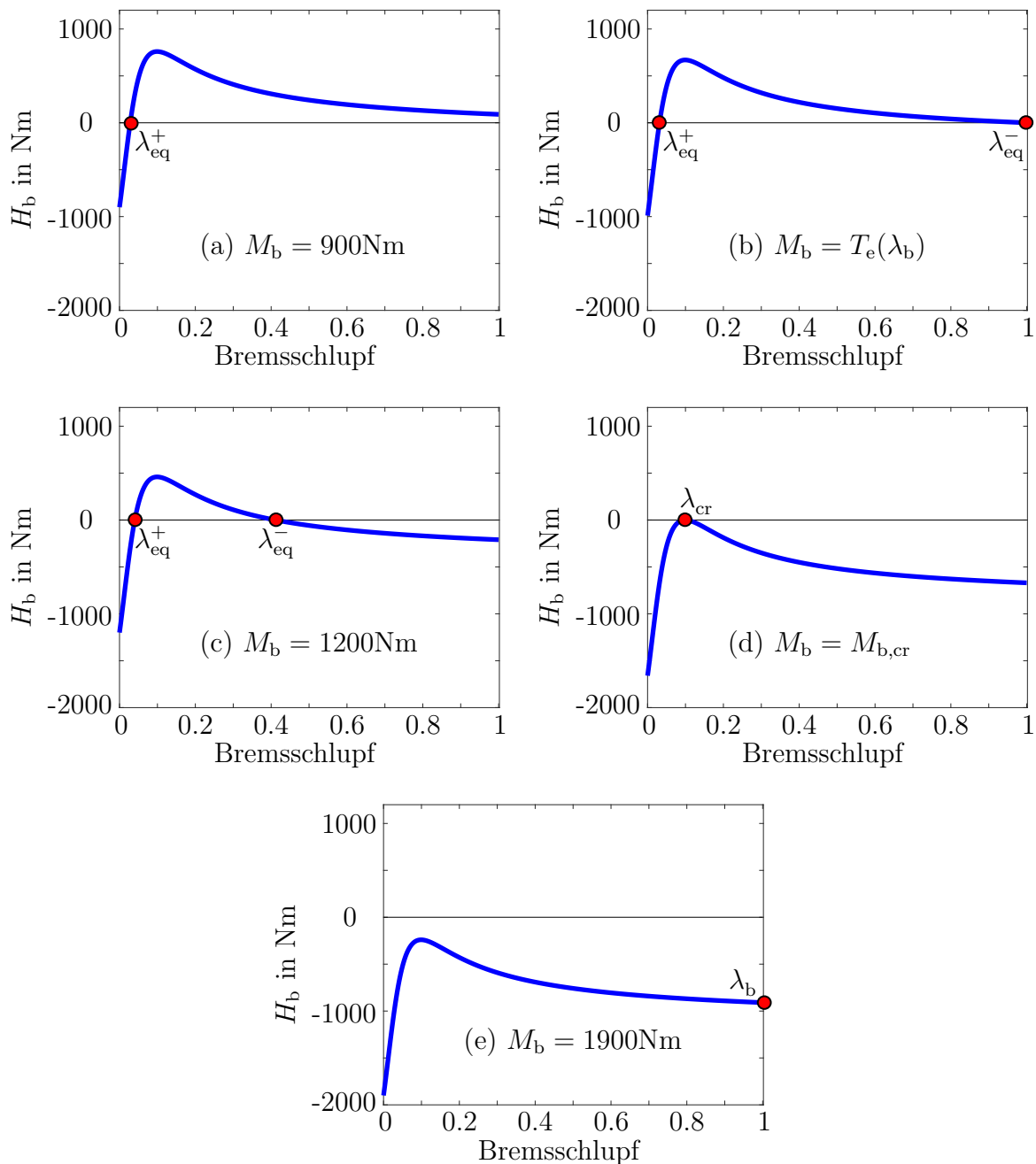


Abbildung 3.1: Gleichgewichtspunkte vom Bremsenschlupf abhängig vom Bremsmoment.

Aus Abb. 3.1(a) ist zu erkennen, dass bei einem niedrigen Bremsmoment von 900Nm nur eine einzige Nullstelle bzw. Gleichgewichtslage existiert. Ab einem Bremsmoment von $M_b = T_e(\lambda_b)$, wobei $\lambda_b = 1$ den Blockierschlupf bezeichnet, entstehen zwei Nullstellen und damit zwei Gleichgewichtspunkte, jeweils links und rechts um das Maximum von $H_b(\lambda)$,

welches bei einem kritischen Bremschlupf von λ_{cr} erreicht wird, wie in Abb. 3.1(b) und (c) dargestellt. Dabei lässt sich der kritische Bremschlupf λ_{cr} durch Lösen von $\frac{\partial H_{\text{b}}}{\partial \lambda}(\lambda_{\text{cr}}) = 0$ eindeutig bestimmen. Erreicht das Bremsmoment das kritische Moment $M_{\text{b,cr}}$, reduziert sich die Anzahl der Nullstellen wieder von zwei auf eins, siehe Abb. 3.1(d).

Bemerkung 3.1. (Kritischer Bremschlupf λ_{cr} und optimaler Bremschlupf λ_{max}):

Der kritische Bremschlupf λ_{cr} ergibt sich durch Lösen von $\frac{\partial H_{\text{b}}}{\partial \lambda} = 0$. Jedoch lässt sich diese Beziehung aufgrund der Nichtlinearität in H_{b} nur numerisch bestimmen. Solange die Radlast F_z viel größer als der Term $\frac{J_{\text{wg}}g}{R^2}$ ist, lässt sich der Term $\frac{J_{\text{wg}}g}{F_z R^2}(1 - \lambda_{\text{cr}})$ in (3.14) vernachlässigen. Dies ist bei einer Geradeausbremsung aufgrund der dynamischen Radlastverteilung vor allem für die Vorderachse der Fall¹. Nun lässt sich H_{b} approximiert als

$$\tilde{H}_{\text{b}} = F_z \mu_{\text{road}} \Phi_{fx}(\lambda) R - M_{\text{b}} \quad (3.13)$$

darstellen. Daraus folgt die Ableitung nach λ zu

$$\frac{\partial \tilde{H}_{\text{b}}}{\partial \lambda} = \mu_{\text{road}} R \left(F_z \frac{\partial \Phi_{fx}}{\partial \lambda} + \frac{\partial F_z}{\partial \lambda} \Phi_{fx} \right).$$

Löst man $\frac{\partial \tilde{H}_{\text{b}}}{\partial \lambda} = 0$ unter Berücksichtigung von (3.12), so ergibt sich

$$\left(\Phi_{fx} - \frac{l_{\text{R}}}{2\mu_{\text{road}}h_{\text{o}}} \right) \frac{\partial \Phi_{fx}}{\partial \lambda} = 0.$$

Da $\frac{l_{\text{R}}}{2\mu_{\text{road}}h_{\text{o}}}$ nicht im Definitionsbereich von Φ_{fx} liegt, ist $\frac{\partial \tilde{H}_{\text{b}}}{\partial \lambda} = 0$ nur dann erfüllt, wenn die Ableitung der normierten Längskraft nach λ der Gleichung

$$\frac{\partial \Phi_{fx}}{\partial \lambda} = 0$$

genügt. Man erkennt, dass der kritische Bremschlupf λ_{cr} mit dem optimalen Bremschlupf λ_{max} , bei welchem die normierte Längskraft Φ_{fx} das Maximum erreicht (vgl. (3.8a)), übereinstimmt. Aus diesem Grund lässt sich in der Praxis der kritische Bremschlupf λ_{cr} häufig durch λ_{max} approximieren (vgl. [OSS05]). Tatsächlich befindet sich λ_{cr} in dem aufgeführten Rechenbeispiel mit den Parametern des Viertel-Fahrzeug-Modells (vgl. Tabelle B.1) links von λ_{max} und weicht minimal von λ_{max} ab².

Die Approximation aus (3.13) verliert allerdings ihre Gültigkeit beim Rechenbeispiel mit der Radlast der Hinterachse, wo die Hinterachse bei einer Bremsung durch die dynamische Radlastverteilung ziemlich entlastet wird und somit die Radlast F_z gegenüber dem Term $\frac{J_{\text{wg}}g}{R^2}$ nicht mehr dominant wirkt. In Abb. 3.2 werden die Gleichgewichtsmomente $T_{\text{F,e}}$ und $T_{\text{R,e}}$ jeweils von der Vorder- und Hinterachse miteinander verglichen. Da $\frac{\partial H_{\text{b}}}{\partial \lambda} = \frac{\partial T_{\text{e}}}{\partial \lambda}$ für $M_{\text{b}} = \text{konst.}$ gilt (entsprechend (3.9)), kann der Unterschied zwischen $\lambda_{\text{F,cr}}$ und $\lambda_{\text{R,cr}}$ Abb. 3.2 entnommen werden³.

¹Aufgrund der dynamischen Radlastverteilung wird bei einer Geradeausbremsung die Vorderachse mehr belastet als die statische Radlast.

²In dem aufgeführten Rechenbeispiel beträgt λ_{cr} 0.0991, während λ_{max} bei 0.0995 liegt.

³In dem aufgeführten Rechenbeispiel beträgt der kritische Bremschlupf von der Hinterachse $\lambda_{\text{R,cr}}$ lediglich 0.0616.

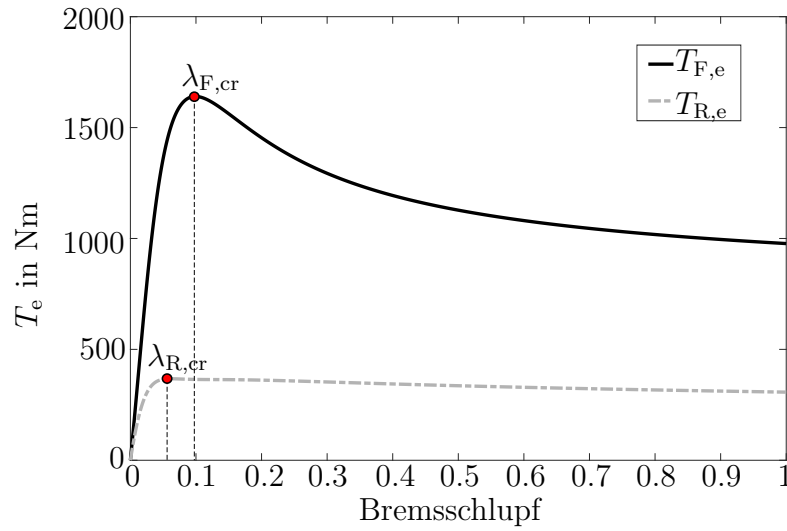


Abbildung 3.2: Vergleich der Gleichgewichtsmomente T_e zwischen der Vorder- und Hinterachse.

Durch Einsetzen von λ_{cr} in (3.10) ergibt sich das kritische Moment

$$M_{b,cr} = T_e(\lambda_{cr}) = F_z \mu_{road} \Phi_{fx}(\lambda_{cr}) R \left(1 + \frac{J_w g}{F_z R^2} (1 - \lambda_{cr}) \right). \quad (3.14)$$

Aus Abb. 3.2 ist zu erkennen, dass das kritische Moment der Hinterachse deutlich niedriger als das der Vorderachse liegt.

Im Folgenden wird die lokale Stabilität der eben ermittelten Gleichgewichtspunkte aus Abb. 3.1 (a)-(d) überprüft. Dabei wird diese Untersuchung auf kleine Verschiebungen in der Umgebung des jeweiligen Gleichgewichtspunktes

$$\delta_\lambda = \lambda - \lambda_{eq}$$

beschränkt. Unter Berücksichtigung der Linearisierung nach λ

$$H_b(\lambda) = H_b(\lambda_{eq} + \delta_\lambda) = \underbrace{H_b(\lambda_{eq})}_{=0} + \frac{\partial H_b}{\partial \lambda}(\lambda_{eq}) \delta_\lambda$$

für kleine Verschiebungen um den Gleichgewichtspunkt λ_{eq} und der Definition der Schlupfdynamik (3.8b) ergibt sich daraus

$$\dot{\delta}_\lambda = -\frac{R}{J_w} \frac{1}{v_x} \frac{\partial H_b}{\partial \lambda}(\lambda_{eq}) \delta_\lambda. \quad (3.15)$$

Man erkennt aus (3.15), dass ein Gleichgewichtspunkt λ_{eq} nur dann lokal stabil ist, wenn die Steigung der Funktion H_b an der Stelle des Gleichgewichtspunktes positiv ist. Mit dieser Erkenntnis lassen sich die (lokal) stabilen und instabilen Gleichgewichtspunkte als

$$\lambda_{eq}^+ := \left\{ \lambda \mid H_b(\lambda) = 0, \frac{\partial H_b}{\partial \lambda}(\lambda) > 0 \right\}, \quad (3.16a)$$

$$\lambda_{eq}^- := \left\{ \lambda \mid H_b(\lambda) = 0, \frac{\partial H_b}{\partial \lambda}(\lambda) < 0 \right\} \quad (3.16b)$$

zusammenfassen.

Da die Gleichgewichtspunkte nur von der Funktion H_b abhängig und somit invariant unter der Geschwindigkeit v_x sind, lassen sie sich weiter als invariante Teilmengen des Phasenraums \mathcal{P} (3.11)

$$\begin{aligned}\mathcal{W}^+ &:= \{(v_x, \lambda) | v_x > 0, \lambda = \lambda_{\text{eq}}^+\}, \\ \mathcal{W}^- &:= \{(v_x, \lambda) | v_x > 0, \lambda = \lambda_{\text{eq}}^-\}\end{aligned}$$

definieren.

Da der Bremschlupf auf den physikalischen Bereich $\lambda \in (0, 1]$ beschränkt ist (vgl. (3.11)), bildet der Blockierschlupf $\lambda_b = 1$ einen speziellen Fall der Gleichgewichtspunkte. Dessen Existenz und Stabilität hängen unmittelbar von dem Vorzeichen von H_b beim Blockierschlupf λ_b ab. Ist die Bedingung $H_b(\lambda_b) < 0$ erfüllt, folgt aus (3.8b) $\dot{\lambda} > 0$ und somit entsteht ein stabiler Gleichgewichtspunkt λ_b an der physikalischen Grenze. Dies ist genau der Fall für Bremsmomente mit Werten höher als das kritische Moment $M_{b,\text{cr}}$. Wie in Abb. 3.1(e) dargestellt, existiert in diesem Fall keine Nullstelle von $H_b(\lambda)$. Allerdings ergibt sich trotz fehlender Nullstelle von $H_b(\lambda)$ ein stabiler Gleichgewichtspunkt $\lambda_b = 1$, was eine Blockierung des Rades zur Folge hat. Dementsprechend wird die invariante Teilmenge des Phasenraums \mathcal{P} für die Bremsung mit dem blockierten Rad als

$$\mathcal{W}^b := \{(v_x, \lambda) | v_x > 0, \lambda = \lambda_b = 1\}$$

definiert.

3.2.2 Globale Eigenschaften und Bifurkation

Wie die Analyse in Abschnitt 3.2.1 zeigt, spielt die Funktion $H_b(\lambda)$ aus (3.9) eine entscheidende Rolle in der Bremsdynamik. Während durch die Existenz und die Lage der Nullstellen von $H_b(\lambda)$ die Gleichgewichtspunkte λ_{eq}^+ , λ_{eq}^- , λ_b und damit die invarianten Teilmengen \mathcal{W}^+ , \mathcal{W}^- , \mathcal{W}^b entschieden werden, bestimmt die partielle Ableitung $\frac{\partial H_b}{\partial \lambda}$ die Stabilitätseigenschaften der jeweiligen Gleichgewichtspunkte. Im Folgenden werden mit Hilfe der Phasenraumdarstellung von \mathcal{P} in Analogie zu jener von [OSS05] die globalen Eigenschaften des Viertelfahrzeugs (3.8) näher betrachtet.

In Abb. 3.3(a) wird der gleiche Fall wie in Abb. 3.1(a) mit einem Bremsmoment M_b von 900Nm im Phasenraum dargestellt. Aufgrund des geringen Bremsmomentes besitzt die Funktion H_b nur eine einzige Nullstelle mit positiver Steigung $\frac{\partial H_b}{\partial \lambda} > 0$, und somit einen stabilen Gleichgewichtspunkt des Bremschlupfes entsprechend (3.16a). Man erkennt aus Abb. 3.3(a), dass alle Trajektorien im Phasenraum \mathcal{P} gegen die invariante Teilmenge \mathcal{W}^+ konvergieren. Dadurch wird eine stabile Bremsung (ohne Blockierung des Rades) bis zum Fahrzeugstillstand immer gewährleistet. Im Folgenden wird die Teilmenge der Trajektorien im Phasenraum \mathcal{P} , bei der es sich um eine stabile Bremsung handelt⁴, als \mathcal{S} definiert. Dagegen wird die Teilmenge der Trajektorien im Phasenraum \mathcal{P} , die eine Blockierung des Rades zur Folge hat, als \mathcal{B} bezeichnet. Offenbar gilt hier

$$\mathcal{S} = \mathcal{P}, \quad \mathcal{B} = \emptyset.$$

⁴Man spricht von einer stabilen Bremsung, wenn das Rad während der Bremsung nicht blockiert und somit die Lenkbarkeit des Fahrzeugs erhalten bleibt. Sie ist nicht zu verwechseln mit der Stabilität der Gleichgewichtspunkte bei der Bremsdynamik.

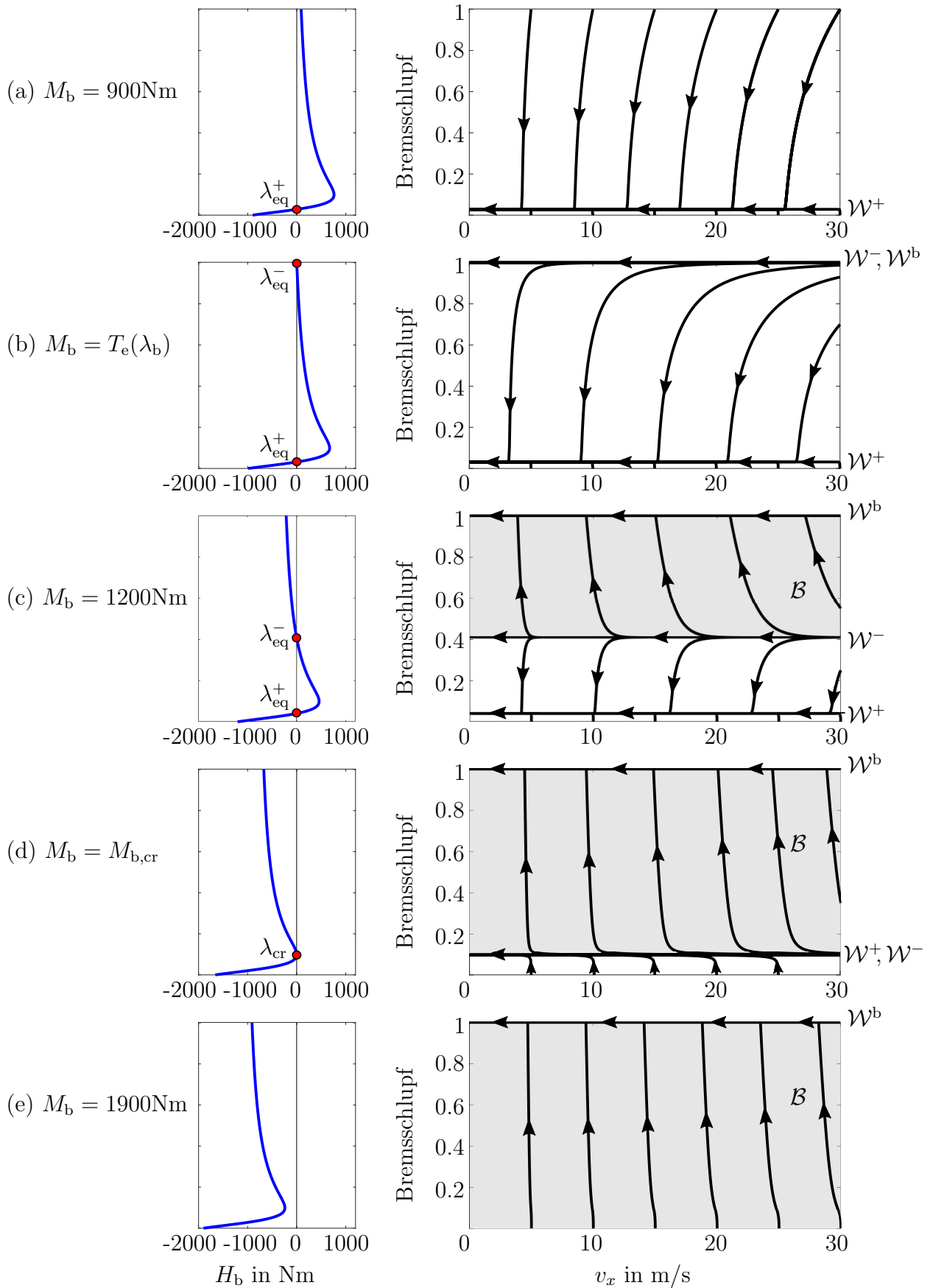


Abbildung 3.3: Phasenraumdarstellung abhängig vom Bremsmoment.

Bei einem Bremsmoment $M_b = T_e(\lambda_b)$ ergibt sich neben dem stabilen Gleichgewichtspunkt λ_{eq}^+ ein zusätzlicher instabiler Gleichgewichtspunkt mit λ_{eq}^- gleich eins. Somit überlappt sich der instabile Gleichgewichtspunkt mit dem Blockierschlupf λ_b . Dies führt unmittelbar dazu, dass die invarianten Teilmengen des Phasenraums \mathcal{W}^- und \mathcal{W}^b zusammenfallen. Aus Abb. 3.3(b) ist zu sehen, dass alle Trajektorien, bis auf die wenigen aus der invarianten Teilmenge \mathcal{W}^b mit blockiertem Rad, in der invarianten Teilmenge \mathcal{W}^+ enden. So gilt

$$\mathcal{S} = \mathcal{P} \setminus \mathcal{W}^b, \quad \mathcal{B} = \mathcal{W}^b.$$

Steigt das Bremsmoment weiter an, dann bewegt sich λ_{eq}^- von $\lambda = 1$ weg nach unten, siehe Abb. 3.3(c). Alle Trajektorien mit Anfangszuständen oberhalb von \mathcal{W}^- landen bei \mathcal{W}^b mit blockiertem Rad, während die Trajektorien mit Anfangszuständen unterhalb von \mathcal{W}^- gegen \mathcal{W}^+ konvergieren. Der Phasenraum \mathcal{P} wird nun durch \mathcal{W}^- in

$$\mathcal{S} := \{(v_x, \lambda) | v_x > 0, \lambda \in [0, \lambda_{\text{eq}}^-]\}$$

und

$$\mathcal{B} := \{(v_x, \lambda) | v_x > 0, \lambda \in (\lambda_{\text{eq}}^-, 1]\}$$

aufgeteilt.

Bemerkung 3.2. (Invariante Teilmenge \mathcal{W}^- unter Systemstörungen): *Die Trajektorien auf der invarianten Teilmenge \mathcal{W}^- würden zwar theoretisch entlang von \mathcal{W}^- verlaufen. Aufgrund des instabilen Gleichgewichtspunktes λ_{eq}^- führt aber jede kleine Störung im System zum Verlassen der invarianten Teilmenge \mathcal{W}^- . Abhängig von der Richtung der Störung bewegen sich die Trajektorien entweder nach \mathcal{S} oder nach \mathcal{B} .*

In Abb. 3.3(d) wird das kritische Bremsmoment $M_{b,\text{cr}}$ erreicht. Aufgrund der zweifachen Nullstelle der Funktion H_b fallen die zwei invarianten Teilmengen \mathcal{W}^+ und \mathcal{W}^- zusammen und dadurch entsteht eine Sattelpunkt-Bifurkation⁵ beim kritischen Schlupf λ_{cr} . Ist das Bremsmoment M_b größer als das kritische Moment $M_{b,\text{cr}}$, wird die invariante Teilmenge \mathcal{W}^b global stabil und somit ist die Blockierung des Rades nicht mehr zu vermeiden, siehe Abb. 3.3(e). Für die Teilmengen \mathcal{S} und \mathcal{B} gilt

$$\mathcal{S} = \emptyset, \quad \mathcal{B} = \mathcal{P}.$$

Durch die Phasenraumdarstellungen aus Abb. 3.3(a)-(e) wird die Bremsdynamik des Viertelfahrzeugs unter ausgewählten Bremsmomenten verdeutlicht. Um die Bremsdynamik über den gesamten physikalischen Bereich zu veranschaulichen, werden alle Gleichgewichtspunkte λ_{eq}^+ , λ_{eq}^- und λ_b des dynamischen Systems in einem durch den Bremsschlupf und das Bremsmoment aufgespannten Phasenraum dargestellt, siehe Abb. 3.4. Dadurch entsteht die sogenannte *Bifurkationskurve*⁶ für den Bremsschlupf in Abhängigkeit vom Bremsmoment. Dabei wird die Teilmenge \mathcal{W}^+ von stabilen Gleichgewichtspunkten λ_{eq}^+ und die Teilmenge \mathcal{W}^b vom Blockierschlupf λ_b in Abb. 3.4 mit durchgezogener Linie und die Teilmenge \mathcal{W}^- der instabilen Gleichgewichtspunkte λ_{eq}^- mit der gestrichelten Linie

⁵Siehe Kapitel 2 in [Kha02] für Details.

⁶Als Bifurkation bezeichnet man eine Änderung im Gleichgewichtspunkt, im periodischen Orbit, oder in der Stabilitätseigenschaft, wenn sich der Bifurkationsparameter ändert [Kha02].

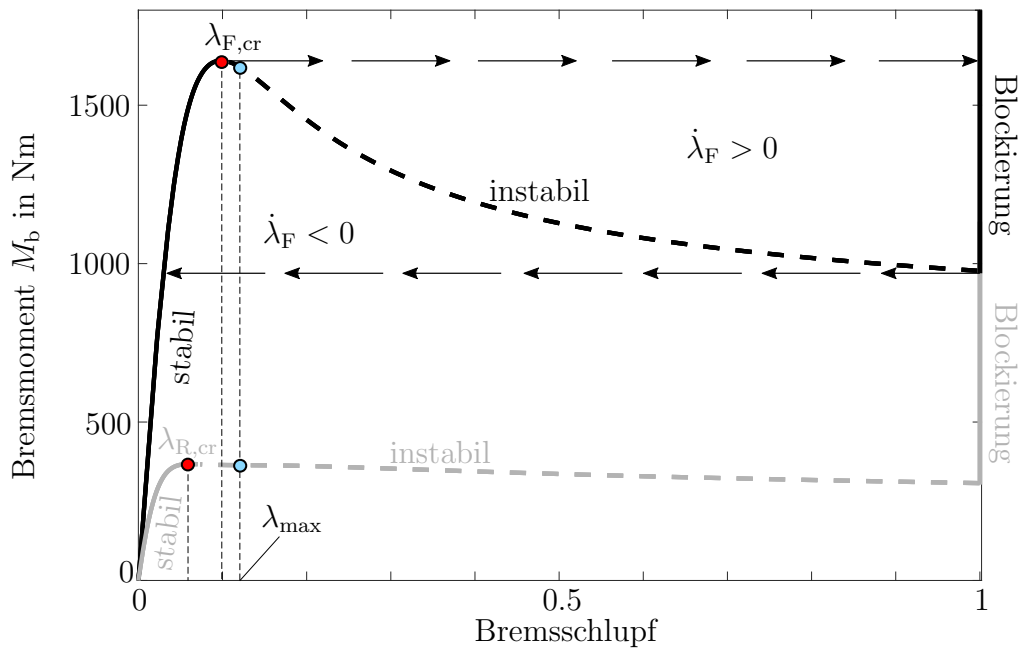


Abbildung 3.4: Bifurkationskurve für den Bremsschlupf in Abhängigkeit vom Bremsmoment.

gezeichnet. Aus (3.9) wird ersichtlich, dass ein Teil der Bifurkationskurve bestehend aus \mathcal{W}^+ und \mathcal{W}^- , wobei $\dot{\lambda} = 0$ gilt, genau der Kurve des Gleichgewichtsmomentes

$$M_b = T_e(\lambda)$$

entspricht. Durch die Bifurkationskurve wird nun der Phasenraum in zwei Teil aufgeteilt. Oberhalb der Bifurkationskurve herrscht ein positiver Schlupfgradient ($\dot{\lambda} > 0$) und unterhalb der Bifurkationskurve ein negativer Schlupfgradient ($\dot{\lambda} < 0$). Erneut wird auch hier die Bifurkationskurve der Hinterachse als Vergleich gezeigt, siehe graue Linie in Abb. 3.4.

Steigt das Bremsmoment M_b von null schrittweise an, entwickelt sich der stationäre Bremsschlupf dementsprechend entlang des stabilen Astes nach oben. Überschreitet das Bremsmoment den kritischen Wert $M_{b,cr}$ bei $\lambda = \lambda_{cr}$, so verlässt der stationäre Bremsschlupf den stabilen Ast und geht dann zu dem Blockierschlupf λ_b über, welcher genau der Sattelpunkt-Bifurkation aus Abb. 3.3(d) entspricht. Sobald der Blockierschlupf erreicht ist, reicht aufgrund der mehrfachen Gleichgewichtspunkte (inkl. des stabilen Grenzgleichgewichtspunkts λ_b) eine Reduzierung des Bremsmomentes auf einen Wert etwas unter $M_{b,cr}$ nicht mehr aus, um den Blockierschlupf wieder zu verlassen. Tatsächlich muss M_b deutlich reduziert werden, bis $H_b(\lambda)$ bei $\lambda = \lambda_b$ kleiner als null wird und somit der stabile Grenzgleichgewichtspunkt λ_b verschwindet (vgl. Abb. 3.3(a)). Erst danach geht der stationäre Bremsschlupf zum stabilen Ast zurück. Damit weist das Bifurkationsdiagramm ein deutliches Hystereseverhalten zwischen dem angelegten Bremsmoment und dem resultierenden Bremsschlupf auf.

Bemerkung 3.3. (Hystereseverhalten und Nichtlinearität im Kraftschluss am Reifen): Die mehrfachen Gleichgewichtspunkte und das damit verbundene Hystereseverhalten in der Bremsdynamik lassen sich auf die Nichtlinearität im Kraftschluss am Reifen zurückführen, welche durch die physikalischen Eigenschaften des luftgefüllten Gummireifens bestimmt wird (vgl. Abschnitt 2.2.2).

Darüber hinaus lässt sich aus Abb. 3.4 erkennen, dass sowohl bei der Vorder- als auch bei der Hinterachse der optimale Schlupf λ_{\max} , bei dem die maximale Bremskraft erreicht wird, auf dem instabilen Ast liegt und daher durch ein konstantes Bremsmoment nicht stabil zu halten ist. Außerdem neigt die Hinterachse im Vergleich zur Vorderachse bereits bei deutlich niedrigerem Bremsmoment zur Blockierung (vgl. die graue Linie mit jener in schwarz in Abb. 3.4). Da eine Blockierung der Hinterachse gleich zum Schleudervorgang des Fahrzeugs führen kann (vgl. [MW04]), ist der Einsatz einer Anti-Blockier-Regelung dringend notwendig.

3.3 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde durch Vereinfachung des planaren Zweispurmodells das sogenannte *Viertel-Fahrzeug-Modell* vorgestellt. Trotz seiner einfachen Struktur lässt sich durch das *Viertel-Fahrzeug-Modell* die longitudinale Bremsdynamik sehr gut beschreiben. Die Wahl der Fahrzeuggeschwindigkeit und des Bremsschlupfes als Zustandsgrößen in der anschließenden Analyse ermöglicht die Untersuchung der nichtlinearen Bremsdynamik. Durch die Analyse wird insbesondere verdeutlicht, wie eine stabile Bremsung bzw. eine Radblockierung in Zusammenhang mit dem angelegten Bremsmoment steht. Die in diesem Kapitel präsentierten Ergebnisse bieten einen Einblick in die nichtlineare Bremsdynamik und spielen eine zentrale Rolle bei der Entwicklung der Anti-Blockier-Regelung.

Kapitel 4

Entwurf eines Anti-Blockier-Reglers

Nachdem im vorhergehenden Kapitel die nichtlineare Bremsdynamik anhand des Viertel-Fahrzeug-Modells diskutiert wurde, wird in diesem Kapitel darauf basierend ein Anti-Blockier-Regler entworfen. Dabei sind bestimmte Rahmenbedingungen wie die Bremsaktuatoreigenschaften zu berücksichtigen.

Im ersten Abschnitt dieses Kapitels wird daher zunächst die Regelungsaufgabe beschrieben. Im Hinblick auf die Regelungsaufgabe wird im Abschnitt 4.2 das Regelungsprinzip der zu entwickelnden Anti-Blockier-Regelung präsentiert. Darüber hinaus widmet sich Abschnitt 4.3 der Stabilitätsanalyse der Anti-Blockier-Regelung. Abschließend wird im Abschnitt 4.4 auf die Berechnung der Umschaltbedingungen und der Soll-Bremsmomente, die bei der Anti-Blockier-Regelung zum Einsatz kommen, eingegangen.

4.1 Regelungsaufgabe

Aufgabe der Anti-Blockier-Regelung ist es, durch Verhindern der Radblockierung die Lenkbarkeit des Fahrzeugs und somit ein stabiles Fahrverhalten bei Bremsungen auf unterschiedlichen Fahrbahnoberflächen zu gewährleisten. Gleichzeitig soll der kürzeste mögliche Bremsweg erzielt werden. Allerdings ist der Entwurf einer Anti-Blockier-Regelung, wie es in [ST10] bereits diskutiert wurde, stark von den Eigenschaften des Bremssystems, insbesondere des Bremsaktuators, abhängig. Im Gegensatz zu den Bremsaktuatoren mit *kontinuierlicher Dynamik*, wie z.B. die *elektromechanische Bremse* (EMB) [BB17] und die *elektrohydraulische Bremse* (EHB) [SSK⁺00, Sto01], ist ein konventionelles hydraulisches Bremssystem nur in der Lage, mit der Kombination der hydraulischen Ventile drei Arbeitsmodi, nämlich den *Bremsmomentabbau*, das *Bremsmomenthalten* und den *Bremsmomentaufbau*, darzustellen (vgl. Abschnitt 2.3). Es handelt sich daher um Bremsaktuatoren mit *diskreter Dynamik*. Da sich in dieser Arbeit mit der Entwicklung einer Anti-Blockier-Regelung für das konventionelle hydraulische Bremssystem beschäftigt wird, müssen die Einschränkungen eines derartigen Bremssystems beim Reglerentwurf berücksichtigt werden.

Schaltende Anti-Blockier-Regler, basierend auf logischen Umschaltungen (vgl. [PL06, TOB⁺07, GPLVV12]), erweisen sich aufgrund ihrer diskreten Regelmodi, welche den Arbeitsmodi eines konventionellen hydraulischen Bremssystems entsprechen, als besonders geeignet zum Einsatz in konventionellen hydraulischen Bremssystemen. Darüber hinaus zeichnen sich die Ansätze der schaltenden Anti-Blockier-Regler durch ihre Robustheit aus, auch wenn die zur Regelung benötigten Signale, wie Radwinkelbeschleunigung und Radschlupf, ungenau sind. Aus diesem Grund finden die Ansätze der schaltenden Anti-

Blockier-Regler ebenso eine breite Anwendung in kommerziellen Fahrsicherheitssystemen [Rob18]. Eine qualitative Beschreibung von solchen Algorithmen ist in [KN05] und [Rei10] zu finden.

Die kommerziell verwendeten schaltenden Anti-Blockier-Regler verwenden allerdings zum Teil heuristische Grundlagen, die auf Erfahrung und Wissen basieren. Dadurch wird beim Übertragen auf einen anderen Fahrzeugtyp ein hoher fahrzeugspezifischer Applikationsaufwand benötigt [GPLVV12]. Außerdem zeigt eine heuristisch entwickelte Anti-Blockier-Regelung im Gegensatz zu den modellbasierten Ansätzen schlechtere Skalierbarkeit gegenüber der Systemkonfiguration. D.h., eine verbesserte Dynamik des Bremsaktuators bzw. eine zusätzliche Messgröße führt ohne Anpassung des Regleralgorithmus nicht zwangsläufig zu einer Leistungssteigerung der Anti-Blockier-Regelung. Die Regelungsaufgabe besteht daher in dieser Arbeit darin, eine schaltende Anti-Blockier-Regelung basierend auf logischen Umschaltungen zu entwerfen. Um den benötigten Applikationsaufwand zu reduzieren, was wiederum den Kostenaufwand verringert, wird dabei ein modellbasierter Ansatz verwendet, welcher auf mathematischen und physikalischen Grundlagen beruht.

4.2 Regelungsprinzip

In der Literatur sind verschiedene Ansätze der schaltenden Anti-Blockier-Regler zu finden. Diese Ansätze unterscheiden sich sowohl in der Anzahl der diskreten Regelmodi, als auch in den verwendeten Umschaltbedingungen. In [YD92] wurde ein Anti-Blockier-Regler mit nur zwei Regelmodi, *Bremsmomentaufbau* und *Bremsmomentabbau*, beschrieben. Zur Regelung wurde die Information über die Raddrehzahl sowie deren zeitliche Ableitungen verwendet. In [KY92] wurden zwei weitere Regelmodi, *Bremsmomenthalten bei hohem Bremsmoment* und *Bremsmomenthalten bei niedrigem Bremsmoment*, eingeführt, um die Robustheit des in [YD92] vorgeschlagenen Reglers zu erhöhen. Dazu wurde zusätzlich die Information über das Bremsmoment benötigt. Statt des Bremsmomentes wurden in [PL06, GPLVV12] kombinierte Informationen aus Radwinkelgeschwindigkeit, Radwinkelbeschleunigung sowie Radschlupf bei den Umschaltungen benutzt. Des Weiteren wurde in [PL06, GPLVV12] zur Performanceverbesserung der Regelmodus *Bremsmomentaufbau* mit unterschiedlichen Aufbaugradienten mehrfach verwendet. Dadurch entstand ein schaltender Anti-Blockier-Regler mit insgesamt fünf Regelmodi. Trotz der unterschiedlichen Ausführungen verfolgen dabei alle Ansätze der schaltenden Anti-Blockier-Regler das gleiche Ziel, nämlich durch die Umschaltung der Regelmodi eine Regelkreisdynamik zu erzielen, welche gegen einen asymptotisch stabilen Grenzyklus um das Maximum der Bremskraft konvergiert.

In dieser Arbeit wird ein radindividueller schaltender Regler für die Anti-Blockier-Regelung in Form eines Zustandsautomaten vorgeschlagen, siehe Abb. 4.1. Da die Anzahl der Zustände bzw. Regelmodi eines Automaten ein Maß für seine Komplexität ist und mit jedem neuen Zustand die Komplexität des Systems exponentiell zunimmt [HL11], wird bei der Auslegung versucht, die Anzahl der Regelmodi so klein wie möglich zu halten. Insgesamt besitzt die vorgeschlagene Anti-Blockier-Regelung vier Regelmodi. Diese sind

- die *Fahrerbremsung*,
- der *Bremsmomentabbau*,
- das *Bremsmomenthalten* und

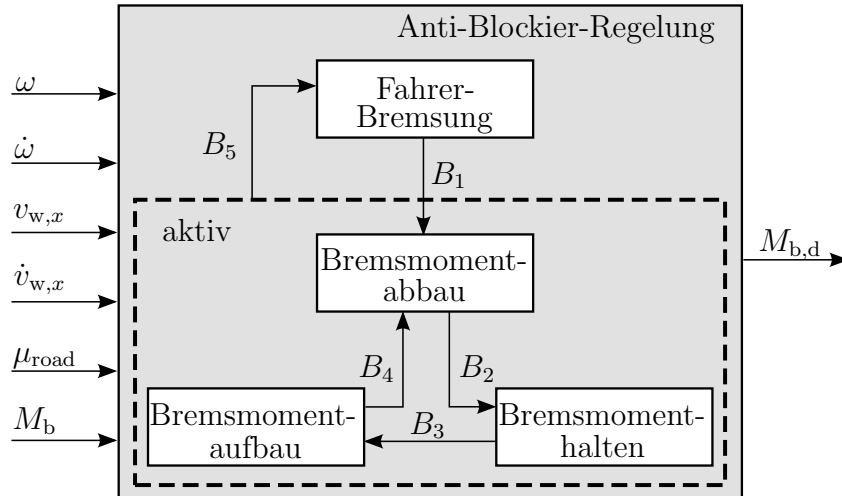


Abbildung 4.1: Anti-Blockier-Regelung in der Form eines Zustandsautomaten mit entsprechenden Ein- und Ausgängen.

- der *Bremsmomentaufbau*.

Im Unterschied zu den Arbeiten aus der Literatur, wird auch die *Fahrerbremsung*, während derer die Anti-Blockier-Regelung inaktiv bleibt, als einer der Regelmodi definiert. Dabei werden die Bedingungen B_1 bis B_5 , die zum Umschalten zwischen den einzelnen Regelmodi dienen, modellbasiert mit Hilfe der benötigten Systemgrößen \mathbf{z}_{ABS} sowie der Systemparameter \mathbf{p}_{ABS} in Form von (Un-)gleichungen festgelegt:

$$B_i : f_i(\mathbf{z}_{ABS}, \mathbf{p}_{ABS}) \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, 5, \quad \mathbf{p}_{ABS} \in D_p, \quad (4.1)$$

$$\mathbf{z}_{ABS} = [\omega, \dot{\omega}, v_{w,x}, \dot{v}_{w,x}, \mu_{road}, M_b]^T \in D_z \subseteq \mathbb{R}^6.$$

Ebenfalls wird während der aktiven Anti-Blockier-Regelung das Soll-Bremsmoment $M_{b,d}$ anhand der Systemgrößen \mathbf{z}_{ABS} sowie der Systemparameter \mathbf{p}_{ABS} bestimmt:

$$M_{b,d} = \Psi_{Mod}(\mathbf{z}_{ABS}, \mathbf{p}_{ABS}), \quad (4.2)$$

$$Mod = \{Bremsmomentabbau, Bremsmomenthalten, Bremsmomentaufbau\}.$$

In diesem Abschnitt wird darauf verzichtet, auf die Berechnung der einzelnen Umschaltbedingungen und des Soll-Bremsmomentes einzugehen. Dies wird im Detail im nachfolgenden Abschnitt 4.4 beschrieben.

Im Folgenden wird das Regelungsprinzip anhand der Kraftschluss-Schlupf-Kurve für die normierte Längskraft aus Abschnitt 2.2 erläutert. Dabei wird ein ausgeprägtes lokales Maximum in der Kraftschluss-Schlupf-Kurve vorausgesetzt, siehe Abb. 4.2. Mit Hilfe der Kraftschluss-Schlupf-Kurve lässt sich die Wirkung der einzelnen Regelmodi auf den Bremschlupfverlauf veranschaulichen. Im Regelmodus *Fahrerbremsung* hat der Fahrer den direkten Durchgriff auf den Bremsaktuator. Die aufgebrauchte Pedalkraft wird dabei in ein entsprechendes Bremsmoment M_b am Rad umgewandelt. Mit steigendem Bremsmoment am Rad nimmt der Bremschlupf λ immer zu, damit die Längskraft Φ_{fx} zunächst das Maximum der Kraftschluss-Schlupf-Kurve bei λ_{max} erreicht und danach wieder abnimmt, siehe Abb. 4.2(a). Sobald der optimale Bremschlupf λ_{max} , bei dem

die Längskraft ihr Maximum erreicht, überschritten wird, besteht die Gefahr der Radblockierung. Anhand der Systemgrößen z_{ABS} lässt sich die Blockierneigung des Rades rechtzeitig erkennen, und es folgt eine aktive Anti-Blockier-Regelung mit dem Regelmodus *Bremsmomentabbau*. Wie in Abb. 4.2(b) dargestellt, wird durch den Bremsmomentabbau der vorliegende positive Schlupfgradient $\dot{\lambda} > 0$ gestoppt und anschließend in einen negativen Schlupfgradienten $\dot{\lambda} < 0$ umgekehrt. Damit wird eine weitere Zunahme von λ in Richtung des Blockierschlupfes λ_b verhindert. Nachdem das Rad durch den Bremsmomentabbau wieder stabilisiert wird, beginnt der Regelmodus *Bremsmomenthalten*. In Abschnitt 3.2.2 wurde bereits gezeigt, dass aufgrund des vorliegenden negativen Schlupfgradienten der Bremschlupf während des Bremsmomenthaltens in Richtung des stabilen Astes der Bifurkationskurve zurückkehrt. Am Ende des Bremsmomenthaltens befindet sich der Schlupf erneut links vom kritischen Bremschlupf λ_{cr} und somit auch links von λ_{max} , siehe Abb. 4.2(c). Der nachfolgende Regelmodus *Bremsmomentaufbau* sorgt dafür, dass durch den kontrollierten Bremsmomentaufbau der Bremschlupf wiederum den optimalen Bremschlupf λ_{max} erreicht, siehe Abb. 4.2(d). Nach dem Bremsmomentaufbau folgt erneut der Bremsmomentabbau. Es beginnt eine zyklische Wiederholung der drei Regelmodi (\rightarrow Bremsmomentabbau \rightarrow Bremsmomenthalten \rightarrow Bremsmomentaufbau \rightarrow).

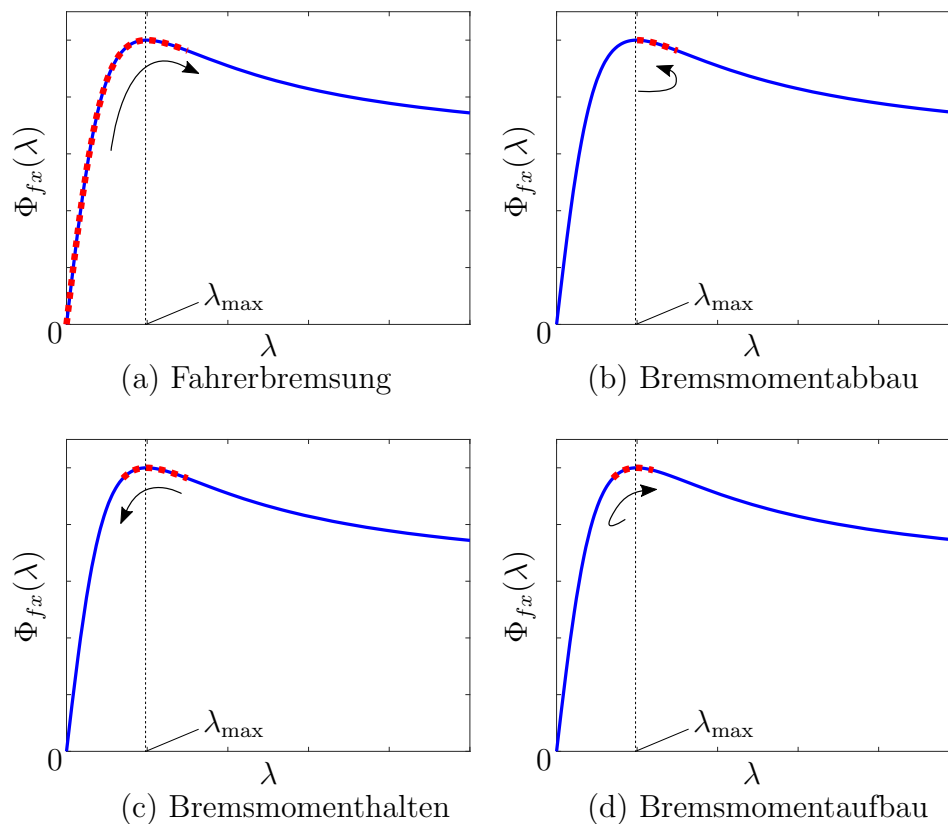


Abbildung 4.2: Wirkungsprinzip der Arbeitsmodi auf den Schlupfverlauf.

In Abb. 4.3 wird der Wirkungsbereich der vorgeschlagenen Anti-Blockier-Regelung dargestellt. Dabei stellt der Grenzschlupf λ_{lim} eine obere Grenze für den Schlupf dar. Dieser soll in keinem Fall während der Anti-Blockier-Regelung überschritten werden. Zusätzlich ist neben λ_{max} auch der kritische Bremschlupf λ_{cr} in Abb. 4.3 eingezeichnet. Damit wird deutlich, dass der optimale Bremschlupf λ_{max} , bei welchem die Bremskraft ihr Maximum

erreicht, auf dem instabilen Ast liegt und somit stationär nicht erreichbar ist (vgl. die Bifurkationskurve in Abb. 3.4). Allerdings lässt sich durch die zyklische Umschaltung der Regelmodi der Bremschlupf immer in der Nähe von λ_{\max} halten. Dadurch kann die Bremskraft optimal ausgenutzt und ein kürzerer Bremsweg erzielt werden. Außerdem werden innerhalb des Wirkungsbereichs die Stabilität sowie die Lenkbarkeit des Fahrzeugs immer gewährleistet.

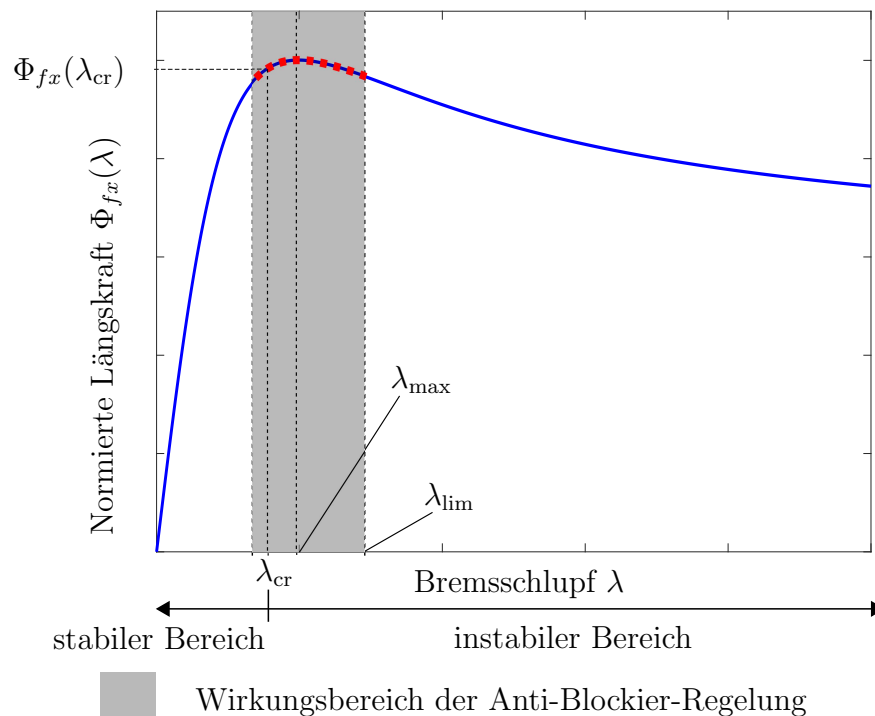


Abbildung 4.3: Normierte Längskraft und Wirkungsbereich der Anti-Blockier-Regelung.

Bemerkung 4.1. (Einschränkung des Regelungsprinzips):

Beim Regelungsprinzip des vorgeschlagenen Anti-Blockier-Reglers wird von einer Vollbremsung auf homogener Fahrbahnoberfläche ausgegangen. Die Sonderfahrtsituationen, wie μ -Sprung¹ und μ -Split², werden im Umfang dieser Arbeit nicht berücksichtigt. Um die große Anzahl der Sonderfahrtsituationen zu bewerkstelligen, sind viele zusätzliche Regeln notwendig (vgl. [AHPL08] für μ -Sprung und [BB17] für μ -Split).

4.3 Analyse des ABS-Grenzyklus

Nachdem in Abschnitt 4.2 das Regelungsprinzip für eine schaltende Anti-Blockier-Regelung zum Konstruieren eines Grenzyklus um den optimalen Bremschlupf λ_{\max} vorgestellt wurde, werden nun die Existenz und die Stabilität des ABS-Grenzyklus untersucht. Im Allgemeinen ist ein Grenzyklus in der Systemtheorie ein isolierter periodischer Orbit eines

¹Fahrmanöver mit sprunghafter Änderung des Straßenreibwertes werden als μ -Sprung-Manöver bezeichnet.

²Fahrmanöver mit extrem unterschiedlichen Straßenreibwerten auf beiden Fahrzeugseiten werden als μ -Split-Manöver bezeichnet, bei denen die Fahrzeugstabilität nur mit Hilfe vom Fahrsicherheitssystem wie z.B. einer Anti-Blockier-Regelung gewährleistet werden kann.

autonomen Differentialgleichungssystem (vgl. Anhang C.1). Ein stabiler Grenzyklus besitzt die Eigenschaft, dass alle benachbarten Trajektorien für die Zeit $t \rightarrow +\infty$ gegen den Grenzyklus konvergieren. Ein bekanntes Werkzeug zur Untersuchung der Eigenschaft eines periodischen Orbits ist die sogenannte *Poincaré-Abbildung*³.

Die Methode der Poincaré-Abbildung zur Analyse des ABS-Grenzyklus wurde in [YKS90, KY92] eingeführt. Dabei wurde die Kraftschluss-Schlupf-Kurve als stückweise linear angenommen. In [WFZ01] wurde eine nichtlineare Kraftschluss-Schlupf-Kurve bei der Analyse verwendet. Zum Nachweis der lokalen Stabilität des ABS-Grenzyklus wurde aber die Ableitung der Poincaré-Abbildung numerisch berechnet. In [TOB⁺07] und [KKM17] wurde die Stabilität des ABS-Grenzyklus analytisch gezeigt, allerdings wurde von einer konstanten Fahrgeschwindigkeit ausgegangen. In [PL06] wurde die Einschränkung der konstanten Fahrgeschwindigkeit durch Einführung einer neuen Zeitskalierung aufgehoben. Jedoch wurde bei der Analyse keine dynamische Radlastverteilung berücksichtigt, welche eine direkte Übertragung der Ergebnisse auf das Komplettfahrzeug erschwert.

Im Folgenden wird zur Untersuchung des ABS-Grenzyklus eine analytische Methode basierend auf der Poincaré-Abbildung vorgestellt. Dabei werden Einschränkungen, wie die stückweise lineare Kraftschluss-Schlupf-Kurve, konstante Fahrgeschwindigkeit sowie konstante Radlastverteilung, aufgehoben. Aufgrund der radindividuellen Arbeitsweise des Anti-Blockier-Reglers lässt sich das in Abschnitt 3.1 hergeleitete Viertel-Fahrzeug-Modell weiterhin als Streckenmodell verwenden.

4.3.1 Existenz des ABS-Grenzyklus

Wie in Abschnitt 4.2 beschrieben, wird während der aktiven Anti-Blockier-Regelung das Bremsmoment M_b je nach Regelmodus anders bestimmt (vgl. (4.2)). So stellt M_b für das dynamische System eine neue Zustandsgröße neben v_x und λ dar. Dadurch entsteht ein System dritter Ordnung, was die Analyse des ABS-Grenzyklus deutlich erschwert. Die Systemordnung lässt sich aber durch die Einführung einer neuen Zeitskalierung [PLLG12]

$$d\tau = \frac{1}{v_x} dt$$

wieder reduzieren. Dabei wird die zeitliche Ableitung mit der neuen Zeitskalierung wie folgt definiert:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = \frac{1}{v_x} \frac{dx}{d\tau} = \frac{1}{v_x} x'. \quad (4.3)$$

Einsetzen von (4.3) in (3.8b) ergibt

$$\lambda' = -\frac{R}{J_w} (T_e(\lambda) - M_b),$$

wobei die zeitvariable Fahrgeschwindigkeit v_x durch die neue Zeitskalierung eliminiert wird. Wählt man die Bremsmomentgradienten der jeweiligen Regelmodi wie folgt aus

$$\bar{u} = \begin{cases} \bar{u}_{\text{inc}}, & \text{Bremsmomentaufbau,} \\ -\bar{u}_{\text{dec}}, & \text{Bremsmomentabbau,} \\ 0, & \text{Bremsmomenthalten,} \end{cases} \quad (4.4)$$

³Eine detaillierte Beschreibung der *Poincaré-Abbildung* ist in Anhang C.1 zu finden.

wobei \bar{u}_{inc} und \bar{u}_{dec} jeweils die konstanten positiven Bremsmomentgradienten beim Auf- und Abbau bezeichnen, so erhält man schließlich ein autonomes Hybridsystem zweiter Ordnung

$$\lambda' = -\frac{R}{J_w} (T_e(\lambda) - M_b), \quad (4.5a)$$

$$M_b' = \bar{u} \quad (4.5b)$$

mit dem Zustand

$$\mathbf{x}_{\text{limcyc}} = [\lambda, M_b]^T.$$

In Abb. 4.4 werden im Phasenraum $\mathcal{P}_{\text{limcyc}} := \{(\lambda, M_b) | \lambda \in [0, 1], M_b \geq 0\}$ die Trajektorien jeweils beim Auf- und Abbau des Bremsmomentes gezeigt⁴. Ähnlich wie in Abb. 3.4 wird auch die Bifurkationskurve als Isolinie

$$\mathcal{L}_\lambda := \{(\lambda, M_b) | \lambda' = 0\}$$

im Phasenraum dargestellt. Außerdem wird in Abb. 4.4 eine weitere Isolinie

$$\mathcal{L}_\omega := \{(\lambda, M_b) | \omega' = 0\}$$

eingeführt.

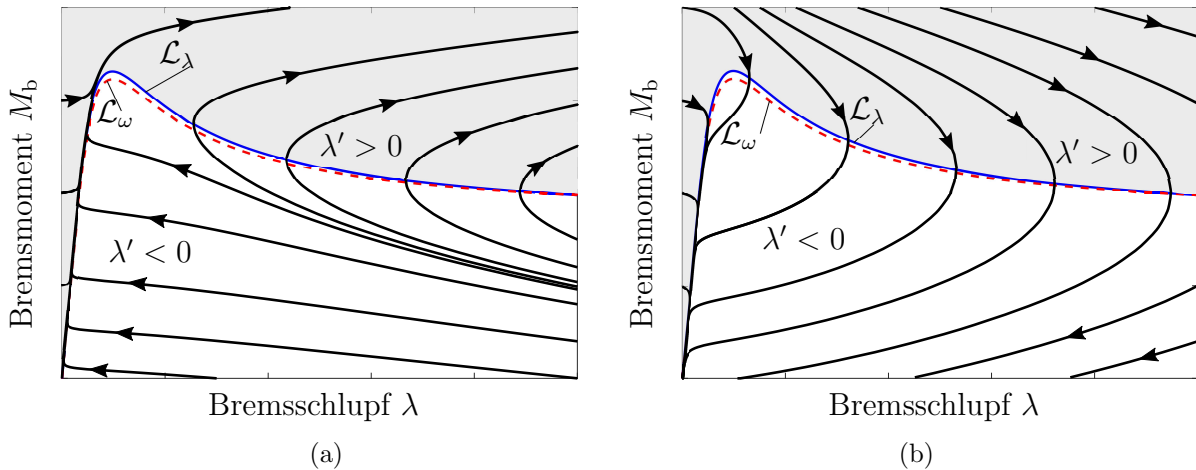


Abbildung 4.4: Phasenraumdarstellung des ABS-Grenzyklus: (a) beim Bremsmomentaufbau, (b) beim Bremsmomentabbau.

Wie in Abb. 4.5 demonstriert, wird das Erreichen der Isolinie \mathcal{L}_ω als Bedingung sowohl für die Umschaltung von *Bremsmomentabbau* zu *Bremsmomenthalten*, als auch für die Umschaltung von *Bremsmomenthalten* zu *Bremsmomentaufbau* verwendet. Es handelt sich also um eine sogenannte *symmetrische* Umschaltbedingung für die schaltende Anti-Blockier-Regelung, welche im folgenden Abschnitt 4.4 diskutiert wird. Dabei wird wie bei der Kraftschluss-Schlupf-Kurve ebenfalls ein eindeutiges lokales Maximum bei λ_{max} vorausgesetzt. Zusätzlich ist in Abb. 4.5 zu erkennen, dass eine Umschaltung von *Bremsmomentaufbau* zu *Bremsmomentabbau* stattfindet, sobald die Schlupfschwelle λ_{dec} überschritten wird.

⁴Für die Trajektorien während des Bremsmomenthaltens wird auf Abb. 3.3 in Abschnitt 3.2.2 verwiesen.

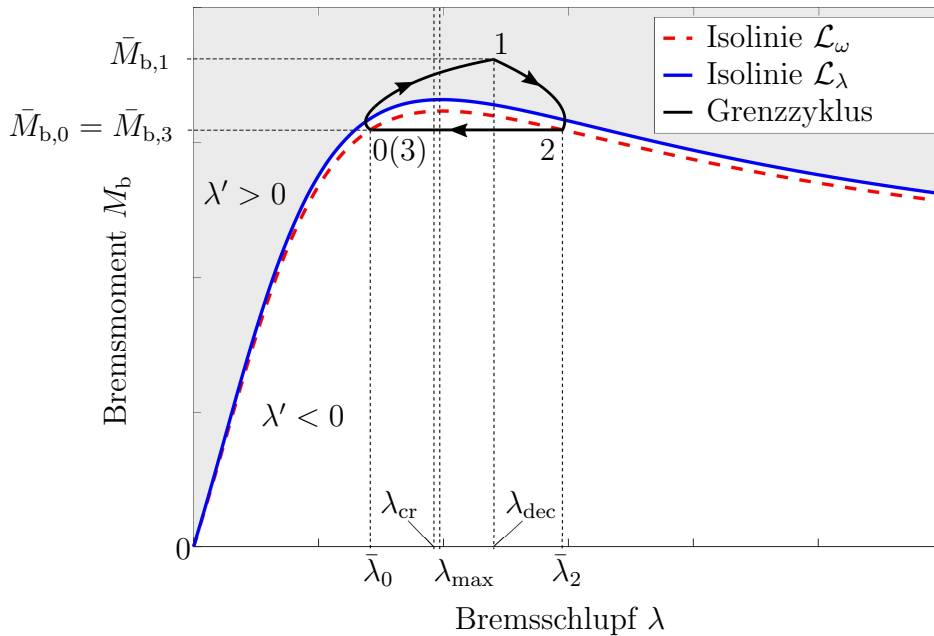


Abbildung 4.5: Grenzzzyklus-Verhalten durch schaltende Anti-Blockier-Regelung.

Zum Konstruieren der Poincaré-Abbildung des ABS-Zyklus wird die Isolinie \mathcal{L}_ω als *Hyperkurve* der Poincaré-Abbildung definiert (vgl. Anhang C.1). Betrachtet werden der Start- und Endpunkt eines beliebigen ABS-Zyklus in der Reihenfolge:

$$\text{Punkt } 0 (\text{Startpunkt}) \xrightarrow{\text{Aufbau}} \text{Punkt } 1 \xrightarrow{\text{Abbau}} \text{Punkt } 2 \xrightarrow{\text{Halten}} \text{Punkt } 3 (\text{Endpunkt}),$$

siehe Abb. 4.5. Da die Trajektorie \mathcal{T} des autonomen Hybridsystems zweiter Ordnung (4.5) durch die Anfangsbedingung $\bar{\mathbf{x}}_0 = [\bar{\lambda}_0, \bar{M}_{b,0}]^T \in D_{\bar{\mathbf{x}}_0} \subseteq \mathbb{R}^2$ eindeutig definiert ist, wird der Endpunkt ebenfalls dadurch eindeutig bestimmt:

$$\bar{\lambda}_3 = \Phi_{\bar{\lambda}_3}(\bar{\mathbf{x}}_0), \quad (4.6a)$$

$$\bar{M}_{b,3} = \Phi_{\bar{M}_{b,3}}(\bar{\mathbf{x}}_0). \quad (4.6b)$$

Da sowohl der Startpunkt als auch der Endpunkt auf der Hyperkurve und zugleich der Isolinie \mathcal{L}_ω liegen, genügen sie entsprechend (3.4) für $\omega' = 0$ den Bedingungen

$$\bar{M}_{b,0} = F_z \mu_{\text{road}} \Phi_{f_x}(\bar{\lambda}_0) R, \quad (4.7a)$$

$$\bar{M}_{b,3} = F_z \mu_{\text{road}} \Phi_{f_x}(\bar{\lambda}_3) R. \quad (4.7b)$$

Unter Verwendung der Bedingungen (4.7) kann das ursprünglich zweidimensionale Problem von (4.6) durch die eindimensionale Abbildung

$$\bar{\lambda}_3 = P_{\text{ABS}}(\bar{\lambda}_0)$$

dargestellt werden. Dabei entspricht P_{ABS} der konstruierten Poincaré-Abbildung des ABS-Zyklus.

Eine notwendige Bedingung für die Existenz eines ABS-Grenzzzyklus ist, dass der Start- und Endpunkt des ABS-Zyklus mit $\bar{\lambda}_0 = \bar{\lambda}_3$ zusammenfallen und daraus folgt

$$\bar{\lambda}_0 = P_{\text{ABS}}(\bar{\lambda}_0). \quad (4.8)$$

Damit gilt $\bar{\lambda}_0$ als Gleichgewichtspunkt der konstruierten Poincaré-Abbildung P_{ABS} . Dies bedeutet, dass eine Trajektorie, die bei $\bar{\mathbf{x}}_0$ beginnt, nach endlicher Zeit wieder nach $\bar{\mathbf{x}}_0$ zurückkehrt. Somit bildet eine solche Trajektorie einen geschlossenen Orbit im originalen zweidimensionalen dynamischen System (4.5), welcher eine Voraussetzung für einen möglichen Grenzzzyklus darstellt (vgl. Definition C.1 und C.2 in Anhang C.1).

Allerdings besitzt (4.8) aufgrund der Nichtlinearität keine analytische Lösung und kann nur näherungsweise mit Hilfe numerischer Verfahren bestimmt werden (vgl. [WFZ01] und [ST10]). Die Existenz des ABS-Grenzzzyklus lässt sich aber zeigen, wenn bestimmte Bedingungen erfüllt sind, ohne es explizit lösen zu müssen.

Lemma 4.1. (Hinreichende Bedingung für die Existenz des ABS-Grenzzzyklus):

Es existiert mindestens ein Grenzzzyklus im System (4.5), falls

- *zwischen der Trajektorie des Startpunktes $\bar{\mathbf{x}}_{0,\min} = \mathbf{0}$ und der Isolinie \mathcal{L}_ω nach dem ersten Bremsmomentabbau ein Schnittpunkt existiert und*
- *zwischen der Trajektorie des Startpunktes $\bar{\mathbf{x}}_{0,\max} = [\lambda_{\text{dec}}, M_{\text{b,dec}}]^T$ und der Isolinie \mathcal{L}_ω nach dem ersten Bremsmomentabbau ebenfalls ein Schnittpunkt existiert und*
- *die Wahl der Schlupfschwelle λ_{dec} der Bedingung*

$$\lambda_{\text{dec}} \geq \lambda_{\text{max}} \quad (4.9)$$

genügt.

Beweis von Lemma 4.1. *Der Beweis findet sich in Anhang C.2.*

4.3.2 Stabilität des ABS-Grenzzzyklus

In diesem Abschnitt wird die Stabilität des ABS-Grenzzzyklus untersucht. Eine aus der Literatur [Str94, Wig03] bekannte Methode zur Untersuchung der Stabilität eines periodischen (geschlossenen) Orbits ist die Bestimmung der Ableitung der dazugehörigen Poincaré-Abbildung.

Im Fall des ABS-Grenzzzyklus wird ein benachbarter Punkt λ_0 mit kleiner Verschiebung $\delta_{\bar{\lambda}_0}$ zum Gleichgewichtspunkt $\bar{\lambda}_0$ betrachtet (siehe Abb. 4.6):

$$\lambda_0 = \bar{\lambda}_0 + \delta_{\bar{\lambda}_0}.$$

Für kleine Verschiebungen gilt durch die Linearisierung

$$P_{\text{ABS}}(\lambda_0) = P_{\text{ABS}}(\bar{\lambda}_0 + \delta_{\bar{\lambda}_0}) = P_{\text{ABS}}(\bar{\lambda}_0) + \frac{dP_{\text{ABS}}}{d\lambda}(\bar{\lambda}_0) \delta_{\bar{\lambda}_0} + \mathcal{O}(\delta_{\bar{\lambda}_0}^2),$$

wobei $\frac{dP_{\text{ABS}}}{d\lambda}(\bar{\lambda}_0)$ die Ableitung der skalaren Poincaré-Abbildung um den Punkt $\bar{\lambda}_0$ bezeichnet und $\mathcal{O}(\delta_{\bar{\lambda}_0}^2)$ das Restglied höherer Ordnung. Gemäß des Korollars C.1 ist der ABS-Grenzzzyklus *lokal* asymptotisch stabil, falls die Ableitung der skalaren Poincaré-Abbildung der Bedingung

$$\frac{dP_{\text{ABS}}}{d\lambda}(\bar{\lambda}_0) < 1$$

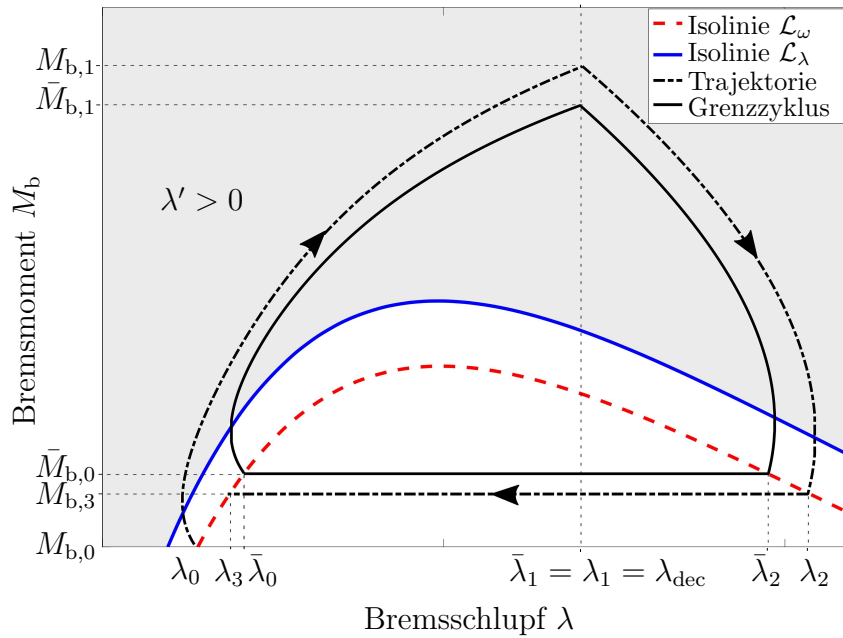


Abbildung 4.6: Stabilität des ABS-Grenzzzyklus.

genügt. Dennoch fehlt aufgrund der Einschränkungen dieser Methode eine Aussage über die globale Stabilität des ABS-Grenzzzyklus.

Es sei angemerkt, dass der ABS-Grenzzzyklus *global* stabil bleibt, falls zusätzlich zu Lemma 4.1 aufgezeigt werden kann, dass nur ein einziger Grenzzzyklus für das betrachtete System (4.5) existiert⁵. Dies ist genau dann der Fall, wenn die Bedingung im folgenden Lemma erfüllt ist.

Lemma 4.2. *Es sei $\bar{\lambda}_0$ ein Gleichgewichtspunkt der Poincaré-Abbildung (4.8) des autonomen Systems (4.5), und $\bar{\lambda}_2$ sei der dazugehörige Punkt zu $\bar{\lambda}_0$ auf dem fallenden Ast der Kraftschluss-Schlupf-Kurve Φ_{f_x} für die normierte Längskraft, wobei $\Phi_{f_x}(\bar{\lambda}_0) = \Phi_{f_x}(\bar{\lambda}_2)$ gilt. Falls die Bremsmomentgradienten \bar{u}_{inc} und \bar{u}_{dec} so gewählt werden können, dass*

$$\frac{\bar{u}_{\text{inc}}}{1 - \bar{\lambda}_0} < -\frac{\bar{u}_{\text{dec}}}{1 - \bar{\lambda}_2} \frac{\frac{\partial \Phi_{f_x}}{\partial \lambda}(\bar{\lambda}_0)}{\frac{\partial \Phi_{f_x}}{\partial \lambda}(\bar{\lambda}_2)} \quad (4.10)$$

erfüllt ist, dann existiert für das betrachtete System genau ein einziger Grenzzzyklus.

Beweis von Lemma 4.2. *Der Beweis von Lemma 4.2 findet sich in Anhang C.3.*

Interessanterweise führt die Untersuchung der Ableitung der skalaren Poincaré-Abbildung $\frac{dP_{\text{ABS}}}{d\lambda}(\bar{\lambda}_0)$ zum exakt gleichen Ergebnis wie (4.10).

⁵In diesem Fall werden alle Trajektorien mit Startpunkten $\bar{x}_0 \in D_{\mathbf{x}_0} = [\bar{x}_{0,\text{min}}, \bar{x}_{0,\text{max}}]$ gegen den gleichen Grenzzzyklus konvergieren, vgl. die Diskussion in Anhang C.2.

Bemerkung 4.2. (Einfluss systembedingter Totzeiten auf das Grenzyklus-Verhalten): *Systembedingte Totzeiten findet man praktisch in nahezu allen technischen Systemen. Darunter sind hauptsächlich die Totzeiten aus der Sensorik und der Aktorik zu verstehen. Während die Totzeiten aus der Sensorik eine verspätete Erkennung des Erreichens der physikalischen Umschaltbedingungen verursachen, wird aufgrund der Totzeiten aus der Aktorik nur verzögert auf die Umschaltung der Anti-Blockier-Regelung reagiert. Schließlich führt all dies zu einer Vergrößerung des ursprünglichen ABS-Grenzyklus ohne Totzeiten, siehe Abb. 4.7.*

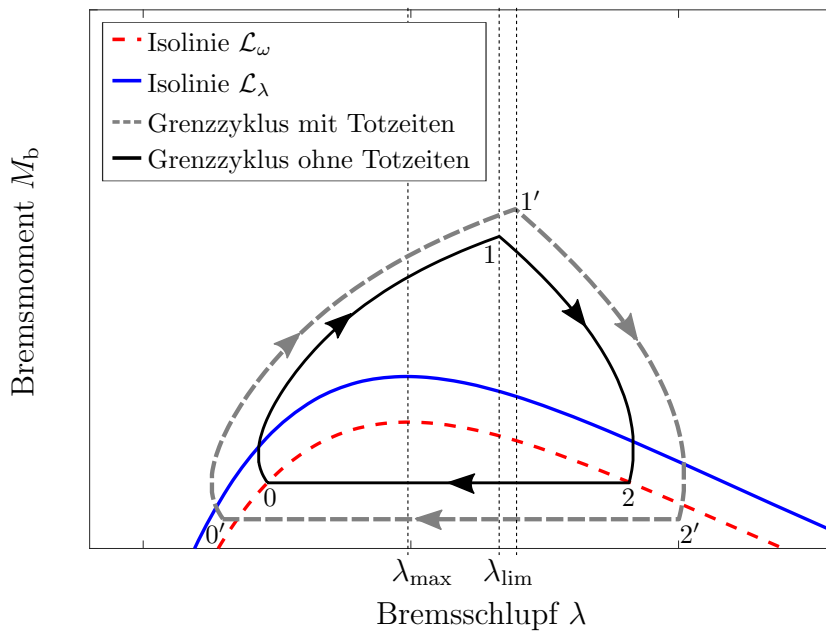


Abbildung 4.7: Grenzyklus-Verhalten der Anti-Blockier-Regelung unter Einfluss der systembedingten Totzeiten.

Durch Lemma 4.1 und Lemma 4.2 wird sichergestellt, dass ein global asymptotisch stabiler ABS-Grenzyklus für den in Abschnitt 4.2 vorgeschlagenen Anti-Blockier-Regler existiert. Dabei wurde vorausgesetzt, dass die Kraftschluss-Schlupf-Kurve Φ_{fx} ein ausgeprägtes lokales Maximum besitzt. Bei der Hyperkurve \mathcal{L}_ω wurde ebenfalls von einem eindeutigen lokalen Maximum ausgegangen. Des Weiteren wurde eine sprunghafte Änderung des Straßenreibungswertes μ_{road} während der Anti-Blockier-Regelung ausgeschlossen. Diese Sonderfälle und deren Auswirkungen auf den ABS-Grenzyklus werden in Anhang C.4 ausführlich erläutert.

4.4 Reglerentwurf

Alle Existenz- und Stabilitätsbedingungen des ABS-Grenzyklus im vorherigen Abschnitt wurden mit Hilfe der Zeitskalierung $d\tau = \frac{1}{v_x} dt$ in der neuen Zeit durchgeführt. Was der ABS-Grenzyklus für die einzelnen Zustandsgrößen im ursprünglichen Zeitraum bedeutet, wird anhand der Simulation in Abb. 4.8 demonstriert. Dabei werden die Simulationsergebnisse einer Vollbremsung mit dem vorgeschlagenen Anti-Blockier-Regler dargestellt⁶.

Aus Abb. 4.8(a) ist ein stabiler ABS-Grenzyklus gut zu erkennen, während in Abb. 4.8(b) die zeitlichen Verläufe der einzelnen Zustandsgrößen dargestellt sind. Dabei ist mit sinkender Fahrgeschwindigkeit v_x eine immer stärkere Schlupfdynamik zu beobachten. Es gilt gemäß (3.7) $\dot{\lambda} \rightarrow +\infty$ für $v_x \rightarrow 0$. Damit der ABS-Grenzyklus bei steigender Schlupfdynamik weiterhin existiert, ist ein immer schnellerer Auf- bzw. Abbau des Bremsmomentes erforderlich ($\dot{M}_b \rightarrow \infty$ für $v_x \rightarrow 0$). Dies lässt sich ebenfalls durch eine Rücktransformation von (4.5b) in die ursprüngliche Zeit verdeutlichen:

$$\dot{M}_b = \begin{cases} \frac{1}{v_x} \bar{u}_{inc}, & \text{Bremsmomentaufbau,} \\ -\frac{1}{v_x} \bar{u}_{dec}, & \text{Bremsmomentabbau,} \\ 0, & \text{Bremsmomenthalten.} \end{cases}$$

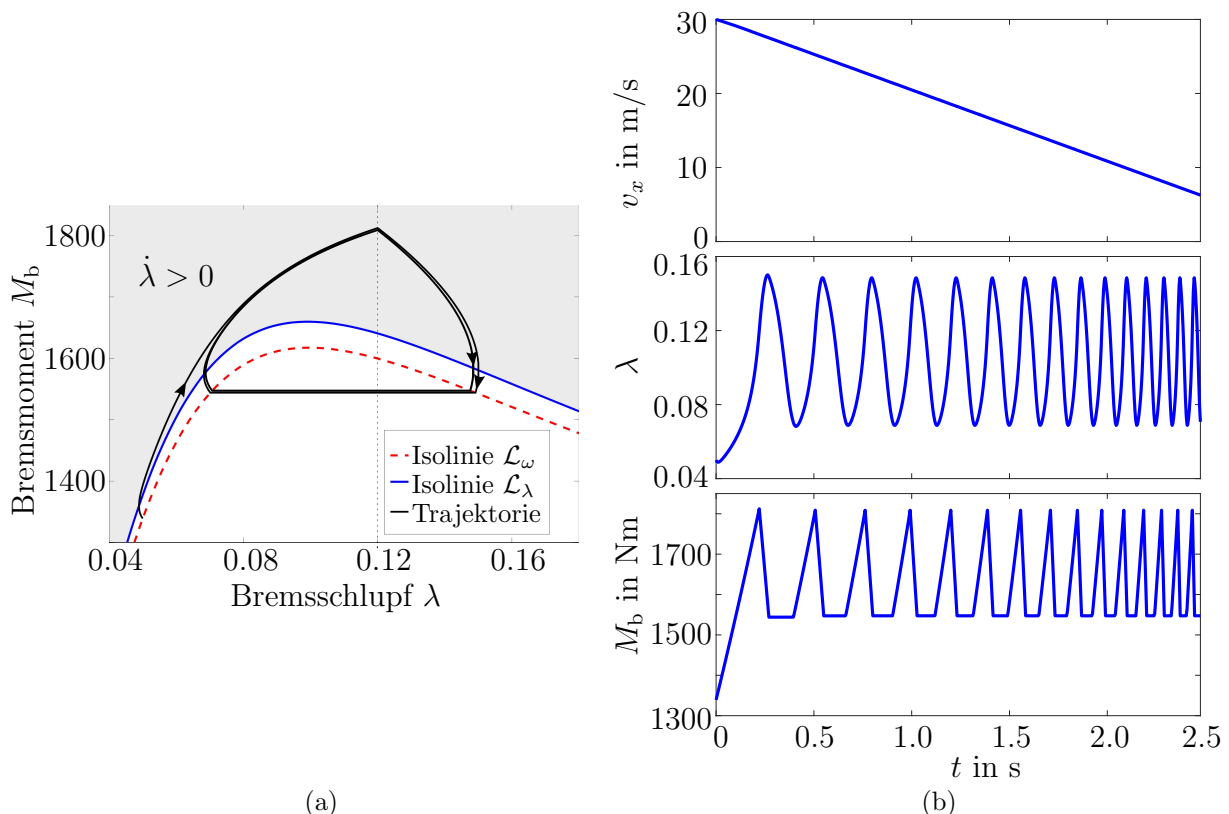


Abbildung 4.8: Beispiel eines ABS-Grenzyklus: (a) Phasenraumdarstellung, (b) zeitliche Verläufe der Fahrgeschwindigkeit v_x , des Bremsschlupfes λ sowie des Bremsmomentes M_b .

⁶Als Streckenmodell wurde das in Abschnitt 3.1 hergeleitete Viertel-Fahrzeug-Modell verwendet.

Aus diesem Grund ist in der Praxis ein strenger ABS-Grenzyklus aufgrund der Stelldynamikbegrenzungen der realen Bremsaktuatoren nicht realisierbar. Damit der ABS-Grenzyklus trotz der Stelldynamikbegrenzungen der realen Bremsaktuatoren angenähert werden kann, müssen bei der Auslegung der Umschaltbedingungen (4.1) und der Soll-Bremsmomente (4.2) die Stelldynamikbegrenzungen sowie die Aktuatortotzeiten mitberücksichtigt werden, siehe auch [SL12].

4.4.1 Berechnung der Umschaltbedingungen

Im Folgenden werden die Bedingungen B_1 bis B_5 , die zum Umschalten zwischen den einzelnen Regelmodi der vorgeschlagenen Anti-Blockier-Regelung dienen, modellbasiert mit Hilfe der benötigten Systemgrößen z_{ABS} sowie der Systemparameter p_{ABS} in Form von (Un-)gleichungen festgelegt, vgl. Abb. 4.1.

Umschaltbedingung Fahrerbremsung zu Bremsmomentabbau

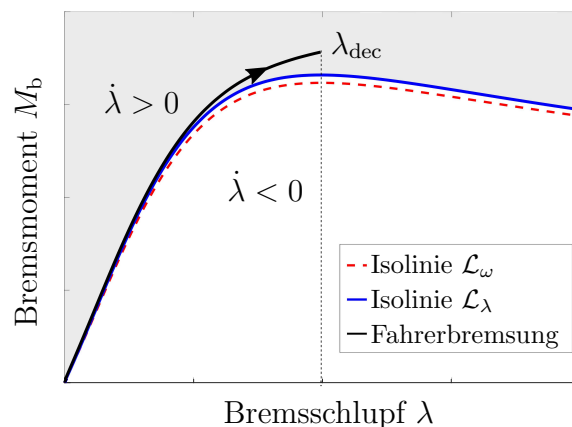


Abbildung 4.9: Umschaltung von Fahrerbremsung zu Bremsmomentabbau.

Wie in Abschnitt 4.2 erläutert, hat der Fahrer im Regelmodus *Fahrerbremsung* den direkten Durchgriff auf den Bremsaktor. Mit steigendem Bremsmoment am Rad wird der Bremsschlupf immer größer. Sobald der optimale Bremsschlupf λ_{max} , bei dem die Längskraft ihr Maximum erreicht, überschritten wird, besteht die Gefahr der Radblockierung. Wählt man nun gemäß Lemma 4.1 eine konstante Schlupfschwelle $\lambda_{\text{dec}} \geq \lambda_{\text{max}}$ zur Erkennung der Blockierneigung des Rades, so wird nach Überschreitung der Schlupfschwelle die Anti-Blockier-Regelung aktiviert und der Regelmodus *Bremsmomentabbau* wird eingeleitet, siehe Abb. 4.9.

Allerdings kann bei einem realen Bremsaktor der Bremsmomentabbau nur bedingt umgesetzt werden. Bis das Rad wieder stabilisiert ist ($\dot{\lambda} = 0$), ist ein weiterer Anstieg des Bremsschlupfes bis zum Grenzschlupf λ_{lim} zu erwarten, wie es in Abb. 4.10 zu sehen ist. Definiert man nun den Bremsschlupfanstieg durch die Totzeit⁷ des Bremsaktuators

⁷Am Beispiel eines hydraulischen Auslassventils entspricht die Totzeit der Anzugsverzugszeit t_1 in Abschnitt 2.3.3.

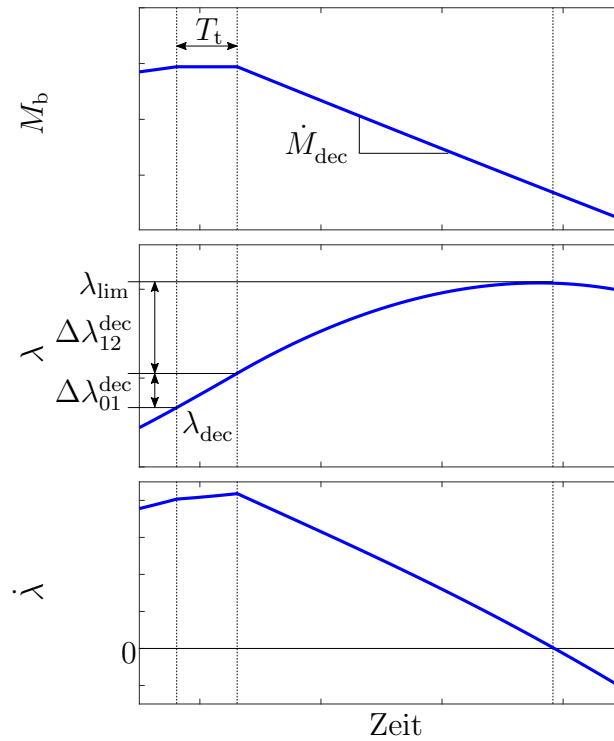


Abbildung 4.10: Zeitliche Verläufe des Bremsmomentes M_b , des Bremsschlupfes λ sowie der Ableitung des Bremsschlupfes $\dot{\lambda}$ während des Bremsmomentabbaus.

als $\Delta\lambda_{01}^{\text{dec}}$ und jenen durch die Gradientenbegrenzung \dot{M}_{dec} des Bremsmomentabbaus als $\Delta\lambda_{12}^{\text{dec}}$, so erhält man für den Grenzschlupf

$$\lambda_{\text{lim}} = \lambda_{\text{dec}} + \Delta\lambda_{01}^{\text{dec}} + \Delta\lambda_{12}^{\text{dec}}, \quad (4.11)$$

wobei der Bremsschlupfanstieg aufgrund der Totzeit T_t des Bremsaktuators als

$$\begin{aligned} \Delta\lambda_{01}^{\text{dec}} &= \Phi_{\Delta\lambda_{01}^{\text{dec}}}(T_t, \mathbf{z}_{\text{ABS}}, \mathbf{p}_{\text{ABS}}), \quad \mathbf{p}_{\text{ABS}} \in D_{\mathbf{p}}, \\ \mathbf{z}_{\text{ABS}} &= [\omega, \dot{\omega}, v_{w,x}, \dot{v}_{w,x}, \mu_{\text{road}}, M_b]^T \in D_{\mathbf{z}} \subseteq \mathbb{R}^6 \end{aligned}$$

und der Bremsschlupfanstieg durch die Gradientenbegrenzung \dot{M}_{dec} des Bremsmomentabbaus als

$$\Delta\lambda_{12}^{\text{dec}} = \Phi_{\Delta\lambda_{12}^{\text{dec}}}(\dot{M}_{\text{dec}}, \mathbf{z}_{\text{ABS}}, \mathbf{p}_{\text{ABS}})$$

dargestellt werden kann. Der gesamte Anstieg des Bremsschlupfes bis zur Stabilisierung des Rades setzt sich dann aus $\Delta\lambda_{01}^{\text{dec}}$ und $\Delta\lambda_{12}^{\text{dec}}$ zusammen:

$$\Delta\lambda_{\text{dec}} = \Delta\lambda_{01}^{\text{dec}} + \Delta\lambda_{12}^{\text{dec}} = \Phi_{\Delta\lambda_{\text{dec}}}(T_t, \dot{M}_{\text{dec}}, \mathbf{z}_{\text{ABS}}, \mathbf{p}_{\text{ABS}}). \quad (4.12)$$

Eine Herleitung des Bremsschlupfanstiegs $\Delta\lambda_{\text{dec}}$ am Beispiel eines hydraulischen Bremsaktuators ist in Anhang C.5 zu finden⁸.

⁸Ein weiteres Beispiel mit der Annahme einer linearen Aktuatordynamik findet man in [Häm11].

Da entsprechend (3.7) die zeitliche Änderung des Bremsschlupfes mit fallender Fahr- geschwindigkeit unendlich schnell wächst, führt dies beim realen Bremsaktuator zu einem immer stärkeren Anstieg des Bremsschlupfes und bei einer konstanten Schlupfschwelle λ_{dec} wiederum zu einem immer höheren Grenzschlupf λ_{lim} . Dadurch wird der Wirkungsbereich des ABS-Zyklus mit abnehmender Fahrgeschwindigkeit immer größer (vgl. Abb. 4.3) und eine optimale Ausnutzung der maximalen Bremskraft ist nicht mehr gewährleistet.

Um den Wirkungsbereich des ABS-Zyklus stets in der Nähe des optimalen Brems- schlupfes zu halten, wird statt eines Festwertes die Schlupfschwelle λ_{dec} modellbasiert bestimmt. Damit der ABS-Grenzzyklus aus Abschnitt 4.3.1 angenähert werden kann, wird der Grenzschlupf λ_{lim} so gewählt, dass er weiterhin der Bedingung (4.9) aus Lemma 4.1

$$\lambda_{\text{lim}} \geq \lambda_{\text{max}}$$

genügt. In [MW04, Ise06] wurde gezeigt, dass der optimale Bremsschlupf λ_{max} unmittel- bar in Abhängigkeit von dem Straßenreibwert μ_{road} der Straßenoberfläche steht. Aus diesem Grund wird bei der Wahl des Grenzschlupfes die Information des Straßenreibwertes verwendet:

$$\lambda_{\text{lim}} = \Phi_{\lambda_{\text{lim}}}(\mu_{\text{road}}). \quad (4.13)$$

Setzt man dies zusammen mit (4.12) in (4.11) ein, so ergibt sich die Schlupfschwelle zu

$$\lambda_{\text{dec}} = \lambda_{\text{lim}} - \Delta\lambda_{\text{dec}} = \Phi_{\lambda_{\text{dec}}}(T_t, \dot{M}_{\text{dec}}, \mathbf{z}_{\text{ABS}}, \mathbf{p}_{\text{ABS}}). \quad (4.14)$$

In Abb. 4.11(a) wird in der Phasenraumdarstellung die modellbasierte Schlupfschwelle λ_{dec} aus (4.14) für unterschiedliche Radlängsgeschwindigkeiten $v_{w,x}$ gezeigt. Es ist zu erkennen, dass die Schlupfschwelle λ_{dec} mit fallender Radlängsgeschwindigkeit (und somit steigender Bremsschlupfdynamik) immer weiter abnimmt. Wie in Abb. 4.11(b) exemplarisch gezeigt, muss die Fahrerbremsung mit $v_{w,x} = 10\text{m/s}$ im Vergleich zu höherer Geschwindigkeit bereits frühzeitig bei Punkt 2 beendet werden, um den definierten Grenzschlupf nicht zu überschreiten.

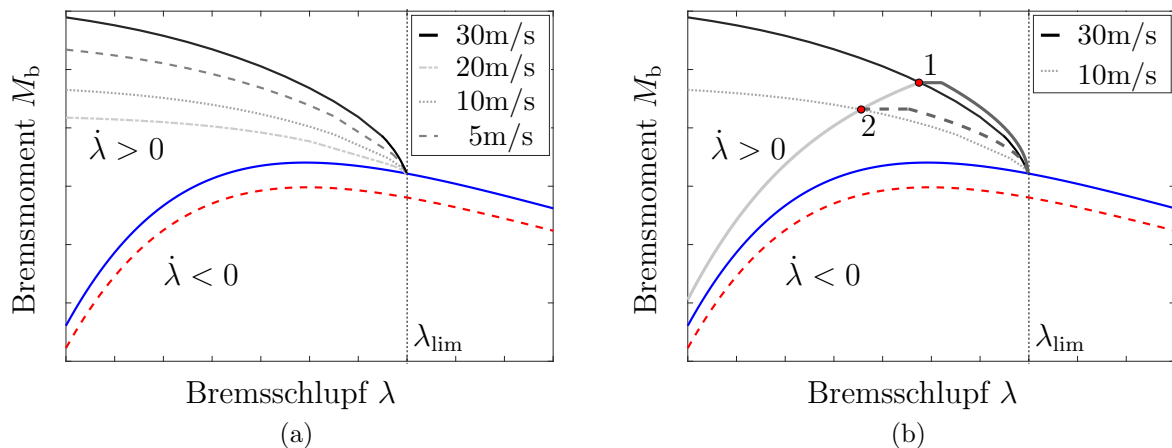


Abbildung 4.11: Umschaltbedingung B_1 abhängig von der Radlängsgeschwindigkeit.

Ebenso kann die Schlupfschwelle λ_{dec} in Abhängigkeit von verschiedenen Gradienten- begrenzungen des Bremsmomentabbaus dargestellt werden, siehe Abb. 4.12(a). Durch eine

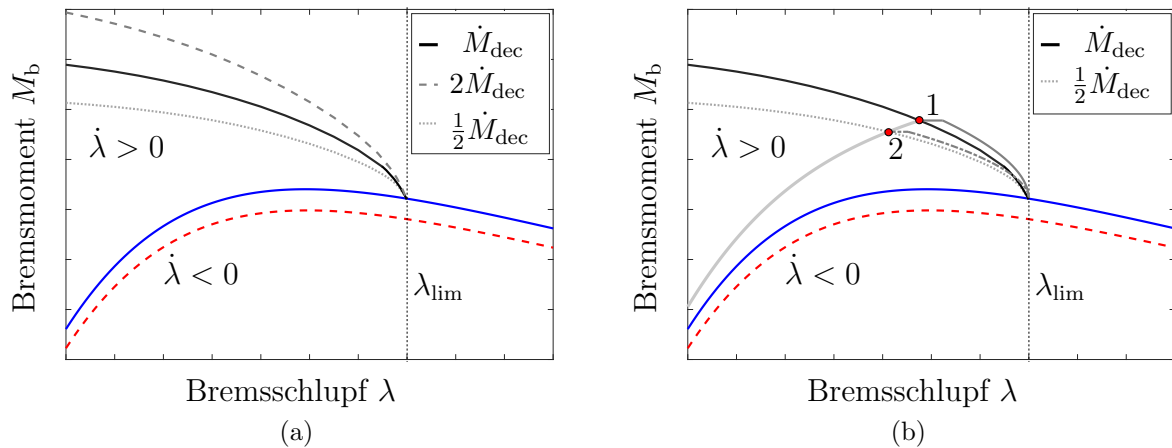


Abbildung 4.12: Umschaltbedingung B_1 abhängig von der Gradientenbegrenzung des Bremsmomentabbaus.

höhere Stelldynamik des Bremsaktuators ist eine spätere Umschaltung auf den Modus *Bremsmomentabbau* erlaubt, wie in Abb. 4.12(b) zu sehen ist.

Vergleicht man den aktuellen Bremschlupf λ mit der Schlupfschwelle λ_{dec} in (4.14), so kann man dadurch die Blockierneigung des Rades während der *Fahrerbremsung* frühzeitig erkennen. Darüber hinaus wird aufgrund der sonst zu hohen Bremschlupfdynamik eine Mindestschwelle $v_{\text{min,on}}$ der Längsgeschwindigkeit für die aktive Anti-Blockier-Regelung eingeführt. Die Umschaltbedingung lautet dann

$$\mathbf{B}_1 : (v_{w,x} > v_{\text{min,on}}) \wedge (\lambda \geq \lambda_{\text{dec}}), \quad \lambda_{\text{dec}} = \lambda_{\text{lim}} - \Delta\lambda_{\text{dec}}$$

für die Fahrerbremsung.

Bemerkung 4.3. (Schlupfschwelle λ_{dec} und Bremsaktuortypen):

Die beschriebenen Effekte der Totzeit des Bremsaktuators und der begrenzten Gradientendynamik des Bremsmomentabbaus lassen sich auf andere Bremsaktuatoren übertragen und somit kann die oben beschriebene Methode ebenfalls bei anderen Bremsaktuortypen eingesetzt werden.

Umschaltbedingung Bremsmomentabbau zu Bremsmomenthalten

Wie in Abb. 4.13 zu sehen ist, wird der zu Beginn vorliegende positive Schlupfgradient, welcher zur Blockierneigung des Rades führt, durch den Regelmodus *Bremsmomentabbau* gestoppt und anschließend in einen negativen Schlupfgradienten umgekehrt. Dadurch wird das Rad wieder stabilisiert. Aus Abb. 4.13 ist ebenfalls zu erkennen, dass der positive sowie der negative Schlupfgradient durch die Isolinie $\mathcal{L}_\lambda := \{(\lambda, M_b) \mid \dot{\lambda} = 0\}$ im Phasenraum getrennt sind, vgl. die Diskussion in Abschnitt 3.2.2. Dabei lässt sich der Schlupfgradient durch die Ableitung von (2.8) als

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{v_{w,x}} \left(-\dot{\omega}R + \frac{\omega R}{v_{w,x}} \dot{v}_{w,x} \right) \quad (4.15)$$

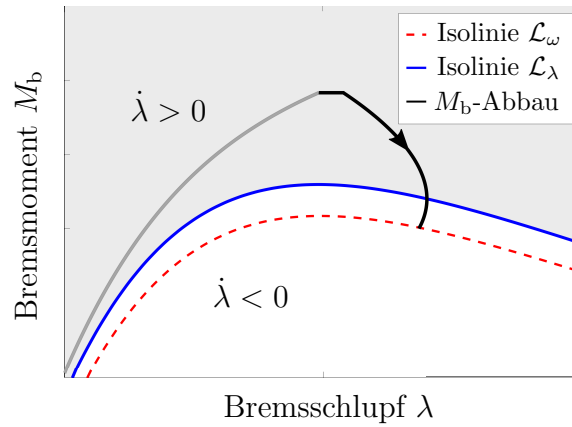


Abbildung 4.13: Umschaltung von Bremsmomentabbau zu Bremsmomenthalten.

darstellen. Aus (4.15) folgt die Beziehung

$$\dot{\lambda} < 0 \Leftrightarrow \dot{\omega} > \frac{\omega}{v_{w,x}} \dot{v}_{w,x}, \quad \forall v_{w,x} > 0,$$

wobei $\frac{\omega}{v_{w,x}} \dot{v}_{w,x} < 0$ für den Fall eines Bremsvorgangs mit $\dot{v}_{w,x} < 0$ gilt.

Wählt man nun als Umschaltbedingung die Radwinkelbeschleunigung $\dot{\omega}$, um eine Restabilisierung des Rades sicherzustellen und damit den Bremsmomentabbau zu beenden

$$\dot{\omega} > \dot{\omega}_{B_2}, \quad (4.16)$$

so muss die Umschaltchwelle $\dot{\omega}_{B_2}$ der Bedingung

$$\dot{\omega}_{B_2} \geq \frac{\omega}{v_{w,x}} \dot{v}_{w,x} \quad (4.17)$$

genügen. Es sei angemerkt, dass die Umschaltchwelle $\dot{\omega}_{B_2}$, ebenso wie \mathcal{L}_λ , als Isolinie im Phasenraum darzustellen ist, siehe die gestrichelte Linie \mathcal{L}_ω in Abb. 4.13.

Zusammen mit (4.16) und (4.17) lässt sich die Umschaltbedingung B_2 als

$$\mathbf{B}_2: \quad \dot{\omega} > \dot{\omega}_{B_2}, \quad \dot{\omega}_{B_2} \geq \frac{\omega}{v_{w,x}} \dot{v}_{w,x}$$

definieren.

Bemerkung 4.4. (Wahl der Umschaltchwelle $\dot{\omega}_{B_2}$):

Aus (3.7) wird ersichtlich, dass die Isolinie für $\lambda = 0$ unter anderem von der Radlast F_z sowie dem Straßenreibungwert μ_{road} abhängt. D.h., bei zu klein gewählter Schwelle $\dot{\omega}_{B_2}$ kann es in der Praxis durch Variation des Straßenreibungwertes bzw. Schwankung der Radlast zu einer falschen Umschaltung kommen, obwohl das Rad noch nicht richtig restabilisiert wurde. Eine zu große Schwelle erhöht zwar die Robustheit, führt aber zur Vergrößerung des ABS-Wirkungsbereichs und damit zur Verschlechterung der Bremsperformance. Daher stellt der in Abschnitt 4.3.1 verwendete Schwellenwert $\dot{\omega}_{B_2} = 0$ einen guten Kompromiss zwischen Robustheit und Performance dar.

Umschaltbedingung Bremsmomenthalten zu Bremsmomentaufbau

Während des Bremsmomenthaltens führt der sich fortsetzende Schlupfgradient mit $\dot{\lambda} < 0$ zu einer weiteren Reduzierung des Schlupfwertes. Das Ziel des Bremsmomenthaltens besteht darin, dass der Bremschlupf, der sich zu Beginn des Bremsmomenthaltens rechts von dem optimalen Schlupf λ_{\max} und somit auf dem instabilen Ast der Kraftschluss-Schlupf-Kurve befindet, während des Bremsmomenthaltens in Richtung des stabilen Astes zurückkehrt, wie in Abb. 4.14 zu erkennen. Am Ende des Bremsmomenthaltens soll sich der Bremschlupf wieder links von dem optimalen Schlupf λ_{\max} befinden.

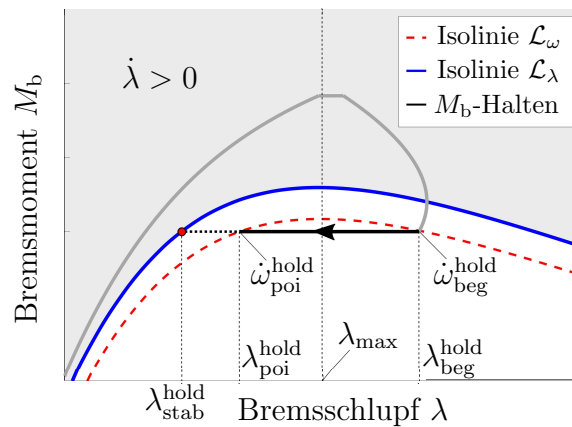


Abbildung 4.14: Umschaltung von Bremsmomenthalten zu Bremsmomentaufbau.

In Anhang C.4.2 wird gezeigt, dass das lokale Maximum der Isolinie \mathcal{L}_ω genau beim optimalen Schlupf λ_{\max} erreicht wird⁹. Dadurch ist sichergestellt, dass die Trajektorie die Isolinie \mathcal{L}_ω zweimal schneidet, einmal am Anfangspunkt $\dot{\omega}_{\text{beg}}^{\text{hold}}$ und durch Bremsmomenthalten nochmals links von λ_{\max} bei $\dot{\omega}_{\text{poi}}^{\text{hold}}$, siehe Abb. 4.14. Da sowohl der Anfangs- als auch der Schnittpunkt (auf Engl. *point of intersection*) auf der Isolinie \mathcal{L}_ω liegen, gilt hier

$$\dot{\omega}_{\text{poi}}^{\text{hold}} = \dot{\omega}_{\text{beg}}^{\text{hold}} = \dot{\omega}_{B_2}.$$

Wird das Bremsmoment über den Schnittpunkt hinaus konstant gehalten, so bewegt sich der Bremschlupf weiterhin nach links, bis der stabile Gleichgewichtspunkt $\lambda_{\text{stab}}^{\text{hold}}$ auf der Isolinie \mathcal{L}_λ endgültig erreicht wird (vgl. die Bifurkationskurve in Abb. 3.4).

Definiert man $\dot{\omega}_{B_3}$ als Umschaltsschwelle zum Beenden des Bremsmomenthaltens, so muss bei der Wahl von $\dot{\omega}_{B_3}$ die Bedingung

$$\frac{\omega}{v_{w,x}} \dot{v}_{w,x} \leq \dot{\omega}_{B_3} \leq \dot{\omega}_{B_2}$$

erfüllt werden, und die Umschaltbedingung B_3 lautet dann

$$B_3: \quad \dot{\omega} \leq \dot{\omega}_{B_3}, \quad \frac{\omega}{v_{w,x}} \dot{v}_{w,x} \leq \dot{\omega}_{B_3} \leq \dot{\omega}_{B_2}.$$

Wählt man nun $\dot{\omega}_{B_3} = \dot{\omega}_{B_2}$ als Umschaltsschwelle, so ergibt sich genau die *symmetrische* Umschaltbedingung, die in Abschnitt 4.3 bei der Analyse des ABS-Grenzyklus verwendet wurde.

⁹Hierbei wird von einem eindeutigen Maximum der Isolinie \mathcal{L}_ω ausgegangen.

Bemerkung 4.5. (Radruck als Umschaltbedingung):

In der Literatur [OG72, GO72, YKS90] wird unter anderem das Über- bzw. Unterschreiten einer Radruckschwelle¹⁰ als Umschaltbedingung für das Bremsmomenthalten vorgeschlagen. Während des Bremsmomenthaltens mit $M_b = \text{konst.}$ ergibt sich durch Ableitung von (2.5)

$$\frac{d\Phi_{fx}}{dt} = \frac{J_w \ddot{\omega}}{F_z \mu_{\text{road}} R},$$

wobei der Straßenreibwert μ_{road} und die Radlast F_z ebenfalls als konstant angenommen werden. Daraus folgt die Beziehung

$$\ddot{\omega} < 0 \Leftrightarrow \frac{d\Phi_{fx}}{dt} < 0. \quad (4.18)$$

Da für den Regelmodus Bremsmomenthalten $\dot{\lambda} < 0$ gilt, folgt aus (4.18)

$$\ddot{\omega} < 0 \Leftrightarrow \frac{\partial \Phi_{fx}}{\partial \lambda} = \frac{d\Phi_{fx}}{dt} \dot{\lambda}^{-1} > 0.$$

D.h., durch Überprüfen der Bedingung $\ddot{\omega} < 0$ lässt sich theoretisch erkennen, ob sich der Bremsschlupf wieder auf dem stabilen Ast der Kraftschluss-Schlupf-Kurve mit positiver Steigung $\frac{\partial \Phi_{fx}}{\partial \lambda} > 0$ befindet. Jedoch ist es in der Praxis äußerst schwierig, aus dem rauschbehafteten Raddrehzahlensignal einen zuverlässigen Wert für den Radruck zu ermitteln. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit auf die Nutzung einer Radruckschwelle als Umschaltbedingung verzichtet.

Umschaltbedingung Bremsmomentaufbau zu Bremsmomentabbau

Da sich am Ende des Bremsmomenthaltens der Bremsschlupf links von dem optimalen Bremschlupf λ_{max} befindet, soll der Regelmodus *Bremsmomentaufbau* dafür sorgen, dass durch einen kontrollierten Bremsmomentaufbau der Bremsschlupf wiederum den optimalen Bremschlupf λ_{max} erreicht, siehe Abb. 4.15.

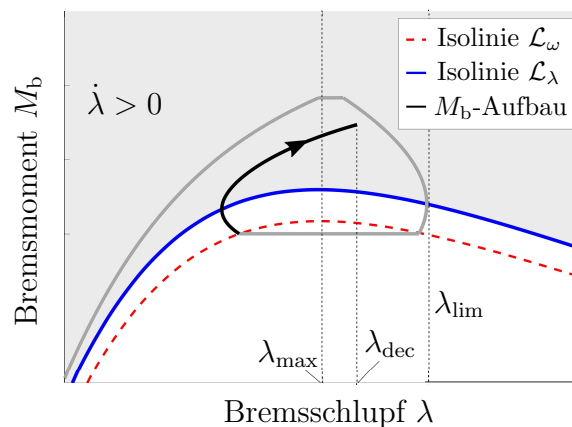


Abbildung 4.15: Umschaltung von Bremsmomentaufbau zu Bremsmomentabbau.

¹⁰Die zweite Ableitung der Raddrehzahl ω wird als Radruck bezeichnet [Ger09].

Ebenso wie bei der Umschaltbedingung B_1 wird während des Bremsmomentaufbaus ständig geprüft, ob der maximal erlaubte Grenzschlupf λ_{lim} durch die Zunahme des Bremschlupfes $\Delta\lambda_{\text{dec}}$ aufgrund der Stelldynamikbegrenzung überschritten wird und somit die Gefahr der Radblockierung besteht:

$$\mathbf{B}_4 : \lambda \geq \lambda_{\text{dec}} \text{ mit } \lambda_{\text{dec}} = \lambda_{\text{lim}} - \Delta\lambda_{\text{dec}}.$$

Umschaltbedingung zur Deaktivierung der Anti-Blockier-Regelung

Die aktive Anti-Blockier-Regelung darf nur eingreifen, wenn der Fahrer stark auf das Bremspedal tritt und dadurch die Gefahr der Radblockierung unmittelbar bevorsteht. Daher wird die Anti-Blockier-Regelung wieder deaktiviert, falls das gewünschte Fahrerbremsmoment $M_{\text{b,driver}}$ das aktuelle Bremsmoment M_{b} des Anti-Blockier-Reglers unterschreitet:

$$M_{\text{b,driver}} \leq (M_{\text{b}} - \Delta M_{\text{b,off}}), \quad \Delta M_{\text{b,off}} > 0.$$

Hierbei kann das Fahrerbremsmoment $M_{\text{b,driver}}$ bei einem hydraulischen Bremsaktuator aus (2.16) als

$$M_{\text{b,driver}} = c_p p_{\text{mc}}$$

bestimmt werden (vgl. Abschnitt 2.3.1). Zudem dient $\Delta M_{\text{b,off}}$ als Hysterese zwischen Fahrerbremsmoment $M_{\text{b,driver}}$ und Radbremsmoment M_{b} , um dadurch ein ständiges Ein- und Ausschalten der Anti-Blockier-Regelung zu vermeiden.

Außerdem wird aufgrund der endlichen Stelldynamik des Bremsaktuators die zu hohe Schlupfdynamik bei geringer Geschwindigkeit nicht mehr regelbar. Daher wird ebenso wie bei der Umschaltbedingung B_1 eine Geschwindigkeitsschwelle $v_{\text{min,off}}$ zur Deaktivierung der Anti-Blockier-Regelung definiert. Damit dies nicht zu ständigem Ein- und Ausschalten der Anti-Blockier-Regelung führt, müssen die Geschwindigkeitsschwellen $v_{\text{min,off}}$ und $v_{\text{min,on}}$ so gewählt werden, dass

$$v_{\text{min,off}} < v_{\text{min,on}}$$

erfüllt ist. Zusammengefasst lautet die Umschaltbedingung hier

$$\mathbf{B}_5 : (v_{\text{w},x} \leq v_{\text{min,off}}) \vee M_{\text{b,driver}} \leq (M_{\text{b}} - \Delta M_{\text{b,off}}).$$

Alle Bedingungen, die zum Umschalten zwischen den einzelnen Regelmodi der vorgestellten Anti-Blockier-Regelung benötigt werden, sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

Tabelle 4.1: Zusammenfassung der Umschaltbedingungen für die Anti-Blockier-Regelung.

	Umschaltbedingung
\mathbf{B}_1	$(v_{\text{w},x} > v_{\text{min,on}}) \wedge (\lambda \geq \lambda_{\text{dec}}), \quad \lambda_{\text{dec}} = \lambda_{\text{lim}} - \Delta\lambda_{\text{dec}}$
\mathbf{B}_2	$\dot{\omega} > \dot{\omega}_{\text{B}_2}, \quad \dot{\omega}_{\text{B}_2} \geq \frac{\omega}{v_{\text{w},x}} \dot{v}_{\text{w},x}$
\mathbf{B}_3	$\dot{\omega} \leq \dot{\omega}_{\text{B}_3}, \quad \frac{\omega}{v_{\text{w},x}} \dot{v}_{\text{w},x} \leq \dot{\omega}_{\text{B}_3} \leq \dot{\omega}_{\text{B}_2}$
\mathbf{B}_4	$\lambda \geq \lambda_{\text{dec}}, \quad \lambda_{\text{dec}} = \lambda_{\text{lim}} - \Delta\lambda_{\text{dec}}$
\mathbf{B}_5	$(v_{\text{w},x} \leq v_{\text{min,off}}) \vee M_{\text{b,driver}} \leq (M_{\text{b}} - \Delta M_{\text{b,off}})$

4.4.2 Berechnung des Soll-Bremsmomentes

Betrachtet man die in Abschnitt 4.2 vorgeschlagene Anti-Blockier-Regelung, so lässt sich die Arbeitsweise in jedem Regelmodus als reine Steuerung erkennen. D.h., die Berechnung des Soll-Bremsmomentes $M_{b,d}$ als Führungsgröße erfordert keine Zustandsrückführung des Ist-Bremsmomentes. Um die Performance der Anti-Blockier-Regelung weiter zu steigern, ist neben einer modellbasierten Berechnung der Umschaltbedingungen im vorherigen Abschnitt eine geeignete Steuerung des Bremsmomentes zu entwerfen. Eine Berechnung des Soll-Bremsmomentes ist nur bei den aktiven Regelmodi der Anti-Blockier-Regelung erforderlich. Hierbei ist es im Regelmodus *Bremsmomentaufbau* durch das Proportionalventil aus Abschnitt 2.3.2 möglich, zur Verbesserung der Bremsleistung eine gewünschte Trajektorie für das Bremsmoment stetig so vorzugeben, dass der Bremschlupf einem bestimmten Verlauf folgt. Da beim Modus *Bremsmomenthalten* das Bremsmoment konstant gehalten wird und man durch das Schaltventil beim *Bremsmomentabbau* keine stetige Führungsgröße für den Bremsmomentverlauf realisieren kann, ist hier eine Trajektorienplanung hinfällig, vgl. Abschnitt 2.3.3.

Trajektorienplanung für den Bremsmomentaufbau

Im Folgenden wird eine modellbasierte Trajektorienplanung für den Bremsmomentaufbau vorgestellt, welcher der Ansatz in [Hua12] zugrunde liegt. Dabei soll durch die Vorgabe des Bremsmomentes die Trajektorie des Bremschlupfes so realisiert werden, dass sich das Vorzeichen des Schlupfgradienten so schnell wie möglich umkehrt und anschließend in einer vorgegebenen Zeit den Zielwert $\lambda_2^* = \lambda_{inc}^*$ erreicht, siehe Abb. 4.16(a). Ein stetiger monoton

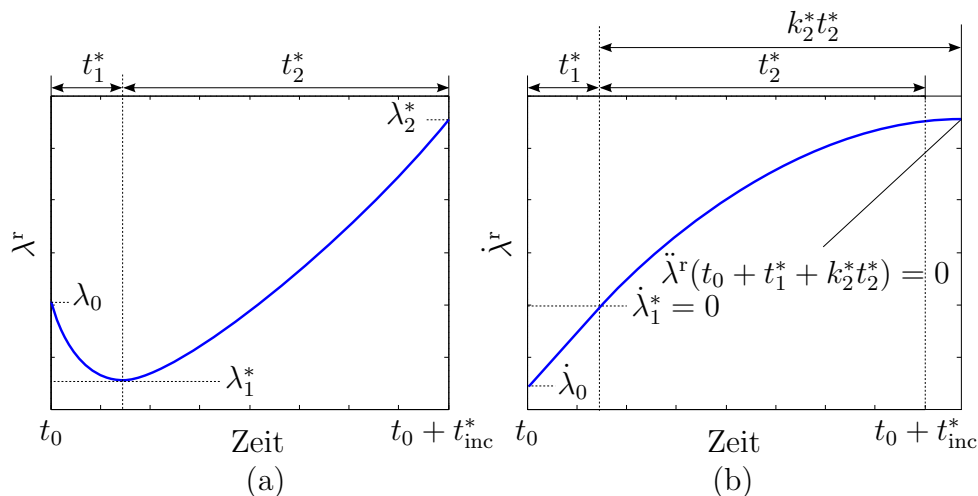


Abbildung 4.16: Solltrajektorie des Bremschlupfes.

steigender Bremsmomentverlauf muss für die Zeitdauer des Bremsmomentaufbaus $[t_0, t_0 + t_{inc}^*]$ gewährleistet werden. Dabei bezeichnen t_0 den Anfangs- und t_{inc}^* den Endzeitpunkt des Bremsmomentaufbaus. Zusätzlich soll die dynamische Begrenzung des Bremsaktuators bei der Trajektorienplanung berücksichtigt werden. Außerdem ist eine Überschreitung des maximal möglichen Gradienten des Bremsmomentaufbaus zu vermeiden.

Wie in Abb. 4.17 demonstriert, wird ein radindividuelles Entwurfsmodell zur Realisierung des Schlupfwunschverlaufs verwendet. Das Entwurfsmodell setzt sich aus der

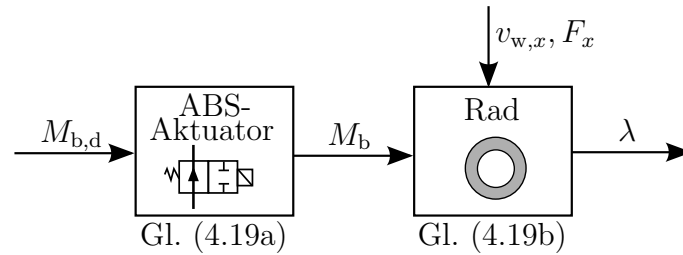


Abbildung 4.17: Radindividuelles Entwurfsmodell für die Trajektorienplanung im Modus *Bremsmomentaufbau*.

Raddynamik (2.5), der Aktuatordynamik (2.17) sowie der Schlupfdynamik (4.15) zusammen:

$$\dot{M}_b = \frac{1}{\tau_M} (M_{b,d} - M_b), \quad (4.19a)$$

$$\dot{\lambda} = (1 - \lambda) \frac{\dot{v}_{w,x}}{v_{w,x}} + \frac{R}{J_w v_{w,x}} (M_b + F_x R). \quad (4.19b)$$

Dabei werden das Soll-Bremsmoment $M_{b,d}$ aus dem Anti-Blockier-Regler und der Bremschlupf λ jeweils als Ein- und Ausgang des Entwurfsmodells definiert. Die Radlängsgeschwindigkeit $v_{w,x}$ und die Längskraft F_x können aufgrund der dominanten Raddynamik während der Vollbremsung als bekannte langsam variierende Parameter angesehen werden [TOB⁺07].

Durch eine Invertierung des Entwurfsmodells (4.19) lässt sich das Soll-Bremsmoment $M_{b,d}^r$ des Reglers wie folgt bestimmen:

$$M_{b,d}^r = M_b^r + \tau_M \dot{M}_b^r, \quad (4.20a)$$

$$M_b^r = -F_x R - \frac{J_w}{R} \left(\dot{v}_{w,x} (1 - \lambda^r) - v_{w,x} \dot{\lambda}^r \right), \quad (4.20b)$$

$$\dot{M}_b^r = -\dot{F}_x R - \frac{J_w}{R} \left(\ddot{v}_{w,x} (1 - \lambda^r) - 2\dot{v}_{w,x} \dot{\lambda}^r - v_{w,x} \ddot{\lambda}^r \right), \quad (4.20c)$$

wobei die Radlängsgeschwindigkeit $v_{w,x}$ bis zur zweiten Ableitung, die Längskraft F_x bis zur ersten Ableitung, der Bremschlupf λ^r und dessen Ableitungen $\dot{\lambda}^r$ und $\ddot{\lambda}^r$ benötigt werden. Während beim Bremschlupf die gewünschten Trajektorien λ^r , $\dot{\lambda}^r$ und $\ddot{\lambda}^r$ direkt geplant werden, werden die anderen benötigten Größen, wie z.B. $v_{w,x}$ und F_x , als zeitvariante Parameter durch Messung bzw. Schätzung zur Verfügung gestellt. Diese Vorgehensweise wird in Abb. 4.18 gezeigt.

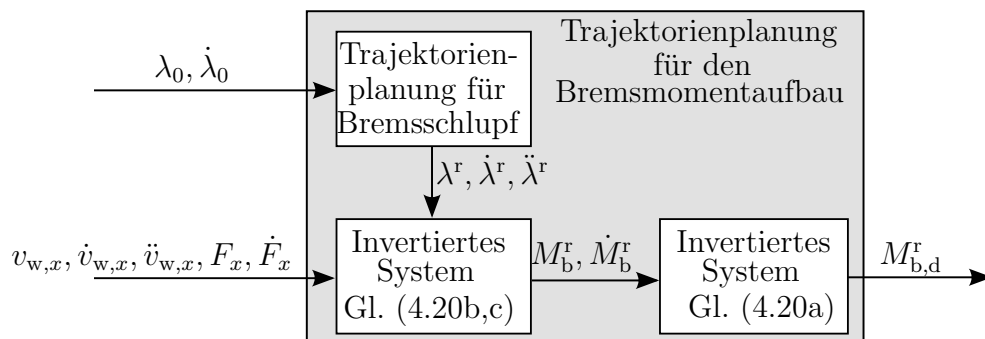


Abbildung 4.18: Arbeitsprinzip der Trajektorienplanung für den Bremsmomentaufbau.

Die Trajektorienplanung des Bremsschlupfes innerhalb des Bremsmomentaufbaus wird in zwei Phasen aufgeteilt:

$$\lambda^r(t) = \begin{cases} \lambda_1^r(t), & t_0 \leq t < t_0 + t_1^*, \\ \lambda_2^r(t), & t_0 + t_1^* \leq t \leq t_0 + t_1^* + t_2^*, \end{cases}$$

wobei die Summe $t_1^* + t_2^*$ der erforderlichen Zeitdauer t_{inc}^* des Bremsmomentaufbaus entspricht. In Abb. 4.16 wird der gewünschte Verlauf des Bremsschlupfes λ^r (links) und dessen erste Ableitung $\dot{\lambda}^r$ (rechts) dargestellt. In der ersten Phase $[t_0, t_0 + t_1^*)$ wird der Bremsschlupf bis $\dot{\lambda} = 0$ geführt. Anschließend bewegt sich der Bremsschlupf in der zweiten Phase $[t_0 + t_1^*, t_0 + t_1^* + t_2^*]$ hin zum definierten Zielwert $\lambda_2^* = \lambda_{\text{inc}}^*$. Für eine ausführlichere Beschreibung der Trajektorienplanung sei auf Anhang C.6 verwiesen.

Bestimmung des Soll-Bremsmomentes für den Bremsmomentabbau

In den meisten hydraulischen Bremssystemen wird *Bremsmomentabbau* durch Schaltventile realisiert. Im Unterschied zum Proportionalventil besitzt ein Schaltventil nur zwei stabile Arbeitspunkte, nämlich den komplett geschlossenen und den komplett geöffneten Zustand. Daher kann beim Bremsmomentabbau keine stetige Führungsgröße für den Bremsmomentverlauf realisiert werden.

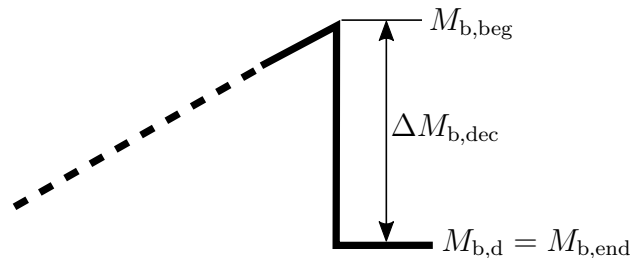


Abbildung 4.19: Bestimmen des Soll-Bremsmomentes $M_{b,d}$ am Ende des Bremsmomentabbaus.

Wie in Abschnitt 2.3.3 erläutert, werden zur Berechnung der Ventilansteuerzeit t_{on} das Bremsmoment $M_{b,beg}$ zu Beginn des Bremsmomentabbaus und das gewünschte Soll-Bremsmoment $M_{b,d}$ am Ende des Bremsmomentabbaus benötigt, siehe Abb. 4.19. Gemäß (2.5) genügen das Anfangs- und Endbremsmoment den Gleichungen

$$\dot{\omega}_{\text{beg}}^{\text{dec}} = -\frac{1}{J_w} (M_{b,beg} + F_{x,beg} R), \quad (4.21a)$$

$$\dot{\omega}_{\text{end}}^{\text{dec}} = -\frac{1}{J_w} (M_{b,d} + F_{x,end} R), \quad (4.21b)$$

wobei $\dot{\omega}_{\text{beg}}^{\text{dec}}$ und $\dot{\omega}_{\text{end}}^{\text{dec}}$ jeweils den Anfangs- und Endwert der Radwinkelbeschleunigung bezeichnen und $F_{x,beg}$ und $F_{x,end}$ den Anfangs- und Endwert der Längskraft. Es wird während des Bremsmomentabbaus von einer konstanten Längskraft F_x ausgegangen. Somit gilt

$$F_{x,beg} = F_{x,end} = \text{konst.},$$

und es folgt durch Subtraktion von (4.21a) und (4.21b)

$$M_{b,d} = M_{b,beg} - J_w (\dot{\omega}_{end}^{dec} - \dot{\omega}_{beg}^{dec}). \quad (4.22)$$

Dabei stehen $M_{b,beg}$ sowie $\dot{\omega}_{beg}^{dec}$ zu Beginn der Abbauphase direkt als gemessene bzw. geschätzte Signale zur Verfügung. Zudem muss die Radwinkelbeschleunigung $\dot{\omega}_{end}^{dec}$ entsprechend (4.17) derart gewählt werden, dass die Umschaltbedingung B_2 auf *Bremsmomenthalten* durch den Bremsmomentabbau erfüllt werden kann:

$$\dot{\omega}_{end}^{dec} \geq \dot{\omega}_{B_2}.$$

Jedoch ist es möglich, dass durch das aus (4.22) berechnete Soll-Bremsmoment aufgrund der Parameterunbestimmtheiten bzw. der Signalfehler eine Umschaltung auf den nächsten Modus *Bremsmomenthalten* trotzdem nicht erfolgt. In diesem Fall wird eine Zusatzabbaustufe für das Soll-Bremsmoment $M_{b,d}$ wie folgt definiert:

$$M_{b,d} = M_{b,d}^{old} - \Delta M_{dec}, \quad \Delta M_{dec} > 0.$$

4.5 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde das Regelungsprinzip eines schaltenden Anti-Blockier-Reglers erläutert. Die Existenz- und Stabilitätsbedingungen des ABS-Grenzzyklus wurden für den vorgeschlagenen Anti-Blockier-Regler ausführlich diskutiert. Es wurde gezeigt, dass ein ABS-Grenzzyklus mit realen Bremsaktuatoren nur annähernd zu erreichen ist. Mit dieser Erkenntnis wurden die Umschaltbedingungen des schaltenden Anti-Blockier-Reglers so ausgelegt, dass der ABS-Zyklus trotz der Stelldynamikbegrenzungen bzw. der Aktuatortotzeit des realen Bremsaktuators stets in der Nähe des optimalen Bremsschlupfes gehalten wird. Zur weiteren Steigerung der Reglerperformance wurden sowohl für den *Bremsmomentaufbau* als auch für den *Bremsmomentabbau* modellbasierte Steuerungen zur Berechnung des Soll-Bremsmomentes entworfen. Dabei wurden verschiedene Anforderungen, wie z.B. die Aktuatorbeschränkungen, berücksichtigt.

Kapitel 5

Entwurf eines Fahrzustandsbeobachters

Die entworfene Anti-Blockier-Regelung setzt voraus, dass die für die Regelung erforderlichen Fahrzustandsgrößen zur Verfügung stehen. Da im Rahmen dieser Arbeit davon ausgegangen wird, dass nur die Raddrehzahlen ω_i , die Längs- und Querschleunigungen a_x und a_y sowie die Gierrate $\dot{\psi}$ mit Hilfe der entsprechenden Sensorik messbar sind, sollen die zur Regelung benötigten Größen, wie z.B. die Längs- und Quergeschwindigkeiten v_x und v_y sowie die Straßenreibwerte $\mu_{i,\text{road}}$ an den vier Rädern, durch einen Beobachter rekonstruiert werden.

In diesem Kapitel wird ein Beobachterentwurf für die Fahrzustandsschätzung der Anti-Blockier-Regelung präsentiert. Der in diesem Kapitel vorgestellte Ansatz entspricht im Wesentlichen demjenigen in [SHRL15]. In Abschnitt 5.1 werden die Beobachtungsaufgabe sowie die beim Beobachterentwurf getroffenen Annahmen formuliert. Anschließend wird in Abschnitt 5.2 anhand des Entwurfsmodells aus Kapitel 2 eine Beobachtbarkeitsanalyse durchgeführt. In Abschnitt 5.3 wird basierend auf den Erkenntnissen der Beobachtbarkeitsanalyse eine passende Beobachterstruktur festgelegt. Zum Schluss wird in Abschnitt 5.4 die Fehlerdynamik des Beobachters auf ihre Stabilität untersucht.

5.1 Beobachtungsaufgabe

Das betrachtete System für den Beobachterentwurf, welches aus der Dynamik des planaren Zweispurmodells (2.1)-(2.2), dem Lenkmodell (2.4), der Raddynamik (2.5), dem Reifenmodell (2.7)-(2.14) sowie der Radlastberechnung (2.15) besteht, lässt sich als

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad (5.1a)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (5.1b)$$

beschreiben, wobei mit dem Fokus auf Fahrzustandsschätzung für die Anti-Blockier-Regelung die zur Regelung benötigten Größen, die Längs- und Quergeschwindigkeiten v_x und v_y sowie die Straßenreibwerte $\boldsymbol{\mu}_{\text{road}}$ an den Rädern, als Zustände definiert werden:

$$\mathbf{x} = [v_x, v_y, \boldsymbol{\mu}_{\text{road}}^T]^T \in D_{\mathbf{x}} \subseteq \mathbb{R}^4, \quad (5.2a)$$

$$\boldsymbol{\mu}_{\text{road}} = [\mu_{\text{road,L}}, \mu_{\text{road,R}}]^T. \quad (5.2b)$$

Dabei gilt für die Straßenreibwerte die folgende Annahme:

Annahme 5.1. Die Straßenreibwerte auf der gleichen Fahrzeugseite werden als identisch angenommen. Dagegen können sich die Straßenreibwerte auf beiden Fahrzeugseiten voneinander unterscheiden:

$$\begin{aligned}\mu_{\text{road,FL}} &= \mu_{\text{road,RL}} = \mu_{\text{road,L}}, \\ \mu_{\text{road,FR}} &= \mu_{\text{road,RR}} = \mu_{\text{road,R}}.\end{aligned}$$

Des Weiteren werden die zu beobachtenden Straßenreibwerte als stückweise konstant angenommen:

$$\dot{\mu}_{\text{road},j} = 0, \quad j \in \{\text{L}, \text{R}\}.$$

Annahme 5.2. Aufgrund des verwendeten planaren Zweispurmodells wird ebenfalls vorausgesetzt, dass sich das Fahrzeug auf einer ebenen Fahrbahn ohne Straßensteigung ϕ_{road} oder Querneigung θ_{road} bewegt:

$$\phi_{\text{road}} = 0, \quad \theta_{\text{road}} = 0.$$

Als Beobachtereingänge werden die Radlenkwinkel $\boldsymbol{\delta}$ und die resultierenden Radmomente M_i definiert:

$$\mathbf{u} = [\boldsymbol{\delta}^T, \mathbf{M}^T]^T \in D_{\mathbf{u}} \subseteq \mathbb{R}^8, \quad (5.3a)$$

$$\boldsymbol{\delta} = [\delta_{\text{FL}}, \delta_{\text{FR}}, \delta_{\text{RL}}, \delta_{\text{RR}}]^T, \quad (5.3b)$$

$$\mathbf{M} = [M_{\text{FL}}, M_{\text{FR}}, M_{\text{RL}}, M_{\text{RR}}]^T. \quad (5.3c)$$

Annahme 5.3. Da im Beobachterentwurf nur ein frontgetriebenes Fahrzeug betrachtet wird, können an der Hinterachse keine Antriebsmomente erzeugt werden, und es gilt

$$\begin{aligned}M_{\text{RL}} &= M_{\text{b,RL}}, \\ M_{\text{RR}} &= M_{\text{b,RR}}.\end{aligned}$$

Für die Fahrzeugzustandsschätzung werden Messsignale der Radwinkelgeschwindigkeiten $\boldsymbol{\omega}$, der Fahrzeuggierrate $\dot{\psi}$ sowie der Längs- und Querbeschleunigungen des Fahrzeugs a_x und a_y verwendet. Somit wird der Ausgang wie folgt gegeben:

$$\mathbf{y} = [\boldsymbol{\omega}^T, \dot{\psi}, a_x, a_y]^T \in \mathbb{R}^7, \quad (5.4a)$$

$$\boldsymbol{\omega} = [\omega_{\text{FL}}, \omega_{\text{FR}}, \omega_{\text{RL}}, \omega_{\text{RR}}]^T. \quad (5.4b)$$

Da in den meisten Fahrsituationen die Radschräglaufwinkel des Fahrzeugs relativ klein ($\alpha < 10^\circ$) sind, gilt die folgende Annahme:

Annahme 5.4. Für kleinen Radschräglaufwinkel $\alpha_i \in D_\alpha$, $i \in \{\text{FL}, \text{FR}, \text{RL}, \text{RR}\}$ befinden sich die Querkräfte der Reifen, welche laut (2.7b) Funktionen von den Schlupfwerten λ_i und den Schräglaufwinkeln α_i sind, stets im streng monoton abfallenden Bereich der Reifenkennlinien (vgl. Abb. 2.8)

$$\frac{\partial \Phi_{i,fy}}{\partial \alpha_i} < 0.$$

Die in diesem Abschnitt getroffenen Annahmen gelten sowohl für die anschließende Beobachtbarkeitsanalyse, als auch für die spätere Stabilitätsanalyse.

5.2 Beobachtbarkeitsanalyse

In diesem Abschnitt wird untersucht, ob das betrachtete System (5.1) mit definiertem Zustand \mathbf{x} nach (5.2) bzgl. des Eingangs \mathbf{u} nach (5.3) und des Ausgangs \mathbf{y} nach (5.4) *beobachtbar* ist. Dazu unterscheidet man bei nichtlinearen Systemen zwischen *globaler* und *lokaler* Beobachtbarkeit¹. Im Weiteren wird lokale Beobachtbarkeit des betrachteten Systems (5.1) überprüft.

Die folgenden nichtlinearen Gleichungen abgeleitet von (2.2a) und (2.2b) werden für die Beobachtbarkeitsanalyse verwendet:

$$m \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix} = \sum_i F_{i,x} \begin{bmatrix} \cos \delta_i & -\sin \delta_i \\ \sin \delta_i & \cos \delta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \chi_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -F_{\text{air}} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5.5)$$

wobei χ_i das Verhältnis der in (2.7a) und (2.7b) beschriebenen normierten Längs- und Querkräfte

$$\chi_i \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\Phi_{i,fy}(\lambda_i, \alpha_i)}{\Phi_{i,fx}(\lambda_i, \alpha_i)}, \quad \Phi_{i,fx}(\lambda_i, \alpha_i) \neq 0, \quad i \in \{\text{FL, FR, RL, RR}\}$$

bezeichnet. Aufgrund der Abhängigkeit des Reifenlängsschlupfes λ_i und des Reifenschräglaufrwinkels α_i von den Zuständen $x_1 = v_x$ und $x_2 = v_y$ sowie von den bekannten Ein- und Ausgängen (vgl. (2.9) und (2.10)), lässt sich das Verhältnis der normierten Längs- und Querkräfte als

$$\chi_i = \Phi_{i,\chi}(v_x, v_y, \omega_i, \dot{\psi}, \delta_i) = \Phi_{i,\chi}(x_1, x_2, \omega_i, \dot{\psi}, \delta_i)$$

darstellen. Ebenfalls lassen sich die Längskräfte $F_{i,x}$ gemäß der Raddynamik (2.5) als $\Phi_{F_{i,x}}(M_i, \dot{\omega}_i)$ und der Luftwiderstand F_{air} aus (2.3) als Funktion der Fahrzeuglängsgeschwindigkeit $\Phi_{\text{air}}(v_x)$ beschreiben. Damit lässt sich (5.5) in der Form

$$\begin{aligned} m \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix} &= m \begin{bmatrix} y_6 \\ y_7 \end{bmatrix} = \mathbf{\Psi}_a(x_1, x_2, \mathbf{u}, \mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}) \\ &= \begin{bmatrix} \Psi_{a_x}(x_1, x_2, \mathbf{u}, \mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}) \\ \Psi_{a_y}(x_1, x_2, \mathbf{u}, \mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.6)$$

darstellen. Aus dem Gleichungssystem (5.6) ist aufgrund der nichtlinearen Funktionen Ψ_{a_x} und Ψ_{a_y} eine eindeutige Bestimmbarkeit von v_x und v_y nicht gegeben. Anstatt die Beobachtbarkeit der Fahrgeschwindigkeiten v_x und v_y im gesamten Definitionsbereich zu analysieren, wird mit Hilfe der Jacobi-Matrix die lokale Beobachtbarkeit des Systems (5.6) untersucht. Dafür werden die Gleichungen in (5.6) um einen Arbeitspunkt \mathbf{x}_p linearisiert:

$$\frac{\partial \mathbf{\Psi}_a}{\partial \mathbf{v}}(\mathbf{x}_p) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Psi_{a_x}}{\partial x_1} & \frac{\partial \Psi_{a_x}}{\partial x_2} \\ \frac{\partial \Psi_{a_y}}{\partial x_1} & \frac{\partial \Psi_{a_y}}{\partial x_2} \end{bmatrix}(\mathbf{x}_p), \quad \mathbf{v} = [v_x, v_y]^T = [x_1, x_2]^T. \quad (5.7)$$

Falls die Jacobi-Matrix (5.7) vollen Rang besitzt, ist das System (5.6) um den Punkt $\mathbf{x} = \mathbf{x}_p$ lokal invertierbar bzgl. des Ein- und Ausgangs. So ergeben sich durch das Auflösen

¹Eine detaillierte Beschreibung der Definitionen und Bedingungen der Beobachtbarkeit ist in Anhang D.1 zu finden.

von (5.7) die Zustände $x_1 = v_x$ und $x_2 = v_y$. Damit errechnen sich die verbliebenen Zustände, $x_3 = \mu_{\text{road,L}}$ und $x_4 = \mu_{\text{road,R}}$, direkt aus (2.7a) zu

$$\mu_{\text{road},i} = -\frac{F_{i,x}}{F_{i,z}\Phi_{i,fx}(\lambda_i, \alpha_i)} = -\frac{\Phi_{F_{i,x}}(\mathbf{u}, \mathbf{y})}{\Phi_{F_{i,z}}(\mathbf{y})\Phi_{i,fx}(x_1, x_2, \mathbf{u}, \mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}})}.$$

Somit ist das System (5.1) gemäß Satz D.2 lokal beobachtbar².

Bemerkung 5.1. (Beobachtbarkeit am Singularitätspunkt):

Bei der Überprüfung der lokalen Beobachtbarkeit mit (5.7) wurde vorausgesetzt, dass die normierten Längskräfte $\Phi_{i,fx}$ ungleich null sind. Für $\Phi_{i,fx} = 0$ tritt ein Singularitätspunkt in der Funktion χ_i (5.5) auf. Dies ist genau der Fall, wenn alle Radmomente M_i gleich null sind und gleichzeitig kein Lenkwinkel durch den Fahrer aufgebracht wird. Damit lassen sich aufgrund der mangelnden Erregungen durch $\Phi_{i,fx}$ die Straßenreibwerte $\mu_{i,\text{road}}$ nicht beobachten. Allerdings kann man leicht erkennen, dass sich aufgrund der freirollenden Räder die Längsgeschwindigkeit unmittelbar aus der Radumfangsgeschwindigkeit $v_x = v_{i,w}$ bestimmen lässt.

Des Weiteren lässt sich die lokale Beobachtbarkeit mit Hilfe der sogenannten *Konditionszahl*

$$\text{cond} \left(\frac{\partial \Psi_a}{\partial \mathbf{v}}(\mathbf{x}_p) \right) = \frac{\gamma_{\max} \left(\frac{\partial \Psi_a}{\partial \mathbf{v}}(\mathbf{x}_p) \right)}{\gamma_{\min} \left(\frac{\partial \Psi_a}{\partial \mathbf{v}}(\mathbf{x}_p) \right)}$$

quantitativ bewerten, wobei γ_{\min} und γ_{\max} jeweils den kleinsten und größten Singulärwert von $\frac{\partial \Psi_a}{\partial \mathbf{v}}(\mathbf{x}_p)$ bezeichnen. Die Konditionszahl deutet darauf hin, wie empfindlich die Lösung des Beobachtungsproblems gegenüber Störungen bzw. Rauschen ist [SCM07, EB01]. Mit zu großer Konditionszahl ist die Beobachtbarkeitsmatrix *schlecht konditioniert*. Dadurch lässt sich das System in der Praxis nur schwach beobachten [KI09].

Anhand der Konditionszahl lässt sich zeigen, dass die Beobachtbarkeitseigenschaften des Systems (5.1) je nach Fahrmanöver sehr stark variieren können, siehe auch [Hua12]. In Abb. 5.1 werden beispielsweise die Kehrwerte der Konditionszahl $\text{cond}^{-1} \left(\frac{\partial \Psi_a}{\partial \mathbf{v}}(\mathbf{x}_p) \right)$ von zwei typischen Fahrmanövern dargestellt. Beim ersten Fahrmanöver handelt es sich um eine *Kurvenfahrt mit ABS-Bremmung*, siehe Abb. 5.1(a). Es ist zu erkennen, dass mit abnehmender Längsgeschwindigkeit der Kehrwert der Konditionszahl immer kleiner wird. Dies weist darauf hin, dass das betrachtete System bei kleiner Längsgeschwindigkeit nur schwach beobachtbar ist. Im Vergleich dazu ist beim Fahrmanöver *Kurvenfahrt mit Teilbremsung* aus Abb. 5.1(b) ein deutlich größerer Kehrwert der Konditionszahl zu sehen. Das bedeutet, dass das System in diesem Fall stärker beobachtbar ist als bei der *Kurvenfahrt mit ABS-Bremmung*.

Generell lässt sich zusammenfassen, dass diejenigen Fahrmanöver, bei denen genügende Erregungen an den Rädern durch Antriebs- bzw. Bremsmomente erzeugt werden, größere Kehrwerte der Konditionszahl aufweisen und somit besser beobachtbar sind. Jedoch stellen sich dabei die Manöver mit aktiver Anti-Blockier-Regelung, so wie in Abb. 5.1(a) gezeigt, als Ausnahme dar. Der Grund für die schlechte Beobachtbarkeit während einer Anti-Blockier-Regelung ist, dass der Anti-Blockier-Regler den Bremschlupf immer in der Nähe

²Eine ausführliche Diskussion dazu findet sich in [Hua12].

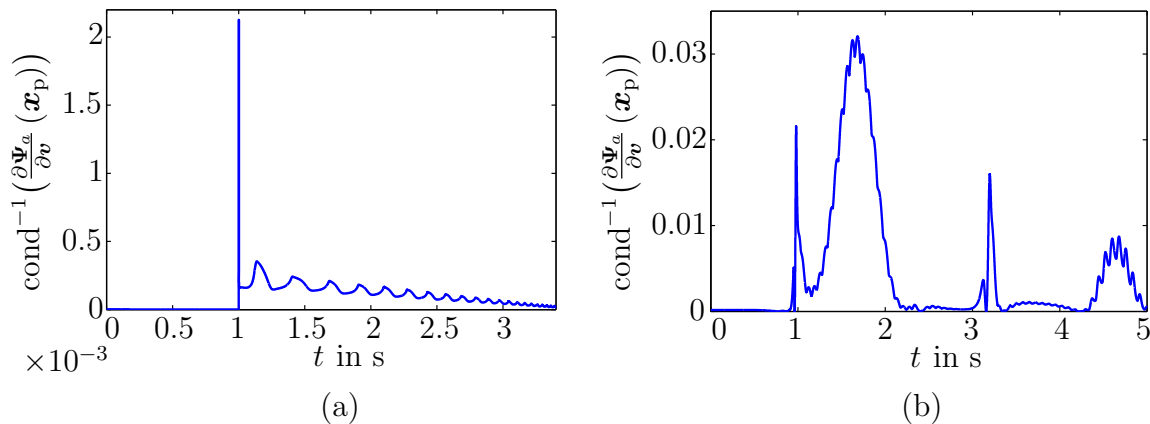


Abbildung 5.1: Kehrwerte der Konditionszahl $\text{cond}^{-1}\left(\frac{\partial \Psi_a}{\partial \mathbf{v}}(\mathbf{x}_p)\right)$ mit den Fahrmanövern [Hua12]: (a) *Kurvenfahrt mit ABS-Bremse* und (b) *Kurvenfahrt mit Teilbremsung*.

des Maximums der Kraftschluss-Schlupf-Kurve hält (vgl. Abb. 4.3), um möglichst maximale Bremskraft zu erzielen. Offenbar weist der Wirkungsbereich der Anti-Blockier-Regelung eine sehr ausgeprägte Nichtlinearität auf, wodurch eine Zustandsbeobachtung wesentlich erschwert wird.

5.3 Schaltender Beobachter

Aus der vorherigen Beobachtbarkeitsanalyse lässt sich erkennen, dass die Beobachtbarkeit des betrachteten Systems (5.1) nicht für alle Fahrsituationen gegeben ist. Selbst wenn für bestimmte Fahrsituationen die lokale Beobachtbarkeit vorhanden ist, ist dies aufgrund der schlechten Konditionszahl möglicherweise nicht ausreichend für den Beobachterentwurf (vgl. vorherige Diskussion in Abschnitt 5.2). Aus diesen Gründen wird im folgenden Abschnitt ein schaltender nichtlinearer Beobachter zur Schätzung des Fahrzeugzustands $\mathbf{x} = [v_x, v_y, \mu_{\text{road,L}}, \mu_{\text{road,R}}]^T$ vorgeschlagen.

5.3.1 Arbeitsprinzip des schaltenden Beobachters

In Abb. 5.2 wird das Arbeitsprinzip des schaltenden Beobachters dargestellt. Verschiedene Beobachtermodi werden in dem schaltenden Beobachter definiert. Dabei werden Fahrsituationen mit ähnlichen Beobachtbarkeitseigenschaften in einem gleichen Beobachtermodus behandelt. Die Erkennung der unterschiedlichen Fahrsituationen erfolgt anhand von verfügbaren Eingangs- und Ausgangssignalen, \mathbf{u} und \mathbf{y} . Abhängig vom aktuellen Beobachtermodus wird in der Schaltlogik ein Schaltsignal s zur Modusumschaltung generiert. Die Beobachtermodi unterscheiden sich voneinander in der Wahl der Beobachterkoeffizienten \mathbf{l} .

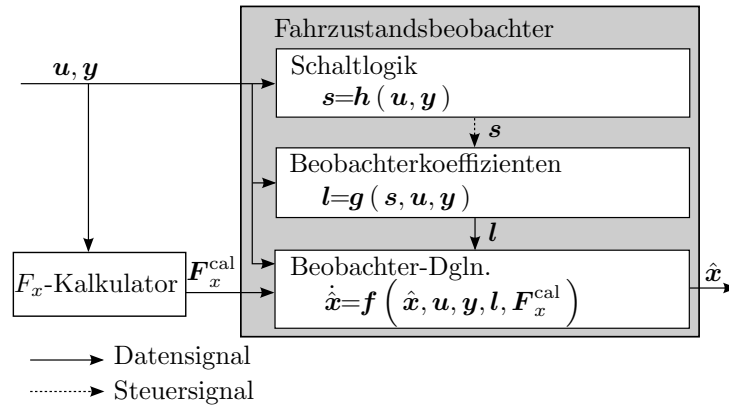


Abbildung 5.2: Arbeitsprinzip des schaltenden Beobachters.

Die Beobachter-Dgln. für die Fahrzeugzustandsschätzung sind wie folgt definiert:

$$\dot{\hat{v}}_x = a_x + \dot{\psi}\hat{v}_y + \sum_i l_{i,1} (v_{i,w} - \hat{v}_x), \quad i \in \{\text{FL, FR, RL, RR}\}, \quad (5.8a)$$

$$\dot{\hat{v}}_y = a_y - \dot{\psi}\hat{v}_x - l_2 \left(\sum_i F_{i,y}^{\text{cal}} \cos \delta_i - \sum_i \hat{F}_{i,y} \cos \delta_i \right), \quad (5.8b)$$

$$\dot{\hat{\mu}}_{\text{road},j} = -l_{j,3} \left(F_{j,x}^{\text{cal}} - \hat{F}_{j,x} \right), \quad j \in \{\text{L, R}\}, \quad (5.8c)$$

wobei $l_{i,1}$, l_2 und $l_{j,3}$ die Beobachterkoeffizienten bezeichnen. Durch die Notation $F_{j,x}$ in (5.8c) werden die Radlängskräfte auf jeder Fahrzeugseite zusammengefasst:

$$\begin{aligned} F_{\text{L},x} &= F_{\text{FL},x} + F_{\text{RL},x}, \\ F_{\text{R},x} &= F_{\text{FR},x} + F_{\text{RR},x}. \end{aligned}$$

Ähnlich wie in [IJF⁺06, GIJ⁺08] werden die Radumfangsgeschwindigkeiten

$$v_{i,w} = \omega_i R \cos \delta_i \pm w_i \dot{\psi}$$

zur Schätzung der Fahrzeuglängsgeschwindigkeit v_x verwendet³. Für die v_y - μ_{road} -Schätzung werden jeweils die Längs- und Querkräfte als Beobachterrückführung in (5.8b) und (5.8c) genutzt. Dabei ergeben sich die geschätzten Längs- und Querkräfte $\hat{F}_{i,x}$ und $\hat{F}_{i,y}$ aus dem Reifenmodell (2.7). Da die realen Längskräfte $F_{i,x}$ nicht direkt messbar sind, werden stattdessen die berechneten Längskräfte $F_{i,x}^{\text{cal}}$ aus der Raddynamik (2.5)

$$F_{i,x}^{\text{cal}} = \frac{1}{R} (M_i - J_w \dot{\omega}_i), \quad i \in \{\text{FL, FR, RL, RR}\} \quad (5.9)$$

benutzt. Aus demselben Grund werden die geschätzten Querkräfte $F_{i,y}^{\text{cal}}$ in (5.8b) verwendet. Die Summe von $F_{i,y}^{\text{cal}}$ kann mit der Kräftebilanz in y -Richtung (2.2b) aus $F_{i,x}^{\text{cal}}$ bestimmt werden als

$$\sum_i F_{i,y}^{\text{cal}} \cos \delta_i = m a_y - \sum_i F_{i,x}^{\text{cal}} \sin \delta_i.$$

³Dabei werden geringe Radschlupfwerte vorausgesetzt.

5.3.2 Modi des schaltenden Beobachters

Drei Beobachtermodi, der *Bremsmodus*, der *Rollmodus* und der *Antriebsmodus* sind im Beobachter definiert. Eine Umschaltung zwischen den Beobachtermodi findet statt, wenn die definierten Schwellenwerte der einzelnen Beobachtermodi über- bzw. unterschritten werden. Als Schwellenwerte werden hauptsächlich die Antriebs- und Bremsmomente an den Rädern verwendet. In Abhängigkeit vom Beobachtermodus werden die Beobachterkoeffizienten wie in Tabelle 5.1 angegeben gewählt.

Tabelle 5.1: Modi und Beobachterkoeffizienten des schaltenden Beobachters

Modus	v_x -Schätzung	v_y - μ_{road} -Schätzung
Bremsmodus	$l_{i,1} = 0$	$l_2 \neq 0, l_{j,3} \neq 0$
Rollmodus	$l_{i,1} \neq 0$	$l_2 = 0, l_{j,3} = 0$
Antriebsmodus	$l_{FL/FR,1} = 0, l_{RL/RR,1} \neq 0$	$l_2 \neq 0, l_{j,3} \neq 0$

Unter starkem Bremsengriff ist aufgrund der großen Radschlupfwerte eine v_x -Schätzung mit den Radumfangsgeschwindigkeiten nicht mehr geeignet. Dagegen werden durch eine starke Bremsung genügende Erregungen zur v_y - μ_{road} -Schätzung erzeugt. Aus diesen Gründen werden im Bremsmodus die Beobachterkoeffizienten $l_{i,1}$ für die v_x -Schätzung auf null gesetzt⁴, während v_y und μ_{road} durch den Beobachter geschätzt werden.

Während des Rollmodus sind aufgrund der kleinen Radmomente keine hinreichenden Erregungen zur v_y - μ_{road} -Schätzung vorhanden, weshalb die Beobachterkoeffizienten l_2 und $l_{j,3}$ auf null gesetzt werden. Mit $l_2 = 0$ wird die Quergeschwindigkeit v_y durch einen Simulator basierend auf der gemessenen Querbewegung des Fahrzeugs a_y und Gierrate $\dot{\psi}$ sowie der geschätzten Längsgeschwindigkeit des Fahrzeugs \hat{v}_x geschätzt. Des Weiteren wird durch das Nullsetzen von $l_{j,3}$ die Schätzung der Straßenreibwerte μ_{road} eingefroren. Dennoch lassen sich im Rollmodus die Umfangsgeschwindigkeiten der freirollenden Räder ausnutzen, um die Fahrzeuglängsgeschwindigkeit zu schätzen.

Im Antriebsmodus kann die v_x -Schätzung basierend auf den Umfangsgeschwindigkeiten der nicht angetriebenen Hinterräder durchgeführt werden (vgl. Annahme 5.3). Eine v_y - μ_{road} -Schätzung lässt sich anhand der Antriebsmomente an den Vorderrädern ebenfalls durch den Beobachter durchführen.

5.4 Stabilitätsanalyse für den Fahrzustandsbeobachter

In diesem Abschnitt wird die Fehlerdynamik des schaltenden Beobachters auf ihre Stabilität untersucht. Die Dynamik des Beobachtungsfehlers ergibt sich durch Subtraktion der

⁴Durch Nullsetzen der Beobachterkoeffizienten $l_{i,1}$ wird die v_x -Schätzung durch einen Simulator übernommen.

Beobachterdynamik (5.8) von der Regelstrecke (2.1) als

$$\dot{\tilde{v}}_x = \dot{\psi}\tilde{v}_y - \sum_i l_{i,1}\tilde{v}_x + u_1, \quad i \in \{\text{FL, FR, RL, RR}\}, \quad (5.10a)$$

$$\dot{\tilde{v}}_y = -\dot{\psi}\tilde{v}_x + l_2 \sum_i \left(F_{i,y} - \hat{F}_{i,y} \right) \cos \delta_i + u_2, \quad (5.10b)$$

$$\dot{\tilde{\mu}}_{\text{road},j} = l_{j,3} \left(F_{j,x} - \hat{F}_{j,x} \right) + u_{j,3}, \quad j \in \{\text{L, R}\} \quad (5.10c)$$

mit den Schätzfehlern $\tilde{v}_x = v_x - \hat{v}_x$, $\tilde{v}_y = v_y - \hat{v}_y$ und $\tilde{\mu}_{\text{road},j} = \mu_{\text{road},j} - \hat{\mu}_{\text{road},j}$. Dabei sind $\mathbf{u}_{\text{obs}} = [u_1, u_2, \mathbf{u}_3^T]^T$ mit $\mathbf{u}_3 = [u_{\text{L},3}, u_{\text{R},3}]^T$ die externen Eingänge, die durch Modell- und Messfehler sowie Vereinfachungen im Beobachterentwurf verursacht sind, und es gilt

$$u_1 = \sum_i l_{i,1} \left(\cos \delta_i - \frac{1}{1 - \lambda_i} \frac{\cos(\delta_i + \alpha_i)}{\cos \alpha_i} \right) \omega_i R,$$

$$u_2 = l_2 \sum_i \left(F_{i,y}^{\text{cal}} - F_{i,y} \right) \cos \delta_i,$$

$$u_{j,3} = l_{j,3} \left(F_{j,x}^{\text{cal}} - F_{j,x} \right).$$

Bemerkung 5.2. (Externe Eingänge in der Beobachterfehlerdynamik): *Anstelle der in (2.9) beschriebenen genauen kinematischen Beziehung, wird in der Schätzung der Fahrzeuglängsgeschwindigkeit die vereinfachte Beziehung $v_{i,w} = \omega_i R \cos \delta_i$ als Messwert von v_x für jedes Rad i verwendet. Dies führt zu dem externen Eingang u_1 , der nur verschwindet, wenn die Radschlupfwerte und Lenkwinkel gleich null sind ($\lambda_i = 0, \delta_i = 0$). Da die Referenzwerte der Radkräfte $F_{i,x}^{\text{cal}}$ und $F_{i,y}^{\text{cal}}$ basierend auf dem planaren Zweispurmodell (2.1), (2.2) und der Raddynamik (2.5) aus den gemessenen bzw. geschätzten Ein- und Ausgängen⁵ berechnet werden, entstehen die externen Eingänge u_2 und $u_{j,3}$ aufgrund der Modell- und Messfehler beim Ein- und Ausgang des Beobachters.*

Im Folgenden wird basierend auf (5.10) die Stabilität der Fehlerdynamik untersucht. Die Stabilitätsanalyse erfolgt in zwei Schritten. Zunächst wird davon ausgegangen, dass es keine Modell- und Messfehler gibt, sodass der externe Eingang verschwindet ($\mathbf{u}_{\text{obs}} = 0$). Anschließend wird die *Eingangs-Zustands-Stabilität* (ISS) [Kha02] der Beobachterfehlerdynamik für den vorhandenen externen Eingang ($\mathbf{u}_{\text{obs}} \neq 0$) gezeigt.

5.4.1 Stabilitätsanalyse ohne externen Eingang

Durch die Vernachlässigung der Eingangsgrößen \mathbf{u}_{obs} ergibt sich die Fehlerdynamik zu

$$\dot{\tilde{v}}_x = \dot{\psi}\tilde{v}_y - \sum_i l_{i,1}\tilde{v}_x, \quad (5.11a)$$

$$\dot{\tilde{v}}_y = -\dot{\psi}\tilde{v}_x + l_2 \sum_i \left(F_{i,y} - \hat{F}_{i,y} \right) \cos \delta_i, \quad (5.11b)$$

$$\dot{\tilde{\mu}}_{\text{road},j} = l_{j,3} \left(F_{j,x} - \hat{F}_{j,x} \right). \quad (5.11c)$$

⁵Z.B. werden sowohl die Antriebs- als auch die Bremsmomente, M_t und M_b , als geschätzte Größen auf Basis einer physikalischen Modellierung zur Verfügung gestellt.

Aufgrund der zeitvariablen Größen, wie z.B. $\dot{\psi}$, ist die Fehlerdynamik (5.11) *nichtlinear* und *nichtautonom*. Zu untersuchen ist die Stabilität der Gleichgewichtslage $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$ von (5.11), wobei $\tilde{\mathbf{x}}$ die Schätzfehler $[\tilde{v}_x, \tilde{v}_y, \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{\text{road}}^T]^T$ mit $\tilde{\boldsymbol{\mu}}_{\text{road}} = [\tilde{\mu}_{\text{road,L}}, \tilde{\mu}_{\text{road,R}}]^T$ bezeichnet. Die Beobachterkoeffizienten sollen so ausgewählt werden, dass das nichtlineare, nichtautonome und schaltende Fehlersystem *gleichmäßig (asymptotisch) stabil*⁶ bleibt.

Für die Stabilitätsanalyse wird die gleiche zeitinvariante quadratische Lyapunov-Funktion für alle Beobachtermodi verwendet:

$$V(\tilde{\mathbf{x}}) = \frac{1}{2} \left(\tilde{v}_x^2 + \tilde{v}_y^2 + \sum_{j \in \{\text{L,R}\}} \tilde{\mu}_{\text{road},j}^2 \right). \quad (5.12)$$

Daraus ergibt sich die Ableitung der Lyapunov-Funktion (5.12)

$$\dot{V} = \tilde{v}_x \dot{\tilde{v}}_x + \tilde{v}_y \dot{\tilde{v}}_y + \sum_{j \in \{\text{L,R}\}} \tilde{\mu}_{\text{road},j} \dot{\tilde{\mu}}_{\text{road},j}. \quad (5.13)$$

Durch Einsetzen von (5.11) in (5.13) folgt

$$\begin{aligned} \dot{V} &= - \sum_i l_{i,1} \tilde{v}_x^2 + l_2 \sum_i \tilde{v}_y \left(F_{i,y} - \hat{F}_{i,y} \right) \cos \delta_i \\ &\quad + \sum_{j \in \{\text{L,R}\}} l_{j,3} \tilde{\mu}_{\text{road},j} \left(F_{j,x} - \hat{F}_{j,x} \right). \end{aligned} \quad (5.14)$$

Im Folgenden wird zuerst die Stabilität der jeweiligen Beobachtermodi getrennt betrachtet. Danach wird anhand der Ergebnisse der einzelnen Modi eine Aussage über die Stabilität des schaltenden Systems getroffen.

Bremsmodus

Für die Stabilitätsanalyse im Bremsmodus wird das folgende Lemma bzgl. der Längs- und Querkräfte hergeleitet, welches in der ganzen Analyse von großer Bedeutung ist.

Lemma 5.1. *Im Bremsfall und unter der Annahme 5.4, dass die Querkräfte jedes Rades sich im streng monoton abfallenden Bereich der Reifenkennlinie befinden, existieren positive zeitvariante Variablen $k_{i,n} > 0$, $i \in \{\text{FL, FR, RL, RR}\}$, $n \in 1, 2, \dots, 6$, die den Ungleichungen*

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_{\text{road},i} \left(F_{i,x} - \hat{F}_{i,x} \right) &\leq k_{i,1} |\tilde{v}_x| |\tilde{\mu}_{\text{road},i}| + k_{i,2} |\tilde{v}_y| |\tilde{\mu}_{\text{road},i}| - k_{i,3} \tilde{\mu}_{\text{road},i}^2, \\ \tilde{v}_y \left(F_{i,y} - \hat{F}_{i,y} \right) \cos \delta_i &\leq k_{i,4} |\tilde{v}_x| |\tilde{v}_y| - k_{i,5} \tilde{v}_y^2 + k_{i,6} |\tilde{v}_y| |\tilde{\mu}_{\text{road},i}| \end{aligned}$$

genügen.

Beweis von Lemma 5.1. *Der Beweis von Lemma 5.1 wird in Anhang D.3.1 ausführlich erläutert.*

⁶Die Definitionen der unterschiedlichen Formen der Stabilität *im Sinne von Lyapunov* werden in Anhang D.2 ausführlich erklärt.

Durch Einsetzen von Lemma 5.1 in (5.14) ergibt sich

$$\dot{V} \leq - \sum_{i \in \{FL, FR, RL, RR\}} |\tilde{\mathbf{x}}_i|^T \mathbf{Q}_i |\tilde{\mathbf{x}}_i|, \quad |\tilde{\mathbf{x}}_i| = [|\tilde{v}_x|, |\tilde{v}_y|, |\tilde{\mu}_{\text{road},i}|]^T \quad (5.15)$$

mit

$$\mathbf{Q}_i = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{l_2 k_{i,4}}{2} & -\frac{l_{i,3} k_{i,1}}{2} \\ -\frac{l_2 k_{i,4}}{2} & l_2 k_{i,5} & -\frac{l_2 k_{i,6} + l_{i,3} k_{i,2}}{2} \\ -\frac{l_{i,3} k_{i,1}}{2} & -\frac{l_2 k_{i,6} + l_{i,3} k_{i,2}}{2} & l_{i,3} k_{i,3} \end{bmatrix}.$$

Mit Hilfe der neuen Koeffizienten

$$\begin{aligned} l_{L,3} &= l_{FL,3} = l_{RL,3}, \\ l_{R,3} &= l_{FR,3} = l_{RR,3} \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} k_{L,n} &= k_{FL,n} + k_{RL,n}, \quad n \in \{1, \dots, 6\}, \\ k_{R,n} &= k_{FR,n} + k_{RR,n}, \end{aligned}$$

lässt sich die Ableitung der Lyapunov-Funktion von (5.15) in

$$\dot{V} \leq - \sum_{j \in \{L,R\}} |\tilde{\mathbf{x}}_j|^T \mathbf{Q}_j |\tilde{\mathbf{x}}_j|, \quad |\tilde{\mathbf{x}}_j| = [|\tilde{v}_x|, |\tilde{v}_y|, |\tilde{\mu}_{\text{road},j}|]^T \quad (5.16)$$

mit

$$\mathbf{Q}_j = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{l_2 k_{j,4}}{2} & -\frac{l_{j,3} k_{j,1}}{2} \\ -\frac{l_2 k_{j,4}}{2} & l_2 k_{j,5} & -\frac{l_2 k_{j,6} + l_{j,3} k_{j,2}}{2} \\ -\frac{l_{j,3} k_{j,1}}{2} & -\frac{l_2 k_{j,6} + l_{j,3} k_{j,2}}{2} & l_{j,3} k_{j,3} \end{bmatrix}$$

umformen. In Folgenden wird die weitere Stabilitätsanalyse mit der neuen Notation \mathbf{Q}_j durchgeführt.

Aufgrund der dominierenden Längsdynamik im Bremsmodus wird der Anteil des Coriolis-Terms ψv_y in (2.1a) vernachlässigt, und es gilt

$$\dot{v}_x \approx a_x.$$

Dadurch ergibt sich die Fehlerdynamik der Längsgeschwindigkeit zu

$$\dot{\tilde{v}}_x = 0.$$

Zusätzlich wird angenommen, dass der Schätzfehler der Längsgeschwindigkeit zu Beginn des Bremsmodus bereits konvergiert

$$\tilde{v}_x(t_0) \approx 0.$$

Damit gilt für den gesamten Bremsmodus

$$\tilde{v}_x = 0. \quad (5.17)$$

Somit lässt sich (5.16) als

$$\dot{V} \leq - \sum_{j \in \{L, R\}} |\tilde{\mathbf{x}}'_j|^T \mathbf{Q}'_j |\tilde{\mathbf{x}}'_j|, \quad |\tilde{\mathbf{x}}'_j| = [|\tilde{v}_y|, |\tilde{\mu}_{\text{road},j}|] \quad (5.18)$$

mit

$$\mathbf{Q}'_j = \begin{bmatrix} l_2 k_{j,5} & -\frac{l_2 k_{j,6} + l_{j,3} k_{j,2}}{2} \\ -\frac{l_2 k_{j,6} + l_{j,3} k_{j,2}}{2} & l_{j,3} k_{j,3} \end{bmatrix}.$$

vereinfacht darstellen. Für (5.18) gilt für die Betrachtung der Lyapunov-Stabilität der folgende Satz.

Satz 5.1. *Die Beobachterkoeffizienten für $t > 0$ und $\mathbf{u}_{\text{obs}}(t) = 0$ müssen so gewählt werden, dass die Bedingungen*

$$l_2 \geq \frac{\sigma}{\min \{\lambda_{\min}(\bar{\mathbf{Q}}'_j)\}}, \quad (5.19a)$$

$$l_{j,3} = k_{j,7} l_2 \quad (5.19b)$$

erfüllt sind, wobei σ eine positive Konstante und $\bar{\mathbf{Q}}'_j$ eine von den Beobachterkoeffizienten unabhängige Matrix bezeichnet. Der Ausdruck $\min \{\lambda_{\min}(\bar{\mathbf{Q}}'_j)\}$ bezieht sich auf den kleinsten Eigenwert von $\bar{\mathbf{Q}}'_j$ mit $j \in \{L, R\}$, und $k_{j,7}$ bezeichnet den Term aus $(2k_{j,3}k_{j,5} - k_{j,2}k_{j,6})/k_{j,2}^2$. Dann ist die Gleichgewichtslage $\tilde{\mathbf{x}} = 0$ gleichmäßig stabil.

Beweis von Satz 5.1. *Beweis im Anhang D.3.2.*

Rollmodus

Da die Straßenreibwerte während des Fahrzeugrollens nicht beobachtbar sind, werden die Koeffizienten in der v_y - μ_{road} -Schätzung auf null gesetzt ($l_2 = 0$, $l_{j,3} = 0$). Mit den Beobachterkoeffizienten $l_{i,1} > 0$ folgt aus (5.14)

$$\dot{V} \leq - \sum_{i \in \{FL, FR, RL, RR\}} l_{i,1} \tilde{v}_x^2 \leq 0.$$

Damit ist die Beobachterfehlerdynamik laut Satz D.5 [Kha02, Theorem 4.8] gleichmäßig stabil.

Antriebsmodus

Ähnlich wie das Lemma 5.1 im Bremsmodus, verfügen die Längs- und Querkräfte für den Antriebsmodus über die folgende Eigenschaft.

Lemma 5.2. *Im Antriebsfall existieren positive zeitvariante Variablen $k_{i,n} > 0$, $i \in \{\text{FL}, \text{FR}, \text{RL}, \text{RR}\}$, $n \in \{1, \dots, 6\}$, die den Ungleichungen*

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_{\text{road},i} \left(F_{i,x} - \hat{F}_{i,x} \right) &\leq k_{i,1} |\tilde{v}_x| |\tilde{\mu}_{\text{road},i}| + k_{i,2} |\tilde{v}_y| |\tilde{\mu}_{\text{road},i}| + k_{i,3} \tilde{\mu}_{\text{road},i}^2, \\ \tilde{v}_y \left(F_{i,y} - \hat{F}_{i,y} \right) \cos \delta_i &\leq k_{i,4} |\tilde{v}_x| |\tilde{v}_y| - k_{i,5} \tilde{v}_y^2 + k_{i,6} |\tilde{v}_y| |\tilde{\mu}_{\text{road},i}|. \end{aligned}$$

genügen.

Beweis von Lemma 5.2. *Da der Beweis von Lemma 5.2 sehr ähnlich wie jener von Lemma 5.1 aufgebaut ist, wird in dieser Arbeit auf die nähere Herleitung verzichtet.*

Unter Verwendung von Lemma 5.2 in (5.14) ergibt sich

$$\dot{V} \leq - \sum_{j \in \{\text{L}, \text{R}\}} |\tilde{\mathbf{x}}|_j^T \mathbf{Q}_j |\tilde{\mathbf{x}}|_j, \quad |\tilde{\mathbf{x}}|_j = [|\tilde{v}_x|, |\tilde{v}_y|, |\tilde{\mu}_{\text{road},j}|]^T$$

mit

$$\mathbf{Q}_j = \begin{bmatrix} l_{j,1} & -\frac{l_2 k_{j,4}}{2} & -\frac{l_{j,3} k_{j,1}}{2} \\ -\frac{l_2 k_{j,4}}{2} & l_2 k_{j,5} & -\frac{l_2 k_{j,6} + l_{j,3} k_{j,2}}{2} \\ -\frac{l_{j,3} k_{j,1}}{2} & -\frac{l_2 k_{j,6} + l_{j,3} k_{j,2}}{2} & -l_{j,3} k_{j,3} \end{bmatrix},$$

wobei für die v_x -Schätzung $l_{L,1} = l_{RL,1}$, $l_{R,1} = l_{RR,1}$ als Beobachterkoeffizienten gewählt wurden (vgl. Tabelle 5.1). Für den Antriebsmodus gilt der folgende Satz.

Satz 5.2. *Die Beobachterkoeffizienten für $t > 0$ und $\mathbf{u}_{\text{obs}}(t) = 0$ müssen so gewählt werden, dass die Bedingungen*

$$l_{j,1} = \frac{l_2 k_{j,4} m_{j,3,1} + l_{j,3} k_{j,1} m_{j,3,2}}{m_{j,3,3}}, \quad (5.20a)$$

$$l_2 \geq \frac{\sigma}{\min \{\lambda_{\min}(\bar{\mathbf{A}}_j)\}}, \quad (5.20b)$$

$$l_{j,3} = -k_{j,8} l_2 \quad (5.20c)$$

erfüllt sind, wobei σ eine positive Konstante und $\bar{\mathbf{A}}_j$ mit $j \in \{\text{L}, \text{R}\}$ eine von den Beobachterkoeffizienten unabhängige Matrix bezeichnet. Der Ausdruck $m_{j,k,l}$ mit $k \in \{1, 2, 3\}$ und $l \in \{1, 2, 3\}$ beschreibt die Minoren⁷ von den Matrizen $\bar{\mathbf{A}}_j$. Der kleinste Eigenwert von $\bar{\mathbf{A}}_j$ wird mit $\min \{\lambda_{\min}(\bar{\mathbf{A}}_j)\}$ bezeichnet und $k_{j,8}$ entspricht dem Term aus $(2k_{j,3}k_{j,5} + k_{j,2}k_{j,6})/k_{j,2}^2$. Dann ist die Gleichgewichtslage $\tilde{\mathbf{x}} = 0$ gleichmäßig asymptotisch stabil.

Beweis von Satz 5.2. *Der Beweis findet sich im Anhang D.3.3.*

Schaltendes System

Bisher wurden die einzelnen Beobachtermodi getrennt auf Stabilität untersucht. Die Ergebnisse der Stabilitätsanalyse für alle Modi lassen sich in Tabelle 5.2 zusammenfassen.

⁷Die Minoren (oder die Unterdeterminante) $m_{j,k,l}$ sind die Determinanten jener Matrix, die durch das Streichen der k -ten Zeile und l -ten Spalte von $\bar{\mathbf{A}}_j$ entstehen.

Tabelle 5.2: Zusammenfassung der Stabilität aller Modi für $\mathbf{u}_{\text{obs}} = \mathbf{0}$

Modus	Lyapunov-Funktion	Stabilität
Bremsmodus	$\dot{V} \leq 0$	gleichmäßig stabil
Rollmodus	$\dot{V} \leq 0$	gleichmäßig stabil
Antriebsmodus	$\dot{V} \leq -W(\tilde{\mathbf{x}}) < 0$	gleichmäßig asymptotisch stabil

Da es sich bei dem Fahrzustandsbeobachter um ein schaltendes System handelt, müssen zum Nachweis der Stabilität noch weitere Bedingungen erfüllt werden. Dazu werden nichtautonome, schaltende Systeme als [LLX09]

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_s(t, \mathbf{x}) \quad (5.21)$$

definiert, welche zusätzlich durch ein stückweise konstantes *Schaltsignal* $s(t) \in \mathcal{S}$ umgeschaltet werden, wobei \mathcal{S} die Menge der Trajektorien des Schaltsignals bezeichnet. Der Zeitpunkt, an dem das Schaltsignal diskontinuierlich ist, wird als *Schaltzeit* bezeichnet. Die Trajektorie des Schaltsignals s definiert die Abbildung $\mathbf{f}_s \in \{\mathbf{f}_p : p \in D_p\}$, wobei $\mathbf{f}_p : [t_0, +\infty) \times D_{\mathbf{x}} \rightarrow \mathbb{R}^n$ stückweise stetig in t und lokal Lipschitz-stetig in \mathbf{x} auf $[0, +\infty) \times D_{\mathbf{x}}$ sind. Dabei entspricht $D_{\mathbf{x}}$ dem Definitionsbereich des Zustands.

Zum Beweis der Stabilität des schaltenden Fahrzustandsbeobachters wird ein Korollar aus Satz D.8 [Liu10, Theorem 2.4.1] abgeleitet.

Korollar 5.1. *Es sei $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ eine Gleichgewichtslage des schaltenden Systems (5.21). Existiert eine stetig differenzierbare Funktion $V : [0, +\infty) \times D_{\mathbf{x}} \rightarrow \mathbb{R}$ für alle \mathbf{f}_p , $p \in D_p$ so, dass $\forall t \geq 0, \forall \mathbf{x} \in D_{\mathbf{x}}$ die Bedingungen*

$$W_1(\mathbf{x}) \leq V(t, \mathbf{x}) \leq W_2(\mathbf{x}), \quad \forall p \in D_p, \quad (5.22a)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}_p(t, \mathbf{x}) \leq 0, \quad \forall p \in D_p \quad (5.22b)$$

erfüllt werden, wobei die stetigen Funktionen $W_1(\mathbf{x})$ und $W_2(\mathbf{x})$ auf $D_{\mathbf{x}}$ positiv definit sind, dann ist die Gleichgewichtslage $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ gleichmäßig stabil für ein beliebiges Schaltsignal.

Beweis von Korollar 5.1. *Das Ergebnis folgt direkt aus Satz D.8 [Liu10, Theorem 2.4.1], wenn die gleiche Lyapunov-Funktion für alle Submodi des schaltenden Systems verwendet wird.*

Da die gleiche zeitinvariante Lyapunov-Funktion (5.12) für alle Beobachtermodi verwendet wurde, ist die erste Bedingung (5.22a) von Korollar 5.1 automatisch erfüllt. Des Weiteren wurde gezeigt, dass die zeitliche Ableitung der Lyapunov-Funktion \dot{V} in allen Beobachtermodi kleiner als null ist. Damit ist die zweite Bedingung (5.22b) des Korollars 5.1 ebenfalls erfüllt. Folglich ist die Fehlerdynamik des schaltenden Systems nach Korollar 5.1 für beliebige Verläufe des Schaltsignals s gleichmäßig stabil.

5.4.2 Stabilitätsanalyse mit externem Eingang

Die bisherige Analyse basiert auf der Annahme, dass keine Modell- bzw. Messfehler in Form von externen Eingängen vorhanden sind. Im Fall $\mathbf{u}_{\text{obs}} \neq \mathbf{0}$ beruht die Stabilitätsanalyse

hauptsächlich auf der Eingangs-Zustands-Stabilität⁸ (ISS) der Fehlerdynamik (5.10). Da die abhängig von den Modi auftretenden externen Eingangsgrößen nur einen Teil der gesamten Fehlerdynamik beeinflussen, werden je nach Modus die davon beeinflussten Anteile der Fehlerdynamik auf ihre Eingangs-Zustands-Stabilität untersucht.

Bremsmodus

Durch die Wahl der Beobachterkoeffizienten mit $l_{j,1} = 0$ verschwindet die Eingangsgröße u_1 . Aufgrund der Annahme in (5.17) wird nur das Teilsystem v_y - und μ_{road} -Schätzung durch die verbleibenden externen Eingangsgrößen u_2 und $u_{j,3}$ beeinflusst. Zur Untersuchung der Stabilität des Teilsystems wird eine neue Lyapunov-Funktion

$$\bar{V}(\tilde{\mathbf{x}}') = \frac{1}{2} \left(\tilde{v}_y^2 + \sum_{j \in \{L,R\}} \tilde{\mu}_{\text{road},j}^2 \right) \quad (5.23)$$

mit den Schätzfehlern $\tilde{\mathbf{x}}' = [\tilde{v}_y, \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{\text{road}}^T]^T$, $\tilde{\boldsymbol{\mu}}_{\text{road}} = [\tilde{\mu}_{\text{road},L}, \tilde{\mu}_{\text{road},R}]^T$ eingeführt. Unter Berücksichtigung der externen Eingangsgrößen $\mathbf{u}'_{\text{obs}} = [u_2, \mathbf{u}_3^T]^T$ mit $\mathbf{u}_3 = [u_{L,3}, u_{R,3}]^T$ ergibt sich die zeitliche Ableitung von (5.23) zu

$$\begin{aligned} \dot{\bar{V}} &= l_2 \sum_i \tilde{v}_y \left(F_{i,y} - \hat{F}_{i,y} \right) \cos \delta_i + \tilde{v}_y u_2 \\ &+ \sum_{j \in \{L,R\}} l_{j,3} \tilde{\mu}_{\text{road},j} \left(F_{j,x} - \hat{F}_{j,x} \right) + \sum_{j \in \{L,R\}} \tilde{\mu}_{\text{road},j} u_{j,3}. \end{aligned} \quad (5.24)$$

Satz 5.3. *Sind die Bedingungen von Satz 5.1 für den Definitionsbereich der externen Eingangsgrößen $\mathbf{u}_{\text{obs}} \in D_{\mathbf{u}_{\text{obs}}}$ erfüllt, dann ist das System (5.10) im Bremsmodus Eingangs-Zustands-stabil.*

Beweis von Satz 5.3. *Siehe Anhang D.3.4.*

Rollmodus

Mit $l_2 = 0$ und $l_{j,3} = 0$ tritt im *Rollmodus* nur die Eingangsgröße $u_1 \neq 0$ auf. Dadurch bleiben die Fehler $\tilde{\mu}_{\text{road},j}$ unverändert. Jedoch ist die Fehlerdynamik von \tilde{v}_y nicht zu vernachlässigen, da diese noch vom Coriolis-Effekt (5.10b) beeinflusst wird. Deshalb ist das Teilsystem v_x - und v_y -Schätzung in diesem Modus von Bedeutung, dessen Fehlerdynamik sich in der Matrixform

$$\dot{\tilde{\mathbf{v}}} = \begin{bmatrix} -l_1 & \dot{\psi} \\ -\dot{\psi} & 0 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{v}} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_1, \quad \tilde{\mathbf{v}} = [\tilde{v}_x, \tilde{v}_y]^T, \quad l_1 = \sum_j l_{j,1} \quad (5.25)$$

umformulieren lässt. Da die Gierrate $\dot{\psi}$ zeitvariant ist, soll die Eingangs-Zustands-Stabilität des Teilsystems (5.25) in zwei Fällen untersucht werden, nämlich im Fall ohne Gierrate ($\dot{\psi} = 0$) und im Fall mit Gierrate ($\dot{\psi} \neq 0$).

Für $\dot{\psi} = 0$ ist die Fehlerdynamik von \tilde{v}_x und \tilde{v}_y entkoppelt, und es gilt $\tilde{v}_y = 0$. Daher ist nur die Fehlerdynamik von \tilde{v}_x

⁸auf Engl.: Input-to-state stability.

$$\dot{\tilde{v}}_x = -l_1 \tilde{v}_x + u_1$$

zu betrachten, deren Eingangs-Zustands-Stabilität durch (vgl. [IJF⁺06])

$$|\tilde{v}_x(t)| \leq |\tilde{v}_x(t_0)| e^{-\frac{l_1}{2}(t-t_0)} + \frac{2}{l_1} \left(\sup_{t_0 \leq \tau \leq t} |u_1(\tau)| \right)$$

eindeutig zu erkennen ist.

Für $\psi \neq 0$ lässt sich zunächst die Stabilität des Teilsystems mit $u_1 = 0$

$$\dot{\tilde{\mathbf{v}}}(t) = \begin{bmatrix} -l_1 & \dot{\psi}(t) \\ -\dot{\psi}(t) & 0 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{v}}(t) \quad (5.26)$$

untersuchen. Dabei wird folgende Annahme für die Gierrate $\dot{\psi}$ getroffen:

Annahme 5.5. *Da die Gierrate $\dot{\psi}(t)$ eine physikalische Größe ist, verfügen diese und deren Ableitung $\ddot{\psi}(t)$ über die Eigenschaften*

- *abzählbare Sprünge und endliche Sprunghöhe,*
- *Stetigkeit und Beschränktheit zwischen den Sprüngen*

und erfüllen im Fall $\dot{\psi} \neq 0$ die Ungleichung

$$a_1 \leq \int_s^{s+\delta} \dot{\psi}^2(t) dt \leq a_2,$$

wobei a_1 , a_2 und δ drei positive Konstanten sind.

Es lässt sich beweisen, dass das nichtautonome System (5.26) *global exponentiell stabil* ist, siehe Anhang D.3.5 für den detaillierten Beweis. Damit wird die Eingangs-Zustands-Stabilität des Teilsystems (5.25) im *Rollmodus* mit $u_1 \neq 0$ laut Lemma D.1 [Kha02, Lemma 4.6] nachgewiesen.

Antriebsmodus

Da alle Beobachterkoeffizienten $l_{j,1}$, l_2 und $l_{j,3}$ im *Antriebsmodus* ungleich null sind, sind alle Eingangsgrößen u_1 , u_2 und $u_{j,3}$, $j \in \{L, R\}$, vorhanden. Unter Berücksichtigung der Eingangsgrößen $u_1 \neq 0$, $u_2 \neq 0$ und $u_{j,3} \neq 0$ in (D.19) kann \dot{V} durch zusätzliche Terme aus \mathbf{u}_{obs} ergänzt werden:

$$\dot{V} \leq -W(\tilde{\mathbf{x}}) + \tilde{v}_x u_1 + \tilde{v}_y u_2 + \sum_{j \in \{L, R\}} \tilde{\mu}_{\text{road},j} u_{j,3}.$$

Dabei entspricht die Funktion $W(\tilde{\mathbf{x}})$ jener in (D.19). Ähnlich wie im *Bremsmodus*, gilt der folgende Satz.

Satz 5.4. *Sind die Bedingungen von Satz 5.2 für den Definitionsbereich der externen Eingangsgrößen $\mathbf{u}_{\text{obs}} \in D_{\mathbf{u}_{\text{obs}}}$ erfüllt, dann ist das System (5.10) im Antriebsmodus Eingangs-Zustands-stabil.*

Beweis von Satz 5.4. *Siehe Anhang D.3.6 für den Beweis.*

Schaltendes System

In Tabelle 5.3 werden die Ergebnisse der Stabilitätsanalyse bei $\mathbf{u}_{\text{obs}} \neq \mathbf{0}$ für alle Modi zusammengefasst. Dabei ist trotz des Auftretens der Fehleranteile (durch Modellunbestimmtheiten bzw. Messungenauigkeiten) als externe Eingangsgrößen die Eingangs-Zustands-Stabilität des Beobachterfehlersystems (5.10a)-(5.10c) in allen Beobachtermodi gewährleistet.

Tabelle 5.3: Zusammenfassung der Stabilität aller Modi für $\mathbf{u}_{\text{obs}} \neq \mathbf{0}$

Modus	wirkende Eingangsgrößen	beeinflusstes Teilsystem	Stabilität
Bremsmodus	$u_2, u_{j,3}$	v_y - und $\boldsymbol{\mu}_{\text{road}}$ -Schätzung	ISS
Rollmodus	u_1	v_x -, v_y -Schätzung	ISS
Antriebsmodus	$u_1, u_2, u_{j,3}$	v_x -, v_y - $\boldsymbol{\mu}_{\text{road}}$ -Schätzung	ISS

Bemerkung 5.3. (Einfluss der Straßensteigung und Querneigung):

Beim Entwurf des nichtlinearen Fahrzustandsbeobachters wurde von einer ebenen Straße ohne Steigung und Querneigung ausgegangen (vgl. Annahme 5.2). Beim Auftreten der Straßensteigung ϕ_{road} , bzw. der Straßenneigung θ_{road} , werden die Messsignale der Längs- und Querschleunigungen durch die zusätzlichen Schwerkraftkomponenten beeinflusst [ZLC09]. Ähnlich wie bei \mathbf{u}_{obs} , kann man den Einfluss durch die Straßensteigung bzw. Querneigung als begrenzte Eingangsgröße in der Fehlerdynamik (5.10) betrachten. Ebenfalls lässt sich zeigen, dass die Eingangs-Zustands-Stabilität in diesem Fall gewährleistet ist. Um die Auswirkung von der Straßensteigung und Querneigung auf die Genauigkeit der geschätzten Fahrzeugzustände zu reduzieren, können Adaptionalgorithmen aus [GIJ⁺09] und [MKN12] zur Schätzung der Straßensteigung sowie Querneigung in die bestehende Beobachterstruktur hinzugefügt werden.

5.5 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde ein Beobachter für die Fahrzustandsschätzung des Komplettfahrzeugs vorgestellt [SHRL15]. Ausgehend von dem Entwurfsmodell des Komplettfahrzeugs aus Kapitel 2 wurde zunächst die Beobachtbarkeit des definierten Fahrzustands bzgl. der Ein- und Ausgangsgrößen untersucht. Mit den Erkenntnissen aus der Beobachtbarkeitsanalyse wurde ein Fahrzustandsbeobachter mit schaltender Struktur entworfen. Der schaltende Beobachter wird fahrsituationsabhängig durch ein Schaltsignal zwischen den einzelnen Beobachtermodi umgeschaltet. Des Weiteren wurde der entwickelte Beobachter auf Stabilität im Sinne von Lyapunov untersucht. Dabei wurde gezeigt, dass eine stabile Fehlerdynamik des nichtlinearen, nichtautonomen und schaltenden Beobachtungssystems für normale Fahrsituationen immer sichergestellt ist.

Kapitel 6

Simulations- und Messergebnisse

In diesem Kapitel wird die Tauglichkeit der zuvor dargestellten Methoden zur Anti-Blockier-Regelung in Kapitel 4 und zur Fahrzustandsbeobachtung in Kapitel 5 durch Simulationen und Experimente demonstriert. Dabei werden ausschließlich die Geradeaus-Vollbremsungen auf verschiedenen homogenen Fahrbahnoberflächen betrachtet. Für weitere Ergebnisse zur Fahrzustandsbeobachtung mit dem schaltenden Beobachter unter anderen Fahrsituationen wird auf [SHRL15] verwiesen.

In Abb. 6.1 ist der Aufbau der gesamten Regelungsstruktur mit den wichtigsten Größen dargestellt. Mit Hilfe der Signalaufbereitung werden auf Basis der Sensorrohsignale $\mathbf{y}_{\text{sensor}}$ die zur Fahrzustandsbeobachtung benötigten Ein- und Ausgangssignale, \mathbf{u}_{obs} und \mathbf{y}_{obs} , berechnet. Zudem werden durch Signalaufbereitung aus den Sensorsignalen $\mathbf{y}_{\text{sensor}}$ und geschätzten Fahrzustandsgrößen $\hat{\mathbf{x}}_{\text{obs}}$ die radindividuellen Systemgrößen \mathbf{z}_{ABS} gebildet. Unter Verwendung von \mathbf{z}_{ABS} werden aus der Anti-Blockier-Regelung die Soll-Bremsmomente $\mathbf{M}_{\text{b,d}}$ der jeweiligen Räder bestimmt, wobei sich die Anti-Blockier-Regelung aus vier radindividuellen Reglern zusammensetzt, wie in Abb. 6.1 zu sehen ist. Anhand der Soll-Bremsmomente $\mathbf{M}_{\text{b,d}}$ werden durch die ABS-Aktuatoransteuerung die Ansteuersignale \mathbf{u}_{act} für die Bremsaktuatoren (Ein- und Auslassventile) berechnet. Da die Ist-Bremsmomente der jeweiligen Räder nicht direkt als Messgrößen verfügbar sind, werden sie durch physikalische Modellierung nachgebildet. Die modellierten Bremsmomente $\mathbf{M}_{\text{b}}^{\text{mod}}$ werden sowohl in der Anti-Blockier-Regelung als auch in der Fahrzustandsbeobachtung weiterverwendet.

Im Folgenden wird die simulative und experimentelle Untersuchung der entwickelten Methoden in zwei Schritten demonstriert. In Abschnitt 6.1 wird die Simulation der Regelungsstruktur aus Abb. 6.1 mit einem detaillierten (nichtlinearen) Mehrkörpermodell durchgeführt, um Einflüsse durch Sensorabweichungen bzw. Modellvereinfachungen zu untersuchen. Mit den Erkenntnissen des ersten Schrittes wird anschließend in Abschnitt 6.2 die vorgeschlagene Regelungsstruktur am Fahrzeug getestet, und die Messergebnisse werden mit jenen aus einer konventionellen Anti-Blockier-Regelung verglichen.

6.1 Simulationsergebnisse

Aufgrund der Komplexität des Fahrzeugs ist eine endgültige Aussage über die Genauigkeit und Robustheit eines entwickelten Regelalgorithmus mit theoretischen Mitteln nahezu unmöglich. Daher werden simulative Methoden eingesetzt, die dank der Computertechnik

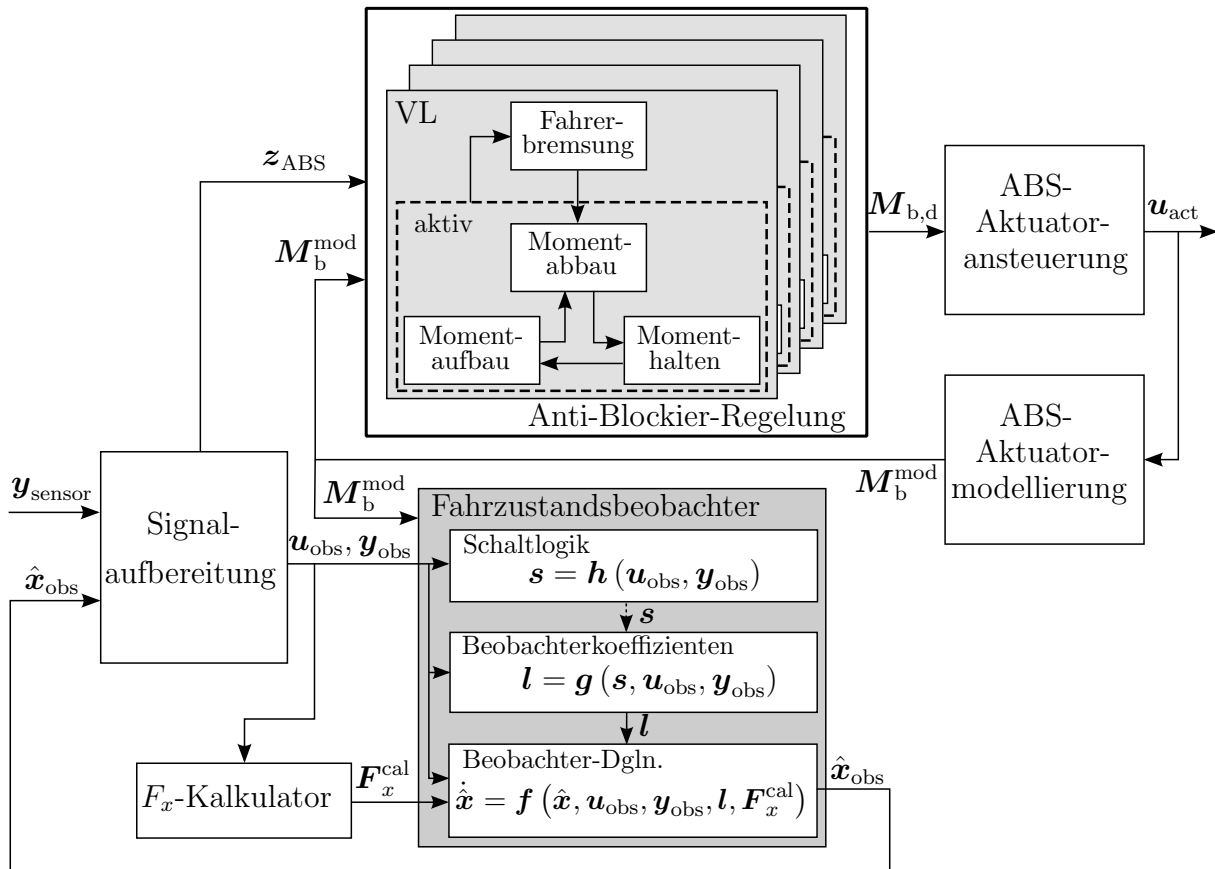


Abbildung 6.1: Übersicht der gesamten Regelungsstruktur.

und realitätsnahen Fahrzeugmodellen sehr genaue Aussagen ermöglichen [Amm97]. Die entscheidenden Vorteile sind dabei die Möglichkeiten, auf sonst nicht oder nur schwer messbare Größen zuzugreifen und das Simulationsmodell beliebig zu parametrieren [Suc08].

6.1.1 Simulationsaufbau

Im Rahmen dieser Arbeit wurde auf eine bei der Robert Bosch GmbH entwickelte und in Matlab/Simulink realisierte fahrdynamische Simulationsumgebung (Chassis System Simulation Environment) zurückgegriffen. Diese dient zur Simulation der Fahrdynamik des gesamten Regelkreises. Wie in Abb. 6.2 dargestellt, besteht die Simulationsumgebung im Wesentlichen aus drei Teilen: Modell des Fahrers, Modell des Fahrzeugs und Modell des Bremssystems.

Die Steuerung des Lenkradwinkels wird hierbei durch einen virtuellen Fahrer vorgegeben. D.h., das Fahrzeug wird von einem Fahrermodell so gelenkt, dass es stets in der Fahrspur bleibt. Weiterhin können hier je nach gewähltem Fahrmanöver diverse Größen, wie Fahrerdruck auf das Bremspedal, Bremsdruck des Hauptzylinders oder Position der Kupplung vorgegeben werden. Beim Fahrzeugmodell handelt es sich um ein Mehrkörpermodell bestehend aus dem Fahrzeugkörper, den Radaufhängungen sowie den Reifen. Damit ist das Fahrzeugmodell in der Lage, komplexe Fahrverhalten, wie z.B. Nick- und Wankbewegungen, realitätsnah nachzubilden. Dies ist der größte Unterschied zu dem Entwurfsmodell in Kapitel 2, welches als Starrkörpermodell hergeleitet wurde. Zudem können verschiedene Reifenmodelle sowie Straßenbedingungen (z.B. der Straßenreibwert)

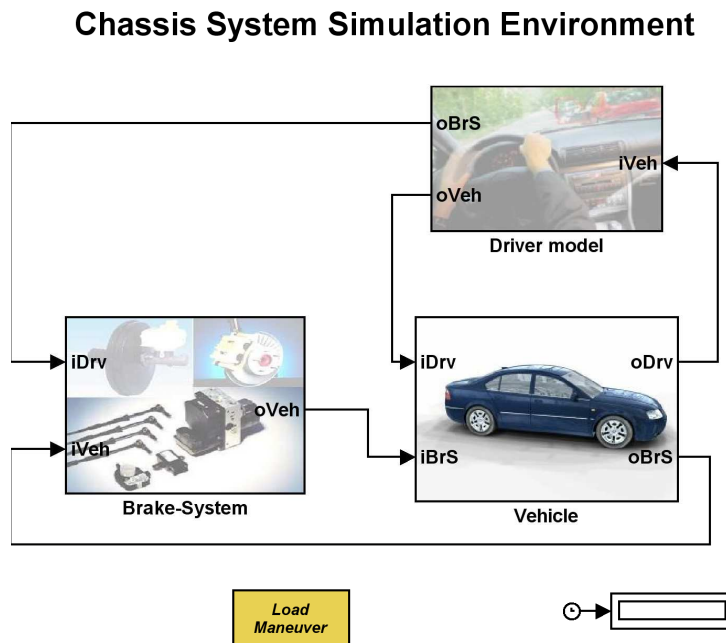


Abbildung 6.2: Die fahrdynamische Simulationsumgebung der Robert Bosch GmbH.

zur Simulation gewählt werden. Da es sich in dieser Arbeit um ein hydraulisches Bremssystem handelt, wird dies als Regelstrecke im Modell des Bremssystems realisiert. Die bereits entworfene Anti-Blockier-Regelung einschließlich der Fahrzustandsbeobachtung wurde als Teil des ABS-Steuergerätes ebenfalls in den Block des Bremssystems eingebaut. Darüber hinaus kann hierbei mit Hilfe der entsprechenden Sensormodelle die diskrete Signalverarbeitung der einzelnen Messgrößen realitätsnah nachgebildet und somit die Einflüsse durch Abweichungen in Messgrößen genau untersucht werden.

Es wurden unterschiedliche Fahrmanöver hinsichtlich der Leistungsfähigkeit und der Robustheit des vorgeschlagenen Regelungskonzeptes untersucht. Im Folgenden werden exemplarisch die Simulationsergebnisse einer Geradeaus-Vollbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf einer Straßenoberfläche mit hohem Straßenreibungswert von $\mu_{\text{road}} = 1$ (sogenannte *high- μ*) präsentiert und erläutert. Die hierfür verwendeten Fahrzeugparameter sind aus Tabelle B.3 zu entnehmen. Weitere Simulationsergebnisse für den Fall *low- μ* mit $\mu_{\text{road}} = 0.2$ finden sich in Anhang E.1.

6.1.2 Geradeaus-Vollbremsung auf high- μ

Bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf high- μ wird die Simulation mit einer Anfangsgeschwindigkeit von ca. 16 m/s gestartet. Nach dem anfänglichen freien Rollen des Fahrzeugs beginnt der eigentliche Bremsvorgang ab dem Zeitpunkt $t = 0.5$ s, wie in Abb. 6.3 dargestellt.

Kurz danach wird aufgrund der erkannten Gefahr der Radblockierung die Anti-Blockier-Regelung aktiviert. Es beginnt eine zyklische Wiederholung der drei Regelmodi des schaltenden Anti-Blockier-Reglers, um damit den Bremsschlupf immer in der Nähe des optimalen Bremsschlupfes λ_{max} zu halten, welcher für das gewählte Reifenmodell bei ca. 0.15 liegt. Zudem ist bei der Trajektorienplanung für den Bremsmomentaufbau zu sehen,

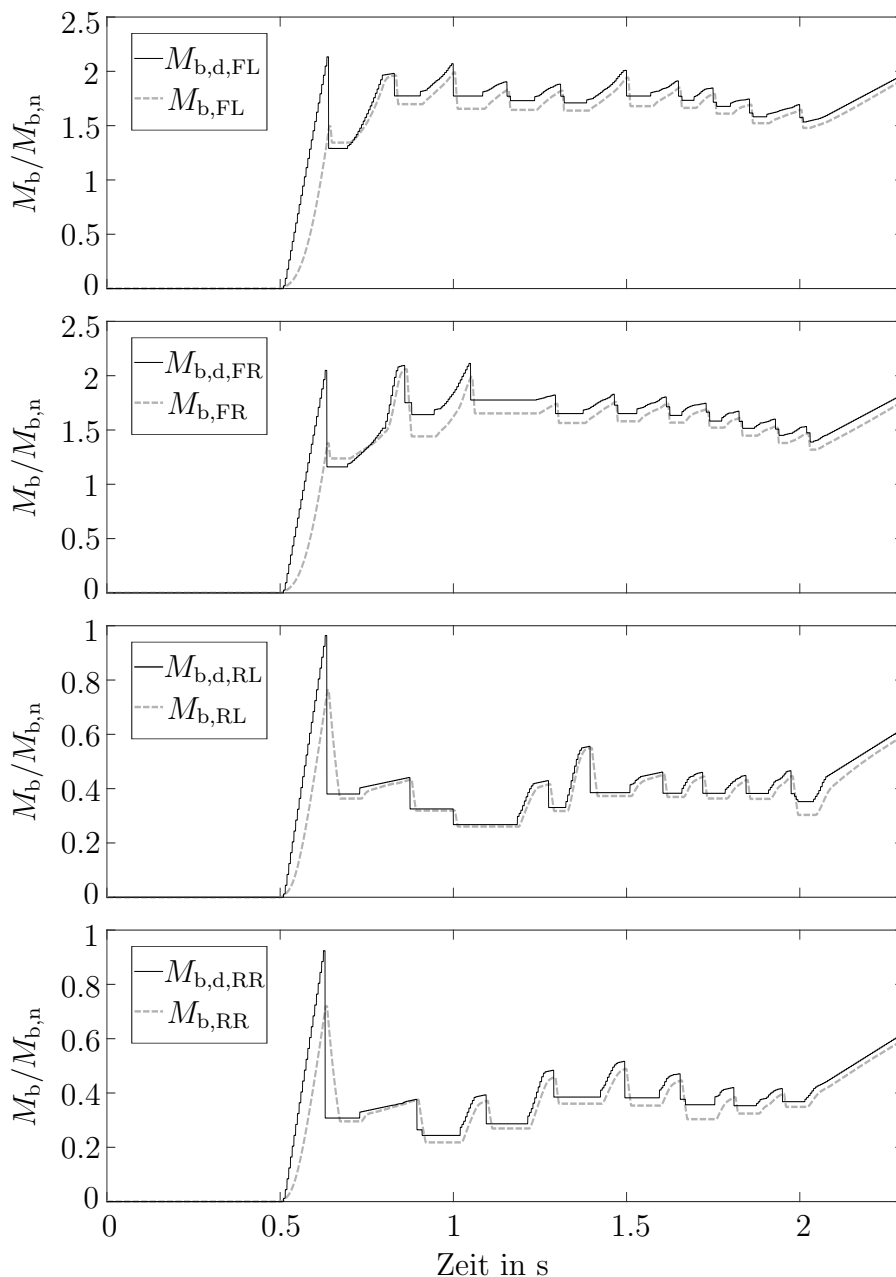


Abbildung 6.3: Verläufe der Soll- und Ist-Bremsmomente, $M_{b,d,i}$ und $M_{b,i}$, bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf $high-\mu$ in der Simulation.

dass die Aufbaugradienten bei allen Rädern immer flacher werden, damit während des gesamten Bremsvorgangs die Schlupfdynamik trotz abnehmender Fahrgeschwindigkeit möglichst konstant bleibt. Außerdem ist ebenfalls zu erkennen, dass aufgrund des fehlenden Regleranteils in der ABS-Aktuatoransteuerung Abweichungen zwischen Soll- und Ist-Bremsmomenten auftreten können. Dies führt manchmal dazu, dass die modellbasiert berechnete Abbaustufe zur Radstabilisierung nicht ausreichend wirkt, sodass ein Folgeabbau notwendig ist, siehe z.B. den Verlauf von $M_{b,d,RL}$ bei $t = 1$ s in Abb. 6.3. Bei sehr kleiner Längsgeschwindigkeit wird aufgrund der hohen Schlupfdynamik die Grenze der Anti-Blockier-Regelung erreicht. Da bei einem sehr kleinen v_x die Radblockierung für die Fahrsicherheit nicht mehr besonders kritisch ist, wird die Regelung ausgeschaltet. Die Bremsmomente an den einzelnen Rädern werden dabei mit konstantem Gradienten weiter gesteuert, bis das Fahrerbremsmoment erreicht wird.

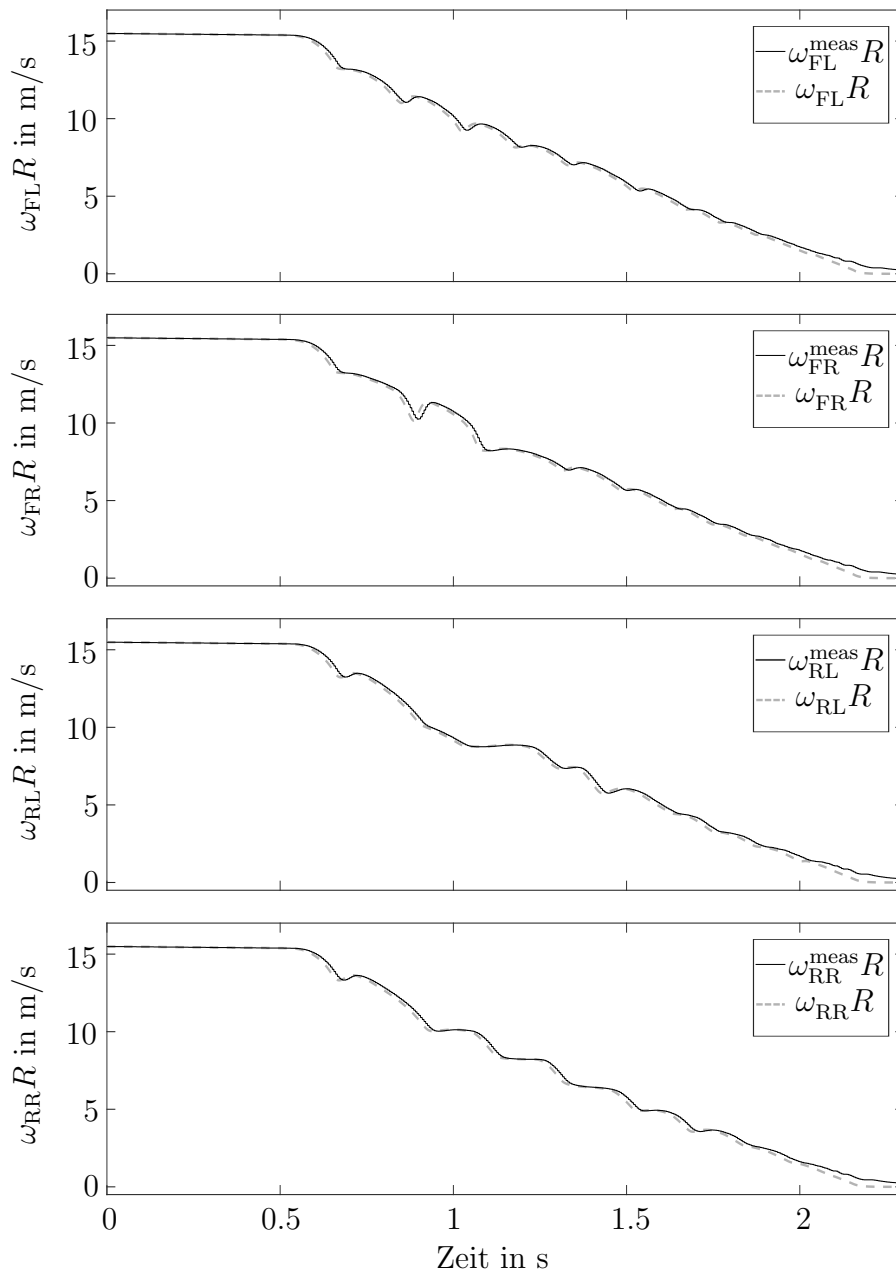


Abbildung 6.4: Verläufe der Mess- und Istwerte der Radumfangsgeschwindigkeiten, $\omega_i^{\text{meas}} R$ und $\omega_i R$, $i \in \{\text{FL}, \text{FR}, \text{RL}, \text{RR}\}$, bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf *high- μ* in der Simulation.

In Abb. 6.4 und Abb. 6.5 werden alle Größen, die für die Fahrzustandsbeobachtung notwendig sind, gezeigt. Durch Vergleich der Messwerte mit den Istwerten sind überall Messabweichungen zu erkennen. Besonders auffällig sind dabei die immer größeren Messabweichungen des Raddrehzahlsensors mit abnehmender Radumfangsgeschwindigkeit. Der Grund dafür ist das induktive Messprinzip des Raddrehzahlsensors, basierend auf dem Hall-Effekt. Je langsamer sich das Rad dreht, desto weniger Flanken werden dabei erkannt und desto mehr Messabweichungen treten auf (vgl. [Her03] bzw. Anhang B in [ST10]). Es sei angemerkt, dass die Messgrößen bei dieser Simulation noch kein Messrauschen enthalten. Wie bereits in Abb. 6.1 demonstriert wurde, werden aufgrund fehlender Messgrößen die modellierten Bremsmomente $\mathbf{M}_b^{\text{mod}}$ zur Fahrzustandsbeobachtung weiterverwendet, siehe zweite Grafik in Abb. 6.5.

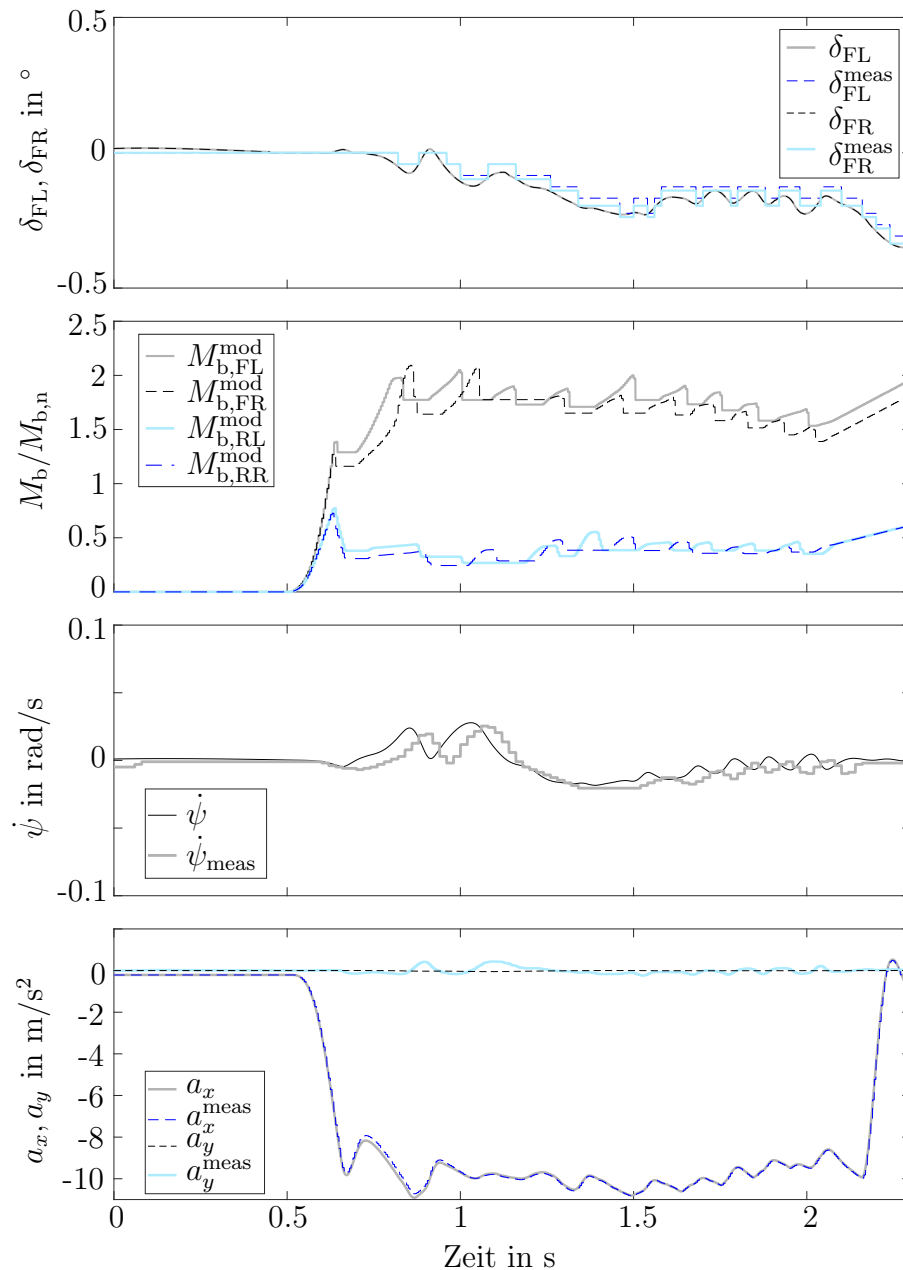


Abbildung 6.5: Verläufe der Mess- und Istwerte der Radlenkwinkel, der Radbremsmomente, der Gierrate, sowie der Längs- und Querbeschleunigungen des Fahrzeugs bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf *high-μ* in der Simulation.

Anhand der gemessenen Längs- und Querbeschleunigungen lassen sich gemäß (2.15) die Radlasten bestimmen, wie in Abb. 6.6 zu sehen ist. Die stationären Abweichungen der berechneten Radlasten $\mathbf{F}_z^{\text{cal}}$ im Vergleich zu den realen Radlasten \mathbf{F}_z am Anfang des Bremsvorgangs sind auf die falsche Parametrisierung der Fahrzeug-Schwerpunktlage im Entwurfsmodell zurückzuführen¹. Zudem kommen die dynamischen Abweichungen dadurch zustande, dass das Entwurfsmodell in Kapitel 2 als Starrkörpermodell hergeleitet und somit komplexes Fahrverhalten, wie z.B. Nick- und Wankbewegungen, nicht berücksichtigt wurde.

¹Es wurde im Entwurfsmodell davon ausgegangen, dass die Schwerpunktlage auf der Längsachse des Fahrzeugs liegt, also dass keine Verschiebung der Schwerpunktlage in y_B -Richtung stattfindet.

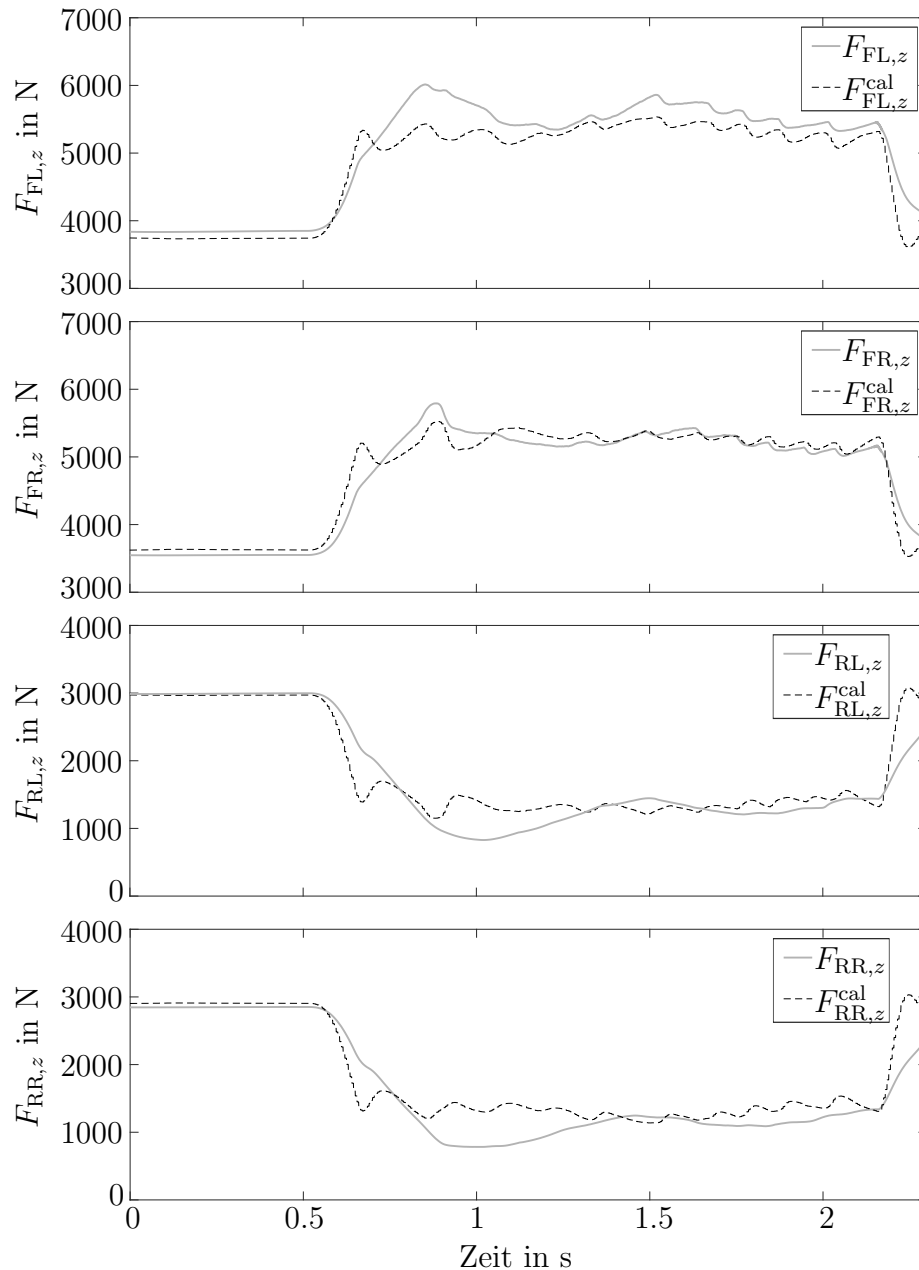


Abbildung 6.6: Simulierte Verläufe der realen und berechneten Radlasten, $F_{i,z}$ und $F_{i,z}^{\text{cal}}$, $i \in \{\text{FL}, \text{FR}, \text{RL}, \text{RR}\}$, bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf *high- μ* .

In Abb. 6.7 werden die gemäß (5.9) berechneten Längskräfte F_x^{cal} der jeweiligen Räder, die ebenso für die Fahrzustandsbeobachtung erforderlich sind, dargestellt. Trotz der Fehler in der Ableitungsschätzung von $\dot{\omega}$ und in der Modellierung der Bremsmomente M_b^{mod} zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen berechneten und realen Längskräften. Zudem sind die Verläufe der geschätzten Längskräfte \hat{F}_x ebenfalls in Abb. 6.7 zu sehen. Dabei wird ersichtlich, dass die berechneten und geschätzten Längskräfte, insbesondere bei den Hinterrädern, trotz der Fahrzustandsbeobachtung bleibende Abweichungen aufweisen. Dies liegt daran, dass nur die Summe der Längskräfte der linken bzw. rechten Fahrzeugseite in Form von $F_{j,x}^{\text{cal}} - \hat{F}_{j,x}$, $j \in \{\text{L}, \text{R}\}$, in die Zustandsrückführung der Beobachter-Dgl. (5.8c) eingeht.

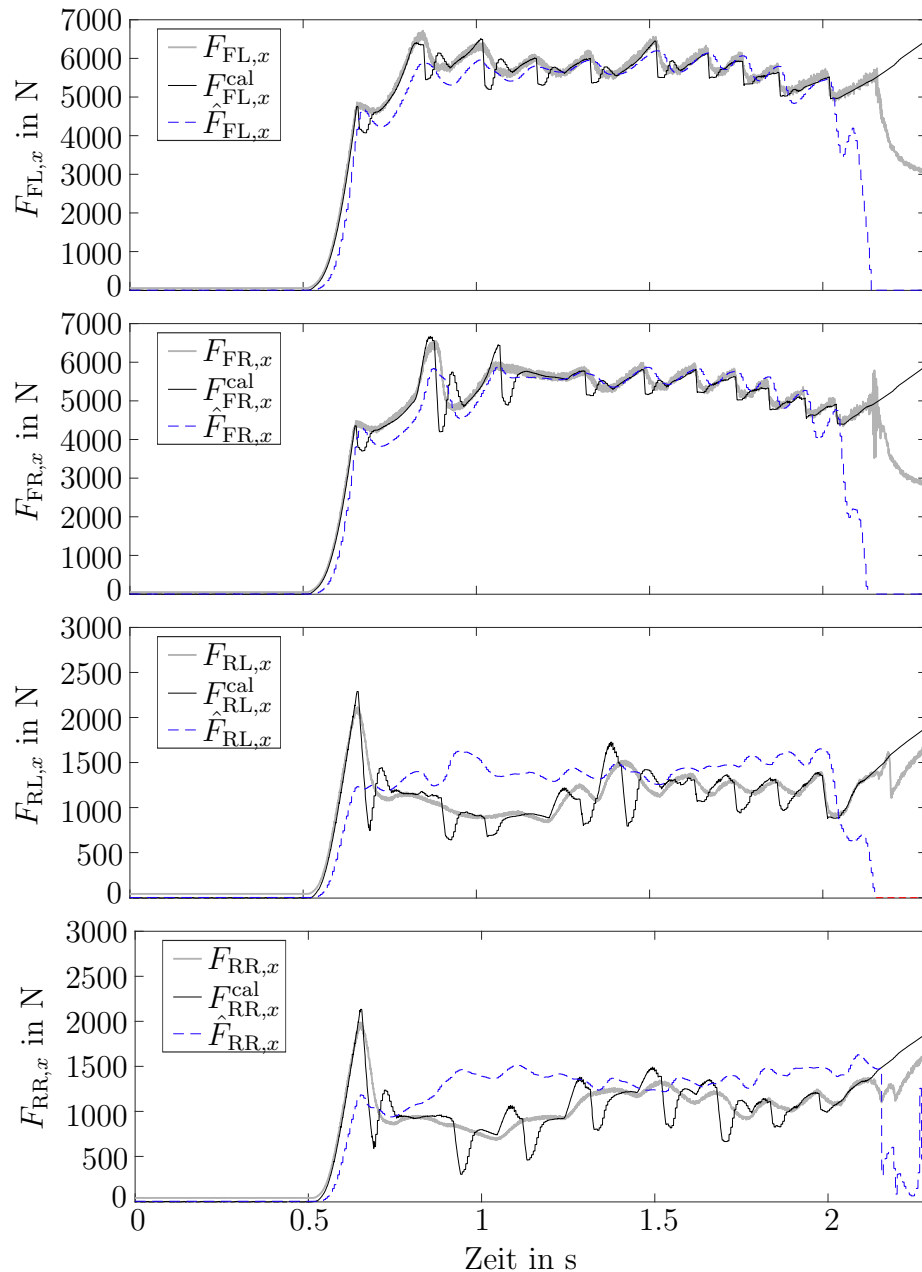


Abbildung 6.7: Simulierte Verläufe der realen und berechneten Radlängskräfte, $F_{i,x}$ und $F_{i,x}^{cal}$, $i \in \{FL, FR, RL, RR\}$, bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf $high-\mu$.

Betrachtet man die geschätzten Fahrzustandsgrößen $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{v}_x, \hat{v}_y, \hat{\mu}_{road,L}, \hat{\mu}_{road,R}]^T$ in Abb. 6.8, so ist trotz der vorhandenen Messungenauigkeiten bzw. der Modellfehler eine hohe Schätzgenauigkeit bei der Längs- und Quergeschwindigkeit des Fahrzeugs zu erkennen. Im Gegensatz dazu sind bei der μ_{road} -Schätzung die Auswirkungen der vorhandenen Messungenauigkeiten bzw. der Modellfehler deutlich zu sehen. Da am Anfang des Fahrmanövers das Fahrzeug nicht gebremst wird, befindet sich der schaltende Beobachter im *Rollmodus* und somit werden die Beobachterkoeffizienten der μ_{road} -Schätzung auf null gesetzt (vgl. Abschnitt 5.3.2). Daher bleiben die Schätzfehler für μ_{road} der jeweiligen Räder konstant, siehe Abb. 6.8 unten. Sobald die Bremsmomente für die μ_{road} -Schätzung hinreichend groß sind, wird der Beobachter auf den *Bremsmodus* umgeschaltet. Aus Abb. 6.8 unten ist zu sehen, dass innerhalb von ca. 0.3 s nach der Aktivierung der Anti-Blockier-Regelung die

geschätzten Straßenreibwerte $\hat{\mu}_{\text{road},j}$ den realen Straßenreibwert μ_{road} bereits erreichen. Allerdings ist aufgrund der Messungenauigkeiten bzw. der Modellfehler eine Konvergenz der geschätzten Straßenreibwerte gegen μ_{road} nicht eindeutig zu erkennen. Entsprechend der Analyse in Abschnitt 5.4.2 bzgl. der Eingangs-Zustands-Stabilität bleiben die geschätzten Straßenreibwerte beim Auftreten der Modellunbestimmtheiten bzw. der Messungenauigkeiten als externe Eingangsgrößen stets in der Nähe des realen Straßenreibwertes μ_{road} . Des Weiteren ist der schnelle Anstieg der geschätzten Reibwerte am Ende des Bremsvorgangs auf das Blockieren der Räder nach Ausschalten der Anti-Blockier-Regelung zurückzuführen. Sobald das Fahrzeug den Stillstand erreicht, werden die geschätzten Straßenreibwerte auf den Initialwert 0.6 zurückgesetzt, wie in Abb. 6.8 unten gezeigt wird.

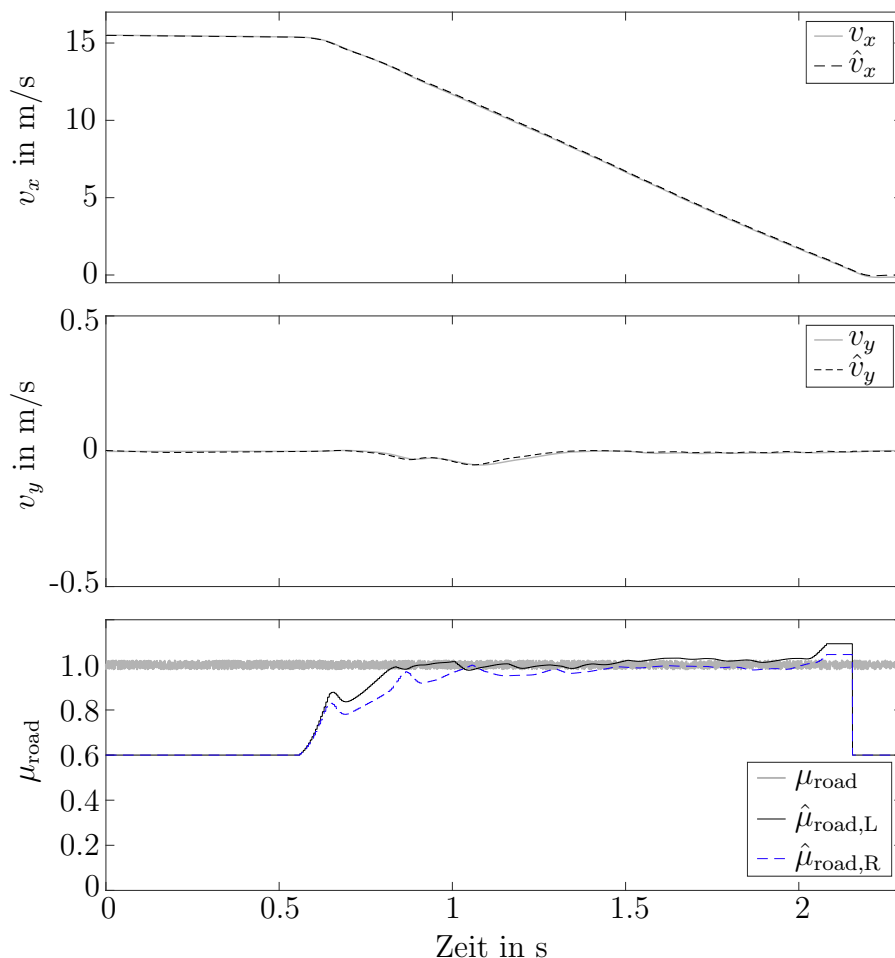


Abbildung 6.8: Simulierte Verläufe der realen und geschätzten Längs- und Quergeschwindigkeiten, sowie Straßenreibwerte des Fahrzeugs bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf *high- μ* .

Mit Hilfe der geschätzten Straßenreibwerte lässt sich gemäß (4.13) ein geeigneter Grenzschlupf λ_{lim} so bestimmen, dass der Wirkungsbereich des ABS-Zyklus immer in der Umgebung des optimalen Bremschlupfes liegt. Allerdings ist in Abb. 6.9 zu erkennen, dass aufgrund der immer größeren Schätzfehler der Fahrzustände bei abnehmender Fahrgeschwindigkeit, was unmittelbar auf die erhöhten Messfehler der Raddrehzahlsensoren zurückzuführen ist, der Regelmodus *Bremsmomentabbau* zu früh eingeleitet wird, sodass eine Reduzierung der Bremschlupfwerte bereits stattgefunden hat, bevor die Brems-

schlüpfe der Vorderräder den optimalen Bremschlupf λ_{\max} erreichen können. Dies führt wiederum dazu, dass die Längsverzögerung am Ende des Fahrmanövers etwas nachlässt, siehe Abb. 6.5 unten. Jedoch wird mit einer mittleren Längsverzögerung von etwa -10 m/s^2 insgesamt eine sehr gute Bremsleistung erzielt.

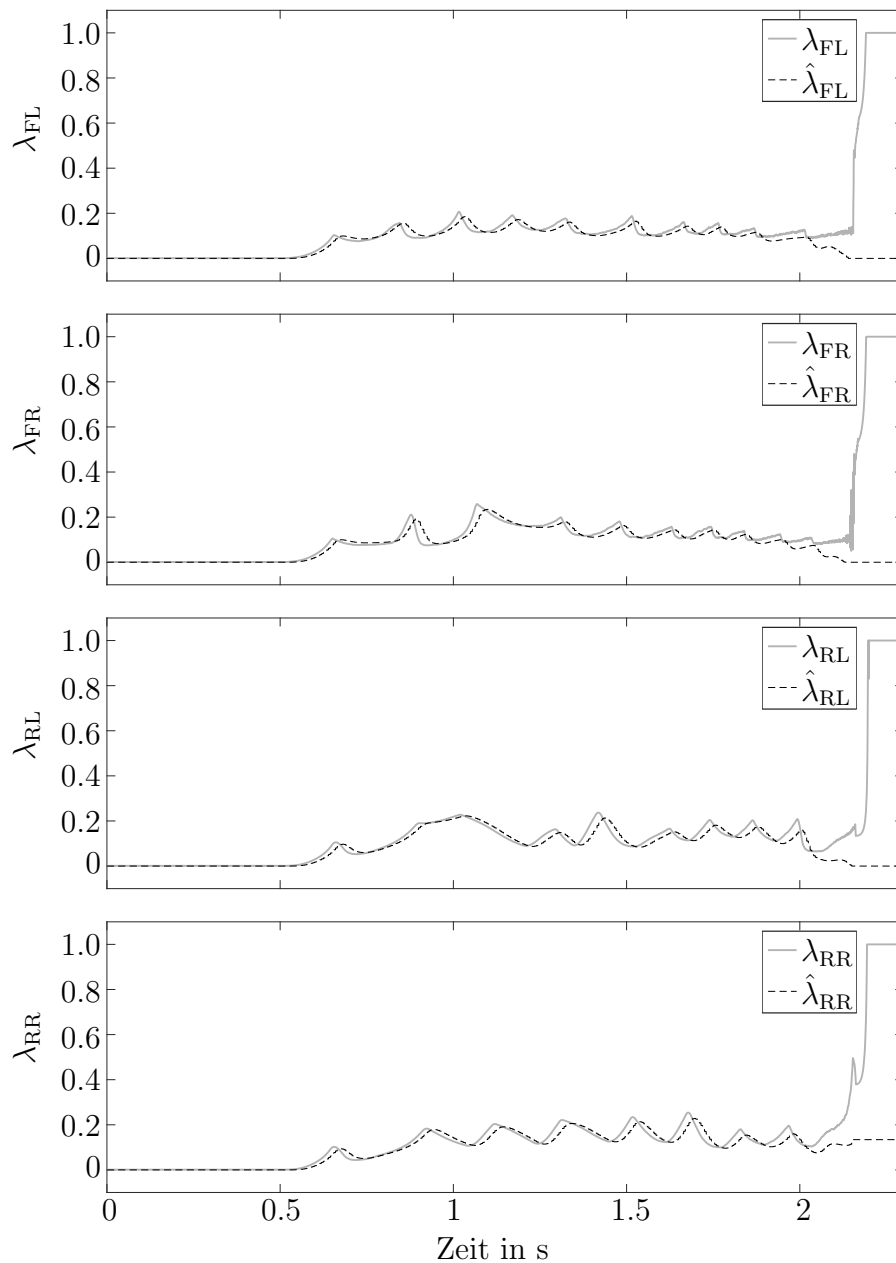


Abbildung 6.9: Simulierte Verläufe der realen und geschätzten Radschlupfwerte, λ_i und $\hat{\lambda}_i$, $i \in \{\text{FL}, \text{FR}, \text{RL}, \text{RR}\}$, bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf *high- μ* .

6.2 Messergebnisse

Trotz all den heute verfügbaren Mitteln bleibt eine Validierung einer Methode bzw. eines Regelalgorithmus für den Bereich der Fahrsicherheitsysteme mit einem realen Fahrzeug unverzichtbar. Die Untersuchungen mittels der Simulationsumgebung ermöglichen die Analyse von Einflüssen, die unter anderem aus Vereinfachungen im Entwurfsmodell herrühren können. Im Fahrzeug treten zusätzlich dazu Fehler in den Mess- und Schätzwerten auf. In diesem Abschnitt wird daher der entwickelte Anti-Blockier-Regler zusammen mit dem Fahrzustandsbeobachter anhand von Fahrzeugmessungen untersucht, und es werden daraus Aussagen zur praktischen Anwendbarkeit des Regelalgorithmus abgeleitet.

6.2.1 Experimentelle Umgebung

Zur Durchführung der experimentellen Untersuchungen wird die in Abb. 6.1 aufgezeigte Regelungsstruktur der Anti-Blockier-Regelung in das Entwicklungstool *ASCET* (Advanced Simulation and Control Engineering Tool) von ETAS² implementiert, siehe Abb. 6.10 links. Mit Hilfe eines ETAS-Experimentalsystems ES1000 (rechts von Abb. 6.10) wird die Kommunikation zwischen der in ASCET implementierten Regelungsstruktur und dem ABS-Steuergerät hergestellt. Damit wird nicht nur ermöglicht, direkt auf die im Steuergerät zur Verfügung stehenden Messgrößen zuzugreifen, sondern auch über die Bypassfunktion die ABS-Bremsaktuatoren mit den berechneten Soll-Bremsmomenten anzusteuern.

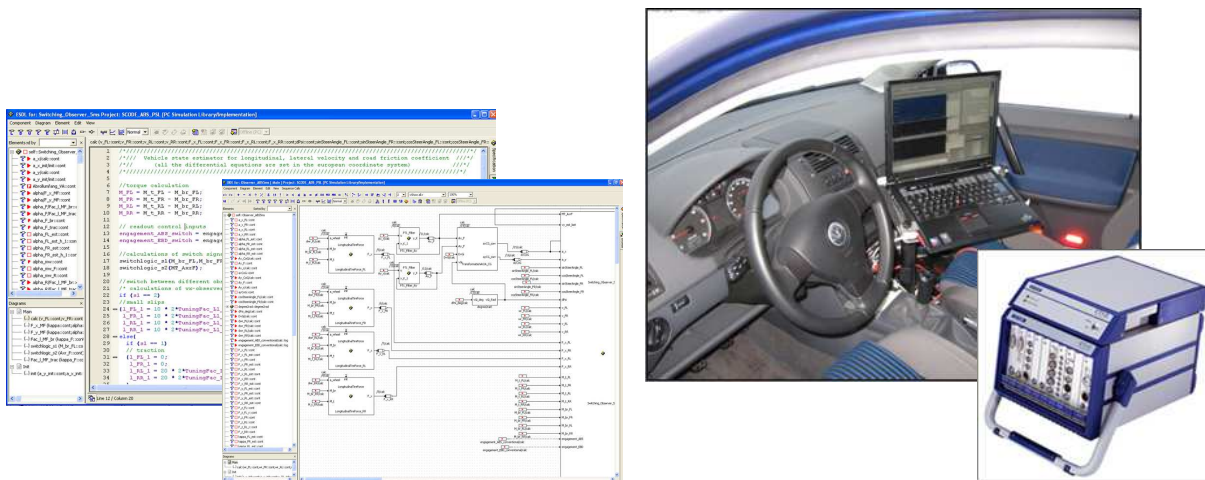


Abbildung 6.10: Ascet-Implementierung (links) und Messtechnik [Ant08] (rechts) zur Durchführung der experimentellen Untersuchung der Anti-Blockier-Regelung.

²Die ETAS GmbH ist ein deutsches Unternehmen, das Lösungen für die Entwicklung von eingebetteten Systemen für die Automobilindustrie und weitere Bereiche der Embedded Industrie liefert [Wik18].



Abbildung 6.11: Testfahrzeug [Ant08] (links) und Teststrecke aus *Google Maps* (rechts) zur Durchführung der experimentellen Untersuchung der Anti-Blockier-Regelung.

Als Testfahrzeug wird ein VW Polo IV (1.9TDI, Baujahr 2004) verwendet, wie in Abb. 6.11 links zu sehen ist. Neben den in Abb. 1.3 gezeigten Messsignalen aus der Standardhardware wird das Fahrzeug zur Validierung des Regelungskonzeptes mit folgender zusätzlicher Messtechnik ausgestattet:

- hochaufgelöste Drucksensoren zur Messung der Bremsdrücke der einzelnen Räder,
- *VBOX* von Racelogic³ basierend auf GPS-Signalen zur Messung der Längs- und Quergeschwindigkeit des Fahrzeugs.

Ebenso wie in Abschnitt 6.1 wurden mit dem vorgeschlagenen Regelungskonzept verschiedene Fahrmanöver auf der Teststrecke von Bosch in Abstatt durchgeführt, siehe Abb. 6.11 rechts. Im Folgenden werden exemplarisch die Messergebnisse einer Geradeaus-Vollbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf *high- μ* präsentiert und erläutert. Abschließend werden die Messergebnisse mit jenen aus dem konventionellen ABS-System verglichen. Für weitere Messergebnisse für den Fall *low- μ* wird auf Anhang E.2 verwiesen.

6.2.2 Geradeaus-Vollbremsung auf *high- μ*

Um besser mit den Simulationsergebnissen vergleichen zu können, wird die Geradeausbremsung auf *high- μ* im Experiment ebenfalls mit einer Anfangsgeschwindigkeit von ca. 16 m/s gestartet. Der eigentliche Bremsvorgang wird ab dem Zeitpunkt $t = 1.6$ s eingeleitet, wie in Abb. 6.12 zu sehen ist. Im Unterschied zur Simulation ist eine geringere Anzahl an ABS-Zyklen mit längerer Zyklusdauer aus der Fahrzeugmessung zu erkennen. Der Grund dafür ist, dass beim Fahrttest die Fahrzeuggeschwindigkeit als eine weitere Abhängigkeit für die Wahl des Grenzschlupfs λ_{lim} in der Anti-Blockier-Regelung berücksichtigt wurde (vgl. (4.13)):

$$\lambda_{\text{lim}} = \bar{\Phi}_{\lambda_{\text{lim}}}(\mu_{\text{road}}, v_x). \quad (6.1)$$

Das liegt daran, dass im Gegensatz zum *Pacejka-Reifenmodell* die realen luftgefüllten Gummireifen aufgrund ihrer physikalischen Eigenschaften bei verschiedenen Längsgeschwindigkeiten unterschiedliches Verhalten bei der Bildung der Längskraft aufweisen und der optimale Bremschlupf λ_{max} mit abnehmender Längsgeschwindigkeit immer größer wird (vgl.

³Racelogic Ltd ist ein Automobiltechnik-Unternehmen mit Sitz in Buckingham, Großbritannien.

die Diskussion in Abschnitt 2.2.2 bzw. die Arbeiten von [WTVGG03, AC08]). Folglich wird der Grenzschlupf λ_{lim} mit abnehmender Längsgeschwindigkeit dementsprechend immer größer gewählt, um damit eine möglichst optimale Bremsleistung zu erbringen. Zudem ist aus Abb. 6.12 im Vergleich zur Simulation eine größere Abweichung zwischen den Soll- und Ist-Bremsmomenten zu erkennen. Ebenfalls zu erkennen sind die Schwankungen der Bremsmomente am Anfang der Haltephase, welche auf die Druckschwankungen beim Schließen der Auslassventile zurückzuführen sind. Erst nach einer gewissen Zeit schwingen die Bremsmomente ein und meistens wurde der Bremsmomentaufbau bereits gestartet, bevor die richtige Haltephase überhaupt erreicht wurde.

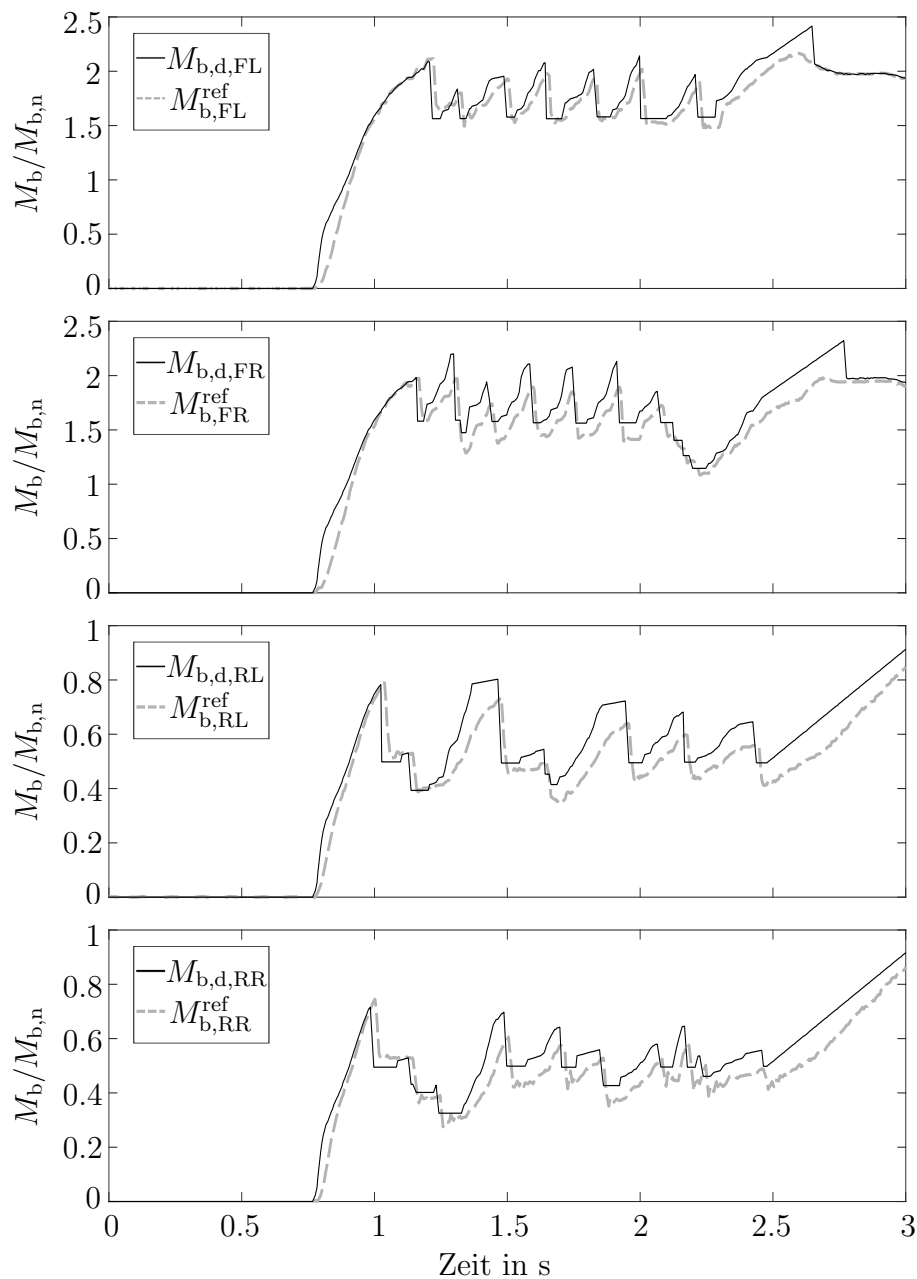


Abbildung 6.12: Verläufe der Soll- und Ist-Bremsmomente, $M_{b,d,i}$ und $M_{b,i}^{\text{ref}}$, bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf *high- μ* im Experiment.

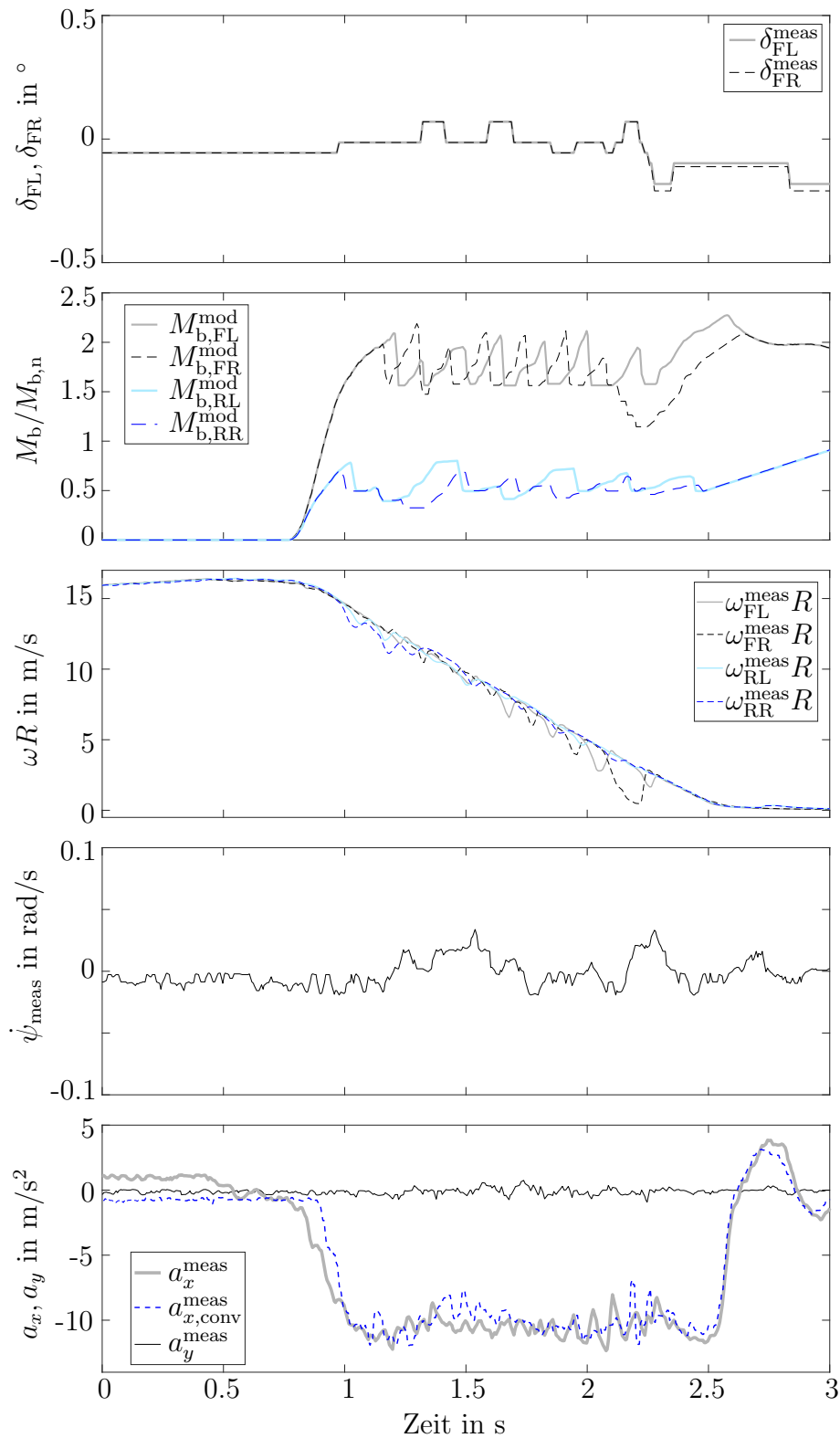


Abbildung 6.13: Verläufe der Mess- bzw. Modellwerte der Radlenkwinkel, der Radbremsmomente, der Radumfangsgeschwindigkeiten, sowie der Längs- und Querbeschleunigungen des Fahrzeugs bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf *high- μ* im Experiment.

Vergleicht man die in Abb. 6.13 dargestellten Messsignale mit jenen aus der Simulation, so lässt sich Messrauschen vor allem bei der Gierrate sowie bei der Längs- und

Querbewegung des Fahrzeugs feststellen. Da die Messsignale der Gierrate und der Längs- und Querbewegung direkt in die Beobachter-Dgln. (5.8a) und (5.8b) eingehen, führt das Auftreten des Messrauschens vor allem bei der v_x - und v_y -Schätzung zu größeren Schätzfehlern, falls die Zustandsrückführung durch Nullsetzen der entsprechenden Beobachterkoeffizienten ausgeschaltet ist. Das ist bei der v_x -Schätzung der *Bremsmodus* und bei der v_y -Schätzung der *Rollmodus* (vgl. Tabelle 5.1 in Abschnitt 5.3.2). Jedoch lässt sich bei der v_x - und v_y -Schätzung trotz des Messrauschens eine gute Übereinstimmung feststellen, wie in Abb. 6.14 oben und in der Mitte gezeigt wird.

Betrachtet man jetzt die μ_{road} -Schätzung, so ist aus Abb. 6.14 unten zu erkennen, dass aufgrund der kontinuierlichen μ_{road} -Schätzung (auch während des Beschleunigungsvorgangs) die geschätzten Straßenreibwerte bereits vor dem Eingriff der Anti-Blockier-Regelung ihre stationären Werte nahezu erreicht haben. Die Überschwingungen der geschätzten Straßenreibwerte lassen sich auf die dynamischen Abweichungen bei den berechneten Radlasten zurückführen. Ebenso wie bei der Simulation, werden die geschätzten Straßenreibwerte auf den Initialwert 0.6 zurückgesetzt, sobald das Fahrzeug den Stillstand erreicht.

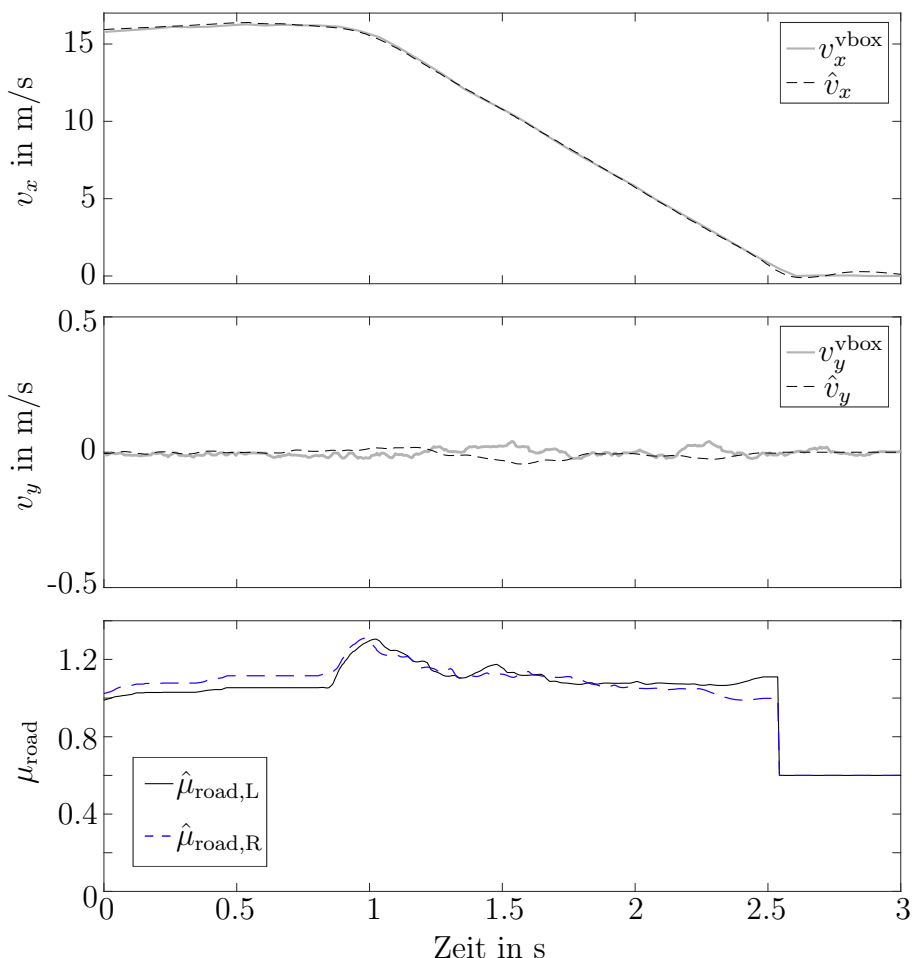


Abbildung 6.14: Verläufe der gemessenen und geschätzten Längs- und Quergeschwindigkeiten des Fahrzeugs, sowie der geschätzten Straßenreibwerte bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf *high- μ* im Experiment.

In Abb. 6.15 oben sind die Verläufe der geschätzten Radschlupfwerte dargestellt. Die immer steigenden Werte der Radschlüpfe sind vor allem durch die Wahl des Grenzbremsschlupfs λ_{lim} gemäß (6.1) zu erklären. Vergleicht man diese mit jenen, die aus der Messung mit der konventionellen ABS-Bremse des Testfahrzeugs auf gleicher Teststrecke entstehen (siehe Abb. 6.15 unten), so lassen sich bei der vorgeschlagenen Anti-Blockier-Regelung ruhigere Verläufe der Radschlüpfe mit deutlich kleineren Amplituden feststellen. Zudem ist durch Vergleich der Längsverzögerungen in Abb. 6.13 unten zu erkennen, dass mit der vorgeschlagenen Anti-Blockier-Regelung eine gleichmäßigere Längsverzögerung erreicht wurde.

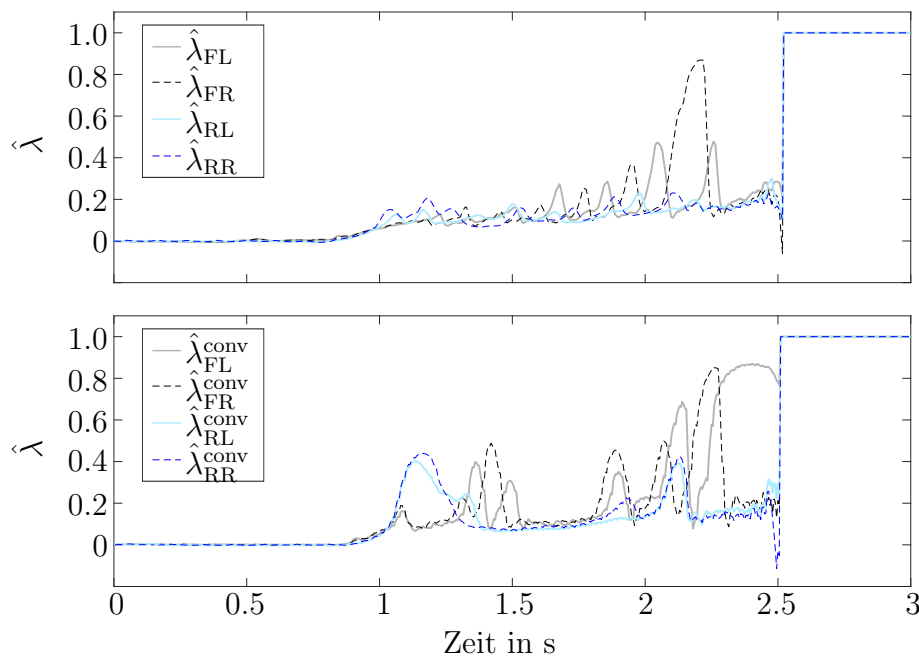


Abbildung 6.15: Verläufe der geschätzten Radschlupfwerte $\hat{\lambda}_i$, $i \in \{\text{FL}, \text{FR}, \text{RL}, \text{RR}\}$, bei der Geradeausbremsung auf *high- μ* im Experiment: mit der vorgeschlagenen Anti-Blockier-Regelung (oben), mit der konventionellen ABS-Bremse (unten).

6.3 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde die Tauglichkeit der in den vorhergehenden Kapiteln entwickelten Methoden zur Anti-Blockier-Regelung und zur Fahrzustandsbeobachtung simulativ und experimentell demonstriert. Dabei wurden zunächst simulative Methoden eingesetzt, um auf sonst nur schwer messbare Größen zugreifen zu können und damit Einflüsse durch Mess- und Modellfehler auf das vorgeschlagene Regelungskonzept zu untersuchen.

Anschließend wurde anhand eines Testfahrzeugs das vorgeschlagene Regelungskonzept hinsichtlich der Leistungsfähigkeit und der Robustheit experimentell validiert. Mit Hilfe der Schätzwerte aus der Fahrzustandsbeobachtung wurde durch die vorgeschlagene Anti-Blockier-Regelung auf verschiedenen Straßenoberflächen gute Bremsleistung erbracht. Im Vergleich mit einer konventionellen ABS-Bremse zeichnet sich das vorgeschlagene Regelungskonzept durch eine gleichmäßigere Längsverzögerung des Fahrzeugs sowie ruhigere Verläufe der Radschlüpfe mit deutlich kleineren Amplituden aus.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde die modellbasierte Funktionsentwicklung der Anti-Blockier-Regelung für ein Kraftfahrzeug mit konventionellem hydraulischem Bremssystem behandelt. Zu den Regelungsaufgaben gehörte sowohl die Auslegung der radindividuellen Anti-Blockier-Regler als auch der Entwurf eines Fahrzustandsbeobachters.

Dem Regler- bzw. dem Beobachterentwurf liegt ein in Kapitel 2 hergeleitetes Entwurfsmodell zugrunde, welches die Modellierung des Fahrzeugaufbaus, der Kraftübertragung am Rad und des Bremsaktuators umfasst. Bei der Modellierung des Fahrzeugaufbaus wurde das Fahrzeug als ein starrer Körper betrachtet und die Kraftübertragung am Rad wurde anhand eines vereinfachten Pacejka-Reifenmodells nachgebildet. Da im Rahmen dieser Arbeit der Schwerpunkt auf Fahrzeuge mit konventionellem hydraulischem Bremssystem gelegt wurde, wurde die Modellierung des hydraulischen Bremsaktuators durchgeführt.

Zwecks der Entwicklung der Anti-Blockier-Regelung wurde in Kapitel 3 die nichtlineare Bremsdynamik im Detail betrachtet. Dabei wurde in Abschnitt 3.1 das aus der Literatur bekannte Viertel-Fahrzeug-Modell mit einer dynamischen Radlastverteilung erweitert, um die Analyseergebnisse besser auf das Komplettfahrzeug übertragen zu können. Eine wichtige Erkenntnis dabei ist, dass während einer Bremsung aufgrund der dynamischen Radlastverteilung der kritische Bremsschlupf der Hinterräder deutlich unter dem optimalen Bremsschlupf liegen kann, vgl. Bemerkung 3.1. Dadurch sind beim starken Bremsvorgang die Hinterräder besonders blockiergefährdet.

Nach einer detaillierten Untersuchung der Bremsdynamik am einzelnen Rad mit Hilfe des Viertel-Fahrzeug-Modells in Kapitel 3, beschreibt Kapitel 4 darauf basierend den Entwurf eines Anti-Blockier-Reglers. Dabei erwies sich das Prinzip des schaltenden Anti-Blockier-Reglers, aufbauend auf logischen Umschaltungen, als besonders geeignet zum Einsatz in konventionellen hydraulischen Bremssystemen. Das liegt zum einen daran, dass die diskreten Regelmodi des schaltenden Reglers den Arbeitsmodi eines konventionellen hydraulischen Bremssystems entsprechen. Zum anderen sind die Ansätze mit schaltendem Regler deutlich robuster als jene der Schlupfregelung gegenüber Abweichungen in Mess- und Stellgrößen.

In Abschnitt 4.3 wurden anhand der Poincaré-Abbildung die Existenz- und Stabilitätsbedingungen eines Grenzyklus für den vorgeschlagenen Anti-Blockier-Regler ausführlich diskutiert. Im Unterschied zu existierenden Verfahren [PL06, TOd⁺09, KKM17], gilt hierbei das Resultat ebenfalls für die nichtlineare Kraftschluss-Schlupf-Kurve bei variierender Fahrgeschwindigkeit sowie dynamischer Radlastverteilung. Besonders vorteilhaft gegenüber den üblichen Verfahren ist die in dieser Arbeit vorgeschlagene Methode aufgrund ihrer

Aussage über die globale Stabilität des Grenzyklus. So dienen die daraus abgeleiteten Bedingungen zum Sicherstellen der Existenz und der Stabilität eines ABS-Grenzyklus aus Abschnitt 4.3 als Kriterien zur Wahl geeigneter Regler- und Aktuatorparameter. Es sei angemerkt, dass die in dieser Arbeit vorgestellte Methode zur Analyse der Existenz und Stabilität eines ABS-Grenzyklus allgemein beim Entwurf der schaltenden Anti-Blockier-Regler eingesetzt werden kann. So kann in der Praxis recht anschaulich überprüft werden, ob durch die gewählten Regler und Aktuatoren der gewünschte ABS-Grenzyklus erreicht werden kann.

Des Weiteren hat sich in Abschnitt 4.4 herausgestellt, dass ein ABS-Grenzyklus mit realen Bremsaktuatoren nur annähernd zu erreichen ist. Mit dieser Kenntnis wurden sowohl die Umschaltbedingungen, als auch die Berechnungen der Sollbremsmomente des schaltenden Anti-Blockier-Reglers so ausgelegt, dass der ABS-Zyklus trotz Einschränkungen des realen Bremsaktuators stets in der Nähe des optimalen Bremsschlupfes gehalten wird. Nach Kenntnis des Autors existierten hierzu bisher in der Literatur keine vergleichbaren Ansätze, welche die Einschränkungen des realen Bremsaktuators explizit bei der Auslegung der Umschaltbedingungen, bzw. bei der Berechnung der Sollbremsmomente berücksichtigen. Im Gegensatz zum Serienregler kann der schaltende Anti-Blockier-Regler aus Kapitel 4 dank modellbasiertem Ansatz mit geringem Applikationsaufwand für unterschiedliche Fahrzeugtypen eingesetzt werden. Zudem ist die in Abschnitt 4.4 beschriebene Methode nicht auf hydraulische Bremsaktuatoren beschränkt, sondern lässt sich auf anderen Bremsaktuatortyp übertragen.

Zur Performancesteigerung der Anti-Blockier-Regelung ist eine Information über die nicht messbaren Fahrzustände erforderlich. Da die bereits existierenden Verfahren zur Fahrzustandsbeobachtung [YCPL16, WBDO18, PCM19] nicht die Anforderungen der Anti-Blockier-Regelung erfüllen, wurde in Kapitel 5 ein Fahrzustandsbeobachter ebenfalls modellbasiert entwickelt. Nach einer Beobachtbarkeitsanalyse [Hua12] wurde ein nichtlinearer Beobachter mit schaltender Struktur hergeleitet, dessen Beobachterkoeffizienten je nach Fahrsituation durch die Schaltsignale gewählt werden können, siehe Abschnitt 5.3. Nach Kenntnis des Autors existierte bisher zur Fahrzustandsbeobachtung in der Literatur noch kein derartiger Ansatz mit schaltender Beobachterstruktur. Beim Beobachterentwurf wurden die Beobachterkoeffizienten auf Basis der Stabilitätstheorie nach Lyapunov derart gewählt, dass eine stabile Fehlerdynamik des nichtlinearen, nicht autonomen und schaltenden Beobachtungssystems immer sichergestellt ist.

In Kapitel 6 wurden die in vorhergehenden Kapiteln entwickelten Methoden zur Anti-Blockier-Regelung und zur Fahrzustandsbeobachtung simulativ und experimentell eingehend untersucht. Die Leistungsfähigkeit und die Robustheit des vorgeschlagenen Regelungskonzeptes konnten anhand der Messergebnisse am Testfahrzeug demonstriert werden. Das neue Regelungskonzept zeichnet sich im Vergleich zu einer konventionellen ABS-Bremsfunktion durch eine gleichmäßige Längsverzögerung des Fahrzeugs sowie ruhigere Verläufe der Radschlüpfе mit deutlich kleineren Amplituden aus.

Auf Basis der Testergebnisse ergeben sich Ansätze für die Weiterentwicklung. Zur Verbesserung der Bremsleistung der Anti-Blockier-Regelung und zur Erhöhung der Schätzgenauigkeit des Fahrzustandsbeobachters sind folgende Maßnahmen vorstellbar:

1. Da die Informationen über die Raddrehzahl sowie deren zeitliche Ableitungen zur Regelung verwendet werden (vgl. Abschnitt 4.4), wird durch verbesserte Signalaufbereitung der Raddrehzahlsensoren [ARPLLDB17], bzw. durch Anwendung eines geeigneten Ableitungsschätzers [Kil17] die Bremsleistung der Anti-Blockier-Regelung

gesteigert.

2. Aus den Testergebnissen ist zu erkennen, dass die Abweichung zwischen Soll- und Istbremsmoment negativ auf die Güte des Reglers bzw. des Beobachters wirkt. Eine erhöhte Genauigkeit der Bremsmomentsteuerung kann erzielt werden, falls in der ABS-Aktuatoransteuerung die Steuerung der hydraulischen Ventile um eine Regelung erweitert wird (vgl. [BRR17]).
3. Ebenfalls vorteilhaft sind weitere Identifikationen bzw. Adaptionen der Fahrzeug- und Straßenparameter (u.a. Fahrzeugmasse, Schwerpunktlage und Straßensteigung bzw. -querneigung). Während eine Identifikation der Fahrzeugschwerpunktlage [Suc08, LHHC18] die Genauigkeit der stationären Radlastberechnung erhöht, wird die dynamische Radlastberechnung durch ein erweitertes Entwurfsmodell mit Nickdynamik zum Abbilden des Lastwechsels verbessert, siehe [VSL⁺19]. Darüber hinaus wird durch eine Berücksichtigung der Straßensteigung und -querneigung beim Entwurfsmodell sowie bei der Fahrzustandsbeobachtung insbesondere die Robustheit des Beobachters erhöht (vgl. [GIJ⁺09, MKN12]).

Schließlich lässt sich die vorgeschlagene Anti-Blockier-Regelung, welche die Grundfunktion des ABS darstellt, für die Anwendung in Sonderfahrsituationen, wie μ -Split und μ -Sprung, erweitern. Die neuen Ansätze und die daraus gewonnenen Erkenntnisse dieser Arbeit können als Grundlagen dazu genutzt werden.

Anhang A

Herleitung der Radlasten mit dem Chassis-Modell

In [Ant08] und [AFK11] von *Antonov et al.* wird eine Methode zur Lösung des statisch unbestimmten Problems bei der Berechnung der Radlasten des Komplettfahrzeugs entwickelt. In diesem Abschnitt wird diese Methode beschrieben, siehe auch [Hua12]. Darauf basierend werden die Radlasten bei der Geradeausfahrt als Spezialfall hergeleitet.

Eine Skizze des Chassis wurde bereits in Abb. 2.9 dargestellt, wo das Fahrzeug sich in einem fahrzeugfesten Koordinatensystem $Bx_By_Bz_B$ befindet. Die Skizze wird zur Erleichterung der Lektüre erneut in Abb. A.1 angegeben. Im Koordinatensystem $Bx_By_Bz_B$ werden neben der translatorischen Bewegung entlang der x -, y - und z -Achse sowie der Drehung um die z -Achse noch zwei weitere Freiheitsgrade zugelassen, nämlich die Drehung um die x - und y -Achse. Dadurch ist das Auftreten von Nick- und Wankbewegungen ermöglicht. Der Fahrzeugkörper wird durch Tragfedern der Steifigkeit C_c mit den Rädern verbunden. Die zwei Räder einer Achse werden mit einem Stabilisator, der durch eine Torsionsfeder mit der Steifigkeit C_s modelliert wird, gekoppelt.

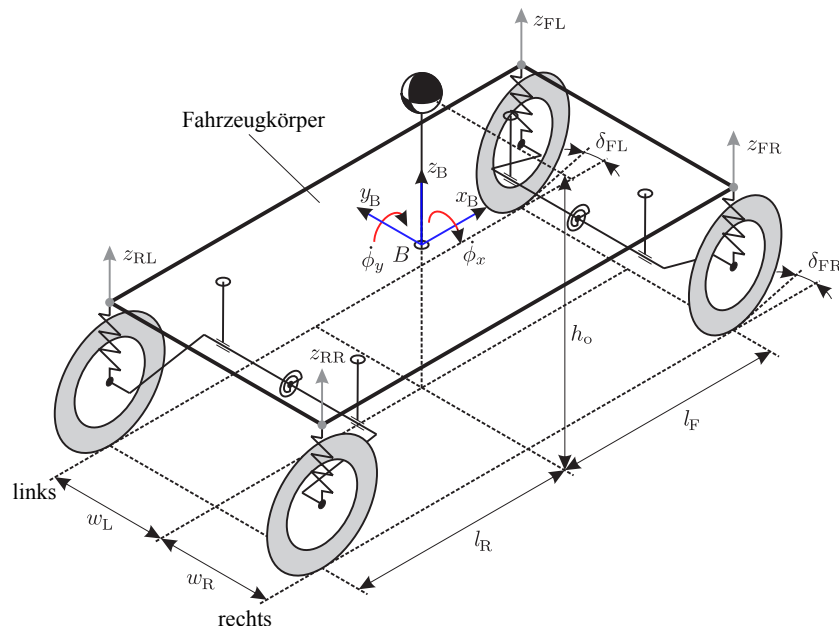


Abbildung A.1: Chassis-Modell mit Tragfedern und Stabilisatoren [Ant08] von Abb. 2.9.

Da die Räder durch die Tragfedern mit dem Fahrzeugkörper verbunden werden, sind die Radlasten unmittelbar abhängig von der Deformation der Tragfedern. Um die Deformation zu berechnen, wird zunächst die Auslenkung der Befestigungspunkte der Tragfedern z_i , $i \in \{\text{FL, FR, RL, RR}\}$ benötigt. Diese werden mit Hilfe der Referenzposition $\boldsymbol{\xi} = [\phi_x, \phi_y, d_z]^T$ ermittelt. Dabei stehen ϕ_x und ϕ_y für die Rotation um die x - und y -Achse, und d_z ist die Auslenkung des Fahrzeugkörpers in z -Richtung. Da die Winkel ϕ_x und ϕ_y normalerweise klein sind, gelten die Approximationen

$$\sin \phi_x \approx \phi_x, \quad \cos \phi_x \approx 1, \quad (\text{A.1a})$$

$$\sin \phi_y \approx \phi_y, \quad \cos \phi_y \approx 1. \quad (\text{A.1b})$$

Mit dieser Eigenschaft lässt sich durch die Koordinatentransformation

$$z_K = -\phi_y x_K + \phi_x y_K + d_z \quad (\text{A.2})$$

die vertikale Auslenkung irgendeines Punktes z_K auf dem Fahrzeugkörper bestimmen. Mit (A.2) ergeben sich die Auslenkungen der vier Befestigungspunkte der Tragfedern zu

$$\mathbf{z} = \underbrace{\begin{bmatrix} +w_L & -l_F & 1 \\ -w_R & -l_F & 1 \\ +w_L & +l_R & 1 \\ -w_R & +l_R & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_A} \boldsymbol{\xi}. \quad (\text{A.3})$$

Diese werden von der Deformation der Tragfedern verursacht. Der Reifen wird nach [Ant08] ebenfalls als eine Feder mit konstanter Steifigkeit C_t modelliert, die in Abb. A.2 skizziert ist. Wenn der Reifen um die Länge h_L bzw. h_R gedrückt ist, entstehen die Radlasten

$$F_{L,z} = F_{L,t} = -C_t h_L, \quad (\text{A.4a})$$

$$F_{R,z} = F_{R,t} = -C_t h_R. \quad (\text{A.4b})$$

Auf gleiche Weise werden die Tragfederkräfte durch

$$F_{L,c} = -C_c(z_L - h_L), \quad (\text{A.5a})$$

$$F_{R,c} = -C_c(z_R - h_R) \quad (\text{A.5b})$$

ermittelt. Wenn die Torsionsfeder mit der Steifigkeit C_s tordiert wird und die Deformation h_s hervorruft, entsteht das Kräftepaar $F_{L,s}$ und $F_{R,s}$ mit gleichem Betrag

$$F_s = C_s h_s = C_s(z_L - h_L - z_R + h_R). \quad (\text{A.6})$$

Das Kräftepaar verursacht außerdem das Wankmoment

$$M_s = -w_s F_s, \quad (\text{A.7})$$

wobei w_s die Länge des Stabilisators bezeichnet. Unter der Annahme, dass die Radträger selber keine Masse besitzen, muss die Summe aller darauf wirkenden Kräfte gleich null sein:

$$F_{L,t} - F_{L,c} - F_{L,s} = 0, \quad (\text{A.8a})$$

$$F_{R,t} - F_{R,c} - F_{R,s} = 0. \quad (\text{A.8b})$$

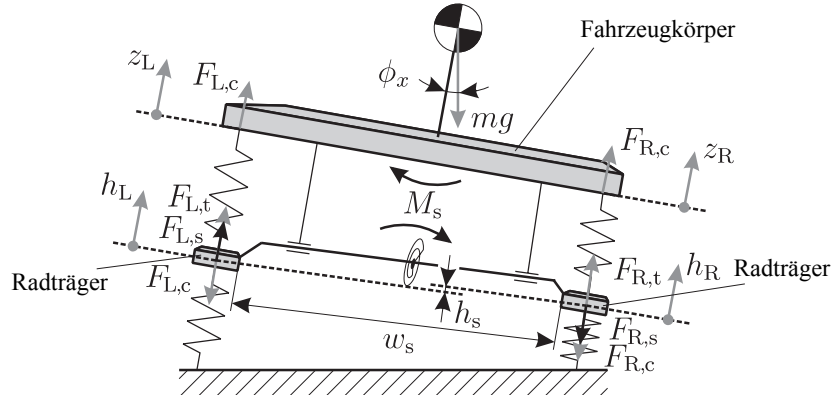


Abbildung A.2: Kräfte an einer Achse im Chassis-Modell [Ant08].

Wenn die Gleichungen (A.4) und (A.5) in (A.8) eingesetzt werden, lässt sich die Abhängigkeit der Auslenkungen \mathbf{z} von den Tragfederauslenkungen \mathbf{h} einer Achse ermitteln als

$$\underbrace{\begin{bmatrix} C_c + C_t + C_s & -C_s \\ -C_s & C_c + C_t + C_s \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_U} \begin{bmatrix} h_L \\ h_R \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} C_c + C_s & -C_s \\ -C_s & C_c + C_s \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_E} \begin{bmatrix} z_L \\ z_R \end{bmatrix}.$$

Diese sind für Vorder- und Hinterräder gegeben als

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{F,U} \begin{bmatrix} h_{FL} \\ h_{FR} \end{bmatrix} &= \mathbf{T}_{F,E} \begin{bmatrix} z_{FL} \\ z_{FR} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{T}_{R,U} \begin{bmatrix} h_{RL} \\ h_{RR} \end{bmatrix} &= \mathbf{T}_{R,E} \begin{bmatrix} z_{RL} \\ z_{RR} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

und lassen sich in einer Gleichung als

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{F,U}^{-1} \mathbf{T}_{F,E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_{R,U}^{-1} \mathbf{T}_{R,E} \end{bmatrix} \mathbf{z} \quad (\text{A.9})$$

zusammenfassen, aus welcher sich gemeinsam mit (A.4) bzw. (A.5) die Tragfederkräfte

$$\mathbf{F}_c = \underbrace{\begin{bmatrix} C_{F,c}(\mathbf{T}_{F,U}^{-1} \mathbf{T}_{F,E} - \mathbf{I}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & C_{R,c}(\mathbf{T}_{R,U}^{-1} \mathbf{T}_{R,E} - \mathbf{I}) \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_C} \mathbf{z} \quad (\text{A.10})$$

berechnen lassen. Analog ergeben sich die Radlasten zu

$$\mathbf{F}_t = \underbrace{\begin{bmatrix} -C_{F,t} \mathbf{T}_{F,U}^{-1} \mathbf{T}_{F,E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -C_{R,c} \mathbf{T}_{R,U}^{-1} \mathbf{T}_{R,E} \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_P} \mathbf{z}. \quad (\text{A.11})$$

Die Wankmomente, welche von der Deformation des Stabilisators der Vorder- und Hinterachse verursacht werden, ergeben sich mit Hilfe von (A.4), (A.5) und (A.7) zu

$$\begin{aligned} M_{F,s} &= -C_{F,s} w_{F,s} (z_{FL} - h_{FL} - z_{FR} + h_{FR}), \\ M_{R,s} &= -C_{R,s} w_{R,s} (z_{RL} - h_{RL} - z_{RR} + h_{RR}). \end{aligned}$$

Deren Summe beträgt

$$M_s = M_{F,s} + M_{R_s} = [-w_{F,s}C_{F,s} \quad w_{F,s}C_{F,s} \quad -w_{R,s}C_{R,s} \quad w_{R,s}C_{R,s}] (\mathbf{z} - \mathbf{h}). \quad (\text{A.12})$$

Durch Einsetzen von (A.9) in (A.12) folgt die Abhängigkeit des Wankmomentes M_s von den Auslenkungen \mathbf{z} als

$$M_s = \underbrace{[-w_{F,s}C_{F,s} \quad w_{F,s}C_{F,s} \quad -w_{R,s}C_{R,s} \quad w_{R,s}C_{R,s}]}_{\mathbf{t}_s^T} \left(\mathbf{I} - \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{F,U}^{-1} \mathbf{T}_{F,E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_{R,U}^{-1} \mathbf{T}_{R,E} \end{bmatrix} \right) \mathbf{z}. \quad (\text{A.13})$$

Mit den Federkräften \mathbf{F}_c und dem Wankmoment M_s aus dem Stabilisator lässt sich wiederum die Kräftebilanz um die x - und y -Achse, sowie jene entlang der z -Achse aufstellen:

$$(F_{FL,c} + F_{RL,c})w_L - (F_{FR,c} + F_{RR,c})w_R - F_y h_o \cos \phi_x + mgh_o \sin \phi_x + M_s = 0, \quad (\text{A.14a})$$

$$-(F_{FL,c} + F_{FR,c})l_F + (F_{RL,c} + F_{RR,c})l_R + F_x h_o \cos \phi_y + mgh_o \sin \phi_y = 0, \quad (\text{A.14b})$$

$$(F_{FL,c} + F_{FR,c} + F_{RL,c} + F_{RR,c}) \cos \phi_y - mg = 0, \quad (\text{A.14c})$$

wobei die Kräfte F_x und F_y die Trägheitskräfte sind, die aufgrund der Beschleunigung des Schwerpunkts verursacht werden:

$$F_x = -ma_x,$$

$$F_y = -ma_y.$$

Durch Einsetzen von (A.1) und (A.13) lässt sich die Kräftebilanz (A.14) in die Vektorform

$$\mathbf{T}_A^T \mathbf{F}_c = \mathbf{F}_{in} + \begin{bmatrix} -mgh_o & 0 & 0 \\ 0 & -mgh_o & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{\xi} - \begin{bmatrix} \mathbf{t}_s^T \\ \mathbf{0}^T \\ \mathbf{0}^T \end{bmatrix} \mathbf{z}$$

mit $\mathbf{F}_{in} = [F_y h_o, -F_x h_o, mg]^T = [-ma_y h_o, ma_x h_o, mg]^T$ umschreiben. Die Gleichung lässt sich weiter durch (A.3) und (A.10) umwandeln in

$$\mathbf{T}_A^T \mathbf{T}_C \mathbf{T}_A \boldsymbol{\xi} = \mathbf{F}_{in} + \underbrace{\left(\begin{bmatrix} -mgh_o & 0 & 0 \\ 0 & -mgh_o & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{t}_s^T \\ \mathbf{0}^T \\ \mathbf{0}^T \end{bmatrix} \mathbf{T}_A \right)}_{\mathbf{T}_K} \boldsymbol{\xi}. \quad (\text{A.15})$$

Die Lösung von (A.15) stellt die Abhängigkeit der Referenzposition von den Kräften \mathbf{F}_{in} dar:

$$\boldsymbol{\xi} = (\mathbf{T}_A^T \mathbf{T}_C \mathbf{T}_A - \mathbf{T}_K)^{-1} \mathbf{F}_{in}.$$

Wenn diese Abhängigkeit mit (A.3) in (A.5) eingesetzt wird, lassen sich die Radlasten nur durch \mathbf{F}_{in} darstellen als

$$\mathbf{F}_z = \mathbf{F}_t = \underbrace{\mathbf{T}_P \mathbf{T}_A (\mathbf{T}_A^T \mathbf{T}_C \mathbf{T}_A - \mathbf{T}_K)^{-1}}_{\mathbf{T}_M} \mathbf{F}_{in},$$

wobei die Matrix \mathbf{T}_M auf jeden Fall existiert, wenn die eingegebenen Parameter physikalisch konsistent sind [Ant08].

Spezialfall: Radlasten bei der Geradeausfahrt mit $w_L = w_R$

Mit der Schwerpunktlage in der Mitte des Fahrzeugkörpers ($w_L = w_R$) entsteht bei einer Geradeausfahrt keine Wankbewegung und damit auch kein Wankmoment:

$$\phi_x = 0, \quad (\text{A.16})$$

$$M_s = 0. \quad (\text{A.17})$$

Mit (A.17) folgt aus (A.7)

$$F_s = 0. \quad (\text{A.18})$$

Durch Einsetzen von (A.18) in (A.6) ergibt sich

$$z_L - h_L = z_R - h_R. \quad (\text{A.19})$$

Unter Berücksichtigung von (A.19) in (A.5) gilt für die Tragfederkräfte der Vorder- und Hinterräder

$$F_{FL,c} = F_{FR,c}, \quad (\text{A.20a})$$

$$F_{RL,c} = F_{RR,c}. \quad (\text{A.20b})$$

Zusätzlich gilt bei einer Geradeausfahrt $a_y = 0$, so folgt

$$\mathbf{F}_{in} = [F_y h_o, -F_x h_o, mg]^T = [0, -ma_x h_o, mgh_o]^T. \quad (\text{A.21})$$

Setzt man (A.16), (A.17) und (A.21) in (A.14) ein, vereinfacht sich das Gleichungssystem zu

$$(F_{FL,c} + F_{RL,c})w_L - (F_{FR,c} + F_{RR,c})w_R = 0, \quad (\text{A.22a})$$

$$-(F_{FL,c} + F_{FR,c})l_F + (F_{RL,c} + F_{RR,c})l_R - ma_x h_o + mgh_o \phi_y = 0, \quad (\text{A.22b})$$

$$(F_{FL,c} + F_{FR,c} + F_{RL,c} + F_{RR,c}) - mg = 0. \quad (\text{A.22c})$$

Unter Verwendung von (A.20) erhält man die Lösung für (A.22)

$$F_{FL,c} = F_{FR,c} = \frac{mg}{2} \frac{l_R}{l_F + l_R} \left(1 - \frac{h_o}{l_R} \left(\frac{a_x}{g} - \phi_y \right) \right), \quad (\text{A.23a})$$

$$F_{RL,c} = F_{RR,c} = \frac{mg}{2} \frac{l_F}{l_F + l_R} \left(1 + \frac{h_o}{l_F} \left(\frac{a_x}{g} - \phi_y \right) \right). \quad (\text{A.23b})$$

Durch Einsetzen von (A.18) in (A.8) ergibt sich die Beziehung zwischen Radlasten und Tragfederkräften

$$F_{L,z} = F_{L,t} = F_{L,c}, \quad (\text{A.24a})$$

$$F_{R,z} = F_{R,t} = F_{R,c}. \quad (\text{A.24b})$$

Damit ergeben sich aus (A.23) und (A.24) die in (3.5) angegebenen Radlasten

$$F_{FL,z} = F_{FR,z} = \frac{mg}{2} \frac{l_R}{l_F + l_R} \left(1 - \frac{h_o}{l_R} \left(\frac{a_x}{g} - \phi_y \right) \right),$$

$$F_{RL,z} = F_{RR,z} = \frac{mg}{2} \frac{l_F}{l_F + l_R} \left(1 + \frac{h_o}{l_F} \left(\frac{a_x}{g} - \phi_y \right) \right).$$

Anhang B

Parameter

B.1 Parameter für die Analyse der Bremsdynamik und Bifurkation

Tabelle B.1: Parameter für die Analyse der Bremsdynamik und Bifurkation.

Parameter	Wert	Einheit
Fahrzeugmasse m	1350	kg
Gravitationskonstante g	9.8	m/s ²
Radradius R	0.29	m
Radträgheitsmoment J_w	1.389	kgm ²
Straßenreibungwert auf Asphalt μ_{road}	1.0	–
Reifenparameter auf Asphalt B_x	15.0825	–
Reifenparameter auf Asphalt C_x	1.6023	–
Reifenparameter auf Asphalt D_x	1.0	–
Reifenparameter auf Asphalt E_x	0.01813	–
Abstand Schwerpunktlage zur Vorderachse l_F	1.0	m
Abstand Schwerpunktlage zur Hinterachse l_R	1.634	m
Höhe der Schwerpunktlage h_o	0.5625	m

B.2 Parameter für die Stabilitätsanalyse der Anti-Blockier-Regelung

Tabelle B.2: Parameter für die Stabilitätsanalyse der Anti-Blockier-Regelung.

Parameter	Wert	Einheit
Normierter Gradient beim Bremsmomentaufbau \bar{u}_{inc}	6000	Nm/m
Normierter Gradient beim Bremsmomentabbau \bar{u}_{dec}	15000	Nm/m
Straßenreibungwert auf Eis $\mu_{\text{road,ice}}$	0.1	—
Reifenparameter auf Eis $B_{x,\text{ice}}$	26.325	—
Reifenparameter auf Eis $C_{x,\text{ice}}$	1.7094	—
Reifenparameter auf Eis $D_{x,\text{ice}}$	1.0	—
Reifenparameter auf Eis $E_{x,\text{ice}}$	0.01813	—
Straßenreibungwert auf losem Schnee $\mu_{\text{road,snow}}$	0.2	—
Reifenparameter auf losem Schnee $B_{x,\text{snow}}$	46.298	—
Reifenparameter auf losem Schnee $C_{x,\text{snow}}$	0.97806	—
Reifenparameter auf losem Schnee $D_{x,\text{snow}}$	1.0	—
Reifenparameter auf losem Schnee $E_{x,\text{snow}}$	0.01813	—

B.3 Parameter für die Simulationen und Fahrexperimente

Tabelle B.3: Fahrzeugparameter für die Simulationen und Fahrexperimente.

Parameter	Wert	Einheit
Fahrzeugmasse m	1350	kg
Gierträgheitsmoment des Fahrzeugs J_z	1500	kgm ²
Gravitationskonstante g	9.8	m/s ²
Abstand Schwerpunktlage zur Vorderachse l_F	1	m
Abstand Schwerpunktlage zur Hinterachse l_R	1.473	m
Halbspurbreite w_L/w_R	0.725	m
Höhe der Schwerpunktlage h_o	0.58	m
Radradius R	0.29	m
Radträgheitsmoment J_w	1.35	kgm ²
Hydraulischer Bremskoeffizient Vorderachse $c_{p,FA}$	17	Nm/bar
Hydraulischer Bremskoeffizient Hinterachse $c_{p,RA}$	8	Nm/bar
Luftwiderstandsbeiwert c_{air}	0.41	—
Charakteristische Fahrzeugfläche A	1.8	m ²
Luftdichte ρ	1.225	kg/m ³

Anhang C

Theorien, Beweise und Herleitungen im Reglerentwurf

Die Stabilität ist eine der wichtigsten Systemeigenschaften von dynamischen Systemen. Die in Abschnitt C.1 vorgestellte Theorie ist die Grundlage für den Reglerentwurf in Kapitel 4. Dabei wird die Existenz und die Stabilität eines Grenzyklus mit Hilfe der *Poincaré-Abbildung* von Poincaré¹ untersucht. Während Abschnitt C.2 den Fokus auf eine hinreichende Bedingung für die Existenz der ABS-Grenzyklen legt, beschäftigt sich Abschnitt C.3 mit der Fragestellung, unter welcher Bedingung es genau einen Grenzyklus gibt. In Abschnitt C.4 werden die Sonderfälle der Anti-Blockier-Regelung sowie deren Auswirkungen auf den ABS-Grenzyklus näher betrachtet. Des Weiteren werden in Abschnitt C.5 und C.6 jeweils die Umschaltbedingungen und die Trajektorienplanung der schaltenden Anti-Blockier-Regelung ausführlich hergeleitet.

C.1 Grenzyklus und Poincaré-Abbildung

Betrachtet wird das autonome dynamische System

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) \quad (\text{C.1})$$

mit dem Zustand $\mathbf{x} \in D_{\mathbf{x}} \subseteq \mathbb{R}^n$ und $t \in \mathbb{R}$.

Definition C.1. [Wig03] *Ein Orbit des autonomen dynamischen Systems (C.1) heißt periodischer Orbit (auch: geschlossener Orbit), wenn ein $T > 0$ derart existiert, dass $\mathbf{x}(t + T) = \mathbf{x}(t)$ für alle $t \in \mathbb{R}$ gilt.*

Definition C.2. [Kha02] *Ein periodischer Orbit des autonomen dynamischen Systems (C.1) heißt Grenzyklus, falls er eine isolierte periodische Lösung darstellt².*

Definition C.3. [Kha02] *Ein Grenzyklus des autonomen dynamischen Systems (C.1) heißt*

- *stabil, falls die benachbarten Trajektorien für $t \rightarrow \infty$ gegen den Grenzyklus streben;*
- *instabil, falls sich die benachbarten Trajektorien für $t \rightarrow \infty$ von dem Grenzyklus entfernen.*

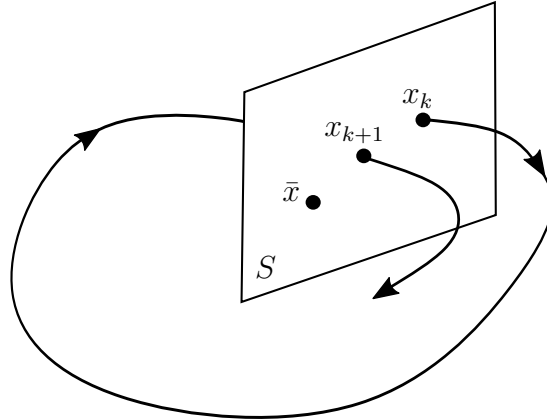


Abbildung C.1: Bildliche Darstellung der *Poincaré-Abbildung* [Wig03].

Ein bekanntes Werkzeug zur Untersuchung eines periodischen Orbits ist die sogenannte *Poincaré-Abbildung*. Es sei S eine $(n - 1)$ -dimensionale transversale Hyperfläche zu $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, d.h., es existiert kein Punkt $\mathbf{x} \in S$, dessen Tangentialvektor dem Vektor $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ entspricht. Untersucht werden die Schnittpunkte einer Trajektorie mit der Hyperfläche S , dem *Poincaré-Schnitt*. Die *Poincaré-Abbildung* ist die Abbildung, welche einem Schnittpunkt \mathbf{x}_k von S mit der Trajektorie den zeitlich nächsten Schnittpunkt zuordnet (siehe Abb. C.1):

$$\mathbf{x}_{k+1} = P(\mathbf{x}_k).$$

Besitzt die Abbildung P einen Gleichgewichtspunkt $\bar{\mathbf{x}}$ mit $P(\bar{\mathbf{x}}) = \bar{\mathbf{x}}$, dann bedeutet dies, dass eine Trajektorie, die bei $\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}}$ beginnt, nach endlicher Zeit wieder nach $\bar{\mathbf{x}}$ zurückkehrt. Somit bildet eine solche Trajektorie einen geschlossenen Orbit in dem n -dimensionalen dynamischen System (C.1). Mit Hilfe der Poincaré-Abbildung wird das Problem des geschlossenen Orbits in \mathbb{R}^n in die Untersuchung des Gleichgewichtspunktes in einem diskreten dynamischen System der Ordnung $n - 1$ umgewandelt, welche im Allgemeinen einfacher zu analysieren ist.

Ein geschlossener Orbit im n -dimensionalen dynamischen System (C.1) ist dann stabil, falls der entsprechende Gleichgewichtspunkt $\bar{\mathbf{x}}$ der Poincaré-Abbildung stabil ist. Dies lässt sich durch die Untersuchung der kleinen Verschiebung $(\bar{\mathbf{x}} + \delta_{\mathbf{x}_k}) \in S$ in der Nähe des Gleichgewichtspunktes $\bar{\mathbf{x}}$ zeigen. Mit $\bar{\mathbf{x}} + \delta_{\mathbf{x}_k}$ als Anfangsbedingung folgt unmittelbar aus der Poincaré-Abbildung der nächste Schnittpunkt mit der Hyperfläche S als

$$\bar{\mathbf{x}} + \delta_{\mathbf{x}_{k+1}} = P(\bar{\mathbf{x}} + \delta_{\mathbf{x}_k}). \quad (\text{C.2})$$

Für die kleinen Verschiebungen um den Gleichgewichtspunkt $\bar{\mathbf{x}}$ gilt durch die Linearisierung von (C.2)

$$\bar{\mathbf{x}} + \delta_{\mathbf{x}_{k+1}} = P(\bar{\mathbf{x}}) + \frac{\partial P}{\partial \mathbf{x}}(\bar{\mathbf{x}}) \delta_{\mathbf{x}_k}, \quad (\text{C.3})$$

wobei $\frac{\partial P}{\partial \mathbf{x}}(\bar{\mathbf{x}}) \in \mathbb{R}^{(n-1) \times (n-1)}$ die Jacobi-Matrix der Poincaré-Abbildung um $\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}}$ bezeichnet. Mit $P(\bar{\mathbf{x}}) = \bar{\mathbf{x}}$ ergibt sich aus (C.3)

$$\delta_{\mathbf{x}_{k+1}} = \frac{\partial P}{\partial \mathbf{x}}(\bar{\mathbf{x}}) \delta_{\mathbf{x}_k}. \quad (\text{C.4})$$

¹Henri Poincaré (1854-1912): französischer Mathematiker.

²D.h., Nachbarorbits mit anderen Anfangsbedingungen sind nicht geschlossen.

Aus (C.4) lässt sich das Stabilitätskriterium eines periodischen Orbits mit Hilfe der Jacobi-Matrix der entsprechenden Poincaré-Abbildung wie folgt formulieren.

Satz C.1. [Str94, Satz in Abschnitt 8.7] *Ein periodischer Orbit mit $P(\bar{x}) = \bar{x}$, $\bar{x} \in \mathbb{R}^{n-1}$ ist lokal asymptotisch stabil, falls für alle Eigenwerte der Jacobi-Matrix $\frac{\partial P}{\partial \mathbf{x}}(\bar{x})$ der Poincaré-Abbildung*

$$|\lambda_i| < 1, i \in \{1, \dots, n-1\}$$

gilt.

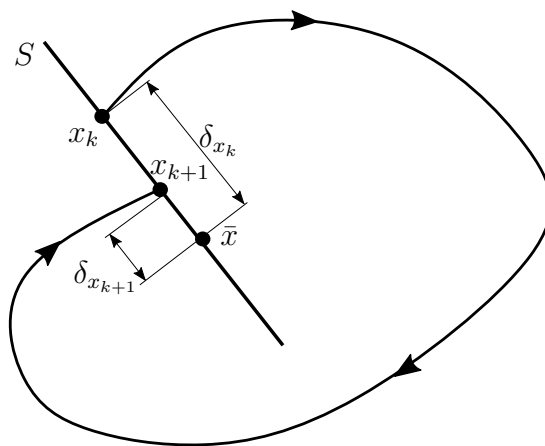


Abbildung C.2: Bildliche Darstellung der *Poincaré-Abbildung* im 2-dimensionalen Raum.

Für den Spezialfall im 2-dimensionalen Raum ergibt sich durch Anwendung der Poincaré-Abbildung eine skalare Abbildung auf der Hyperkurve S (vgl. Abb. C.2)

$$x_{k+1} = P(x_k),$$

und es gilt:

Korollar C.1. *Ein periodischer Orbit mit $P(\bar{x}) = \bar{x}$, $\bar{x} \in \mathbb{R}$ ist lokal asymptotisch stabil, falls für die Poincaré-Abbildung*

$$\frac{dP}{dx}(\bar{x}) < 1$$

gilt.

Beweis von Korollar C.1. *Das Ergebnis folgt direkt aus Satz C.1 für den 2-dimensionalen Raum.*

C.2 Beweis von Lemma 4.1

Betrachtet wird zuerst die Trajektorie $\mathcal{T}(\bar{x}_{0,\min})$ mit dem Startpunkt $\bar{x}_{0,\min} = \mathbf{0}$. Da ein Schnittpunkt zwischen der Trajektorie $\mathcal{T}(\bar{x}_{0,\min})$ und der Isolinie \mathcal{L}_ω nach dem ersten Bremsmomentabbau vorausgesetzt wird, ist ein zwischenzeitiges Erreichen des Blockierschlupfes λ_b ausgeschlossen. Außerdem wird durch die Bedingung (4.9) sichergestellt, dass

nach dem Bremsmomenthalten die Trajektorie wieder die Isolinie \mathcal{L}_ω schneidet³. Da sich eine Trajektorie nicht selbst schneiden darf, lässt sich erkennen, dass die Teiltrajektorie jedes neuen ABS-Zyklus von jener des letzten ABS-Zyklus umschlossen wird, siehe die durchgezogene Linie in Abb. C.3.

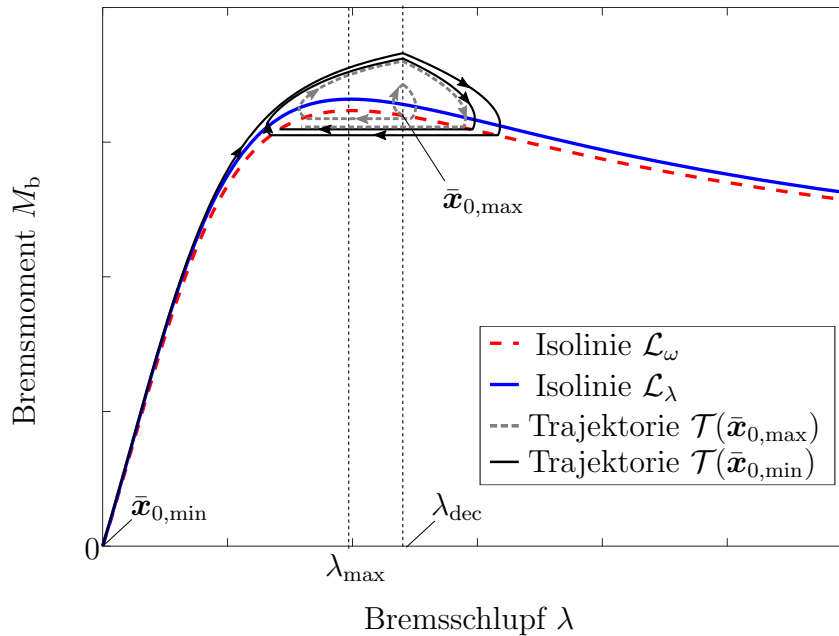


Abbildung C.3: Hinreichende Bedingung für die Existenz des ABS-Grenzzyklus.

Definiert man nun $\bar{\mathbf{x}}_{0,\max} = [\lambda_{\text{dec}}, M_{b,\text{dec}}]^T$ als Startpunkt, so lässt sich zeigen, dass sich unter gleichen Voraussetzungen die Trajektorie $\mathcal{T}(\bar{\mathbf{x}}_{0,\max})$ im Gegensatz zu $\mathcal{T}(\bar{\mathbf{x}}_{0,\min})$ immer weiter nach außen entwickelt, siehe die gestrichelte Linie in Abb. C.3. Da sich zwei Phasenraumtrajektorien desselben dynamischen Systems zu verschiedenen Anfangsbedingungen nicht schneiden dürfen⁴, lässt sich daraus schließen, dass die Trajektorien $\mathcal{T}(\bar{\mathbf{x}}_{0,\min})$ und $\mathcal{T}(\bar{\mathbf{x}}_{0,\max})$

- entweder gegen den gleichen Grenzzyklus oder
- gegen die jeweiligen Grenzzyklen

streben.

Man beachte, dass aufgrund der gewählten Umschaltsschwelle λ_{dec} nur die Punkte der Isolinie \mathcal{L}_ω links von λ_{dec} (einschließlich λ_{dec}) zum Definitionsbereich von $\bar{\mathbf{x}}_0$ gehören⁵. Daher lässt sich durch $\bar{\mathbf{x}}_{0,\min}$ und $\bar{\mathbf{x}}_{0,\max}$ die untere und obere Grenze von $\bar{\mathbf{x}}_0$ darstellen. Da alle Trajektorien von $\bar{\mathbf{x}}_0$ durch $\mathcal{T}(\bar{\mathbf{x}}_{0,\min})$ und $\mathcal{T}(\bar{\mathbf{x}}_{0,\max})$ eingeschlossen sind, werden sie ebenfalls

³Eine Verletzung der Bedingung (4.9) führt dazu, dass die Trajektorie beim stabilen Gleichgewichtspunkt auf der Isolinie \mathcal{L}_λ landet und den Regelmodus *Bremsmomenthalten* nicht mehr verlässt.

⁴Dies ist eine Folgerung aus dem Eindeutigkeitssatz der gewöhnlichen DGL., siehe [GJ16, Abschnitt 3.4].

⁵Werden Punkte der Isolinie \mathcal{L}_ω rechts von λ_{dec} als Startpunkt des Bremsmomentaufbaus gewählt, so folgt unmittelbar ein Umschalten auf *Bremsmomenthalten*.

- entweder gegen den gleichen Grenzyklus oder
- gegen die jeweiligen Grenzyklen

streben. Dadurch wird sichergestellt, dass mindestens ein Grenzyklus im System (4.4)-(4.5) existiert.

C.3 Beweis von Lemma 4.2

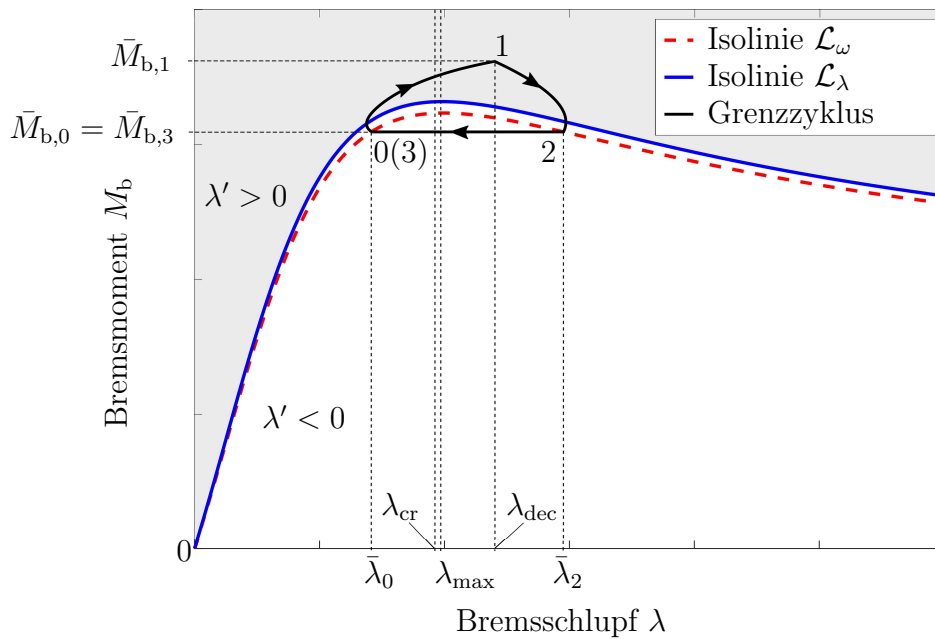


Abbildung C.4: Grenzzyklus-Verhalten durch schaltende Anti-Blockier-Regelung von Abb. 4.5.

Zum Beweis von Lemma 4.2 wird erneut der Start- und Endpunkt eines ABS-Zyklus in der Reihenfolge

$$\text{Punkt 0 (Startpunkt)} \xrightarrow{\text{Aufbau}} \text{Punkt 1} \xrightarrow{\text{Abbau}} \text{Punkt 2} \xrightarrow{\text{Halten}} \text{Punkt 3 (Endpunkt)}$$

betrachtet. Dabei wird als Startpunkt der Gleichgewichtspunkt $\bar{\lambda}_0$ definiert, welcher gemäß (4.8) mit dem Endpunkt $\bar{\lambda}_3$ übereinstimmt, siehe Abb. C.4.

In Abschnitt 4.3.1 wird gezeigt, dass alle Punkt auf der Isolinie \mathcal{L}_ω der Gleichung

$$M_b = F_z \mu_{\text{road}} \Phi_{fx}(\lambda) R \quad (\text{C.5})$$

genügen. Unter Verwendung der dynamischen Radlast der Vorderachse (vgl. (3.6a))

$$F_z = F_{\text{FA},z0} + \frac{mg h_o}{2} \mu_{\text{road}} \Phi_{fx}(\lambda),$$

kann (C.5) als

$$M_b = k_{T_e,1} \Phi_{fx}(\lambda) + k_{T_e,2} \Phi_{fx}^2(\lambda) \quad (\text{C.6})$$

mit positiven Termen

$$k_{T_e,1} = F_{FA,z0} \mu_{\text{road}} R, \quad k_{T_e,2} = \frac{mg h_o}{2} \frac{1}{l} \mu_{\text{road}}^2 R \quad (\text{C.7})$$

umformuliert werden. Ebenso kann das Gleichgewichtsmoment $T_e(\lambda)$ als

$$T_e(\lambda) = k_{T_e,1} \Phi_{fx}(\lambda) + k_{T_e,2} \Phi_{fx}^2(\lambda) + k_{T_e,3} (1 - \lambda) \Phi_{fx}(\lambda)$$

mit dem positiven Term

$$k_{T_e,3} = \mu_{\text{road}} \frac{J_w g}{R}$$

dargestellt werden. Somit gilt für alle Punkt auf der Isolinie \mathcal{L}_ω

$$T_e(\lambda) - M_b(\lambda) = k_{T_e,3} (1 - \lambda) \Phi_{fx}(\lambda). \quad (\text{C.8})$$

Entsprechend (C.6) gilt für den Startpunkt

$$\bar{M}_{b,0} = k_{T_e,1} \Phi_{fx}(\bar{\lambda}_0) + k_{T_e,2} \Phi_{fx}^2(\bar{\lambda}_0). \quad (\text{C.9})$$

Für den Regelmodus *Bremsmomentaufbau* bis zum Punkt 1 mit $\bar{\lambda}_1 = \lambda_{\text{dec}}$ gilt

$$\bar{M}_{b,1} = \bar{M}_{b,0} + \int_{\bar{\lambda}_0}^{\lambda_{\text{dec}}} \left(\frac{dM_b}{d\lambda} \right)_{\text{inc}} d\lambda, \quad (\text{C.10})$$

wobei sich die Ableitung $\left(\frac{dM_b}{d\lambda} \right)_{\text{inc}}$ aus (4.4) und (4.5) ergibt als

$$\left(\frac{dM_b}{d\lambda} \right)_{\text{inc}} = - \frac{J_w}{R} \frac{\bar{u}_{\text{inc}}}{T_e(\lambda) - M_b(\lambda)}. \quad (\text{C.11})$$

Analog gilt für den Regelmodus *Bremsmomentabbau* bis zum erneuten Erreichen der Hyperkurve \mathcal{L}_ω (Punkt 2):

$$\bar{M}_{b,2} = \bar{M}_{b,1} + \int_{\lambda_{\text{dec}}}^{\bar{\lambda}_2} \left(\frac{dM_b}{d\lambda} \right)_{\text{dec}} d\lambda \quad (\text{C.12})$$

mit der Ableitung

$$\left(\frac{dM_b}{d\lambda} \right)_{\text{dec}} = \frac{J_w}{R} \frac{\bar{u}_{\text{dec}}}{T_e(\lambda) - M_b(\lambda)}. \quad (\text{C.13})$$

Ebenso wie bei Punkt 0 gilt für Punkt 2

$$\bar{M}_{b,2} = k_{T_e,1} \Phi_{fx}(\bar{\lambda}_2) + k_{T_e,2} \Phi_{fx}^2(\bar{\lambda}_2). \quad (\text{C.14})$$

Einsetzen von (C.10) in (C.12) liefert die Darstellung

$$\bar{M}_{b,2} = \bar{M}_{b,0} + \int_{\bar{\lambda}_0}^{\lambda_{\text{dec}}} \left(\frac{dM_b}{d\lambda} \right)_{\text{inc}} d\lambda + \int_{\lambda_{\text{dec}}}^{\bar{\lambda}_2} \left(\frac{dM_b}{d\lambda} \right)_{\text{dec}} d\lambda. \quad (\text{C.15})$$

Setzt man anschließend (C.11) und (C.13) in (C.15) ein, so erhält man folgenden Ausdruck:

$$\bar{M}_{b,2} = \bar{M}_{b,0} - \frac{J_w}{R} \int_{\bar{\lambda}_0}^{\lambda_{\text{dec}}} \frac{\bar{u}_{\text{inc}}}{T_e(\lambda) - M_b(\lambda)} d\lambda + \frac{J_w}{R} \int_{\lambda_{\text{dec}}}^{\bar{\lambda}_2} \frac{\bar{u}_{\text{dec}}}{T_e(\lambda) - M_b(\lambda)} d\lambda. \quad (\text{C.16})$$

Aufgrund des Grenzyklus gilt für den Regelmodus *Bremsmomenthalten* bis zum Endpunkt auf der Hyperkurve \mathcal{L}_ω weiterhin (vgl. Abb. C.4):

$$\bar{M}_{b,2} = \bar{M}_{b,3} = \bar{M}_{b,0}. \quad (\text{C.17})$$

Mit der Bedingung aus (C.17) kann (C.16) weiter zu

$$-\int_{\bar{\lambda}_0}^{\lambda_{\text{dec}}} \frac{\bar{u}_{\text{inc}}}{T_e(\lambda) - M_b(\lambda)} d\lambda + \int_{\lambda_{\text{dec}}}^{\bar{\lambda}_2} \frac{\bar{u}_{\text{dec}}}{T_e(\lambda) - M_b(\lambda)} d\lambda = 0 \quad (\text{C.18})$$

umformuliert werden.

Darüber hinaus folgt unter Verwendung von (C.9) und (C.14) aus (C.17) unmittelbar die Beziehung:

$$\Phi_{fx}(\bar{\lambda}_2) = \Phi_{fx}(\bar{\lambda}_3) = \Phi_{fx}(\bar{\lambda}_0). \quad (\text{C.19})$$

Aus (C.19) ist zu erkennen, dass $\bar{\lambda}_0$ und $\bar{\lambda}_2$ zwei Punkte sind, die sich jeweils auf dem steigenden und fallenden Ast der Kraftschluss-Schlupf-Kurve befinden und zudem den gleichen Wert von $\Phi_{fx}(\lambda)$ aufweisen, vgl. Abb. 4.3. Somit lässt sich $\bar{\lambda}_2$ bei bekanntem $\bar{\lambda}_0$ eindeutig bestimmen:

$$\bar{\lambda}_2 = \Phi_{\bar{\lambda}_2}(\bar{\lambda}_0). \quad (\text{C.20})$$

Setzt man dies in (C.18) ein, so erhält man

$$-\int_{\bar{\lambda}_0}^{\lambda_{\text{dec}}} \frac{\bar{u}_{\text{inc}}}{T_e(\lambda) - M_b(\lambda)} d\lambda + \int_{\lambda_{\text{dec}}}^{\Phi_{\bar{\lambda}_2}(\bar{\lambda}_0)} \frac{\bar{u}_{\text{dec}}}{T_e(\lambda) - M_b(\lambda)} d\lambda = 0. \quad (\text{C.21})$$

Aus (C.21) lässt sich unmittelbar erkennen, dass der gesuchte Gleichgewichtspunkt $\bar{\lambda}_0$ die Nullstelle der Funktion

$$\Phi_{\bar{\lambda}_0}(\bar{\lambda}_0) = -\int_{\bar{\lambda}_0}^{\lambda_{\text{dec}}} \frac{\bar{u}_{\text{inc}}}{T_e(\lambda) - M_b(\lambda)} d\lambda + \int_{\lambda_{\text{dec}}}^{\Phi_{\bar{\lambda}_2}(\bar{\lambda}_0)} \frac{\bar{u}_{\text{dec}}}{T_e(\lambda) - M_b(\lambda)} d\lambda \quad (\text{C.22})$$

ist. Außerdem entspricht die Anzahl der Nullstellen $\bar{\lambda}_0$ genau der Anzahl der existierenden Grenzyklen. Leitet man nun (C.22) nach $\bar{\lambda}_0$ ab, so ergibt sich

$$\frac{\partial \Phi_{\bar{\lambda}_0}}{\partial \bar{\lambda}_0} = \frac{\bar{u}_{\text{inc}}}{T_e(\bar{\lambda}_0) - M_b(\bar{\lambda}_0)} + \frac{\bar{u}_{\text{dec}}}{T_e(\bar{\lambda}_2) - M_b(\bar{\lambda}_2)} \frac{\partial \Phi_{\bar{\lambda}_2}}{\partial \bar{\lambda}_0}, \quad (\text{C.23})$$

wobei gemäß (C.8)

$$\frac{\bar{u}_{\text{inc}}}{T_e(\bar{\lambda}_0) - M_b(\bar{\lambda}_0)} = \frac{\bar{u}_{\text{inc}}}{k_{T_e,3} (1 - \bar{\lambda}_0) \Phi_{fx}(\bar{\lambda}_0)}, \quad (\text{C.24a})$$

$$\frac{\bar{u}_{\text{dec}}}{T_e(\bar{\lambda}_2) - M_b(\bar{\lambda}_2)} = \frac{\bar{u}_{\text{dec}}}{k_{T_e,3} (1 - \bar{\lambda}_2) \Phi_{fx}(\bar{\lambda}_2)} \quad (\text{C.24b})$$

gelten. Zudem ergibt sich aus (C.19) und (C.20) die Beziehung

$$\frac{\partial \Phi_{\bar{\lambda}_2}}{\partial \bar{\lambda}_0} = \frac{\frac{\partial \Phi_{fx}}{\partial \lambda}(\bar{\lambda}_0)}{\frac{\partial \Phi_{fx}}{\partial \lambda}(\bar{\lambda}_2)}. \quad (\text{C.25})$$

Folglich kann die Ableitungsfunktion $\frac{\partial \Phi_{\bar{\lambda}_0}}{\partial \bar{\lambda}_0}$ aus (C.23) unter Verwendung von (C.24) und (C.25) als

$$\frac{\partial \Phi_{\bar{\lambda}_0}}{\partial \bar{\lambda}_0} = \frac{\bar{u}_{\text{inc}}}{k_{T_{e,3}} (1 - \bar{\lambda}_0) \Phi_{f_x}(\bar{\lambda}_0)} + \frac{\bar{u}_{\text{dec}}}{k_{T_{e,3}} (1 - \bar{\lambda}_2) \Phi_{f_x}(\bar{\lambda}_2)} \frac{\frac{\partial \Phi_{f_x}}{\partial \lambda}(\bar{\lambda}_0)}{\frac{\partial \Phi_{f_x}}{\partial \lambda}(\bar{\lambda}_2)} \quad (\text{C.26})$$

dargestellt werden. Mit $\Phi_{f_x}(\bar{\lambda}_2) = \Phi_{f_x}(\bar{\lambda}_0)$ ergibt sich aus (C.26)

$$\frac{\partial \Phi_{\bar{\lambda}_0}}{\partial \bar{\lambda}_0} = \frac{1}{k_{T_{e,3}} \Phi_{f_x}(\bar{\lambda}_0)} \left(\frac{\bar{u}_{\text{inc}}}{1 - \bar{\lambda}_0} + \frac{\bar{u}_{\text{dec}}}{1 - \bar{\lambda}_2} \frac{\frac{\partial \Phi_{f_x}}{\partial \lambda}(\bar{\lambda}_0)}{\frac{\partial \Phi_{f_x}}{\partial \lambda}(\bar{\lambda}_2)} \right), \quad (\text{C.27})$$

wobei der Term $\frac{1}{k_{T_{e,3}} \Phi_{f_x}(\bar{\lambda}_0)}$ im Fall einer Radbremsung ($\Phi_{f_x}(\bar{\lambda}_0) > 0$) stets größer als null ist. Aus (C.27) ist zu erkennen, dass die Bedingung

$$\frac{\partial \Phi_{\bar{\lambda}_0}}{\partial \bar{\lambda}_0} < 0$$

immer gilt, falls

$$\underbrace{\frac{\bar{u}_{\text{inc}}}{1 - \bar{\lambda}_0}}_{>0} < \underbrace{-\frac{\bar{u}_{\text{dec}}}{1 - \bar{\lambda}_2}}_{<0} \underbrace{\frac{\frac{\partial \Phi_{f_x}}{\partial \lambda}(\bar{\lambda}_0)}{\frac{\partial \Phi_{f_x}}{\partial \lambda}(\bar{\lambda}_2)}}_{<0}$$

erfüllt ist. Dies führt gleich dazu, dass die Funktion $\Phi_{\bar{\lambda}_0}(\bar{\lambda}_0)$ streng monoton fallend verläuft. Da durch Lemma 4.1 bereits sichergestellt wird, dass es mindestens eine Lösung für $\Phi_{\bar{\lambda}_0}(\bar{\lambda}_0) = 0$ gibt, lässt sich nun zeigen, dass für $\Phi_{\bar{\lambda}_0}(\bar{\lambda}_0) = 0$ genau eine einzige Lösung existiert. Dies bedeutet zugleich, dass es für das betrachtete System nur einen einzigen ABS-Grenzzzyklus gibt.

C.4 Sonderfälle des ABS-Grenzzzyklus

In diesem Abschnitt werden die Sonderfälle, wie die Kraftschluss-Schlupf-Kurve Φ_{f_x} ohne ausgeprägtes lokales Maximum, die Hyperkurve \mathcal{L}_ω mit mehrfachen lokalen Maxima und sprunghafte Änderungen des Straßenreibungwertes μ_{road} während der Anti-Blockier-Regelung sowie deren Auswirkungen auf den ABS-Grenzzzyklus, näher betrachtet.

C.4.1 Straßenoberfläche ohne ausgeprägtes Maximum bei der Kraftschluss-Schlupf-Kurve

In [MW04] wurde gezeigt, dass manche Straßenoberflächen (wie z.B. loser Schnee) kein ausgeprägtes Maximum bei der Kraftschluss-Schlupf-Kurve Φ_{f_x} aufweisen, siehe Abb. C.5a. Dies führt dazu, dass aufgrund des fehlenden Maximums eine symmetrische Umschaltung anhand der Isolinie \mathcal{L}_ω nicht mehr funktioniert, vgl. Abschnitt 4.3.1. Dennoch wird aufgrund der systembedingten Totzeiten⁶ nach Unterschreiten der Isolinie \mathcal{L}_ω kurz auf *Bremsmomenthalten* umgeschaltet, bevor die Anti-Blockier-Regelung schnell wieder auf *Bremsmomentaufbau* übergeht. Dadurch existiert selbst in diesem Fall weiterhin ein Grenzzzyklus, wobei die Dauer des Regelmodus *Bremsmomenthalten* wesentlich kürzer ist als sonst, siehe Abb. C.5b.

⁶Vgl. die Diskussion in Bemerkung 4.2.

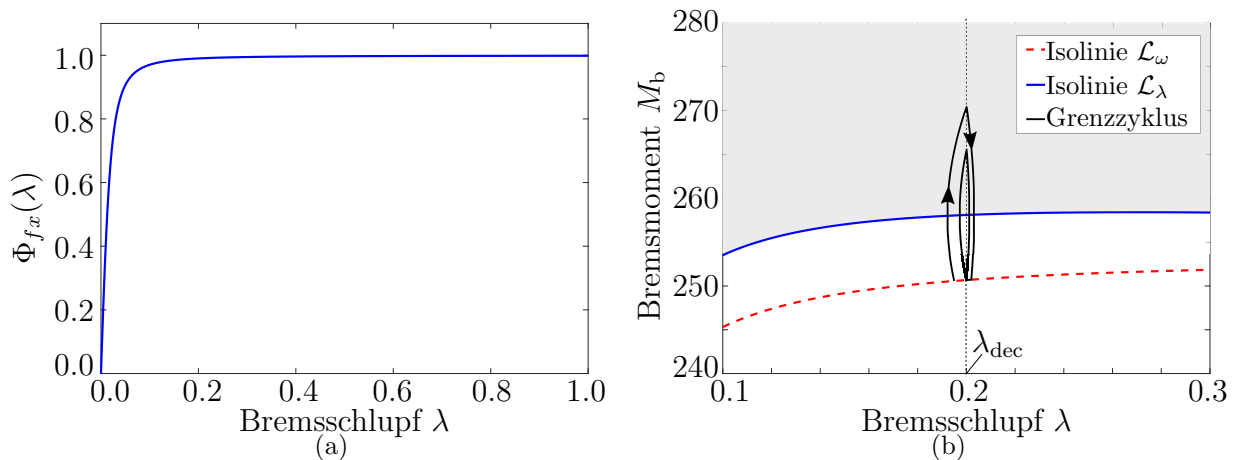


Abbildung C.5: ABS-Grenzyklus auf losem Schnee.

C.4.2 Mehrfache Maxima bei der Hyperkurve

Der in Abschnitt 4.2 vorgeschlagene Anti-Blockier-Regler verwendet die Hyperkurve \mathcal{L}_ω als Umschaltbedingung. Dabei wurde von einem eindeutigen lokalen Maximum ausgegangen. Betrachtet man nun die Hyperkurve

$$\mathcal{L}_\omega(\lambda) := k_{T_{e,1}} \Phi_{fx}(\lambda) + k_{T_{e,2}} \Phi_{fx}^2(\lambda), \quad (\text{C.28})$$

so ergibt sich aus (C.28) die partielle Ableitung

$$\frac{\partial \mathcal{L}_\omega}{\partial \lambda}(\lambda) := \frac{\partial \Phi_{fx}}{\partial \lambda}(\lambda) (k_{T_{e,1}} + 2k_{T_{e,2}} \Phi_{fx}(\lambda)). \quad (\text{C.29})$$

Aus (C.29) wird ersichtlich, dass $\frac{\partial \mathcal{L}_\omega}{\partial \lambda}(\lambda) = 0$ gilt, falls

$$\frac{\partial \Phi_{fx}}{\partial \lambda}(\lambda) = 0, \quad (\text{C.30})$$

bzw.

$$\Phi_{fx}(\lambda) = -\frac{k_{T_{e,1}}}{2k_{T_{e,2}}} \quad (\text{C.31})$$

erfüllt ist. Dabei wird (C.30) genau zum lokalen Maximum der Kraftschluss-Schlupf-Kurve bei λ_{\max} erreicht. Im Gegensatz dazu existiert für (C.31) nicht immer eine Lösung. Aus (C.7) ist zu erkennen, dass $k_{T_{e,1}}, k_{T_{e,2}} > 0$ für die Vorderachse gelten, welche ein eindeutiges lokales Maximum der Hyperkurve \mathcal{L}_ω bei λ_{\max} aufweisen. Hingegen gelten für die Hinterachse $k_{T_{e,1}} = \frac{mg}{2} \frac{l_F}{l} \mu_{\text{road}} R$ und $k_{T_{e,2}} = -\frac{mg}{2} \frac{h_o}{l} \mu_{\text{road}}^2 R$ (entsprechend (3.6b)). Somit ergibt sich aus (C.31)

$$\Phi_{fx}(\lambda) = \frac{l_F}{2h_o \mu_{\text{road}}}. \quad (\text{C.32})$$

Es ist zu erkennen, dass (C.32) zwei weitere Lösungen für $\frac{\partial \mathcal{L}_\omega}{\partial \lambda}(\lambda) = 0$ liefert, falls die Systemparameter l_F , h_o und μ_{road} der Bedingung

$$0 < \frac{l_F}{2h_o \mu_{\text{road}}} < 1$$

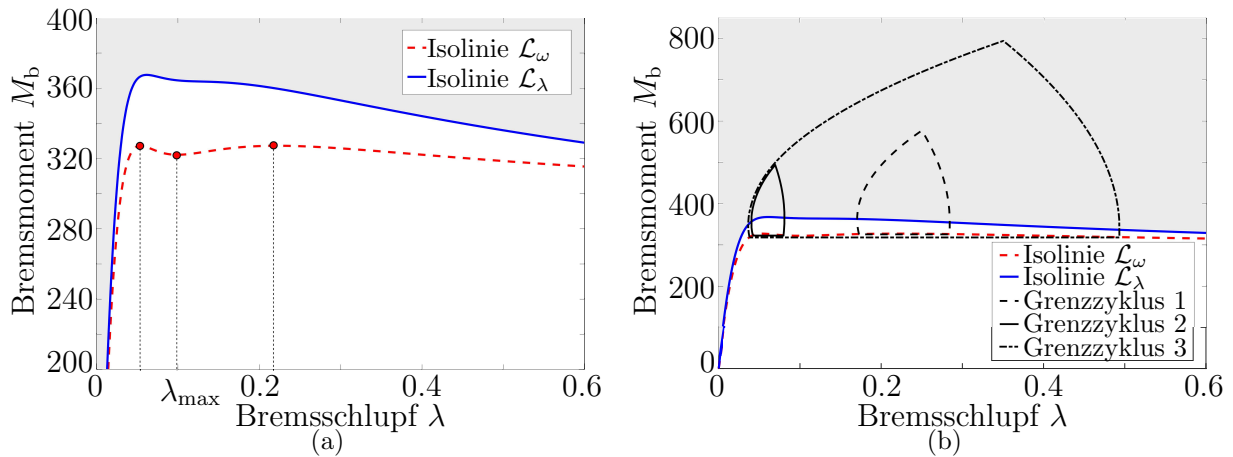


Abbildung C.6: ABS-Grenzyklus im Fall mehrfacher Maxima bei der Hyperkurve \mathcal{L}_ω .

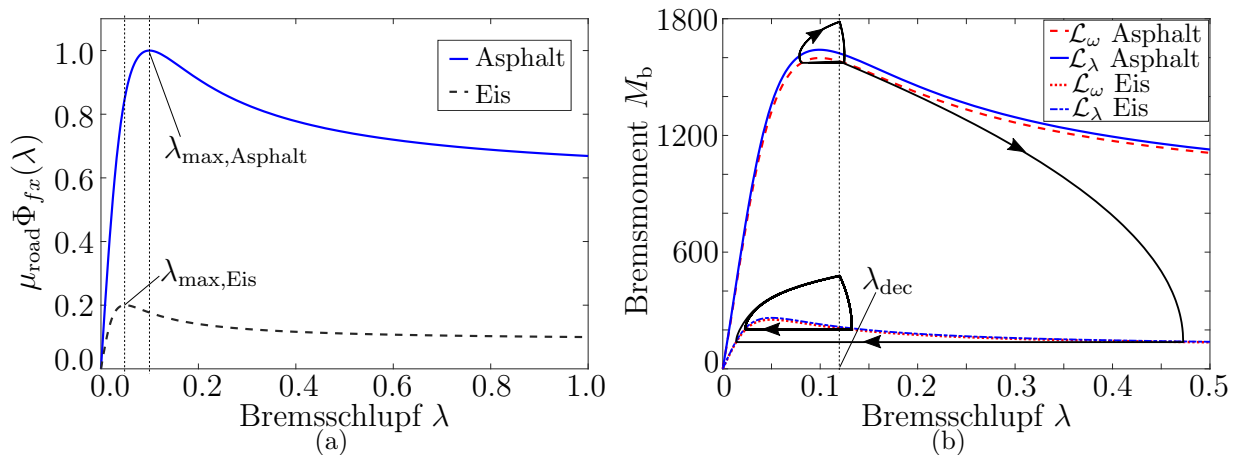
genügen.

In Abb. C.6a wird ein Beispiel für die Hinterachse mit dreifachen lokalen Extrema der Hyperkurve \mathcal{L}_ω (zwei lokale Maxima und ein lokales Minimum) dargestellt. Es sei angemerkt, dass die Maxima durch die zwei Lösungen aus (C.32) definiert sind, während das lokale Minimum bei λ_{\max} erreicht wird. Aufgrund der mehrfachen lokalen Extrema, können je nach Wahl der Reglerparameter (Umschaltswelle λ_{dec} sowie Bremsmomentgradienten \bar{u}_{inc} und \bar{u}_{dec}) Grenzyklen zwischen den einzelnen Extrema in verschiedenen Bereichen der Hyperkurve \mathcal{L}_ω gebildet werden, siehe Abb. C.6b. Hier wird auf eine Diskussion der Existenz- und Stabilitätsbedingungen der einzelnen Grenzyklen verzichtet.

C.4.3 Sprunghafte Änderung des Straßenreibwertes

Unter den Systemparametern stellt sich der Straßenreibwert μ_{road} als größte Modellunbestimmtheit dar. Im Gegensatz zu Parametern wie Radradius R , bzw. Radträgheitsmoment J_w , kann der Straßenreibwert μ_{road} während einer Anti-Blockier-Regelung stark variieren. Besonders kritisch ist der sogenannte *negative μ_{road} -Sprung*. In extremen Fällen, wie etwa einem μ_{road} -Sprung von Asphalt auf Eis, sinkt das Niveau der verfügbaren Radlängskraft stark, siehe Abb. C.7a. Dadurch ist auch ein deutlich kleineres kritisches Bremsmoment erlaubt (vgl. (3.14)).

Wie in Abb. C.7b demonstriert, ist der in Abschnitt 4.2 vorgeschlagene Anti-Blockier-Regler trotz seiner vergleichsweise einfachen Reglerstruktur in der Lage, beim μ_{road} -Sprung die Raddynamik wieder zu stabilisieren und damit eine Radblockierung zu verhindern. Es sei angemerkt, dass bei der Wahl der Reglerparameter die in Lemma 4.1 und Lemma 4.2 definierten Existenz- und Stabilitätsbedingungen für alle Straßenoberflächen erfüllt werden müssen. Dadurch ist das Erreichen eines stabilen ABS-Grenzyklus stets gewährleistet.


 Abbildung C.7: Robustheit des ABS-Grenzyklus gegenüber μ_{road} -Sprung.

C.5 Herleitung des Bremsschlupfanstiegs für einen hydraulischen Bremsaktuator

Im Folgenden soll der in Abschnitt 4.4.1 beschriebene Bremsschlupfanstieg $\Delta\lambda_{\text{dec}}$ am Beispiel eines hydraulischen Bremsaktuators hergeleitet werden. Dabei müssen die auftretende Aktuatorzeit T_t und die begrenzte Aktuatordynamik \dot{M}_{dec} berücksichtigt werden. Diese beiden Effekte führen dazu, dass nach der Bremsmomentabbauanforderung der Anti-Blockier-Regelung der Schlupf λ bis zur Stabilisierung des Rades ($\dot{\lambda} = 0$) um $\Delta\lambda_{\text{dec}}$ zunimmt.

Bei der Berechnung des Bremsschlupfanstiegs wird davon ausgegangen, dass für den kurzen Zeitraum des Bremsmomentabbaus die Radlast F_z konstant bleibt:

$$F_z = \text{konst.} \quad (\text{C.33})$$

Zudem wird angenommen, dass sich der Haftreibungskoeffizient zwischen Reifen und Straße während des Bremsmomentabbaus nicht ändert:

$$\mu_{\text{road}}\Phi_{fx} = \text{konst.} \quad (\text{C.34})$$

Die Annahmen in (C.33) und (C.34) ergeben, dass die Längskraft über diesen Zeitraum hinweg ebenfalls nicht variiert:

$$F_x = F_z\mu_{\text{road}}\Phi_{fx} = \text{konst.} \quad (\text{C.35})$$

Aufgrund der konstanten Längskraft bleiben die Fahrzeuglängsverzögerung und damit die Radlängsverzögerung ebenfalls konstant

$$\dot{v}_{w,x} = \dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}} = \text{konst.}, \quad (\text{C.36})$$

wobei $\dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}}$ die Radlängsverzögerung zu Beginn des Bremsmomentabbaus bezeichnet. Durch eine zeitliche Integration der Gleichung (C.36) ergibt sich für den betrachteten Zeitraum $t \in [0, T_{\text{lim}}^{\text{dec}}]$ die Radlängsgeschwindigkeit

$$v_{w,x} = v_{w,x,0}^{\text{dec}} + \dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}} t, \quad (\text{C.37})$$

wobei $v_{w,x,0}^{\text{dec}}$ der Radlängsgeschwindigkeit zu Beginn der Abbauphase entspricht.

Weiterhin kann der betrachtete Zeitraum $t \in [0, T_{\text{lim}}^{\text{dec}}]$ in zwei Zeitabschnitte aufgeteilt werden:

1. $0 < t \leq T_t$: Der Zeitpunkt $t = 0$ wird durch die Anforderung des Bremsmomentabbaus der Anti-Blockier-Regelung definiert. Aufgrund der vorhandenen Totzeit des Bremsaktuators, findet der tatsächliche Bremsmomentabbau erst danach am Rad statt. Das Ende der Totzeit wird bei $t = T_t$ festgesetzt. Für eine bessere Übersicht werden alle verwendeten physikalischen Größen zum Zeitpunkt $t = 0$ mit $(\cdot)_0^{\text{dec}}$ und zum Zeitpunkt $t = T_t$ mit $(\cdot)_1^{\text{dec}}$ indiziert.
2. $T_t < t \leq T_{\text{lim}}^{\text{dec}}$: Im zweiten Zeitabschnitt findet der tatsächliche Bremsmomentabbau statt. Dabei wird der Zeitpunkt, zu dem der Grenzschlupf λ_{lim} bei $\dot{\lambda} = 0$ erreicht wird, als $t = T_{\text{lim}}^{\text{dec}}$ definiert. Die zeitlichen Verläufe des Bremsmomentes M_b , des Bremsschlupfes λ sowie der Ableitung des Bremsschlupfes $\dot{\lambda}$ während des Bremsmomentabbaus können der Abb. C.8 entnommen werden. Ähnlich wie im vorherigen Zeitabschnitt, werden hier ebenfalls alle benötigten physikalischen Größen zum Zeitpunkt $t = T_{\text{lim}}^{\text{dec}}$ mit $(\cdot)_2^{\text{dec}}$ indiziert.

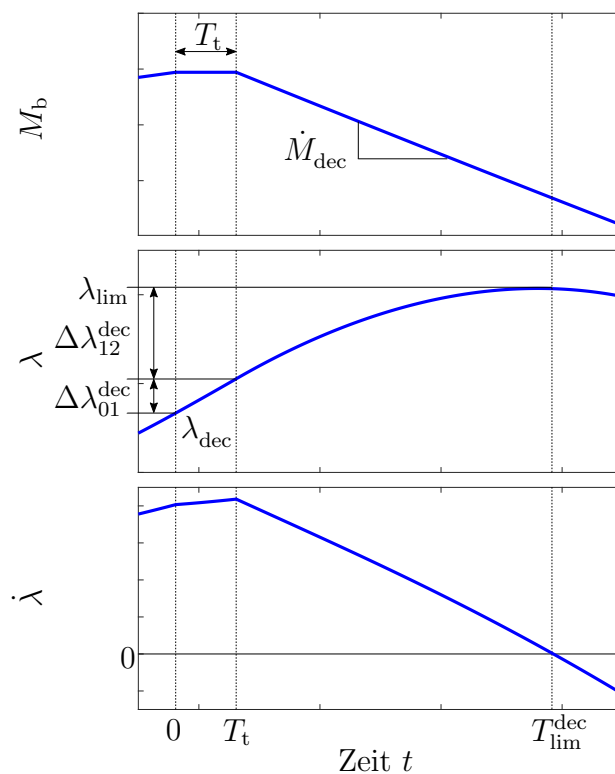


Abbildung C.8: Zeitliche Verläufe des Bremsmomentes M_b , des Bremsschlupfes λ sowie der Ableitung des Bremsschlupfes $\dot{\lambda}$ während des Bremsmomentabbaus aus Abb. 4.10.

Zunächst wird der erste Zeitabschnitt mit $0 < t \leq T_t$ genauer untersucht. Aufgrund der Totzeit bleibt das Bremsmoment währenddessen konstant:

$$M_b = M_{b,0}^{\text{dec}} = \textit{konst.}$$

Setzt man dies mit (C.35) in (2.5) ein, so erhält man

$$\dot{\omega} = \dot{\omega}_0^{\text{dec}} = \dot{\omega}_1^{\text{dec}} = \textit{konst.} \quad (\text{C.38})$$

Durch Integration von (C.38) ergibt sich

$$\omega = \omega_0^{\text{dec}} + \dot{\omega}_0^{\text{dec}} t, \quad t \in [0, T_t]. \quad (\text{C.39})$$

Liegt ein positiver Schlupfgradient ($\dot{\lambda}_0^{\text{dec}} > 0$) zum Zeitpunkt $t = 0$ vor, so kann durch Einsetzen von (C.36) bis (C.39) in (4.15) die Dgl. der Schlupfdynamik für den Zeitraum $t \in [0, T_t]$ als

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= -\frac{\dot{\omega} R}{v_{w,x}} + \frac{\dot{v}_{w,x}}{v_{w,x}^2} \omega R \\ &= -\frac{\dot{\omega}_0^{\text{dec}} R}{v_{w,x,0}^{\text{dec}} + \dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}} t} + \frac{\dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}}}{(v_{w,x,0}^{\text{dec}} + \dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}} t)^2} (\omega_0^{\text{dec}} + \dot{\omega}_0^{\text{dec}} t) R \end{aligned} \quad (\text{C.40})$$

formuliert werden. Durch Trennung der Variablen [For06] folgt aus (C.40) der Ausdruck

$$\begin{aligned} \Delta\lambda_{01} &= \int_{\lambda_0}^{\lambda_1} d\lambda \\ &= \int_0^{T_t} \left[-\frac{\dot{\omega}_0^{\text{dec}} R}{v_{w,x,0}^{\text{dec}} + \dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}} t} + \frac{\dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}}}{(v_{w,x,0}^{\text{dec}} + \dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}} t)^2} (\omega_0^{\text{dec}} + \dot{\omega}_0^{\text{dec}} t) R \right] d\tau. \end{aligned} \quad (\text{C.41})$$

Durch Integration von (C.41) erhält man den Schlupfanstieg für den ersten Zeitabschnitt $t \in [0, T_t]$ als

$$\Delta\lambda_{01} = \frac{\omega_0^{\text{dec}} R}{v_{w,x,0}^{\text{dec}}} - \frac{\omega_0^{\text{dec}} R}{v_{w,x,0}^{\text{dec}} + \dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}} T_t} - \frac{\dot{\omega}_0^{\text{dec}} R T_t}{v_{w,x,0}^{\text{dec}} + \dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}} T_t}.$$

Im zweiten Zeitabschnitt mit $T_t < t \leq T_{\text{lim}}^{\text{dec}}$ findet der tatsächliche Bremsmomentabbau am Rad statt. Allerdings kann die von der Anti-Blockier-Regelung geforderte Abbaustufe nur mit einem begrenzten Gradienten von dem Bremsaktuator umgesetzt werden, siehe den Verlauf des Bremsmomentes in Abb. C.8. Diese Gradientenbegrenzung ist bei einem hydraulischen Bremsaktuator mit Schaltventil als Auslassventil gemäß (2.20) als

$$\dot{M}_b = -\theta_{\text{AV}} M_b^{\frac{1}{2}}$$

definiert. Durch Integration von (2.20) ergibt sich für den Zeitraum $t \in [T_t, T_{\text{lim}}^{\text{dec}}]$ der zeitliche Verlauf des Bremsmoments zu

$$M_b = \left(-\frac{1}{2} \theta_{\text{AV}} (t - T_t) + (M_{b,0}^{\text{dec}})^{\frac{1}{2}} \right)^2, \quad (\text{C.42})$$

wobei $M_{b,0}^{\text{dec}}$ den Anfangswert des Bremsmomentes beim Bremsmomentabbau bezeichnet.

Setzt man einen positiven Schlupfgradienten $\dot{\lambda}_1^{\text{dec}} > 0$ zum Zeitpunkt $t = T_t$ voraus, so nimmt der Bremsschlupf während des Bremsmomentabbaus weiterhin zu, bis das Rad zum Zeitpunkt $t = T_{\text{lim}}^{\text{dec}}$ wieder stabilisiert wird:

$$\dot{\lambda}(T_{\text{lim}}^{\text{dec}}) = \dot{\lambda}_2^{\text{dec}} = 0. \quad (\text{C.43})$$

Zeitgleich wird auch der Grenzschlupf λ_{lim} erreicht.

Um den Schlupfanstieg $\Delta\lambda_{12}$ für diesen Zeitraum zu bestimmen, wird zunächst die Rotationsbewegungsgleichung des Rades (2.5) dementsprechend umgeformt. Einsetzen von (C.42) in (2.5) liefert

$$\dot{\omega} = -\frac{1}{J_w} \left(\left(-\frac{1}{2}\theta_{AV}(t - T_t) + (M_{b,0}^{\text{dec}})^{\frac{1}{2}} \right)^2 + F_x R \right). \quad (\text{C.44})$$

Aus (C.44) ergibt sich für $t = T_t$

$$\dot{\omega}_1^{\text{dec}} = \dot{\omega}(t = T_t) = -\frac{1}{J_w} (M_{b,0}^{\text{dec}} + F_x R) \quad (\text{C.45})$$

und für $t = T_{\text{lim}}^{\text{dec}}$

$$\dot{\omega}_2^{\text{dec}} = \dot{\omega}(t = T_{\text{lim}}^{\text{dec}}) = -\frac{1}{J_w} \left(\left(-\frac{1}{2}\theta_{AV}(T_{\text{lim}}^{\text{dec}} - T_t) + (M_{b,0}^{\text{dec}})^{\frac{1}{2}} \right)^2 + F_x R \right). \quad (\text{C.46})$$

Die Lösung der Dgl. (C.44) mit dem Anfangswert ω_1^{dec} aus (C.45) erfolgt wiederum durch Trennung der Variablen [For06]:

$$\begin{aligned} \int_{\omega_1^{\text{dec}}}^{\omega(t)} d\omega &= \int_{T_t}^t \left[\dot{\omega}_1^{\text{dec}} - \frac{1}{J_w} \left(\frac{1}{4}\theta_{AV}^2(\tau - T_t)^2 - \theta_{AV}(M_{b,0}^{\text{dec}})^{\frac{1}{2}}(\tau - T_t) \right) \right] d\tau \\ &= \dot{\omega}_1^{\text{dec}}(t - T_t) + \frac{\theta_{AV}(M_{b,0}^{\text{dec}})^{\frac{1}{2}}}{2J_w}(t - T_t)^2 - \frac{\theta_{AV}^2}{12J_w}(t - T_t)^3. \end{aligned}$$

Daraus folgt die Radwinkelgeschwindigkeit ω_2^{dec} zum Zeitpunkt $t = T_{\text{lim}}^{\text{dec}}$ als

$$\omega_2^{\text{dec}} = \omega_1^{\text{dec}} + \dot{\omega}_1^{\text{dec}}(T_{\text{lim}}^{\text{dec}} - T_t) + \frac{\theta_{AV}(M_{b,0}^{\text{dec}})^{\frac{1}{2}}}{2J_w}(T_{\text{lim}}^{\text{dec}} - T_t)^2 - \frac{\theta_{AV}^2}{12J_w}(T_{\text{lim}}^{\text{dec}} - T_t)^3. \quad (\text{C.47})$$

Zudem gelten entsprechend (C.36) und (C.37)

$$\dot{v}_{w,x,2}^{\text{dec}} = \dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}} = \text{konst.}, \quad (\text{C.48})$$

$$v_{w,x,2}^{\text{dec}} = v_{w,x,1}^{\text{dec}} + \dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}}(T_{\text{lim}}^{\text{dec}} - T_t). \quad (\text{C.49})$$

Unter Verwendung von (C.45) bis (C.49) kann die Schlupfdynamik zum Zeitpunkt $t = T_{\text{lim}}^{\text{dec}}$ als

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_2^{\text{dec}} &= \dot{\lambda}(t = T_{\text{lim}}^{\text{dec}}) \\ &= -\frac{\dot{\omega}_2^{\text{dec}} R}{v_{w,x,2}^{\text{dec}}} + \frac{\dot{v}_{w,x,2}^{\text{dec}}}{(v_{w,x,2}^{\text{dec}})^2} \omega_2^{\text{dec}} R \\ &= -\frac{R}{v_{w,x,1}^{\text{dec}} + \dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}}(T_{\text{lim}}^{\text{dec}} - T_t)} \left(\dot{\omega}_1^{\text{dec}} + \frac{\theta_{AV}(M_{b,0}^{\text{dec}})^{\frac{1}{2}}}{J_w}(T_{\text{lim}}^{\text{dec}} - T_t) - \frac{\theta_{AV}^2}{4J_w}(T_{\text{lim}}^{\text{dec}} - T_t)^2 \right) \\ &\quad + \frac{\dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}} R}{(v_{w,x,1}^{\text{dec}} + \dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}}(T_{\text{lim}}^{\text{dec}} - T_t))^2} \left(\omega_1^{\text{dec}} + \dot{\omega}_1^{\text{dec}}(T_{\text{lim}}^{\text{dec}} - T_t) + \frac{\theta_{AV}(M_{b,0}^{\text{dec}})^{\frac{1}{2}}}{2J_w}(T_{\text{lim}}^{\text{dec}} - T_t)^2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{\theta_{AV}^2}{12J_w}(T_{\text{lim}}^{\text{dec}} - T_t)^3 \right) \end{aligned}$$

dargestellt werden. Dieser Ausdruck kann mit der Bedingung $\dot{\lambda}_2^{\text{dec}} = 0$ aus (C.43) in die Normalform der Gleichung dritten Grades

$$t_{12}^3 + a t_{12}^2 + b t_{12} + c = 0, \quad t_{12} = T_{\text{lim}}^{\text{dec}} - T_t \quad (\text{C.50})$$

mit

$$\begin{aligned} a &= \frac{3 v_{w,x,1}^{\text{dec}}}{2 \dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}}} - 3 \frac{(M_{b,0}^{\text{dec}})^{\frac{1}{2}}}{\theta_{\text{AV}}}, \quad b = -6 \frac{v_{w,x,1}^{\text{dec}} (M_{b,0}^{\text{dec}})^{\frac{1}{2}}}{\dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}} \theta_{\text{AV}}}, \\ c &= \frac{6 J_w (-v_{w,x,1}^{\text{dec}} \dot{\omega}_1^{\text{dec}} + \dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}} \omega_1^{\text{dec}})}{\dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}} \theta_{\text{AV}}^2} \end{aligned}$$

umgeschrieben werden.

Mit Hilfe der Substitution $t_{12} = z_{12} - \frac{a}{3}$, wird in der Normalform (C.50) das quadratische Glied beseitigt und man erhält die reduzierte Form [Beu18]:

$$z_{12}^3 + p z_{12} + q = 0, \quad (\text{C.51})$$

wobei $p = b - \frac{a^2}{3}$ und $q = \frac{2a^3}{27} - \frac{ab}{3} + c$ gilt. Die reduzierte Form (C.51) kann nun mit Hilfe der *Cardanoschen* Formel aufgelöst werden. Dabei hängt das Lösungsverhalten entscheidend vom Vorzeichen der Diskriminante

$$\Delta_{p,q} := \frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4}$$

ab. Je nach Vorzeichen der Diskriminante $\Delta_{p,q}$, besitzt (C.51) mindestens eine reelle Nullstelle und höchstens drei⁷, wobei nur die physikalisch sinnvolle Lösung weiter verwendet wird. Anschließend wird durch Rücksubstitution $t_{12} = z_{12} - \frac{a}{3}$ die Lösung der ursprünglichen Gleichung (C.50) bestimmt.

Über die Gleichung (C.50) ist t_{12} nun bekannt, welche die Zeitspanne zwischen dem tatsächlichen Abbaubeginn des Bremsmomentes und der Restabilisierung des Rades mit $\dot{\lambda} = 0$ definiert. Um den Bremschlupfanstieg $\Delta \lambda_{12}^{\text{dec}}$ für diesen Zeitraum $t \in [T_t, T_{\text{lim}}^{\text{dec}}]$ zu bestimmen, wird erneut die Dgl. (4.15) der Schlupfdynamik wie folgt aufintegriert:

$$\begin{aligned} \Delta \lambda_{12}^{\text{dec}} &= \int_{\lambda_1^{\text{dec}}}^{\lambda_2^{\text{dec}}} d\lambda \\ &= \int_{T_t}^{T_t + t_{12}} \left[-\frac{R}{v_{w,x,1}^{\text{dec}} + \dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}} (\tau - T_t)} \left(\dot{\omega}_1^{\text{dec}} + \frac{\theta_{\text{AV}} (M_{b,0}^{\text{dec}})^{\frac{1}{2}}}{J_w} (\tau - T_t) - \frac{\theta_{\text{AV}}^2}{4 J_w} (\tau - T_t)^2 \right) \right. \\ &\quad + \frac{\dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}} R}{(v_{w,x,1}^{\text{dec}} + \dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}} (\tau - T_t))^2} \\ &\quad \left. \cdot \left(\omega_1^{\text{dec}} + \dot{\omega}_1^{\text{dec}} (\tau - T_t) + \frac{\theta_{\text{AV}} (M_{b,0}^{\text{dec}})^{\frac{1}{2}}}{2 J_w} (\tau - T_t)^2 - \frac{\theta_{\text{AV}}^2}{12 J_w} (\tau - T_t)^3 \right) \right] d\tau. \end{aligned}$$

Schließlich ergibt sich der Bremschlupfanstieg für diesen Zeitraum $t \in [T_t, T_{\text{lim}}^{\text{dec}}]$ zu

$$\begin{aligned} \Delta \lambda_{12}^{\text{dec}} &= -\frac{R \theta_{\text{AV}}^2 v_{w,x,1}^{\text{dec}} + 6 R \theta_{\text{AV}} (M_{b,0}^{\text{dec}})^{\frac{1}{2}} \dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}}}{12 J_w (\dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}})^2} t_{12} + \frac{R \theta_{\text{AV}}^2}{12 J_w \dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}}} t_{12}^2 + \frac{R \dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}} t_{12}}{(v_{w,x,1}^{\text{dec}} + \dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}} t_{12}) v_{w,x,1}^{\text{dec}}} \\ &\quad \cdot \left(\omega_1^{\text{dec}} - \frac{\dot{\omega}_1^{\text{dec}} v_{w,x,1}^{\text{dec}}}{\dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}}} + \frac{\theta_{\text{AV}} (M_{b,0}^{\text{dec}})^{\frac{1}{2}} (v_{w,x,1}^{\text{dec}})^2}{2 J_w (\dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}})^2} + \frac{\theta_{\text{AV}}^2 (v_{w,x,1}^{\text{dec}})^3}{12 J_w (\dot{v}_{w,x,0}^{\text{dec}})^3} \right). \end{aligned}$$

⁷Eine ausführliche Beschreibung der reellen Nullstelle(n) für die reduzierte Gleichung dritten Grades ist in Kapitel 9 von [Beu18] zu finden.

C.6 Trajektorienplanung für den Bremsmomentaufbau

Der polynomiale Ansatz erweist sich als besonders vorteilhaft für die Trajektorienplanung. Dabei ergeben sich die Koeffizienten der Polynome als Lösung eines linearen Gleichungssystems [Rud09]. Aufgrund seiner Vorteile wird in dieser Arbeit der polynomiale Ansatz aus [Hua12] für die Soll-Trajektorien des Bremschlupfes verwendet. Der Polynomansatz für die Trajektorienplanung in der 1. und 2. Phase des Bremsmomentaufbaus ist wie folgt definiert:

$$\lambda_1^r(t) = c_{1,0} + c_{1,1} \frac{t-t_0}{t_1^*} + c_{1,2} \left(\frac{t-t_0}{t_1^*} \right)^2 + \dots + c_{1,n_1} \left(\frac{t-t_0}{t_1^*} \right)^{n_1},$$

$$\lambda_2^r(t) = c_{2,0} + c_{2,1} \frac{t-t_0-t_1^*}{t_2^*} + c_{2,2} \left(\frac{t-t_0-t_1^*}{t_2^*} \right)^2 + \dots + c_{2,n_2} \left(\frac{t-t_0-t_1^*}{t_2^*} \right)^{n_2},$$

wobei n_i die Grade der Polynome und $c_{i,j}$, $i \in \{1, 2\}$, $j \in \{0, \dots, n_i\}$ ihre Koeffizienten bezeichnen. Die Grade der Polynome sind abhängig von der Anzahl der Anfangs- und Endbedingungen der jeweiligen Phasen zu bestimmen. Hierbei sollen die Anfangs- und Endbedingungen so gewählt werden, dass ein stetiger Verlauf des Soll-Bremsmomentes für das halboffene Intervall $[t_0, t_0 + t_1^* + t_2^*]$ sichergestellt wird. Da $M_{b,d}^r$ vom Schlupf λ^r bis zur 2. Ableitung abhängt (vgl. (4.20)), soll die Stetigkeit der Trajektorien am Anfang der jeweiligen Phasen bis zur 2. Ableitung berücksichtigt werden. Dadurch entstehen für die Trajektorien $\lambda_1^r(t)$ und $\lambda_2^r(t)$ jeweils drei Anfangsbedingungen. Allerdings muss man auf den Anfangswert $\dot{\lambda}_1^r(t_0)$ für die 1. Phase verzichten, da dieser in der Praxis weder gemessen noch vernünftig geschätzt werden kann. Daher wird später auf eine alternative Methode zum Gewährleisten der Stetigkeit der Trajektorie bei $\ddot{\lambda}_1^r(t_0)$ eingegangen. Als Endbedingung für die Trajektorie der 1. Phase soll die Schlupfbewegung in Richtung $\lambda = 0$ gestoppt werden, d.h.: $\dot{\lambda}_1^r = \dot{\lambda}_1^* = 0$, siehe Abb. C.9. Im Unterschied dazu soll die

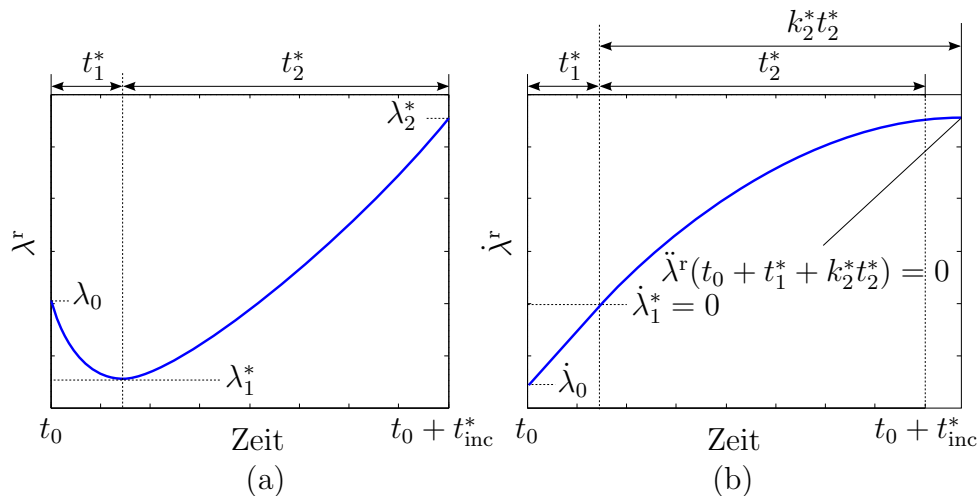


Abbildung C.9: Soll-Trajektorie des Bremschlupfes aus Abb. 4.16.

Trajektorie am Ende der 2. Phase einerseits den Zielwert $\lambda_2^r(t_0 + t_1^* + t_2^*) = \lambda_2^*$ erreichen, andererseits der Bedingung $\ddot{\lambda}_2^r(t_0 + t_1^* + k_2^* t_2^*) = 0$, $k_2^* > 1$ genügen. Ziel dabei ist es, dass

die Schlupfgeschwindigkeit am Ende der 2. Phase möglichst nah an einen stationären Wert $\dot{\lambda}^r = \text{konst.}$ kommt. Der Parameter k_2 wird eingeführt, damit die Monotonie des Bremsmomentaufbaus sichergestellt werden kann⁸.

In Tabelle C.1 sind die Anfangs- und Endbedingungen für die Trajektorienplanung des Bremschlupfes in den beiden Phasen zusammengefasst. Dabei wird die ursprüngliche Endbedingung der 1. Phase gleichzeitig als Anfangsbedingung der 2. Phase verwendet, um die Anzahl der Bedingungen beider Phasen und damit die Polynomgrade der Trajektorien gleich halten zu können.

Tabelle C.1: Zusammenfassung der Anfangs- und Endbedingungen der Trajektorienplanung für den Schlupf.

	1. Phase	2. Phase
Anfangs- bedingung	$\lambda_1^r(t_0) = \lambda_0$ $\dot{\lambda}_1^r(t_0) = \dot{\lambda}_0$	$\lambda_2^r(t_0 + t_1^*) = \lambda_1^r(t_0 + t_1^*)$ $\dot{\lambda}_2^r(t_0 + t_1^*) = 0$
End- bedingung	$\dot{\lambda}_1^r(t_0 + t_1^*) = \dot{\lambda}_1^* = 0$ $\ddot{\lambda}_1^r(t_0 + t_1^*) = \ddot{\lambda}_2^r(t_0 + t_1^*)$	$\lambda_2^r(t_0 + t_1^* + t_2^*) = \lambda_2^*$ $\ddot{\lambda}_2^r(t_0 + t_1^* + k_2^* t_2^*) = 0$

In [Rud09] wurde beschrieben, dass bei k Anfangs- und Endbedingungen ein Polynom vom Grad $k - 1$ genügt. Daher ergeben sich aus Tabelle C.1 mit jeweils 4 Anfangs- und Endbedingungen für die beiden Phasen zwei Polynome 3. Grades ($n_1 = n_2 = 3$):

$$\lambda_1^r(t) = c_{1,0} + c_{1,1} \frac{t - t_0}{t_1^*} + c_{1,2} \left(\frac{t - t_0}{t_1^*} \right)^2 + c_{1,3} \left(\frac{t - t_0}{t_1^*} \right)^3,$$

$$\lambda_2^r(t) = c_{2,0} + c_{2,1} \frac{t - t_0 - t_1^*}{t_2^*} + c_{2,2} \left(\frac{t - t_0 - t_1^*}{t_2^*} \right)^2 + c_{2,3} \left(\frac{t - t_0 - t_1^*}{t_2^*} \right)^3.$$

Dabei können die Koeffizienten $c_{i,j}$, $i \in \{1, 2\}$, $j \in \{0, \dots, 3\}$ der Polynome durch Einsetzen der Anfangs- und Endbedingungen in Tabelle C.1 bestimmt werden.

Aufgrund der Parameterunbestimmtheiten und der Mess- bzw. Schätzfehler ist es möglich, dass nach dem definierten Zeitpunkt $t = t_0 + t_1^* + t_2^*$ die Umschaltbedingung zum nächsten Regelmodus *Bremsmomentabbau* trotzdem nicht erfüllt ist. In diesem Fall wird eine Zusatzphase für das Soll-Bremsmoment $M_{b,d}$ bis zum Beginn des Modus *Bremsmomentabbau* mit einem (kleinen) konstanten Aufbaugradienten c_M definiert:

$$M_{b,d}^r(t) = M_{b,d}^r(t_0 + t_1^* + t_2^*) + c_M(t - t_0 - t_1^* - t_2^*), \quad t > t_0 + t_1^* + t_2^*.$$

Damit das berechnete Soll-Bremsmoment $M_{b,d}^r(t_0)$ am Anfang des Modus *Bremsmomentaufbau* trotz des fehlenden Anfangswertes $\dot{\lambda}_0$ stetig zu dem konstanten Soll-Bremsmoment $M_{b,d}^{\text{hold}}$ aus dem letzten Modus *Bremsmomenthalten* bleibt, wird der berechnete Wert $M_{b,d}^r(t)$ mit einem *Offset-Bremsmoment* $\Delta M_{b,d}^r$ addiert:

$$M_{b,d}^{\text{hold}} = M_{b,d}^r(t_0) + \Delta M_{b,d}^r \Rightarrow \Delta M_{b,d}^r = M_{b,d}^{\text{hold}} - M_{b,d}^r(t_0).$$

⁸Aus (3.7) ist ersichtlich, dass ein stationärer Wert $\dot{\lambda}^r = \text{konst.}$ der Schlupfgeschwindigkeit nach Überqueren des lokalen Maximums der Kraftschluss-Schlupf-Kurve $\Phi_{f_x}(\lambda)$ nur durch einen Bremsmomentabbau zu erreichen ist.

Zusammengefasst lautet die entwickelte Trajektorienplanung für den Bremsmomentaufbau

$$M_{b,d}^r(t) = \begin{cases} \Phi_{M_{\text{inc}}}(v_{w,x}, \dot{v}_{w,x}, \ddot{v}_{w,x}, F_x, \dot{F}_x, \lambda^r, \dot{\lambda}^r, \ddot{\lambda}^r) + \Delta M_{b,d}^r, & t_0 \leq t \leq t_0 + t_1^* + t_2^*, \\ M_{b,d}^r(t_0 + t_1^* + t_2^*) + c_M(t - t_0 - t_1^* - t_2^*), & t > t_0 + t_1^* + t_2^*, \end{cases}$$

wobei $\Phi_{M_{\text{inc}}}$ die Berechnung vom Soll-Bremsmoment $M_{b,d}$ aus (4.20) beschreibt.

Anhang D

Definitionen, Theorien und Beweise im Beobachterentwurf

D.1 Beobachtbarkeit

Lineare und nichtlineare Systeme unterscheiden sich unter anderem hinsichtlich ihrer Beobachtbarkeit. Während lineare Systeme entweder beobachtbar oder nicht beobachtbar sind, existieren bei nichtlinearen Systemen hingegen verschiedene Formen der Beobachtbarkeit. Zu Beginn dieses Abschnitts werden die Definitionen der wichtigsten Formen der Beobachtbarkeit für nichtlineare Systeme vorgestellt. In Abschnitt D.1.2 werden die hinreichenden Bedingungen für die Beobachtbarkeit der nichtlinearen Systeme diskutiert. Dabei sind die Definitionen und Sätze den Arbeiten von [Zei77, Bir92] entnommen. Entsprechend sei für Beweise der aufgeführten Sätze auf die Literatur verwiesen.

D.1.1 Definitionen der Beobachtbarkeit

In [Zei77] werden für nichtlineare Systeme

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad (\text{D.1a})$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (\text{D.1b})$$

mit dem Zustand $\mathbf{x} \in D_{\mathbf{x}} \subseteq \mathbb{R}^n$, dem Eingang $\mathbf{u} \in D_{\mathbf{u}} \subseteq \mathbb{R}^m$ und dem Ausgang $\mathbf{y} \in D_{\mathbf{y}} \subseteq \mathbb{R}^q$ folgende Definitionen der Beobachtbarkeit gegeben:

Definition D.1. [Zei77] *Ein Anfangszustand $\mathbf{x}_0 \in D_{\mathbf{x}_0} \subseteq D_{\mathbf{x}}$ vom System (D.1) heißt beobachtbar, wenn \mathbf{x}_0 bei bekanntem Eingang $\mathbf{u}(t)$ eindeutig aus der Kenntnis des Ausgangs $\mathbf{y}(t)$ in einem endlichen Zeitintervall $t \in [0, t_m]$ bestimmt werden kann.*

Definition D.2. [Zei77] *Das nichtlineare, zeitinvariante System (D.1) heißt global beobachtbar, wenn alle Anfangszustände $\mathbf{x}_0 \in D_{\mathbf{x}_0}$ beobachtbar sind.*

Definition D.3. [Zei77] *Das nichtlineare, zeitinvariante System (D.1) heißt lokal beobachtbar in dem Punkt $\mathbf{x}_p \in D_{\mathbf{x}_0}$, wenn nur Anfangszustände $\mathbf{x}_0 \in D_{\mathbf{x}_0}$ in der Umgebung von \mathbf{x}_p beobachtbar sind.*

D.1.2 Bedingungen der Beobachtbarkeit

Als Instrument zur Untersuchung der Beobachtbarkeit von nichtlinearen Systemen wird die *Beobachtbarkeitsabbildung* verwendet. Die *Beobachtbarkeitsabbildung* verknüpft die Zustandsgrößen und Eingangsgrößen sowie die zeitlichen Ableitungen vom Eingang mit den Ausgangsgrößen und deren zeitlichen Ableitungen [Bir92]:

$$\mathbf{y}^{[n-1]} = \begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ \dot{\mathbf{y}} \\ \vdots \\ \mathbf{y}^{(n-1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{\mathbf{f}}^0 \\ L_{\mathbf{f}} \\ \vdots \\ L_{\mathbf{f}}^{n-1} \end{pmatrix} \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) := \mathbf{q}(\mathbf{x}, \mathbf{u}^{[n-1]}) \quad (\text{D.2})$$

mit

$$\begin{aligned} L_{\mathbf{f}} \mathbf{h}_i &:= \frac{\partial \mathbf{h}_i}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f} + \frac{\partial \mathbf{h}_i}{\partial \mathbf{u}^{[n-1]}} \frac{d}{dt} \mathbf{u}^{[n-1]}, \\ L_{\mathbf{f}}^k \mathbf{h}_i &:= L_{\mathbf{f}} (L_{\mathbf{f}}^{k-1} \mathbf{h}_i), \quad L_{\mathbf{f}}^0 \mathbf{h}_i := \mathbf{h}_i, \end{aligned}$$

wobei die Funktionen \mathbf{q} als die *Beobachtbarkeitsabbildung* bezeichnet werden. Im Fall $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ ist der Operator $L_{\mathbf{f}}$ die *Lie-Ableitung* einer Funktion $\mathbf{h}_i(\mathbf{x})$ entlang des Vektorfelds $\mathbf{f}(\mathbf{x})$.

Durch Überprüfung der eindeutigen Invertierbarkeit der *Beobachtbarkeitsabbildung* lässt sich die globale Beobachtbarkeit bestimmen.

Satz D.1. [Bir92] *Das System (D.1) ist global beobachtbar, falls die Beobachtbarkeitsabbildung (D.2) im gesamten Definitionsbereich eindeutig nach \mathbf{x} auflösbar ist, d.h.:*

$$\exists \mathbf{x} = \mathbf{q}^{-1}(\mathbf{y}^{[n-1]}, \mathbf{u}^{[n-1]}), \quad \forall \mathbf{x} \in D_{\mathbf{x}}, \forall \mathbf{u}^{[n-1]} \in D_{\mathbf{u}}.$$

Wenn die Beobachtbarkeitsanalyse lokal durchgeführt wird, nämlich in einer Umgebung eines Punktes \mathbf{x}_p , lässt sich die zugehörige Taylor-Reihe der Beobachtbarkeitsabbildung um den Punkt \mathbf{x}_p

$$\mathbf{y}^{[n-1]} \approx \mathbf{q}(\mathbf{x}_p, \mathbf{u}^{[n-1]}) + \left. \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_p} + \dots$$

betrachten [Bir92]. Das lineare Gleichungssystem in der Umgebung des Punktes \mathbf{x}_p ist dann nach \mathbf{x} eindeutig auflösbar, wenn die Jakobi-Matrix

$$\mathbf{Q}(\mathbf{x}, \mathbf{u}^{[n-1]}) := \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \mathbf{x}} \quad (\text{D.3})$$

von $\mathbf{q}(\mathbf{x}, \mathbf{u}^{[n-1]})$ bzgl. \mathbf{x} in dem betrachteten Punkt \mathbf{x}_p regulär ist. Diese für die lokale Beobachtbarkeitsanalyse bedeutende Matrix (D.3) heißt *Beobachtbarkeitsmatrix*.

Satz D.2. [Bir92] *Das System (D.1) ist lokal beobachtbar, falls die Beobachtbarkeitsmatrix (D.3) im gesamten Definitionsbereich vollen Rang besitzt, d.h.:*

$$\text{Rang}(\mathbf{Q}(\mathbf{x}, \mathbf{u}^{[n-1]})) = n, \quad \forall \mathbf{x} \in D_{\mathbf{x}}, \forall \mathbf{u}^{[n-1]} \in D_{\mathbf{u}}.$$

D.2 Stabilitätstheorie nach Lyapunov

Die Stabilität ist eine der wichtigsten Systemeigenschaften der dynamischen Systeme. Die in diesem Abschnitt vorgestellte Stabilitätstheorie ist die Grundlage für den nichtlinearen Beobachterentwurf in Kapitel 5. Dabei wird die Stabilität einer Gleichgewichtslage, insbesondere eines nichtlinearen Systems, im Sinne von Lyapunov¹ untersucht. In Abschnitt D.2.1 und Abschnitt D.2.2 werden die Stabilität autonomer und nicht autonomer Systeme und die dafür hinreichenden Bedingungen definiert. In Abschnitt D.2.3 wird die Stabilität eines Systems mit Eingang diskutiert. Abschnitt D.2.4 gibt die Definition und Bedingung der Stabilität eines schaltenden Systems an. Die Definitionen und Sätze in diesem Abschnitt orientieren sich an Standardwerken der Systemtheorie [Kha02, Liu10]. Entsprechend sei für Beweise der aufgeführten Sätze auf die Literatur verwiesen.

D.2.1 Autonome Systeme

In [Kha02] wird das nichtlineare, autonome System

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (\text{D.4})$$

betrachtet, wobei $\mathbf{f} : D_{\mathbf{x}} \rightarrow \mathbb{R}^n$ lokal Lipschitz-stetig in \mathbf{x} auf $D_{\mathbf{x}}$ ist. Dabei ist $D_{\mathbf{x}}$ der Definitionsbereich des Zustands einschließlich der Gleichgewichtslage $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

Definition D.4. ([Kha02, Definition 4.1]) *Die Gleichgewichtslage $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ des Systems (D.4) heißt*

- *stabil, falls zu jedem $\varepsilon > 0$ ein $\delta(\varepsilon) > 0$ derart existiert, dass*

$$\|\mathbf{x}(0)\| < \delta \Rightarrow \|\mathbf{x}(t)\| < \varepsilon, \quad \forall t \geq 0$$

gilt;

- *instabil, falls die Gleichgewichtslage nicht stabil ist;*
- *asymptotisch stabil, falls die Gleichgewichtslage stabil ist und ein $\eta > 0$ derart existiert, dass*

$$\|\mathbf{x}(0)\| < \eta \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$$

gilt.

Satz D.3. ([Kha02, Theorem 4.1]) *Es sei $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ eine Gleichgewichtslage des autonomen Systems (D.4) und $D_{\mathbf{x}} \subseteq \mathbb{R}^n$ sei der Definitionsbereich des Zustands einschließlich $\mathbf{x} = \mathbf{0}$. Existiert eine stetig differenzierbare Funktion $V : D_{\mathbf{x}} \rightarrow \mathbb{R}$ so, dass $V(\mathbf{x})$ positiv definit und $\dot{V}(\mathbf{x})$ negativ semidefinit ist, dann ist die Gleichgewichtslage $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ stabil.*

Satz D.4. ([Kha02, Theorem 4.2]) *Erfüllt die Funktion V in Satz D.3 die strengere Bedingung, dass $\dot{V}(\mathbf{x})$ negativ definit ist, dann ist die Gleichgewichtslage $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ asymptotisch stabil.*

Die Definitionen von positiver und negativer (Semi-)Definitheit lassen sich ausführlich bei [Kha02] nachlesen.

¹A. Lyapunov (1857-1918): russischer Mathematiker und Ingenieur.

D.2.2 nichtautonome Systeme

In [Kha02] wird das nichtlineare, nichtautonome System

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}) \quad (\text{D.5})$$

betrachtet, wobei $\mathbf{f} : [t_0, +\infty) \times D_{\mathbf{x}} \rightarrow \mathbb{R}^n$ stückweise stetig in t und lokal Lipschitz-stetig in \mathbf{x} auf $[0, +\infty) \times D_{\mathbf{x}}$ ist. Dabei ist $D_{\mathbf{x}}$ der Definitionsbereich des Zustands einschließlich der Gleichgewichtslage $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

Definition D.5. ([Kha02, Definition 4.4]) *Die Gleichgewichtslage $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ des Systems (D.5) heißt*

- *stabil, falls zu jedem $\varepsilon > 0$ ein $\delta(t_0, \varepsilon) > 0$ derart existiert, dass*

$$\|\mathbf{x}(t_0)\| < \delta \Rightarrow \|\mathbf{x}(t)\| < \varepsilon, \quad \forall t \geq t_0 \geq 0 \quad (\text{D.6})$$

gilt;

- *instabil, falls die Gleichgewichtslage nicht stabil ist;*
- *gleichmäßig stabil, falls zu jedem $\varepsilon > 0$ ein $\delta(\varepsilon) > 0$ unabhängig von t_0 existiert, sodass (D.6) erfüllt ist;*
- *asymptotisch stabil, falls die Gleichgewichtslage stabil ist und ein $\eta = \eta(t_0) > 0$ derart existiert, dass*

$$\|\mathbf{x}(t_0)\| < \eta \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}(t) = \mathbf{0} \quad (\text{D.7})$$

gilt;

- *gleichmäßig asymptotisch stabil, falls die Gleichgewichtslage gleichmäßig stabil ist und ein $\eta > 0$ unabhängig von t_0 derart existiert, dass (D.7) gleichmäßig in t_0 erfüllt ist. Das bedeutet, zu jedem $\varsigma > 0$ existiert ein $T = T(\varsigma) > 0$ unabhängig von t_0 derart, dass*

$$\|\mathbf{x}(t)\| < \varsigma, \quad \forall t \geq t_0 + T(\varsigma), \forall \|\mathbf{x}(t_0)\| < \eta$$

gilt;

- *global gleichmäßig asymptotisch stabil, falls die Gleichgewichtslage mit*

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \delta(\varepsilon) = \infty$$

gleichmäßig stabil ist und zu jedem Paar (ς, η) mit $\varsigma > 0$, $\eta > 0$ ein $T = T(\varsigma, \eta) > 0$ unabhängig von t_0 derart existiert, dass

$$\|\mathbf{x}(t)\| < \varsigma, \quad \forall t \geq t_0 + T(\varsigma, \eta), \forall \|\mathbf{x}(t_0)\| < \eta$$

gilt;

- *exponentiell stabil, falls konstanten $\eta > 0$, $k > 0$ und $\lambda > 0$ derart existiert, dass*

$$\|\mathbf{x}(t)\| \leq k \|\mathbf{x}(t_0)\| e^{-\lambda(t-t_0)}, \quad \forall \|\mathbf{x}(t_0)\| < \eta$$

gilt;

- *global exponentiell stabil, falls die Gleichgewichtslage unabhängig vom Anfangspunkt $\|\mathbf{x}(t_0)\|$ exponentiell stabil ist.*

Satz D.5. ([Kha02, Theorem 4.8]) *Es sei $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ eine Gleichgewichtslage des nichtautonomen Systems (D.5) und $D_{\mathbf{x}} \subseteq \mathbb{R}^n$ sei der Definitionsbereich des Zustands einschließlich $\mathbf{x} = \mathbf{0}$. Existiert eine stetig differenzierbare Funktion $V : [0, +\infty) \times D_{\mathbf{x}} \rightarrow \mathbb{R}$, sodass $\forall t \geq 0, \forall \mathbf{x} \in D_{\mathbf{x}}$ die Bedingungen*

$$W_1(\mathbf{x}) \leq V(t, \mathbf{x}) \leq W_2(\mathbf{x}), \quad (\text{D.8a})$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(t, \mathbf{x}) \leq 0 \quad (\text{D.8b})$$

erfüllt werden, wobei die stetigen Funktionen $W_1(\mathbf{x})$ und $W_2(\mathbf{x})$ auf $D_{\mathbf{x}}$ positiv definit sind, dann ist die Gleichgewichtslage $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ gleichmäßig stabil.

Satz D.6. ([Kha02, Theorem 4.9]) *Erfüllt die Funktion V in Satz D.5 die strengere Bedingung*

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(t, \mathbf{x}) \leq -W_3(\mathbf{x})$$

von (D.8b) $\forall t \geq 0, \forall \mathbf{x} \in D_{\mathbf{x}}$, wobei die stetige Funktion $W_3(\mathbf{x})$ auf $D_{\mathbf{x}}$ positiv definit ist, dann ist die Gleichgewichtslage $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ gleichmäßig asymptotisch stabil.

D.2.3 Systeme mit Eingang

In [Kha02] wird das nichtlineare System

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (\text{D.9})$$

betrachtet, wobei $\mathbf{f} : [0, +\infty) \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ stückweise stetig in t und lokal Lipschitzstetig in \mathbf{x} und \mathbf{u} auf $[0, +\infty) \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$ ist. Der Eingang $\mathbf{u}(t)$ ist stückweise stetig und beschränkt in t .

Definition D.6. ([Kha02, Definition 4.7]) *Das System (D.9) heißt Eingangs-Zustandsstabil, falls zu jedem Anfangszustand $\mathbf{x}(t_0)$ und zu jedem beschränkten Eingang $\mathbf{u}(t)$ eine \mathcal{KL} -Funktion β und eine \mathcal{K} -Funktion γ derart existieren, dass die Lösung $\mathbf{x}(t)$ für $t \geq t_0$ immer gegeben und*

$$\|\mathbf{x}(t)\| \leq \beta(\|\mathbf{x}(t_0)\|, t - t_0) + \gamma\left(\sup_{t_0 \leq \tau \leq t} \|\mathbf{u}(\tau)\|\right)$$

erfüllt ist.

Satz D.7. ([Kha02, Theorem 4.19]) *Existiert eine stetig differenzierbare Funktion $V : [0, +\infty) \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ so, dass*

$$\alpha_1(\|\mathbf{x}\|) \leq V(t, \mathbf{x}) \leq \alpha_2(\|\mathbf{x}\|),$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) \leq -W_3(\mathbf{x}), \quad \forall \|\mathbf{x}\| \geq \rho(\|\mathbf{u}\|) > 0$$

$\forall (t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) \in [0, +\infty) \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$ gelten, wobei $\alpha_1(\|\mathbf{x}\|)$ und $\alpha_2(\|\mathbf{x}\|)$ die \mathcal{K}_∞ -Funktionen und $\rho(\|\mathbf{u}\|)$ die \mathcal{K} -Funktion sind. Zusätzlich ist die stetige Funktion $W_3(\mathbf{x})$ auf $D_{\mathbf{x}}$ positiv definit. Dann ist das System (D.9) Eingangs-Zustandsstabil mit $\gamma = \alpha_1^{-1} \circ \alpha_2 \circ \rho$.

Lemma D.1. ([Kha02, Lemma 4.6]) *Es sei $\mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \mathbf{u})$ stetig differenzierbar und global Lipschitz-stetig in (\mathbf{x}, \mathbf{u}) , gleichmäßig in t . Hat das System (D.9) im Fall $\mathbf{u} = \mathbf{0}$*

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \mathbf{0})$$

eine global exponentiell stabile Gleichgewichtslage $\mathbf{x} = \mathbf{0}$, dann ist das System (D.9) Eingangs-Zustands-stabil.

D.2.4 Stabilität schaltender Systeme

In [Liu10] wird das nichtautonome, schaltende System

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_s(t, \mathbf{x}) \tag{D.10}$$

betrachtet, welches im Vergleich zu dem nichtlinearen, nichtautonomen System

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x})$$

zusätzlich von einem stückweise konstanten *Schaltensignal* $s(t) \in \mathcal{S}$ abhängt, wobei \mathcal{S} die Menge der Trajektorien des Schaltsignals bezeichnet. Der Zeitpunkt, zu dem das Schaltsignal diskontinuierlich ist, wird *Schaltzeit* genannt. Der Wert des Schaltsignals $s(t)$ entscheidet die Abbildung $\mathbf{f}_s \in \{\mathbf{f}_p : p \in D_p\}$, wobei $\mathbf{f}_p : [t_0, +\infty) \times D_{\mathbf{x}} \rightarrow \mathbb{R}^n$ stückweise stetig in t und lokal Lipschitz-stetig in \mathbf{x} auf $[0, +\infty) \times D_{\mathbf{x}}$ sind. Dabei ist $D_{\mathbf{x}}$ der Definitionsbereich des Zustands einschließlich der Gleichgewichtslage $\mathbf{x} = \mathbf{0}$. Das schaltende System (D.10) ist allgemeiner als das autonome, schaltende System

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_s(\mathbf{x}),$$

dessen Stabilität in [Bra94] diskutiert wurde.

Die Untersysteme des Systems (D.10)

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_p(t, \mathbf{x}) \tag{D.11}$$

mit $p \in D_p$ können nach [Kha02, Theorem 4.8] in (gleichmäßig) stabile und instabile Systeme aufgeteilt werden. Aus diesem Grund lässt sich die Menge D_p in zwei Untermengen D_p^- und D_p^+ einteilen, wobei die Untersysteme (D.11) mit $p \in D_p^-$ stabil und die mit $p \in D_p^+$ instabil sind.

Definition D.7. ([Liu10, Definition 2.4.1 und Definition 2.4.2]) *Die Gleichgewichtslage $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ vom System (D.10) heißt*

- *gleichmäßig stabil auf \mathcal{S} , falls zu jedem $\varepsilon > 0$ ein $\delta(\varepsilon) > 0$ unabhängig von t_0 und $s(t) \in \mathcal{S}$ derart existiert, dass*

$$\|\mathbf{x}(t_0)\| < \delta \Rightarrow \|\mathbf{x}(t)\| < \varepsilon, \quad \forall t \geq t_0 \geq 0, \forall s(t) \in \mathcal{S}$$

gilt;

- *global gleichmäßig asymptotisch stabil auf \mathcal{S} , falls die Gleichgewichtslage gleichmäßig stabil auf \mathcal{S} ist und zu jedem Paar (ς, η) mit $\varsigma > 0$, $\eta > 0$ ein $T = T(\varsigma, \eta) > 0$ unabhängig von t_0 und $s(t) \in \mathcal{S}$ derart existiert, dass*

$$\|\mathbf{x}(t)\| < \varsigma, \quad \forall t \geq t_0 + T(\varsigma, \eta), \forall \|\mathbf{x}(t_0)\| < \eta, \forall s(t) \in \mathcal{S}$$

gilt.

Satz D.8. ([Liu10, Theorem 2.4.1 und Definition 2.4.2]) *Es sei $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ eine Gleichgewichtslage des schaltenden Systems (D.10) und $D_{\mathbf{x}} \subseteq \mathbb{R}^n$ sei der Definitionsbereich des Zustands einschließlich $\mathbf{x} = \mathbf{0}$. Existiert eine stetig differenzierbare Funktion $V_p : [0, +\infty) \times D_{\mathbf{x}} \rightarrow \mathbb{R}$ für jede Abbildung \mathbf{f}_p mit $p \in D_p$ so, dass $\forall t \geq 0, \forall \mathbf{x} \in D_{\mathbf{x}}$ die Bedingungen*

$$\begin{aligned} W_1(\mathbf{x}) &\leq V_p(t, \mathbf{x}) \leq W_2(\mathbf{x}), \quad \forall p \in D_p, \\ \frac{\partial V_p}{\partial t} + \frac{\partial V_p}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}_p(t, \mathbf{x}) &\leq \mu V_p, \quad \forall p \in D_p^+, \\ \frac{\partial V_p}{\partial t} + \frac{\partial V_p}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}_p(t, \mathbf{x}) &\leq 0, \quad \forall p \in D_p^- \end{aligned}$$

für ein konstantes $\mu \geq 0$ gelten, wobei die stetigen Funktionen $W_1(\mathbf{x})$ und $W_2(\mathbf{x})$ auf $D_{\mathbf{x}}$ positiv definit sind, und die Annahme für jedes Paar der Schaltzeit $t_k < t_l$ mit $s(t_k) = s(t_l) = p$

$$V_p(t_l, \mathbf{x}(t_l)) \leq V_p(t_k, \mathbf{x}(t_k)), \quad \forall s(t) \in \mathcal{S}$$

immer erfüllt wird, dann ist die Gleichgewichtslage $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ gleichmäßig stabil auf \mathcal{S} .

Die Bedingung für die global gleichmäßig asymptotische Stabilität ist in [Liu10] angegeben.

D.3 Beweise im Beobachterentwurf

In diesem Abschnitt findet man alle Beweise für Sätze und Lemmata, die beim Beobachterentwurf in Kapitel 5 eingeführt und verwendet wurden. Die ursprüngliche Fassung der Beweise ist ebenfalls in [SHRL15], bzw. in [Hua12] zu finden.

D.3.1 Beweis von Lemma 5.1

Die Ausdrücke $\mathbf{x}_i = [v_x, v_y, \mu_{\text{road},i}]^T$ und $\hat{\mathbf{x}}_i = [\hat{v}_x, \hat{v}_y, \hat{\mu}_{\text{road},i}]^T$ bezeichnen den Fahrzustandsvektor bzw. dessen Schätzwert. Durch Anwendung des Mittelwertsatzes der Differentialgleichung [For06] kann die Differenz zwischen der realen Längskraft $F_{i,x}$, $i \in \{\text{FL}, \text{FR}, \text{RL}, \text{RR}\}$, eines Rades und der mit den geschätzten Fahrzuständen berechneten Längskraft $\hat{F}_{i,x}$ als

$$\begin{aligned} F_{i,x} - \hat{F}_{i,x} &= \Psi_{i,Fx}(\mathbf{x}_i, \omega_i, \dot{\psi}, \delta_i, F_{i,z}) - \Psi_{i,Fx}(\hat{\mathbf{x}}_i, \omega_i, \dot{\psi}, \delta_i, F_{i,z}) \\ &= \frac{\partial \Psi_{i,Fx}}{\partial v_x}(\bar{\mathbf{x}}_i) \tilde{v}_x + \frac{\partial \Psi_{i,Fx}}{\partial v_y}(\bar{\mathbf{x}}_i) \tilde{v}_y + \frac{\partial \Psi_{i,Fx}}{\partial \mu_{\text{road},i}}(\bar{\mathbf{x}}_i) \tilde{\mu}_{\text{road},i} \end{aligned} \quad (\text{D.12})$$

dargestellt werden, wobei $\bar{\mathbf{x}}_i = [\bar{v}_x, \bar{v}_y, \bar{\mu}_{\text{road},i}]^T$ einen Vektor zwischen \mathbf{x}_i und $\hat{\mathbf{x}}_i$ bezeichnet. Nach Multiplikation der Gleichung (D.12) mit dem Schätzfehler $\tilde{\mu}_{\text{road},i}$ ergibt sich

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_{\text{road},i} (F_{i,x} - \hat{F}_{i,x}) &= \frac{\partial \Psi_{i,Fx}}{\partial v_x}(\bar{\mathbf{x}}_i) \tilde{v}_x \tilde{\mu}_{\text{road},i} + \frac{\partial \Psi_{i,Fx}}{\partial v_y}(\bar{\mathbf{x}}_i) \tilde{v}_y \tilde{\mu}_{\text{road},i} \\ &\quad + \frac{\partial \Psi_{i,Fx}}{\partial \mu_{\text{road},i}}(\bar{\mathbf{x}}_i) \tilde{\mu}_{\text{road},i}^2. \end{aligned}$$

Daraus folgt die Ungleichung

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_{\text{road},i} \left(F_{i,x} - \hat{F}_{i,x} \right) &\leq \underbrace{\left| \frac{\partial \Psi_{i,Fx}}{\partial v_x} (\bar{\mathbf{x}}_i) \right|}_{k_{i,1}} |\tilde{v}_x| |\tilde{\mu}_{\text{road},i}| + \underbrace{\left| \frac{\partial \Psi_{i,Fx}}{\partial v_y} (\bar{\mathbf{x}}_i) \right|}_{k_{i,2}} |\tilde{v}_y| |\tilde{\mu}_{\text{road},i}| \\ &\quad + \left| \frac{\partial \Psi_{i,Fx}}{\partial \mu_{\text{road},i}} (\bar{\mathbf{x}}_i) \right| \tilde{\mu}_{\text{road},i}^2 \end{aligned} \quad (\text{D.13})$$

mit den positiven Koeffizienten $k_{i,1} > 0$ und $k_{i,2} > 0$. Einsetzen von (2.7a) in den Koeffizienten von $\tilde{\mu}_{\text{road},i}^2$ liefert

$$\frac{\partial \Psi_{i,Fx}}{\partial \mu_{\text{road},i}} (\bar{\mathbf{x}}_i) = -F_{i,z} \Phi_{i,fx} (\bar{\mathbf{x}}_i),$$

welche im Fall einer Radbremsung ($F_{i,z} > 0$ und $\Phi_{i,fx} (\bar{\mathbf{x}}_i) > 0$) immer kleiner als null ist.

Mit $\frac{\partial \Psi_{i,Fx}}{\partial \mu_{\text{road},i}} (\bar{\mathbf{x}}_i)$ als $-k_{i,3}$, $k_{i,3} > 0$ kann die Ungleichung aus (D.13) zu

$$\tilde{\mu}_{\text{road},i} \left(F_{i,x} - \hat{F}_{i,x} \right) \leq k_{i,1} |\tilde{v}_x| |\tilde{\mu}_{\text{road},i}| + k_{i,2} |\tilde{v}_y| |\tilde{\mu}_{\text{road},i}| - k_{i,3} \tilde{\mu}_{\text{road},i}^2$$

umgeschrieben werden, welche der ersten Aussage von Lemma 5.1 entspricht.

Mit der gleichen Methode lässt sich auch für die Querkräfte die folgende Ungleichung

$$\begin{aligned} \tilde{v}_y \left(F_{i,y} - \hat{F}_{i,y} \right) \cos \delta_i &\leq \underbrace{\left(\left| \frac{\partial \Psi_{i,Fy}}{\partial v_x} (\bar{\mathbf{x}}_i) \right| \cos \delta_i \right)}_{k_{i,4}} |\tilde{v}_x| |\tilde{v}_y| + \left(\frac{\partial \Psi_{i,Fy}}{\partial v_y} (\bar{\mathbf{x}}_i) \cos \delta_i \right) \tilde{v}_y^2 \\ &\quad + \underbrace{\left(\left| \frac{\partial \Psi_{i,Fy}}{\partial \mu_{\text{road},i}} (\bar{\mathbf{x}}_i) \right| \cos \delta_i \right)}_{k_{i,6}} |\tilde{v}_y| |\tilde{\mu}_{\text{road},i}| \end{aligned}$$

herleiten, wobei $k_{i,4} > 0$ und $k_{i,6} > 0$ zwei positive Koeffizienten bezeichnen. Mit (2.10) lässt sich der Koeffizient von \tilde{v}_y^2 in der Form

$$\frac{\partial \Psi_{i,Fy}}{\partial v_y} (\bar{\mathbf{x}}_i) \cos \delta_i = \left(\frac{\partial \Psi_{i,Fy}}{\partial \alpha_i} \frac{\partial \Phi_{i,\alpha}}{\partial v_y} \right) (\bar{\mathbf{x}}_i) \cos \delta_i$$

darstellen. Unter Anwendung von (2.7b) und unter Berücksichtigung der Annahme 5.4 ist das Vorzeichen des ersten Anteils der partiellen Ableitung mit

$$\frac{\partial \Psi_{i,Fy}}{\partial \alpha_i} (\bar{\mathbf{x}}_i) = F_{i,z} \left(\mu_{\text{road},i} \underbrace{\frac{\partial \Phi_{i,fy}}{\partial \alpha_i}}_{<0} \right) (\bar{\mathbf{x}}_i) < 0$$

zu erkennen. Ebenfalls lässt sich das Vorzeichen des zweiten Anteils der partiellen Ableitung mit

$$\frac{\partial \Phi_{i,\alpha}}{\partial v_y} (\bar{\mathbf{x}}_i) = \left(\frac{1}{1 + \tan^2 (\alpha_i + \delta_i)} \frac{1}{v_x} \right) (\bar{\mathbf{x}}_i) > 0$$

leicht erkennen. Somit lässt sich $\frac{\partial \Psi_{i,Fy}}{\partial v_y}(\bar{\mathbf{x}}_i) \cos \delta_i$ mit $-k_{i,5}$, $k_{i,5} > 0$ darstellen, und es folgt letztlich die zweite Aussage von Lemma 5.1:

$$\tilde{v}_y \left(F_{i,y} - \hat{F}_{i,y} \right) \cos \delta_i \leq k_{i,4} |\tilde{v}_x| |\tilde{v}_y| - k_{i,5} \tilde{v}_y^2 + k_{i,6} |\tilde{v}_y| |\tilde{\mu}_{\text{road},i}|.$$

Aufgrund der variierenden realen und geschätzten Fahrzustände, ist der davon abhängige Vektor $\bar{\mathbf{x}}_i$ zeitvariant. Folglich sind die von $\bar{\mathbf{x}}_i$ abhängigen Koeffizienten $k_{i,j} > 0$, $i \in \{\text{FL}, \text{FR}, \text{RL}, \text{RR}\}$, $j \in 1, 2, \dots, 6$ ebenfalls zeitvariant.

D.3.2 Beweis von Satz 5.1

Durch die Wahl der Beobachterkoeffizienten nach (5.19b) folgt aus (5.18)

$$\dot{V} \leq - \sum_{j \in \{\text{L}, \text{R}\}} |\tilde{\mathbf{x}}'_j|^T \bar{\mathbf{Q}}'_j |\tilde{\mathbf{x}}'_j| = -l_2 \sum_{j \in \{\text{L}, \text{R}\}} |\tilde{\mathbf{x}}'_j|^T \bar{\mathbf{Q}}'_j |\tilde{\mathbf{x}}'_j| \quad (\text{D.14})$$

mit

$$\bar{\mathbf{Q}}'_j = \begin{bmatrix} k_{j,5} & -\frac{k_{j,6} + k_{j,2}k_{j,7}}{2} \\ -\frac{k_{j,6} + k_{j,2}k_{j,7}}{2} & k_{j,3}k_{j,7} \end{bmatrix}.$$

Da die Hauptminoren von $\bar{\mathbf{Q}}'_j$ alle größer als null sind

$$\det \bar{\mathbf{Q}}'_j = \frac{k_{j,5} > 0, \quad k_{j,3}k_{j,5} (k_{j,3}k_{j,5} - k_{j,2}k_{j,6})}{k_{j,2}^2} > 0,$$

ist $\bar{\mathbf{Q}}'_j$ positiv definit². Des Weiteren gilt für (D.14) die Ungleichung

$$\dot{V} \leq -l_2 \sum_{j \in \{\text{L}, \text{R}\}} |\tilde{\mathbf{x}}'_j|^T \bar{\mathbf{Q}}'_j |\tilde{\mathbf{x}}'_j| \leq -l_2 \sum_{j \in \{\text{L}, \text{R}\}} \lambda_{\min}(\bar{\mathbf{Q}}'_j) \|\tilde{\mathbf{x}}'_j\|^2, \quad (\text{D.15})$$

wobei $\lambda_{\min}(\bar{\mathbf{Q}}'_j)$ den kleinsten Eigenwert von $\bar{\mathbf{Q}}'_j$ bezeichnet. Einsetzen von (5.19a) in (D.15) ergibt

$$\dot{V} \leq -\sigma \sum_{j \in \{\text{L}, \text{R}\}} \|\tilde{\mathbf{x}}'_j\|^2 = -\sigma \left(2\tilde{v}_y^2 + \sum_{j \in \{\text{L}, \text{R}\}} \tilde{\mu}_{\text{road},j}^2 \right) \leq 0.$$

Somit ist die Gleichgewichtslage $\tilde{\mathbf{x}} = 0$ gleichmäßig stabil [Kha02, Theorem 4.8].

D.3.3 Beweis von Satz 5.2

Zum Beweis von Satz 5.2 wird ein neuer Vektor $\left| \tilde{\boldsymbol{\zeta}} \right|_j = [|\tilde{v}_y|, |\tilde{\mu}_{\text{road},j}|, |\tilde{v}_x|]^T$, $j \in \{\text{L}, \text{R}\}$ für die Schätzfehler eingeführt. Dabei unterscheidet sich der neue Vektor $\left| \tilde{\boldsymbol{\zeta}} \right|_j$ von dem

²Es lässt sich zeigen, dass unter der Annahme von 5.4 die Ungleichung $(k_{j,3}k_{j,5} - k_{j,2}k_{j,6}) > 0$ immer gilt. Einen ausführlichen Beweis dafür findet man in [Hua12].

alten Vektor $|\tilde{\mathbf{x}}|_j$ lediglich in der Reihenfolge der einzelnen Schätzfehler. So lautet die neue Systemmatrix

$$\mathbf{A}_j = \begin{bmatrix} l_2 k_{j,5} & -\frac{l_2 k_{j,6} + l_{j,3} k_{j,2}}{2} & -\frac{l_2 k_{j,4}}{2} \\ -\frac{l_2 k_{j,6} + l_{j,3} k_{j,2}}{2} & -l_{j,3} k_{j,3} & -\frac{l_{j,3} k_{j,1}}{2} \\ -\frac{l_2 k_{j,4}}{2} & -\frac{l_{j,3} k_{j,1}}{2} & l_{j,1} \end{bmatrix}.$$

Für den neuen Vektor der Schätzfehler $|\tilde{\boldsymbol{\zeta}}|_j$ und dessen Systemmatrix \mathbf{A}_j gilt

$$\dot{V} \leq - \sum_{j \in \{L, R\}} |\tilde{\mathbf{x}}|_j^T \mathbf{Q}_j |\tilde{\mathbf{x}}|_j = - \sum_{j \in \{L, R\}} |\tilde{\boldsymbol{\zeta}}|_j^T \mathbf{A}_j |\tilde{\boldsymbol{\zeta}}|_j.$$

Durch die Wahl der Beobachterkoeffizienten nach (5.20a) und (5.20c) folgt

$$\dot{V} \leq - \sum_{j \in \{L, R\}} |\tilde{\boldsymbol{\zeta}}|_j^T \mathbf{A}_j |\tilde{\boldsymbol{\zeta}}|_j = -l_2 \sum_{j \in \{L, R\}} |\tilde{\boldsymbol{\zeta}}|_j^T \bar{\mathbf{A}}_j |\tilde{\boldsymbol{\zeta}}|_j \quad (\text{D.16})$$

mit

$$\bar{\mathbf{A}}_j = \begin{bmatrix} k_{j,5} & \frac{k_{j,2} k_{j,8} - k_{j,6}}{2} & -\frac{k_{j,4}}{2} \\ \frac{k_{j,2} k_{j,8} - k_{j,6}}{2} & k_{j,3} k_{j,8} & \frac{k_{j,1} k_{j,8}}{2} \\ -\frac{k_{j,4}}{2} & \frac{k_{j,1} k_{j,8}}{2} & \frac{k_{j,4} m_{j,3,1} + k_{j,1} k_{j,8} m_{j,3,2}}{m_{j,3,3}} \end{bmatrix}.$$

Erneut müssen die Hauptminoren der Matrix $\bar{\mathbf{A}}_j$ geprüft werden, um die positive Definitheit von $\bar{\mathbf{A}}_j$ zu zeigen. Hier werden die führenden Hauptminoren von $\bar{\mathbf{A}}_j$

$$\begin{aligned} D_1 &= k_{j,5}, \\ D_2 &= \frac{k_{j,3}^2 k_{j,8}^2 + k_{j,2} k_{j,3} k_{j,5} k_{j,6}}{k_{j,2}^2}, \\ D_3 &= \left(-\frac{k_{j,4}}{2}\right) m_{j,3,1} + \frac{k_{j,1} k_{j,8}}{2} m_{j,3,2} + \frac{k_{j,4} m_{j,3,1} + k_{j,1} k_{j,8} m_{j,3,2}}{m_{j,3,3}} m_{j,3,3} \\ &= \frac{k_{j,4}}{2} m_{j,3,1} + \frac{k_{j,1} k_{j,8}}{2} m_{j,3,2} \end{aligned}$$

betrachtet. Aufgrund der positiven Koeffizienten $k_{j,n} > 0$, $j \in \{L, R\}$, $n \in \{1, \dots, 6\}$ lässt sich klar erkennen, dass die führenden Hauptminoren der ersten und zweiten Ordnung D_1 und D_2 positiv sind. Der führende Hauptminor der dritten Ordnung D_3 ist die Determinante von $\bar{\mathbf{A}}_j$. Da beide Minoren $m_{j,3,1}$ und $m_{j,3,2}$ positiv sind

$$\begin{aligned} m_{j,3,1} &= \frac{k_{j,1} k_{j,3} k_{j,5} k_{j,8}}{2 k_{j,2}} + \frac{1}{2} k_{j,3} k_{j,4} k_{j,8} > 0, \\ m_{j,3,2} &= \frac{k_{j,3} k_{j,4} k_{j,5}}{2 k_{j,2}} + \frac{1}{2} k_{j,1} k_{j,5} k_{j,8} > 0, \end{aligned}$$

ist D_3 ebenfalls positiv. Somit ist die positive Definitheit von $\bar{\mathbf{A}}_j$ bewiesen, und es gilt

$$\left| \tilde{\boldsymbol{\zeta}} \right|_j^T \bar{\mathbf{A}}_j \left| \tilde{\boldsymbol{\zeta}} \right|_j \geq \lambda_{\min}(\bar{\mathbf{A}}_j) \|\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_j\|^2. \quad (\text{D.17})$$

Unter Verwendung von (D.17) folgt aus (D.16)

$$\dot{V} \leq -l_2 \sum_{j \in \{\text{L,R}\}} \left| \tilde{\boldsymbol{\zeta}} \right|_j^T \bar{\mathbf{A}}_j \left| \tilde{\boldsymbol{\zeta}} \right|_j \leq -l_2 \sum_{j \in \{\text{L,R}\}} \lambda_{\min}(\bar{\mathbf{A}}_j) \|\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_j\|^2,$$

und dies lässt sich weiter wie folgt beschränken:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -l_2 \min \{ \lambda_{\min}(\bar{\mathbf{A}}_j) \} \sum_{j \in \{\text{L,R}\}} \|\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_j\|^2 \\ &= -l_2 \min \{ \lambda_{\min}(\bar{\mathbf{A}}_j) \} \left(2\tilde{v}_x^2 + 2\tilde{v}_y^2 + \sum_{j \in \{\text{L,R}\}} \tilde{\mu}_{\text{road},j}^2 \right). \end{aligned} \quad (\text{D.18})$$

Wird der Beobachterkoeffizient l_2 nach (5.20b) gewählt, so erhält man aus (D.18) die Ungleichung

$$\dot{V} \leq -\sigma \underbrace{\left(2\tilde{v}_x^2 + 2\tilde{v}_y^2 + \sum_{j \in \{\text{L,R}\}} \tilde{\mu}_{\text{road},j}^2 \right)}_{W(\tilde{\mathbf{x}})} < 0. \quad (\text{D.19})$$

Damit ist der Nachweis für die gleichmäßige asymptotische Stabilität gemäß Satz D.6 [Kha02, Theorem 4.9] abgeschlossen.

D.3.4 Beweis von Satz 5.3

Unter Verwendung der Methode aus dem Beweis von Satz 5.1 für den Fall $\mathbf{u}_{\text{obs}} \neq \mathbf{0}$ ergibt sich aus (5.24) (vgl. D.3.2)

$$\dot{V} \leq -\sigma \underbrace{\left(2\tilde{v}_y^2 + \sum_{j \in \{\text{L,R}\}} \tilde{\mu}_{\text{road},j}^2 \right)}_{\tilde{W}(\tilde{\mathbf{x}}')} + \tilde{v}_y u_2 + \sum_{j \in \{\text{L,R}\}} \tilde{\mu}_{\text{road},j} u_{j,3}.$$

Unter Anwendung der Technik aus [Kha02, Example 4.24] lässt sich zeigen:

$$\begin{aligned}
\dot{V} &\leq -\bar{W}(\tilde{\mathbf{x}}') + |\tilde{v}_y| |u_2| + \sum_{j \in \{L,R\}} |\tilde{\mu}_{\text{road},j}| |u_{j,3}| \\
&\leq -\bar{W}(\tilde{\mathbf{x}}') + \|\tilde{\mathbf{x}}'\| \|\mathbf{u}'_{\text{obs}}\| \\
&= -\sigma \underbrace{\left((2-\theta)\tilde{v}_y^2 + (1-\theta) \sum_{j \in \{L,R\}} \tilde{\mu}_{\text{road},j}^2 \right)}_{\bar{W}_2(\tilde{\mathbf{x}}')} \\
&\quad -\theta\sigma \|\tilde{\mathbf{x}}'\|^2 + \|\tilde{\mathbf{x}}'\| \|\mathbf{u}'_{\text{obs}}\| \\
&= -\bar{W}_2(\tilde{\mathbf{x}}') - \|\tilde{\mathbf{x}}'\| (\theta\sigma \|\tilde{\mathbf{x}}'\| - \|\mathbf{u}'_{\text{obs}}\|) \\
&\leq -\bar{W}_2(\tilde{\mathbf{x}}') < 0, \quad \forall \|\tilde{\mathbf{x}}'\| \geq \frac{\|\mathbf{u}'_{\text{obs}}\|}{\theta\sigma}, \quad 0 < \theta < 1.
\end{aligned}$$

Damit ist laut [Kha02, Theorem 4.19] die Fehlerdynamik (5.10) im *Bremsmodus* Eingangs-Zustands-stabil.

D.3.5 Beweis der Eingangs-Zustands-Stabilität im Rollmodus

Zum Beweis der global exponentiellen Stabilität des Systems (5.26) für den Fall, dass die Gierrate nicht immer gleich null ist ($\dot{\psi} \neq 0$), wird die Methode in [And77] eingesetzt. Dafür ist die Einführung einer *Zeitskalierung* mit der neuen Zeit

$$\tau = 2l_1 t + c$$

notwendig, wobei c einer Konstante entspricht.

Durch diese Zeittransformation wird das System (5.26) mit der Notation

$$\dot{x} = \frac{dx}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} \stackrel{\text{def}}{=} x' 2l_1$$

zu

$$\tilde{\mathbf{v}}'(\tau) = \mathbf{a}(\tau) \tilde{\mathbf{v}}(\tau) \tag{D.20}$$

mit der zeitvarianten Matrix

$$\mathbf{a}(\tau) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \psi'(\tau) \\ -\psi'(\tau) & 0 \end{bmatrix}.$$

transformiert. Offensichtlich sind alle Eigenschaften der Annahme 5.5 trotz der Transformation in die neue Zeit τ weiterhin gültig. Damit ist laut [And77, Theorem 3] das lineare, nichtautonome System (D.20) exponentiell stabil. Somit gilt für die *Transitionsmatrix* $\Phi(\tau, \tau_0)$ von (D.20) (vgl. [Kha02, Theorem 4.11])

$$\|\Phi(\tau, \tau_0)\| \leq k \exp -\lambda(\tau - \tau_0), \quad \forall \tau \geq \tau_0 \geq 0 \tag{D.21}$$

mit zwei positiven Konstanten k und λ . Nach der Rücktransformation von (D.21) in die alte Zeitskalierung t ergibt sich für $t_0 = \tau_0$

$$\|\Phi(t, t_0)\| \leq k \exp -\lambda(2l_1 t + c - t_0), \quad \forall t \geq t_0 \geq 0. \tag{D.22}$$

Nach erneuter Anwendung von [Kha02, Theorem 4.11] folgt aus (D.22), dass (5.26) in t mit $l_1 > 0$ ebenfalls exponentiell stabil ist. Somit ist die Eingangs-Zustands-Stabilität von (5.26) für $\dot{\psi} \neq 0$ durch [Kha02, Lemma 4.6] sichergestellt.

D.3.6 Beweis von Satz 5.4

Ähnlich wie beim Beweis von Satz 5.3 in Abschnitt D.3.4, lässt sich hier die Eingangszustands-Stabilität wie folgt zeigen:

$$\begin{aligned}
\dot{V} &\leq -W(\tilde{\mathbf{x}}) + |\tilde{v}_x| |u_1| + |\tilde{v}_y| |u_2| + \sum_{j \in \{L,R\}} |\tilde{\mu}_{\text{road},j}| |u_{j,3}| \\
&\leq -W(\tilde{\mathbf{x}}) + \|\tilde{\mathbf{x}}\| \|\mathbf{u}_{\text{obs}}\| \\
&= -\sigma \underbrace{\left((2-\theta)\tilde{v}_x^2 + (2-\theta)\tilde{v}_y^2 + (1-\theta) \sum_{j \in \{L,R\}} \tilde{\mu}_{\text{road},j}^2 \right)}_{W_2(\tilde{\mathbf{x}})} \\
&\quad -\theta\sigma\|\tilde{\mathbf{x}}\|^2 + \|\tilde{\mathbf{x}}\| \|\mathbf{u}_{\text{obs}}\| \\
&= -W_2(\tilde{\mathbf{x}}) - \|\tilde{\mathbf{x}}\| (\theta\sigma\|\tilde{\mathbf{x}}\| - \|\mathbf{u}_{\text{obs}}\|) \\
&\leq -W_2(\tilde{\mathbf{x}}) < 0, \quad \forall \|\tilde{\mathbf{x}}\| \geq \frac{\|\mathbf{u}_{\text{obs}}\|}{\theta\sigma}, \quad 0 < \theta < 1.
\end{aligned}$$

Erneut sind die Bedingungen von [Kha02, Theorem 4.19] erfüllt und somit ist das System ISS im *Antriebsmodus*.

Anhang E

Weitere Simulations- und Messergebnisse

In diesem Abschnitt werden Simulations- und Messergebnisse für die Geradeaus-Vollbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf low- μ ($\mu_{\text{road}} = 0.2$) präsentiert.

E.1 Simulationsergebnisse für Geradeausbremsung auf low- μ

Bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf low- μ wird die Simulation mit einer Anfangsgeschwindigkeit von ca. 10 m/s gestartet. Ebenso wie im Fall von high- μ wird der eigentliche Bremsvorgang ab dem Zeitpunkt $t = 0.5$ s eingeleitet, wie in Abb. E.1 dargestellt.

Es ist bei allen Rädern zu erkennen, dass direkt nach der Aktivierung mehrere Folgeabbaustufen benötigt werden, um die Räder wieder zu stabilisieren. Danach beginnt erneut eine zyklische Wiederholung der drei Regelmodi des schaltenden Anti-Blockier-Reglers, um damit den Bremsschlupf immer in der Nähe des optimalen Bremsschlupfes λ_{max} zu halten, welcher im Fall von low- μ ca. 0.09 beträgt. Ähnlich wie bei high- μ sind mit abnehmender Fahrgeschwindigkeit immer flachere Aufbaugradienten bei allen Rädern in Abb. E.1 zu sehen, um damit während des gesamten Bremsvorgangs die Schlupfdynamik möglichst konstant zu halten.

In Abb. E.2 und Abb. E.3 werden alle Größen, die zur Fahrzustandsbeobachtung benötigt werden, gezeigt. Die Radlasten $\mathbf{F}_z^{\text{cal}}$, die basierend auf den gemessenen Längs- und Querbeschleunigungen ermittelt werden, weisen aufgrund der falschen Schwerpunktlage ebenfalls Offset-Fehler auf, siehe Abb. E.4. Jedoch sind die dynamischen Abweichungen der Radlasten im Vergleich zu high- μ deutlich kleiner. Dies liegt daran, dass die nichtmodellierten Effekte, wie z.B. Nick- und Wankbewegungen, auf low- μ weniger ausgeprägt wirken und somit deren Einflüsse nicht ins Gewicht fallen.

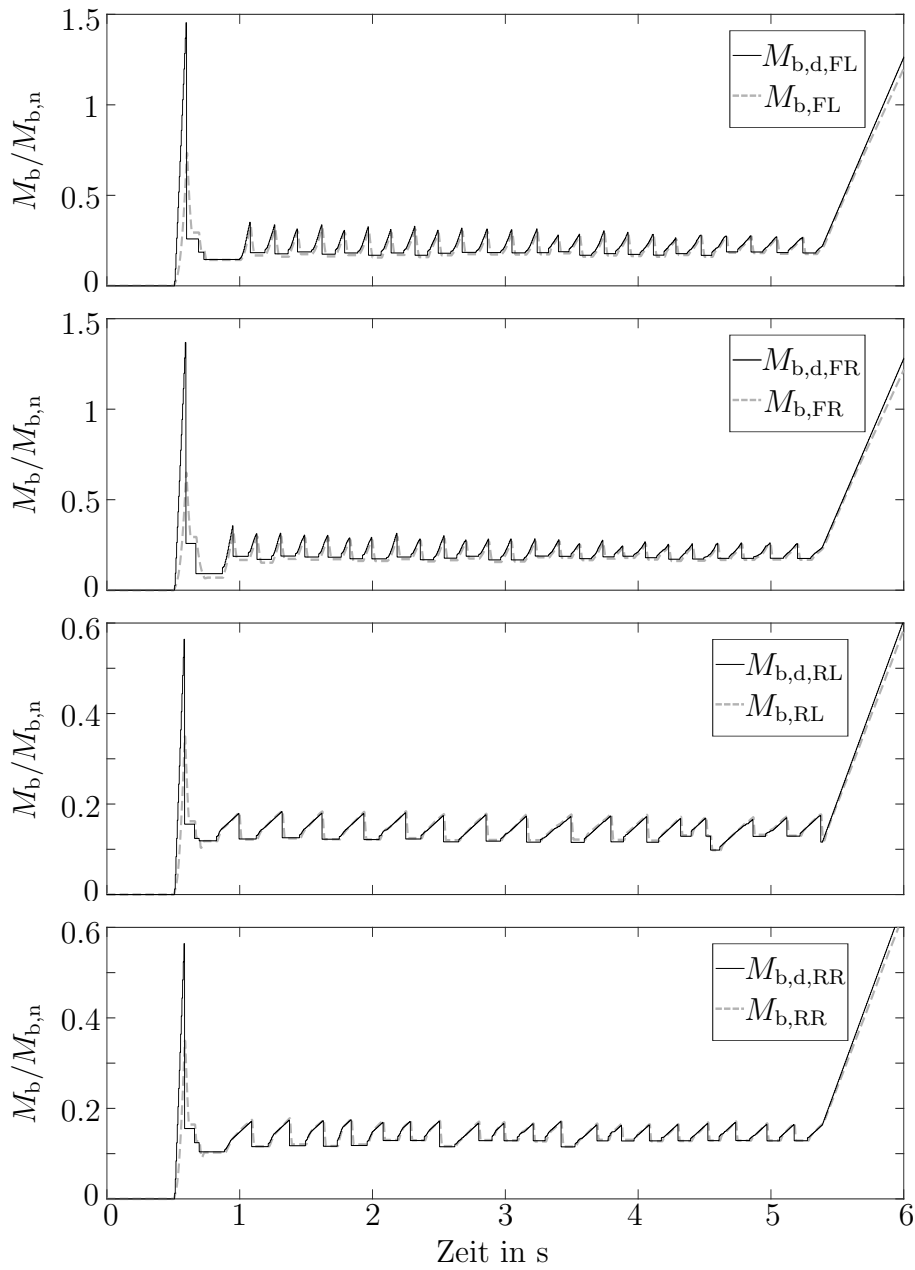


Abbildung E.1: Verläufe der Soll- und Ist-Bremsmomente, $M_{b,d,i}$ und $M_{b,i}$, bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf $low-\mu$ in der Simulation.

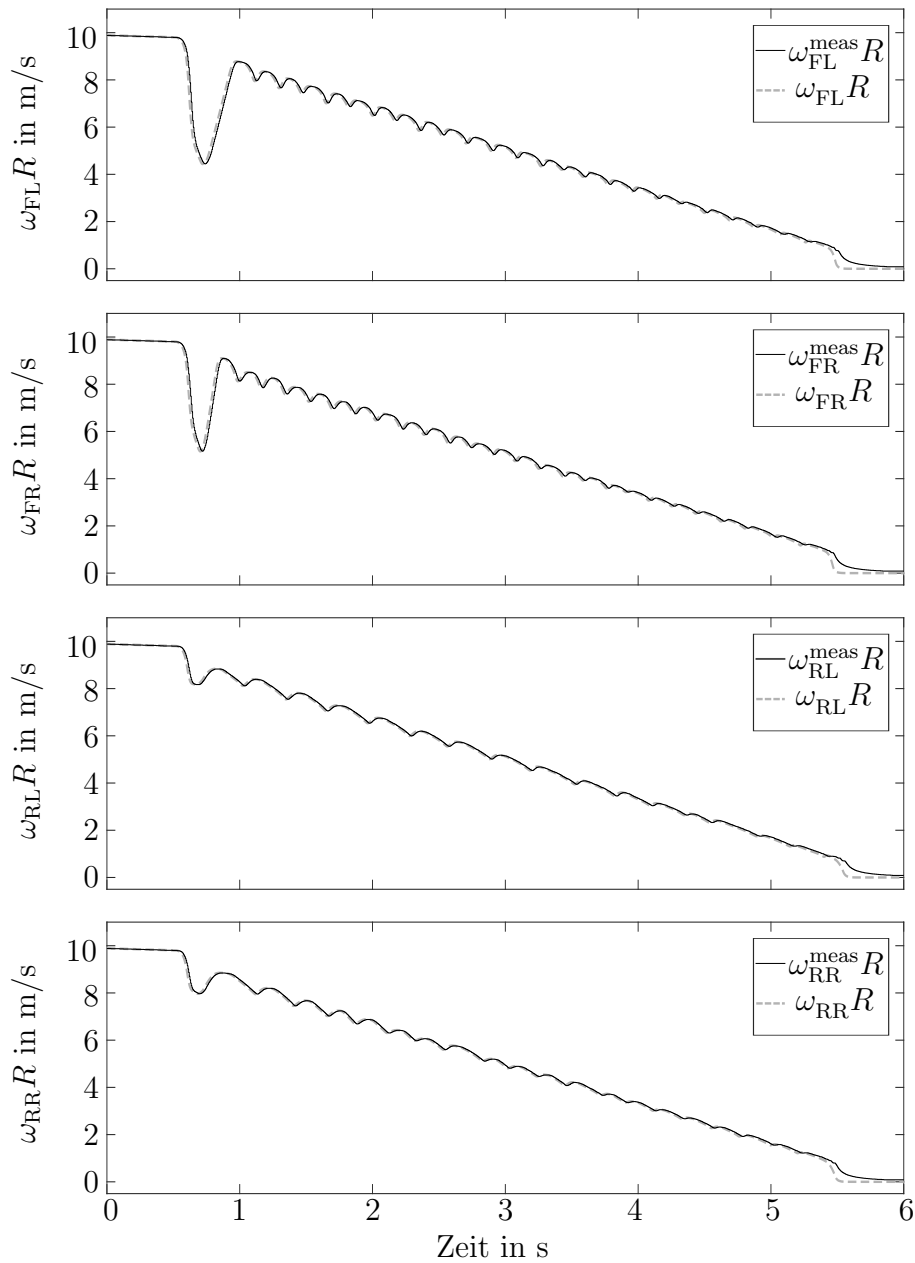


Abbildung E.2: Verläufe der Mess- und Istwerte der Radumfangsgeschwindigkeiten, $\omega_i^{\text{meas}}R$ und $\omega_i R$, $i \in \{\text{FL}, \text{FR}, \text{RL}, \text{RR}\}$, bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf $low-\mu$ in der Simulation.

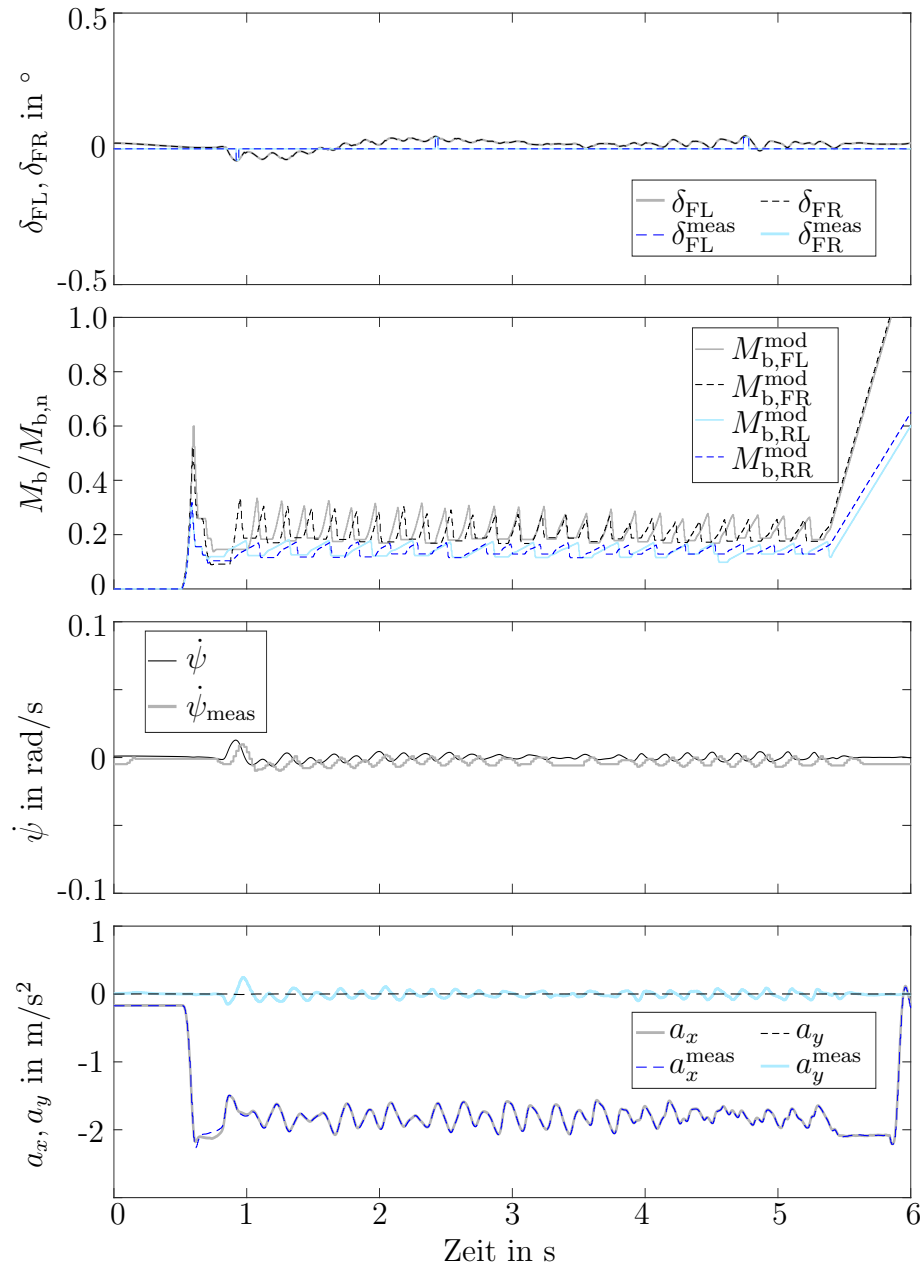


Abbildung E.3: Verläufe der Mess- und Istwerte der Radlenkwinkel, der Radbremsmomente, der Gierrate, sowie der Längs- und Quereschleunigungen des Fahrzeugs bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf $low-\mu$ in der Simulation.

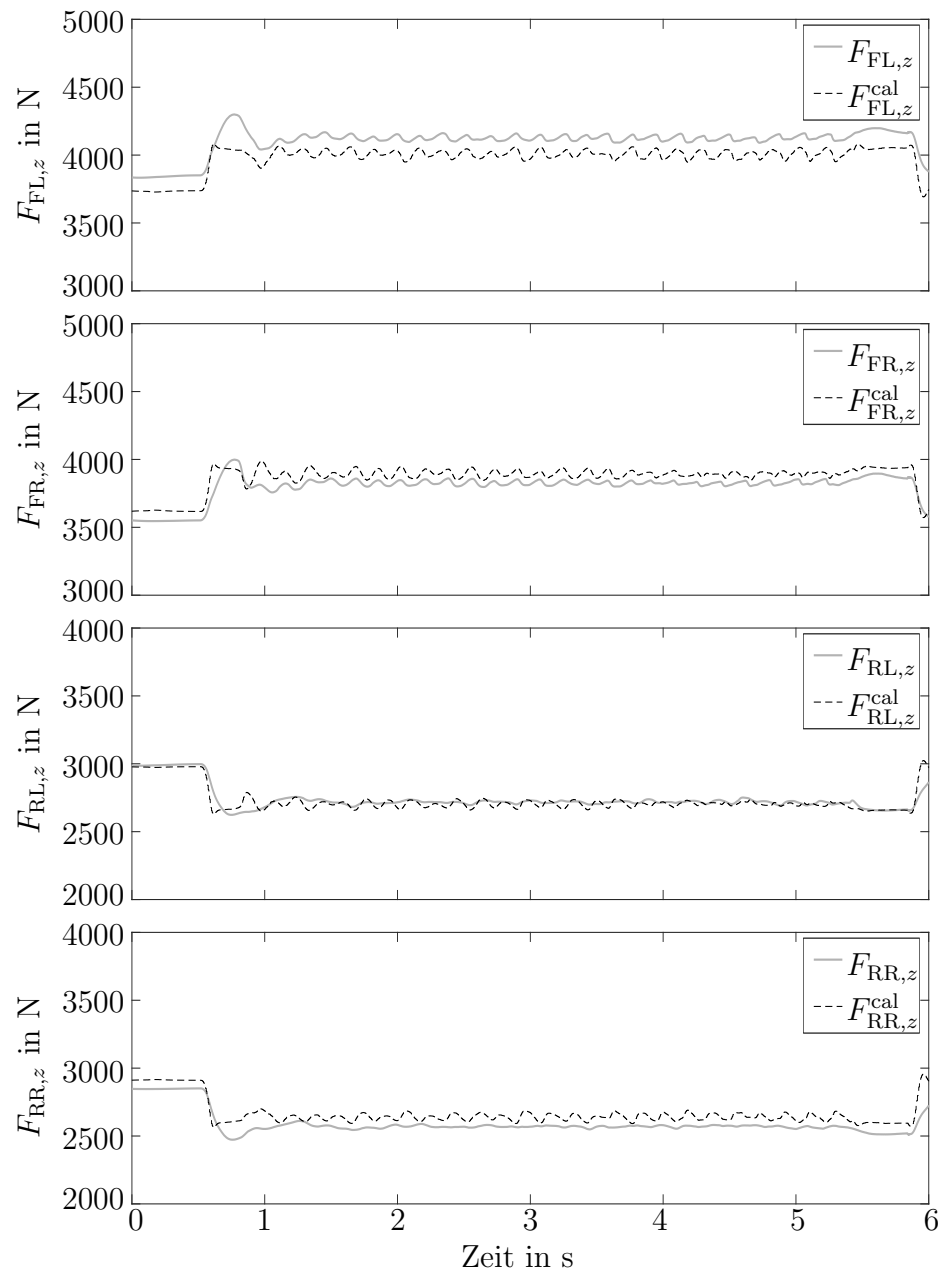


Abbildung E.4: Simulierte Verläufe der realen und berechneten Radlasten, $F_{i,z}$ und $F_{i,z}^{calc}$, $i \in \{FL, FR, RL, RR\}$, bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf $low-\mu$.

Aus den Verläufen der berechneten Längskräfte F_x^{cal} der jeweiligen Räder in Abb. E.5 ist ebenfalls eine gute Übereinstimmung mit den realen Längskräften zu erkennen. Im Gegensatz dazu weisen die geschätzten Längskräfte \hat{F}_x , v.a. bei niedriger Fahrgeschwindigkeit, deutlich größere Abweichungen auf, welche wiederum auf die Messfehler der Raddrehzahlsensoren zurückzuführen sind (vgl. die Mess- und Istwerte der Radumfangsgeschwindigkeiten in Abb. E.2).

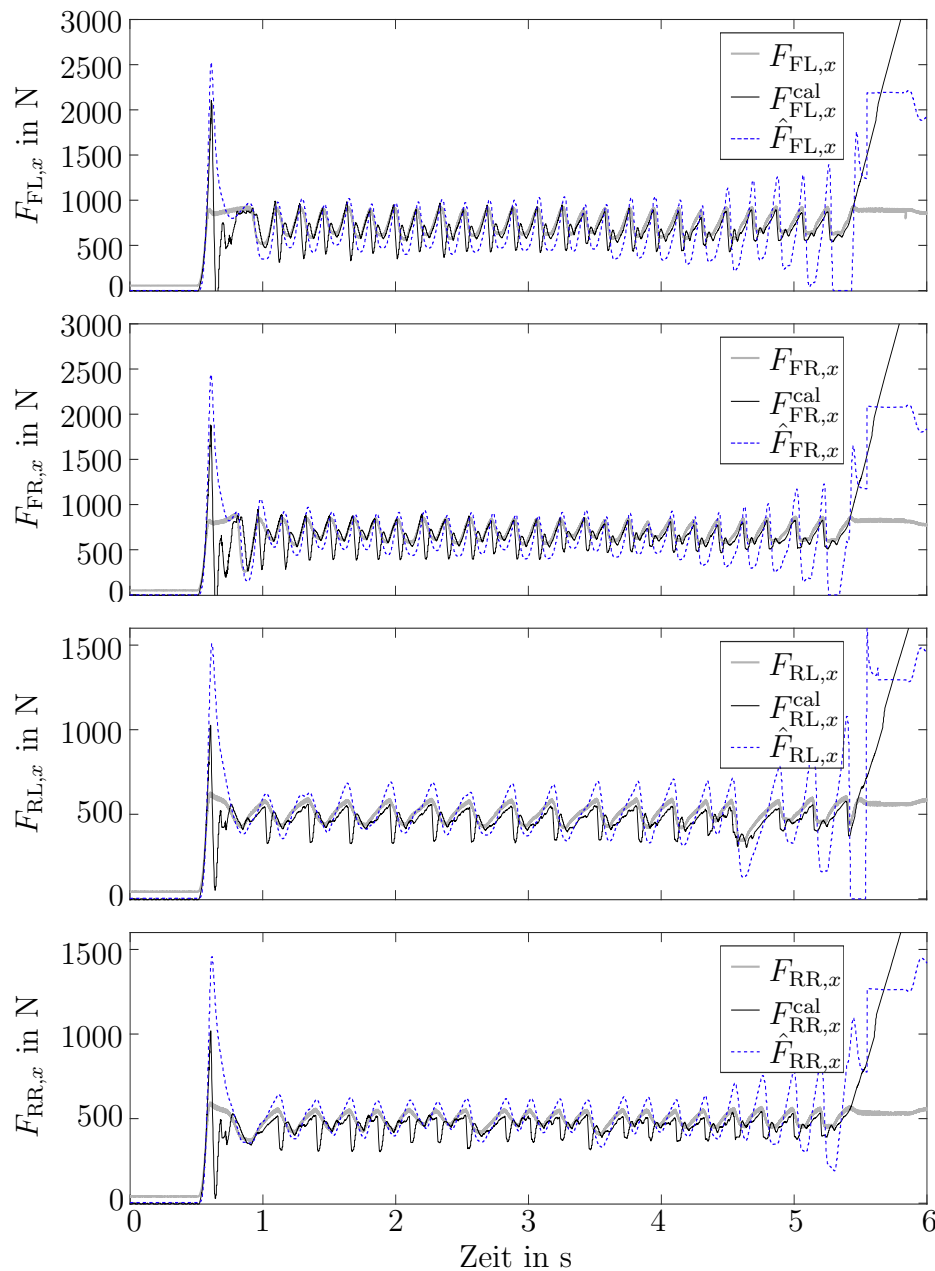


Abbildung E.5: Simulierte Verläufe der realen und berechneten Radlängskräfte, $F_{i,x}$ und $F_{i,x}^{calc}$, $i \in \{FL, FR, RL, RR\}$, bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf $low-\mu$.

Ein Unterschied zu dem Fall auf $high-\mu$ ist, dass die Abweichungen der Reifenmodelle in der Bosch-Simulationsumgebung und im Entwurfsmodell bei $low-\mu$ ihr Maximum erreichen.

Folglich werden die durch den Beobachter geschätzten Längskräfte zu hoch berechnet. Dies wirkt sich negativ auf die μ_{road} -Schätzung aus. Dabei tritt aufgrund der Abweichung der Reifenkennlinien bei der μ_{road} -Beobachtung ein kleiner, fast konstanter Fehler in einer Höhe von ungefähr 0,05 auf, siehe Abb. E.6 unten. Des Weiteren lässt sich aufgrund der schlechten Signalqualität der Raddrehzahlsensoren eine Zunahme der Schätzfehler der geschätzten Reibwerte am Ende des Bremsvorgangs erkennen.

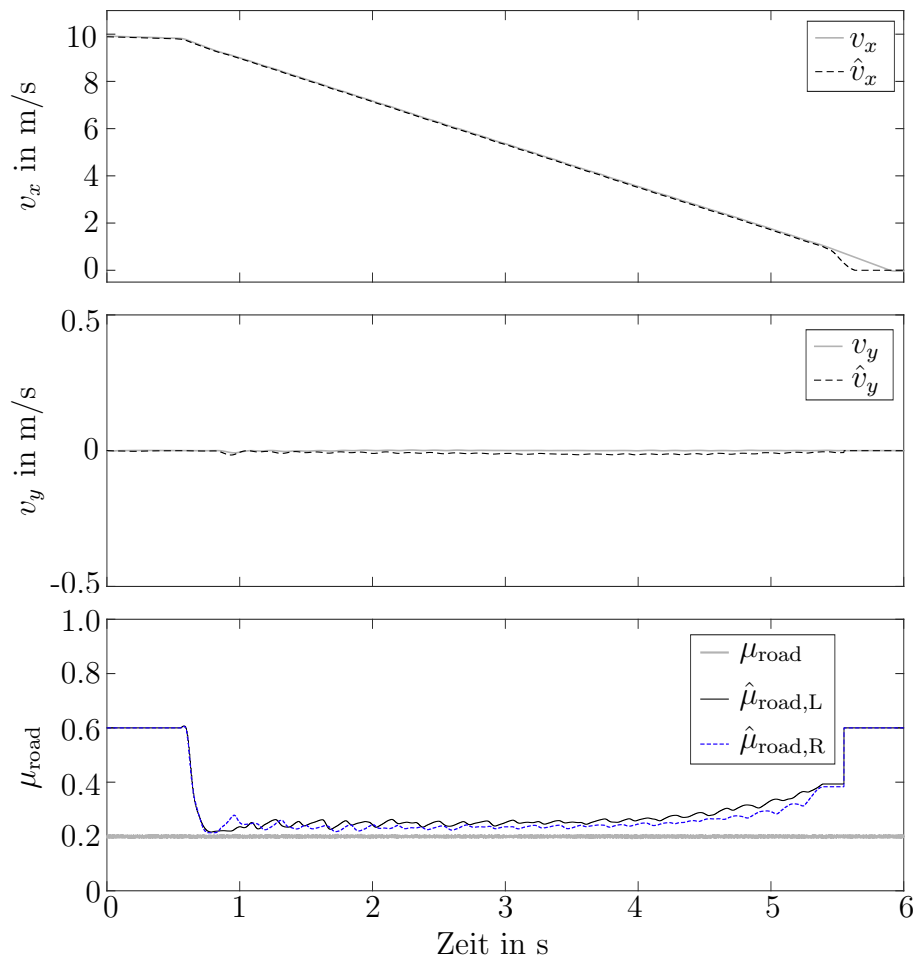


Abbildung E.6: Simulierte Verläufe der realen und geschätzten Längs- und Quergeschwindigkeiten, sowie Straßenreiwerte des Fahrzeugs bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf *low- μ* .

Betrachtet man die Verläufe der Bremsschlüpfе in Abb. E.7, so lässt sich feststellen, dass trotz der vorhandenen Mess- bzw. Schätzfehler, die Bremsschlüpfе aller Räder während des gesamten Bremsvorgangs mit der Anti-Blockier-Regelung stets in der Nähe des optimalen Bremsschlüpfes λ_{max} gehalten wurden. Dadurch wurde auf *low- μ* ebenfalls eine gute Bremsleistung erzielt, wobei die mittlere Längsverzögerung bei etwa -1.8 m/s^2 liegt (vgl. Abb. E.3 unten).

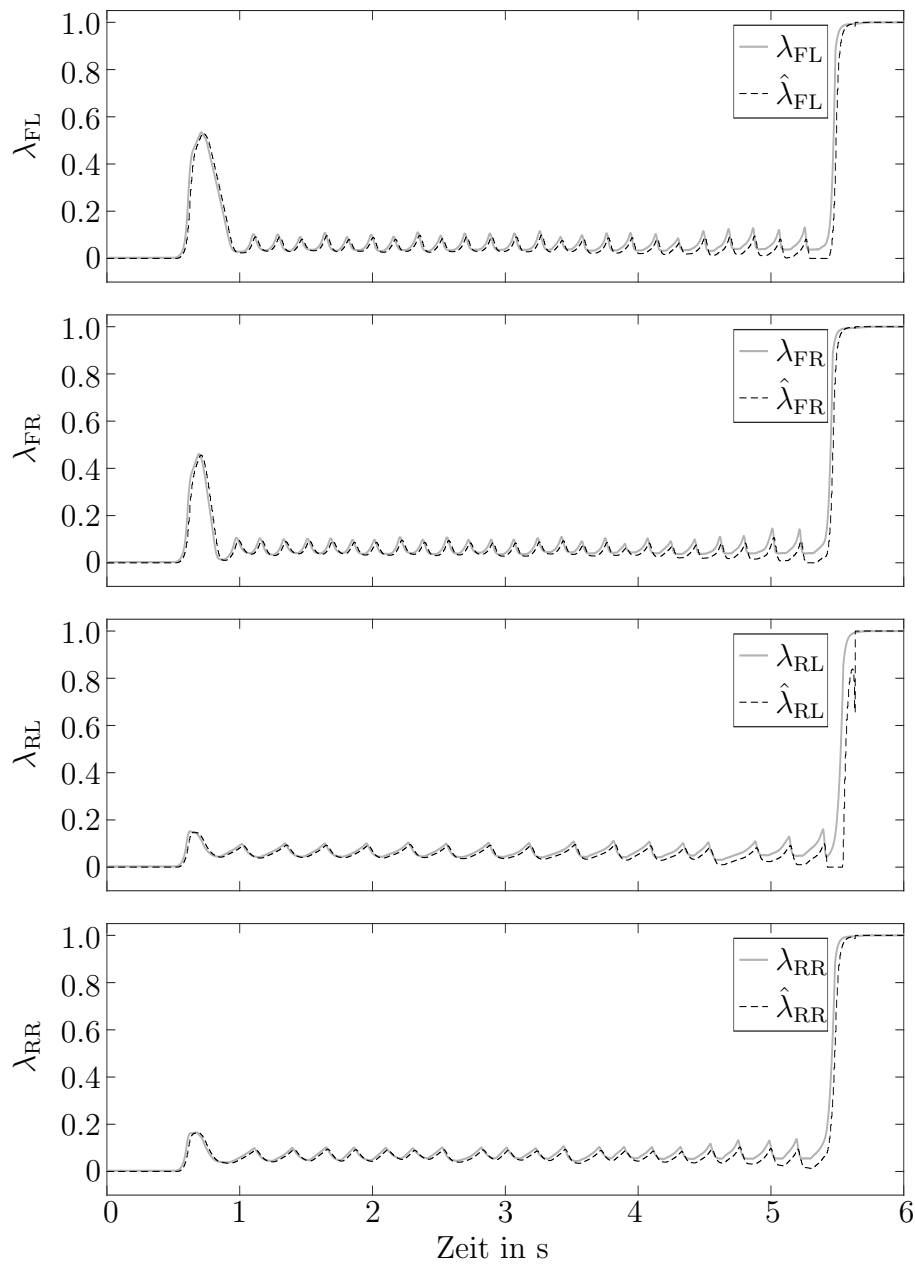


Abbildung E.7: Simulierte Verläufe der realen und geschätzten Radschlupfwerte, λ_i und $\hat{\lambda}_i$, $i \in \{FL, FR, RL, RR\}$, bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf $low-\mu$.

E.2 Messergebnisse für Geradeausbremsung auf $low-\mu$

In Abb. E.8 sind die Verläufe der Soll- und Ist-Bremsmomente der einzelnen Räder bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf $low-\mu$ im Experiment aufgezeigt. Zum besseren Vergleich mit den Simulationsergebnissen, wird am Anfang des Fahrmanövers das Versuchsfahrzeug kurz beschleunigt, um die gleiche Anfangsgeschwindigkeit von ca. 10 m/s zu erreichen. Der eigentliche Bremsvorgang wird ab dem Zeitpunkt $t = 1$ s eingeleitet. Hierbei sind deutlich größere Abweichungen zwischen Soll- und Ist-Bremsmomenten zu erkennen als bei der Simulation.

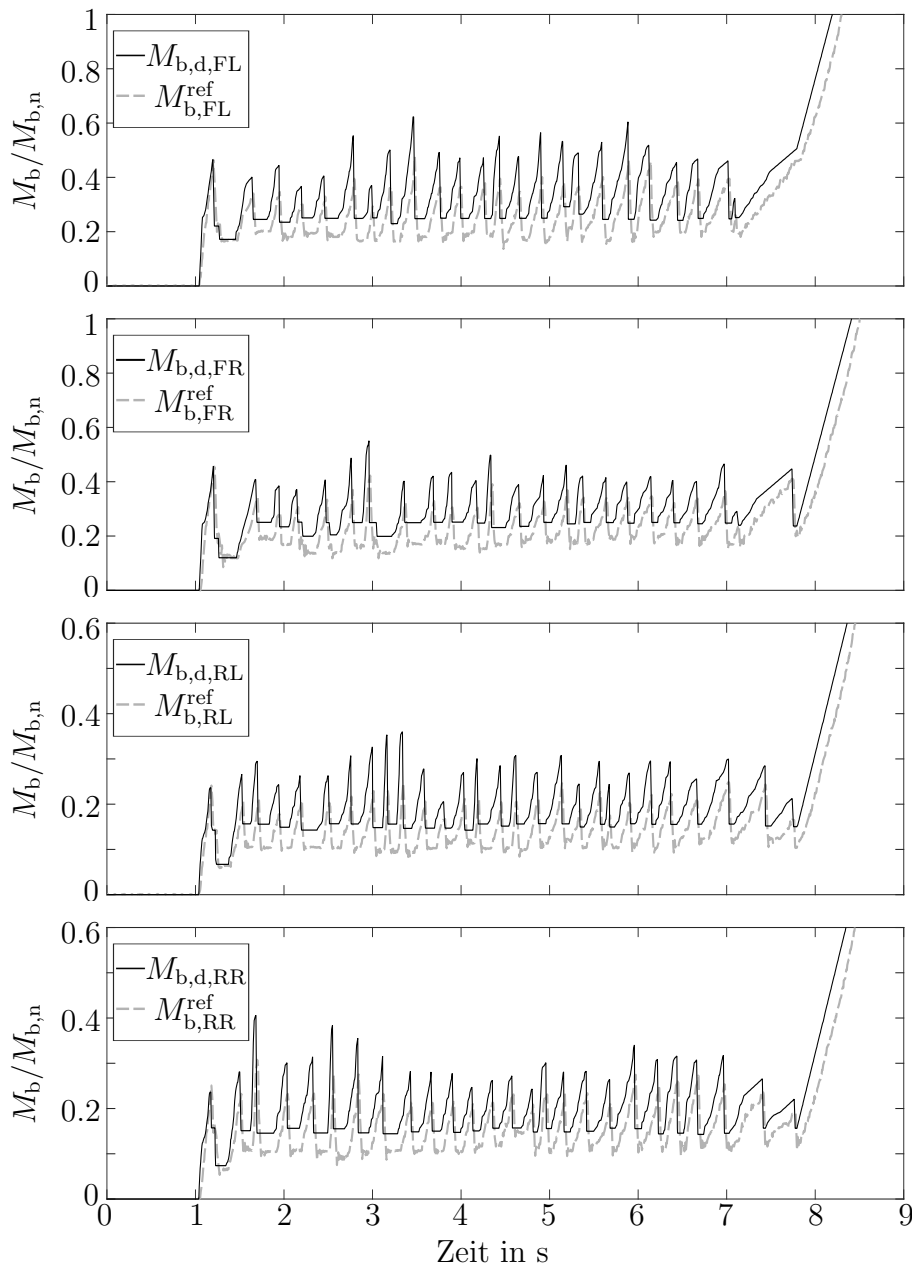


Abbildung E.8: Verläufe der Soll- und Ist-Bremsmomente, $M_{b,d,i}$ und $M_{b,i}^{ref}$, bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf $low-\mu$ im Experiment.

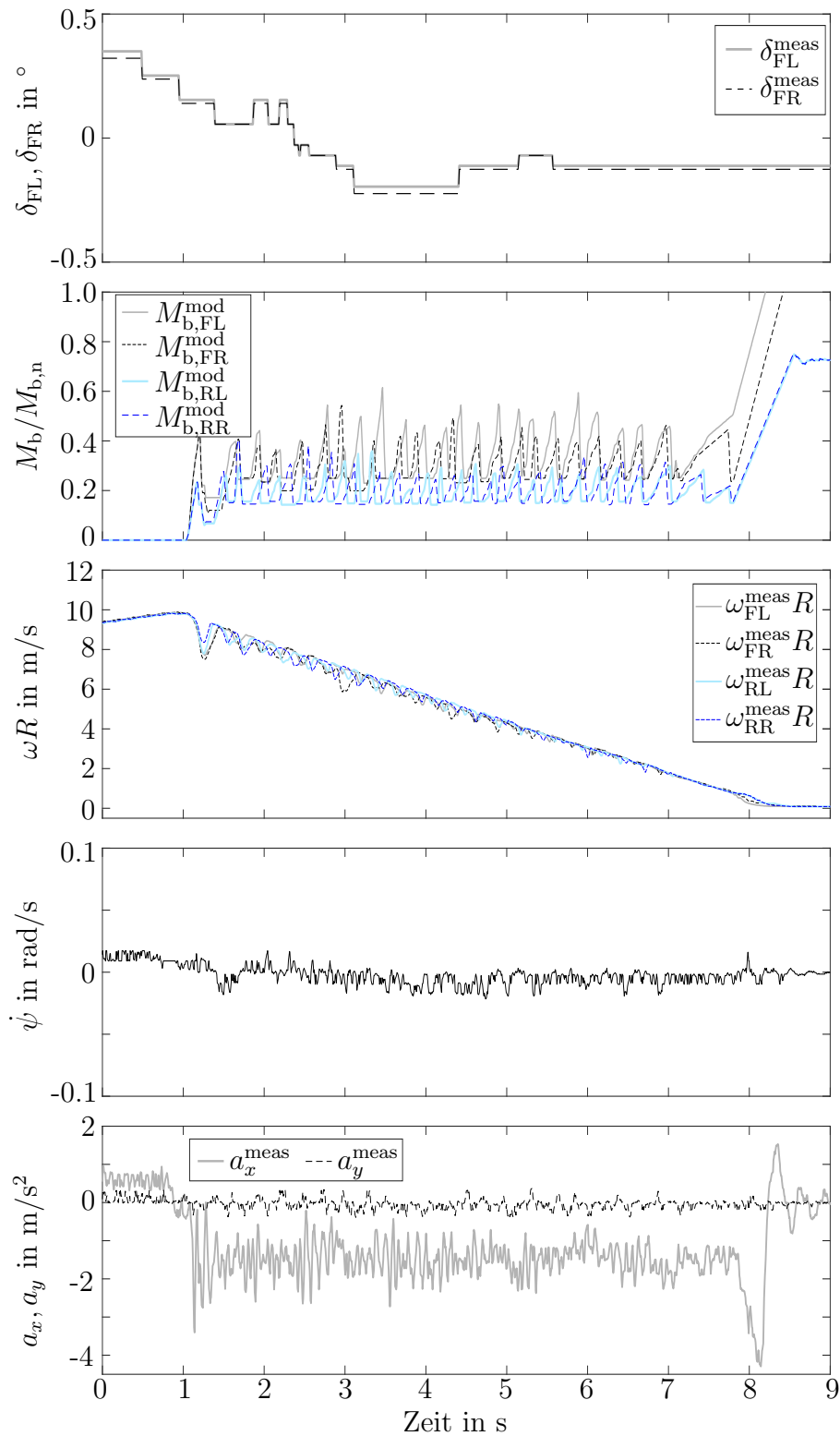


Abbildung E.9: Verläufe der Mess- bzw. Modellwerte der Radlenkwinkel, der Radbremsmomente, der Radumfangsgeschwindigkeiten, sowie der Längs- und Querbeschleunigungen des Fahrzeugs bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf $low-\mu$ im Experiment.

Die in der Fahrzustandsbeobachtung verwendeten Mess- bzw. Modellwerte sind in Abb. E.9 dargestellt. Auf $low-\mu$ sind kleinere Signal-Rausch-Verhältnisse, insbesondere bei der Längs- und Querbeschleunigung, festzustellen.

Trotz der kleineren Signal-Rausch-Verhältnisse der Messsignale und der größeren Abweichungen der modellierten Radbremsmomente, zeigt die Fahrzustandsbeobachtung bei allen Schätzgrößen eine gute Schätzgenauigkeit, wie in Abb. E.10 zu sehen ist. Mit Hilfe der geschätzten Fahrzustandsgrößen wird durch die Anti-Blockier-Regelung eine gute Bremsleistung erreicht. Wie in Abb. E.10 unten dargestellt, werden dabei die Bremschlüpfе über den ganzen Bremsvorgang hinweg in der Nähe des optimalen Bremschlupfes gehalten.

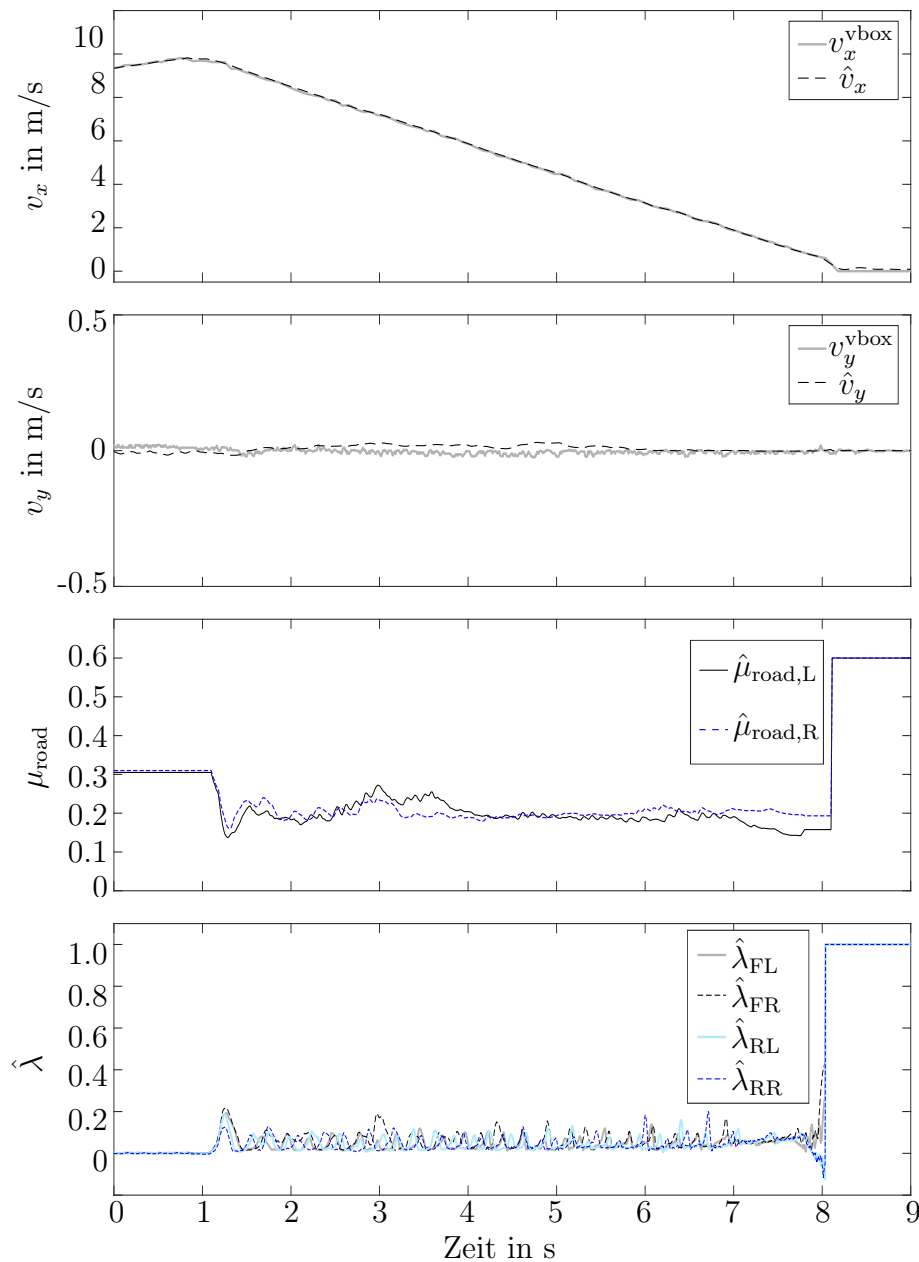


Abbildung E.10: Verläufe der gemessenen und geschätzten Längs- und Quergeschwindigkeiten des Fahrzeugs, der geschätzten Straßenreibwerte, sowie der geschätzten Radschlupfwerte bei der Geradeausbremsung mit Anti-Blockier-Regelung auf $low-\mu$ im Experiment.

Literaturverzeichnis

- [AC08] ASTRÖM, K. J.; CANUDAS DE WIT, C.: Revisiting the LuGre Model. In: *IEEE Cont. Sys. Mag.* 28(6) (2008), S. 101–114
- [AFK11] ANTONOV, S.; FEHN, A.; KUGI, A.: Unscented Kalman Filter for vehicle state estimation. In: *Veh. Sys. Dyn.* 49 (2011), S. 1497–1520
- [AGMU04] AMMON, D.; GNADLER, R.; MÄKLE, G.; UNRAU, H. J.: Ermittlung der Reibwerte von Gummistollen zur genauen Parametrierung von Reifenmodellen. In: *ATZ Automobiltechnische Zeitschrift* 106 (2004), Nr. 7/8, S. 694–701
- [AHPL08] AIT-HAMMOUDA, I.; PASILLAS-LÉPINE, W.: Jumps and Synchronization in Anti-lock Brake Algorithms. In: *Proc. 2008 Int. Symp. on Advanced Veh., Kobe, Japan, 2008*
- [Amm97] AMMON, D.: *Modellbildung und Systementwicklung in der Fahrzeugdynamik*. Teubner, 1997
- [And77] ANDERSON, B.: Exponential stability of linear equations arising in adaptive identification. In: *IEEE Trans. Automatic Control* 22 (1977), S. 13–24
- [Ant08] ANTONOV, S.: *Model-based Vehicle Dynamics Control*, Diss., 2008
- [APL18] AGUADO-ROJAS, M.; PASILLAS-LÉPINE, W.; LORÍA, A.: A switched adaptive observer for extended braking stiffness estimation. In: *2018 Annual American Control Conf.*, 2018, S. 6323–6328
- [APT13] AHN, C.; PENG, H.; TSENG, H. E.: Robust Estimation of Road Frictional Coefficient. In: *IEEE Trans. Control. Sys. Tech.* 21(1) (2013), S. 1–13
- [ARPLLDB17] AGUADO-ROJAS, M.; PASILLAS-LÉPINE, W.; LORÍA, A.; DE-BERNARDINIS, A.: Angular velocity estimation from incremental encoder measurements in the presence of sensor imperfections. In: *IFAC-PapersOnLine* 50 (2017), Nr. 1, S. 5979 – 5984
- [AYHO05] ALVAREZ, L.; YI, J.; HOROWITZ, R.; OLMOS, L.: Dynamic Friction Model-Based Tire-Road Friction Estimation and Emergency Braking Control. In: *J. Dyn. Sys., Meas., Control* 127, Issue 1 (2005), S. 22–32
- [BB17] BREUER, B. (Hrsg.); BILL, K. (Hrsg.): *Bremsenhandbuch*. Springer Vieweg, Wiesbaden, 2017

- [Beu18] BEUTELSPACHERS, A.: *Zahlen, Formeln, Gleichungen: Algebra für Studium und Unterricht*. Springer Fachmedien Wiesbaden, 2018
- [Bir92] BIRK, J.: *Rechnergestützte Analyse und Lösung nichtlinearer Beobachtungsaufgaben*. VDI Verlag, 1992
- [BML17] BENINE-NETO, A.; MOREAU, X.; LANUSSE, P.: Robust control for an electro-mechanical anti-lock braking system: the CRONE approach. In: *IFAC-PapersOnLine* 50 (2017), Nr. 1, S. 12575–12581
- [BNP87] BAKKER, E.; NYBORG, L.; PACEJKA, H. B.: Tyre modelling for use in vehicle dynamics studies. In: *SAE Technical Paper Series* (1987), Nr. 89087
- [Boh94] BOHL, W.: *Technische Strömungslehre*. Vogel Buchverlag, Würzburg, 10. Auflage, 1994
- [Bra94] BRANICKY, M.: Stability of switched and hybrid systems. In: *Proc. of American Control Conf.*, 1994
- [BRR17] BRAUN, T.; REUTER, J.; RUDOLPH, J.: Sensorlose Positionsregelung eines hydraulischen Proportional-Wegeventils mittels Signalinjektion. In: *Automatisierungstechnik* (2017)
- [Bur93] BURCKHARDT, M.: *Fahrwerktechnik: Radschlupfregelsysteme*. Vogel-Verlag, Würzburg, 1993
- [CGVH12] CORNO, M.; GERARD, M.; VERHAEGEN, M.; HOLWEG, E.: Hybrid ABS Control Using Force Measurement. In: *IEEE Trans. on Control Sys. Tech.* 20 (2012), Nr. 5, S. 1223–1235
- [DFS70] DUGOFF, H.; FANCHER, P.; SEGEL, L.: An analysis of tire traction properties and their influence on vehicle dynamic performance. In: *SAE Transactions* 79 (1970), S. 341–366
- [EB01] EBRAHIMIAN, R.; BALDICK, R.: State estimator condition number analysis. In: *IEEE Power Eng. Review*, 21 (2001), S. 64–80
- [For06] FORSTER, O.: *Analysis 2. Differentialrechnung im R^n . Gewöhnliche Differentialgleichungen*. Vieweg-Verlag, 2006
- [GCCJ13] GUO, H.; CHEN, H.; CAO, D.; JIN, W.: Design of a reduced-order nonlinear observer for vehicle velocities estimation. In: *IET Control Theory Applications* 7 (2013), Nr. 17, S. 2056–2068
- [Ger09] GERHÄUSSER, J.: *Verfahren zum Bereitstellen von Eingangssignalen einer Regelungseinheit zum Regeln einer in Räder eines Fahrzeugs eingeleiteten Kraft*. DE 10 2008 003 874 A1, July 23, 2009
- [GIJ+08] GRIP, H.; IMSLAND, L.; JOHANSEN, T.; FOSSEN, T.; KALKKUHLE, J.; SUISSA, A.: Nonlinear vehicle side-slip estimation with friction adaption. In: *Automatica* 44 (2008), S. 611–622

- [GIJ⁺09] GRIP, H.; IMSLAND, L.; JOHANSEN, T.; KALKKUHL, J.; SUISSA, A.: Estimation of road inclination and bank angle in automotive vehicle. In: *American Contr. Conf.*, 2009
- [GJ16] GRÜNE, L.; JUNGE, O.: *Gewöhnliche Differentialgleichungen*. 2. Auflage. Springer-Verlag, 2016
- [GO72] GUNTUR, R. R.; OUWERKERK, H.: Adaptive brake control system. In: *Proc. of The Institution of Mech. Eng.* 186(06) (1972), S. 855–880
- [GPLVV12] GERARD, M.; PASILLAS-LÉPINE, W.; VRIES, E. de; VERHAEGEN, M.: Improvements to a five-phase ABS algorithm for experimental validation. In: *Veh. Sys. Dyn.* 50(10) (2012), S. 1585–1611
- [GS05] GÄFVERTAND, M.; SVENDENIUS, J.: A novel semi-empirical tyre model for combined slips. In: *Veh. Sys. Dyn.* 43(5) (2005), S. 351–384
- [Häm11] HÄMMERLE, K.: *Modellbasierter Entwurf einer Antiblockierfunktion für ein Komplettfahrzeug*. Hochschule Heilbronn, Bachelorarbeit, 2011
- [Her03] HERNÁNDEZ, W.: Improving the response of a wheel speed sensor using an adaptive line enhancer. In: *Measurement* 33(3) (2003), S. 229–240
- [HL11] HOFMANN, M.; LANGE, M.: *Automatentheorie und Logik*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2011
- [HPDN14] HOÀNG, T. B.; PASILLAS-LÉPINE, W.; DE BERNARDINIS, A.; NETTO, M.: Extended Braking Stiffness Estimation Based on a Switched Observer, With an Application to Wheel-Acceleration Control. In: *IEEE Trans. on Contr. Sys. Tech.* 22 (2014), Nr. 6, S. 2384–2392
- [HPK⁺17] HASHEMI, E.; PIRANI, M.; KHAJEPOUR, A.; KASAIEZADEH, A.; CHEN, S.; LITKOUHI, B.: Corner-based estimation of tire forces and vehicle velocities robust to road conditions. In: *Contr. Eng. Prac.* 61 (2017), S. 28 – 40
- [Hua12] HUANG, X. H.: *Anti-Blockier-Regelung auf der Basis eines Komplettfahrzeug-Modells*. Universität des Saarlandes, Masterarbeit, 2012
- [IGJ⁺07] IMSLAND, L.; GRIP, H.; JOHANSEN, T.; FOSSEN, T.; KALKKUHL, J.; SUISSA, A.: Nonlinear Observer for Vehicle Velocity with Friction and Road Bank Angle Adaptation - Validation and Comparison with an Extended Kalman Filter. In: *SAE Technical Paper* (2007)
- [IJF⁺06] IMSLAND, L.; JOHANSEN, T.; FOSSEN, T.; GRIP, H.; KALKKUHL, J.; SUISSA, A.: Vehicle velocity estimation using nonlinear observer. In: *Automatica* 42 (2006), S. 2091–2103
- [Ise06] ISERMANN, R. (Hrsg.): *Fahrdynamik-Regelung*. Vieweg-Verlag, 2006
- [KD04] KOST, F. (Hrsg.); DIETSCHKE, K. (Hrsg.): *Fahrstabilisierungssysteme*. Robert Bosch GmbH, 2004

- [KFI08] KANDEPU, R.; FOSS, B.; IMSLAND, L.: Applying the unscented Kalman filter for nonlinear state estimation. In: *J. Proc. Control* 18 (2008), S. 753–768
- [Kha02] KHALIL, H.: *Nonlinear Systems*. Prentice-Hall, Inc., 2002
- [KI09] KRENER, A.; IDE, K.: Measures of unobservability. In: *Joint 48th IEEE Conf. on Decision and Control and 28th Chinese Control Conf.*, 2009
- [Kil17] KILTZ, L.: *Algebraische Ableitungsschätzer in Theorie und Anwendung*, Universität des Saarlandes, Diss., 2017
- [KKM17] KÖPPEN, T.; KÜPPER, T.; MAKARENKOV, O.: Existence and stability of limit cycles in control of anti-lock braking systems with two boundaries via perturbation theory. In: *Int. J. of Control* 90 (2017), S. 974–989
- [KN05] KIENCKE, U.; NIELSEN, L.: *Automotive Control Systems*. Springer-Verlag, 2005
- [Krö05] KRÖGER, P.: *Modellbasierte Fahrdynamikregelung im Antriebsfall*, Technische Universität Dortmund, Diplomarbeit, 2005
- [KY92] KUO, C. Y.; YEH, E. C.: A four-phase control scheme of an anti-skid brake system for all road conditions. In: *Proc. of the Institution of Mech. Eng., Part D: J. of Automobile Eng.* 206, no. 4 (1992), S. 275–283
- [LF07] LOLENKO, K.; FEHN, A.: Modellbasierter Steuerungsentwurf für ein hydraulisches Bremssystem mit magnetischen Schaltventilen. In: *Automatisierungstechnik* 55(2) (2007), S. 86–95
- [LHHC18] LEE, J.; HYUN, D.; HAN, K.; CHOI, S.: Real-Time Longitudinal Location Estimation of Vehicle Center of Gravity. In: *International Journal of Automotive Technology* 19 (2018), Aug, Nr. 4, S. 651–658
- [LHS16] LIU, W.; HE, H.; SUN, F.C.: Vehicle state estimation based on Minimum Model Error criterion combining with Extended Kalman Filter. In: *J. of the Franklin Institute* 353 (2016), Nr. 4, S. 834 – 856
- [Liu10] LIU, J.: *Qualitative Studies of Nonlinear Hybrid Systems*, University of Waterloo, Diss., 2010
- [LJR⁺14] LI, L.; JIA, G.; RAN, X.; SONG, J.; WU, K.: A variable structure extended Kalman filter for vehicle sideslip angle estimation on a low friction road. In: *Veh. Sys. Dyn.* 52 (2014), Nr. 2, S. 280–308
- [LLX09] LIU, J.; LIU, X.; XIE, W.: Uniform stability of switched nonlinear systems. In: *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems* 3 (2009), S. 441–454
- [Lol11] LOLENKO, K.: *Model-based design of an open-loop control for switching valves in ABS braking systems*, Universität Magdeburg, Diss., 2011

- [MKN12] MENHOUR, L.; KOENIG, D.; NOVEL, B. D.: Road bank and vehicle roll angles estimation based on Proportional-Integral observer*. In: *IFAC Proceedings Volumes* 45 (2012), Nr. 20, S. 1185–1190. – 8th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes
- [MW04] MITSCHKE, M.; WALLENTOWITZ, H.: *Dynamik der Kraftfahrzeuge*. Springer, 2004
- [OG72] OUWERKERK, H.; GUNTUR, R. R.: Skid Prediction. In: *Veh. Sys. Dyn.* 1 (1972), Nr. 2, S. 67–88
- [Ols01] OLSON, B. J.: *Nonlinear dynamics of longitudinal ground vehicle traction*. Michigan State University, Master Thesis, 2001
- [OSS03] OLSON, B. J.; SHAW, S.W.; STÉPÁN, G.: Nonlinear Dynamics of Vehicle Traction. In: *Veh. Sys. Dyn.* 40 (2003), S. 339–365
- [OSS05] OLSON, B. J.; SHAW, S.W.; STÉPÁN, G.: Stability and Bifurcation of Longitudinal Vehicle Braking. In: *Nonlinear Dynamics* 40(6) (2005), S. 377–399
- [Pac04] PACEJKA, H.: *Tyre and Vehicle Dynamics*. Elsevier Butterworth-Heinemann, 2004
- [PCM19] PENG, Y.; CHEN, J.; MA, Y.: Observer-based estimation of velocity and tire-road friction coefficient for vehicle control systems. In: *Nonlinear Dynamics* 96 (2019), Apr, Nr. 1, S. 363–387
- [PL06] PASILLAS-LÉPINE, W.: Hybrid Modeling and Limit Cycle Analysis for a Class of Five-phase Anti-lock Brake Algorithms. In: *Veh. Sys. Dyn.* 44(2) (2006), S. 173–188
- [PLL12] PASILLAS-LÉPINE, W.; LORÍA, A.; GERARD, M.: Design and experimental validation of a nonlinear wheel slip control algorithm. In: *Automatica* 48(8) (2012), S. 1852–1859
- [Pos02] POST, W. (Hrsg.): *Konventionelle und elektronische Bremssysteme*. Robert Bosch GmbH, 2002
- [Rei10] REIF, K. (Hrsg.): *Fahrstabilisierungssysteme und Fahrerassistenzsysteme*. Vieweg+Teubner, 2010
- [RM19] REINA, G.; MESSINA, A.: Vehicle dynamics estimation via augmented Extended Kalman Filtering. In: *Measurement* 133 (2019), S. 383 – 395
- [Rob18] ROBERT BOSCH GMBH (Hrsg.): *Automotive Handbook*. 9th Edition. Bentley Publishers, 2018
- [Rub07] RUBENBAUER, M.: *Model-based open-loop control of the ESP inlet valve*, Hochschule Würzburg-Schweinfurt, Diplomarbeit, 2007
- [Rud09] RUDOLPH, J.: *Flachheitsbasierte Folgeregelung*. Universität des Saarlandes, 2009

- [Sch05] SCHERER, G.: *Modellierung und Steuerung eines Proportionalmagnetventils*, Universität des Saarlandes, Diplomarbeit, 2005
- [Sch18] SCHÜNEMANN, M.: *Fahrdynamik: Regelung für Elektrofahrzeuge mit Einzelradantrieben*. DE GRUYTER OLDENBOURG, 2018
- [SCM07] STÉPHANT, J.; CHARARA, A.; MEIZEL, D.: Evaluation of a sliding mode observer for vehicle sideslip angle. In: *Contr. Eng. Prac.* 15 (2007), S. 803–812
- [SHRL15] SUN, F.; HUANG, X. H.; RUDOLPH, J.; LOLENKO, K.: Vehicle State Estimation for Anti-lock Control with Nonlinear Observer. In: *Contr. Eng. Prac.* 43 (2015), S. 69–84
- [Sim06] SIMON, D.: *Optimal State Estimation*. Wiley-Interscience, 2006
- [SL12] SUN, F.; LOLENKO, K.: *Verfahren zur Einstellung eines Sollbremsmoments in einer Fahrzeugbremse eines Fahrzeugs*. DE 10 2012 220 226 A1, November 07, 2012
- [SLR12] SUN, F.; LOLENKO, K.; RUDOLPH, J.: Nonlinear Observer Design for State Estimation during Anti-lock Braking. In: *Proc. 13th Mechatronics Forum Int. Conf., Linz, Austria*, 2012, S. 412–419
- [SLR14] SUN, F.; LOLENKO, K.; RUDOLPH, J.: Nonlinear Observer Design for State Estimation during Anti-lock Braking. In: *Proc IMechE Part I: J. Systems and Control Engineering* 228(2) (2014), S. 78–86
- [SSIA18] SAVITSKI, D.; SCHLEININ, D.; IVANOV, V.; AUGSBURG, K.: Robust Continuous Wheel Slip Control With Reference Adaptation: Application to the Brake System With Decoupled Architecture. In: *IEEE Trans. on Industrial Informatics* 14 (2018), Nr. 9, S. 4212–4223
- [SSK⁺00] STOELZL, S.; SCHMIDT, R.; KLING, W.; STICHER, T.; FACHINGER, G.; KLEIN, A.; GIERS, B.; FENNEL, H.: Das Elektro-Hydraulische Bremssystem von Continental Teves - eine neue Herausforderung fuer die System- und Methodenentwicklung in der Serie. In: *VDI-Berichte* (2000), Nr. 1547
- [ST10] SAVARESI, S. M.; TANELLI, M.: *Active Braking Control Systems Design for Vehicles*. Springer-Verlag, 2010
- [Ste08] STEINMANN, J.: *Modellbasierter Entwurf einer serientauglichen Ansteuerung für ein Einlassventil in ABS/ESP-Systemen*, Hochschule Heilbronn, Diplomarbeit, 2008
- [Sto01] STOLL, U.: Sensotronic Brake Control (SBC) - Die elektro-hydraulische Bremse von Mercedes-Benz. In: *VDI-Berichte* (2001), Nr. 1646
- [Str94] STROGATZ, S. H.: *Nonlinear Dynamics And Chaos*. Perseus Books, 1994
- [Suc08] SUCHANECK, A.: *Entwicklung einer Methode zur Adaption der Fahrzeugparameter in einem Fahrdynamikregelsystem*, Technische Universität Dresden, Diplomarbeit, 2008

- [TOB⁺07] TANELLI, M.; OSORIO, G.; BERNARDO, M. di; SAVARESI, S. M.; ASTOLFI, A.: Limit Cycles Analysis in Hybrid Anti-lock Braking Systems. In: *Proc. 46th IEEE Conf. Decision and Control, New Orleans, LA, USA, 2007*
- [TOd⁺09] TANELLI, M.; OSORIO, G.; DI BERNARDO, M.; M. SAVARESI, S.; ASTOLFI, A.: Existence, stability and robustness analysis of limit cycles in hybrid anti-lock braking systems. In: *Int. J. of Control* 82 (2009), Nr. 4, S. 659–678
- [TVM⁺19] TAVERNINI, D.; VACCA, F.; METZLER, M.; SAVITSKI, D.; IVANOV, V.; GRUBER, P.; HARTAVI KARCI, A. E.; DHAENS, M.; SORNIOTTI, A.: An explicit nonlinear model predictive ABS controller for electro-hydraulic braking systems. In: *IEEE Trans. on Industrial Electronics* (2019)
- [TW00] TSOTRAS, P.; WIT, C. C.: On the optimal braking of wheeled vehicles. In: *Proc. Amer. Control Conf., Chicago, IL, USA, 2000*
- [VFR10] VRIES, E. D.; FEHN, A.; RIXEN, D.: Flatness-based Model Inverse for Feed-forward Braking Control. In: *Veh. Sys. Dyn.* 48 (2010), S. 353–372
- [VLK⁺19] VOGT, P.; LENZ, E.; KLUG, A.; WESTERFELD, H.; KONIGORSKI, U.: Robust Two-Degree-of-Freedom Wheel Slip Controller Structure for Anti-lock Braking. In: *Proc. 9th IFAC Inter. Symp. on Advances in Automotive Control, Orléans, France, 2019*
- [VSL⁺19] VOGT, P.; SCHULZE, S.; LENZ, E.; KLUG, A.; WESTERFELD, H.; KONIGORSKI, U.: Vorsteuerungsentwurf für einen robusten Zwei-Freiheitsgrade Schlupfregler für Antiblockiersysteme. In: *Proc. VDE-Fachtagung AUTOREG, Mannheim, Germany, 2019, S. 209–220*
- [VTWS05] VELENIS, E.; TSOTRAS, P.; WIT, C. C.; SORINE, M.: Dynamic Tire Friction Models for Combined Longitudinal and Lateral Vehicle Motion. In: *Veh. Sys. Dyn.* 43 (2005), S. 3–29
- [WBDO18] WIELITZKA, M.; BUSCH, A.; DAGEN, M.; ORTMAIER, T.: *Unscented Kalman Filter for State and Parameter Estimation in Vehicle Dynamics*. 2018
- [WFZ01] FU, W. P.; FANG, Z. D.; ZHAO, Z. G.: Periodic solutions and harmonic analysis of an antilock brake system with piecewise-nonlinearity. In: *J. Sound and Vibration* 246(3) (2001), S. 543–550
- [Wig03] WIGGINS, S.: *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*. Springer-Verlag New York, 2003
- [Wik18] WIKIPEDIA: *ETAS — Wikipedia, Die freie Enzyklopädie*. <https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=ETAS&oldid=173833706>. Version: 2018
- [WTVGG03] WIT, C. C.; TSOTRAS, P.; VELENIS, E.; G. GISSINGER, M. B.: Dynamic friction models for road/tire longitudinal interaction. In: *Veh. Sys. Dyn.* 39 (2003), Nr. 3, S. 189–226

- [YAC⁺01] YI, J.; ALVAREZ, L.; CLAEYS, X.; HOROWITZ, R.; CANUDAS DE WIT, C.: Emergency Braking Control with an Observer-based Dynamic Tire/road Friction Model and Wheel Angular Velocity Information. In: *Proc. American Control Conf., Arlington, USA, 2001*
- [YCPL16] YU, J.; CHEN, J.; PENG, Y.; LIU, H.: Nonlinear observer for longitudinal and lateral velocities of vehicles based on the estimation of longitudinal tire forces. In: *2016 American Control Conf., 2016*, S. 6887–6892
- [YD92] YEH, E. C.; DAY, G.: A parametric study of anti-skid brake systems using Poincaré map concept. In: *Int. J. of Vehicle Design* 13 (1992), S. 210–232
- [YKS90] YEH, E. C.; KUO, C. Y.; SUN, P. L.: Conjugate boundary method for control law design pf anti-skid brake systems. In: *Int. J. of Vehicle Design* 11 (1990), Nr. 1, S. 40–62
- [Zei77] ZEITZ, M.: *Nichtlinearer Beobachter für chemische Reaktoren*, Fortschrittsberichte Nr. 8/27, VDI-Verlag Düsseldorf, 1977
- [ZLC09] ZHAO, L. H.; LIU, Z. Y.; CHEN, H.: Sliding mode observer for vehicle velocity estimation with road grade and bank angles adaptation. In: *IEEE Intelligent Veh. Symp.*, 2009, S. 701–706
- [ZLC11] ZHAO, L.; LIU, Z.; CHEN, H.: Design of a nonlinear observer for vehicle velocity estimation and experiments. In: *IEEE Trans. Contr. Sys. Tech.* 19 (2011), S. 664 – 672