

Charakterisierung des Materialverhaltens kurzfaserverstärkter Thermoplaste: Experimente und Materialmodellierung

Dissertation

zur Erlangung des Grades des
Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)
der Naturwissenschaftlich-Technischen Fakultät
der Universität des Saarlandes



vorgelegt von

Céline Desirée Röhrig
geb. Karr

Saarbrücken

2020

Tag des Kolloquiums: 08.07.2020

Dekan: Prof. Dr. rer. nat. Guido Kickelbick

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. Stefan Diebels

Prof. Dr.-Ing. Dirk Bähre

Vorsitz: Prof. Dr.-Ing. Michael Vielhaber

Akad. Mitarbeiter: Dr.-Ing. Michael Schwarz

Danksagung

Herzlich danken möchte ich meinem Doktorvater Prof. Dr.-Ing. Stefan Diebels, der mir die Möglichkeit gegeben hat, meine Dissertation an seinem Institut anzufertigen. Er hatte stets ein offenes Ohr für Fragen oder Diskussionen, auch über meine Zeit der Anstellung hinaus. Er hat mich bereits als studentische Hilfskraft und dann als wissenschaftliche Mitarbeiterin über viele Jahre gefördert und unterstützt. Vielen Dank!

Ein großer Dank an Prof. Dr.-Ing. Dirk Bähre für die Übernahme der Zweitkorrektur dieser Arbeit und die Unterstützung als wissenschaftlicher Begleiter während der langen Zeit.

Diese Dissertation wurde in großen Teilen im Rahmen des BMBF-Verbundprojekts 05M2013-MuSiKo „Adaptive Approximationsverfahren zur Multiskalensimulation des nichtlinearen Verhaltens von Kompositen“ angefertigt und finanziert. Ich danke allen Projektteilnehmern, Industriepartnern und Kollegen für die gegenseitige Unterstützung während der Projektphase.

Nach fast 11 Jahren, zunächst als Hiwi, dann als wissenschaftliche Mitarbeiterin und zuletzt als externe Doktorandin geht meine Zeit am LTM zu Ende. Ich danke allen Mitarbeitern und Kollegen, die mich auf diesem Weg begleitet haben. Durch die angenehme Arbeitsatmosphäre kam ich immer gerne ins Büro. Die offene Kommunikation und gegenseitige Unterstützung, auch in schwierigen Fragen, haben mich immer wieder motiviert.

Meinem Kollegen Thomas danke ich für die Unterstützung bei der numerischen Umsetzung der Modellbildung. Er war immer zur Hilfe und Diskussion bereit. Vor Allem bei der Lösung von Programmeigenheiten, war er eine enorm wertvolle Unterstützung. Einen besonderen Dank möchte ich Tobias aussprechen, mit dem ich bereits seit meines Studiums wissenschaftlich und freundschaftlich eng verbunden bin. Durch seine stete Ermutigung diesen Weg meistern zu können, wurde ich auch in schweren Zeiten, vor allem aber in der sich hinziehenden Endphase bis zur Fertigstellung dieser Arbeit, immer wieder motiviert, um das Ziel zu erreichen. Für seine wertvolle Unterstützung, auch weit über die Arbeitszeit hinaus, danke ich ihm sehr.

Zuletzt möchte ich meiner Familie danken. Von ganzem Herzen danke ich meinen Eltern Anke und Manfred. Sie haben mich nicht nur ermutigt diesen Weg zu gehen und nicht aufzugeben, sondern die Grundsteine für mein frei gewähltes Studium gelegt. Vor Allem im letzten Jahr konnte ich immer auf sie zählen, da sie wann immer nötig, stets gerne Leonie betreut haben, ebenso wie meine Schwiegereltern Gaby und Volker.

Zuletzt dennoch nicht weniger wichtig danke ich aus tiefem Herzen meinem Mann Marc und meiner Tochter Leonie, die häufig auf mich verzichten mussten, mich aber mit ihrer Liebe immer wieder angetrieben haben weiterzumachen.

Kleine Leonie, du hast auch dunkle Tage mit deiner Anwesenheit wieder zum Leuchten gebracht. ♡

Saarbrücken, Januar 2020

*Céline Desirée Röhrig,
geb. Karr*

Zusammenfassung

Der Einsatz leichter Verbundwerkstoffe mit optimierten Eigenschaften rückt in industriellen Anwendungen immer mehr in den Vordergrund. Die große Vielfalt an Kombinationen unterschiedlicher Polymere und Verstärkungsmaterialien bringt ein breites Spektrum an möglichen Materialeigenschaften mit sich.

Diese Arbeit behandelt die Charakterisierung des Materialverhaltens eines glasfaserverstärkten Polybutylenterephthalats. Basierend auf einer vollständigen experimentellen Charakterisierung wird ein Modell der klassischen Plastizitätstheorie mit Schädigung zur Beschreibung des komplexen Materialverhaltens entwickelt. Um neben dem Verhalten der einzelnen Konstituenten und deren Zusammenspiel zudem die Richtungsabhängigkeit durch die Faserorientierung abzubilden wird eine neuartige Beschreibung mit einer Kopplung zweier Microsphere-Modelle entwickelt.

Durch Vergleich des implementierten Modells mit den experimentellen Daten werden die Materialparameter identifiziert. Die Verifikation des entwickelten Materialmodells mit den identifizierten Materialparametern aus uniaxialen Messungen mit Proben unterschiedlicher Hauptfaserausrichtung erfolgt mithilfe eines dreidimensionalen Validierungsexperiments in Form eines Torsionsversuchs. Die Ergebnisse sind sowohl qualitativ als auch quantitativ sehr gut und zeigen, dass der angepasste Microsphere-Modellierungsansatz zur Beschreibung anisotropen Materialverhaltens kurzfaserverstärkter Verbundwerkstoffe genutzt werden kann.

Abstract

The use of lightweight composite materials with optimised properties is becoming increasingly important in industrial applications. The large variety of combinations of different polymers and reinforcing materials results in a wide range of possible material properties.

This thesis deals with the characterisation of the material behaviour of a glass fibre-reinforced polybutyleneterephthalate. Based on an extensive experimental characterisation a classical plasticity theory model with damage is developed to describe the complex material behaviour. In addition to the behaviour of the individual constituents and their interaction, a novel description is developed with a coupling of two microsphere models.

The material parameters are identified by comparing the implemented model with the experimental data. The verification of the developed material model with the identified material parameters from uniaxial measurements with samples of different main fibre orientation is performed by means of a three-dimensional validation experiment in the form of a torsion test. The results are both qualitatively and quantitatively very good and show that the adapted microsphere modelling approach can be used very well to describe anisotropic material behaviour of short fibre-reinforced composites.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Motivation	1
2	Stand der Forschung	7
3	Experimentelle Methoden	13
3.1	Probenmaterial	13
3.2	Digitale Bildkorrelation	20
3.3	Uniaxiale Untersuchungen	27
3.3.1	Untersuchungen zum Fasergehalt: Zyklische Versuche	36
3.3.2	Untersuchungen zur Hauptfaserorientierung	38
4	Modellbildung und numerische Umsetzung	43
4.1	Grundlagen der Kontinuumsmechanik	44
4.2	Eindimensionale Beschreibung	50
4.3	Dreidimensionale Erweiterung: Microsphere-Modell	70
4.3.1	Parameteridentifikation für das polymere Matrixmaterial	80

4.3.2	Parameteridentifikation für unterschiedliche Fasergehalte . .	91
4.3.3	Parameteridentifikation für unterschiedliche Faserorientierungen	92
4.4	Validierungsexperiment: Der Torsionsversuch	98
4.5	Einschub: Alternative multiaxiale Experimente	102
4.6	Diskussion der Ergebnisse	116
5	Zusammenfassung und Ausblick	119
	Literaturverzeichnis	123
	Anhang	141
A	Veröffentlichungen & Proceedings	141
B	Vorträge	142

1

Einleitung und Motivation

In der heutigen Zeit wird von kaum einem Werkstoff mehr Innovation und Leistungsfähigkeit erwartet als von Verbundwerkstoffen. Vor allem faserverstärkte Verbundwerkstoffe spielen in ihrer Funktionalität eine herausragende Rolle. Während diese Art von Materialien vor einiger Zeit nur in speziellen Anwendungen in Luft- und Raumfahrttechnik und im Bootsbau zum Einsatz kamen, halten sie nun Einzug in Geräte des täglichen Gebrauchs, zur regenerativen Energiegewinnung, in der Medizintechnik und darüber hinaus im Automobilbau.

Als Hybridwerkstoff bestehen Verbundwerkstoffe aus mindestens zwei Bausteinen. Faserverstärkte Systeme, welche den größten Anteil an Verbundwerkstoffen darstellen, sind aus einer formgebenden Matrix und einem eingebetteten Fasermaterial aufgebaut. Die Wahl der Kombinationsmöglichkeiten ist dabei nahezu grenzenlos und bietet ein enorm hohes Maß an Flexibilität für konstruktive Anwendungen. Ziel der Verbindung aus mehreren Grundwerkstoffen ist es, verbesserte Materialeigenschaften zu erreichen und die unterschiedlichen Vorteile der Charakteristiken der Grundwerkstoffe zu nutzen. Diese können dann entsprechend des Anwendungsgebietes durch eine angepasste Wahl der Verbundbausteine optimiert werden. Vorbilder für den ingenieurtechnischen Bereich liegen auch hier oft in der Natur. Ein Grashalm etwa besteht aus Pflanzenfasern eingebettet in einer Matrix aus Gefäßgewebe und ist erheblich stabiler in seiner Längsachse als quer dazu, wenn er etwa auf Zug beansprucht wird.

Die Zusammensetzungsmöglichkeiten der Verbundwerkstoffe lassen sich nur

schwer gruppieren. Möglichkeiten der Untergliederung, wie ein Auszug in Abb. 1.1 zeigt, bietet die Klassifizierung nach Grundwerkstoffen, Füllmaterialien oder Art des Zusammenschlusses.

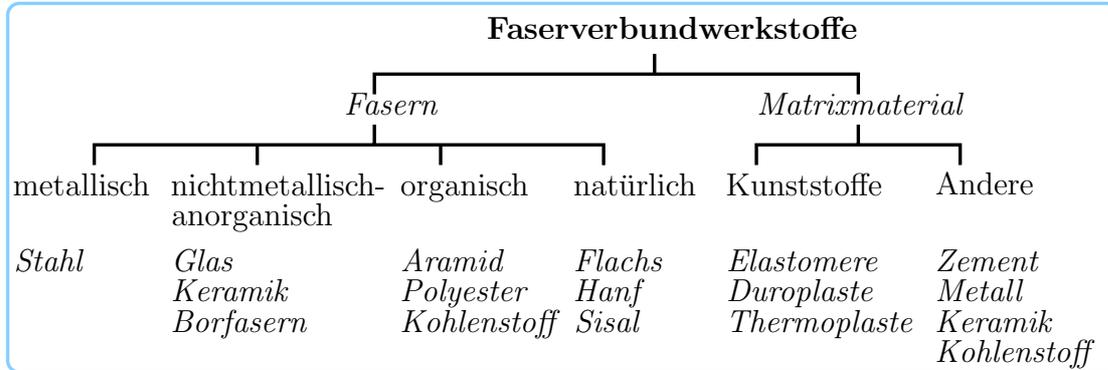


Abbildung 1.1: Einteilung von Faserverbundwerkstoffen, in Anlehnung an Flemming [69]

Dieser Zusammenschluss soll immer durch eine optimale Verbindung der Bestandteile erreicht werden. Dabei spielt vor allem die Geometrie der zugesetzten Komponenten (Partikel, Fasern oder Gewebe) eine Rolle. Die Gruppe der Grundwerkstoffe, der Matrixmaterialien, lässt sich in Werkstoffe metallischer oder polymerer Basis untergliedern. Diese Arbeit ist fokussiert auf ein System mit polymerer Matrix. Polymere besitzen im Vergleich zu metallischen Grundwerkstoffen den großen Vorteil des geringen spezifischen Gewichts. Sie sind instantan ohne weiteren Zwischenschritt in der Fertigung formbar und liefern die notwendige Duktilität. Aufgrund der besseren Recyclebarkeit werden in jüngster Zeit zunehmend Duroplaste durch thermoplastische Matrixmaterialien ersetzt. Um für industrielle Anwendungen einsetzbar zu werden, müssen reine Polymere häufig mit Verstärkungsmaterialien / Füllstoffen verbunden werden. Die Wahl des Verstärkungsmaterials wird durch den gewünschten Einsatzbereich beeinflusst. Nach Flemming und Ziegmann [69] unterscheiden sich die eingebrachten Materialien in Zusammensetzung und Geometrie. In Polymeren kommen meist Fasermaterialien in Form von Kurz- oder Langfasern zum Einsatz. Die Faserauswahl ist vielfältig. Kohlenstoff-, Bor-, Glas- oder Keramikfasern, aber auch Naturfasern auf pflanzlicher, tierischer oder mineralischer Basis finden Verwendung. So können neben der Erhöhung der Maßhaltigkeit auch leitfähige Eigenschaften oder die Widerstandsfähigkeit gegen äußere Einflüsse positiv beeinflusst werden. Dabei entsteht ein Werkstoff mit neuen Eigenschaften, welche von denen der einzelnen Komponenten abweichen.

Die Wahl der Komponenten bestimmt dabei nicht nur die Funktionalität, sondern auch die Wirtschaftlichkeit. Eine gute Wirtschaftlichkeit kann bereits in der Entwicklung und im Prototypenbau einer Anwendung erreicht werden. Das in dieser Arbeit im Fokus stehende kurzfaserverstärkte Polymer bietet in der Entwicklung industriell hergestellter Bauteile ein großes Maß an Freiheiten in der Gestaltung einer Geometrie. Im Gegensatz zu gefrästen, metallischen Bauteilen können mittels Spritzgusstechnik komplexere Geometrien mit glatten Oberflächen realisiert werden, welche ohne weiteren Zwischenschritt weiterverarbeitet werden können. Das in dieser Arbeit untersuchte Verbundmaterial (glasfaserverstärktes Polybutylenterephthalat - PBT) wird für dünnwandige flächige Bauteile wie das dargestellte Maschinengehäuse in Abb. 1.2 genutzt.

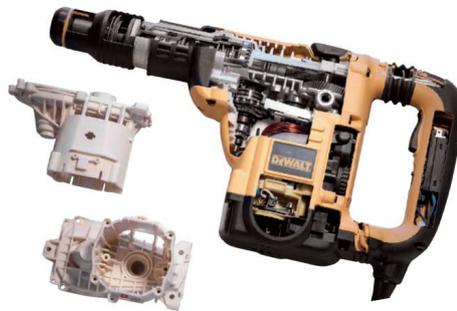


Abbildung 1.2: Maschinengehäuse aus kurzfaserverstärktem Polybutylenterephthalat (PBT), entnommen aus BASF Ultradur[®] Produktbroschüre [7]

Eine optimale Entwicklungsphase eines neuen Bauteils benötigt als Basis eine möglichst genaue Beschreibung des realen Materialverhaltens. Nicht jedes Verbundmaterial ist ohne Weiteres für die Serienfertigung geeignet und bisher exakt mathematisch abbildbar. Daher werden materialspezifische Modelle für jeden Werkstoff benötigt. Faserverbundwerkstoffe sind dabei von größtem industriellen Interesse, da sich der Fertigungsprozess bereits etabliert hat. Aufgrund der genannten Vielzahl an Kombinationsmöglichkeiten werden die Materialkennwerte einer jeden Verbundkombination benötigt. Die Erforschung des charakteristischen Materialverhaltens der unterschiedlichen Werkstoffe ist folglich unverzichtbar für die gewählte Kombination im jeweiligen Anwendungsbereich. Die Untersuchung der Eigenschaften der Einzelkomponenten und deren Zusammenspiel stellt die Basis der Beschreibung des Verbundmaterialverhaltens in dieser Arbeit dar. Folglich liegt das Ziel in der Vorhersage des Materialverhaltens des Verbunds aus den Eigenschaften der zusammengesetzten Komponenten.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in drei Bereiche, die experimentellen Untersuchungen zur Ermittlung des charakteristischen Materialverhaltens, die Modellbildung zur Beschreibung des entsprechenden Verhaltens und die numerische Umsetzung. Ziel ist die Entwicklung eines makroskopischen Materialmodells zur Beschreibung des anisotropen mechanischen Verhaltens kurzfaserverstärkter Polymere.

Im folgenden Kapitel 2 wird zunächst der Forschungsstand zu faserverstärkten Verbundwerkstoffen mit Bezug auf historische Entwicklungen, Möglichkeiten zur mechanischen Materialcharakterisierung und verschiedene Modellierungsansätze dargestellt.

Die Methoden und Ergebnisse der umfassenden Charakterisierung des mechanischen Verhaltens des vorliegenden glasfaserverstärkten Polybutylenterephthalats (PBT) sind in Kapitel 3 erläutert. Die gesamten experimentellen Auswertungen erfolgen auf Basis einer optischen Versuchsauswertung mit einer digitalen Bildkorrelation.

Basierend auf den experimentellen Ergebnissen werden im darauffolgenden Kapitel 4 die Modellbildung und deren numerische Umsetzung mit anschließender Parameteridentifikation bereitgestellt. Der Modellansatz zur Beschreibung des mechanischen Verhaltens von Verbundwerkstoffen wird zunächst eindimensional, ausgehend von einer Mischungsregel für Faser- und Matrixmaterial, entwickelt. Die benötigten grundlegenden Zusammenhänge der Materialmodellierung werden zum tieferen Verständnis zusätzlich an entsprechenden Stellen erläutert.

Zur dreidimensionalen Beschreibung wird der gewählte Modellansatz erweitert und stellt eine neue Möglichkeit zur Beschreibung anisotropen Materialverhaltens mikrostrukturierter Verbundwerkstoffe dar. Die umgesetzte Implementierung beruht auf der Basis des Microsphere-Konzeptes, welches üblicherweise in der makroskopischen Beschreibung mikrostrukturierter Materialien, wie Beton oder Elastomeren, Verwendung findet.

In dieser Arbeit werden zwei miteinander gekoppelte Sphären zur Beschreibung der Einzelkomponenten des Verbundwerkstoffes eingeführt, um das makroskopisch anisotrope Materialverhalten abbilden zu können, welches aus der Mischung der Einzelkomponenten resultiert. Neben dem Einfluss unterschiedlicher Fasergehalte, muss das entwickelte Modell zudem eine dominante Orientierung der Fasern beinhalten, welche wesentlichen Einfluss auf das Materialverhalten hat. Aus diesen Gründen sind zwei Sphären gewählt, eine für das Matrixmaterial und eine zweite, welche die Hauptorientierung der Fasern repräsentiert. Es werden zwei ähnliche Ansätze verfolgt, welche zu Ergebnisgrößen gleicher Art für Matrix und

Faser führen und die Materialeigenschaften der Einzelkomponenten homogenisiert beschreiben. Dieses Vorgehen ermöglicht die effiziente Implementierung und Kopplung der Materialeigenschaften des Verbundmaterials über die Mischungsregel. In diesem neuartigen Ansatz mittels Sphären wird der anisotrope Einfluss mit einer Anpassung der Wichtungsfaktoren der numerischen Integration über die Kugeloberfläche innerhalb der Fasersphäre realisiert und in der Finiten-Elemente-Umgebung FEAP® umgesetzt.

Anschließend werden in diesem vierten Kapitel die numerischen mit den experimentellen Ergebnissen abgeglichen und die Modellkennwerte mittels Parameteridentifikation über Optimierungsprozesse bestimmt. Die Validierung des entwickelten Modells erfolgt durch einen Bauteilversuch an einer Torsionsprobe.

Um reale Belastungszustände im industriellen Umfeld zu untersuchen, sind an dieser Stelle, in Form eines Einschubs, zusätzliche alternative experimentelle Daten und Methoden zu mehraxialen experimentellen Untersuchungen des vorliegenden kurzfaserverstärkten Polymers zur Verfügung gestellt. Als inhomogene mehraxiale Experimente sind in diesem Kontext der Biaxialversuch sowie der Nakajima-Versuch vorgestellt. Letzterer wurde im Rahmen dieser Arbeit zur Untersuchung polymerer Verbundwerkstoffe konstruiert und aufgebaut.

Abschließend werden die erzielten Ergebnisse der gesamten Arbeit in Kapitel 5 zusammengefasst. Zudem ist ein Ausblick auf mögliche weiterführende Arbeiten zur Charakterisierung und Modellbildung des mechanischen Verhaltens kurzfaserverstärkter Polymere gegeben.

2

Stand der Forschung

Der Bedarf an Verbundwerkstoffen als Konstruktions- und Designmaterial ist in den letzten Jahrzehnten stark angestiegen. Die Grundsteine für die heutigen Verbundmaterialien liegen bereits in den genutzten Baustoffen der Antike. In der Architektur wurden zu dieser Zeit naturbasierte Materialien miteinander verbunden, um bestimmte Zwecke zu erfüllen. Pflanzenfasern, in Form von Stroh, wurden zur Herstellung widerstandsfähiger stabiler Strukturen in Lehm gebettet [141]. So entstanden die ersten Ziegel. In neuerer Zeit findet die Verbundbauweise in Form von Beton im Baugewerbe Anwendung [152] sowie in der Architektur des modernen Wohnungsbaus [77, 164].

Die Anfänge der Eroberung der technischen Welt durch moderne Faserverbundwerkstoffe gehen auf die 1930er/1940er Jahre zurück. In dieser Zeit wurden weltweit [191] leichte Konstruktionswerkstoffe, überwiegend für den Einsatz in militärischen Fluggeräten, gesucht. Aus dem geschichtlichen Überblick von Haka [83] geht hervor, dass maßgeblich die Entwicklung der Polymerchemie, in den 1920er Jahren durch Kausch [114] und Lechner [126], den Einsatz des polymeren Matrixmaterials ermöglichte. Zeitgleich kam auch die Faserforschung in Gang, zunächst vorrangig im textilen Bereich, beispielsweise in Form von Bastfasern [93]. Revolutioniert wurde die industrielle Fertigung des Fasermaterials durch die Entwicklung des Faserwickelverfahrens 1945 [162] sowie des industriellen Herstellungsverfahrens zur Kohlefaserherstellung 1965 [108].

Das Vorbild der Natur zur Entwicklung neuartiger Verbundwerkstoffe ist bis heute geblieben. Die Struktur von Holz stellt durch ihre Eigenschaften eine beliebte Basis dar [22]. Auch natürliche Knochen sind faszinierende Verbundwerkstoffe [197]. Die Natur nutzt spröde Mineralkristalle, welche in weiche, hochdehnbare Kollagenfaserbereiche eingebettet sind [137].

Das Konzept eines duktilen Grundwerkstoffs, verstärkt mit hochfesten Partikeln, wird auch heute noch genutzt, um (Konstruktions-) Werkstoffe mit passgenau optimierten Eigenschaften zu entwickeln. Als Grundwerkstoff bzw. Matrixmaterial dienen einerseits metallische [6, 101], andererseits polymere Materialien. Im Polymerbereich werden sowohl teilkristalline [39] als auch amorphe [29] Matrixmaterialien genutzt, welche mit Kohlenstofffasern [36], Glas [169] oder natürlichen Werkstoffen wie Holz [98, 120] verstärkt sind. Einen Überblick über die große Anzahl an Kombinationsmöglichkeiten der Verbundmaterialien geben Christensen [40] und Clyne [44]. Für polymerbasierte faserverstärkte Verbundwerkstoffe stellen Flemming et al. [68] und Plummer et al. [163] eine Auswahl an Matrixmaterialien zusammen.

Die verschiedenen Zusatzstoffe können in unterschiedlichen Zuständen eingebracht werden. Für polymere Verbundwerkstoffe werden sie in Form von Partikeln, Geweben, Lang- oder Kurzfasern im formgebenden Produktionsprozess beigemischt [166]. Als Partikel werden Teilchen bezeichnet, welche in alle Dimensionen etwa die gleiche Ausdehnung haben. Fasern hingegen haben eine wesentlich längere Seite im Verhältnis zum Querschnitt. Gewebe oder Gelege aus Lang- bzw. Endlosfasern finden meist Anwendung in Sandwichstrukturen. Die Eigenschaften eines Einsatzbauteils hängen somit von Art des Grundwerkstoffs, Art des beigemischten Zusatzes und dem Herstellungsprozess ab. Im Bereich faserverstärkter Polymere kommen vielfältige Fertigungsverfahren zum Einsatz [187]. Bauteile, bestehend aus einer teilkristallinen polymeren Matrix verstärkt mit hochschmelzenden Füllstoffen, werden meistens direkt im Spritzgussverfahren gefertigt [54, 81, 91]. In diesem Vorgang werden die Partikel bzw. Kurzfasern vor dem Aufschmelzen mit der granularen Matrix vermengt. Während eines Transport- und Erhitzungsvorgangs wird die Matrix plastifiziert und anschließend unter Druck in eine Negativform des zu fertigenden Bauteils gespritzt. Hierbei bildet sich eine Fließfront im Angussbereich aus. Kurze Fasern richten sich typischerweise anhand des sich einstellenden Geschwindigkeitsprofils des Füllvorgangs aus [10, 82, 189]. Hierdurch entsteht eine Orientierungsverteilung mit einer dominierenden Hauptausrichtung der Fasern. Die so entstehende Hauptausrichtung

der Kurzfasern beeinflusst die Eigenschaften des aus Verbundwerkstoff gefertigten Bauteils, abhängig von der Geometrie, sehr stark. Prozessbedingte Hauptorientierungen von Kurzfasern in thermoplastischer Matrix und die Auswirkung auf die mechanischen Eigenschaften wurden bereits von Mortazavian [143] und Saito [167] untersucht. Beim Füllvorgang in ein Formteil stellt sich in der Regel eine Hauptorientierung parallel zur Füllrichtung, der Fließrichtung der Schmelze, ein.

In der Charakterisierung der mechanischen Eigenschaften für solche Verbundwerkstoffe, gefertigt mit dem Herstellungsverfahren des Spritzgießens, muss die Faserorientierung als einflussreiche Größe berücksichtigt werden. In den Untersuchungen zur Ermittlung der Eigenschaften naturfaserverstärkter Verbundwerkstoffe werden dazu Proben unterschiedlicher Entnahmestellen der spritzgegossenen Bauteile untersucht [37]. Zur Visualisierung der Mikrostruktur der Faserverteilung in faserverstärkten Verbundwerkstoffen werden verschiedene Methoden genutzt. Ein weit verbreitetes Verfahren ist die metallografische Bearbeitung von Materialproben. Anhand der Schlibfbilder lassen sich mit dem Mikroskop die inneren Strukturen vergrößert darstellen [124]. So lässt sich eine Faserorientierung optisch bereits gut darstellen. Zerstörungsfrei können sowohl Proben als auch Bauteile mit Röntgenverfahren untersucht werden. Um die Faserorientierung in einem erweiterten Bauteilbereich zu ermitteln, ist die Computertomographie eine beliebte Möglichkeit [50, 173, 196]. Die rechnerbasierte Auswertung ermöglicht dabei die Erstellung eines dreidimensionalen Mikrostrukturmodells. Mittels Rasterelektronenmikroskopie lassen sich auch Interphasen und somit die Verbindung der Füllstoffe zur Matrix untersuchen, indem Bruchflächen ausgewertet werden [177]. Neben der Darstellung der Mikrostruktur kurzfaserverstärkter Verbundwerkstoffe nutzen Lin et al. [131] die in-situ Untersuchung unter mechanischer Belastung. Eine weitere Option, die Zusammensetzung eines Verbundwerkstoffes zu untersuchen, bietet die Infrarotspektroskopie, mithilfe derer die Ergebnisse der mechanischen Eigenschaften interpretiert werden können [92]. Die mechanischen Eigenschaften eines faserverstärkten Polymers werden somit durch die Mikrostruktur beeinflusst, welche vom Herstellungsverfahren abhängig ist [136].

Aufgrund der großen Auswahlmöglichkeiten an Grundwerkstoffen ist die genaue Charakterisierung jedes Materialverbundes in allen strukturellen, thermischen und mechanischen Bereichen [79, 127, 203] notwendig. Experimentelle mechanische Untersuchungen werden auf vielfältige Art [52, 72, 88] durchgeführt. Zug-, Druck- und Scherversuche werden häufig zur Ermittlung der mechanischen Eigenschaften

genutzt. Der uniaxiale Zug- bzw. Druckversuch wird meist als Ausgangsbasis genutzt und liefert einen ersten Überblick über das mechanische Verhalten [132]. Das charakteristische Materialverhalten langfaserverstärkter Polyamide [146], Polypropylene [183] oder auch Polycarbonate [41] wurde mit diesen Methoden ermittelt. Polymere weisen eine Zug-Druck-Anomalie auf und werden daher zudem häufig in kombinierten Zug-Druck-Versuchen untersucht [192]. Gerade bei faserverstärkten Verbunden sind Faserlängenverhältnis, Faserlängenverteilung sowie Faserkonzentration von hohem Interesse [71, 189]. Auch Ermüdungs- und Bruchereignisse sind Gegenstand aktueller Forschungsarbeiten im Faserverbundbereich [19, 55, 144]. Kurzfaserverstärkte Polymere weisen eine erhöhte Steifigkeit und Stabilität der Geometrie entlang der Hauptausrichtungssachse der kurzen Fasern auf [205] und zeigen so ein ausgeprägtes anisotropes Verhalten. Folglich muss jede Art von Verbundmaterial umfassend bezüglich des Aufbaus und der resultierenden Eigenschaften charakterisiert werden [175].

Aufgrund der Abhängigkeit des mechanischen Verhaltens von Faserorientierung und Bauteilgeometrie sind weiterführende Untersuchungen notwendig. Im industriellen Anwendungsgebiet als dünne, flächige Bauteile unterliegen kurzfaserverstärkte Polymere in den meisten Fällen mehraxialen Belastungen. Der biaxiale Zugversuch stellt eine geeignete Möglichkeit zur erweiterten mechanischen Charakterisierung dar [179]. Die Auswertung über den Maschinenweg reicht für diese Art Versuchsaufbau zur Bestimmung der Dehnungen im Probenmaterial nicht aus. Um berührungslos die lokalen Maße der Verzerrungen auf der Probenoberfläche zu erhalten, werden heutzutage daher standardmäßig optische Verfahren genutzt [25, 42, 182]. Der große Vorteil gegenüber berührenden Messverfahren liegt in der genauen, unverfälschten Erfassung der Deformation auf der Probenoberfläche. Zudem ist im Gegensatz zum uniaxialen Zugversuch der Deformationszustand auf einem Bauteil nicht homogen. Weitere mehraxiale Versuchsaufbauten verursachen inhomogene Deformationszustände und erfordern ebenso eine optische Auswertung. Ein übliches Verfahren zur Untersuchung der Verformbarkeit langfaserverstärkter Thermoplaste bietet ein multiaxiales Belastungsexperiment in Form eines Stempelversuchs [18, 99]. Dabei wird der Einfluss einer versteifend wirkenden Faserorientierung bedingt durch einen Verformungsprozess ähnlich des Tiefziehens festgestellt [204]. Zur mechanischen Charakterisierung faserverstärkter Polymere wird als weitere Methode das Nanoindentationsverfahren genutzt. Einen Überblick über die Möglichkeiten bei Polymeren gibt Gibson [74]. Die Nanoindentation dient zur Ermittlung der Reaktion eines kleinen Materialvolumens auf lokale Druckbelastung [155].

Das komplexe charakterisierte Materialverhalten eines jeden Verbundmaterials ist zudem Gegenstand numerischer Untersuchungen und Modellbildungen. Einen weiten Überblick über die Modellierung faserverstärkter Verbundwerkstoffe im neuen Jahrtausend gibt Dandekar [51]. Große Aufmerksamkeit wird in den letzten Jahren der Gruppe der faserverstärkten Thermoplaste geschenkt. Im Bereich der lang- bzw. endlosverstärkten Polymere gibt es einige Arbeiten, welche Modellansätze zur Beschreibung des Materialverhaltens bieten. Nguyen [154] und Vaidya [188] bilden die Mikrostruktur und mechanische Eigenschaften in Abhängigkeit der Faserlänge und -orientierung ab. Alterungseffekte und Temperatureinflüsse auf das Materialverhalten kurzfaserverstärkter Polymere werden von Mlyniec [142] und Mortazavian [145] dargestellt. Santiuste [168] und Shokrieh [178] bilden thermische Einflüsse auf das dehnratenabhängige Verhalten ab. Für kurzfaserverstärkte Polymere beschreiben und simulieren Vincent et al. [190] den Produktionsprozess des Spritzgießens und die so induzierte Hauptfaserorientierung. Ein kontinuumsmechanisches Modell stellen Andriyana et al. [4] vor, welches im Vergleich zu den experimentellen Daten qualitativ bereits sehr gute Ergebnisse liefert. Die Abbildung der Mikrostruktur faserverstärkter Polymere erfolgt klassischerweise über Homogenisierungsansätze, welche beispielsweise Hoffmann in seiner Dissertation untersuchte [97]. Einen umfassenden Überblick über Methoden, basierend auf den Volumenanteilen der Konstituenten, gibt Klusemann [117]. Im Rahmen einer Effektiven-Feld-Theorie können heterogene Eigenschaften von Feldern über ein repräsentatives Volumen mithilfe gemittelter Größen beschrieben werden [24] und gehen auf frühere Arbeiten von Eshelby [67] zurück. Nutzbar wird dieses Verfahren, wenn die mikroskopischen Inhomogenitäten im Verhältnis zum Gesamtwerkstoff deutlich kleiner sind. Homogenisierungen von Faserverbundwerkstoffen sind mittels Effektiver-Feld-Theorie kombiniert mit einem mehrstufigen Hashin-Shtrikman-Verfahren über gruppierte identische Faserorientierungen mit einer variablen Steifigkeit darstellbar [115, 148]. Mithilfe eines Homogenisierungsansatzes nach Mori-Tanaka lassen sich die elastischen Materialeigenschaften faserverstärkter Materialien für unterschiedliche Fasergehalte [20] und zudem Schädigungseffekte [106] bereits gut modellieren. Das Mori-Tanaka-Modell eignet sich dabei besonders zur Beschreibung von Verbundmaterialien mit einer Topologie [112].

Anwendung finden die genannten Materialmodelle in der Regel bei Berechnungen mithilfe der Finiten-Elemente-Methode (FEM). Das Verfahren wird in dieser Arbeit genutzt, um ein Rahmenwerk für kurzfaserverstärkte Polymere zu erweitern und anzupassen. Für das tiefere Verständnis zum grundlegenden

Aufbau einer Finite-Elemente-Implementierung eignen sich z. B. Bathe [8] und Zienkiewicz et al. [207].

Das in dieser Arbeit genutzte Rahmenwerk basiert auf einer kontinuumsmechanischen Modellbeschreibung, welche die Möglichkeit bietet, anisotropes Verhalten von Materialien mit einer Mikrostruktur abzubilden. Als Basis dient das Microsphere-Modell von Miehe et al. aus 2004 [140]. Der Modellierungsansatz wird bereits zur Nachbildung des mechanischen Verhaltens unterschiedlicher Werkstoffe genutzt. Ursprünglich aus der Beschreibung des Materialverhaltens geologischer Strukturen oder auch Beton durch Ožbolt und Bažant [156, 157, 158], hat der Modellierungsansatz in jüngster Zeit Einzug in die Biomechanik gefunden. Der Ansatz wird bereits erfolgreich zur Beschreibung von Blutadern durch Alastrué [1] oder zur Beschreibung des Knochenwachstums durch Waffenschmidt [194] genutzt. Dal et al. [49] beschäftigten sich mit der Erweiterung des Konzeptes für hyperelastische Materialien. Govindjee et al. [78] fokussierten sich auf die Beschreibung viskoelastischer Effekte. Weitere Arbeiten, die auf dem Gebiet der Microsphere-Modellierung fußen, werden bei der Einführung und Umsetzung der Theorie für das vorliegende kurzfaserverstärkte Polymer in Kapitel 4.3 vorgestellt.

3

Experimentelle Methoden

Zur hinreichenden mechanischen Charakterisierung des Verhaltens eines vorliegenden Materials sind umfangreiche experimentelle Untersuchungen notwendig. Dieses Kapitel beschreibt die gesamte Messmethodik mit Aufbau, Durchführung und Ergebnissen der experimentellen Materialcharakterisierung des vorliegenden Probenmaterials.

3.1 Probenmaterial

Das in dieser Arbeit untersuchte Verbundmaterial zählt zu den kurzfaserverstärkten Polymeren. Mit dem Ziel der zu entwickelnden Mehrskalensimulation von Verbundwerkstoffen wurde im Rahmen des BMBF-Verbundprojekts 05M2013-MuSiKo als polymeres Matrixmaterial ein teilkristalliner Thermoplast gewählt. Das vorliegende Polybutylenterephthalat (PBT) zeichnet sich als Basismaterial durch sehr gute Eigenschaften, wie eine gute chemische und elektrische Beständigkeit, eine hohe Temperaturbeständigkeit und eine hohe Maßhaltigkeit aus [7]. Die Synthese des langkettigen Polymers, dessen Strukturformel in Abb. 3.1 dargestellt ist, erfolgt durch die Polymerisationsreaktion der Polykondensation aus den Monomeren 1,4-Butandiol und Terephthalsäure. PBT liegt bei Raumtemperatur im

teilkristallinem Zustand vor. Dies bedeutet innerhalb des Materials gibt es kristalline Bereiche mit parallel ausgerichteten Polymerketten, aber auch Domänen unstrukturierter Kohlenstoffketten (ähnlich einem Teller Spaghetti-Nudeln). Die Ausprägung dieser beiden Domänen (teilkristallin und amorph) hängt maßgeblich vom Abkühlverlauf im Herstellungsprozess ab. Köhlen die Proben kontrolliert langsam ab, haben die Polymerketten eher die Möglichkeit beim Kristallisieren eine geordnete Struktur einzunehmen. Nach Abschreckprozessen des Materials liegen folglich größere amorphe Bereiche vor.

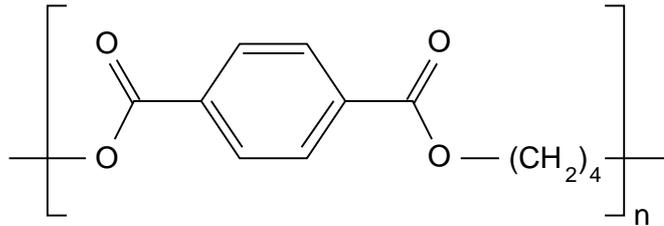


Abbildung 3.1: Strukturformel des Polybutylterephthalats

Im Gegensatz zu weiteren Matrixpolymeren, wie beispielsweise Polyamid, ist zudem die Wasseraufnahme des PBT sehr gering [105]. Die Verstärkung dieses Basispolymers erfolgt durch die Zugabe leitfähiger kurzer E-Glasfasern (E=electric, Durchmesser $d \approx 12 \mu\text{m}$, mittlere Längen $l = 200 \mu\text{m}$). Diese Art von Glasfasern (GF) besteht aus einem Borosilikatglas mit $<2\%$ Alkalioxiden und wird mittels Düsenziehverfahren hergestellt. Abb. 3.2 zeigt ein mikroskopisches Schliffbild eines realen Querschnitts des Probenmaterials mit verifizierter Abmessung der Glasfasern.

Durch die Zugabe von verstärkenden Glasfasern soll eine Steifigkeitssteigerung verbunden mit einer reduzierten Ausdehnung erreicht werden, was zu einer Verbesserung der Dimensionsstabilität führt [65]. Auf der Molekülebene ordnen sich die kurzen Glasfasern zwischen den Polymerketten an und erhöhen somit die innere Reibung und behindern die mikrobrownschen Bewegungen der Moleküle. Die mikrobrownsche Bewegung bezeichnet das Drehen der Kettensegmente um die Kohlenstoffbindungen herum und kann thermisch angeregt werden [175]. Die Moleküle selbst bleiben dabei an ihrem Platz. Die makrobrownsche Bewegung wird erst bei Übertritt in den Schmelzbereich erreicht, wenn ganze Molekülketten frei beweglich sind.

Zur detaillierten experimentellen Charakterisierung des Materialverhaltens liegen sowohl Proben des unverstärkten Matrixpolymers (PBT), als auch das Verbundmaterial mit verschiedenen Fasergehalten mit 5 Gewichtsprozent (gew.%) Glasfasern (PBT_GF5), 20 gew.% Glasfasern (PBT_GF20) und 30 gew.% Glasfasern

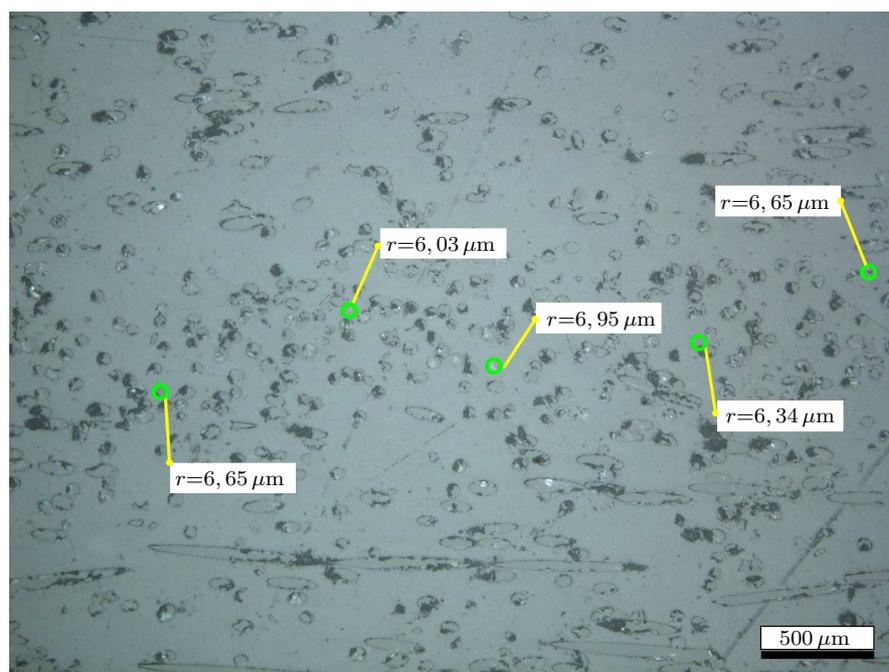


Abbildung 3.2: Auflichtaufnahme des PBT mit 5 gew.% GF mit Radienbestimmung r im Mikroskop Leica DM 4000 M

(PBT_GF30) vor. Im konkreten Anwendungsfall kommt im überwiegenden Teil die mittlere Verstärkung mit 20 gew.% GF zum Einsatz und findet in der Industrie als dünnwandiges Profil, beispielsweise als Bohrmaschinegehäuse (vgl. Abb. 1.2) Anwendung. Die zur Verfügung stehenden Probengeometrien umfassen Zugstäbe vom Typ 1A nach DIN EN ISO 527:1996 [60], Torsionsproben in Hantelform und 2 mm dünne Platten ($150 \text{ mm} \times 150 \text{ mm}$). Die Probengeometrien sind in Abb. 3.3 und Abb. 3.4 abgebildet. Aus dem vorliegenden kurzfaserverstärkten Polymer ge-

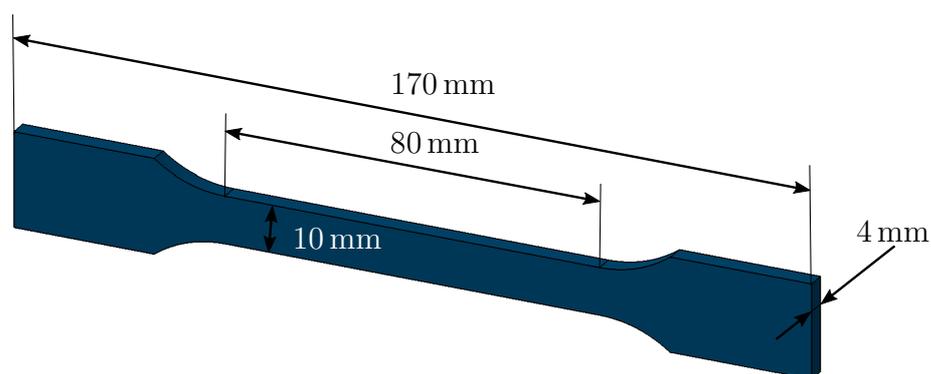


Abbildung 3.3: Geometrie des Zugstabs Typ 1A nach DIN EN ISO 527:1996 [60]

fertigte, industrielle Produkte sind üblicherweise mit einem Spritzgussprozess hergestellt. Dabei werden aufgeschmolzene PBT-Granulate unter Zugabe der kurzen

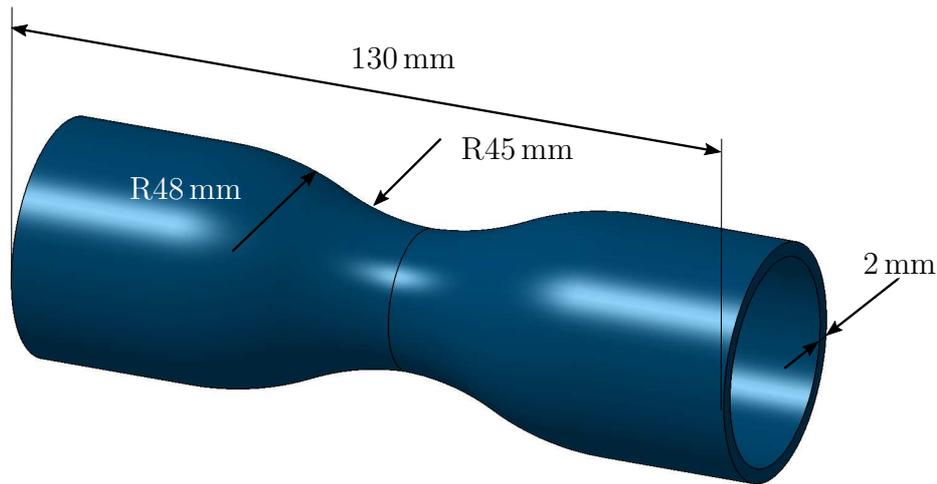
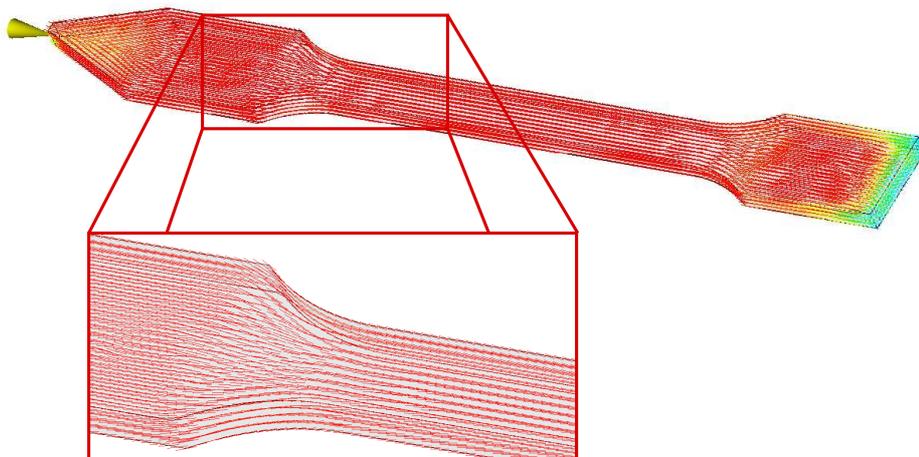


Abbildung 3.4: Geometrie der Torsionsprobe

Glasfasern mithilfe einer massetransportierenden Schnecke in die Negativform des Bauteils, das Werkzeug, gepresst. Die Fließgeschwindigkeit und -richtung der viskosen Schmelze im Füllvorgang bewirken eine charakteristische Ausrichtung der beigemengten Kurzfasern im Prozess. Die so produzierte Hauptausrichtung der Glasfasern bedingt maßgeblich die Eigenschaften des gefertigten Produktes in Verbindung mit der gefertigten Geometrie. Mithilfe der Simulation des Fertigungsprozesses des Spritzgießens wird im Ergebnis eine charakteristische Hauptausrichtung parallel zur Fließrichtung der Schmelze während des Formfüllvorganges deutlich. Sowohl in den Zugstäben vom Typ 1A als auch in den dünnen Platten zeigt die Darstellung der in Moldflow[®] simulierten Kurzfaserausrichtungen diese signifikante Ausrichtung der Fasern in Abb. 3.5 und Abb. 3.6.

Abbildung 3.5: Faserausrichtungstensor im Zugstab Typ 1A des PBT_GF30 aus Moldflow[®]-Simulation

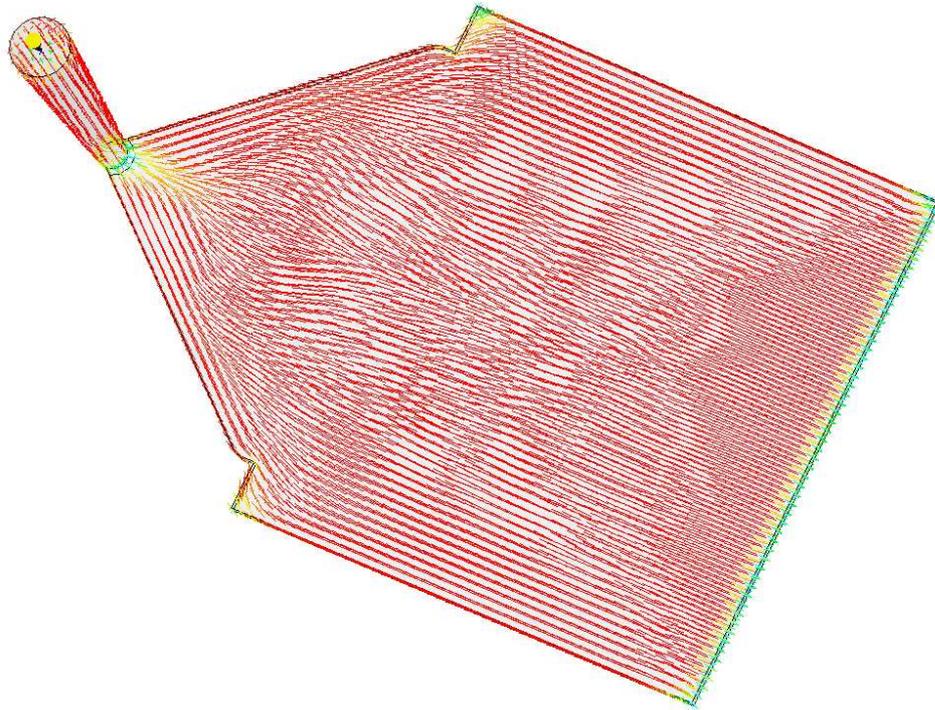


Abbildung 3.6: Faserausrichtungstensor der Probenplatte (Dicke $d = 2$ mm) des PBT_GF30 aus Moldflow[®]-Simulation

Um experimentell den Einfluss der Hauptfaserausrichtung quantifizieren zu können, wurden aus dem Plattenmaterial zudem Zugstäbe vom Typ 5A nach DIN EN ISO 527:1996 [60] in unterschiedlichen Richtungen mit Winkel β nach Abb. 3.7 zur Füllrichtung ausgefräst. Die Geometriedaten des kleineren Zugstabs vom Typ 5A sind in Abb. 3.8 dargestellt. Die so hergestellten Zugproben vom Typ 5A enthalten unterschiedliche Hauptausrichtungen der Fasern, welche schematisch in Abb. 3.9 dargestellt sind. Zusätzlich angefertigte Schlibfbilder der ausgefrästen Proben bestätigen die Ergebnisse der Spritzgussimulation. Im Querschliff der Proben für $\beta = 0^\circ$ und $\beta = 90^\circ$ in Abb. 3.10 ist der überwiegende Teil der Fasern nach einer Orientierung ausgerichtet. Das Schlibfbild repräsentiert dabei den Probenquerschnitt der Zugstäbe vom Typ 5A über die Probendicke. Der Bereich rechtwinklig angeordneter Kurzfasern im Kern des Materials (dünne Linie in Probenmitte) gegenüber des restlichen Querschnitts ist sehr klein. Aufgrund der geringen Ausdehnung über die 2 mm der Probe in Dickenrichtung (in der Abbildung vertikal) ist ein Einfluss auf die mechanischen Eigenschaften nicht erfassbar. Während des Füllvorgangs im Spritzgussprozess strömt die Polymerschmelze laminar. Bedingt durch den großen Oberflächenkontakt im Randbereich kommt es zu einem Gradienten im Strömungsfeld. An den Rändern fließt die Schmelze langsamer, die Fasern werden gebremst und richten sich rechtwinklig zur Kante aus. Die Probenober- und

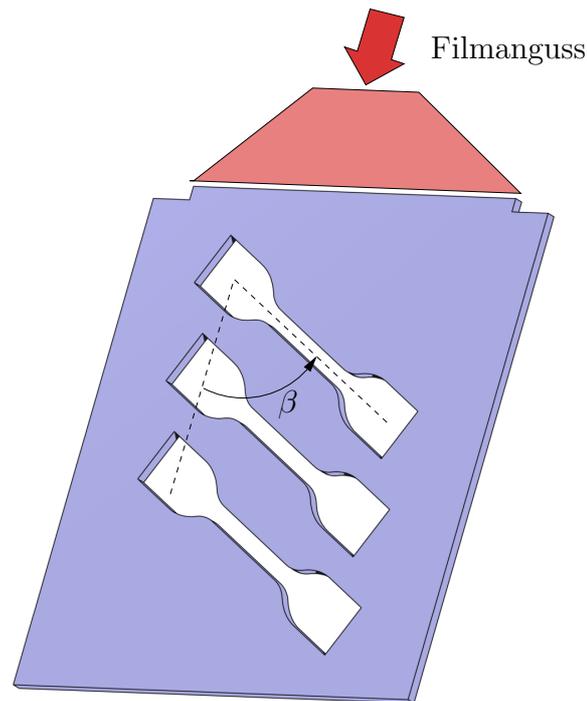


Abbildung 3.7: Position der ausgefrästen Zugstäbe des Plattenmaterials in Abhängigkeit des Winkels β zur Füllrichtung

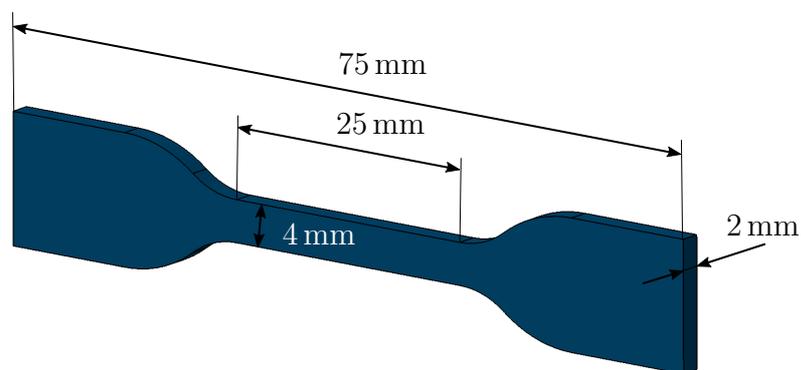


Abbildung 3.8: Geometrie des kleinen Zugstabs Typ 5A nach DIN EN ISO 527:1996 [60]

Unterseite im Schliffbild zeigen das Ergebnis dieses Flächenkontaktes. Auch dieser Effekt findet in einem zu geringen Teil des Gesamtvolumens statt, sodass keine Beeinflussung zu berücksichtigen ist. In der folgenden Versuchsauswertung wird daher die dominierende Hauptausrichtung der Glasfasern als parallel zur Füllrichtung betrachtet.

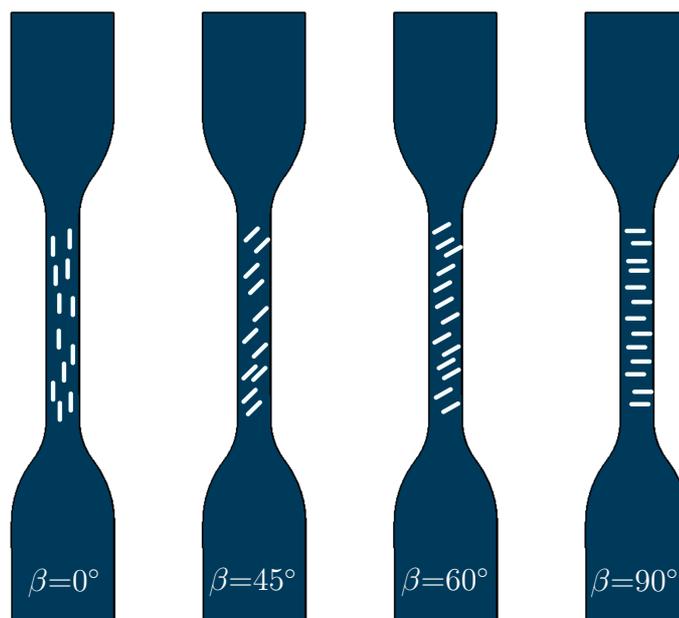


Abbildung 3.9: Hauptausrichtungen der Glasfasern im Winkel β zur Füllrichtung

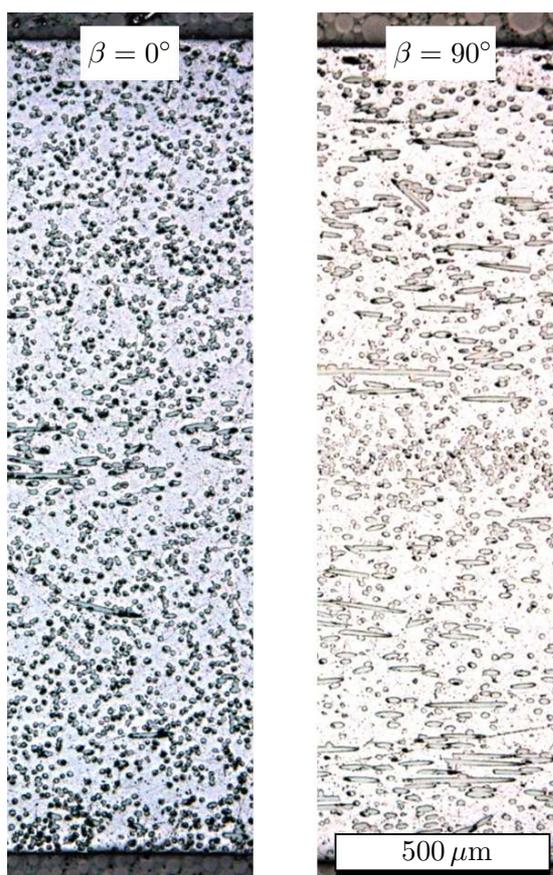


Abbildung 3.10: Mikroskopieaufnahmen der Querschliffe der Proben unterschiedlicher Hauptfaserausrichtung ($\beta = 0^\circ$ und $\beta = 90^\circ$) über die Probendicke der Zugstäbe Typ 5A des PBT_GF30

3.2 Digitale Bildkorrelation

Die im Folgenden präsentierten Messergebnisse wurden mithilfe einer optischen Versuchsauswertung erstellt. Eine Möglichkeit zur exakten ortsauflösenden Erfassung von Probendeformationen bietet die Methode der digitalen Bildkorrelation (digital image correlation - DIC).

Die klassische Auswertung des uniaxialen Zugversuchs ist lediglich unter der Annahme möglich, dass sich homogene Spannungs- und Dehnungsverteilungen über die Probenlänge einstellen. Zur Ermittlung der Probendehnung wird der verfahrenre Maschinenweg im Verhältnis zur Probenausgangslänge gesetzt. Die Spannung kann dann aus der gemessenen Kraft im Verhältnis zum Ausgangs-Probenquerschnitt berechnet werden. Gerade bei polymeren Materialien zeigt sich unter Zugbelastung ein Einschnüren bzw. Plastifizieren der Probe. Spätestens ab Beginn dieses Verhaltens oder auch wenn Schädigung eintritt, ist die Verteilung der Deformation auf der Probenfläche nicht mehr homogen und der Probenquerschnitt ändert sich lokal unter Zugbeanspruchung stark. In diesen Bereichen der Lokalisierung ist die Deformation wesentlich größer als der Mittelwert über die gesamte Probe, wie in Abb. 3.11 ersichtlich. Aus diesem Grund muss eine lokale Auswertung der Dehnungsmessung erfolgen. Um in erster Näherung die Größenbereiche der Dehnungen



Abbildung 3.11: Gespeckelter Zugstab Typ 1A des ungefüllten PBT mit Fließbereich

bzw. Spannungen eines Probenmaterials zu erhalten, ergibt die Auswertung über den verfahrenre Maschinenweg bereits eine gute Abschätzung. Wenn eine exakte Auflösung der gesamten Probendehnung aufgrund von Inhomogenitäten notwendig wird, gibt es zudem die Möglichkeit berührende Messverfahren zu nutzen. Die Messung einer lokalen Probendehnung ist etwa durch das Aufbringen von Dehnungsmessstreifen (DMS) möglich [3]. Allerdings wird die Probenoberfläche durch den aufzubringenden Klebstoff beeinflusst. Während der Messung bewirkt der Klebstoff eine Verfälschung des Messergebnisses, da dieser andere Eigenschaften als das zu prüfende Probenmaterial besitzt, beispielsweise eine wesentlich höhere Steifigkeit. Ein weiterer Nachteil besteht in der Messung lediglich in einem kleinen Bereich der Probe, in dem die DMS angebracht sind. Eine Vollfeldmessung ist damit nicht möglich. Diese wird jedoch benötigt, da die Lokalisierungszone

willkürlich ausgebildet wird und nicht immer an der gleichen Stelle auftritt. Die gleiche Problematik stellt sich beim Anbringen eines berührenden Extensometers ein. Auch mit dieser Messmethodik der Dehnungsmessung wird nur der eingeschlossene Bereich lokal ausgewertet.

Um Inhomogenitäten, nicht nur beim uniaxialen Zugversuch, auswerten zu können, ist die Vollfeldmessung über ein optisches Auswerteverfahren folglich unerlässlich. Gerade bei mehraxialen Experimenten, wie dem biaxialen Zugversuch oder auch dem Nakajima-Versuch (s. Einschub: Alternative multiaxiale Experimente), ist die Deformation stets inhomogen verteilt. Die Methode der Wahl in dieser Arbeit stellt daher eine optische Versuchsauswertung mithilfe digitaler Bildkorrelation und stereoskopischem Kameraaufbau dar. Bei diesem Verfahren wird eine Reihe von Bildern der Probenverformung während des gesamten Versuchs aufgenommen [159]. Diese erfassten Bilder werden im Anschluss unter Verwendung einer digitalen Bildkorrelations-Software (DIC) ausgewertet [16, 25, 42]. Die DIC-Software benötigt in jedem Bild ein stochastisches Muster auf der Probenoberfläche, um die Zustände im deformierten und undefor mierten Fall zu korrelieren [182]. Dabei werden intern die Grauwerte der während des Experiments aufgenommenen Bilder miteinander verglichen.

Wenn das untersuchte Material eine sichtbare Oberflächenstruktur aufweist, wie Schaumstoffe [109, 110] oder Leinen, ist eine spezielle Probenvorbereitung nicht erforderlich. Ist jedoch keine stochastische Mikrostruktur auf der Oberfläche sichtbar, erfordert dies eine Vorbereitung des Probenmaterials vor der experimentellen Untersuchung. Hierzu muss ein stochastisches Punktemuster auf der Probenoberfläche aufgebracht werden. Eine Punktwolke aus Lackspray kann dazu mit Airbrush-Techniken auf die Probe gesprüht werden. In beiden Fällen werden intern die Grauwerte der während des Experiments aufgenommenen Bilder miteinander verglichen. In Abb. 3.12 ist exemplarisch eine gespeckelte Probe des vorliegenden Verbundmaterials zu sehen.



Abbildung 3.12: Gespeckelter Zugstab Typ 1A

Die DIC-Software *ISTRA 4D*[®] von Dantec Dynamics[®] [53] teilt intern eine Bildaufnahme in sogenannte Subsets, kleine Teile des Gesamtbildes, und wertet die Grauwertverteilung in den Bilder-Sequenzen aus. Während der Verformung vergleicht die Software die Grauwerte und deren Verteilung in den Subsets des deformierten mit dem undefor mierten Zustand.

Der Vergleich basiert auf der Bestimmung des Kreuzkorrelationskoeffizienten C_n [56, 113] nach Gleichung (3.1)

$$C_n = \sum_i \sum_j \frac{(G_0(x_i, y_i) - \bar{G}_0)(G_t(x'_i, y'_i) - \bar{G}_t)}{\sqrt{\left(\sum_i \sum_j (G_0(x_i, y_i) - \bar{G}_0)^2\right) \left(\sum_i \sum_j (G_t(x'_i, y'_i) - \bar{G}_t)^2\right)}}. \quad (3.1)$$

In diesem Zusammenhang stellt $G_0(x_i, y_i)$ den Grauwert des Pixels i dar, welcher sich an der Position x_i und y_i im Referenzbild befindet. \bar{G}_0 stellt den Mittelwert des Grauwerts im betrachteten Subset dar. $G_t(x'_i, y'_i)$ und \bar{G}_t sind die entsprechenden Grauwerte im verformten Zustand zum Zeitpunkt t . Die Mittelwerte \bar{G}_0 und \bar{G}_t werden von den lokalen Werten subtrahiert, um lokale Helligkeitsunterschiede zu eliminieren. Die Koordinaten eines Pixels im Referenzbild sind (x_i, y_i) , wobei sich die Koordinaten des gleichen identifizierten Pixels im Bild des verformten Zustandes bei Position (x'_i, y'_i) befinden. Die Pixelkoordinaten definieren die Verschiebung und Verformung der Subsets. Nach den Gleichungen (3.2) und (3.3), sind u und v die Verschiebungen der Pixel in den beiden senkrechten Richtungen \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 während Δx und Δy die Verschiebungen der beobachteten Pixel im maskierten Bereich darstellen

$$x' = x + u + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y, \quad (3.2)$$

$$y' = y + v + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y. \quad (3.3)$$

Für das Korrelationsverfahren werden die definierten Subsets unterteilt, verformt, verschoben und korrigiert, bis die Grauwerte der deformierten Subsets den Grauwerten des Referenzbildes entsprechen, vgl. Abb. 3.13. Aus den Verschiebungen der Pixel in den Subsets wird das Verformungsfeld durch einen Optimierungsprozess unter Berücksichtigung der Grundlagen der Kontinuumsmechanik bestimmt [134]. Der Lucas-Kanade-Algorithmus [135] wird üblicherweise zur Lösung des Optimierungsproblems in Gleichung (3.4) verwendet

$$\arg \min \left(\sum_{i,j} \|G_i(x + d_x, y + d_y) - G(x, y)\| \right). \quad (3.4)$$

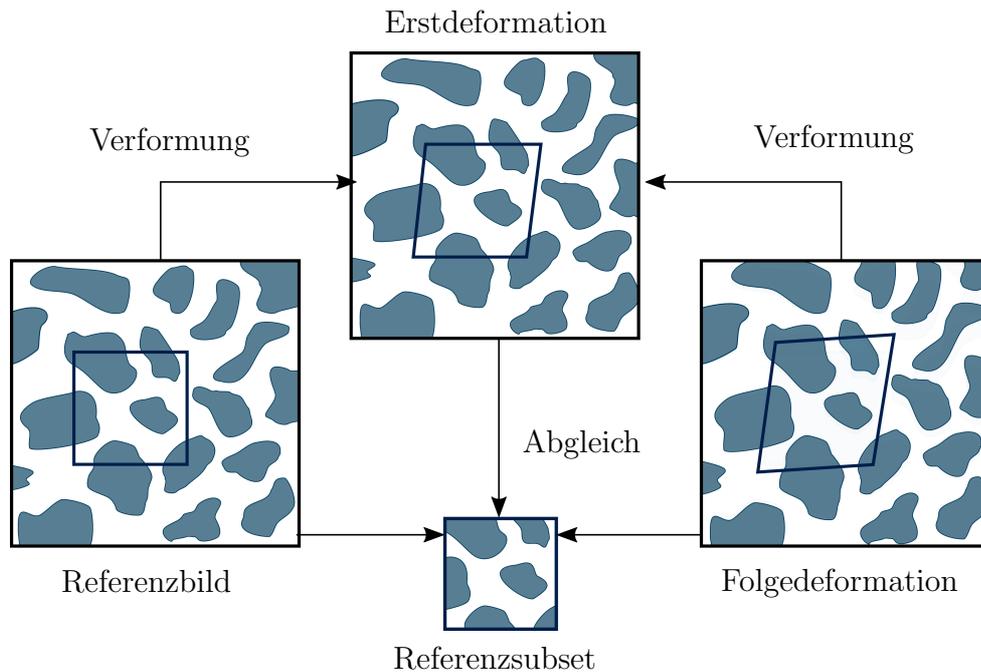


Abbildung 3.13: Schema der digitalen Bildkorrelation (DIC) an einem stochastischen Muster, in Anlehnung an Scheffer [171]

Die Dehnung in der Ebene wird als Vollfeldinformation erhalten, wenn man alle Pixel berücksichtigt, die im maskierten Bereich der Probenoberfläche liegen. Eine Deformation außerhalb der Ebene kann nicht gemessen werden, wenn zwei räumlich verschiedene Punkte (X, Y) auf den gleichen Punkt $P_{X,Y}$ innerhalb der Ebene projiziert werden. Dies ist der Fall, wenn zwei Bildpunkte in der Bildebene der Kamera hintereinanderliegen, wie in Abb. 3.14 skizziert. Die Verwendung eines kalibrierten Aufbaus mit zwei Kameras ermöglicht es, basierend auf einer stereoskopischen Auswertung der Bilder beider Kameras, die Verschiebung außerhalb der Bildebene (out-of-plane) zu berechnen. Auch bei Verwendung von zwei Kameras ist eine Erfassung einer Dickenänderung der Probe nur bedingt möglich, da die gemessene Verschiebung außerhalb der Ebene auch durch eine Starrkörperbewegung der Probe entstehen kann. Außerdem ist die örtliche Auflösung in Tiefenrichtung begrenzt. Daher müssen zur Bestimmung von Dickenänderungen zwei Systeme mit jeweils zwei Kameras auf Probenvorder- und Probenrückseite aufgebaut werden.

Für die experimentelle Charakterisierung eines Verbundwerkstoffs mit thermoplastischer Matrix sind die Einflüsse der Kompressibilität und anisotrope Effekte von Bedeutung. Zu diesem Zweck werden die Verschiebungsinformationen in allen drei Raumrichtungen für das analysierte Volumenelement in Abb. 3.15 während des Experiments benötigt. Die Verwendung des Vier-Kamera-Aufbaus, wie in

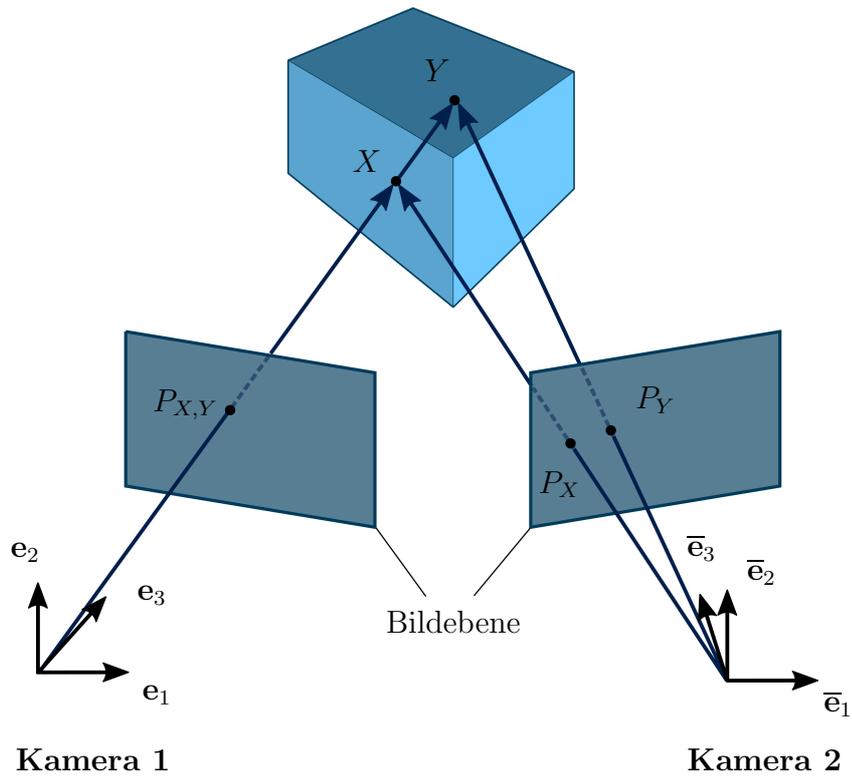


Abbildung 3.14: Schema eines stereoskopischen Aufbaus mit zwei Kameras, in Anlehnung an Sutton [182]

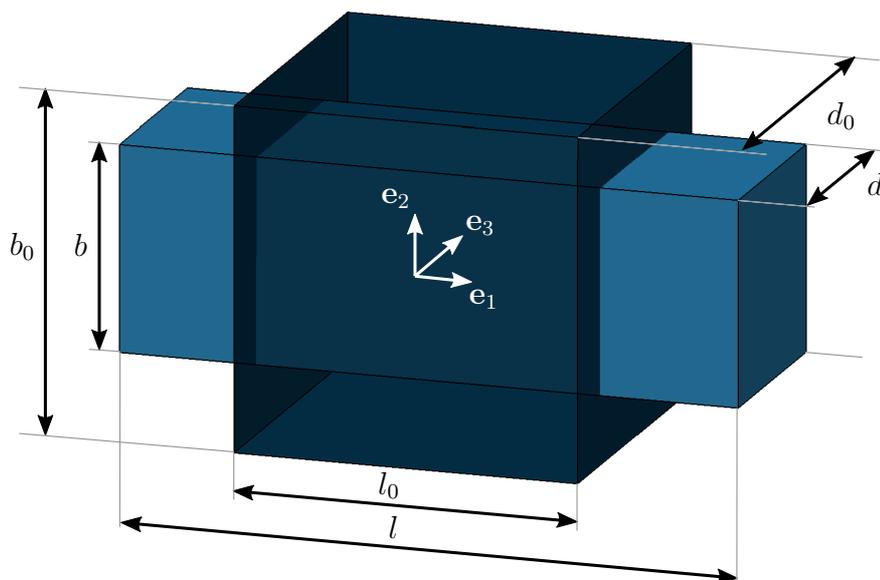


Abbildung 3.15: 3D-Verformung eines kubischen Volumenelements

Abb. 3.16 dargestellt, ermöglicht nicht nur die Ermittlung der Dehnungen in der Ebene an der Vorder- und Rückseite der Proben, sondern auch die Erfassung der Verformung in Dickenrichtung durch eine Differenz der out-of-plane Verschiebungen von Probenvorder- und Probenrückseite während der Messung. Wenn die Verformung der Probe in Dickenrichtung d homogen ist, kann folglich die Dehnung in die dritte Raumrichtung e_3 mit dem vorgestellten Aufbau ermittelt werden. Vor allem ist eine diskrete Auflösung des Einschnürungsbereichs der Probe umsetzbar. Ermöglicht wird dies durch die Kombination von DIC und Stereoskopie. In der Lokalisierungszone verformt sich ein elasto-plastisches Material deutlich in alle drei Raumrichtungen. Die Auflösung auf der Probenoberfläche liegt dabei im Subpixelbereich. In die dritte Raumrichtung e_3 (Probendicke) ist die Genauigkeit eine Größenordnung schlechter.

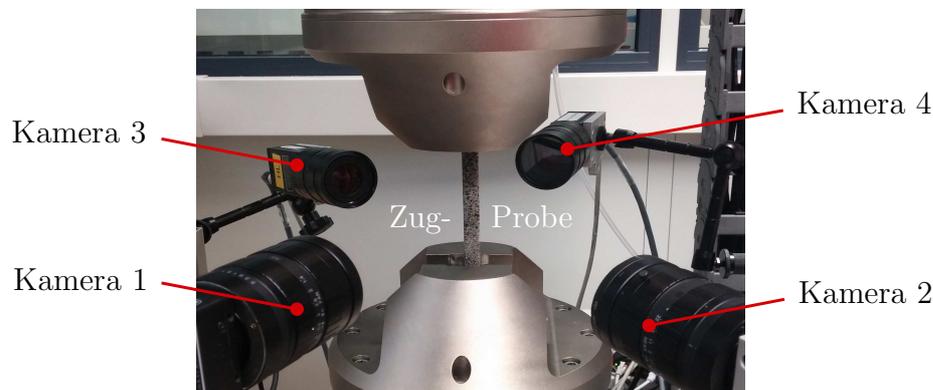


Abbildung 3.16: Vier-Kamera-Aufbau mit einer uniaxialen Zugprobe in der Mitte

Zur Nutzung dieses Verfahrens müssen von den vier Kameras in jedem Belastungsschritt vier Bilder aufgenommen werden, die gleichzeitig ausgelöst werden. Vor Beginn jeder Messung muss der gesamte Aufbau kalibriert werden. Die kommerzielle digitale Bildkorrelationssoftware *ISTRA 4D*[®] von Dantec Dynamics[®], welche für die Auswertung der experimentellen Ergebnisse in dieser Arbeit genutzt wurde, benötigt die exakte Position und Ausrichtung der Kameras zueinander sowie zur Probe [53]. Um das System zu kalibrieren, wird ein Kalibrieremuster, ein sogenanntes Target, mit einer genau definierten Dicke und einem beidseitig aufgedruckten Referenzkoordinatensystem von allen Kameras fotografiert. Es werden mehrere Fotos unterschiedlicher Positionierungen des Kalibriertargets (Verschiebung und Rotation) aufgenommen. Nachdem das Target von der Software genau erkannt wurde, werden die relativen Positionen und Ausrichtungen der Kameras von der Software *ISTRA 4D*[®] ermittelt und intern hinterlegt. Die Korrelationssoftware ist nun in der Lage, die experimentellen Daten auszuwerten.

Diese vergleicht nacheinander die während des Versuchs, aufgenommenen Fotos mit der unverformten Form der Probe als Referenzbild.

Das vorgestellte System kann auf bis zu 16 Kameras erweitert werden, um die Möglichkeit einer 360°-3D-optischen Auswertung der Vollfeldmessung der Deformation auf der Oberfläche einer komplexen Geometrie bereitzustellen.

Die Aufnahme der optischen Daten für den Vier-Kamera-Aufbau der uniaxial untersuchten Zugstäbe ist in Abb.3.17 dargestellt. Die obere Bildreihe zeigt die Kalibriermessung, die für die Identifizierung der genauen Kamerapositionen zueinander notwendig ist. Die zweite Reihe repräsentiert den Ausgangszustand der Probe vor Messbeginn und die letzte Reihe zeigt die verformte Probe unter einachsiger Deformation, einschließlich eines Einschnürungsbereichs. Während das erforderliche Speckle-Muster auf allen Bildern deutlich zu erkennen ist, zeigen das erste und das dritte Bild in der unteren Reihe, dass sich das Speckle-Muster ändert und im Bereich der Dehnungslokalisierung zu verschwinden droht (vgl. oberer Bildrand in der unteren Reihe). Diese Änderung der Struktur des Speckle-Musters führt unter Umständen zu einem Abbruch der automatischen Auswertung bei sehr hohen Deformationen. Dieser Abbruch kann verhindert werden, indem nicht alle Bilder zum Ausgangsbild korreliert werden, sondern jeweils zwei aufeinanderfolgende Bildsequenzen miteinander verglichen werden. Dies führt zu einer inkrementellen Auswertung der Probendehnung. Das Risiko dieses inkrementellen Verfahrens liegt in einer zunehmenden Fehlerfortpflanzung.

Um einen Versuch möglichst hochaufgelöst auswerten zu können, muss der zeitliche und örtliche Triggerabstand der Kamerabilder entsprechend gering sein. Ein zeitlicher Triggerabstand von 1/10s bei gleichzeitig fixierter Kameraposition hat sich für die Untersuchungen des vorliegenden polymeren Verbundmaterials mit Dehnraten im Bereich von $\dot{\epsilon} \approx 0,001$ 1/s als geeignet erwiesen. Hierdurch werden große Datenmengen produziert, welche weiter zu verarbeiten sind. Allgemein ist der Aufwand einer optischen Versuchsauswertung mit digitaler Bildkorrelation aufgrund der großen Anzahl an Bildern enorm hoch. Zur Datenweiterverarbeitung wurde ein spezielles Skript für Zugversuche implementiert, welches die lokalen Spannungen mithilfe der aktuellen Probenbreite und -dicke aus den Kraftmesswerten bestimmt. So kann auch die Lokalisierungszone mit dem geringsten Querschnitt ausgewertet werden um Diagramme aus wahrer Spannung über wahrer Dehnung (Stretch) ermitteln zu können.

Die endgültigen Ergebnisse in Form von Spannungs-Dehnungs-Kurven werden durch das Auftragen der ermittelten Spannungswerte über der Probenlängsdehnung in Belastungsrichtung in der Einschnürungszone gebildet.

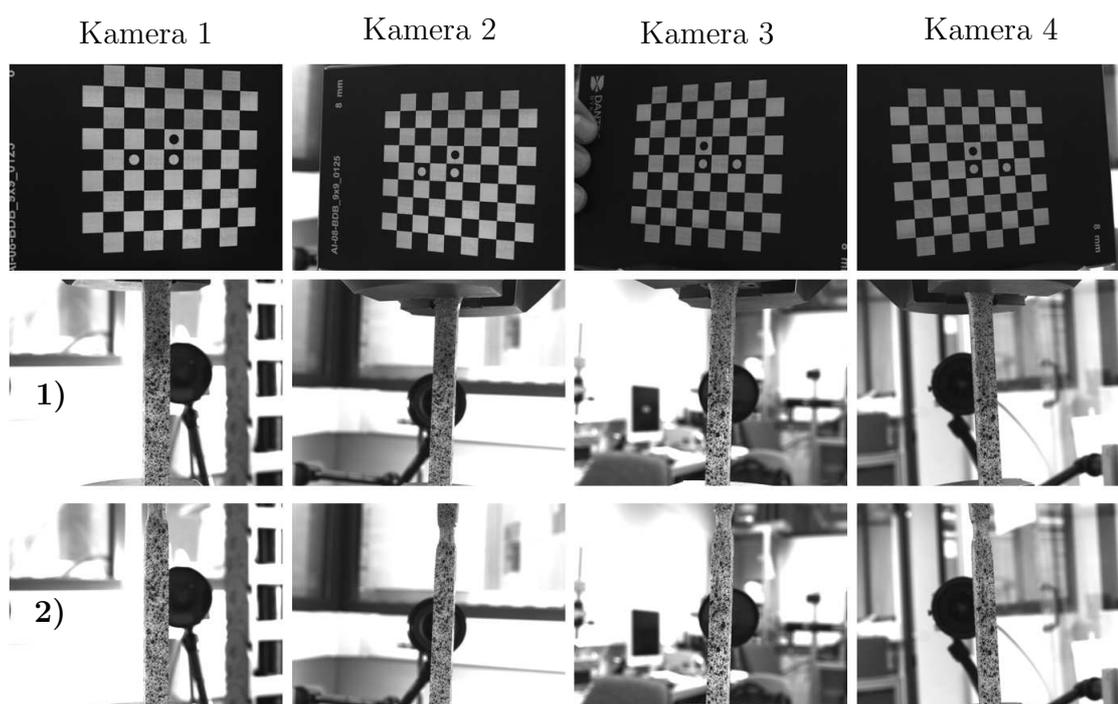


Abbildung 3.17: Vier-Kamera-Aufbau: Kalibrierbilder und zwei Deformationsstadien der Probe im Experiment (1) Ausgangslage, 2) deformierter Zustand)

3.3 Uniaxiale Untersuchungen

Einen aufschlussreichen Überblick über die charakteristischen Materialeigenschaften bieten die Ergebnisse des uniaxialen Zugversuchs. Dieser ist ein weit verbreitetes Verfahren zur Materialcharakterisierung. Typischerweise ist die Zugprobe in einer Klemmung an der Maschine fixiert und wird axial durch das Verfahren einer Traverse belastet. Diese Belastung kann weg- oder kraftgesteuert erfolgen. Die Rohdaten aus dem uniaxialen Zugversuch sind Kraft-Verschiebungswerte der getesteten Materialprobe. Werden während des Versuchs zusätzlich Bildreihen aufgenommen, wird der aufgenommene Datensatz (Kraft, Verschiebung) durch die DIC-Auswertung vervollständigt. Die ermittelten Ergebnisse dieser Arbeit, in Form von Spannungs-Dehnungs-Kurven, wurden mithilfe der Auswertung der gemessenen Kraftwerte der Maschine und der Deformation aus der digitalen Bildkorrelation während des Versuchs bestimmt.

Die uniaxialen Untersuchungen in dieser Arbeit erfolgen an PBT-Proben mit 0, 5, 20 und 30 gew.% Glasfasergehalt. Dazu werden direkt spritzgegossene große Zugstäbe nach DIN EN ISO 527-2 Typ 1A [60] (vgl. Abb. 3.3) und in verschiedenen Winkeln ausgefräste Zugstäbe nach DIN EN ISO 527-2 Typ 5A [60] (vgl. Abb. 3.8)

verwendet. Mithilfe der Zugversuche wird so bereits ein großer Einblick in das Materialverhalten erhalten. Die gewonnenen Erkenntnisse liefern die Kernpunkte des Materialverhaltens, welche in der Modellierung betrachtet werden müssen.

Im Folgenden werden unterschiedliche Versuchsdurchführungen vorgestellt und ausgewertet. Zunächst werden uniaxiale Zugversuche mit unterschiedlichen Dehnraten behandelt um einen möglichen Einfluss der Viskoelastizität zu prüfen. In einer zweiten Versuchsreihe werden die unterschiedlichen Materialproben mit einer konstanten Geschwindigkeit bis zum Bruch hin belastet. Die so erhaltenen Ergebnisse werden dann mit den Ergebnissen aus zyklischen Messungen mit Be- und Entlastungskurven verglichen. Diese Vorgehensweise liefert einen Einblick in das plastische Materialverhalten und eine mögliche Schädigungsentwicklung. Die Versuche werden für alle vorliegenden unterschiedliche Fasergehalte durchgeführt. In einer letzten Versuchsreihe werden die Zugstäbe vom Typ 5A, welche aus dem Plattenmaterial in unterschiedlichen Orientierungen ausgefräst sind, uniaxial belastet. Mit dieser Methode wurde die angenommene fertigungsbedingte Hauptfaserausrichtung und deren Einfluss auf das Verhalten des Verbundwerkstoffs untersucht. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die einachsigen Zugversuche mit einem kommerziellen Elektro-Puls System E10000 mit Linearmotor-Technologie der Firma Instron [104] durchgeführt. Alle uniaxialen Messungen erfolgten unter Raumtemperatur. Die uniaxiale Belastung wird mit dem verwendeten Versuchsaufbau durch ein weggesteuertes vorgegebenes Verfahren der Traverse umgesetzt. Die Reaktionskraft wird kontinuierlich durch einen, direkt mit der Traverse verbundenen, Kraftsensor gemessen. Diese Daten werden zur Erstellung der Kraft-Verschiebungs-Kurven benötigt. Um daraus die entsprechenden Spannungs-Dehnungs-Kurven zu ermitteln, kommt das DIC-Verfahren, welches im vorigen Abschnitt 3.2 erklärt ist, zum Einsatz. Das optische Verfahren ermöglicht die Auswertung der lokalen Dehnungen direkt auf der Probenoberfläche und somit des aktuellen Verzerrungszustands des Probenquerschnitts zu jedem Zeitpunkt. Das Spannungsmaß resultiert aus der Korrelation zu den gemessenen Kraftwerten nach Gleichung (3.5). Abb. 3.18 zeigt die 360°-3D-optische Auswertung der Dehnung auf der Probenoberfläche eines Zugstabs Typ 1A des unverstärkten PBT, ausgewertet mit digitaler Bildkorrelation für eine beidseitige Stereoskopie zur Auswertung der gesamten Deformationsinformation auf der Probenvorder- und Rückseite mithilfe eines Vier-Kamera-Aufbaus. Die dargestellte Auswertung stellt die axiale Dehnung in Zugrichtung im Farbverlauf dar. Diese vorliegende Bildreihe zeigt den Zustand einer unverstärkten PBT-Probe bei Einschnürungsbeginn. Dieses Verhalten ist typisch für Thermoplaste. Die vorliegenden Zugstäbe sind geometrisch so designed, dass sich unter idealen Bedingungen bei einachsiger Belastung ein homogener Spannungs- und

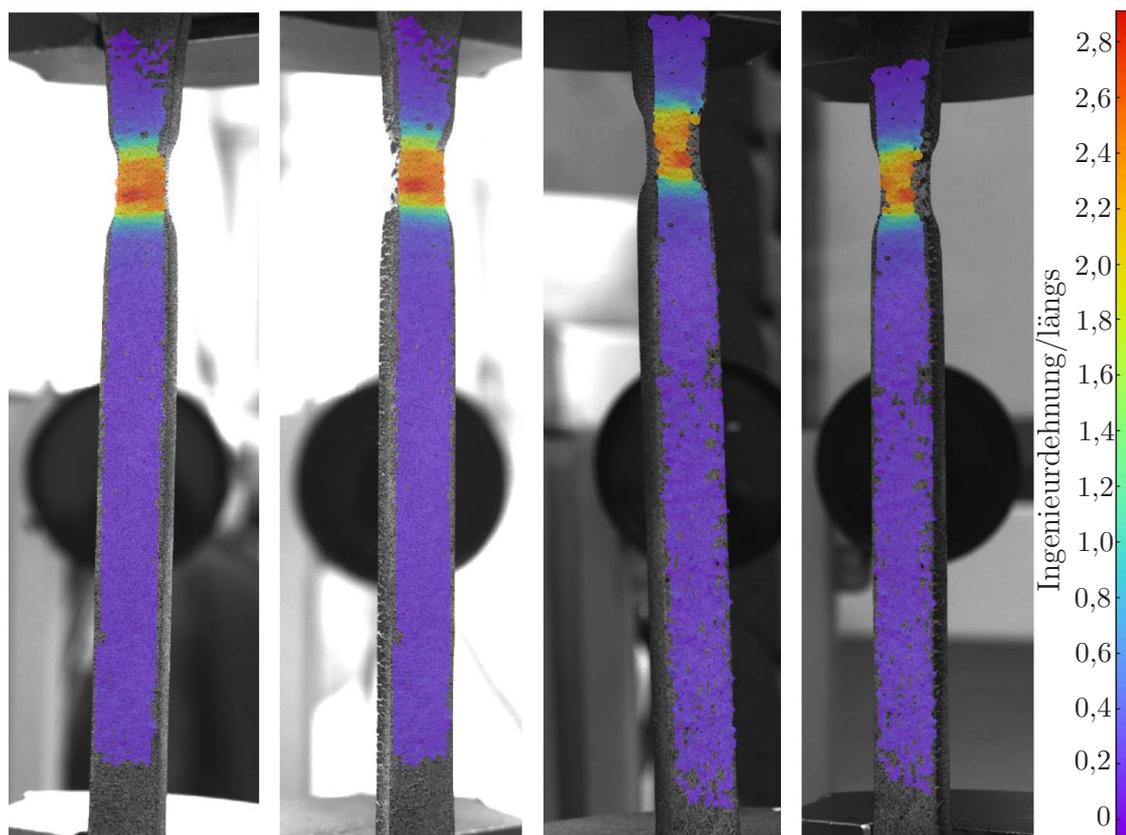


Abbildung 3.18: 360°-3D digitale Bildkorrelation mittels Vier-Kamera-Aufbau: Zugstab Typ 1A, unverstärktes PBT, Auswertung der Dehnung in Zugrichtung inklusive Einschnürungszone

Dehnungszustand im Stegbereich in der Probenmitte ausbildet. Bei Thermoplasten jedoch sieht man ab einer gewissen Dehnung einen Einschnürungsbereich, in dem die Dehnung lokalisiert und im Vergleich zum Rest der Probenlänge stark ansteigt [47, 202]. Aufgrund der hohen Temperatursensitivität von Thermoplasten ist die Position dieser Lokalisierungszone thermisch beeinflusst. Die Bewegung der Polymerketten durch Verstreckung und Umorientierung wird thermisch begünstigt. Es reicht eine Berührung während des Probeneinbaus in die Maschine. Dies zeigt die Notwendigkeit der Auswertung der Dehnung auf der Probenoberfläche mit digitaler Bildkorrelation während des Zugversuchs, da eben diese Zone nicht vor Versuchsbeginn exakt bekannt ist. Die Probendeformation wird durch dieses Verfahren ohne äußere Materialbeeinflussung ermittelt. Auch die große Änderung des Probenquerschnitts im Einschnürungsbereich wird erfasst.

Die entsprechende Spannung-Dehnungs-Kurve des unverstärkten Matrixpolymers ist in Abb. 3.19 dargestellt und zeigt das typisch elasto-plastische Verhalten dieser Gruppe der thermoplastischen Werkstoffe anhand der technischen Spannung. Die technische bzw. nominelle Spannung $\sigma_{nominell}$ wird als Quotient aus den vom

Kraftsensor gemessenen Kraftwerten $F(t)$ zum Ausgangsquerschnitt A_0 der Probe bestimmt mit

$$\sigma_{nominell}(t) = \frac{F(t)}{A_0}. \quad (3.5)$$

Die wahre bzw. Cauchy-Spannung σ_{wahr} bzw. T dahingegen, wird berechnet anhand des Bezugs jedes gemessenen Kraftwertes auf den aktuellen Probenquerschnitt mit

$$\sigma_{wahr}(t) = \frac{F(t)}{A(t)} = T(t). \quad (3.6)$$

$A(t)$ stellt dabei den minimalen aktuellen Probenquerschnitt im Bereich der Einschnürung dar. Die zugehörigen axialen Dehnungen $\varepsilon(t)$ zu jedem Zeitpunkt t , ebenfalls im Einschnürungsbereich, entstammen der Vollfelddehnungsmessung durch die DIC Software.

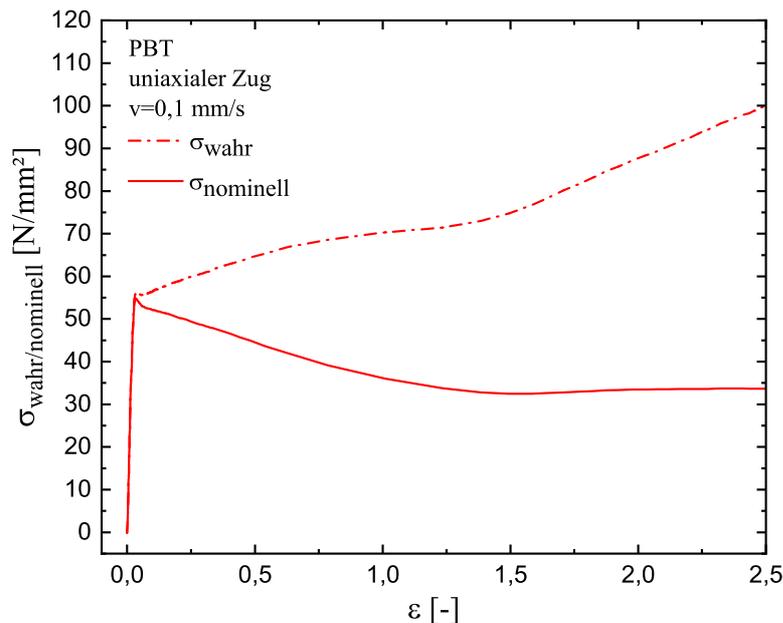


Abbildung 3.19: Technische (—) und wahre (---) Spannungs-Dehnungs-Kurve des unverstärkten PBT für einen Zugstab Typ 1A im Bereich der Einschnürung

Bedingt durch die starke Einschnürung des Zugstabes nach Überschreiten der Fließgrenze, welche eine starke Verringerung des Probenquerschnitts initiiert, trennen sich die Kurven für die daraus resultierende wahre und technische Spannung insbesondere in der Lokalisierungszone mit den größten Dehnungen und den kleinsten Querschnitten. Dieser Effekt ist typisch für das unverstärkte thermoplastische Matrixmaterial. Die Auswertung über die wahre Spannung repräsentiert eine Ma-

terialverfestigung. Bezogen auf einen festen Querschnitt wird entfestigendes Verhalten identifiziert. Für einen hinreichend hohen Fasergehalt tritt dies bei dem Verbundmaterial nicht mehr auf. Die Hinzugabe der kurzen Glasfasern beeinflusst die charakteristischen Materialeigenschaften stark. Das duktile Verhalten ändert sich zu sprödem Verhalten. Je höher die Menge an zugefügten Glasfasern, desto geringer wird der Einfluss der bleibenden Plastizität.

Untersuchungen zur Isotropie

Durch Zugabe der Glasfasern kann richtungsabhängiges Materialverhalten als weiterer Effekt auftreten. Die optische Auswertung der Probendeformation in allen Dimensionen bietet an dieser Stelle die Möglichkeit richtungsabhängiges Materialverhalten detailliert zu untersuchen. So können Aussagen über die Charakteristiken gemacht werden, welche zum Aufstellen eines beschreibenden Materialmodells nötig sind. Anhand der dreidimensionalen Deformation des kubischen Volumenelements eines Zugstabes (vgl. Abb. 3.15) sind alle benötigten Verzerrungsmaße aus der DIC vorhanden. Die Achsenbezeichnungen des Koordinatensystems, welches

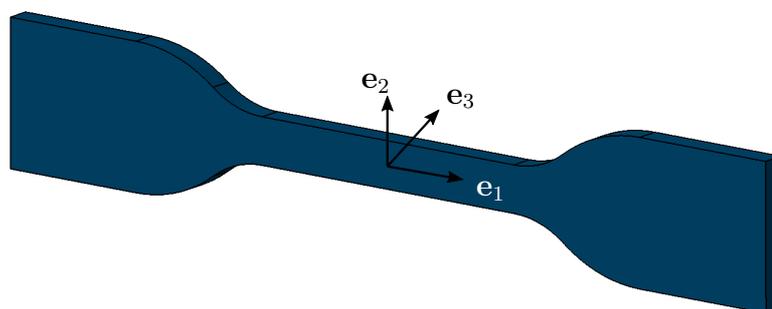


Abbildung 3.20: Koordinatensystem und Achsenbezeichnung aus der DIC (Zugstab Typ 5A)

in Abb. 3.20 exemplarisch am Zugstab vom Typ 5A gezeigt sind, implizieren die Bezeichnungen mit Index 1 für die Zugrichtung, Index 2 für die Probenbreite und Index 3 für die Dickenrichtung der Probe.

Um den Einfluss einer fertigungsbedingten Ausrichtung der Glasfasern auf das Materialverhalten festzustellen, müssen die aktuelle Probenbreite und Probendicke im Einschnürungsbereich zur Auswertung herangezogen werden. Es ist anzunehmen, dass die Probendehnungen in Breitenrichtung e_2 und Dickenrichtung e_3 ungleich sind. Während die Dehnungen ε_1 in Probenlängs- bzw. Zugrichtung direkt den DIC-Ergebnissen entnommen werden können, erfordern die beiden weiteren Richtungen eine Auswertung des 360°-3D-Kameraaufbaus mittels sogenannter *gauge*

Punkte in *ISTRA 4D*[®]. Diese Bezeichnung steht für Punktpaare aus markierten Punkten auf der Probenvorderseite und den entsprechend gegenüberliegenden Punkten auf der Probenrückseite. Die Verschiebung dieser *gauge* Punkte senkrecht zur Bildebene in Tiefenrichtung erhält man aus der stereoskopischen Auswertung der DIC-Ergebnisse. Die Probendehnung ε_3 wird somit als Verhältnis der Verschiebungsdifferenz der jeweiligen Punktpaare zur Ausgangsdicke berechnet.

In Abb. 3.21 sind die so ermittelten orthogonalen Dehnungen in Breitenrichtung ε_2 und Dickenrichtung ε_3 als Funktion der Dehnung in Probenlängsrichtung ε_1 aufgetragen. Die gepunkteten Linien stellen die Dehnungen ε_3 und die durchgezogenen Linien die Dehnungen ε_2 dar. Die schwankenden Werte der Dehnung in Probendickenrichtung sind der geringeren Auflösung in Dickenrichtung durch die Auswertung an diskreten *gauge* Punkten geschuldet. Die Kurven der beiden Dehnungen unterscheiden sich sichtlich nur leicht, wobei festzuhalten ist, dass sie sich mit ansteigendem Fasergehalt zunehmend voneinander unterscheiden.

Die DIC-Auswertung ermöglicht es nicht nur, Untersuchungen zu anisotropem Verhalten durchzuführen, ebenso kann die Inkompessibilität eines Materials ermittelt werden. Inkompessible Materialien, wie Elastomere, verformen sich unter konstantem Volumen. Dahingegen ist dies bei Thermoplasten typischerweise nicht mehr der Fall. Aus der DIC-Auswertung werden daher die lokalen volumetrischen Dehnungen ε_i in alle drei Raumrichtungen, wie zuvor beschrieben, entnommen.

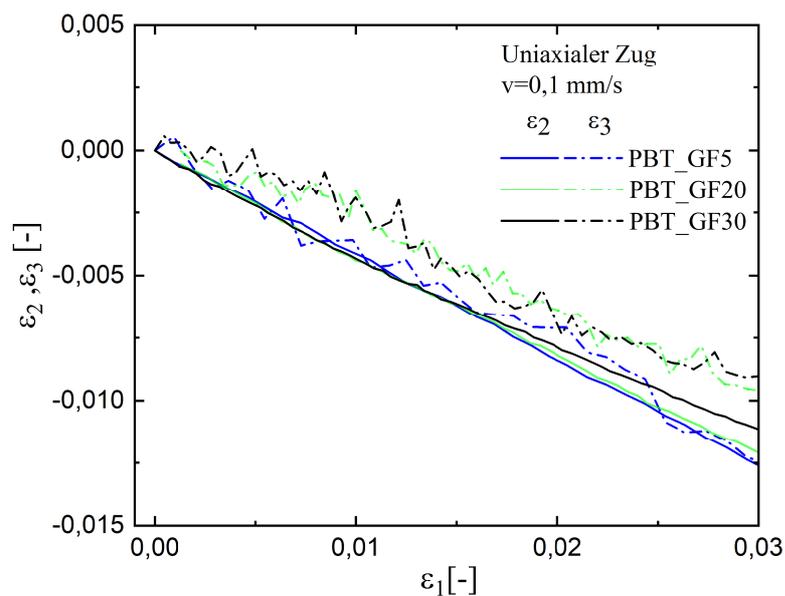


Abbildung 3.21: Probendehnung senkrecht zur uniaxialen Zugrichtung (Zugstab Typ 1A)

Zunächst werden daraus die Streckungen λ_i nach Gleichung (3.7) berechnet

$$\lambda_i = 1 + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, 3. \quad (3.7)$$

Wie für die Deformation eines kubischen Volumenelements schematisch in Abb. 3.15 dargestellt, muss die Bedingung

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1 \quad (3.8)$$

für inkompressible Materialien erfüllt sein. Die Auswertung, basierend auf den DIC-Ergebnissen des uniaxialen Zugversuchs, ist für das vorliegende Probenmaterial in Abb. 3.22 zu sehen. Dabei ist die volumetrische Deformation als Funktion der Längsdehnung vergleichend für das Verbundmaterial mit Fasergehalten von 5, 20 und 30 gew.% Glasfasern aufgetragen. Das Volumen nimmt für steigende De-

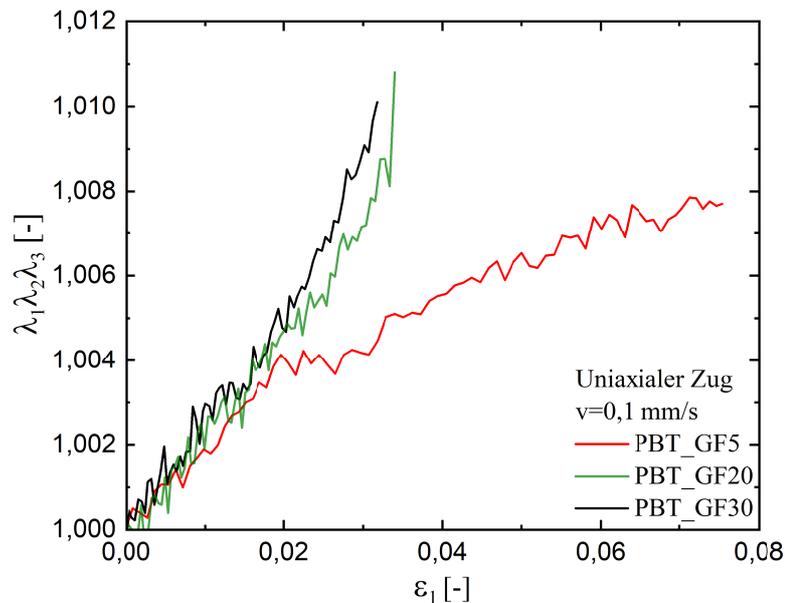


Abbildung 3.22: Uniaxialer Zug: Volumetrische Verzerrung als Funktion der Längsdehnung (Zugstab Typ 1A)

formation und steigenden Fasergehalt zu. Das Verbundmaterial verhält sich somit kompressibel. Das Poissonverhältnis bzw. die Querdehnzahl ν berechnet sich aus dem negativen Verhältnis der transversalen Dehnungen zur Längsdehnung

$$\nu = -\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \quad (3.9)$$

Für eine Modellbildung in der geometrisch linearen Theorie kann die Querdehnzahl dennoch als konstant angenommen werden. Zudem liegt die Abweichung der

Inkompressibilitätsauswertung in so geringem Maße, dass im erarbeiteten Materialmodell die Annahme inkompressiblen Verhaltens zur Vereinfachung getroffen wird.

Untersuchung der Dehnratenabhängigkeit

Der thermoplastische Grundwerkstoff des Verbundmaterials lässt ein ratenabhängiges Materialverhalten vermuten. Zur Prüfung müssen daher Versuche mit unterschiedlichen Dehnraten des unverstärkten Matrixmaterials PBT und des Verbundmaterials durchgeführt werden. Dabei wurden Traversengeschwindigkeiten von $v = 0,01$ mm/s, $v = 0,1$ mm/s, $v = 1$ mm/s und $v = 10$ mm/s gewählt. Die Materialproben (Zugstäbe Typ 1A) werden bis zum sichtbaren Einschnürungs- bzw. Erweichungsbeginn belastet. Die Ergebnisse in Abb. 3.23 zeigen ein starkes viskoplastisches Verhalten des semikristallinen Thermoplasten. In den Bereichen amorpher Kettenstrukturen werden die Polymerketten durch die mechanische Belastung ausgerichtet und verstreckt. Der Fließbeginn ist deutlich anhand des Abfalls der nominellen Spannungs-Dehnungs-Kurven mit Entfestigung erkennbar. In diesem Bereich irreversibler plastischer Verformung werden amorphe Gebiete immer noch ausgerichtet, jedoch reißen die Kohlenstoffketten der kristallinen Domänen bereits ab. Nach dem Einschnürungsbeginn ist eine leichte Verfestigung, vor allem bei den geringeren Dehnraten in einem Kurvenanstieg erkennbar. Mit Zunahme der Dehnrates verlagert sich der Fließbeginn zu höheren Spannungswerten, die Einschnürung beginnt zu einem späteren Zeitpunkt und die Duktilität nimmt ab. Dies bedeutet ein früheres Probenversagen bei geringeren Materialdehnungen.

Im Kontrast dazu sind in Abb. 3.24 die Spannungs-Dehnungs-Kurven der uniaxialen Zugversuche mit unterschiedlichen Dehnraten des Verbundwerkstoffs mit einem hohen Fasergehalt PBT_GF30 dargestellt. Das Verhalten des Komposites unterscheidet sich deutlich von dem des unverstärkten Polymers. Einerseits werden höhere Spannungswerte bei vergleichbaren Dehnungen erreicht. Andererseits ist das Material wesentlich weniger duktil. Dies bedeutet ein frühes Versagen in Form von Bruch bei geringen Dehnwerten. Die Abweichung des Verhaltens bei unterschiedlichen Dehnraten voneinander ist im Gegensatz zum unverstärkten Matrixmaterial allerdings wesentlich weniger stark ausgeprägt. Zudem ist keine ausgeprägte Fließgrenze mit Fließbereich sichtbar, der Verbundwerkstoff versagt ohne erkennbare Entfestigung.

Folglich nimmt das ratenabhängige Materialverhalten mit zunehmendem Fasergehalt stark ab. Im Anwendungsfall kommen typischerweise höhere Fasergehalte

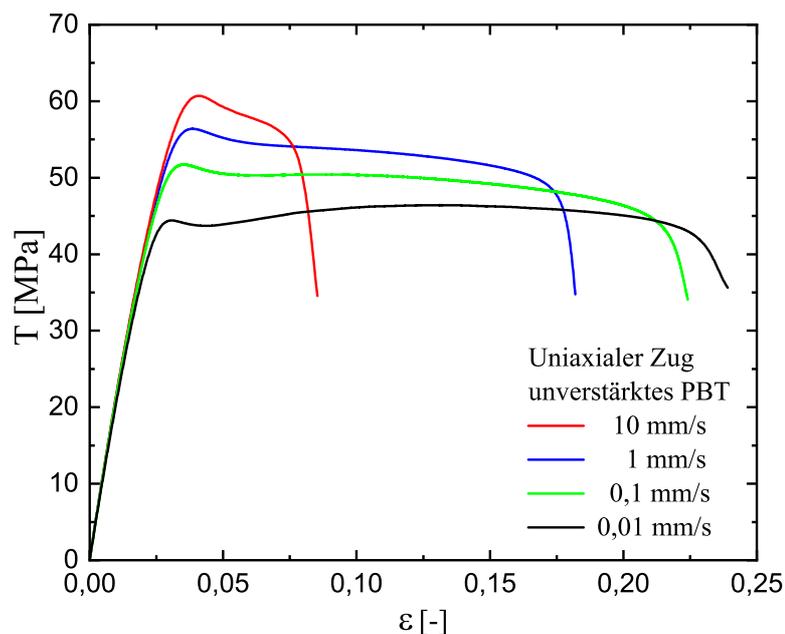


Abbildung 3.23: Uniaxialer Zug bei unterschiedlichen Dehnraten: unverstärktes PBT (Zugstab Typ 1A)

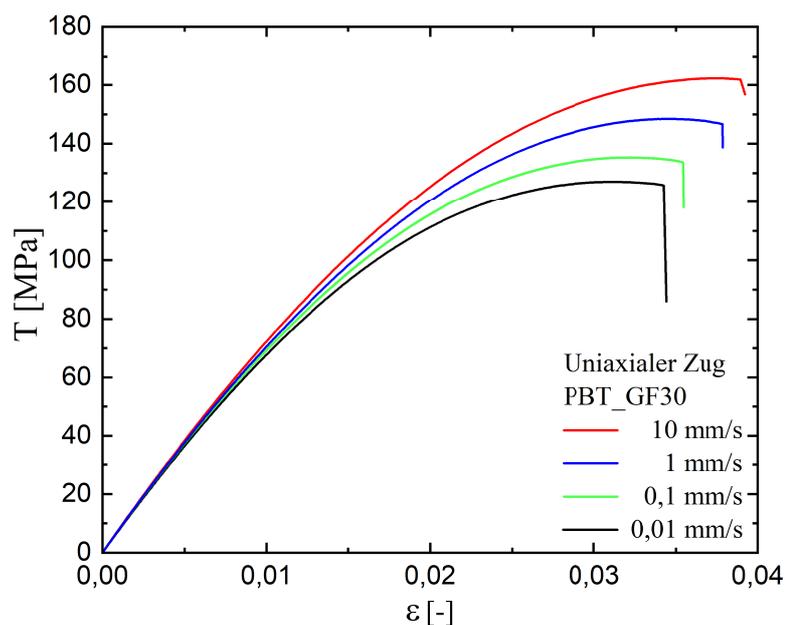


Abbildung 3.24: Uniaxialer Zug bei unterschiedlichen Dehnraten: PBT_GF30 (Zugstab Typ 1A)

ab 20 gew.% Glasfasern zum Einsatz. Mögliche ratenabhängige Effekte werden für technisch relevante hohe Fasergehalte maßgeblich von der Faser-Matrix-Interaktion überlagert. Der Fokus dieser Arbeit liegt daher in der Beschreibung des plastischen Verhaltens des Verbundmaterials aus der Wechselwirkung zwischen Matrix und Fasern. Eine Erweiterung der Modellbeschreibung um eine Dehnratenabhän-

gigkeit ist vorstellbar, soll aber nicht Gegenstand dieser Arbeit sein. Daher wird im Folgenden auf eine weitere Betrachtung verzichtet und alle folgenden uniaxialen Untersuchungen werden mit einer konstanten Maschinengeschwindigkeit von $v = 0,1 \text{ mm/s}$ unter Raumtemperatur durchgeführt.

3.3.1 Untersuchungen zum Fasergehalt: Zyklische Versuche

Um aus den Ergebnissen des uniaxialen Zugversuchs möglichst viele charakteristische Effekte des Materialverhaltens identifizieren zu können, werden zyklische Versuche durchgeführt. Hierbei wird das Probenmaterial mit der definierten Geschwindigkeit von $v = 0,1 \text{ mm/s}$ um eine vorgegebene Verschiebung gedehnt und im Anschluss wieder auf die Kraft 0 N entlastet. Anschließend wird die nächste Dehnstufe gefahren. Dazu werden die spritzgegossenen Zustäbe vom Typ 1A genutzt. Die Ergebnisse der Be- und Entlastungszyklen sind mit den Kurven der monotonen Belastung bis zum Materialversagen in Abb. 3.25 gegenübergestellt. Die kontinuierlichen Belastungskurven hüllen die Zyklen dabei ein.

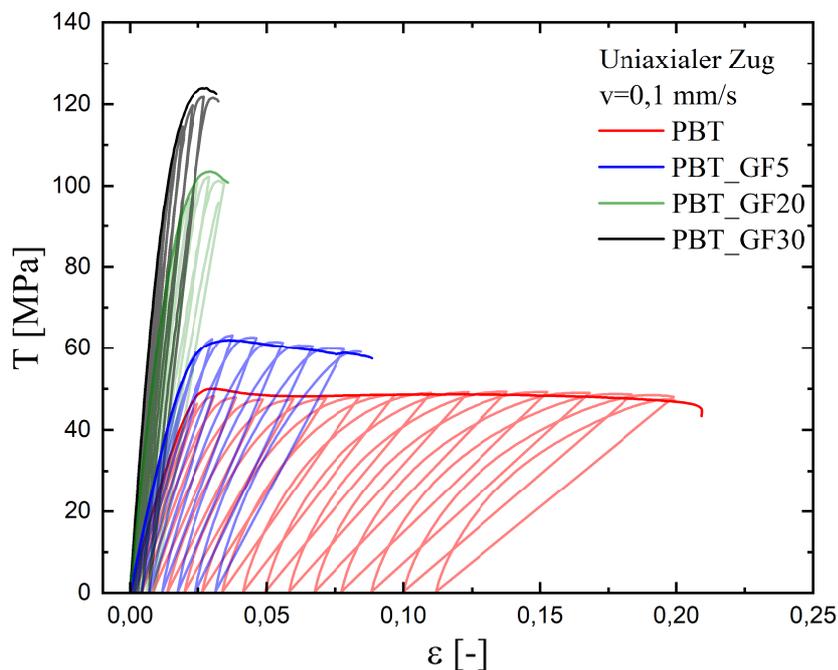


Abbildung 3.25: Kontinuierlicher uniaxialer Zugversuch bis Versagen und zyklische Messkurven für unterschiedliche Fasergehalte

Die erwarteten Charakteristiken werden durch die Ergebnisse für das unverstärkte Matrixmaterial PBT und für die Fasergehalte von 5, 20 und 30 gew.% bestätigt. Zum einen wird das Verbundmaterial mit zunehmendem Fasergehalt fester und

steifer, zum anderen nimmt die Duktilität ab und das Versagen tritt zu früheren Zeitpunkten bei geringeren Dehnwerten auf. Die versteifende Wirkung wird durch die Anordnung der eingebrachten kurzen Glasfasern zwischen den Polymerketten im Material verursacht. Sie behindern maßgeblich die Kettenbewegungen und verringern somit die Duktilität. Dieser Effekt nimmt mit steigendem Fasergehalt zu. Die monotonen Belastungen jeder Materialzusammensetzung hüllen die entsprechenden Zyklen ein. Die kumulierte Schädigung ist in den monotonen Belastungskurven anhand der abnehmenden Steifigkeit in den Entlastungs- bzw. Wiederbelastungskurven erkennbar.

Während die kontinuierliche Spannungs-Dehnungs-Kurve des unverstärkten Matrixpolymers nahezu perfekte Plastizität zeigt, liefern die Be- und Entlastungskurven weitere Informationen. Die Belastungskurven imitieren ein Versteifen des Polymers durch Verfestigungseffekte. Über alle Zyklen hinweg wird dieses Verhalten nach Überschreiten der Fließgrenze jedoch durch eine Materialerweichung, welche auf Schädigungseffekte im Material zurückzuführen ist, kompensiert. Diese Erweichung ist in den teilkristallinen Bereichen des Thermoplasten auf kristallographische Gleitprozesse zurückzuführen [161]. In den amorphen Bereichen bilden sich Scherbänder oder Risse aufgrund von Mikroplastifizierungsprozessen [5]. Zusätzlich zur Schädigung im unverstärkten Matrixmaterial erfolgt die Schädigung in kurzfaserverstärkten Verbundmaterialien durch unterschiedliche Schädigungsmechanismen. Der Werkstoff versagt neben Matrixbruch zudem durch Faserablösen (Debonding) oder Faserbruch. In Abb. 3.26 sind die genannten Schädigungsmechanismen schematisch dargestellt.

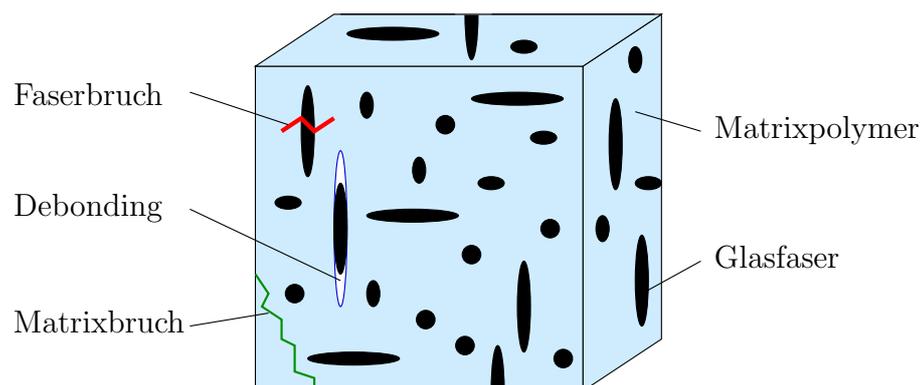


Abbildung 3.26: Schädigungsarten in kurzfaserverstärkten Polymeren

Eine Unterscheidung der Schädigungsmechanismen kann aufgrund der makroskopischen Auswertung des uniaxialen Zugversuchs nicht getroffen werden. Alle

Mechanismen zusammen führen zum Schädigen des Materials. In den zyklischen Messkurven ist eine Verstärkung des Schädigungsverhaltens unter Zunahme des Fasergehaltes und die damit verbundene Verringerung der gesamten Duktilität zu sehen. Die Belastungskurven flachen ab und der Bruch tritt bei geringeren Dehnwerten auf.

Die Zusammensetzung des Verbundwerkstoffs, folglich die Menge an zugefügten kurzen Glasfasern, bestimmt somit die Art und Ausprägung der unterschiedlichen ausgewerteten Effekte und in Summe maßgeblich das charakteristische makroskopische Materialverhalten.

3.3.2 Untersuchungen zur Hauptfaserorientierung

Aufgrund des Fertigungsverfahrens wird eine Hauptfaserorientierung in den spritzgegossenen Zugstäben induziert. Die kurzen Glasfasern sind hauptsächlich parallel zur Längsachse orientiert, was der Fließrichtung beim Füllen der Kavität entspricht. Aufgrund des Fertigungsprozesses ist eine andere Orientierung für diese Probenform der Zugstäbe nahezu unmöglich (s. Kap. 3.1). Innerhalb der Zugstäbe vom Typ 1A ist somit der maßgebende Anteil der kurzen Glasfasern parallel zur Probenlängsrichtung orientiert. Daher wurde in den vorangegangenen Untersuchungen mit dem Probentyp 1A lediglich nur eine Art der Belastung parallel zur Hauptfaserorientierung untersucht.

Das vorliegende Material kommt meist in dünnen flächigen Bauteilen zum Einsatz. In diesem Fall treten aufgrund der vielfältig beliebigen Bauteilgeometrie nicht nur Belastungen parallel zu einer Hauptfaserausrichtung auf. Der Einfluss der Faserorientierung auf die mechanischen Eigenschaften ist ein bekannter Effekt bei kurzfaserverstärkten Materialien.

Aus diesen Gründen werden die uniaxialen Versuche zudem mit den ausgefrästen Proben vom Typ 5A (vgl. Abb. 3.7) durchgeführt und ausgewertet. In diesem Zusammenhang werden nochmals der Einfluss des Fasergehaltes sowie der Einfluss der Hauptfaserorientierung analysiert. In Abb. 3.27 ist ein Ergebnis der DIC-Auswertung für einen solchen ausgefrästen Zugstab Typ 5A nach DIN EN ISO 527:1996 [60] mit beginnender Lokalisierungszone des unverstärkten Matrixpolymers PBT zu sehen. Ausgewertet ist die Dehnung parallel zur uniaxialen Zugrichtung.

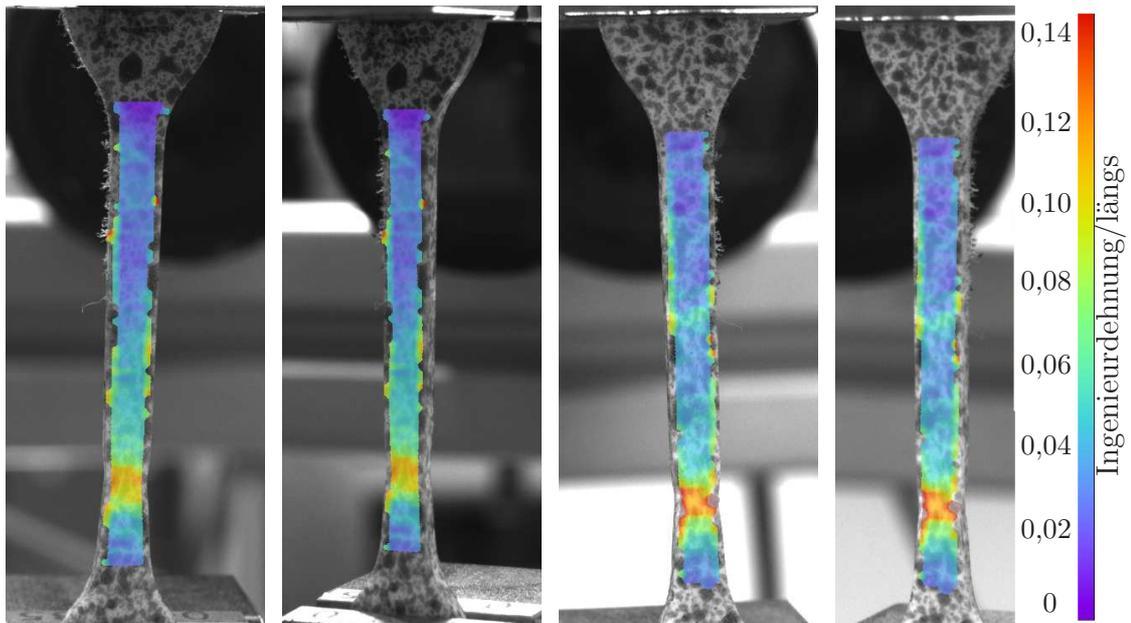


Abbildung 3.27: DIC-Auswertung der Dehnung in Zugrichtung eines Zugstabes vom Typ 5A für eine Gleichmaßdehnung von 0,045: unverstärktes PBT

Abb. 3.28 stellt die Ergebnisse der uniaxialen Be- und Entlastungskurven, geordnet nach dem Fasergehalt, dar. Während beim unverstärkten PBT Isotropie in der ausgewählten Ebene beobachtet wird, zeigt sich ein deutlich zunehmendes anisotropes Materialverhalten für höhere Fasergehalte. Während die Belastungskurven a) und b) für das unverstärkte PBT und den geringen Fasergehalt von 5 gew.% nahezu keine anisotropen Effekte zeigen, nimmt der Orientierungseinfluss bei steigenden Fasergehalten zu. Dies führt zu einem größeren Unterschied in den Be- und Entlastungskurven c) und d) für die unterschiedlichen Richtungen des PBT mit 20 bzw. 30 gew.% GF. Die lediglich äußerst geringe Abweichung der Messkurven des unverstärkten PBT ist auf eine Orientierung der Polymerketten während des Füllvorgangs zurückzuführen. Zudem hängt die Steifigkeit des unverstärkten teilkristallinen Thermoplasts von der Verteilung und Menge an teilkristallinen bzw. amorphen Bereichen innerhalb der Probe ab. Dabei trägt der teilkristalline Anteil wesentlich mehr zur Steifigkeitssteigerung bei [84]. Im Vergleich zum signifikanten Einfluss der Faserorientierung ist dieser Effekt allerdings zu vernachlässigen. Die Polymermatrix wird als isotrop angesehen. In diesen Untersuchungen wird nur der Belastungspfad in einem geringen Dehnungsbereich analysiert. Die Lokalisierungszone kommt in diesem Dehnungsbereich nicht mehr zum Tragen. Über alle Fasergehalte hinweg weisen jedoch in Summe alle Proben der 0° -Orientierung (alle Fasern / Polymerketten liegen parallel zur Belastungsrichtung) die höchsten und senkrecht dazu in 90° -Orientierung die geringsten Steifigkeitswerte auf. Die Glas-

fasern haben nur einen dominanten verstärkenden Einfluss, wenn sie entlang ihrer Längsachse belastet werden. Senkrecht zur Längsachse ist aufgrund der Geometrie, d. h. des geringen Durchmessers im Verhältnis zur Länge, keine dominierende versteifende Wirkung mehr beobachtbar.

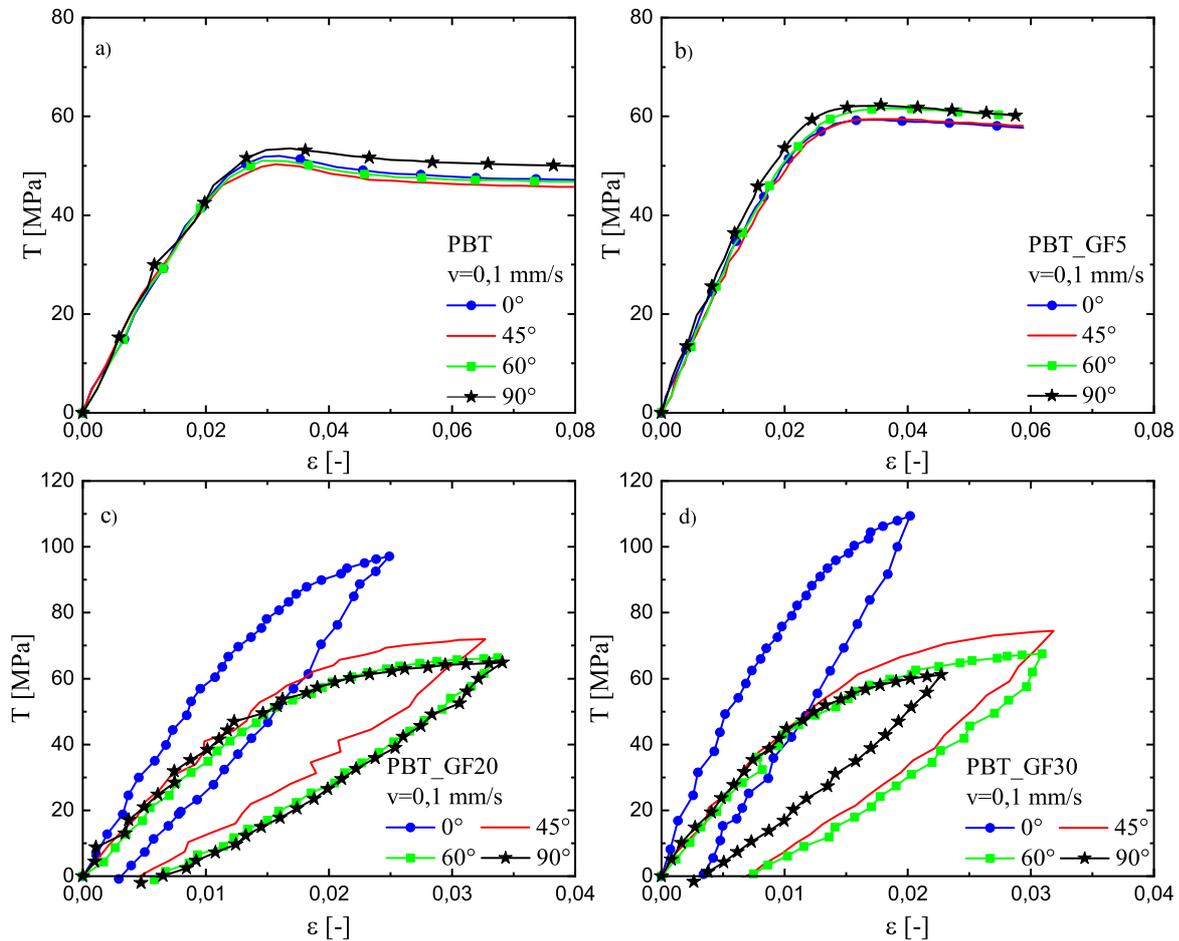


Abbildung 3.28: Zugversuche an unterschiedlich orientierten Proben für unterschiedliche Fasergehalte a) PBT, b) PBT_GF5, c) PBT_GF20, d) PBT_GF30

Des Weiteren sind in Abb. 3.29 die Be- und Entlastungskurven der Proben gleicher Orientierung jedoch für unterschiedliche Fasergehalte gegenübergestellt. Im direkten Vergleich aller Proben mit Faserausrichtung parallel zur Belastungsrichtung (a)) liegen die Steifigkeitswerte für einen vorgegebenen Dehnwert am höchsten. Im Vergleich zu den anderen Ausrichtungen (b) bis d)) liegt das Dehnungsniveau der höheren Fasergehalte für die 0°-Proben am niedrigsten. Eine verstärkende Wirkung verursacht Einbußen in der Duktilität. Dies sind die Auswirkungen des zunehmenden Fasereinflusses durch die Steigerung des Fasergehaltes. Das plastische Verhalten nimmt durch Faserzugabe stark ab, wobei die 90°-Proben in diesem Fall noch die größten Deformationsbereiche aufweisen. Hier wird das Matrixmaterial

bei geringen Fasergehalten noch maßgeblich im plastischen Bereich deformiert, da die Fasern überwiegend senkrecht zur Belastungsrichtung liegen. Allgemein führt die Steigerung des Fasergehaltes jedoch zu einem früheren Versagen des Verbundmaterials. Für die senkrecht zur Hauptfaserausrichtung belasteten Probe $\beta=90^\circ$ in d) zeigt sich, dass der dominante Einfluss der Fasern bei Belastung senkrecht zu ihrer Orientierung nahezu nicht vorhanden ist. Im deutlichen Gegensatz zur Belastung in Faserorientierung ($\beta=0^\circ$) in a) zeigen sämtliche Kurven in der Annäherung eine gute Übereinstimmung.

Alle Ergebnisse aus den uniaxialen Messungen der ausgefrästen Proben vom Typ 5A mit unterschiedlicher Faserausrichtung belegen die Vermutung der starken Orientierungsabhängigkeit des charakteristischen Verhaltens kurzfaserverstärkter Polymere. Zusammengefasst beeinflusst dieses anisotrope Verhalten somit die Steifigkeit und Duktilität der unterschiedlichen Proben. Alle gezeigten Effekte werden durch Glasfaserzugabe verstärkt.

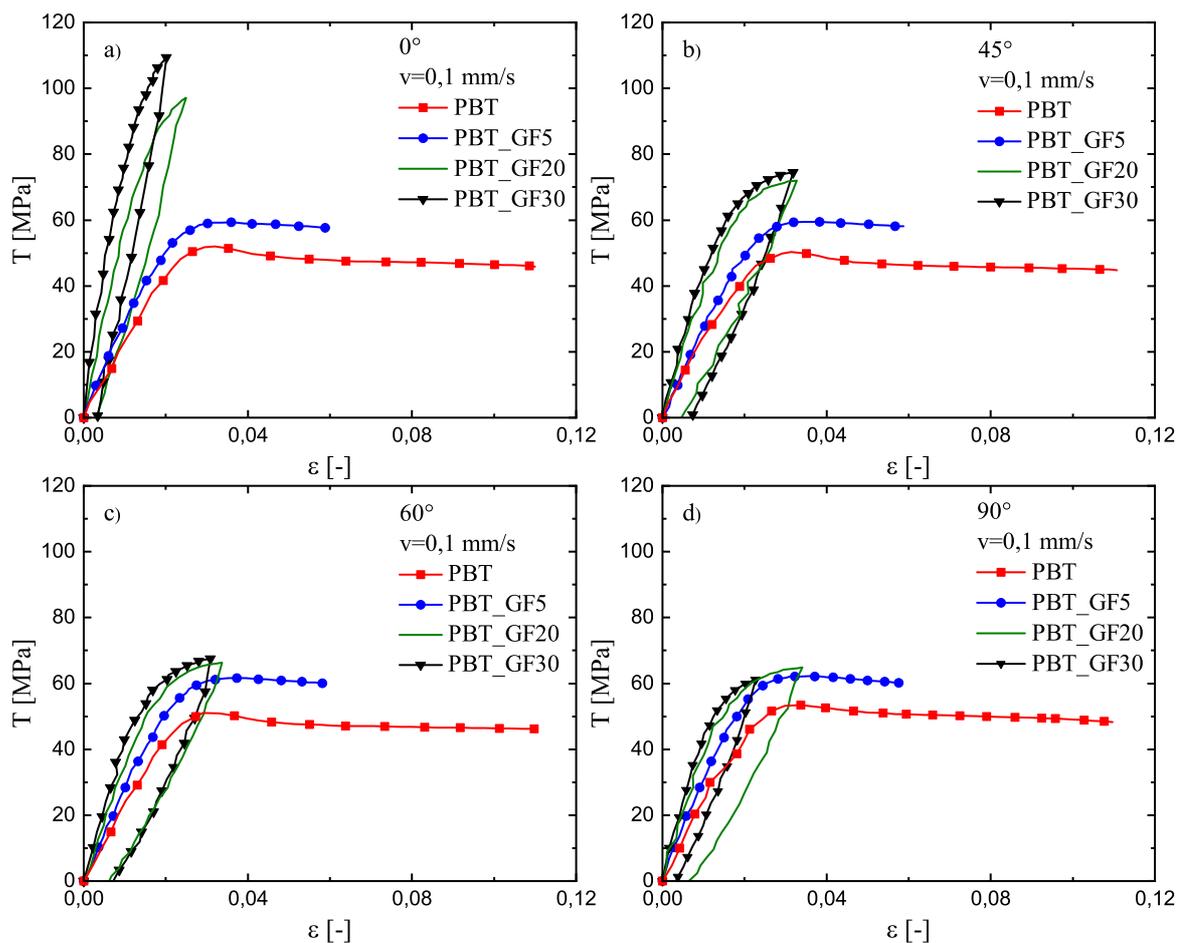


Abbildung 3.29: Unterschiedliche Hauptfaserorientierungen a) 0° , b) 45° , c) 60° , d) 90°

Die gewonnenen Erkenntnisse aus den in diesem Kapitel gezeigten Ergebnissen der uniaxialen Versuche dienen als Basis für die Modellbildung bzw. für weiterführende gezielte Untersuchungen. Diese können mit erweiterten Randbedingungen in Form mehraxialer Lastfälle erfolgen. Mögliche Experimente für eine Betrachtung mit dem Fokus der mehraxialen Einflussfaktoren werden in Kapitel 4 vorgestellt. Für die Dimensionierung, sowohl in der Modellbildung, als auch in weiteren experimentellen Untersuchungen, sind jedoch vor allem die erreichten Maximalbelastungen und Verformungswerte maßgebend.

Die gesamten, mittels digitaler Bildkorrelation, experimentell bestimmten Materialparameter sind in Tabelle 3.1 aufgeführt. Die Werte entstammen den Spannungs-Dehnungs-Kurven der uniaxialen Zugversuche der spritzgegossenen großen Zugstäbe vom Typ 1A. Die Dichten sind MatWeb® [201] entnommen und die Elastizitätsmoduln sind als Sekante der Spannung im Belastungsbereich von 0 bis 1% Dehnung berechnet. Der Wert der Querdehnzahl ist bei der Axialdehnung von 2% bestimmt. Die Daten der Glasfasern sind Literaturwerte [201].

Material	Fasergehalt w_f	Fasergehalt n_f	E -Modul $E_{0,01}$	Dichte [201] ρ	Querdehnzahl ν
	[gew.%]	[vol.%]	[MPa]	[$\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$]	-
PBT	0	0	2330	1,3	0,4
GF_5	5	2,6	3130	-	0,42
GF_20	20	11,3	5960	-	0,43
GF_30	30	17,9	8240	-	0,45
Glasfasern	100	100	72400	2,55	0

Tabelle 3.1: Experimentell bestimmte Materialparameter

4

Modellbildung und numerische Umsetzung

Das folgende Kapitel umfasst die vollständige Modellbildung mit numerischer Umsetzung zur Beschreibung des Materialverhaltens, welches im vorangegangenen Kapitel experimentell für das kurzfaserverstärkte Polymer bestimmt wurde. Ziel der Modellbildung mit anschließender Parameteridentifikation ist es, die Spannungs-Dehnungs-Zusammenhänge aus Experiment und Simulation überein zu bringen. Die zum Verständnis der Materialmodellierung benötigten grundlegenden Zusammenhänge sind an geeigneter Stelle dargestellt. Die Grundlagen der Finiten-Elemente-Methode werden hier nicht explizit dargestellt, sondern es wird auf die Literatur von Bathe [8] verwiesen. Die verwendeten Größen im Rahmen der numerischen Umsetzung werden allerdings in Kapitel 4.3 eingeführt.

Zunächst soll nach einer kurzen kontinuumsmechanischen Einführung der geometrisch linearen Theorie in den folgenden Schritten geprüft werden, ob mit dem gewählten Ansatz das vorliegende Verbundmaterial ausgehend von einer Mischungstheorie generell beschrieben werden kann. Zu diesem Zweck wird eine vereinfachte Umsetzung der Theorie in einer eindimensionalen Beschreibung durchgeführt und in Matlab® umgesetzt. Basierend auf den bereits guten Ergebnissen der eindimensionalen Modellbildung erfolgt eine Beschreibung der dreidimensionalen Erweiterung mit einem Microsphere-Ansatz für polymere Verbundwerkstoffe. Eine Identifikation der Materialparameter im Abgleich zu den experimentellen Daten vervollständigt die Modellbildung. Abschließend folgt eine Verifizierung der Modellbeschreibung mit den identifizierten Materialparametern über einen Bauteilversuch

mithilfe einer Torsionsprobe mit Diskussion der gesamten Simulationsergebnisse.

4.1 Grundlagen der Kontinuumsmechanik

An dieser Stelle werden zunächst allgemein die zum Verständnis der kontinuumsmechanischen Zusammenhänge in der folgenden Modellbildung benötigten Definition bereitgestellt.

In der Kontinuumsmechanik wird jede Art von Werkstoff makroskopisch als materieller Körper bezeichnet, welche charakteristische Eigenschaften besitzt. Die Eigenschaften sind statistisch homogen auf das Volumen verteilt. Makroskopisch inhomogene Eigenschaften sind grundsätzlich möglich. Der kontinuumsmechanische Körper ist allgemein aus unendlich vielen materiellen Punkten aufgebaut, wobei jeder dieser Punkte die gleichen physikalischen Eigenschaften trägt.

Eine Verschiebung oder Deformation eines materiellen Körpers \mathcal{B} wird mit den kinematischen Beziehungen beschrieben. Zur Beschreibung der Bewegung werden zwei Konfigurationen eines materiellen Körpers eingeführt. Die Referenzkonfiguration (RK) beschreibt dabei den materiellen Körper im undeformierten Zustand zu einem Zeitpunkt $t = t_0$, etwa bei Versuchsbeginn. Die Momentankonfiguration (MK), als deformierte Lage eines materiellen Körpers, beschreibt die Situation zu einem Zeitpunkt $t > t_0$ im Verlauf einer Belastung. Die aktuelle Position \mathbf{x} eines Punktes \mathbf{X} zu einem Zeitpunkt t in der Momentankonfiguration kann aus der Referenzkonfiguration mit Ausgangsposition \mathbf{X} mithilfe der bijektiven Funktion $\chi(\mathbf{X}, t)$ bestimmt werden. Allgemein gilt für diese Verknüpfung

$$\mathbf{x} = \chi(\mathbf{X}, t) \text{ und } \mathbf{X} = \chi^{-1}(\mathbf{x}, t). \quad (4.1)$$

Als Verbindungsvektor beschreibt \mathbf{u} die Verschiebung des materiellen Punktes von der Referenzkonfiguration in die Momentankonfiguration mit

$$\mathbf{u}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t) - \mathbf{X}. \quad (4.2)$$

Zur Beschreibung der Deformation eines materiellen Körpers ist die Verschiebung eines einzelnen betrachteten materiellen Punktes unzureichend. Ein zweiter materieller Punkt \mathbf{Y} muss der Betrachtung hinzugefügt werden. Die beiden Punkte haben einen infinitesimalen Abstand und sind in der Referenzkonfiguration durch das materielle Linienelement $d\mathbf{X}$ miteinander verbunden (vgl. Abb. 4.1).

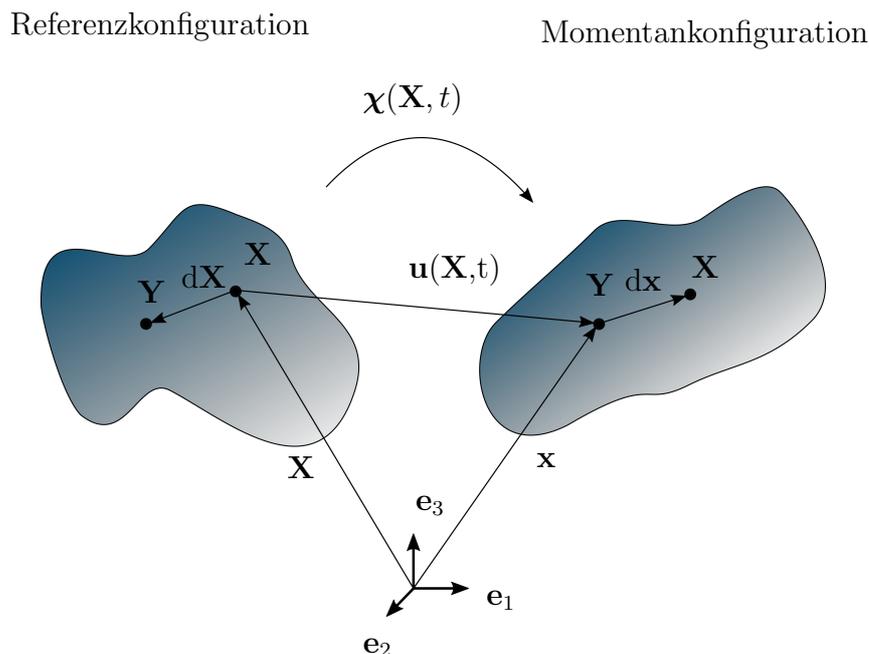


Abbildung 4.1: Deformation in der Referenz- und Momentankonfiguration

Durch eine Verschiebung \mathbf{u} der unterschiedlichen materiellen Punkte in der Referenz- und Momentankonfiguration ergibt sich die Verzerrung. Analog kann zur Verschiebung eines Punktes die Verschiebung eines Bereichs betrachtet werden.

Ausgehend von diesen kinematischen Betrachtungen werden im Folgenden die Grundlagen, welche zum Verständnis des entwickelten kontinuumsmechanischen Modells benötigt werden, bereitgestellt. Grundsätzlich beinhaltet eine Materialmodellierung das Zusammenspiel der drei Elemente: Kinematik, Bilanzgleichungen und Konstitutivmodelle. Zunächst sind die allgemeinen Grundlagen der Materialmodellierung für kleine Deformationen in Form von Kinematik und Bilanzierung dargestellt. Mit der Kinematik wird die Bewegung und Deformation eines Materials beschrieben. In der hier zum Einsatz kommenden geometrisch linearen Modellbildung muss die Bilanz in Form der Impulsbilanz eingehalten werden. Zuletzt verbinden die, im folgenden Kapitel 4.2 erläuterten, Konstitutivgleichungen zur Beschreibung kurzfaserverstärkter Kunststoffe die kinematischen Zusammenhänge mit der Bilanzbeziehung über Materialmodelle, welche Deformation und resultierende Spannung verknüpfen.

Mit der Kinematik besteht ein Zusammenhang zwischen aufgebrachtener Deformation und Verschiebungen \mathbf{u} im materiellen Körper. Eine aufgebrachte Belastung verursacht eine Verschiebung materieller Punkte vom Ausgangszustand zur Momentankonfiguration. Die Gesamtheit der Materialverzerrung lässt sich als Funktion der Verschiebung \mathbf{u} beschreiben. Der allgemeine Zusammenhang der Defor-

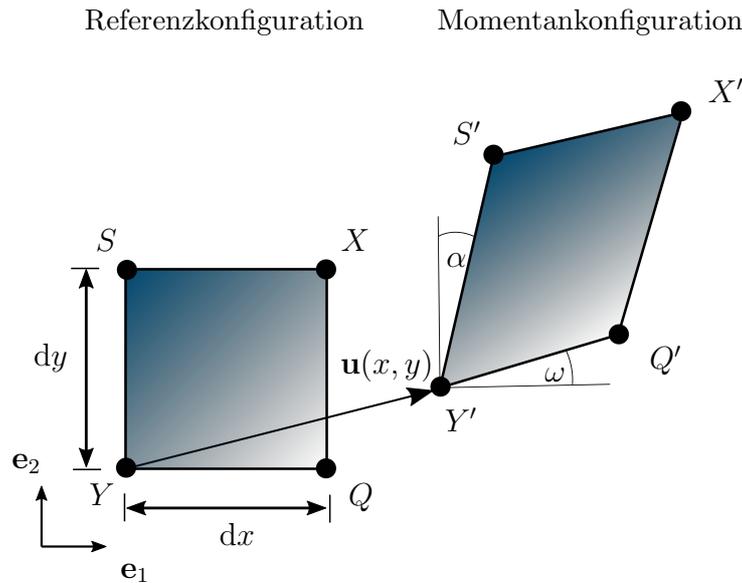


Abbildung 4.2: Deformation eines Flächenelements in der Referenz- und Momentankonfiguration, in Anlehnung an Gross [80]

mation mit der Verschiebung soll im Folgenden anhand eines zweidimensionalen Flächenelements des materiellen Körpers \mathcal{B} erläutert werden. Die lokale Verzerrung ist somit über die Ortsableitung der Verschiebung $\mathbf{u}(x, y)$ abbildbar. Durch eine aufgebrachte Deformation verformt sich eine infinitesimale rechteckige Fläche ($QXSY$) der Referenzkonfiguration in eine rautenförmige Fläche ($Q'X'S'Y'$) in der Momentankonfiguration, gemäß Abb. 4.2.

Im Folgenden werden die Änderungen der Seitenlängen und Winkel betrachtet. In der Referenzkonfiguration besitzt das Rechteck Seitenlängen dx bzw. dy . In der Darstellung wird ein Punkt Q des ausgewählten Flächenelements durch eine aufgebrachte Deformation um den Vektor \mathbf{u} verschoben zu Punkt Q' . In der Ausgangssituation besitzen die Eckpunkte die Ortsvektoren $\mathbf{q}, \mathbf{x}, \mathbf{s}, \mathbf{y}$. Der Verschiebungsvektor \mathbf{u} besitzt im kartesischen Koordinatensystem in Abb. 4.2 je eine Komponente in \mathbf{e}_1 -Richtung und \mathbf{e}_2 -Richtung. Stellen u den Anteil der Verschiebung in \mathbf{e}_1 -Richtung und v die Komponente in \mathbf{e}_2 -Richtung abhängig von der Position (x, y) dar, lassen sich diese Anteile mit einer Taylor-Reihenentwicklung für Nachbarpunkte zu Y allgemein darstellen durch

$$u(x + dx, y + dy) = u(x, y) + \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} dx + \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} dy + \dots \quad (4.3)$$

und

$$v(x + dx, y + dy) = v(x, y) + \frac{\partial v(x, y)}{\partial x} dx + \frac{\partial v(x, y)}{\partial y} dy + \dots \quad (4.4)$$

Werden hier nur kleine Deformationen am infinitesimalen Flächenelement berücksichtigt, entfallen die Terme höherer Ordnung, da die Längenänderung der Kanten durch Schrägstellung in Abb. 4.2 durch die Superposition von Zug und Druck vernachlässigbar ist. Somit lassen sich die Längenänderungen der Kante \overline{YQ} darstellen mit

$$\varepsilon_1 = \frac{(dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx) - dx}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (4.5)$$

und \overline{SY} mit

$$\varepsilon_2 = \frac{(dy + \frac{\partial v}{\partial y} dy) - dy}{dy} = \frac{\partial v}{\partial y}. \quad (4.6)$$

Die mit der Verzerrung einhergehenden Winkeländerungen lassen sich für kleine Deformationen bestimmen zu

$$\alpha \approx \tan \alpha = \frac{\frac{\partial u}{\partial y} dy}{dy + \frac{\partial v}{\partial y} dy} = \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (4.7)$$

bzw.

$$\omega \approx \tan \omega = \frac{\frac{\partial v}{\partial x} dx}{dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx} = \frac{\partial v}{\partial x}. \quad (4.8)$$

Aus der mittleren Winkeländerung

$$\frac{1}{2}(\alpha + \omega) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \varepsilon_{12} = \varepsilon_{21}, \quad (4.9)$$

ergeben sich die Schubverzerrungen ε_{12} bzw. ε_{12} . Zusammenfassend stellen die Verzerrungen aus den Gleichungen (4.5), (4.6) und (4.9) im allgemeinen dreidimensionalen Fall eine symmetrische tensorielle Größe, den Dehnungstensor

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \varepsilon_{ij} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j, \quad (4.10)$$

dar. Unter Anwendung der Definition des Gradienten

$$\text{grad}(\cdot) = \frac{\partial(\cdot)}{\partial \mathbf{x}} \quad (4.11)$$

als Ortsableitung einer Größe in der Referenzkonfiguration, ergibt sich die Umformung des Dehnungstensors zu

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\text{grad } \mathbf{u} + \text{grad}^T \mathbf{u}). \quad (4.12)$$

Die hier erläuterte Herleitung ist im Rahmen der geometrisch linearen Kinematik dargestellt und findet in der folgenden Umsetzung Anwendung. Die voraussetzende Annahme kleiner Deformationen bleibt dabei erfüllt. Große Deformationen sind zum einen im technischen Anwendungsfall nicht relevant, zum anderen kommen sie bei höher gefüllten Systemen nicht zum Tragen.

Die zweite Basis der Kontinuumsmechanik stellt die Erfüllung der Bilanzgleichungen dar. Unter diesem Begriff wird die Erhaltung physikalischer Größen zusammengefasst. Allgemein steht die zeitliche Änderung einer Größe in Abhängigkeit der Ursache der Änderung der entsprechenden Größe bestehend aus der Summe von Zufuhrterm, Fluss und Produktion unter thermodynamischer Konsistenz in Form von Energie bzw. Entropie. Ein umfassende Diskussion der Masterbilanz findet sich in diesem Zusammenhang in den Arbeiten von Diebels und Ehlers [59, 64]. Der dargestellte kontinuumsmechanische Rahmen beinhaltet die mechanischen Grundprinzipien der Bilanzgleichungen von Masse, Impuls, Drall, Energie und Entropie. Die in dieser Arbeit verwendeten Spannungs-Dehnungs-Zusammenhänge werden hier auf Grundlage der Impulsbilanz berechnet. Aus diesem Grund befasst sich der folgende Abschnitt nicht mit weiteren Bilanzen. Für eine ausführliche Darstellung der Bilanzbeziehungen ist auf weiterführende Literatur von Altenbach und Altenbach [2] bzw. Haupt [90] verwiesen.

Die Impulsbilanz beschreibt den Impuls \mathbf{I} und basiert auf dem zweiten Newtonschen Axiom

$$\frac{d}{dt} \mathbf{I} = \mathbf{f}. \quad (4.13)$$

Der Impuls resultiert aus der Dichte ρ des Körpers \mathcal{B} und der Geschwindigkeit $\dot{\mathbf{x}}$

zu einem Zeitpunkt t

$$\mathbf{I} = \int_{\mathcal{B}} \rho \dot{\mathbf{x}}(t) \, dv. \quad (4.14)$$

Die wirkende Kraft \mathbf{f} ergibt sich aus der Wirkung einer Oberflächenspannung \mathbf{t} , welche durch den Umgebungskontakt entsteht und einer Volumenkraftdichte $\rho \mathbf{b}$ im Körperinneren

$$\mathbf{f} = \int_{\partial\mathcal{B}} \mathbf{t} \, da + \int_{\mathcal{B}} \rho \mathbf{b} \, dv. \quad (4.15)$$

Mit der Anwendung des Cauchy-Theorems

$$\mathbf{t} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} \quad (4.16)$$

und des Transport-Theorems ergibt sich die lokale Form der Impulsbilanz zu

$$\rho \ddot{\mathbf{x}} = \operatorname{div} \mathbf{T} + \rho \mathbf{b}. \quad (4.17)$$

\mathbf{T} beschreibt den Cauchy-Spannungstensor der Momentankonfiguration mit einer Normalen \mathbf{n} . \mathbf{b} steht für innere wirkende Kräfte, wie die Gravitation. Im Cauchy'schen Spannungstensor \mathbf{T} bezieht sich die aktuelle Kraft auf das aktuelle Flächenelement und wird als wahre Spannung bezeichnet. Zur Auswertung der Impulsbilanz werden die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen des folgenden Kapitels benötigt.

Da in dieser Arbeit nur quasistatische Prozesse zugrunde liegen, entfällt der geschwindigkeitsabhängige Term in der lokalen Form der Impulsbilanz in Gleichung (4.17). Zudem sind die Fernwirkungskräfte im Vergleich zu den auftretenden Nahwirkungskräften im Material vernachlässigbar. Die zwingende Erfüllung der stationären Form der Impulsbilanz

$$0 = \operatorname{div} \mathbf{T} \quad (4.18)$$

stellt somit eine weitere grundlegende Basis in der Modellbildung dar.

Nach der dargestellten Bereitstellung der kontinuumsmechanischen Grundlagen der Kinematik und Bilanzierung wird im folgenden Kapitel die dritte Basis in Form der materiellen Beziehungen erläutert. Diese Materialmodelle verknüpfen ein Deformationsmaß, wie die Dehnung, mit der Spannung eines Körpers, in Form

von algebraischen, Differential- oder Integralgleichungen. Die einfachste Form einer solchen Beziehung stellt das Hookesche Gesetz ($\sigma = E \varepsilon$) zur Beschreibung der linearen Elastizität dar. In einem linearen Zusammenhang ist dabei die Dehnung ε mit der Spannung σ über einen Materialkennwert, dem Elastizitätsmodul E korreliert. Im Folgenden wird zunächst die grundlegende Theorie zur Abbildung eines charakteristischen Materialverhaltens dargestellt, welche direkt im Anschluss auf das vorliegende Probenmaterial angewendet und umgesetzt wird. Wesentlicher Vorteil des, im Rahmen dieser Arbeit verwendeten, Konzepts ist die Nutzbarkeit der skalaren Formulierungen der grundlegenden Zusammenhänge auf einer Mikroebene, die sowohl linearer als auch nicht-linearer Natur sein können. Daher sind die folgenden Zusammenhänge in einer Beschreibung für kleine Deformationen vorgestellt. Die Formulierung wird in Kapitel 4.3 mithilfe eines Homogenisierungskonzeptes nach der Microsphere-Theorie umgesetzt.

4.2 Eindimensionale Beschreibung

Zur Beschreibung des Materialverhaltens des Verbundmaterials müssen die gesamten charakteristischen Effekte, welche aus den experimentellen Ergebnissen hervorgehen, berücksichtigt werden. Das kurzfaserverstärkte Polymer zeigt elastoplastisches Materialverhalten mit Schädigung. Die Effekte hängen dabei maßgeblich sowohl vom Fasergehalt als auch einer dominierenden Hauptfaserorientierung ab. Im zu entwickelnden eindimensionalen Modell wird zunächst untersucht, ob das mechanische Verhalten des Verbundmaterials grundsätzlich aus der Mischung der beiden Komponenten beschrieben werden kann. Das vorgestellte eindimensionale konstitutive Modell beschreibt dabei den Faserverbundwerkstoff als makroskopisch homogenes Material. Es beinhaltet im eindimensionalen Fall nur eine Abhängigkeit des Materialverhaltens vom Fasergehalt. Der Einfluss der Hauptfaserausrichtung ist zunächst noch nicht berücksichtigt, da im vereinfachten Modell keine Anisotropieeffekte abgebildet werden können.

Verbundwerkstoff als Mischung

Bedingt durch die Zusammensetzung des in dieser Arbeit untersuchten Verbundmaterials, bestehend aus polymerer Matrix und verstärkenden Glasfasern, wird zur makroskopischen Beschreibung eine Mischungstheorie zugrunde gelegt. Mit Hilfe

der Mischungstheorie nach Truesdell und Toupin [185] bzw. Bowen [26] wird das Verhalten der einzelnen Komponenten beschrieben und geeignet miteinander kombiniert. Dazu wird zunächst das Konzept der Volumenanteile eingeführt, wie es in klassischen Effektivmedientheorien bzw. Homogenisierungsansätzen angewendet wird. Tiefergehend ist das Konzept in den Arbeiten von de Boer [23], bzw. Ehlers [63] oder Diebels [58, 59] zur Theorie poröser Medien erläutert. Allgemein gelten die folgenden Zusammenhänge:

Besteht ein Körper aus N Materialien, so existieren unterschiedliche Konstituierende φ^α innerhalb einer Mischung φ

$$\varphi = \sum_{\alpha=1}^N \varphi^\alpha. \quad (4.19)$$

Das Volumen, welches eine Konstituierende α einnimmt, wird beschrieben durch

$$V^\alpha = \int_{\mathcal{B}} dV^\alpha = \int_{\mathcal{B}} n^\alpha dV. \quad (4.20)$$

Der Volumenanteil n^α stellt den Anteil der Konstituierenden φ^α am Gesamtvolumen V dar [57, 198] und entstammt dem Verhältnis

$$n^\alpha = \frac{V^\alpha}{V}. \quad (4.21)$$

Aus dem Konzept der Volumenanteile setzt sich das gesamte Mischungsvolumen aus allen Konstituenten zusammen aus den Teilvolumina (vgl. Abb. 4.3)

$$V = \sum_{\alpha=1}^N V^\alpha. \quad (4.22)$$

Innerhalb der Mischung des Verbundmaterials muss die Sättigungsbedingung

$$n_m + n_f = 1 \quad (4.23)$$

für alle Komponenten erfüllt sein [59], da es sich im vorliegenden Fall um eine gesättigte Mischung bzw. eine Mischung ohne Leerräume handelt. Allgemein ist zur Bestimmung der Volumenanteile n^α auch eine Normierung der Teildichten ρ^α

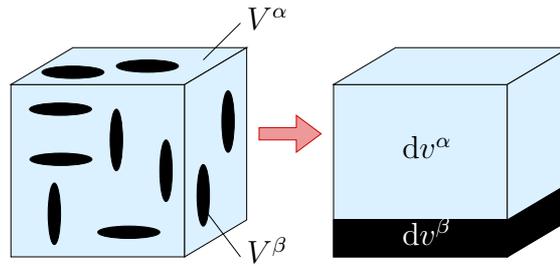


Abbildung 4.3: Volumenanteile der Konstituenten im repräsentativen Volumenelement (RVE)

zur Mischungsdichte $\rho = \frac{m}{V} = \frac{\sum m^\alpha}{V} = \sum \rho^\alpha$ möglich durch

$$n^\alpha = \frac{\rho^\alpha}{\rho^{\alpha R}} \quad \text{mit der realen Dichte} \quad \rho^{\alpha R} = \frac{m^\alpha}{V^\alpha}. \quad (4.24)$$

Die makroskopische Zusammensetzung des in dieser Arbeit vorliegenden Materialverbundes besteht aus polymerem Matrixmaterial (m) und verstärkenden Fasern (f). Ein repräsentatives Volumenelement (RVE) des Verbundmaterials besteht somit aus dem Anteil des Matrix- und Faservolumens [15]

$$V = \sum_i V_i = V_m + V_f. \quad (4.25)$$

Die Erweiterung dieser Mischungsregel [185] aus Gleichung (4.25) durch das Konzept der Volumenanteile [23] liefert die Darstellung der Anteile der Konstituierenden im RVE zu

$$n_i = \frac{V_i}{V}. \quad (4.26)$$

Die experimentellen Ergebnisse aus Kapitel 3 zeigen die starke Abhängigkeit des makroskopischen Materialverhaltens des Verbundmaterials vom Gehalt an Glasfasern in der polymeren Matrix. Für einen zunehmenden Fasergehalt erhöht sich die Steifigkeit des Verbundmaterials signifikant. In einem RVE ergibt sich somit die Gesamtspannung basierend auf der Mischungsregel nach Voigt [193] aus den Spannungen der Einzelkomponenten, gewichtet mit ihrem jeweiligen Volumenanteil

$$\sigma = n_m \sigma_m + n_f \sigma_f. \quad (4.27)$$

Die auf eine Querschnittsfläche des Verbundmaterials wirkende Kraft wird durch die ideale Mischung innerhalb des Gesamtvolumens anteilig auf die Querschnitts-

te der Faser und des Matrixmaterials verteilt. Die Anteile der Konstituierenden sind dabei für jeden Fasergehalt statistisch über den Querschnitt verteilt. Der reine Volumenanteil der Fasern n_f^p am Gesamtmaterial wird daher in diesem Fall zur Beschreibung kurzfaserverstärkter Polymere mit einem Steifigkeitsverhältnis in Anlehnung an ein Halpin-Tsai-Kriterium [85] angepasst

$$n_f = \alpha n_f^p \quad \text{mit} \quad \alpha = \frac{\frac{\sigma_f}{\sigma_m} - 1}{\frac{\sigma_f}{\sigma_m} + 40}, \quad (4.28)$$

welches auf einer Inversen Mischungsregel basiert. Mit dieser Näherung wird die Geometrie der Fasern in Form des Längen zu Durchmesser-Verhältnisses 40 im Nenner (ca. $200 \mu\text{m}$ zu $5 \mu\text{m}$) berücksichtigt. Aufgrund der Materialeigenschaften und der enormen Sprödhheit von Glas können die Fasern typischerweise mit einer rein elastischen Beziehung nach Hooke beschrieben werden.

Im gezeigten Ansatz wird keine relative Verschiebung zwischen den Einzelkomponenten angenommen. Es wird keine Interphase zwischen Matrix und Faser betrachtet. Die gesamte von außen aufgebrachte Dehnung verteilt sich gleich auf Matrix und Faser ($\varepsilon = \varepsilon_m = \varepsilon_f$), wobei für beide Komponenten unterschiedliche Konstitutivgesetze zugrunde gelegt werden. In dieser Arbeit finden dabei im Wesentlichen angepasste elastische und elasto-plastische Beschreibungen Anwendung. Zunächst werden die Grundlagen, welche zur Modellbildung mit einer Plastizitätstheorie mit numerischer Umsetzungsmöglichkeit notwendig sind, dargestellt. Die Nutzung des Konzepts der Volumenanteile ermöglicht hier eine Mittelung des Materialverhaltens ohne nähere Berücksichtigung der Faser-Matrix-Interaktion durch weitere, experimentell in dieser Arbeit nicht erfasste, mikroskopische Effekte.

Grundlagen der Plastizitätstheorie

Das polymere Matrixmaterial wird mit einem elasto-plastischen Konstitutivmodell beschrieben. Allgemein spricht man von plastischem Materialverhalten, wenn Materialien nach Überschreiten einer kritischen Beanspruchung irreversibel deformieren. Die Grenze von elastischer zu inelastischer Deformation wird als Fließgrenze σ_y bezeichnet. Nach Überschreiten dieses kritischen Spannungswertes tritt Fließen ein und der in Abb. 4.4 b) dargestellte Spannungs-Dehnungs-Zusammenhang folgt keinem elastischen Zusammenhang mehr.

Die Gesamtdehnung resultiert für plastische Materialien aus dem elastischen und

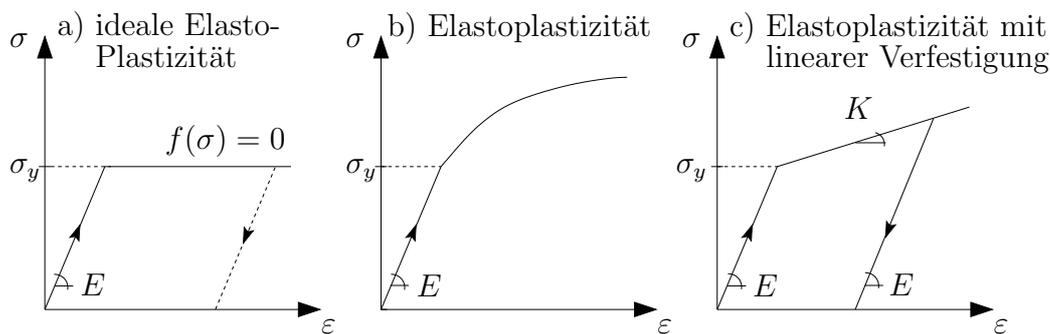


Abbildung 4.4: Schematische Darstellungen elasto-plastischer Spannungs-Dehnungs-Zusammenhänge mit Elastizitätsmodul E und Verfestigungsmodul K

plastischen Anteil ($\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p$) der aufgetragenen Deformation ε . Damit gilt für die Spannung

$$\sigma = E \varepsilon_e = E (\varepsilon - \varepsilon_p). \quad (4.29)$$

Der Hookesche Zusammenhang ist hierbei für den elastischen Anteil der Dehnung definiert. Der Elastizitätsmodul E ist ein Materialparameter und stellt die Materialsteifigkeit dar.

Legt man zur Beschreibung ideal elasto-plastischen Materialverhaltens als rheologisches Modell eine in Reihe geschaltete Feder-Reibelement-Verbindung zu Grunde, so muss eine Fließbedingung

$$f(\sigma) = |\sigma| - \sigma_y \leq 0, \quad (4.30)$$

für die Spannungen im Reibelement eingeführt werden. Die Fließspannung σ_y wird dabei als „Haftspannung“ des Reiblements interpretiert. Die Auswertung von Gleichung (4.30) liefert zwei Fälle, welche in Tabelle 4.1 erläutert sind.

a) Elastizität $f(\sigma) = \sigma - \sigma_y \leq 0$	b) Plastizität $f(\sigma) = \sigma - \sigma_y = 0$
$\dot{\varepsilon}_p = 0$	I: $\dot{\varepsilon}_p = \gamma \geq 0$ II: $\dot{\varepsilon}_p = -\gamma \leq 0$
$\dot{\sigma} = E(\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_p)$	I: $\sigma = \sigma_y \geq 0$ II: $\sigma = -\sigma_y \leq 0$

Tabelle 4.1: Auswertung der Fließbedingung

Im plastischen Fall b) steht γ für den Betrag der Gleitrate $\dot{\varepsilon}_p$, welche im elastischen Fall a) nicht vorhanden ist. Im plastischen Bereich ist die Gleitrate definiert mit

$$\dot{\varepsilon}_p = \gamma \operatorname{sgn}(\sigma) \quad (4.31)$$

und die Signumfunktion nimmt für positive Spannungen (Belastungen) den Wert +1 und für negative Spannungen (Entlastungen/Druck) den Wert -1 an. Alle Punkte, welche Ungleichung (4.30) erfüllen, befinden sich im Inneren der Fließfläche. Im eindimensionalen Fall liegen die Werte für die Fließfläche in $[-\sigma_y, \sigma_y]$. Ein Zustand mit Spannungswerten außerhalb dieser Fläche ($f(\sigma) \geq 0$) ist nicht zulässig. Die Auswertung für $f(\sigma) = 0$ trifft exakt die Fließfläche.

Als Be- und Entlastungsbedingung sind die beiden Fälle auf der Fließfläche $f = 0$ zusammengefasst mit

$$f(\sigma) < 0, \gamma = 0 \quad \text{bzw.} \quad f(\sigma) = 0, \gamma \geq 0, \quad (4.32)$$

und werden nach Simo [180] mithilfe der Kuhn-Tucker-Bedingungen dargestellt

$$\gamma \geq 0, f(\sigma) = 0 \quad \text{und} \quad \gamma f(\sigma) = 0. \quad (4.33)$$

Eine Auswertung der Kuhn-Tucker-Bedingungen auf der Fließfläche ($f = 0$) ergibt die Konsistenzbedingung

$$\dot{\gamma} f + \gamma \dot{f} = 0 \quad \text{und somit} \quad \gamma \dot{f} = 0. \quad (4.34)$$

Die ständige Erfüllung dieser Bedingungen gewährleistet trotz Fließens ($\dot{\varepsilon}_p \neq 0$ bzw. $\gamma \neq 0$) den Verbleib der Spannung auf der Fließfläche ($\dot{f} = 0$). Wird die Fließfläche verlassen ($\dot{f} < 0$) kann kein Fließen mehr stattfinden ($\gamma = 0$).

Für plastisches Fließen liefert die totale Ableitung der Fließbedingung

$$\dot{f} = \frac{df}{d\dot{\sigma}} = \frac{\partial f}{\partial \sigma} \frac{d\sigma}{dt}, \quad (4.35)$$

mit Ersetzen der Spannung nach Gleichung (4.29), ein Maß für die Gleitrate für ideale Plastizität

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma} (E (\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_p) = \frac{\partial f}{\partial \sigma} E (\varepsilon - \varepsilon_p) \gamma \operatorname{sgn}(\sigma), \quad (4.36)$$

wobei gilt

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \dot{\sigma}} = \frac{\partial |f|}{\partial \dot{\sigma}} = \operatorname{sgn}(\sigma). \quad (4.37)$$

Für $\dot{f} = 0$ folgt aus dieser Herleitung

$$\dot{f} = \operatorname{sgn}(\sigma) E \dot{\varepsilon} - \gamma E (\operatorname{sgn}(\sigma))^2 = 0. \quad (4.38)$$

Für die Gleitrate bei idealer Plastizität ohne Verfestigung gilt folglich

$$\gamma = \dot{\varepsilon}_p \operatorname{sgn}(\sigma) = \dot{\varepsilon} \operatorname{sgn}(\sigma), \quad (4.39)$$

was als Fließregel bezeichnet wird. Auf der Fließfläche für $f(\sigma) = 0$ entspricht die gesamte aufgebrauchte Dehnrate der Dehnrate der plastischen Dehnung mit

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_p. \quad (4.40)$$

Um reale Materialeigenschaften abbilden zu können, muss die gezeigte idealisierte Darstellung des elasto-plastischen Materialverhaltens (vgl. Abb. 4.4 a) erweitert werden. Aus diesem Grund werden weitere Materialparameter eingeführt, mit deren Hilfe sich eine Verfestigung, d. h. ein Anstieg der Spannung nach Überschreiten der Fließgrenze (vgl. Abb. 4.4 c), beschreiben lässt. Die Fließspannung hängt in dieser Formulierung von der Vorgeschichte ab.

In der folgenden Herleitung ist die Art der Verfestigung isotrop gewählt, was bedeutet, dass sich die Fließfläche im Hauptspannungsraum aufweitet, der Mittelpunkt jedoch konstant bleibt. Als weitere Verfestigungsart ist die kinematische Verfestigung zu nennen bei der die Fließfläche ihre Gestalt beibehält, der Mittelpunkt jedoch verschoben wird. Die beiden Verfestigungsarten sind schematisch in Abb. 4.5 im Hauptspannungsraum dargestellt.

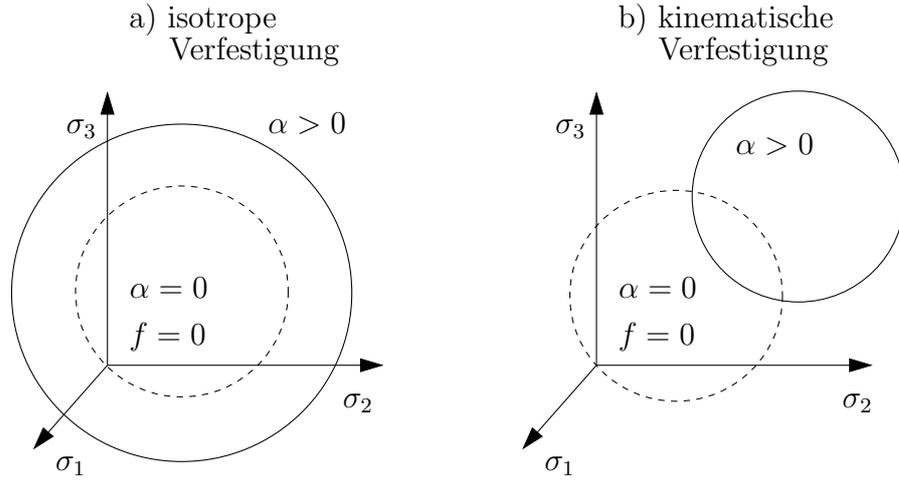


Abbildung 4.5: Schematische Veränderung der Fließfläche für a) isotrope und b) kinematische Verfestigung, in Anlehnung an Han [38]

Die Fließbedingung aus Gleichung (4.30) wird zu

$$f(\sigma, \alpha) = |\sigma| - (\sigma_y + K \alpha) \leq 0 \quad \text{mit} \quad \alpha \geq 0, \quad (4.41)$$

erweitert mit der inneren Verfestigungsvariable α und dem Verfestigungsmodul bzw. plastischen Modul K . Wird ein festes $K \leq 0$ gewählt, so spricht man von Dehnungserweichung. Für den Fall der linearen Verfestigung, wie in Abb. 4.4 c) dargestellt, wird eine innere Evolutionsgleichung genutzt, welche dem Zusammenhang

$$\dot{\alpha} = |\dot{\epsilon}_p| = |\gamma \operatorname{sgn}(\sigma)| = \gamma \geq 0, \quad (4.42)$$

entspricht. Alternative Formulierungen für $\dot{\alpha}$ sind möglich, z. B. $\dot{\alpha} = \sigma \dot{\epsilon}_p$ oder exponentielle Zusammenhänge. Für die Auswertung der Fließbedingung müssen die Konsistenzbedingung und die Kuhn-Tucker-Bedingungen erfüllt sein. Das Differential ergibt sich zu

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \dot{\sigma}} \dot{\sigma} + \frac{\partial f}{\partial \dot{\alpha}} \dot{\alpha} = \operatorname{sgn}(\sigma) E (\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}_p) - K \dot{\alpha} \quad (4.43)$$

$$= \operatorname{sgn}(\sigma) E \dot{\epsilon} + \gamma (E + K), \quad (4.44)$$

mit der Gleitrate

$$\gamma = \frac{\operatorname{sgn}(\sigma) E \dot{\epsilon}}{E + K}, \quad (4.45)$$

für $f = 0$. Daraus folgt die plastische Dehnrate

$$\dot{\varepsilon}_p = \frac{E \dot{\varepsilon}}{E + K} \quad (4.46)$$

und die Spannungsrate

$$\dot{\sigma} = E (\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_p) = \left(E - \frac{E^2}{E + K} \right) \dot{\varepsilon} = \left(\frac{E K}{E + K} \right) \dot{\varepsilon}. \quad (4.47)$$

Im plastischen Bereich des Materialverhaltens lässt sich die Beziehung zwischen Dehnrate und Spannungsrate über den elasto-plastischen Tangentenmodul E_{ep}

$$E_{ep} = \frac{E K}{E + K}, \quad (4.48)$$

beschreiben. Somit gilt:

$$\dot{\sigma} = \begin{cases} E \dot{\varepsilon} & , \text{ wenn } \gamma = 0, f < 0 \\ \left(\frac{E K}{E + K} \right) \dot{\varepsilon} & , \text{ wenn } \gamma > 0, f = 0 \text{ mit Belastung} \end{cases} \quad (4.49)$$

Implementierungsmöglichkeit: Prädiktor-Korrektor-Verfahren

Für die Implementierung in einer Finiten-Elemente-Umgebung eignet sich das bisher dargestellte Verfahren wenig. Daher wird im Folgenden ein dehnungsgesteuertes alternatives Vorgehen für die Be- und Entlastungsbedingungen vorgestellt. Zunächst müssen dazu folgende Annahmen getroffen werden:

1. Start ist ein erreichbarer Zustand im elastischen Bereich ($f(\sigma, \alpha) < 0$)
2. Aufbringen einer Dehnrate $\dot{\varepsilon}$
3. Man definiere einen Testzustand *trial state* (s. Abb. 4.6) für Raten eingefrorenen plastischen Fließens

$$\dot{\sigma}^{tr} = E \dot{\varepsilon} \quad \text{und} \quad \dot{\varepsilon}_p^{tr} = \dot{\alpha}^{tr} = 0. \quad (4.50)$$

Die in Abb. 4.6 dargestellten Versuchsgrößen ergeben eine fiktive Spannung bzw. Verfestigung und stimmen nicht mit den vorangegangenen Werten $\bar{\sigma}$, $\bar{\varepsilon}$ überein. Es wird im Testzustand bei einem höheren Dehnschritt die zugehörige fiktive

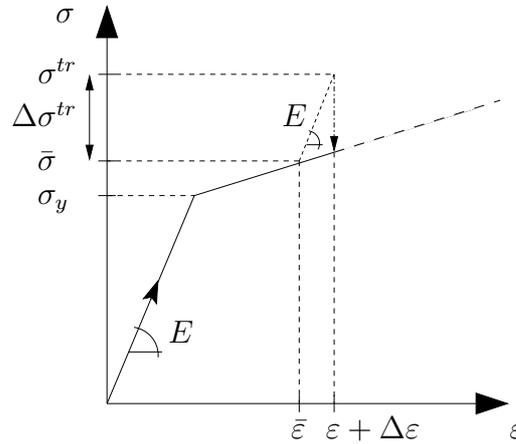


Abbildung 4.6: Veranschaulichung des eindimensionalen Trial-Zustands

Spannung σ^{tr} berechnet. In diesem Verfahren bezeichnet der *Prädiktor* einen fiktiv vorgegebenen Testzustand der Spannung, welcher durch den *Korrektor* immer wieder zurück auf die Fließfläche gezogen wird.

Ausgehend vom Zusammenhang der elasto-plastischen Raten über

$$\dot{\sigma} = E \dot{\epsilon} - E \dot{\epsilon}_p, \quad (4.51)$$

ergeben sich für die Raten formuliert mit den Testzuständen

$$\dot{\sigma} = \dot{\sigma}^{tr} - E \gamma \frac{\partial f}{\partial \sigma}, \quad (4.52)$$

$$\dot{\alpha} = \gamma. \quad (4.53)$$

Für Gleitraten $\gamma = 0$ entsprechen die Versuchsgrößen den wahren physikalischen Größen. γ wird auch als plastischer Multiplikator bezeichnet. Im Sonderfall der eindimensionalen Plastizitätsbeschreibung werden kein plastischer Multiplikator und keine Formulierung über die Fließregel benötigt, da die plastische Dehnrates $\dot{\epsilon}_p$ direkt aus $f = 0$ bestimmbar ist. Man befindet sich unterhalb der Fließfläche für $f(\sigma, \alpha) < 0$ im elastischen Bereich. Ausgangspunkt ist die exakte Erfüllung der Fließbedingung mit $f(\sigma, \alpha) = 0$. Anhand der analogen Gleichungsbedingungen nach Kuhn-Tucker in Gleichung (4.33) ergeben sich im allgemeinen dreidimensionalen Fall $\gamma = 0$ oder $\gamma > 0$.

Das Einsetzen in die Konsistenzbedingung nach Gleichung (4.34) liefert

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma} \dot{\sigma}^{tr} - \gamma (E + K). \quad (4.54)$$

Zudem darf $\dot{f}(\sigma, \alpha)$ nicht positiv sein, was die Bedingungen $\dot{f}(\sigma, \alpha) \leq 0$ und $\gamma \dot{f}(\sigma, \alpha) = 0$ impliziert.

Drei Fälle sind nun zu unterscheiden:

- i) Nimmt man zunächst an, dass $\frac{\partial f}{\partial \sigma} \dot{\sigma}^{tr} > 0$, dann wird $\gamma > 0$ notwendig. Ansonsten wäre $\dot{f}(\sigma, \alpha) > 0$, was nicht erlaubt ist.

Für eine instantane plastische Belastung muss somit $f(\sigma, \alpha) = 0$ und $\frac{\partial f}{\partial \sigma} \dot{\sigma}^{tr} > 0$ vorliegen, sodass $\gamma > 0$. γ wird ermittelt über $\dot{f}(\sigma, \alpha) = 0$ zu

$$\gamma = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma} \dot{\sigma}^{tr}}{E + K}. \quad (4.55)$$

Damit können die Raten über Gleichung (4.52) bestimmt werden und liefern $\dot{\sigma} \neq \dot{\sigma}^{tr}$ und $\dot{\alpha} = \dot{\alpha}^{tr}$. Dies stellt eine Korrektur des Testzustandes dar.

- ii) Nimmt man $\frac{\partial f}{\partial \sigma} \dot{\sigma}^{tr} = 0$ an, so folgt $\gamma = 0$. Die Konsistenzbedingung wäre nicht erfüllt mit $\gamma \neq 0$ und folglich $\dot{f}(\sigma, \alpha) \neq 0$. Es muss $\dot{f}(\sigma, \alpha) = 0$ sein und $\gamma = 0$, da zwingend $\gamma f = 0$ gelten muss. Die Versuchsraten entsprechen den wahren physikalischen Raten und es liegt eine neutrale Belastung vor, aufgrund von $\dot{\sigma} = \dot{\sigma}^{tr}$ und $\dot{\alpha} = \dot{\alpha}^{tr} = 0$.
- iii) Nimmt man zuletzt $\frac{\partial f}{\partial \sigma} \dot{\sigma}^{tr} < 0$ an, so muss $\gamma = 0$ sein. $\gamma > 0$ würde die Konsistenzbedingungen verletzen. Es liegt folglich der Fall instantaner elastischer Entlastung vor, mit $\dot{f}(\sigma, \alpha) < 0$ und $\gamma = 0$. Die Versuchsraten entsprechen auch hier den wahren physikalischen Raten.

Die Implementierung folgt dem dargestellten zusammenfassendem Schema [147]:

- Start: gegebene Anfangswerte und $\dot{\epsilon}$
- Berechnen eines Trial-Zustandes: $\dot{\sigma}^{tr} = E \dot{\epsilon}, \dot{\alpha}^{tr} = 0$
 $\rightarrow \sigma^{tr}, \alpha^{tr}$
- Wenn $f(\sigma^{tr}, \alpha^{tr}) \leq 0$ (elastischer Bereich)
 $\rightarrow \dot{\sigma} = \dot{\sigma}^{tr}$ und $\dot{\alpha} = 0$
- Wenn $f(\sigma^{tr}, \alpha^{tr}) \geq 0$ (Außerhalb der Fließfläche)
 $\rightarrow \gamma = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma} \dot{\sigma}^{tr}}{E + K}, \dot{\alpha} = \gamma$ und $\dot{\sigma} = \dot{\sigma}^{tr} - E \gamma \frac{\partial f}{\partial \sigma}$

Schädigung

Eine weitere Anpassung der konstitutiven Plastizitätsbeziehung ist notwendig, da das bisher vorgestellte Plastizitätsmodell unendlich große Belastungen zulassen würde. In Realität versagt aber ein plastisches Material bei einer bestimmten Deformation. Dabei wird die Festigkeit durch das Eintreten von Schädigungseffekten bis hin zum Versagen des Materials stark verringert. Im physikalischen Sinne fasst der Begriff Materialschädigung alle Effekte zusammen, die zu einer Steifigkeitsdegradation führen. Mikrorissbildung und das Entstehen und Vereinen von Mikroporen spielen dabei eine wichtige Rolle. Schädigung steht immer im Zusammenhang mit plastischen bzw. irreversiblen Belastungszuständen und führt zu einer Energiedissipation [128]. Das kontinuumsmechanische Schädigungskonzept, erstmals genannt durch Hult [100], basiert auf den frühen Arbeiten von Kachanov [111], gefolgt von LeMaître [129], Murakami [150], Krajcinovic [119] und Chaboche [35].

Neben der angesprochenen duktilen Schädigung lassen sich je nach Belastung und Materialeigenschaften weitere Schädigungsarten klassifizieren. Schädigt ein elastisches Material durch die Entstehung und das Wachstum von Mikrorissen handelt es sich um spröde Schädigung bis hin zum Bruch. Die Kriechschädigung tritt bei plastischen Deformationen ratenabhängig auf. Wird in einem plastischen Deformationsbereich eine zusätzliche Wechselbelastung aufgebracht, so spricht man von Materialermüdung.

Schädigung elasto-plastischer Materialien kann mithilfe einer Be- und Ent- bzw. Wiederbelastungskurve im einachsigen Zugversuch qualitativ untersucht werden. Schematisch zeigt Abb. 4.7 den Verlauf einer Erstbelastung im Zugversuch mit elastischem Bereich (Startmodul E_0), Übergang zu plastischer Deformation nach Überschreiten der Fließgrenze σ_y und anschließender Entlastung zu einem bleibenden Dehnwert. Bei Entlastung verläuft die Gerade flacher im Gegensatz zur Erstbelastung. Die Materialsteifigkeit hat sich auf einen Wert $E \leq E_0$ verringert. Zur Quantifizierung einer makroskopischen Schädigung (*damage*) wird eine weitere innere Variable $d \in [0; 1]$, mit der alle Mikrodefekte zusammen abbildbar sind, eingeführt. Für ein vollkommen intaktes, ungeschädigtes Material nimmt d den Wert 0 an. Kann das Material keine Last mehr aufnehmen, ist es vollständig geschädigt und $d = 1$.

Die Schädigungsvariable d bildet das Verhältnis vom geschädigten Anteil eines Flächenelements dA_d zum ungeschädigten Anteil dA

$$d = \frac{dA_d}{dA}, \quad (4.56)$$

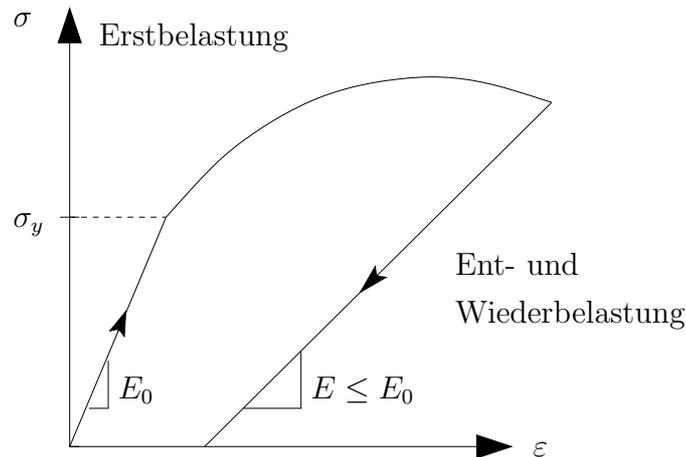


Abbildung 4.7: Spannungs-Dehnungs-Kurve für duktile Schädigung

was in Abb. 4.8 für Mikrorisse und Poren für eine Querschnittsfläche eines repräsentativen Volumenelementes (RVE) visualisiert ist. Das in der Mechanik gebräuchli-

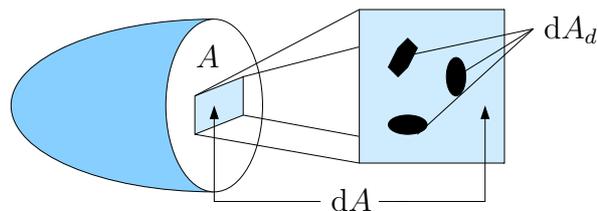


Abbildung 4.8: Repräsentatives Flächenelement mit Mikrodefekten

che repräsentative Volumen bzw. die repräsentative Fläche beschreiben eine kleine Einheit eines Körpers mit effektiven Eigenschaften des gesamten Körpers [95]. Liegen keine Mikroporen oder -risse im Flächenelement vor, so ist $dA_d = 0$ und die Schädigungsvariable $d = 0$. Wachsen die Mikrorisse bzw. -poren so stark an, dass das gesamte gewählte Flächenelement $dA = dA_d$ in einer Pore liegt, so ist $d = 1$. Sind die Defekte statistisch im Volumen verteilt, ist der Anteil an Volumen und Oberflächen identisch. Die Schädigungsvariable ist in diesem Fall unabhängig vom gewählten Schnittbereich des Materials. In diesem Fall ist die Flächeneigenschaft zudem unabhängig von der gewählten Orientierung identisch zur Volumeneigenschaft des Körpers. Die Beschreibung der Materialschädigung durch voranschreitende Mikrorisse bzw. -poren über eine skalarwertige Variable ist daher ausreichend.

Konzept der effektiven Spannungen

Die konstitutiven Spannungs-Dehnungs-Gleichungen beschreiben bisher nur intakte Materialien ohne jegliche Art von Defekten. Die ermittelten Spannungswerte resultieren aus der Annahme, dass die gesamte Querschnittsfläche alle Kräfte übertragen kann. Sind allerdings Mikrorisse bzw. Poren vorhanden, welche keine Art von Kräften übertragen können, bleibt nur ein Restquerschnitt A_r zur Spannungsberechnung. Eine Materialschädigung führt somit als makroskopisch messbares Ergebnis zu einer Erhöhung der ermittelten Spannungswerte, aufgrund des abnehmenden tragenden Querschnitts.

Da für die Spannungsermittlung nur der verbleibende Restquerschnitt tragend bleibt, muss der allgemeine Zusammenhang $\sigma = F/A$ angepasst werden. Die eingeführte effektive Spannung $\tilde{\sigma}$

$$\tilde{\sigma} = \frac{F}{A_r} = \frac{F}{A_0 - A} \quad (4.57)$$

bezieht die wirkende Kraft F auf einen tragenden Restquerschnitt A_r aus der Differenz zwischen effektivem porenfreiem Querschnitt A_0 und Ausgangsfläche A . Der Zusammenhang zwischen Nominalspannung σ und effektiver Spannung $\tilde{\sigma}$ folgt unter Berücksichtigung der Definition der Schädigungsvariablen d in Gleichung (4.56) zu

$$\tilde{\sigma} = \frac{F}{(1-d)A_r} = \frac{1}{1-d}\sigma. \quad (4.58)$$

Für den einachsigen Zugversuch nimmt man an, dass sich die Materialeigenschaften nicht direkt ändern, wenn Schädigung eintritt. Lediglich die effektive Fläche, auf die eine ermittelte Spannung bezogen ist, ändert sich. Treten Schädigungseffekte auf, so verringert sich der tragende Querschnitt bzw. die effektive Spannung steigt an. Die Verzerrung ε wird nach diesem Konzept durch die effektiv wirkende Spannung $\tilde{\sigma}$

$$\varepsilon = \frac{1}{E}\tilde{\sigma}, \quad (4.59)$$

verursacht. Im Bezug zur Nominalspannung auf den Ausgangsquerschnitt lautet der Spannungs-Dehnungs-Zusammenhang für den einachsigen Fall

$$\sigma = (1-d)\tilde{\sigma} = (1-d)E\varepsilon. \quad (4.60)$$

Im ungeschädigten Fall für $d = 0$ resultiert die Spannung im Material aus der gesamten von außen aufgetragenen Dehnung ε .

Nach der Bereitstellung der, zur Modellbildung benötigten, grundlegenden konstitutiven Beziehungen, wird im Folgenden die Umsetzung der Theorie zur Entwicklung der eindimensionalen Modellbeschreibung im Detail erläutert. Basierend auf den Resultaten der experimentellen Untersuchungen werden dabei zunächst die Modelle zur Beschreibung der Einzelkomponenten von Faser und Matrix betrachtet. Die Beschreibung des Verhaltens des gesamten Verbundmaterials erfolgt über das Konzept der Mischungstheorie.

Die Faserspannung ergibt sich nach Gleichung (4.27) aus dem linear elastischen Verhältnis von aufgetragener Dehnung und Fasersteifigkeit (E -Modul). Zur Darstellung des Matrixmaterials wird das im Folgenden beschriebene Plastizitätsmodell entwickelt.

Die konstitutiven Modellierungsbeziehungen kommen in ihrem Zusammenspiel der dargelegten Konzepte zur eindimensionalen Beschreibung des charakteristischen Materialverhaltens des unverstärkten Polymers im Werkstoffverbund zum Einsatz.

Plastizität des Matrixpolymers

Aufgrund des geringen gesamten makroskopisch erreichten Dehnungsbereichs bei Belastung des Verbundmaterials ist die Beschreibung der Plastifizierung der Matrix limitiert auf den Bereich kleiner Dehnungen ($< 5\%$). Das Matrixmaterial wird in dieser Arbeit aus einem Modell, in das Schädigung und Plastizität an unterschiedlichen Stellen getrennt voneinander eingehen, beschrieben. Somit werden Schädigungsentwicklung und Deformation entkoppelt dargestellt. Im ersten Schritt wird die Matrixspannung nur durch den geschädigten elastischen Anteil ε_e der Gesamtdehnung und die Polymersteifigkeit E_m die Matrixspannung beeinflusst

$$\sigma_m = \underbrace{(1 - d_m)}_{\text{Schädigung}} E_m \varepsilon_e = (1 - d_m) E_m (\varepsilon - \varepsilon_p), \quad (4.61)$$

wobei bereits das unverstärkte Matrixmaterial in den zyklischen, uniaxialen Zugversuchen ein Schädigungsverhalten aufweist. Das gesamte Matrixmaterial wird geschädigt und geschwächt. Eine Schädigungsvariable d_m für die reine Matrixschädigung des PBT muss eingeführt werden. Der verfolgte Ansatz nach LeMaitre

[129] gibt für ein völlig intaktes Material $d_m = 0$ vor. Die in dieser Arbeit entwickelte Modellbeschreibung bildet unterschiedliche Schädigungseffekte mittels unterschiedlicher Schädigungsvariablen, zunächst d_m für die Matrixschädigung und im Folgenden durch Einführung der zweiten Schädigungsvariablen d_f im Zusammenspiel mit den Fasern, ab. Für das Matrixmaterial nimmt die Schädigung mit steigender plastischer Dehnung des Polymers zu. Mit zunehmender plastischer Dehnung entwickelt sich die Schädigungsvariable der Matrix linear $\dot{d}_m = k_i \dot{\varepsilon}_p$ bis zum Erreichen des Grenzwertes $d_m = 1$ für vollständig geschädigtes Material. Die Basis dieser Schädigungsbeschreibung stellt eine Verringerung des effektiven Probenquerschnitts dar, welcher die von außen aufgebrachte Kraft aufnehmen kann. Zur Abbildung des plastischen Verhaltens der polymeren Matrix wird eine klassische Fließbedingung

$$F_p = \sigma_m^2 - (\sigma_y + q_i)^2 \quad (4.62)$$

genutzt. Der Fließbeginn der Matrix wird dabei repräsentiert durch die Fließspannung σ_y . Mit beginnender Plastifizierung des Polymers entstehen Mikroporen, die zur Materialschädigung führen [129]. Die Matrixspannung berechnet sich in Folge als effektive Matrixspannung unter Berücksichtigung der sich entwickelnden Schädigungseffekte nach Gleichung (4.60). Zudem beinhaltet die Fließbedingung eine interne isotrope Verfestigungsvariable q_i .

In dieser Modellbeschreibung entwickelt sich die Verfestigung $\dot{q}_i = c_i \dot{\varepsilon}_p$ linear mit der plastischen Dehnung und ist mittels aufgebrachter Dehnschritte bestimmbar

$$\dot{\varepsilon}_p = \frac{dF_p}{d\sigma_m}. \quad (4.63)$$

Matrix und Fasern im Verbundmaterial

Mit Zugabe der Glasfasern zeigt das polymere Verbundmaterial in den experimentellen Ergebnissen der zyklischen uniaxialen Versuche eine fortschreitende Schädigung. Daher beinhaltet die linear-elastisch berechnete Faserspannung eine weitere Schädigungsvariable d_f und die Fasersteifigkeit E_f

$$\sigma_f = (1 - d_f) E_f \varepsilon. \quad (4.64)$$

Das Schädigungsverhalten des Verbundmaterials ist hierbei nur als makroskopi-

scher Effekt berücksichtigt. Im Allgemeinen schädigen kurzfaserverstärkte Werkstoffverbunde in unterschiedlichen Formen. Zum einen kann das Matrixmaterial zerstört werden, zum anderen können die Fasern brechen oder es kommt zu einer Ablösung (Debonding) zwischen Verstärkungspartikeln (Fasern) und Matrixmaterial [174]. Diese Effekte sind schematisch in Kapitel 3, Abb. 3.26, dargestellt. Das Schädigungsverhalten der Matrix wird bereits separiert mittels d_m im elastoplastischen Modell berücksichtigt.

Die beiden Arten der Faserschädigung lassen sich aus den Ergebnissen der makroskopischen Experimente nicht trennen. Daher ist von einem Beginn des Debondings bzw. des Faserbruchs nach Überschreiten einer Grenzspannung $\Delta\sigma$ in Gleichung (4.65) als Differenz zwischen Matrix- und Faserspannung

$$\Delta\sigma = \sigma_m - \sigma_f, \quad (4.65)$$

auszugehen. Zur Schädigungsentwicklung des Verbundmaterials wird eine Schädigungsbedingung

$$F_d = \Delta\sigma^2 - \sigma_d^2, \quad (4.66)$$

analog zur klassischen Fließbedingung eingeführt, wobei σ_d als Grenzwert den Start der Faserablösung darstellt. Die Plastizität der Matrix lokalisiert somit im Ablösebereich zwischen Matrix und Fasern ausgelöst durch die von Außen aufgebrachte Deformation. Mit diesem Ansatz schädigt das Verbundmaterial, sobald die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma$ den Grenzwert σ_d überschreitet. Die Schädigungsvariable d_f entwickelt sich linear mit wachsender aufgebrachter Dehnung ε . Die Effekte des Faserbruchs und des Debondings sind in dieser Näherung nicht trennbar.

Im Rahmen der Umsetzung der vorangegangenen Theorien sind verschiedene numerische Methoden notwendig. Die analytische Lösung von Differentialgleichungen ist meist nicht eindeutig bestimmbar. Zur Lösung von Differentialgleichungen werden daher Rand- bzw. Anfangswerte benötigt. Daher ist ein Näherungsverfahren zur numerischen Lösungsfindung notwendig. Dazu wird ein Belastungsintervall in diskrete Zeitschritte unterteilt.

Zur Auswertung der dargestellten Plastizitätsbeziehungen kann im eindimensionalen Fall ein *implizites* Euler-Verfahren (Euler-Rückwärts) genutzt werden. Das Polygonzug-Verfahren dient zur numerischen Lösung eines Anfangswertproblems. Die Idee besteht in der Lösung einer Differentialgleichung mithilfe einer numerischen Integration. Die Funktion wird mit dieser Methodik an diskreten Stützstellen approximiert. Je geringer die Schrittweite h , desto besser ist die Qualität des

Ergebnisses. Eine zu große Schrittweite allerdings kann zu mathematischen Instabilitäten führen.

Zur Lösung der zeitabhängigen Differentialgleichungen wird in dieser Arbeit ein Zeitintegrationsverfahren genutzt. Mit dem hier verwendeten *impliziten* Euler-Verfahren [195, 199]

$$y_{i+1} = y_i + h f(t_{i+1}, y_{i+1}) \quad (4.67)$$

ist in jedem Zeitschritt t_{i+1} ein nichtlineares Gleichungssystem zur Bestimmung von y_{i+1} zu lösen. Dies ist mit entsprechend hohem numerischem Aufwand und in der Konsequenz mit mehr Rechenzeit verbunden.

Hat die gegebene Differentialgleichung eine nichtlineare Form, kann ein Zeitschritt-wert mit dem Euler-Verfahren nicht direkt bestimmt werden, so kommt zur Lösung eine weitere numerische Methode zum Einsatz, welche als *Newton-Verfahren* bezeichnet wird. Da die Lösung nichtlinearer Gleichungen nicht mehr direkt möglich ist, muss ein iteratives Verfahren genutzt werden. Anhand des eindimensionalen Falles wird im Folgenden das *Newton-Verfahren* als iterative Vorgehensweise erklärt.

Zur Nullstellenbestimmung einer nichtlinearen Funktion $f(x) = 0$ wird eine Tangente als Approximation bestimmt. Abb. 4.9 zeigt das Verfahren schematisch. Die

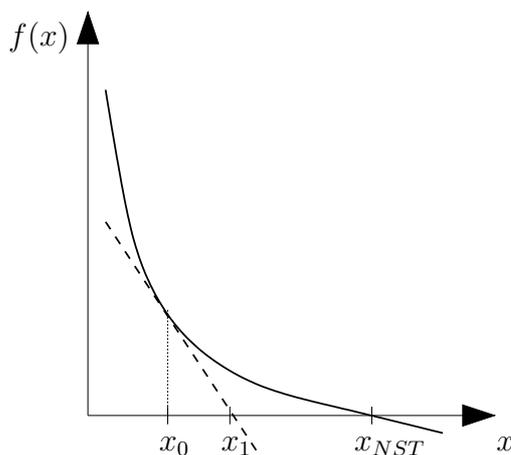


Abbildung 4.9: Veranschaulichung des *Newton-Verfahrens*

Tangente der Funktion f an der Stelle x_0 wird nach

$$f'(x_0)(x_1 - x_0) + f(x_0) = 0 \quad \text{mit} \quad (x_1 - x_0) = \Delta x, \quad (4.68)$$

bestimmt. Durch Umformen erhält man

$$\Delta x = \frac{-f(x_0)}{f'(x_0)} \quad \text{bzw.} \quad x_1 = x_0 + \Delta x. \quad (4.69)$$

Im darauffolgenden Schritt wird das Prozedere für x_1 wiederholt und für weitere $x_{i,i=1\dots n}$ fortgeführt. Allgemein beschreibt die Vorschrift

$$\Delta x = \frac{-f(x_i)}{f'(x_i)} \quad \text{mit} \quad x_{i+1} = x_i + \Delta x, \quad (4.70)$$

das iterative Ausführen des *Newton*-Verfahrens bis zum Erreichen eines vorgegebenen Abbruchkriteriums.

In der Finiten-Elemente-Umgebung wird meist ein Abbruchkriterium knapp oberhalb der Rechengenauigkeit angegeben. Im erweiterten mehrdimensionalen Fall ist die Bestimmung eines nichtlinearen Gleichungssystems mithilfe der Jacobi-Matrix realisiert. Zur mehrfachen Ausführung verschachtelter *Euler-Newton*-Verfahren im Rahmen der globalen Linearisierung des gesamten Gleichungssystems kommt das Konzept der „konsistenten Tangente“ zum Einsatz [66, 180].

Zur Auswertung der Fließbedingungen in der Modellbeschreibung des faserverstärkten Verbundmaterials wird das im vorangegangenen Abschnitt eingeführte Prädiktor-Korrektor-Verfahren genutzt. In dieser eindimensionalen Beschreibung wird der trial-state [180] durch eine Erhöhung der aufgebrachten Dehnschritte erreicht und mithilfe eines Euler-Rückwärts-Verfahrens (*implizites* Euler-Verfahren) [170] für den aktuellen Zeitschritt ausgewertet. Im ersten Schritt wurde das eindimensionale elasto-plastische Materialmodell mit einer Schädigungsentwicklung in Matlab® zur Beschreibung des makroskopischen Materialverhaltens implementiert. Die in Tabelle 4.2 aufgeführten Materialparameter wurden durch einen manuellen Optimierungsprozess zu den experimentellen Messdaten ermittelt und für die Simulation der zyklischen Versuche genutzt. Der Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Messkurven aus den zyklischen, uni-axialen Belastungsexperimenten in Abb. 4.10 liefert sehr gute Ergebnisse. Die gepunkteten, simulierten Daten nähern den Verlauf der durchgezogenen Linien der experimentellen Daten sehr gut

Faseranteil	Fließgrenze PBT	Schädigungs- beginn	isotrope Verfestigung
n_f [gew.%]	σ_y [MPa]	σ_d [MPa]	c_i [MPa]
PBT_GF5, 20, 30	42	400	380

Tabelle 4.2: Optimierte Materialparameter der eindimensionalen Beschreibung

an. Sowohl die erhöhte Steifigkeit bzw. verringerte bleibende plastische Dehnung mit Zunahme des Fasergehalts werden abgebildet als auch die Schädigung durch ein Abflachen der Entlastungskurve in jedem Zyklus.

Zusammengefasst zeigt die vorgestellte eindimensionale Modellbeschreibung bereits, trotz aller vereinfachenden Annahmen, qualitativ sehr gute Ergebnisse. Die maßgebende Abhängigkeit des Materialverhaltens des Verbundwerkstoffs vom Fasergehalt ist abbildbar, ebenso unterschiedliche Schädigungseffekte. Allerdings kann diese Beschreibung noch nicht die anisotropen Effekte aus den experimentellen Ergebnissen der Zugproben mit unterschiedlichen Hauptfaserorientierungen abbilden. Aus diesen Gründen soll der hier entwickelte Ansatz weiter verfolgt werden. Um den uniaxialen Zugversuch vollständig nachzubilden, ist im Folgenden eine Umsetzung der dreidimensionalen Modellerweiterung gezeigt.

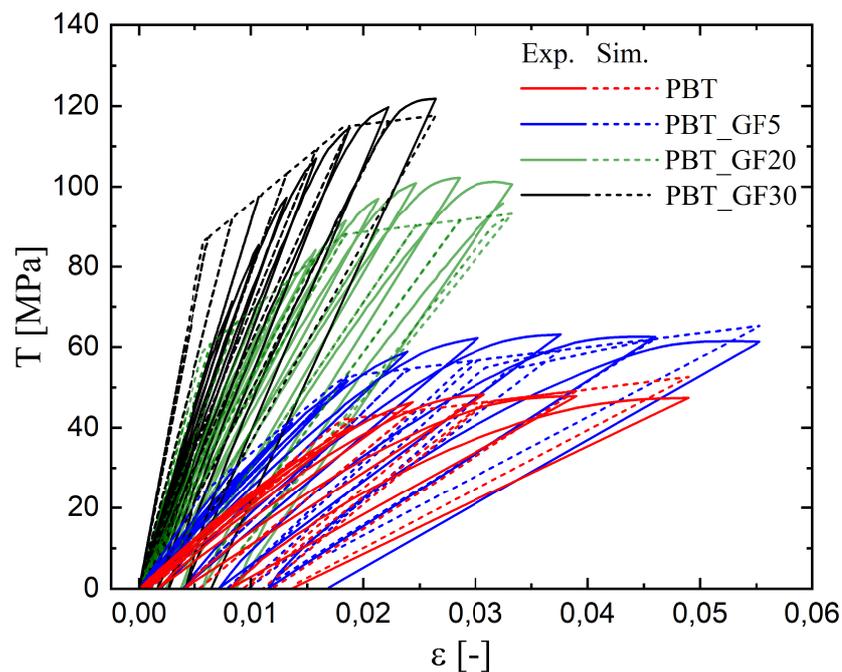


Abbildung 4.10: Zyklischer uniaxialer Zug: Vergleich der experimentellen (—) und simulierten (- - -) Daten aus dem vereinfachten Modellansatz

4.3 Dreidimensionale Erweiterung: Microsphere-Modell

Ein effizientes Konzept zur dreidimensionalen Verallgemeinerung eindimensionaler materieller Beziehungen stellt die Microsphere-Theorie dar.

Im Allgemeinen bietet die Microsphere-Theorie einen Homogenisierungsansatz im klassischen Sinn, bei dem skalare Materialzusammenhänge auf Mikroebene betrachtet werden, welche dann auf die Makroebene projiziert die makroskopische Gesamtspannung des Materials darstellen. Diese richtungsabhängigen Mikrospannungen werden durch die Überlagerung mit den entsprechenden Ausrichtungen zur makroskopischen Gesamtspannung aufsummiert. Der enorme Vorteil dieses Konzepts gegenüber klassischer kontinuumsmechanischer Konzepte liegt in der Möglichkeit der Lösung skalarer eindimensionaler Konstitutivgesetze auf der Mikroebene in unterschiedlichen Richtungen anhand experimenteller Daten.

Der Ursprung des Microsphere-Modells liegt in der Microplane-Modellierung. Basis des Ansatzes ist die Näherung der Beschreibung einer Kugeloberfläche in diskreten Ebenen, ähnlich eines Fullerenmoleküls, nach Bažant und Oh [14].

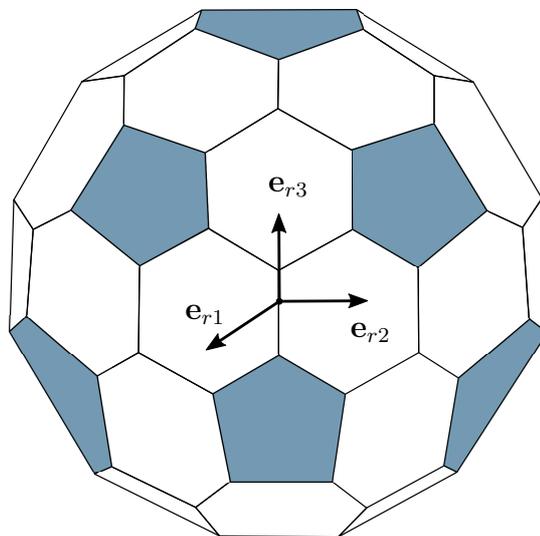


Abbildung 4.11: Diskretisierung der Kugeloberfläche als Fullerenmolekül

Die Kugeloberfläche mit Koordinatenursprung im Kugelmittelpunkt in Abb. 4.11 ist aus Flächensegmenten (Pentagone und Hexagone) mit unterschiedlichen Normalenrichtungen aufgebaut. Der Modellierungsansatz nach Bažant [9] beruht auf der kinematischen Projektion des Verzerrungstensors ϵ auf die Mikroebenen in Richtung der Flächennormalen des dargestellten Aufbaus. Entlang jeder Norma-

lenrichtung werden die mikroskopischen Spannungen σ^{mic} über skalare konstitutive Beziehungen aus den projizierten Mikroverzerrungen ε^{mic} bestimmt. Das makroskopische dreidimensionale Verhalten eines Materials kann durch das Zusammenspiel auf diesen charakteristischen Ebenen beschrieben werden. So sind die Materialparameter auf den unterschiedlich ausgerichteten Mikroebenen verknüpfbar und dadurch makroskopisch projizierbar.

Das Grundmodell aus dem Jahr 1983 von Bažant und Oh [14] wurde in der darauffolgenden Zeit stetig weiter entwickelt. Während der erste Ansatz zunächst auf kleine Deformationen, ausschließlich entlang der Nomalenrichtungen, auf den Mikroebenen begrenzt war, wurde das Konzept 1984 zunächst um die Möglichkeit der Scherung erweitert [11]. Die Erweiterung auf große Deformationen sowie die Überprüfung der thermodynamischen Konsistenz des Microplane-Modellansatzes erfolgen 2001 durch Carol et al. [33]. Der Einsatz zur Modellierung von Beton zeigt die Anwendbarkeit [12, 13]. Weitere wesentliche Anpassung erfährt das Modell 1998 durch die Formulierung der Energie zur Beschreibung inelastischen Materialverhaltens durch Kuhl [123, 121]. Im neuen Jahrtausend wird der Modellansatz erfolgreich zur Beschreibung unterschiedlicher Materialcharakteristiken, wie die Plastizität von Metallen [27], das mechanische Verhalten von Hartschäumen [28] und textiltgewebeverstärktem Beton [43] sowie Verbundwerkstoffen in der Beschreibung [48] und Verifikation [17] genutzt. Das Schädigungsverhalten faserverstärkter Polymere kann ebenso mit dem Ansatz abgebildet werden [31]. In aktuellen Arbeiten werden Formgedächtnislegierungen [138, 206] mit dem Microplane-Modell beschrieben.

Das parallel entstandene, artverwandte Microsphere-Modell nach Miehe et al. [140] nutzt ebenfalls die kinematische Projektion der makroskopischen Verzerrung auf die Mikroebene und bietet die Basis der umgesetzten Modellbildung in dieser Arbeit. Die Mikroebenen stellen in diesem Modell keine Flächen mehr dar, sondern Orientierungen. Die Projektion erfolgt in Richtung dieser Orientierungen anhand repräsentativer Richtungen zur Darstellung einer Kugel (Sphere). Ursprünglich wurde das dieser Arbeit zugrundeliegende Microsphere-Modell zur Beschreibung von Elastomeren entwickelt. Die Orientierungen entsprechen auf Mikroebene den Ausrichtungen der Polymerketten im makroskopischen Material. Für die Umsetzung in der Finiten-Elemente-Umgebung, analog zu Miehe et al. [140], existiert an jedem Integrationspunkt (Gaußpunkt) eine solche diskretisierte Kugelsphere mit Polymerorientierungen.

Abb. 4.12 zeigt schematisch den theoretischen Zusammenhang der mikroskopischen Spannungen σ^{mic} zur resultierenden makroskopischen Gesamtspannung σ^{mac} . Eine von außen aufgebrachte Deformation ε^{mac} wird auf die Mikroebenen (d. h. in

die Normalenrichtungen bzw. Kettenorientierungen) ε^{mic} gemappt. Dort werden mit den eindimensionalen konstitutiven Beziehungen die Mikrospannungen bestimmt, welche in Form einer Homogenisierung numerisch integriert wieder auf die Makroebene rückprojiziert werden. Die gesamte makroskopische Spannung σ^{mac} als Funktion der gewichteten Summe der Mikrospannungen σ^{mic} wird im Rahmenwerk der numerischen Umsetzung in der finiten Form als Cauchy-Spannung \mathbf{T} berechnet. Die Rückprojektion auf die Gesamtoberfläche der Kugel berechnet

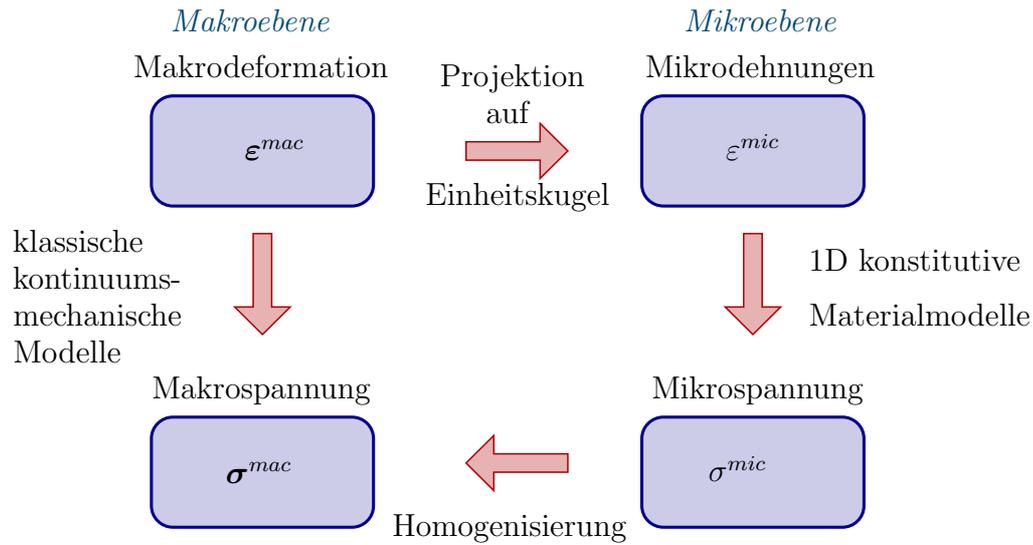


Abbildung 4.12: Mikro-Makro-Verknüpfung, in Anlehnung an Kuhl [122]

sich thermodynamisch konsistent als numerische Integration über die Summe aller gewichteten Normalenrichtungen. Das Konzept hat sich für die Beschreibung verschiedener Materialien bereits etabliert. Das artverwandte Konzept der repräsentativen Raumrichtungen von Ihlemann [102] belegt zudem die Möglichkeit der dreidimensionalen Verallgemeinerung eindimensionaler Beziehungen durch die Orientierungsaufteilung. Freund [70] nutzt das Konzept der repräsentativen Richtungen zur Beschreibung gefüllter Elastomere unter zyklischer uniaxialer Belastung. Auch der anisotrope Mullins-Effekt [149] in Elastomeren kann abgebildet werden [75]. Zudem wird die Projektion in der artverwandten Microplane-Theorie genutzt [122, 123, 121]. Es hat sich gezeigt, dass eine Diskretisierung einer Kugeloberfläche in 42 Flächensegmente bei vertretbarer Rechenleistung die analytisch berechnete Gesamtoberfläche sehr gut annähert. Aus diesem Grund ist eine isotrope Einteilung der Kugeloberfläche in 42 Ebenen, wie in Abb. 4.11, bzw. 42 Richtungen entsprechender Normalenvektoren vorgenommen, welche aus Symmetriegründen auf die Betrachtung von 21 Ebenen/Normalenrichtungen für eine Halbkugel reduziert wird.

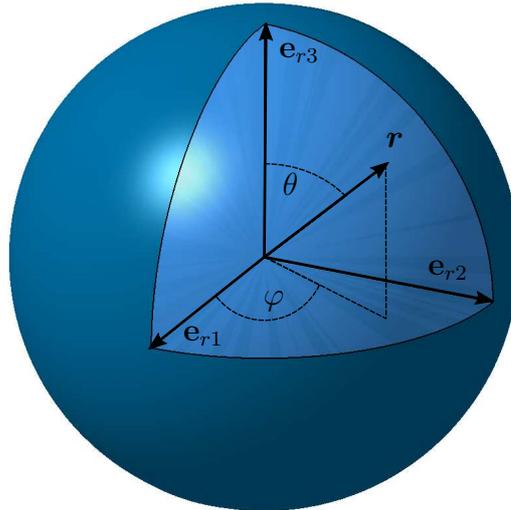


Abbildung 4.13: Kugeloberfläche der Microsphere in Polarkoordinaten

Eine weitere mögliche Orientierungsverteilung der Ebenennormalen wäre etwa über eine Voronoi-Verteilung möglich. Eine allgemeine Verteilung von Normalenvektoren erfolgt durch die Projektion in Polarkoordinaten. Um eine isotrope Verteilung zu erhalten sind Winkelpaare (φ, ϑ) zu bestimmen. Diese beschreiben die Richtung der Normalenvektoren in den Flächenschwerpunkten der Ebenen durch die Diskretisierungspunkte, wenn die Kugeloberfläche über einen Aufbau aus Flächen von Fünf- bzw. Sechsecken angenähert ist (vgl. Abb. 4.11). Die einheitliche Orientierungsverteilung der 21 repräsentativen Richtungen innerhalb einer halben Einheitskugel (unit sphere) erfüllt folgende Beziehung für die Richtungsvektoren \mathbf{r} in Kugelkoordinaten nach [140]

$$\mathbf{r}(\varphi, \vartheta) = \cos \varphi \sin \vartheta \mathbf{e}_{r1} + \sin \varphi \sin \vartheta \mathbf{e}_{r2} + \cos \vartheta \mathbf{e}_{r3}, \quad (4.71)$$

wobei gilt: $\varphi \in [0; 2\pi]$ und $\vartheta \in [0; \pi/2]$. Jeder Orientierungsvektor \mathbf{r} entspricht je einem Mittelpunkt der Mikroebenen des Microplane-Konzeptes. Der kartesische Rahmen wird durch die Einheitsvektoren \mathbf{e}_{r1} , \mathbf{e}_{r2} und \mathbf{e}_{r3} aufgespannt.

Die kontinuierliche Diskretisierung einer Kugeloberfläche \mathcal{S} nach den Orientierungsvektoren $\mathbf{r}^{i=1\dots n}$ mit zugehörigen Wichtungsfaktoren $w^{i=1\dots n}$ ermöglicht eine numerische Berechnung der Kugeloberfläche aus der Summe der Funktionswerte der Teilflächen A^i multipliziert mit den Wichtungsfaktoren $w^{i=1\dots n}$. Hiermit wird eine gemittelte makroskopische Größe bestimmt. Um den spannungsfreien Zustand in der Referenzkonfiguration sowie eine isotrope Verteilung zu garantieren, müssen weiterhin folgende Bedingungen erfüllt sein. Nach Lorentz [133] muss zur Näherung der Kugeloberfläche eine Mittelung über alle Richtungen 0 ergeben und dyadisch multipliziert zum Einheitstensor werden. In der diskreten Beschreibung für eine

Finite-Elemente-Implementierung gilt daher der Flächensatz

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{r}^i w^i = \mathbf{0} = \oint \mathbf{r} \, da. \quad (4.72)$$

und die kontinuierliche Mittelwertbildung des Orientierungsvektors und seines dyadischen Produkts

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{r}^i \otimes \mathbf{r}^i w^i = \frac{1}{3} \mathbf{I}. \quad (4.73)$$

Für die Wahl der Wichtungsfaktoren muss zum einen das Kriterium der Rotationssymmetrie der Kugel zum Mittelpunkt erfüllt sein. Zum anderen muss mit der Integration der Mikrospannungen über die Kugeloberfläche, basierend auf den Untersuchungen von Bažant [9], eine möglichst exakte Annäherung der Kugeloberfläche gewährleistet werden.

Die numerische Integration erfolgt über die Summe aller in den Mikroebenen bestimmten Spannungswerte der Richtungen \mathbf{r}^i multipliziert mit den Wichtungen w^i nach Bažant [9]. Man erhält die homogenisierten Spannungen über die Kugeloberfläche auf der Makroebene. Für die Halbkugel mit 21 Integrationspunkten ergibt sich nach Gleichung (4.71) folgende Beziehung für die radialen Richtungsvektoren \mathbf{r}^i

$$\mathbf{r}^i = r_1^i \mathbf{e}_{r1} + r_2^i \mathbf{e}_{r2} + r_3^i \mathbf{e}_{r3}. \quad (4.74)$$

Die kartesischen Koordinaten der Richtungskomponenten zum Aufspannen einer Einheitskugel sind mit den entsprechenden Wichtungen in der folgenden Tabelle 4.3 dargestellt. Für die Werte der Winkel φ und ϑ in Abb. 4.13 ergeben sich aus Gleichung (4.71) unter Berücksichtigung der Symmetrie folgende Werte, welche in Tabelle 4.4 aufgelistet sind.

Die Grundlage eines jeden Homogenisierungsverfahrens stellt die Erfüllung der Energiebilanz auf den im Modell genutzten Ebenen/ Skalen, im vorliegenden Modellansatz auf Mikro- bzw. Makroebene, dar. Dazu müssen die betrachteten Skalen entsprechend weit voneinander entfernt sein, das bedeutet der Skalenabstand muss ausreichend sein. Nach Hill [94] bzw. Hashin [89] müssen Belastungen auf der Ebene größerer Längen (makro) dabei wesentlich größer sein als jede Inhomogenität auf den Ebenen kleiner Längen (mikro). Nach Hill [96] muss die Summe der Energien der Mikroebene der Energie auf der Makroebene entsprechen, was durch die gewichtete Summe der Funktionswerte in der Projektion auf die Kugeloberfläche gewährleistet wird. Die freien Energien der Mikroebenen setzen sich

Nr.	r_1^i	r_2^i	r_3^i	$w^i/2$
1	0	0	1,0	0,0265214244093
2	0	1,0	0	0,0265214244093
3	1,0	0	0	0,0265214244093
4	0	0,707106781187	0,707106781187	0,0199301476312
5	0	-0,707106781187	0,707106781187	0,0199301476312
6	0,707106781187	0	0,707106781187	0,0199301476312
7	-0,707106781187	0	0,707106781187	0,0199301476312
8	0,707106781187	0,707106781187	0	0,0199301476312
9	-0,707106781187	0,707106781187	0	0,0199301476312
10	0,836095596749	0,387907304067	0,387907304067	0,0250712367487
11	-0,836095596749	0,387907304067	0,387907304067	0,0250712367487
12	0,836095596749	-0,387907304067	0,387907304067	0,0250712367487
13	-0,836095596749	-0,387907304067	0,387907304067	0,0250712367487
14	0,387907304067	0,836095596749	0,387907304067	0,0250712367487
15	-0,387907304067	0,836095596749	0,387907304067	0,0250712367487
16	0,387907304067	-0,836095596749	0,387907304067	0,0250712367487
17	-0,387907304067	-0,836095596749	0,387907304067	0,0250712367487
18	0,387907304067	0,387907304067	0,836095596749	0,0250712367487
19	-0,387907304067	0,387907304067	0,836095596749	0,0250712367487
20	0,387907304067	-0,387907304067	0,836095596749	0,0250712367487
21	-0,387907304067	-0,387907304067	0,836095596749	0,0250712367487

Tabelle 4.3: Integrationspunkte der Richtungsvektoren auf der Einheitskugel nach Miehe et al. [140]

dabei aus Verzerrungsmaßen und den daraus resultierenden Spannungen zusammen. Die thermodynamische Konsistenz der Microsphere-Homgenisierung basiert in der Energieformulierung nach Carol [33] auf der Beziehung der freien Helmholtz-Energie der Makroebene Ψ^{mac} und den freien Energien der Mikroebenen Ψ^{mic}

$$\Psi^{mac} = \frac{3}{4\pi} \int_{\Omega} \Psi^{mic} d\Omega, \quad (4.75)$$

und entspricht der Hill-Bedingung [95]. Die makroskopische freie Energie entspricht dem Integral der freien Energie auf der Mikroebene.

Die Spannung eines Körpers Ω der Dichte ρ_0 ergibt sich nach Coleman und Gurtin [45] und Iankamban and Krajcinovic [103] kontinuierlich als Ableitung der freien Energie nach der Verzerrung je Einheitsvolumen zu

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial(\rho_0 \Psi^{mac})}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}. \quad (4.76)$$

Im implementierten Belastungsfall wird die von außen aufgebrachte Deformation

Nr.	φ^i [°]	ϑ^i [°]	$w^i/2$ [-]
1	0	0	0,0265214244093
2	90	90	0,0265214244093
3	0	90	0,0265214244093
4	90	45	0,0199301476312
5	-90	45	0,0199301476312
6	0	45	0,0199301476312
7	180	45	0,0199301476312
8	45	90	0,0199301476312
9	135	90	0,0199301476312
10	24,888985205798541	67,175651731455261	0,0250712367487
11	155,1110147942015	67,175651731455261	0,0250712367487
12	-24,888985205798541	67,175651731455261	0,0250712367487
13	-155,1110147942015	67,175651731455261	0,0250712367487
14	65,111014794201466	67,175651731455261	0,0250712367487
15	114,8889852057985	67,175651731455261	0,0250712367487
16	-65,111014794201466	67,175651731455261	0,0250712367487
17	-114,8889852057985	67,175651731455261	0,0250712367487
18	45	33,269907851110140	0,0250712367487
19	135	33,269907851110140	0,0250712367487
20	-45	33,269907851110140	0,0250712367487
21	-135	33,269907851110140	0,0250712367487

Tabelle 4.4: Richtungswinkel der 21 Integrationspunkte der Einheitskugel, bestimmt aus Miehe et al. [140]

in Form von Streckungen bzw. Stauchungen der diskreten Normalenrichtungen im Kugelraum umgesetzt. Die Kugel deformiert unter Belastung zu einer Ellipse. Die dargestellten Orientierungsvektoren zum Aufspannen einer Kugeloberfläche stellen im kontinuumsmechanischen Kontext Linienelemente $d\mathbf{X}$ der Referenzkonfiguration (vgl. 4.1) dar, welche nach Carol et al. [34] anteilig durch Streckungen λ_s bzw. Stauchungen λ_c belastet werden. Die Projektion der Linienelemente in eine Ebene erfolgt in die Richtungen der Orientierungen zu Mikrodehnungen ε^{mic} . Die entstandenen Mikrodehnungen bzw. Mikrostauchungen entsprechen verzerrten Linienelementen $d\mathbf{x}$ der Momentankonfiguration. Die Auswertung der konstitutiven Beziehung erfolgt dann auf der Mikroebene, d. h. in jeder Orientierungsrichtung werden die Materialmodelle ausgewertet. Im Anschluss wird in Anlehnung an Miehe [140] die makroskopische nominelle Spannung aus den mikroskopischen Spannungen für jede Richtung i mit der numerischen Integration

$$\boldsymbol{\sigma}^{mac} = \sum_i \sigma^{mic,i} \mathbf{r}^i \otimes \mathbf{r}^i w^i \quad (4.77)$$

als Summe aus Wichtung und Funktionswerten der Richtungen auf die Makroebene zurückprojiziert.

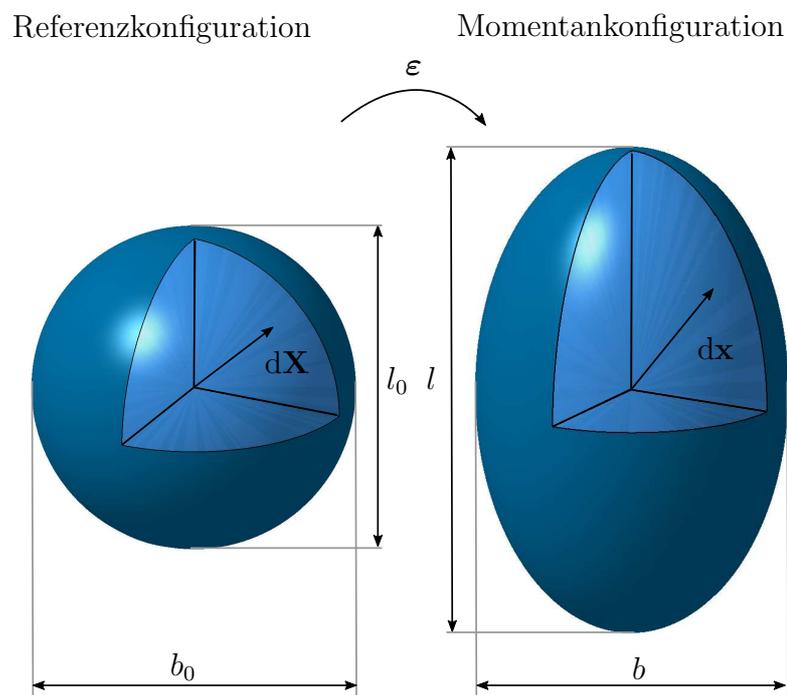


Abbildung 4.14: Verzernte Kugelsphäre mit Darstellung der Linienelemente der Referenzkonfiguration und Momentankonfiguration mit Streckungen $\lambda_s = l/l_0$ und Stauchungen $\lambda_c = b/b_0$

Die Streckungen (stretch) $\lambda_s = \frac{l}{l_0}$ bzw. Stauchungen (compression) $\lambda_c = \frac{b}{b_0}$ der Kugelsphäre, welche in Abb. 4.14 zu sehen sind, repräsentieren die Deformation der Einheitskugel aufgrund der makroskopisch aufgebrachten Verzerrung [140]. Die dritte Streckung wird bei anisotropem Verhalten benötigt und ist hier unter der Annahme von konstantem Volumen aus den anderen nach $\lambda_3 = \frac{1}{\lambda_s \lambda_c}$ bestimmbar.

Microsphere-Modell des Verbundmaterials

Im folgenden Abschnitt wird das vorgestellte Microsphere-Konzept zur Beschreibung des vorliegenden kurzfaserverstärkten Polymers genutzt. Der entwickelte erweiterte Ansatz soll den anisotrop verstärkenden Fasereinfluss abbilden können. Dies wird mithilfe der entwickelten eindimensionalen Materialgleichungen aus Kapitel 4.2 auf der Mikroebene ermöglicht. Analog zur dargestellten eindimensionalen Modellbildung, welche bereits sehr gute Ergebnisse liefert, bleibt die Zusammensetzung des Verbundmaterials aus polymerer Matrix und verstärkenden Glasfasern Basis der weiteren Umsetzung.

Grundsätzlich bietet ein Microsphere-Ansatz eine Homogenisierungsmöglichkeit zur Beschreibung des Materialverhaltens eines homogenen Werkstoffs mit anisotropen Eigenschaften [49]. Beim Verbundmaterial, welches Gegenstand der Untersuchungen in der vorliegenden Arbeit ist, handelt es sich um einen Mehrkomponentenwerkstoff. Das Zusammenspiel der Komponenten bewirkt in diesem Fall das anisotrope Materialverhalten. Aus diesem Grund muss die Anordnung der kurzen Glasfasern im Polymer in der Wechselwirkung mit der Belastungsrichtung mit diesem Ansatz abgebildet werden. Unter Nutzung des Microsphere-Ansatzes sollen daher beide Werkstoffkomponenten, polymere Matrix und Glasfasern, jeweils beschrieben und im Rahmen einer Mischungstheorie überlagert werden. Die Umsetzung des Microsphere-Konzepts liefert als Homogenisierungsverfahren die effektiven Eigenschaften für das Verbundmaterial. Neben dem elasto-plastischen Materialverhalten des unverstärkten Thermoplasten und der Abhängigkeit des charakteristischen Verhaltens vom Fasergehalt muss zudem die anisotrope Verstärkung durch die dominante Ausrichtung der kurzen Glasfasern im Gesamtverbund mit berücksichtigt werden.

Dabei sollen polymeres Matrixmaterial und kurze Glasfasern in ihren grundlegenden Eigenschaften zunächst getrennt voneinander modelliert werden. Wie im eindimensionalen Ansatz bereits dargelegt, wird das polymere Matrixmaterial mit einem elasto-plastischen Modell beschrieben und die dazu enorm steifen

Glasfasern mit einer reinen Elastizitätsbeziehung. Diese konstitutiven Beziehungen dienen auf der Mikroebene als Materialmodelle, welche auf die Makroebene projiziert eine homogene Materialbeschreibung liefern. Die Mikroebene beschreibt beim kurzfaserverstärkten Polymer in diesem Fall die Polymerketten des Matrixmaterials bzw. die ausgerichteten Glasfasern. Die Bestimmung der effektiven Eigenschaften erfolgt dabei über die Homogenisierung je Microsphäre für Polymer bzw. Glasfasern.

Die Umsetzung der dreidimensionalen Beschreibung erfolgt in Anlehnung an das Rahmenwerk, welches von Miehe [140] bereitgestellt wird. Bleistein [21] hat in seiner Arbeit für die Implementierung eines, mittels Microplane-Ansatz [122] entwickelten, Materialmodells auf die Open Source Finite-Elemente-Software FEAP® - A Finite Element Analysis Programm von Prof. R. L. Taylor zurückgegriffen. Die Fortran-basierte Software bietet sowohl die Möglichkeit zum Lösen statischer und dynamischer, linearer als auch nicht-linearer Probleme. Seine Ansätze werden im Rahmen dieser Arbeit auf die hier verwendete Microsphere-Modellierung für einen Mehrkomponentenwerkstoff erweitert und angepasst. Dazu werden zeitgleich zwei Mikrosphären an jedem Gaußpunkt eingesetzt. Eine Mikrosphäre beinhaltet die grundlegenden Eigenschaften des unverstärkten Matrixpolymers. Die zweite Mikrosphäre beschreibt das Faserverhalten. Beide Sphären werden auf der Mikroebene ausgewertet. Durch Kopplung und Überlagerung der zwei Sphären wird das Materialverhalten des Verbundwerkstoffs, abhängig vom Fasergehalt und der dominierenden Hauptfaserorientierung, abbildbar.

Das unverstärkte Matrixmaterial soll hierbei zunächst abgebildet werden. Im Anschluss wird eine Beschreibung der Glasfasern umgesetzt, welche dann durch die Überlagerung über die Mischungsregel entsprechend der eindimensionalen Beschreibung mit dem Matrixmaterial analog zu den experimentellen Ergebnissen eine versteifende Wirkung hervorruft. Die Stärke der Auswirkung des Glasfasereinflusses ist abhängig von Fasergehalt und Hauptausrichtung der kurzen Fasern im polymeren Matrixmaterial. Mit der angepassten und erweiterten Umsetzung des Microsphere-Ansatzes kann somit ein Mehrkomponentenwerkstoff mit anisotropem Materialverhalten beschrieben werden.

Polymeres Matrixmaterial

Um das Materialverhalten des unverstärkten Matrixpolymers beschreiben zu können wird eine Sphäre implementiert. Diese Sphäre beschreibt die grundlegenden

Eigenschaften eines Thermoplasten, welche die experimentellen Ergebnisse aus Abschnitt 3.3.1 zeigen. Die Modellbildung muss das elasto-plastische Verhalten des Polymers mit einer Schädigungsentwicklung abbilden.

In der Umsetzung wird dazu eine Einheitskugel implementiert, welche mit 21 Richtungsvektoren und den Wichtungsfaktoren nach Bažant et al. [9] diskretisiert ist (vgl. Tabelle 4.3). Durch die numerische Integration wird die Kugeloberfläche ausreichend genau angenähert.

In jeder Richtung werden auf Mikroebene die Materialgleichungen der Elasto-Plastizität mit voranschreitender Schädigung gelöst. Zur Auswertung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung wird für das reine Matrixmaterial entsprechend des eindimensionalen Modellansatzes ein Elasto-Plastizitätsmodell mit linearer isotroper Verfestigung und Schädigung implementiert. Die Schädigungsvariable ist nach LeMaître [129] eingeführt und wächst linear mit zunehmender Dehnung. Die konstitutiven Beziehungen auf der Mikroebene entsprechen dabei den eindimensionalen Gleichungen (4.61)-(4.63).

Zur Nachbildung der Daten aus den uniaxialen Zugversuchen wird die von Außen aufgebrachte Deformation in Form der Streckungen λ_i , $i = 1, 2, 3$ unter achsialer Belastung zunächst in die 21 Richtungen der Mikroebenen gemäß Gleichung (4.71) mithilfe der Winkelpaare (φ, ϑ) aus Tabelle 4.8 projiziert. Auf Mikroebene werden so positive Streckungen bzw. Stauchungen des Materials je nach Richtungsvektor induziert. Nach Auswertung der inelastischen konstitutiven Gesetze auf Mikroebene mithilfe der mathematischen Methoden des *impliziten Euler*- sowie des *Newton*-Verfahrens wird das ausgewertete Spannungsmaß, als Funktionswert jeder Mikrorichtung mit Multiplikation der je Richtung entsprechenden Wichtung aus Tabelle 4.8 (Numerische Integration) zurück ins globale Koordinatensystem projiziert.

4.3.1 Parameteridentifikation für das polymere Matrixmaterial

Im ersten Schritt werden die auf Mikroebene unbekannt Materialparameter des unverstärkten Polymers mithilfe eines Parameteridentifikationsprozesses bestimmt. Zugrunde gelegt sind dazu die Ergebnisse der zuvor dargestellten numerischen Simulation und die experimentellen Messdaten aus Kapitel 3.

Die Identifikation der Gesamtheit an Materialparametern $\mathbf{p} = [E_m^{mic}, K_m^{mic}, \sigma_y^{mic}, \sigma_{damage,m}^{mic}]$ wird über die Methode einer Inversen Rechnung [46] bestimmt. Dazu werden die experimentellen Daten zu den mit dem Materialmodell entwickelten Daten abgeglichen. Mithilfe eines Optimierungsver-

fahrens werden alle Parameter \mathbf{p} in der Modellbildung so lange variiert bis eine möglichst gute Übereinstimmung der Datensätze erreicht ist. Als Maß für die Übereinstimmung eines Einzelversuchs i ist eine allgemeine Zielfunktion $f^i(\mathbf{p})$

$$f^i(\mathbf{p}) := \sum_{j=1}^m \frac{\|T_{11,i}^{exp}(j) - T_{11,i}^{sim}(\mathbf{p})(j)\|}{\|T_{11,i}^{exp}(j) + T_{11,i}^{sim}(\mathbf{p})(j) + 10^{-6}\|} \rightarrow \min \quad (4.78)$$

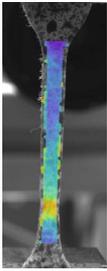
definiert, als Vergleich der uniaxialen Daten von Simulation $T_{11,i}^{sim}(j)$ und Experiment $T_{11,i}^{exp}(j)$. Das absolute Fehlermaß ist mit 10^{-6} entsprechend der Rechengenauigkeit festgelegt, damit der Nenner stets > 0 ist. $\|(\cdot)\|$ stellt dabei die Frobenius-Norm dar. Die Ergebnisse eines Einzelversuchs i werden zunächst für alle Datenpunkte j zu einem Fehlermaß zusammengefasst. Zur Berücksichtigung mehrerer Experimente i werden entsprechend die Fehlersummen wiederum addiert. Die Addition eines Terms ungleich Null im Nenner erfolgt, um im unbelasteten Zustand eine Division durch Null zu verhindern. Ziel der Optimierungsalgorithmen ist die Minimierung der Zielfunktion in Gleichung (4.78). Dies wird durch eine Variation des Parametersatzes \mathbf{p} angestrebt. In allen weiteren betrachteten Grafiken ist immer die Spannungskomponente in Zugrichtung $T_{11} = \sigma_{mac}$ der Cauchy-Spannung mit T bezeichnet und über der Dehnung ε aufgetragen. Bei den Zugversuchen, wie im vorangegangenen Kapitel 3 gezeigt, wurde die Cauchy-Spannung bezugnehmend auf den im Fließbereich reduzierten Flächenanteil ermittelt.

Zur Optimierung wird der in Matlab[®] hinterlegte mathematische Algorithmus *fminsearch boundaries* genutzt. Zur direkten Kopplung mit FEAP[®] über den *user command* sei auf das Matlab[®]-Manual verwiesen [200]. Als weitere mögliche Algorithmen sind Evolutionsstrategien [118, 165], *pattern search* [130, 184] oder auch Gradientenverfahren zu nennen. Der Vorteil in der Wahl des gradientenfreien Optimierungsalgorithmus *fminsearch boundaries* liegt in der Definition sinnvoller nicht negativer Suchintervalle für bestimmte Materialparameter. Dieses Optimierungsverfahren stellt eine Form der Nelder-Mead-Simplex-Methode aus dem Jahre 1965 dar [153]. Das Verfahren generiert neue Parameterpaare mithilfe von Expansion, Kontraktion bzw. Reflexion oder Schrumpfen im aufgespannten Parameterraum [32, 86]. Tiefergehende Literatur zum genauen Ablauf des Verfahrens ist in [116, 125, 153] nachzulesen.

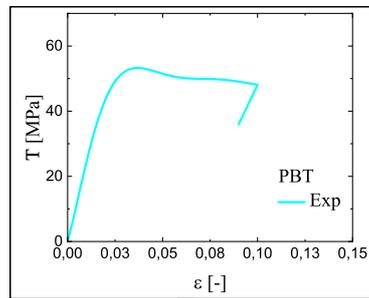
Allgemein wird bei diesem Optimierungsverfahren eine vorgegebene Funktion ausgehend von einem gegebenen Startparametersatz an Materialparametern optimiert. Zur erfolgreichen Variation der unterschiedlichen Materialparameter ist eine ähnliche Größenordnung in der Vorgabe der Startparameter für die Routine zu wählen. Dies wird durch die Normierung aller Parameter auf eine Größenordnung gewährleistet.

Schematisch ist die Vorgehensweise des Parameteridentifikationsprozesses für das Matrixmaterial in Abb. 4.15 dargestellt.

Zugversuch



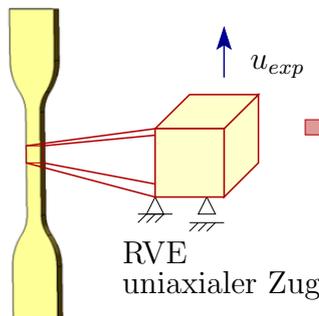
experimentelle Messdaten



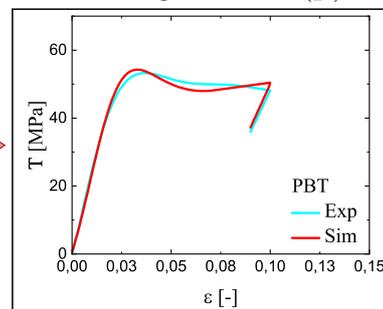
DIC-
Auswertung:

$$T_{exp}, \varepsilon_{exp}$$

Simulation



Berechnung von $T_{sim}(\mathbf{p})$



Fehlerfunktion

$$f(\mathbf{p}) = \frac{\sum \|T_{11}^{exp} - T_{11}^{sim}(\mathbf{p})\|}{\sum \|T_{11}^{exp} + T_{11}^{sim}(\mathbf{p}) + 10^{-6}\|}$$

$f(\mathbf{p}) \neq 0$ ✗ Abbruchkriterium:

$$\text{ToIfun} \leq 10^{-6}?$$

$$\checkmark f(\mathbf{p}) = 0$$

angepasste
Materialparameter

identifizierte
Mikro-Materialparameter

$$\mathbf{p} = [E_m^{mic}, K_m^{mic}, \sigma_y^{mic}, \sigma_{damage,m}^{mic}]$$

Abbildung 4.15: Identifikation der Materialparameter für das unverstärkte Polymer

Ausgehend von den experimentellen Ergebnissen der DIC-Auswertung aus den uniaxialen Zugversuchen der kleinen Zugstäbe Typ 5A, werden die identischen Verzerrungsmaße ε_{exp} zur Simulation der Spannungs-Dehnungs-Kurve am RVE genutzt. Der darauffolgende Abgleich zwischen experimentellen und simulierten Spannungswerten liefert eine Abweichung, welche, so lange diese Abweichung oder

die Änderung überhalb einer Toleranz von $f(\mathbf{p}) \leq 10^{-6}$ liegt, minimiert werden muss. In darauffolgenden Iterationen wird das Spannungs-Dehnungs-Diagramm mit geänderten Materialparametern neu simuliert und mit den experimentellen Daten verglichen. Ist ein globales Minimum der vorgegebenen Fehlerfunktion erreicht, d. h. die vorgegebene Toleranz unterschritten, sind die beiden Kurven bestmöglich angenähert und die optimalen Materialparameter bestimmt.

Der Vergleich für den uniaxialen Zugversuch des unverstärkten Matrixpolymers ist in Abb. 4.16 dargestellt. Die Steifigkeit des unverstärkten PBT wird mit den simulierten Ergebnissen exakt erreicht, ebenso das ausgeprägte elasto-plastische Verhalten mit Lokalisierung nach Überschreiten der Fließgrenze. Die simulierten Kurven zeigen eine schwache Verfestigung durch leichten Anstieg der Kurve. Der Mikroparameter K_m^{mic} als Mikroverfestigungsmodul nimmt in der Optimierung einen geringen Wert an, um die experimentellen Ergebnisse anzunähern. In der Simulation wird in einem RVE das Materialmodell nur für den Bereich maximaler Dehnung des uniaxialen Zugversuchs ausgewertet. Die lokal gemessene Dehnung mithilfe der DIC entspricht den aufgetragenen Dehnungsschritten in der Simulation.

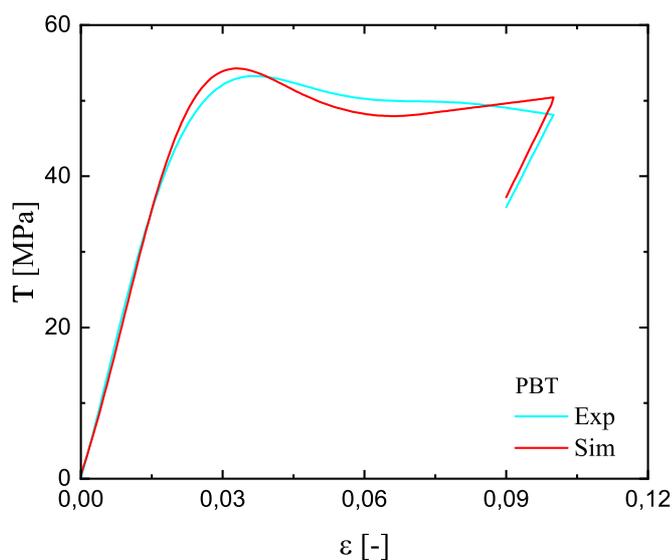


Abbildung 4.16: Vergleich der experimentellen und simulierten Spannungs-Dehnungs-Kurve des uniaxialen Zugversuchs für das unverstärkte PBT

In der Natur thermoplastischen Materialverhaltens ist eine Verfestigung weniger stark ausgeprägt. Das scheinbar ideal elasto-plastische Verhalten resultiert aus der Auswertung des Dehnungszustands im uniaxialen Zugversuch. Für das Matrixmaterial ist dabei ein gemittelter Datensatz einer Ausrichtung der ausgefrästen Zugstäbe vom Typ 5A ausreichend, da durch die experimentellen Ergebnisse belegt, keine zu berücksichtigende Richtungsabhängigkeit des Materialverhaltens vorhan-

den ist (vgl. experimentelle Ergebnisse in Abb. 3.28).

Nach Beenden des Optimierungsprozesses, bei Erreichen des Abbruchkriteriums (Änderung der Parameter $< 0,0005$ je Iterationsschritt) bzw. einer maximalen Anzahl von 50 Iterationen, sind für das polymere Matrixmaterial die Werte in Tabelle 4.5 identifiziert. Es handelt sich dabei um Mikroparameter des Matrixmaterials auf Basis der Microsphere-Theorie, welche nicht zwangsläufig den makroskopischen Materialkennwerten entsprechen.

Faseranteil	Steifigkeit	Verfestigungsmodul	Fließgrenze	Schädigung
n_f [gew. %]	E_m^{mic} [MPa]	K_m^{mic} [MPa]	σ_y^{mic} [MPa]	$\sigma_{damage,m}^{mic}$ [MPa]
0	13 701,01	0,0003	366,2	63 444,15

Tabelle 4.5: Optimierte Mikro-Materialparameter des unverstärkten PBT

Da das weitere Materialverhalten durch die Zugabe der Fasern bestimmt wird, werden für die folgenden Optimierungsprozesse die ermittelten Parameter des unverstärkten PBT fixiert.

Faserverstärktes Verbundmaterial

Nach der Ermittlung der Materialparameter des unverstärkten Matrixmaterials, welche mit den Werten aus Tabelle 4.5 festgesetzt sind, soll im Folgenden die Wirkung der beigemengten Glasfasern berücksichtigt werden. Dazu muss die dominierend versteifende Wirkung parallel zur Hauptfaserorientierung der kurzen Glasfasern in der Modellbildung mit einbezogen werden.

Die Besonderheit der Umsetzung in dieser Arbeit ist die Entwicklung zweier Sphären, welche unterschiedliche Materialverhalten beinhalten. Parallel zur realisierten Sphäre, welche das elasto-plastische Materialverhalten des Matrixmaterials beschreibt, wird zu diesem Zwecke eine zweite Sphäre in Form einer Einheitskugel implementiert. Die zweite Sphäre muss das elastische Verhalten des Fasermaterials beinhalten und zusätzlich die Abbildung einer dominanten Faserorientierung einschließen. Um diesen anisotropen Effekt abbilden zu können, werden unterschiedliche Wichtungsfaktoren zu den genannten klassischen Wichtungen ermittelt sein. Während für das Matrixmaterial Standardfaktoren nach Bažant (vgl. w^i aus Tabelle 4.3) ausreichen, muss für die Homogenisierung der Fasersphäre eine Optimierung der Wichtungsfaktoren angewandt werden. Die Gesamtdeformation des Verbundmaterials wirkt sich dabei gleich auf jeden Konstituenten aus. Die beiden Beschreibungen der Konstituenten überlagern einander im Verbundmaterial und

werden analog des eindimensionalen Ansatzes über eine Mischungsregel zusammengeführt.



Abbildung 4.17: Microsphere-Modellierung mit 2 Sphären zur Beschreibung des Verbundmaterials

Abb. 4.17 fasst die hauptsächlichsten Unterschiede der Sphäre, welche das charakteristische Materialverhalten des Matrixmaterials beschreibt, und der Sphäre für die Glasfasern zusammen. Die Fasersphäre soll im Gegensatz zur Matrixsphäre das Materialverhalten der kurzen Glasfasern in Form von reiner Elastizität mit Schädigung modellieren können. Die von außen aufgebrachte Dehnung wird auch in diesem Fall als Streckung auf die Mikroebene entlang aller Richtungsvektoren projiziert. Für beide Sphären ist die Aufteilung in 21 Richtungsvektoren nach Bažant et al. [9] gewählt. Die makroskopische Gesamtdehnung wirkt sich dabei identisch bei Projektion auf Matrix und Fasern aus. Die versteifende Wirkung des Fasermaterials wird durch eine höhere angepasste Wichtung der Richtungsvektoren, welche parallel zur Hauptfaserausrichtung verlaufen, erreicht. Das Ablaufschema einer Microsphere-Implementierung für einen Mehrkomponentenwerkstoff zeigt in Abb. 4.18 die Projektionen auf die jeweiligen Sphären der Konstituenten eines Verbundmaterials. Die makroskopische Verzerrung im Verbundmaterial wird auf die Mikroebene der beiden Materialien projiziert und verursacht dort Streckungen und Stauchungen der Vektoren in den 21 Richtungen \mathbf{r}^i . Auf Basis dieser Mikro-Verzerrungen wird die Spannung in den Einzelkomponenten entsprechend der eindimensionalen konstitutiven Beziehungen bestimmt. Die Mikrospannung in der Fasersphäre wird bestimmt mittels Übergabe der Matrixmikrospannung um die Initiierung des Schädigungsbeginns gemäß Gleichung (4.65) umzusetzen. Die Rückprojektion der Mikrospannungen der Konstituenten auf die Makroebene erfolgt als Homogenisierung mit dem entsprechenden Einfluss der Volumenanteile von Matrix bzw. Faser.

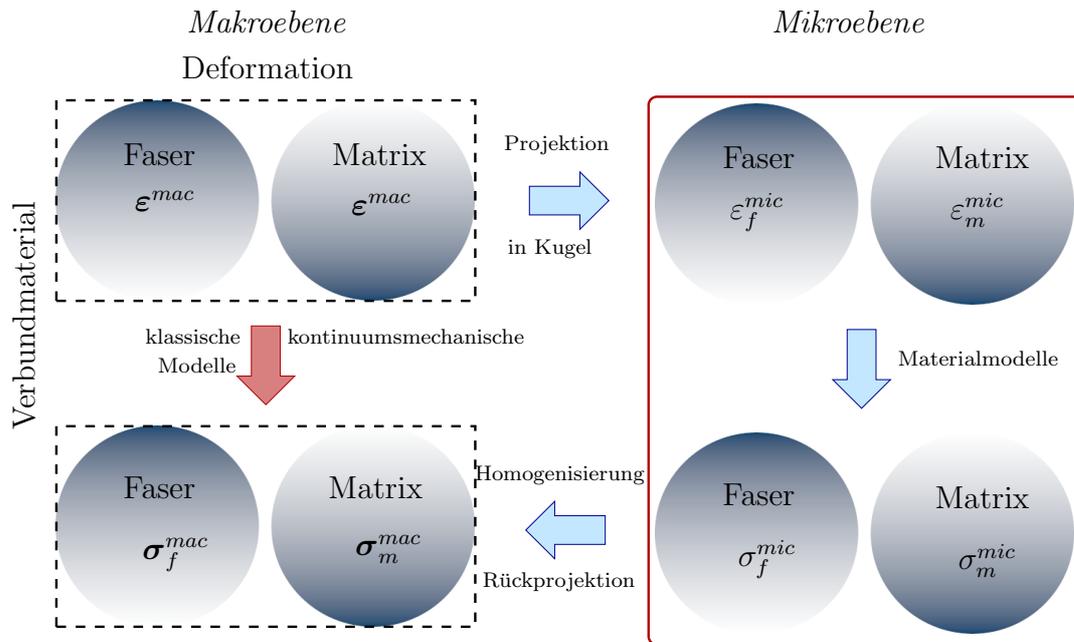


Abbildung 4.18: Ablaufschema der Microsphere-Modellierung (blauer Pfad) eines Verbundmaterials aus zwei Konstituenten

Um die verstärkende Wirkung der Fasern im Polymer abbilden zu können, spielt neben dem Volumenanteil die produktionsbedingte Hauptausrichtung der kurzen Glasfasern eine herausragende Rolle. Die experimentellen Untersuchungen der ausgefrästen Proben in unterschiedlichen Richtungen aus Kapitel 3.3.2 zeigen dies bereits. Eine entsprechend stärkere Wichtung bestimmter Richtungen, welche zur Steifigkeitssteigerung führen, soll eben diesen Einfluss repräsentieren. Daher folgt die Rückprojektion der Mikrospannungen auf die Makroebene der angesprochenen angepassten numerischen Integration für die Fasersphäre. Für die Wichtungen der unterschiedlichen Richtungen werden die Faktoren nach Bažant (vgl. Tabelle 4.3) modifiziert.

Die Anpassung der Wichtungsfaktoren folgt dabei mehreren Bedingungen. Zum einen muss die Summe aller Faktoren zur Beschreibung einer Halbkugel den Wert 0,5 ergeben. Gleichung (4.72) gibt dies für die numerische Integration zur Beschreibung einer Kugeloberfläche vor. Zum anderen bleibt die Kugeloberfläche erhalten gemäß Flächensatz. Da die ersten drei Richtungsvektoren die kartesischen Koordinatenachsen beschreiben, kann der Wichtungsfaktor einer der drei Hauptachsen, hier \mathbf{e}_{r3} als verstärkender Faktor parallel zur Hauptfaserorientierung erhöht werden. Abb. 4.19 repräsentiert die maximale Versteifungswirkung parallel zur \mathbf{e}_{r3} -Achse. Die gewählte \mathbf{e}_{r3} -Achse repräsentiert die versteifende Wirkung durch die Ausrichtung der kurzen Glasfasern entlang dieser. Die anderen Wichtungsfaktoren müssen entsprechend des geringeren Einflusses der Fasern gemäß der folgenden Beschreibung verringert werden. Die Sphäre zur Repräsentation der Fasern wird

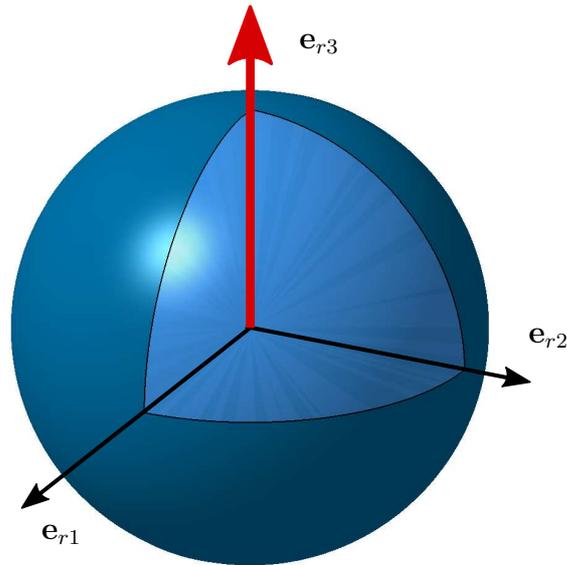


Abbildung 4.19: Mikrosphäre mit Hauptfaserorientierung parallel zur e_{r3} -Achse

stets so rotiert, dass die dominante e_{r3} -Richtung entlang der Hauptfaserorientierung liegt.

Diese verstärkende Achse entspricht Richtung 1 aus Tabelle 4.6, somit der z -Achse in kartesischen Koordinaten. Die entsprechende Wichtung $p(1)$ wird erhöht, zunächst fest gewählt und in einem weiteren Schritt optimiert. Der Einfluss der beiden senkrechten Achsen ist entsprechend in ihren Wichtungen verringert mit dem Parameter $p(2)$. Die folgenden Richtungen Nr. 4-9 mit $p(3)$ bzw. Nr. 10-21 mit $p(4)$ werden ebenso entsprechend ihres geringer variierten Einflusses angepasst. Dabei wird der Parameter $p(4)$ aus dem Zusammenhang

$$p(4) = \frac{0,5 - (p(1) + 2p(2) + 6p(3))}{12} \quad (4.79)$$

bestimmt um den Flächensatz nicht zu verletzen. Die Identifikation der Parameter erfolgt mithilfe eines Parameteridentifikationsprozesses. Die Ergebnisse der in unterschiedlichen Winkeln β ausgefrästen Proben der Zugstäbe vom Typ 5A werden hierfür zugrunde gelegt.

Die ermittelten Wichtungen $p(1)$ bis $p(4)$ zu den entsprechenden Richtungsvektoren zur Abbildung der anisotrop versteifend wirkenden Hauptfaserorientierung sind in Tabelle 4.6 dargestellt. Die letzte Gruppe der Wichtungsfaktoren mit $p(4)$ berechnet sich aus den ersten drei optimierten Parametern $p(1) - p(3)$ um die Bedingungen der Microsphere-Theorie nach Miehe aus dem vorangegangenen Kapitel nicht zu verletzen.

Die Darstellung dieser nach Parameter gruppierten Richtungen ist für einen Kugelausschnitt mit $\varphi \in [0; \pi/2]$ und $\vartheta \in [0; \pi/2]$ in Abb. 4.20 dargestellt. Zur

Nr.	r_1^i	r_2^i	r_3^i	$w^i/2$
1	0	0	1,0	$p(1)$
2	0	1,0	0	$p(2)$
3	1,0	0	0	$p(2)$
4	0	0,707106781187	0,707106781187	$p(3)$
5	0	-0,707106781187	0,707106781187	$p(3)$
6	0,707106781187	0	0,707106781187	$p(3)$
7	-0,707106781187	0	0,707106781187	$p(3)$
8	0,707106781187	0,707106781187	0	$p(3)$
9	-0,707106781187	0,707106781187	0	$p(3)$
10	0,836095596749	0,387907304067	0,387907304067	$p(4)$
11	-0,836095596749	0,387907304067	0,387907304067	$p(4)$
12	0,836095596749	-0,387907304067	0,387907304067	$p(4)$
13	-0,836095596749	-0,387907304067	0,387907304067	$p(4)$
14	0,387907304067	0,836095596749	0,387907304067	$p(4)$
15	-0,387907304067	0,836095596749	0,387907304067	$p(4)$
16	0,387907304067	-0,836095596749	0,387907304067	$p(4)$
17	-0,387907304067	-0,836095596749	0,387907304067	$p(4)$
18	0,387907304067	0,387907304067	0,836095596749	$p(4)$
19	-0,387907304067	0,387907304067	0,836095596749	$p(4)$
20	0,387907304067	-0,387907304067	0,836095596749	$p(4)$
21	-0,387907304067	-0,387907304067	0,836095596749	$p(4)$

$$\text{mit } p(4) = \frac{0,5 - (p(1) + 2p(2) + 6p(3))}{12}$$

Tabelle 4.6: 21 Richtungen mit anisotroper Wichtungsverteilung zur Repräsentation der Faserorientierung

Veranschaulichung sind für den gewählten Kugelausschnitt die Ausrichtungen der Richtungsvektoren \mathbf{r} gezeigt. Die abweichenden Richtungsvektoren von den kartesischen Koordinatenachsen, in Orange bzw. Gelb dargestellt, sind den Wichtungsparametern $p(3)$ bzw. $p(4)$ zugeordnet.

Um die Materialparameter des Verbundmaterials bezüglich des Einflusses des Fasergehaltes zu optimieren, wird in einem ersten Schritt zunächst der Parametersatz der Mikro-Materialparameter des Verbundmaterials in Abhängigkeit des Fasergehaltes mithilfe der Messungen anhand der parallel zur Fließrichtung ($\beta = 0^\circ$) ausgefrästen Zugstäbe vom Typ 5A bestimmt. Als zugrunde liegender experimenteller Datensatz sind die Messungen der 0° -ausgerichteten Proben der Fasergehalte 5, 20 bzw. 30 gew.% genutzt. In einem weiteren Schritt des Optimierungsverfahrens wird der anisotrop versteifende Einfluss der ausgerichteten Glasfasern variiert. Dazu werden in einem neuen Optimierungslauf die dargestellten Mikroparameter der Wichtungsfaktoren optimiert. Die zuvor ermittelten Parameter dienen hier als geeigneter Startparametersatz.

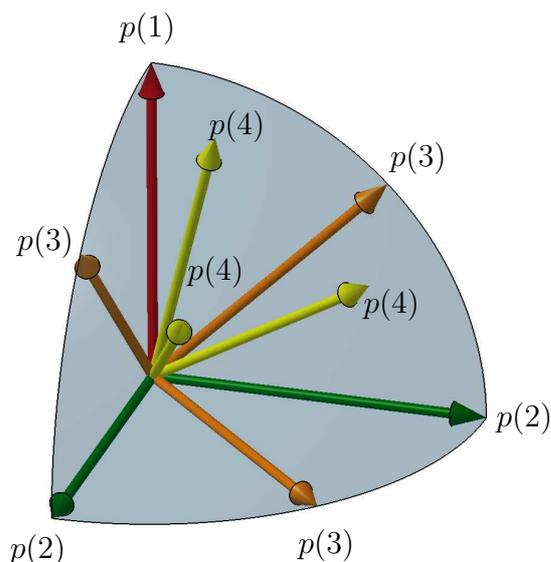


Abbildung 4.20: Darstellung der gruppierten Richtungsvektoren in 1/8-Kugelausschnitt

Zur Beschreibung der Materialschädigung wird eine Schädigungsvariable unabhängig von der Faserorientierung identifiziert. Ein möglicher Richtungseinfluss der Materialschädigung ist über den Einfluss der Fasern im Modell abgebildet. In den Ergebnissen der schrittweisen Optimierung ist ein zusätzlicher richtungsabhängiger Schädigungseinfluss zunächst nicht erkennbar. Aus diesem Grund erfolgt am Ende des gezeigten Optimierungsverfahrens eine Optimierung über alle Fasergehalte und Hauptfaserorientierungen des Verbundmaterials.

Zur Veranschaulichung des Ablaufs der Optimierungsverfahren zur Identifikation aller Mikro-Materialparameter des Mehrkomponentenwerkstoffs dient Abb. 4.21. Mithilfe des dargestellten Ablaufs wird die Fehlerfunktion optimal minimiert. Für jeden Einzelversuch i ist die in Abb. 4.21 dargestellte Form der Fehlerfunktion genutzt, wobei j die Anzahl der Datenpunkte einer jeden Messung widerspiegelt. Als Einzelversuch ist eine statistisch ausgewertete Messung einer Probenkonfiguration bezeichnet, z. B. PBT_GF5 0°.

Im letzten Schritt des Ablaufschemas wird eine Optimierung über alle m Versuche durchgeführt. Der zu minimierende Fehlerwert setzt sich aus der Summe über alle Versuche m mit jeweiligen Datenpunkten n zusammen. Dabei werden die Mikro-Materialparameter des Fasermaterials im Verbund wieder freigesetzt, sowie die Werte der Wichtungen entsprechend ihres verstärkenden Einflusses. Die Matrixparameter bleiben fixiert.

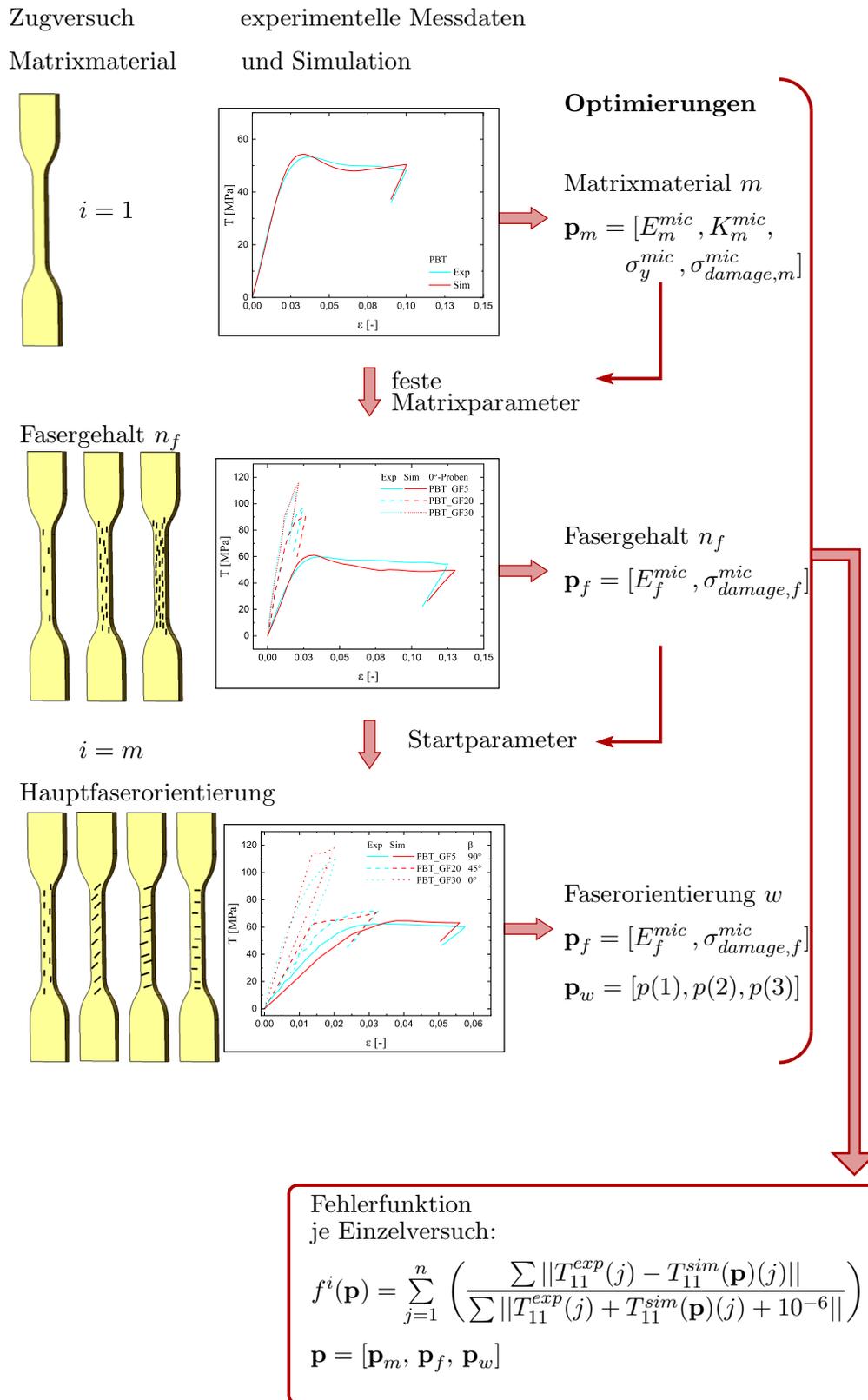


Abbildung 4.21: Ablaufschema der Optimierungsroutine für das gesamte Verbundmaterial

Für die gesamte Fehlerfunktion über alle Einzelversuche i mit jeweiligen Datenpunkten j ergibt sich somit

$$f^{ges}(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left(\frac{\sum \|T_{11,i}^{exp}(j) - T_{11,i}^{sim}(\mathbf{p})(j)\|}{\sum \|T_{11,i}^{exp}(j) + T_{11,i}^{sim}(\mathbf{p})(j) + 10^{-6}\|} \right). \quad (4.80)$$

Im Folgenden sind die nach dieser Vorgehensweise gewonnenen Ergebnisse der Optimierungsprozesse dargestellt.

4.3.2 Parameteridentifikation für unterschiedliche Fasergehalte

Die in der Modellbeschreibung eingeführten Materialparameter müssen zur Anpassung an das vorliegende Verbundmaterial, bestehend aus Polymer und Glasfasern, identifiziert werden. Dies geschieht analog zur Identifizierung der Matrixparameter mithilfe der Optimierungsalgorithmen zur Anpassung der Simulationsergebnisse an die experimentellen Messdaten.

Der Parameteridentifikationsprozess wird mithilfe der Messergebnisse aus den uniaxialen Zugversuchen der richtungsabhängig ausgefrästen Zugstäbe vom Typ 5A durchgeführt. Ein schrittweises Vorgehen, wie in Abb. 4.15 dargestellt, ermöglicht für den Einfluss des Fasergehalts eine optimierte Anpassung der Materialparameter an das vorliegende Probenmaterial, separiert in Abhängigkeit vom Fasergehalt. Für diesen Vorgang werden ausschließlich die stark versteiften Proben mit einer Hauptfaserausrichtung parallel zur uniaxialen Zugrichtung ($\beta = 0^\circ$) optimiert. Das Ergebnis des Optimierungsverfahren in Abb. 4.22 liefert für die Abhängigkeit des Materialverhaltens vom Fasergehalt bereits sehr gute Ergebnisse. Der wenig versteifende Einfluss des geringsten Fasergehalts bei PBT_GF5 mit resultierendem, ausgeprägt elasto-plastischem Verhalten ist angepasst. Die leichte Materialerweichung nach Überschreiten der Fließgrenze wird abgebildet. Die Anfangssteifigkeit sowie der durch Schädigung geänderte Entlastungspfad, sind bei allen Fasergehalten sehr gut angenähert. Auch die Maximalspannungen in der Belastungskurve der experimentellen Messungen sind ebenfalls mithilfe optimierter Materialparameter in Abhängigkeit des Fasergehaltes darstellbar.

Insgesamt ist die Abweichung der simulierten zu den experimentellen Daten über die drei Fasergehalte minimiert. Die Mikro-Materialparameter des Fasermaterials im Verbund mit festgehaltenen Matrixparametern sind gemäß Tabelle 4.7 bestimmt.

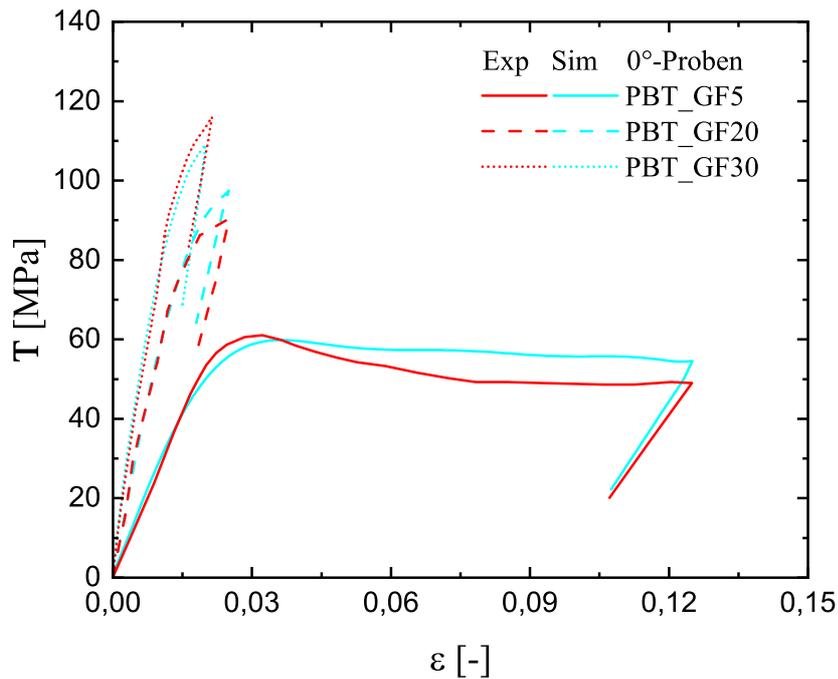


Abbildung 4.22: Vergleich der experimentellen und simulierten Ergebnisse aller Fasergehalte für Zugstäbe vom Typ 5A unterschiedlicher Fasergehalte in $\beta=0^\circ$ -Orientierung

Faseranteil	Steifigkeit	Schädigung
n_f [gew. %]	E_f^{mic} [MPa]	$\sigma_{damage,f}^{mic}$ [MPa]
PBT_GF5, 20, 30	72162,63	1069,46

Tabelle 4.7: Optimierte Mikro-Materialparameter des Verbundmaterials mit Hauptfaserorientierung parallel zur Belastungsrichtung unabhängig vom Fasergehalt

Die aus diesem Vorgang optimierten ersten Mikroparameter für das Verbundmaterial stellen einen geeigneten Startparametersatz für den weiteren Optimierungsprozess dar (vgl. Abb. 4.21).

4.3.3 Parameteridentifikation für unterschiedliche Faserorientierungen

Im letzten Schritt der Optimierungsverfahren werden lediglich die identifizierten Mikro-Materialparameter des unverstärkten PBT festgesetzt und für das faser-

verstärkte Material alle Mikro-Materialparameter sowie Wichtungen freigesetzt. Das Ergebnis der Parameter aus der Optimierung über alle Fasergehalte und -hauptausrichtungen ist in Tabelle 4.9 festgehalten. Größere Anpassungen des Parameters der Fasersteifigkeit E_f zeigen nur einen vergleichsweise geringen Einfluss auf die Simulationsergebnisse. Die Dominanz des Wertes für die Fasersteifigkeit ist in der Gesamtheit der Parameter in der dargestellten Modellbildung von untergeordneter Bedeutung. Die Grenzwerte des Wichtungsparameters, welcher die Verstärkungsrichtung parallel zur Hauptfaserorientierung repräsentiert, sind eine Zehnerpotenz höher gewählt. Die anderen Parameter $p(2)$ und $p(3)$ sind entsprechend geringer zu optimieren und der letzte Parameter $p(4)$ errechnet sich nach der Vorschrift aus Tabelle 4.6 um stets die Bedingung für eine Halbkugeloberfläche ($\sum w_i = 0,5$) zu erfüllen.

Zur Umsetzung der FEM-Simulation am RVE werden nun die Winkelpaare um die dominante Hauptausrichtung rotiert. Dies geschieht mithilfe einer Drehung der Mikrosphäre um die entsprechenden Hauptfaserorientierungen der Experimente für die, in verschiedenen Winkeln, ausgefrästen Zugstäbe vom Typ 5A. Die Wichtungen bleiben zu den entsprechenden Richtungen der Ausgangslage fixiert, sodass die Randbedingungen am RVE erhalten werden können. Mit einer Drehung der dominierenden Hauptausrichtung der Glasfasern um die \mathbf{e}_{r1} -Achse (vgl. Abb.4.13: Kugel in Polarkoordinaten)

$$\mathbf{R}_{\mathbf{e}_{r1}}(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \cdot \mathbf{r}_i, \quad (4.81)$$

im kartesischen Koordinatensystem der Kugel werden somit die Richtungsvektoren $\mathbf{r}_{i,i=1..21}$ angepasst.

Der höchste Wichtungsfaktor $p(1)$, welcher die dominante Steifigkeitssteigerung parallel zur Hauptfaserorientierung repräsentiert, bleibt dabei mit Richtungsvektor 1 verbunden. Die Transformation erfolgt entsprechend der gewählten Winkel β der ausgefrästen Proben durch Einsetzen der Werte ($0^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$) für θ in Gleichung (4.81). Über ein Drehen der Fasersphäre wird somit die Abhängigkeit des Materialverhaltens von der Faserorientierung realisiert. Die Standard-Richtungswinkel der 21 Integrationspunkte für $\beta = 0^\circ$ sind Tabelle 4.8 zu entnehmen. Das makroskopisch anisotrope Verhalten des Verbundmaterials kann somit abgebildet werden.

Nr.	φ^i [°]	ϑ^i [°]
1	0	0
2	90	90
3	0	90
4	90	45
5	-90	45
6	0	45
7	180	45
8	45	90
9	135	90
10	24,888985205798541	67,175651731455261
11	155,1110147942015	67,175651731455261
12	-24,888985205798541	67,175651731455261
13	-155,1110147942015	67,175651731455261
14	65,111014794201466	67,175651731455261
15	114,8889852057985	67,175651731455261
16	-65,111014794201466	67,175651731455261
17	-114,8889852057985	67,175651731455261
18	45	33,269907851110140
19	135	33,269907851110140
20	-45	33,269907851110140
21	-135	33,269907851110140

Tabelle 4.8: Richtungswinkel der 21 Integrationspunkte der Einheitskugel für eine Hauptfaserorientierung $\beta = 0^\circ$

Faseranteil	Steifigkeit	Schädigung	w^1	$w^{2,3}$	w^{4-9}	w^{10-21}
n_f [gew.%]	E_f^{mic} [MPa] [MPa]	$\sigma_{damage,f}^{mic}$ [MPa] [MPa]	$p(1)$	$p(2)$	$p(3)$	$p(4)$
PBT_GF5, 20, 30	102162,63	1069,46	0,1	0,01	0,03	0,016

Tabelle 4.9: Optimierte Mikro-Materialparameter des faserverstärkten Verbundmaterials

Der Optimierungsprozess läuft in diesem Fall über zwölf unterschiedliche Experimente ab. Zur genaueren graphischen Darstellung sind alle unterschiedlichen Messungen einzeln mit den simulierten Spannungs-Dehnungs-Kurven in Abb. 4.23 und Abb. 4.24 dargestellt. Dabei entspricht eine Zeile immer der gleichen Faserausrichtung und eine Spalte dem Fasergehalt des Probenmaterials. Die erste Spalte zeigt somit für einen Fasergehalt von 5 gew.% GF die Ergebnisse der Gesamtoptimierung für alle Probenausrichtungen dieses Fasergehalts von 0° in der ersten Zeile bis hin zu 90° in der letzten Zeile. Die zweite Spalte steht für den Fasergehalt von 20 gew.% und die dritte Spalte entsprechend für 30 gew.% GF. Die Gesamtheit der optimierten Simulationsergebnisse bezüglich Fasergehalt und

-hauptausrichtung zeigt in Abb. 4.23 und Abb. 4.24 ein qualitativ und quantitativ sehr gutes Ergebnis. Die geringe Abweichung der Datensätze in den Randbereichen der Fasergehalte und Ausrichtungen ist dem breiten Optimierungsbereich von geringem Fasergehalt zu hohem Fasergehalt und den Ausrichtungen von 0° bis hin zu 90° geschuldet. Die maximalen Spannungswerte der unterschiedlichen Fasergehalte werden auch in Abhängigkeit der Hauptfaserausrichtung in den Proben abgebildet. Die Schädigungseffekte werden ebenfalls abgebildet, da die Entlastungskurven eine angepasste Steigung aufweisen.

Der dargestellte Ansatz stellt somit eine neuartige Möglichkeit dar, um einen Mehrkomponentenwerkstoff mit makroskopisch anisotropem Materialverhalten auf einer Microsphere basierten Theorie zu beschreiben.

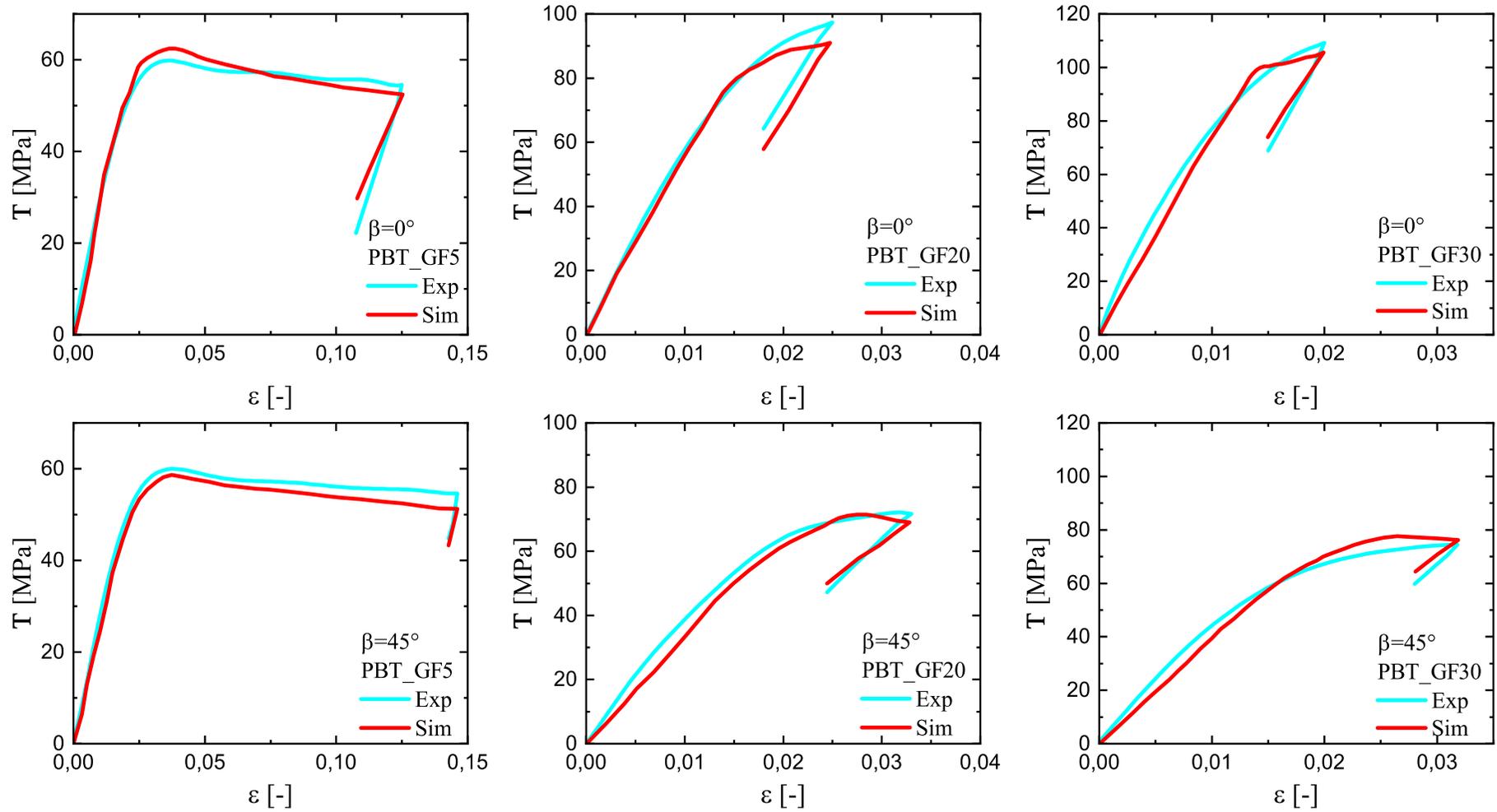


Abbildung 4.23: Vergleich der experimentellen und simulierten Ergebnisse aller Fasergehalte und Hauptfaserorientierungen- Teil a) PBT GF5, GF20, GF30: 0° und 45° -Proben

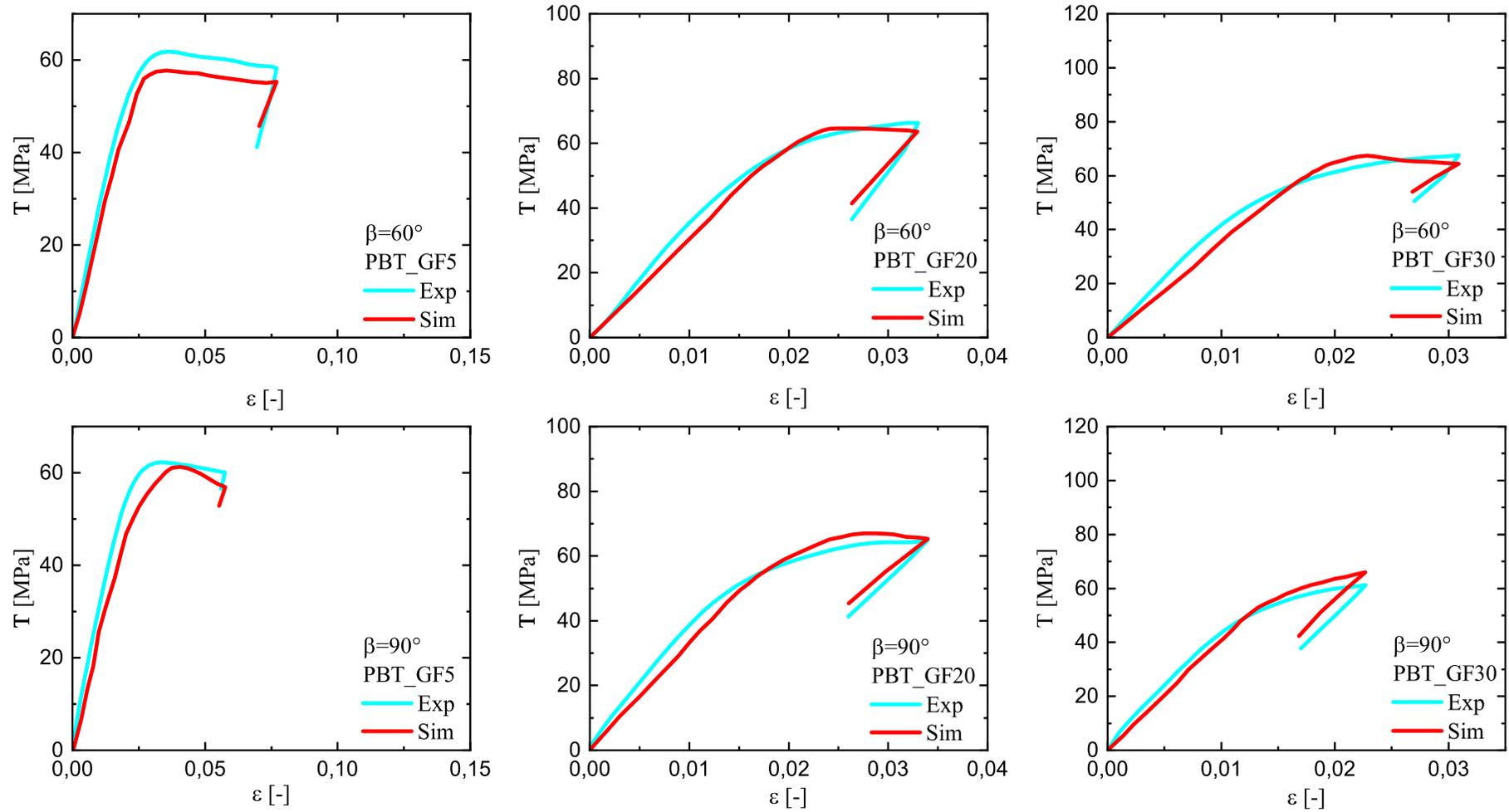


Abbildung 4.24: Vergleich der experimentellen und simulierten Ergebnisse aller Fasergehalte und Hauptfaserorientierungen- Teil b) PBT GF5, GF20, GF30: 60° und 90° -Proben

4.4 Validierungsexperiment: Der Torsionsversuch

Das vorgestellte Gesamtmodell muss im Folgenden auf seine Einsetzbarkeit bezüglich weiterer Belastungsarten untersucht werden. Zur Verifikation des entwickelten und implementierten Materialmodells mit den im vorigen Abschnitt identifizierten optimierten Materialparametern werden in dieser Arbeit mehraxiale Belastungsexperimente genutzt. Dazu wird ein Bauteilversuch experimentell durchgeführt und mit dem gezeigten und implementierten Materialmodell nachgebildet.

Aufgrund des technischen Einsatzbereiches wurden hierfür Fasergehalte von 20 bzw. 30 gew.% GF ausgewählt. Zusätzlich standen Proben des unverstärkten Matrixmaterials zur Verfügung. Um eine von den bisherigen Untersuchungen abweichende Belastungsart zu untersuchen, wird ein Torsionsversuch an zur Verfügung stehenden Torsionsproben als mehraxiales Experiment genutzt.



Abbildung 4.25: Torsionsprobe des Verbundmaterials

Im Unterschied zum uniaxialen Zugversuch wird hierbei eine spezielle zylinderförmige Probengeometrie tordiert. Die Torsionsprobe aus Abb. 4.25 wird mit Hilfe eines Drei-Backen-Futters ebenfalls im kommerziellen Elektro-Puls System E10000 mit Linearmotor-Technologie der Firma Instron [104] untersucht. Um die Probe während des Einbaus nicht zu beschädigen und einen optimalen Formschluss zu erzielen, wird ein zylinderförmiger Kern im Bereich der Klemmhöhe des Drei-Backen-Futters eingeführt. Bei fixierter unterer Einklemmung rotiert das obere Drei-Backen-Futter die Probe weggesteuert mit einer vorgegebenen Drehgeschwindigkeit von $v_{\text{Torsion}} = 0,2^\circ/s$. Auch der Drehmomentensensor ist an der oberen Klemmung angebracht und misst kontinuierlich das resultierende Drehmoment als Materialantwort während der Torsionsbelastung. Zudem wird der Drehweg in Form des Drehwinkels während des gesamten Versuchs aufgenommen. Das expe-

rimentelle Ergebnis des Bauteilversuchs liefert die gemessenen Daten in Form von Drehmoment-Drehweg-Kurven in Abb. 4.26. Die Be- und Entlastung erfolgte hierbei vor Überschreiten der Fließgrenze des Materials. Als begrenzender Faktor für kleine Deformationen ist der Wert des maximalen Drehwegs unterschiedlich, abhängig vom jeweiligen Fasergehalt, unterhalb des Schädigungsbeginns, gewählt. Die größten Deformationen wurden für das elasto-plastische PBT des Matrixmaterials erreicht. Mit zunehmendem Fasergehalt sinkt der plastische Einfluss durch zunehmende Steifigkeit des Verbundmaterials.

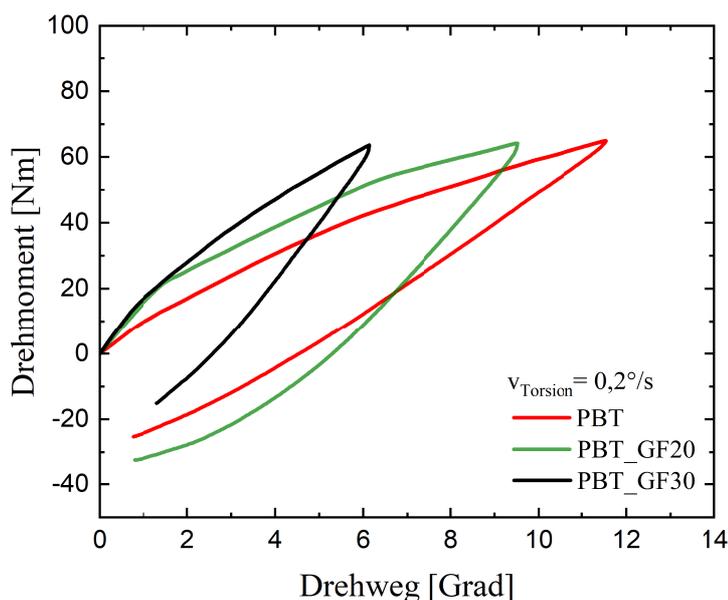


Abbildung 4.26: Experimentelles Ergebnis des Torsionsversuchs für unterschiedliche Fasergehalte

Zur Prüfung der Belastbarkeit wird als Bauteilversuch eine solche Probe mithilfe des entwickelten Materialmodells inklusive der zuvor optimierten Materialparameter mit identischen Randbedingungen zum Experiment simuliert. Vor Beginn der Finite-Elemente-Simulation in FEAP[®] sind einige vorbereitende Schritte nötig. Zunächst wird die exakte Geometrie in der Konstruktionssoftware Catia V5[®] nachgebildet. Da nur der freie Bereich des Probenmaterials in Längsrichtung z zwischen den Drei-Backen-Futtern die Deformation aufnimmt, wird die Probe in Meshmixer[®] gekürzt. Das exportierte Oberflächennetz der Geometrie muss anschließend mithilfe einer weiteren Software LS-PrePost[®] in ein Volumennetz, welches aus 10-Knoten-Tetraedern aufgebaut ist, umgewandelt werden. Die generierten Geometriedaten müssen weiterhin zur Implementierung in ein mit FEAP[®] nutzbares Format angepasst werden. Die nachbearbeitete und vernetzte Probengeometrie ist in Abb. 4.27 ersichtlich.

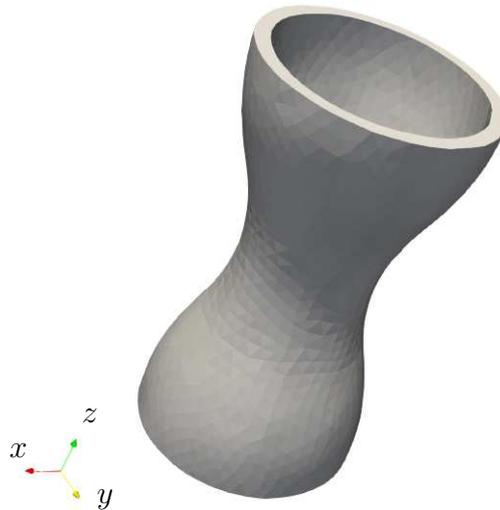


Abbildung 4.27: Modell der vernetzten Torsionsprobe

Die in der Simulation zugrunde gelegte Hauptfaserorientierung wurde wiederum mithilfe einer Spritzgussimulation verifiziert. Die kurzen Glasfasern in den symmetrischen Torsionsproben richten sich überwiegend parallel zur Längsachse z aus. Das Ergebnis für den Faserausrichtungstensor der Spritzgussimulation mit Moldflow[®] in Abb. 4.28 belegt die Ausrichtung der Glasfasern parallel zur Füllrichtung entlang der Längsachse der Torsionsprobe.

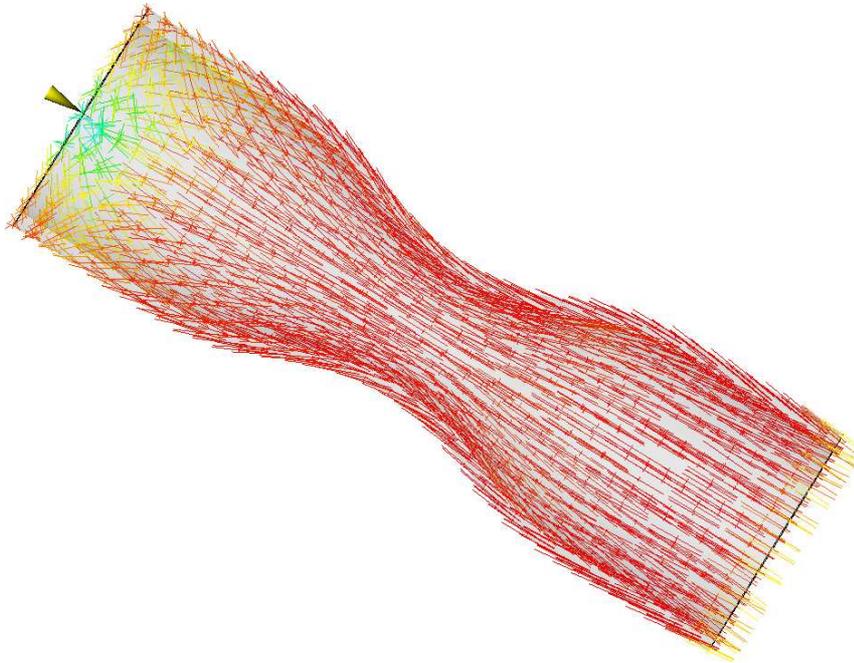


Abbildung 4.28: Faserausrichtungstensor einer Torsionsprobe mit 30 gew.% Glasfasern aus der Moldflow[®]-Simulation

Auf Basis dieser Information wird die darauffolgende Finite-Elemente-Berechnung mit identischen Randbedingungen zum Experiment durchgeführt. Als Bauteilversuch ist dabei die Implementierung der gesamten Geometrie notwendig, um den direkten Vergleich zu Drehmoment und Drehweg aus dem Experiment realisieren zu können. In FEAP® werden alle Knoten, welche die Bodenfläche der Torsionsprobe in Form eines Kreisrings berühren, für alle translatorischen und rotatorischen Freiheitsgrade gesperrt. Die Knoten auf der entsprechenden Oberseite werden mit einer Deformationsgeschwindigkeit von $v_{\text{Torsion}} = 0, 2^\circ/s$ axialsymmetrisch zur Mittelachse tordiert. Die FEM-Software FEAP® stellt dazu eine systemeigene Routine, den `spin command`, zur Verfügung. Als Simulationsergebnis wird die maximale Torsionsschubspannung τ_{max} in einem Schnitt senkrecht zur Achse, an einem Punkt auf dem Außenradius berechnet. Zur Vergleichbarkeit mit den experimentellen Daten muss dieser Wert entsprechend des Zusammenhangs

$$M_t = \frac{\tau_{max} I_p}{d/2}, \quad (4.82)$$

in das mechanische Drehmoment M_t umgerechnet werden. Das polare Flächenträgheitsmoment des Kreisrings beträgt hierbei

$$I_p = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4), \quad (4.83)$$

wobei D dem Außendurchmesser an der oberen Kante mit 41 mm und d dem Innendurchmesser von 36 mm entsprechen. Die Simulation wird identisch zum Experiment als Be- und Entlastungsversuch durchgeführt.

Die Ergebnisse der FEM-Simulation sind im direkten Vergleich zu den experimentellen Daten als Drehmoment-Drehweg-Kurven in Abb. 4.29 zu sehen.

Trotz der hohen Komplexität eines Bauteilversuchs werden die Messkurven mit einer zufriedenstellenden, geringen Abweichung nachgebildet. Die anhand uniaxialer Daten optimierten Materialparameter sind zur Berechnung komplexer Lastfälle sehr gut geeignet. Dies belegt die Belastbarkeit des, in dieser Arbeit neu entwickelten, Modells zur Beschreibung kurzfaserverstärkter Kunststoffe mit makroskopisch anisotropem Materialverhalten auf Basis eines Microsphere-Ansatzes.

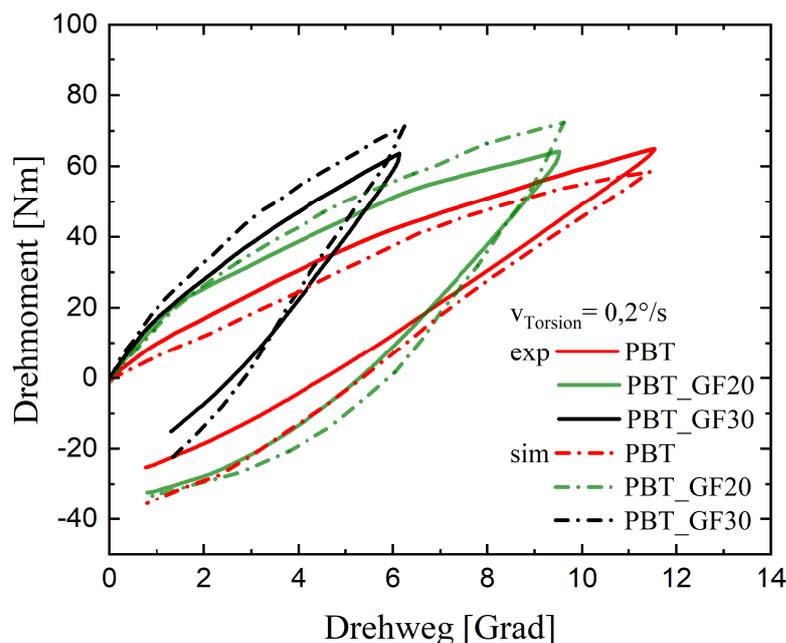


Abbildung 4.29: Torsionsversuch: Vergleich der experimentellen (—) und simulierten (- - -) Daten

4.5 Einschub: Alternative multiaxiale Experimente

Im Rahmen dieser Arbeit wurden ausgeprägte richtungsabhängige Effekte beobachtet, welche im Wesentlichen auf die Orientierung der eingeschlossenen Glasfasern zurückgeführt werden können. Um dieses Verhalten hinreichend zu beschreiben, wurde für die Modellierung in den vorgestellten Versuchen der uniaxiale Zugversuch unter Einbeziehung unterschiedlicher Proben- und somit Faserorientierungen genutzt. Im vorherigen Kapitel konnte für das Verifikationsexperiment Torsionsversuch eine sehr gute Übereinstimmung von Experiment und Simulation nachgewiesen werden.

Für eine Erweiterung der Datenbasis in einer Modellbildung oder als zusätzliche Verifikationsexperimente existieren weitere multiaxiale Experimente. Für die Untersuchungen dieser Arbeit wurde daher zudem eine Untersuchung im biaxialen Zugversuch sowie im sogenannten Nakajima-Versuch betrachtet. Beide wurden allerdings nicht konkret in der Arbeit genutzt, können jedoch in weiterführenden Untersuchungen Bestandteil sein.

Zum Zeitpunkt der Untersuchungen existierte am Institut lediglich ein biaxialer Zugversuch, welcher zur Untersuchung von weichen Elastomeren ausgelegt war. Um überhaupt Ergebnisse für das vorliegende, deutlich steifere Material sehen zu können, musste die Probengeometrie derart eingeschränkt werden, dass der Ver-

such zwar ermöglicht wurde, der Informationsgehalt allerdings zu gering war. Mit einem stärker dimensionierten Versuchsstand stellt der biaxiale Zugversuch allerdings eine effektive Alternative für die Untersuchungen des glasfaserverstärkten PBT dar.

Der Nakajima-Versuch wurde im Projekt MuSiKo entwickelt und konstruiert als weiterer Versuch, der dem Fertigungsprozess des Tiefziehens sehr Nahe kommt. Die Versuche können mit diesem am Institut neuen Versuchsstand durchgeführt werden. Da für die numerische Umsetzung allerdings die Wahl aufgrund existierender Vorarbeiten auf das Open Source Simulationstool FEAP[®] und den damit verbundenen sämtlichen Freiheiten in der Gestaltung des Materialmodells von Grund auf fiel, wurde auch dieses Experiment nicht weiter verwandt. In der Umgebung FEAP[®] ist ein Kontaktproblem nicht ohne Weiteres umsetzbar und daher beschränkten sich die Betrachtungen des Verifikationsexperiment auf die Torsion. Da beide Experimente allerdings unter anderen Randbedingungen in einer Weiterführung der Untersuchung genutzt werden können, sollen Sie an dieser Stelle dem interessierten Leser zur Verfügung gestellt werden.

Der biaxiale Zugversuch

Eine Möglichkeit zur Erweiterung der uniaxialen Datensätze mit einer zusätzlichen Belastungsrichtung stellt der biaxiale Zugversuch dar. Der Versuchsaufbau und die Auswertung dieser Art Experimente ist wesentlich komplexer als im uniaxialen Fall. Die biaxialen Versuche in dieser Arbeit wurden mit einem selbstkonstruierten Versuchsaufbau nach Speicher [181] durchgeführt. Im Gegensatz zur uniaxialen Belastung kreuzen sich in diesem Aufbau zwei Achsen rechtwinklig. Auf jeder Achse befinden sich je zwei gegenläufige Lineartische. Die Lineartische auf den Achsen können unabhängig voneinander angesteuert und verfahren werden. Auf den Lineartischen sind Klemmbacken zur Probeneinspannung angebracht. Während eines Versuchs bewegen sich die Tische einer Achse in entgegengesetzte Richtung um eine Zugbelastung zu erzeugen. Hierdurch wird die Position der kreuzförmigen Probe in der Mitte, im Kreuzungsbereich, gewahrt. Aus diesem Grunde ist eine optische Versuchsauswertung mit anschließender DIC der Probendeformation mithilfe einer fest positionierten Kamera möglich. Durch die unabhängige Steuerung der beiden Achsen können dabei unterschiedliche inhomogene Deformationszustände in der Probe hervorgerufen werden. Es sind uniaxiale Belastungen bis hin zu äquibiaxialen Zuständen umsetzbar.

Die resultierenden Kräfte werden mithilfe der Kraftsensoren, welche wie in Abb. 4.30 angebracht sind, kontinuierlich an jeder Achse gemessen.

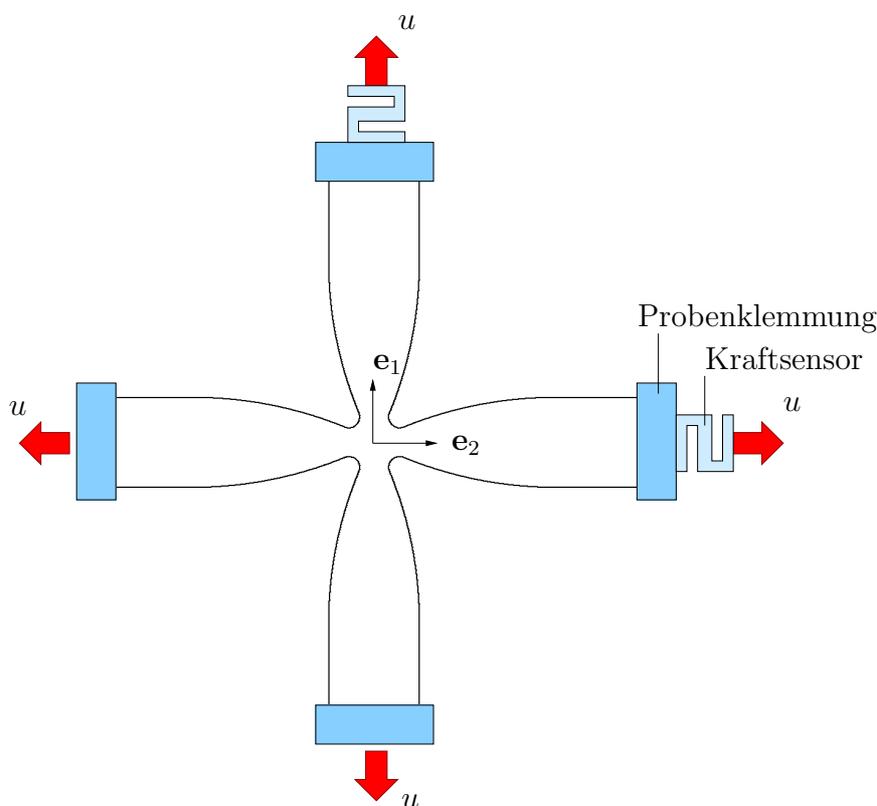


Abbildung 4.30: Schema der zentralen Position der Biaxprobe im Experiment mit Probenklemmung und Kraftsensoren

Die Auswertung für diesen Aufbau muss mithilfe weiterer Methoden erfolgen. Der verursachte Deformation- bzw. Spannungszustand in der Kreuzprobe kann nicht mehr direkt aus den gemessenen Kräften eindeutig bestimmt werden. Es treten lokal unterschiedliche Deformationen auf der Probenoberfläche auf. Das Lösen eines Randwertproblems ist, wie in den Arbeiten [107, 176], notwendig. In der inversen Modellierung des biaxialen Zugversuchs werden, analog zu einem Bauteilversuch, ein Modell der gesamten Probengeometrie und alle Informationen über die Deformationen benötigt.

Für den genutzten Versuchsaufbau in Abb. 4.31 wurden aus den vorliegenden dünnen Platten, mit einer Dicke von $d = 2$ mm, Kreuzproben ausgefräst. Die optimierte Geometrie für das Verbundmaterial und den eingeschränkten Kraftbereich des Versuchsstands ist in Abb. 4.32 dargestellt.

Die Ergebnisse der uniaxialen Versuche in Kapitel 3 belegen die versteifende Wirkung der beigemengten Glasfasern. Um auch die Messungen der Proben mit

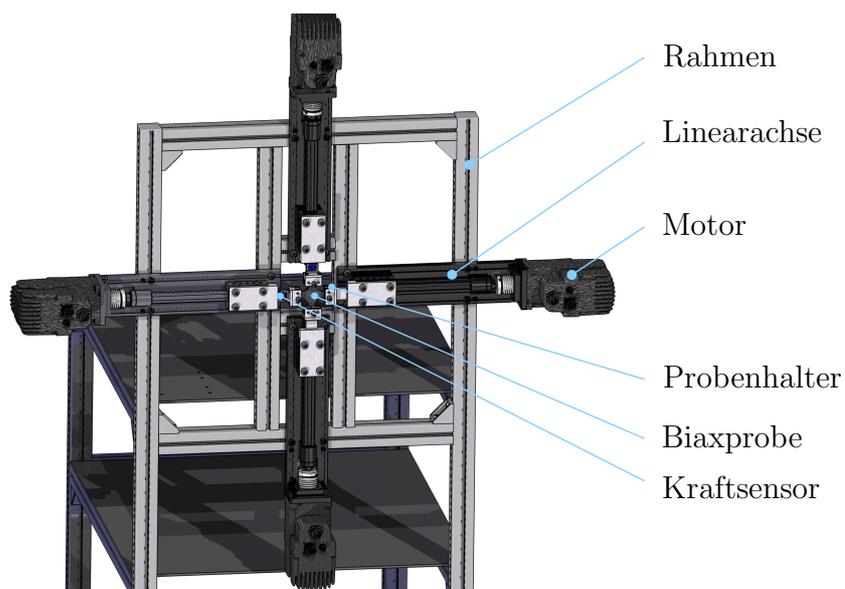


Abbildung 4.31: Aufbau des Biaxialversuchs nach Speicher [181]

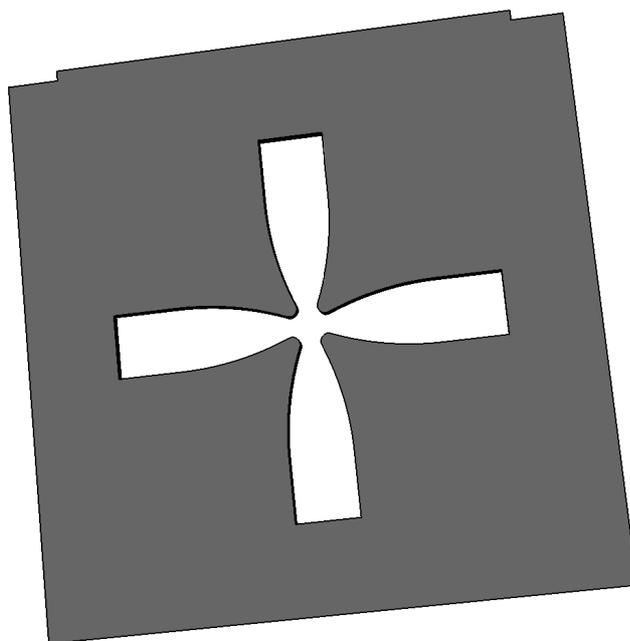


Abbildung 4.32: PBT-Biaxprobe: Optimierte Geometrie für das Verbundmaterial

höchsten Fasergehalten mit dem vorhandenen Aufbau realisieren zu können, muss eine, für das vorliegende Material, angepasste Kreuzprobengeometrie zum Einsatz kommen. Die optimierte Probengeometrie in Kreuzform muss zwei Bedingungen erfüllen. Die möglichen aufbrachten Kräfte müssen eine messbare Deformation in der Probenmitte hervorrufen ohne zuvor in den Armen zum Versagen des Probenmaterials zu führen. Im Normalfall wird auf dem vorhandenen Versuchsstand ein anderer optimierter Probentyp für elastomere Materialien untersucht, welcher mehr Informationen durch ein möglichst großes, messbares biaxiales

Deformationsfeld bereitstellt [139, 172, 176]. Durch die baulichen Limitierungen und Maximallasten muss für das vorliegende verstärkte Verbundmaterial ein verringerter Querschnitt im Probenzentrum gewählt werden, was durch die dargestellte optimierte Geometrie der PBT-Biaxprobe umgesetzt ist.

Mithilfe der Nutzung der optimierten Probengeometrie bleibt der interessante Deformationsbereich des Probenmaterials während der biaxialen Experimente im Kreuzungspunkt der beiden Achsen zentriert. Dies ermöglicht die vorgesehene kontinuierliche optische Aufnahme der Verformungen in jedem Belastungsschritt. Um die vollaufgelöste Dehnungsinformation auf der Probenoberfläche zu erhalten, werden die aufgenommenen Bilder erneut mithilfe der DIC-Software *ISTRA 4D*[®] ausgewertet.

Wie bereits angesprochen gestaltet sich die Auswertung der biaxialen Experimente komplexer, als die der uniaxialen Experimente. Im Gegensatz zum uniaxialen Zugversuch sind die Dehnungen und Spannungen in der biaxialen Probenmitte nicht direkt mit den gemessenen Kraftwerten korrelierbar. Da sich ein inhomogener Deformationszustand im Probenzentrum eingestellt hat, muss dieser zur Bewegung der Klemmungen und den Kraftwerten korreliert werden. Die resultierenden Spannungen in der Probenmitte müssen mittels Inverser Rechnung [46] bestimmt werden. Das Dehnungsfeld wird dazu direkt der DIC-Auswertung entnommen. Wird der Biaxialversuch als Verifikationsexperiment genutzt, erfordert das Verfahren eine Auswertung über die gesamte Probengeometrie um die entsprechenden Dehnungen und Kräfte aus Experiment und Simulation vergleichen zu können. Wird der Biaxialversuch nicht als Verifikationsexperiment genutzt, sondern zur Parameteridentifikation auf Basis mehrachsialer Daten, kann die in Abb. 4.33 schematisch dargestellte Vorgehensweise verfolgt werden. Das Optimierungsverfahren folgt analog dem, der vorherig genutzten, uniaxialen Daten. Im Schema ist ein Beispiel der flächigen, optischen Auswertung sowie die Vorgehensweise bei der Optimierung für mögliche weitere Untersuchungen gezeigt. Die Werte der experimentell ermittelten und der simulierten Daten werden dabei abgeglichen um die lokalen Verschiebungsfelder auf der gesamten Oberfläche der Kreuzprobe zu bestimmen. Der gesamte Versuch muss hierfür identisch in der Simulation nachgebildet werden. Als Eingabewerte sind Startparameter vorzugeben, welche beispielsweise aus den Materialparametern der ausgewerteten uniaxialen Versuche stammen können. Für den Faserverbundwerkstoff muss in der Simulation zusätzlich eine Faserorientierung berücksichtigt werden. Im Verlauf der Simulation werden die Parameter immer wieder geändert und angepasst, um ein Minimum in der Differenz zwischen experimentell ermittelten und simulierten Dehnungen auf der gesamten Probenoberfläche zu erhalten. Im letzten Schritt werden die

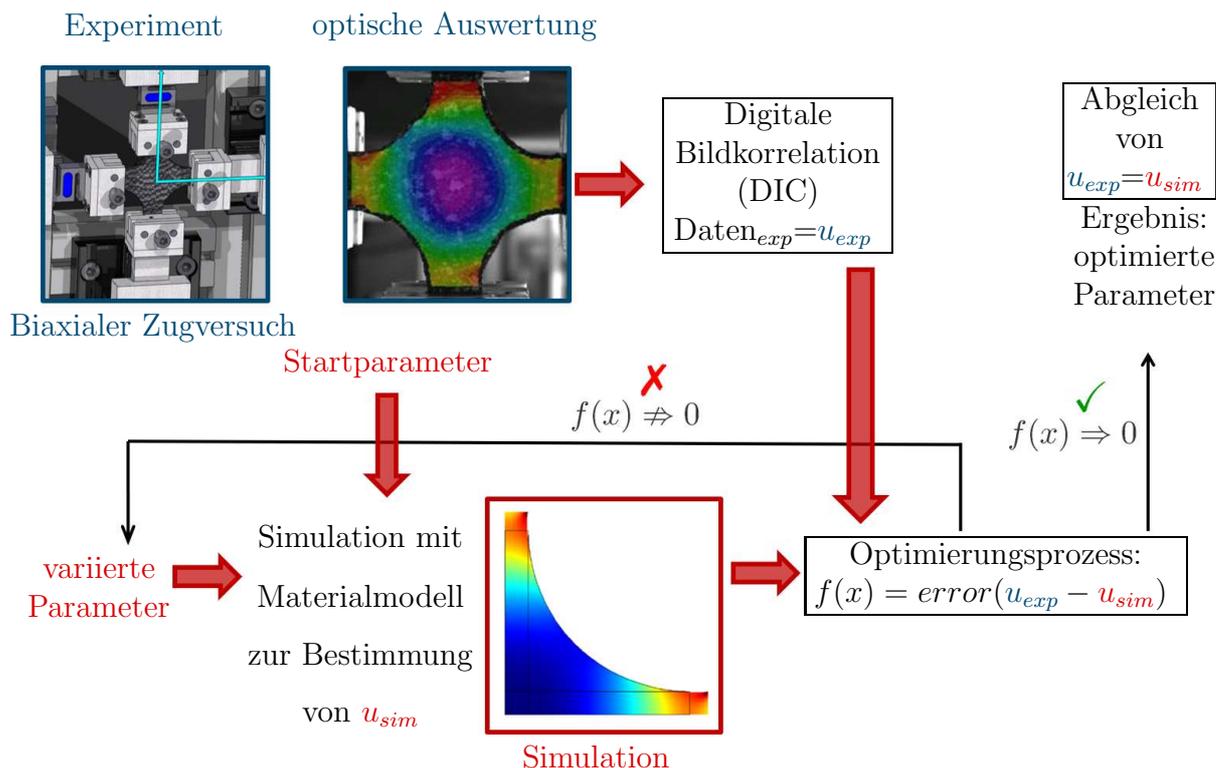


Abbildung 4.33: Schema der Vorgehensweise einer Inversen Rechnung für den biaxialen Zugversuch

Spannungen somit aus den optimierten Materialparametern mittels vorgegebenem Materialmodell berechnet [107, 176]. Aus den erfassten Kraftwerten, welche an den Probenarmen gemessen werden, kann mit hinterlegtem Materialmodell und einer Inversen Rechnung so die Deformation in jedem Punkt der Oberfläche der Kreuzprobe berechnet werden. Der Vergleich erfolgt über den Abgleich der simulierten Verschiebungsfelder mit den aus der DIC entnommenen.

Das vorliegende polymere Verbundmaterial wird in dieser Arbeit mit einer Geschwindigkeit von $v = 0,1 \text{ mm/s}$ äquibiaxial im Biaxialversuch belastet. Die dargestellten Versuchsergebnisse zeigen die Auswertung der DIC-Software für die optische Dehnungsmessung. Dabei sind die inhomogenen Deformationszustände im Probenzentrum von Interesse. In den Abbildungen sind die Werte für die Hauptdehnungen (ε_1 bzw. ε_2) in \mathbf{e}_1 - bzw. \mathbf{e}_2 -Richtung, für das unverstärkte Polymer (Abb. 4.34) und das PBT mit 20 gew.% Glasfasern (Abb. 4.35) dargestellt.

Für das Matrixmaterial sind ähnliche Werte für die Dehnungen in beide orthogonalen Achsenrichtungen zu sehen. Dieses Ergebnis belegt ein weiteres Mal die Annahme isotropen Materialverhaltens für das reine Polymer, was bereits die Ergebnisse der uniaxialen Versuche in Abschnitt 3.3 gezeigt haben. Für das verstärkte Polymer mit 20 gew.% Glasfasern repräsentieren die Materialdehnungen der Kreuzprobe im Biaxialversuch ebenfalls die vorangegangenen

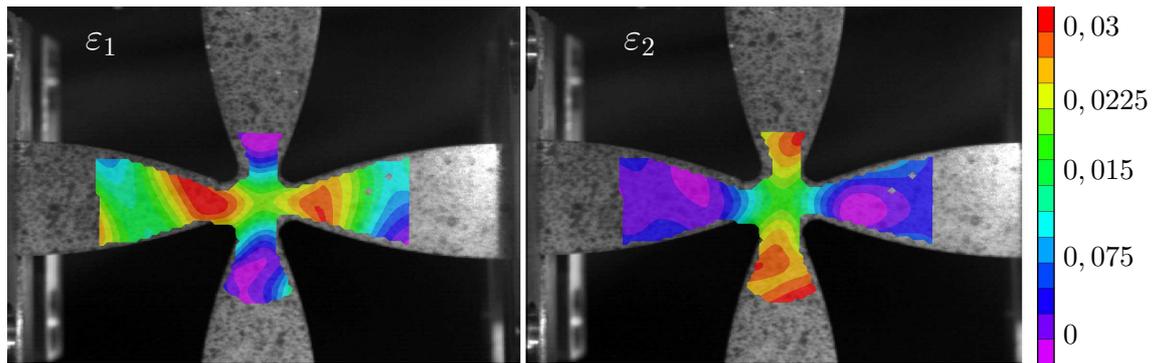


Abbildung 4.34: DIC-Ergebnis des Biaxialversuchs für das unverstärkte PBT: Hauptdehnung ε_1 und ε_2

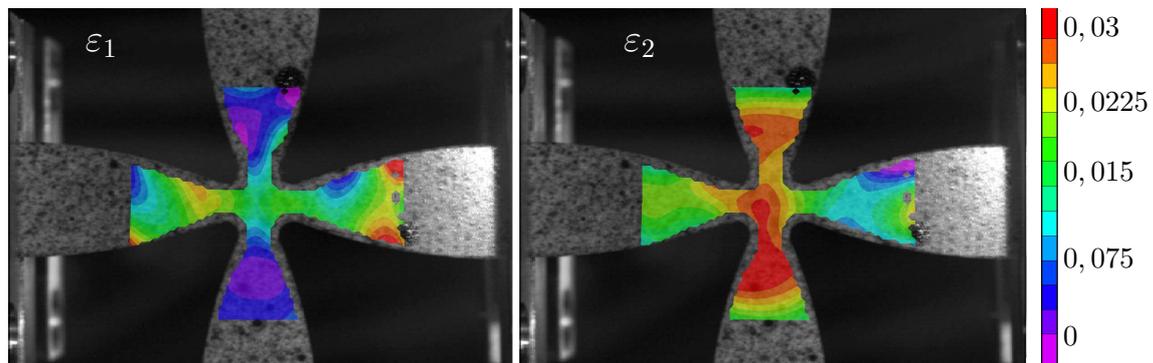


Abbildung 4.35: DIC-Ergebnis des Biaxialversuchs für das PBT_GF20: Hauptdehnung ε_1 und ε_2 , mit vertikaler Hauptfaserausrichtung

Ergebnisse. Aufgrund des Fertigungsprozesses des Spritzgießens stellt sich eine Hauptfaserorientierung parallel zur Füllrichtung der Probenplatten ein. Obwohl die Klemmungen auf beiden orthogonalen Achsen symmetrisch und mit der gleichen Geschwindigkeit und zur gleichen Verschiebung verfahren werden, ist die Richtung der Hauptfaserorientierung steifer und verformt sich weniger. Dieses Ergebnis ist deutlich in der Darstellung der DIC-Ergebnisse des PBT_GF20 in Abb. 4.35 zu sehen. Durch die prozessbedingte Orientierung der kurzen Glasfasern liegt eine Verstärkung entlang einer Achse der Kreuzprobe vor, hier entlang der Vertikalen. Daher werden entlang einer Achse größere Dehnungen erreicht, als entlang der anderen. Die größten Dehnwerte in den Achsen kennzeichnen zudem den Bereich des Schädigungsbeginns.

Der Nakajima-Versuch

Neben dem biaxialen Zugversuch, wurde im Rahmen dieser Arbeit ein weiterer Versuchsstand zur Untersuchung inhomogener Deformationszustände entwickelt, konstruiert und aufgebaut. Ziel war es, möglichst reale Formteilbelastungen untersuchen zu können. Es muss ein Versuchsaufbau gewählt werden, welcher ein breiteres Spektrum größerer Deformationen abdeckt als der biaxiale Zugversuch. Eine erweiterte geeignete Möglichkeit zur Untersuchung inhomogener Belastungszustände stellt der Nakajima-Versuch dar [151]. Der Nakajima-Versuch ist einem Tiefziehversuch aus dem Metallbereich nachempfunden. Er dient zumeist der Erstellung von Formänderungskurven (forming limit diagram - FLD) eines metallischen Materials [30].

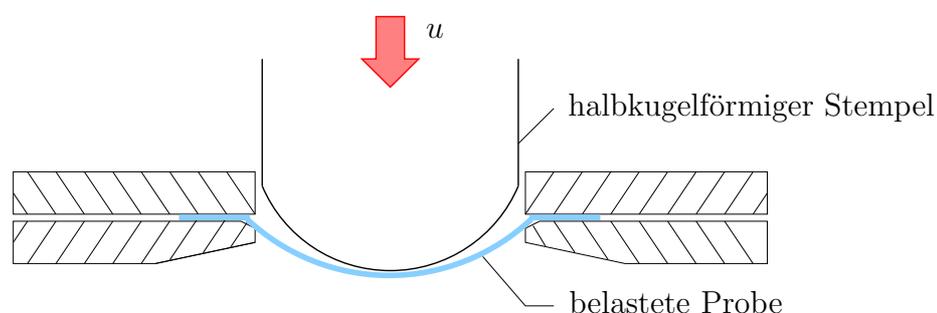


Abbildung 4.36: Schematischer Aufbau eines Nakajima-Tests

Abb. 4.36 zeigt den schematischen Aufbau eines Nakajima-Versuchs. Dabei wird ein halbkugelförmiger Stempel, welcher an einer Linearachse angebracht ist, mit vorgegebener Geschwindigkeit verfahren. Die eingespannte, dünne Probenplatte wird durch den Stempel belastet und halbkugelförmig deformiert. Im Experiment können anhand unterschiedlicher Probengeometrien verschiedene Belastungszustände untersucht werden. Möglich sind komplette Platten bis hin zu schmalen Stegen, folglich sind ideal äquibiaxiale bis hin zu uniaxialen Belastungen realisiert. Für die klassische Versuchsauswertung zur Erstellung der FLD wird nur die lokale Dehnung in der Probenmitte benötigt.

Der angepasste Versuchsablauf für das faserverstärkte Verbundmaterial mit einer Möglichkeit zur optischen Versuchsauswertung wird in diesem Abschnitt erläutert. Die genannten unterschiedlichen Belastungszustände werden mittels angepasster Probengeometrien realisiert. Aus dem vorliegenden dünnen Plattenmaterial (150 mm x 150 mm, $d = 2$ mm) wurden Proben ausgefräst. Durch das Ausfräsen zweier symmetrischer Kreise unterschiedlicher Radien werden die Platten tailliert. In der schmalsten Geometrie verbleibt ein dünner Steg mit einer Breite von etwa $b_M = 10$ mm. Abb. 4.37 zeigt beispielhaft eine Probengeometrie mit verbleibendem

Steg der dünnen Platte mit ausgefrästem Radius von $R = 60$ mm. Als Basis für die Wahl der Geometrie dienen die metallischen Nakajima-Proben von Hasek [87].

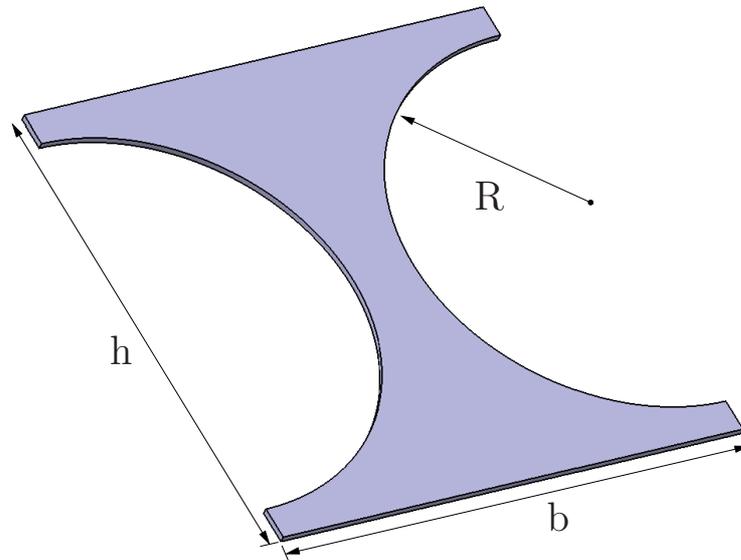


Abbildung 4.37: Nakajima-Probe mit $R = 60$ mm aus einer Platte ($h = 150$ mm, $b = 150$ mm, $d = 2$ mm)

Behält man das zunehmend anisotrope Materialverhalten mit steigendem Fasergehalt im Blick, so sind durch die Wahl der Ausrichtung der ausgefrästen Radien, Untersuchungen unterschiedlicher prozessbedingter Hauptfaserausrichtungen möglich. Im Anwendungsfall des vorliegenden Materials sind allerdings nicht nur die äquibiaxialen Belastungen von Interesse. Daher ist eine experimentelle Untersuchung unbekannter mehraxialer Belastungsstände, die in den Bereichen zwischen äquibiaxialer und uniaxialer Deformation liegen, notwendig. Umgesetzt wird dies mittels unterschiedlicher Probengeometrien. Auch können die Ergebnisse so mit denen aus den biaxialen bzw. uniaxialen Versuchen verglichen werden. Dazu sind vollständige Platten ($R = 0$ mm) und unterschiedliche ausgefräste Radien von $R = 45$ mm, $R = 60$ mm bis hin zu $R = 70$ mm genutzt.

Der Gesamtaufbau des entwickelten Versuchsstandes ist in Abb. 4.38 zu sehen. Im Detail in Abb. 4.39 ist der linear verschiebbare, halbkugelförmige Stempel mit eingespannter dünnflächiger Plattenprobe $R = 0$ zu sehen. Der Versuchsaufbau wurde in dieser Form konstruiert, da hohe Kräfte aufgenommen werden müssen. Die Hauptaufgabe besteht in der Untersuchung quasi-statischer Versuche, weshalb nur geringere Werte für die Verfahrensgeschwindigkeit des Stempels möglich sind. Ein großer Verfahrensweg von bis zu 600 mm ermöglicht zudem die Adaption für komplette großflächige Bauteilversuche. Die Ansteuerung wurde in *LabVIEW*[®] umgesetzt. Es können unterschiedliche Versuchsmodi gewählt werden. Dabei bietet die Implementierung neben der Motorsteuerung die Möglichkeit, ein zur

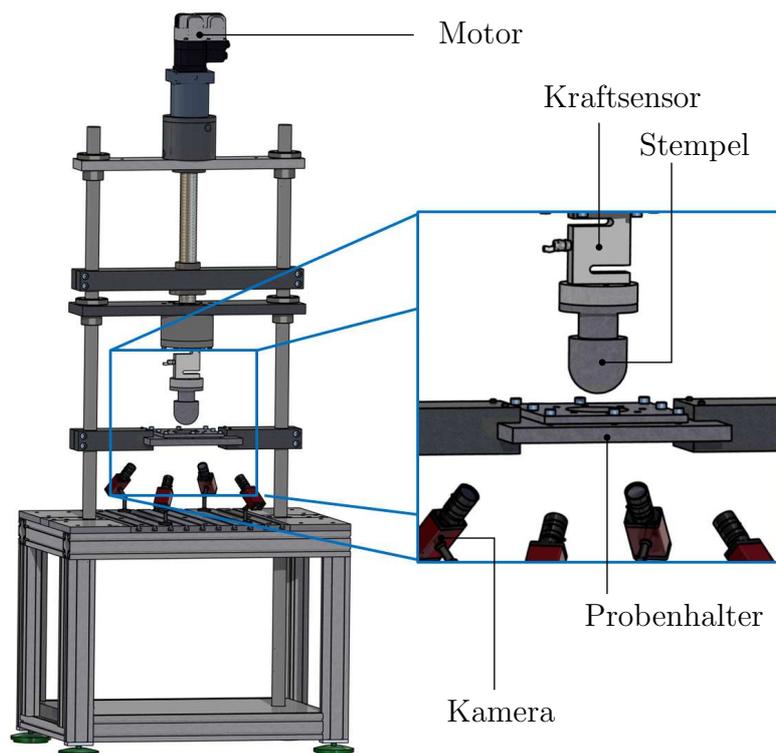


Abbildung 4.38: Aufbau des Nakajima-Versuchs mit Detail der eingeklemmten Probe inklusive 4-Kamera-Aufbau

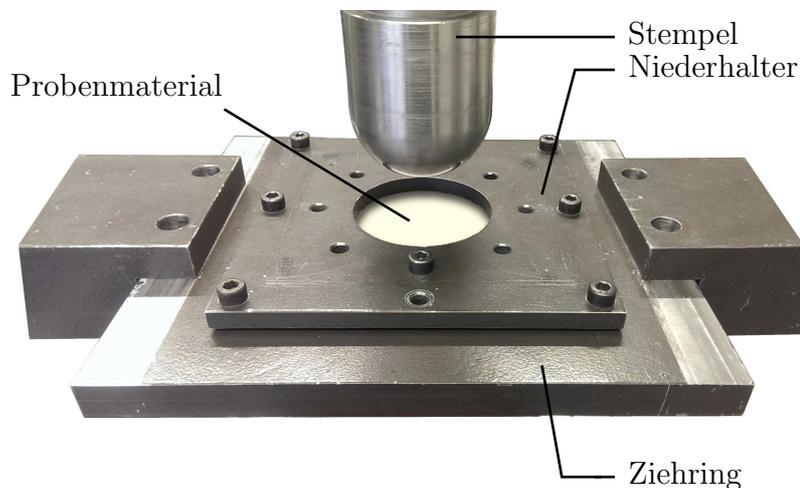


Abbildung 4.39: Detailansicht der eingeklemmten Nakajima-Probe ($R = 0 \text{ mm}$)

Motorbewegung korrespondierendes Triggersignal zu senden. Dieses erreicht im vorgestellten Aufbau alle Kameras zum gleichen Zeitpunkt.

Das 4-Kamera-System unterhalb der Probe im Nakajima-Aufbau ist notwendig um die gesamte Probendeformation während des Versuchs anhand kontinuierlich aufgenommener Bilder zu verfolgen. Die maximal mögliche Verformung hängt stark vom Fasergehalt ab. Um Reibeffekte zu minimieren, wird vor jeder Messung

ein Gleitmittel auf den metallischen Stempel aufgebracht. Für das unverstärkte Matrixpolymer werden durch das Anschmiegen an den Stempel halbkugelförmige (Napf-) Geometrien erreicht, wohingegen die Verbundmaterialien mit höherem Fasergehalt nur gering deformieren und anschließend spröde brechen. Das Aussehen der gespeckelten Proben nach Beenden des Versuchs ist in Abb. 4.40, links für das reine Polymer in a), rechts für einen Fasergehalt von 30 gew.% in b), zu sehen.

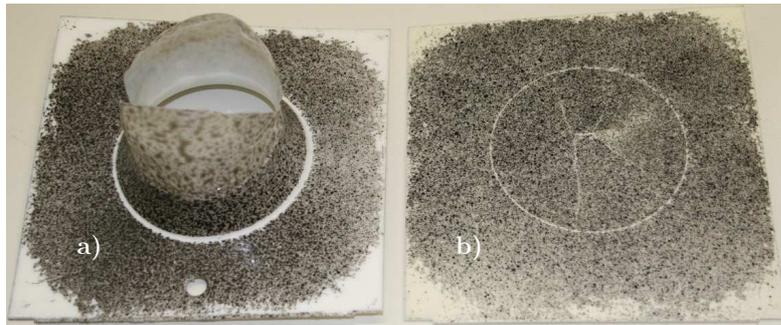


Abbildung 4.40: Getestete Nakajima-Proben: a) PBT und b) PBT_GF30

Das unverstärkte Polymer verformt sich stark plastisch, wohingegen sich das verstärkte Verbundmaterial wenig duktil verhält. Diese Ergebnisse, in Ergänzung zu den aus den uniaxialen Zugversuchen, bestätigen das charakterisierte Materialverhalten des vorliegenden Materials.

Um die Ergebnisse des Nakajima-Versuchs auswerten zu können, ist eine zusätzliche optische Versuchsauswertung mithilfe des DIC-Verfahrens notwendig. Die Vorgehensweise muss dem gleichen Ablauf folgen, wie zuvor für den Biaxialversuch beschrieben.

Wie in der Detailansicht in Abb. 4.38 ersichtlich, ist eine Anzahl von vier Kameras für die DIC-Auswertung das Minimum um die Deformation der gesamten Oberfläche, der im Maximalfall halbkugelförmigen Probengeometrie, optisch erfassen und auswerten zu können. Die Kameras sind unterhalb des Stempels montiert. Oberhalb des Stempels ist ein Kraftsensor (max. 50 kN) angebracht, welcher während des gesamten Versuchs kontinuierlich die Reaktionskraft, resultierend aus der Probenbelastung, aufnimmt. Der Verfahrensweg bzw. die Position u des Stempels ist ebenso kontinuierlich aufgezeichnet. So können die diskret aufgenommenen Bilder der Probendeformation den entsprechend erfassten Messwerten zugeordnet werden und eine Inverse Rechnung durchgeführt werden.

Eine DIC-Auswertung der Verschiebung u in Achsenrichtung ist in Abb. 4.41 für die Vollkreisprobe $R=0$ mm und die Stege mit ausgefrästen Radien von $R=60$ mm bzw. $R=70$ mm dargestellt. In dieser Darstellung repräsentiert die

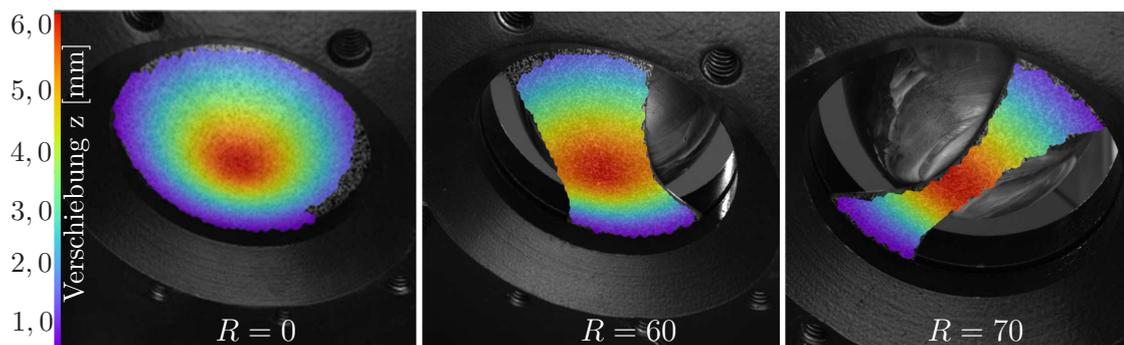


Abbildung 4.41: DIC-Auswertung der Verschiebung z in Achsenrichtung der unverstärkten PBT-Proben für unterschiedliche Probengeometrien: $R = 0$ mm, $R = 60$ mm und $R = 70$ mm

volle Kreisprobe ganz links einen ideal äquibiaxialen Belastungszustand. Durch das Verkleinern des verbleibenden Restquerschnitts, des Stegs, in der Probenmitte wird der uniaxiale Lastfall zum rechten Bild hin immer stärker angenähert. So können unterschiedliche Lastfälle mittels unterschiedlicher Probengeometrien untersucht werden.

Die folgenden Ergebnisse aus den Messdaten sind als Kraft-Verschiebungs-Kurven dargestellt und können zum qualitativen Vergleich zu den Spannungs-Dehnungs-Kurven herangezogen werden. Die Verfahrensgeschwindigkeit des Stempels entspricht mit $v = 0,1$ mm dem gleichen Wert der uniaxialen Messungen. Durch die unterschiedlichen Belastungsrichtungen der Versuche (uniaxial: in Probenlängsrichtung, Nakajima: senkrecht zur Probenplatte) sind die Deformationsraten nicht direkt miteinander vergleichbar. Beim unverstärkten Polymer ist der Einfluss unterschiedlicher Dehnraten naturgemäß groß. Betrachtet man im Vergleich die Anordnung in Abb. 4.42 für verschiedene Fasergehalte des Verbundmaterials, so sind unterschiedliche Verhalten sichtbar.

Das unverstärkte thermoplastische Matrixmaterial PBT zeigt im Kraft-Verschiebungs-Verlauf für die Vollkreisprobe ($R = 0$ mm) ein typisch elasto-plastisches Materialverhalten mit Fließbereich, Verfestigung und Erweichung nach Lokalisierung. Zudem weist es die höchsten Werte für die Verschiebung auf. Das ausgeprägte duktile Verhalten nimmt mit zunehmendem Fasergehalt ab. Für jeden Wert des Fasergehalts nimmt die Maximalkraft mit der Verringerung des Probenquerschnitts, respektive des dünner werdenden Stegs, ab. Insgesamt nimmt die maximal erreichte Kraft mit zunehmendem Fasergehalt ab, obwohl das Material zunehmend steifer wird aber ein Versagen durch Sprödbbruch zu einem früheren Zeitpunkt eintritt, bevor hohe Kräfte erreicht werden. Dieser Effekt korreliert mit der Abnahme des Querschnitts der Probengeometrie, mit abnehmender Stegbreite.

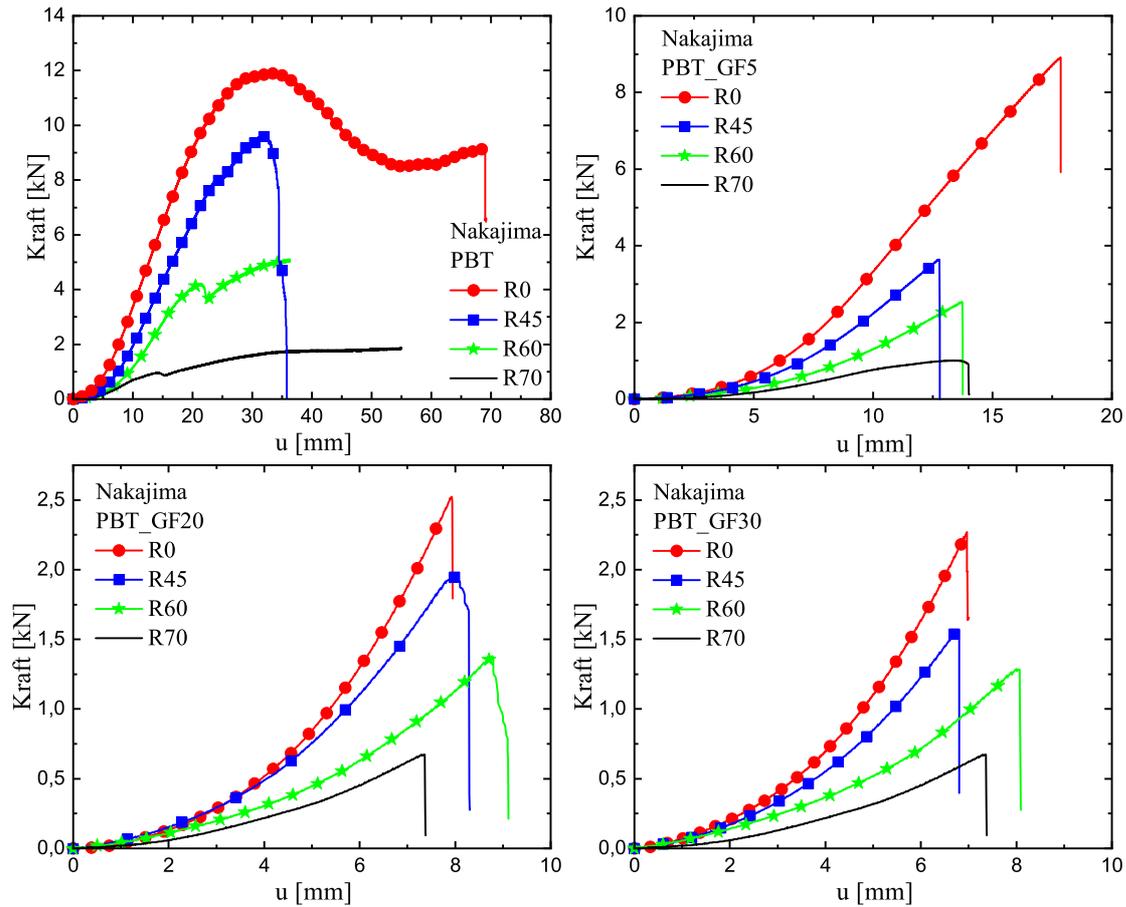


Abbildung 4.42: Nakajima-Auswertung: Kraft-Verschiebungskurven unterschiedlicher Fasergehalte a) PBT, b) PBT_GF5, c) PBT_GF20, d) PBT_GF30

In Abb.4.43 sind die unterschiedlichen Fasergehalte je Probengeometrie dargestellt. Somit wird der Einfluss des Fasergehalts bezüglich jedes Lastfalls ausgewertet. Im Gesamtüberblick lässt sich festhalten, dass für jede Probengeometrie die größten Deformationen für das unverstärkte PBT erreicht werden. Ebenso versagt das Verbundmaterial spröde je höher der Fasergehalt und folglich je höher die Steifigkeit ist. In diesem Vergleich erreichen die Vollkreisproben ($R=0$ mm), welche einen äquibiaxialen Spannungszustand in der Probemitte verursachen, die größten Verformungs- und Kraftwerte. Die Maximalkraft der belasteten Proben nimmt hier ebenso mit dünneren Stegen, bzw. geringerem Restquerschnitt, ab. Für die verbleibenden dünnen Stege mit $R=60$ mm und $R=70$ mm ist nahezu kein Unterschied mehr in den Versuchsergebnissen ersichtlich. Der Steg ist bereits so schmal, dass kaum mehr biaxiale Information ankommt.

Durch die Untersuchung der Verformbarkeit des vorliegenden Probenmaterials mit optischer Auswertung, kann mithilfe der DIC-Ergebnisse zudem eine

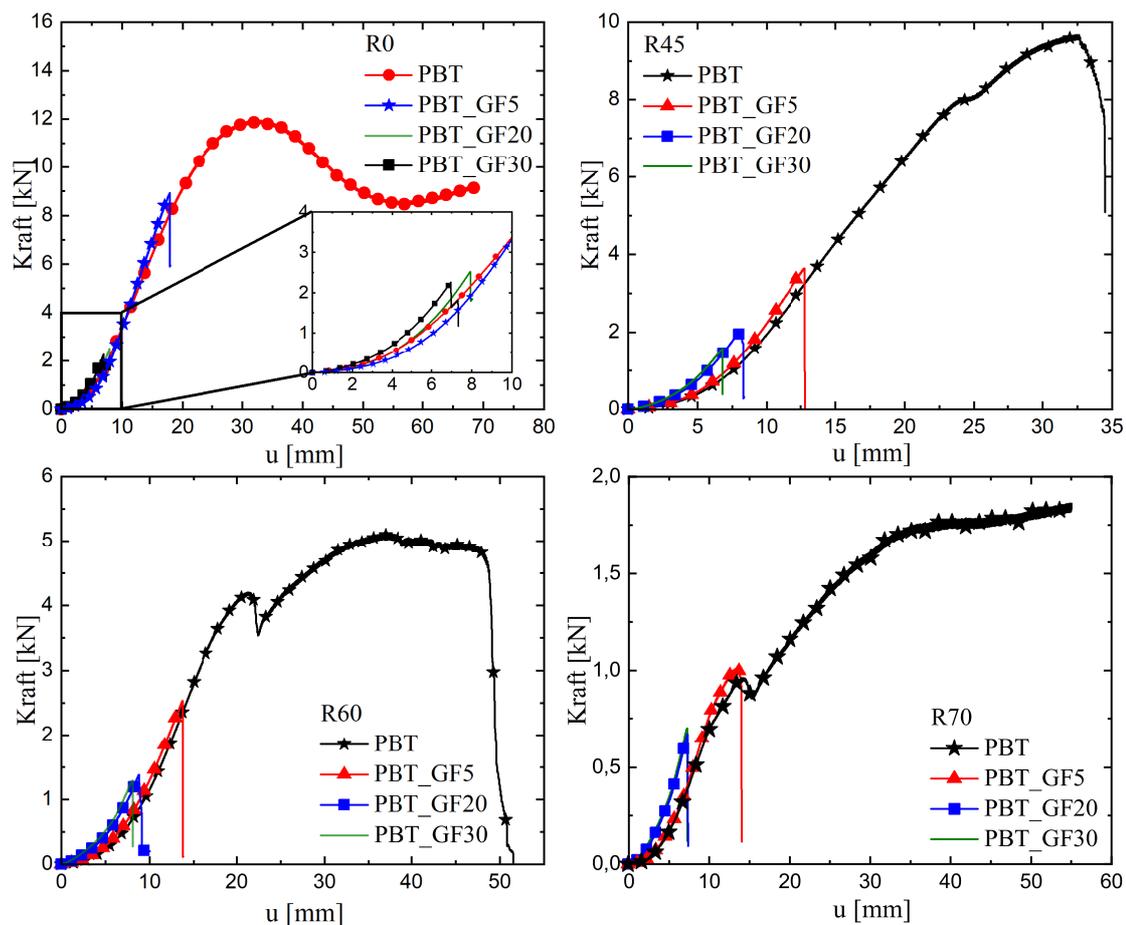


Abbildung 4.43: Nakajima-Auswertung: Kraft-Verschiebungskurven unterschiedlicher Lastfälle a) $R = 0$ mm, b) $R = 45$ mm, c) $R = 60$ mm, d) $R = 70$ mm

Grenzformänderungskurve (FLD) erstellt werden. Die korrelierten Dehnwerte der Hauptdehnungen werden dazu der DIC-Software *ISTRA 4D*[®] entnommen und zu den Verschiebungs- bzw. Kraftwerten in Zusammenhang gebracht [61, 73, 186]. Die bereitgestellten Messergebnisse aus den mehraxialen Nakajima-Versuchen, können zur Ausarbeitung weiterer Modellbeschreibungen des Materialverhaltens und zur Optimierung und Validierung entwickelter Modelle dienen.

4.6 Diskussion der Ergebnisse

Das abgeschlossene Kapitel stellt in mehreren aufeinander aufbauenden Schritten ein neuartiges Materialmodell zur Beschreibung von kurzfaserverstärkten Verbundwerkstoffen mit anisotropem Verhalten in dominanter Faserorientierung dar. Basis ist eine eindimensionale Beschreibung zum grundlegenden Erfahrungsgewinn für den Modellansatz, auf der die darauffolgende dreidimensionale Modellbildung aufbaut. Die Grundidee der dreidimensionalen Modellierung liegt in der Anwendung eines Microsphere-basierten Modellierungsansatzes.

Bereits das eindimensionale Materialmodell liefert, trotz aller zunächst getroffenen Annahmen, quantitativ sehr gute Ergebnisse. Grundlegende Basis der Modellentwicklung ist die Beschreibung des Verbundmaterials als Mischung aus polymerer Matrix und verstärkenden Glasfasern. Die eindimensionale Beschreibung bedingt vereinfachende Annahmen. Das Matrixmaterial wird hierbei mit einem elastoplastischen Materialmodell mit Verfestigung beschrieben. Das Fasermaterial ist mit einem linear elastischen Zusammenhang dargestellt. Hinzu kommt in beiden Teilen die Entwicklung einer jeweiligen Schädigungsvariablen, um die typischen komplexen Schädigungseffekte in kurzfaserverstärkten Polymeren abbilden zu können. Die beiden Modellbeschreibungen der Komponenten des Verbundwerkstoffs sind mithilfe einer angepassten Mischungsregel für kurzfaserverstärkte Komposite gekoppelt. Der Vergleich der simulierten Be- und Entlastungszyklen zu den experimentell ermittelten Daten in Form von Spannungs-Dehnungs-Diagrammen bildet die wesentlichen charakteristischen Eigenschaften eines kurzfaserverstärkten Polymers bereits sehr gut ab. Die Steifigkeitssteigerung mit Zunahme des Fasergehalts, die damit einhergehende Abnahme der plastischen Deformation und das Schädigungsverhalten anhand der abflachenden Entlastungspfade, sind dargestellt.

Aus diesen Gründen wird die eindimensionale Beschreibung weiter verfolgt, um zusätzlich das experimentell ermittelte charakteristische Materialverhalten, abhängig von einer dominanten Hauptfaserorientierung, abbilden zu können. Die eindimensionalen belastbaren Beschreibungen werden weiterhin auf der Mikroebene genutzt und mithilfe der Microsphere-Modellierung in alle Raumrichtungen erweitert und homogenisiert. In der Vorgehensweise werden die globalen Deformationen auf Verzerrungen in Richtung der Mikroebenen projiziert. Dort erfolgt die Auswertung der Materialmodelle und im Anschluss die Rückprojektion der Ergebnisgrößen mittels numerischer Integration auf die Makroebene. Für das

Verbundmaterial ist für jede Komponente eine Sphäre genutzt, welche die entsprechenden Materialmodelle für Matrix bzw. Faser beinhaltet. Die Besonderheit im hier entwickelten Modell liegt im Transport der Spannungen zwischen den Sphären um die Materialschädigung eines faserverstärkten Verbundwerkstoffs abbilden zu können. Gekoppelt sind die beiden Sphären, welche parallel an jedem Gaußpunkt ausgewertet werden, analog zur eindimensionalen Beschreibung über die angepasste Mischungsregel. Die Beschreibung der Einzelkomponenten über vergleichbare Ansätze der Microsphere-Modellierung ermöglicht die effiziente numerische Umsetzung und direkte Kopplung der homogenisierten Eigenschaften der Einzelkomponenten über die Mischungsregel zur Beschreibung des Verbundmaterialverhaltens. Der Einfluss und Transport der Materialschädigung in den Fasern und durch die Interaktion zwischen Faser und Matrix ist in der vorgestellten Modellbeschreibung umgesetzt. Ein Vorteil in der numerischen Umsetzung und bei weiteren Anpassungen des Modells liegt in der ähnlichen Formulierung für beide Komponenten.

In einem stufenweisen Vorgehen wurden die Parameter des implementierten Modells, zunächst für das unverstärkte Matrixmaterial, mittels Vergleich zu den experimentellen Ergebnissen der Zugproben vom Typ 5A optimiert. Mithilfe der optimierten Werte für das unverstärkte Polymer lässt sich das elasto-plastische Materialverhalten mit ausgeprägter bleibender plastischer Deformation, sowie Schädigung und Verfestigung, sehr gut nachbilden. Damit sind die Matrixparameter bestimmt und für die darauffolgenden Optimierungsschritte festgehalten. In Abhängigkeit des Fasergehalts, und schließlich von der dominierenden Hauptfaserorientierung, werden darauffolgend die Mikroparameter der Fasersphäre optimiert. Der Vergleich aller Fasergehalte und -hauptorientierungen im Überblick zeigt als Ergebnis ein, für alle Konfigurationen, qualitativ und quantitativ sehr gut angepasstes Materialverhalten. Die größte Materialversteifung wird dabei parallel zur Hauptfaserorientierung für $\beta = 0^\circ$ erreicht. Die weichsten Proben liegen mit Faserausrichtungen $\beta = 90^\circ$ vor. Eine weitere Verbesserung der Ergebnisse kann durch eine angepasste Verfestigungsentwicklung oder eine alternative Schädigungsmodellierung erfolgen.

Abschließend dient ein Verifikationsexperiment zur Prüfung des Modells mit den zuvor optimierten Parametern. Um eine weitere Belastungssituation im Unterschied zu den uniaxialen Zugversuchen zu untersuchen, werden Bauteilversuche mit Torsionsproben genutzt. Dazu wird das gesamte Bauteil in der Simulation mit den identischen Randbedingungen zum Experiment nachgebildet. Die Auswertung der berechneten Werte von Drehmoment zu Drehweg nähern

die gemessenen Daten sehr gut an. Die maximalen Drehwege werden beim unverstärkten Polymer erreicht. Die Steifigkeitssteigerung und Abhängigkeit von der Hauptfaserorientierung ist im Bauteilexperiment abbildbar. Die simulierten Kurven für die beiden unterschiedlichen Fasergehalte liegen, bedingt durch die versteifende Wirkung der eingebetteten Fasern, leicht oberhalb der Messkurven.

Die Gesamtheit der Ergebnisse der Finiten-Elemente-Umsetzung im Vergleich zu den experimentellen Daten liefert eine für das vorliegende Probenmaterial zutreffende Beschreibung des charakteristischen Materialverhaltens. Die optimiert identifizierten Mikroparameter sind belastbar und liefern für das Validierungsexperiment des Torsionsversuchs qualitativ und quantitativ treffende Ergebnisse. Mithilfe des Verifikationsexperiments ist die Nutzbarkeit für das neu entwickelte Materialmodell auf Basis einer Microsphere-Theorie zur Beschreibung des anisotropen Materialverhaltens kurzfaserverstärkter Polymere belegt.

5

Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der umfassenden mechanischen Charakterisierung eines kurzfaserverstärkten polymeren Verbundmaterials unter Raumtemperatur. Die Vielzahl an experimentellen Ergebnissen stellt die breite Basis für die anschließende Modellentwicklung mit numerischer Umsetzung und Parameteridentifikation dar. Die Gesamtheit der experimentellen Untersuchungen wurde mit einer optischen Bildkorrelation (DIC) ausgewertet.

Das untersuchte Probenmaterial, welches als polymerer Verbundwerkstoff mit unterschiedlichen Fasergehalten und in verschiedenen Geometrien vorliegt, zeigte in den Ergebnissen der uniaxialen Zugversuche ein elasto-plastisches Materialverhalten mit überlagerten Schädigungseffekten. Das Verfestigungsverhalten des unverstärkten Polymers ist gering ausgeprägt. Während sich der polymere Matrixthermoplast nahezu isotrop verhält, ist die Materialantwort der uniaxialen Belastung des Verbundmaterials mit zunehmendem Fasergehalt durch anisotrope Effekte geprägt. Dieser Einfluss nimmt mit zunehmendem Fasergehalt zu. Ebenso ist eine zunehmend versteifende Wirkung bei steigendem Anteil an Glasfasern festzustellen. Die Ergebnisse der zyklischen Versuche repräsentieren durch ein Abflachen der Entlastungs- bzw. Wiederbelastungskurven die Schädigungseffekte im Verbundwerkstoff, aber auch im unverstärkten Matrixmaterial. Zudem stellt sich im gefertigten Probenmaterial eine Hauptfaserorientierung während des Füllvorgangs des Werkzeugs beim Spritzgießprozess ein. Die kurzen Glasfasern

richten sich hauptsächlich senkrecht zur Fließfront aus, was simulativ und mittels mikroskopierten Schliiffbildern nachgewiesen wurde. Die Ausprägung der charakteristischen Eigenschaften des Verbundmaterialverhaltens ist zusätzlich abhängig von dieser Hauptausrichtung. Um das Ausmaß des faserdominierten Einflusses zu konkretisieren wurden uniaxiale Zugversuche an Proben unterschiedlichen Fasergehalts und unterschiedlicher Faserorientierung durchgeführt. Liegen die Fasern hauptsächlich parallel zur Zugrichtung ausgerichtet, so ist die versteifende Wirkung durch Zugabe der kurzen Glasfasern am Größten. Liegen die Fasern überwiegend senkrecht zur Zugrichtung ist dieser versteifende Einfluss stark verringert.

Ein weiteres Ziel dieser Arbeit bestand in der Entwicklung eines Materialmodells für kurzfaserverstärkte Polymere, das die wesentlichen charakteristischen Eigenschaften des Materialverhaltens, basierend auf den experimentellen Ergebnissen, abbildet. Das Materialverhalten des untersuchten kurzfaserverstärkten Polymers hängt experimentell maßgeblich von zwei Kriterien ab. Zum einen spielen der Fasergehalt und zum anderen die, vom Fertigungsprozess des Spritzgießens beeinflusste, dominierende Hauptorientierung der kurzen Glasfasern eine entscheidende Rolle. Die Modellbildung erfolgte in zwei Schritten. Zunächst wurde ein eindimensionales Materialmodell eingeführt, welches auf einer angepassten Mischungsregel für das Verbundmaterial aus Faser und Matrix basiert. Für das Matrixpolymer wurden elasto-plastische, für das Fasermaterial ideal elastische, Zusammenhänge genutzt. Die Modelle wurden über den jeweiligen Volumenanteil miteinander verknüpft. Die Gesamtheit der typischen Schädigungseffekte in kurzfaserverstärkten Polymeren wurde über die lineare Entwicklung zweier Schädigungsvariablen berücksichtigt. Die elasto-plastische Beschreibung des Matrixmaterials beinhaltet zudem eine Verfestigung. Obwohl im eindimensionalen Fall naturgemäß einige Annahmen getroffen werden mussten, liefert die Auswertung für die zyklischen Versuche bereits qualitativ und quantitativ sehr gute Ergebnisse.

Die dreidimensionale Erweiterung erfüllt das zweite Kriterium der Abhängigkeit des charakteristischen Verhaltens von einer dominierenden Hauptfaserorientierung. Hierzu wurde eine Beschreibung genutzt, welche auf der Microsphere-Theorie fußt. In diesem Modellansatz wird die von außen aufgebrachte Deformation auf Mikroebenen einer Kugel projiziert. Diese Mikroebenen entstammen der Diskretisierung einer Kugeloberfläche mit fünf- bzw. sechseckigen Flächensegmenten. Die Deformation wird auf den Mikroebenen in Form von Streckungen bzw. Stauchungen entlang der Flächennormalen abgebildet. Der neue Ansatz zur mikro-

mechanischen Beschreibung kurzfaserverstärkter Polymere sieht je zwei Sphären an jedem Integrationspunkt in der Umsetzung mithilfe der Finiten-Elemente-Methode vor. Dabei beinhaltet eine Sphäre die elasto-plastische Beschreibung des Matrixmaterials und eine weitere Sphäre das linear-elastische Materialverhalten der Glasfasern. Korreliert und überlagert sind die beiden Sphären analog des eindimensionalen Modells über eine angepasste Mischungsregel. Die Auswertung der in dieser Arbeit entwickelten eindimensionalen Materialmodelle erfolgt auf den Mikroebenen. Die Rückprojektion und Überlagerung auf die Makroebene ist durch die numerische Integration der Richtungen der Flächennormalen mit entsprechenden Wichtungsfaktoren realisiert. Während die Matrixsphäre eine klassische Wichtungsverteilung enthält, wird in der Fasersphäre die dominierende Ausrichtung der Fasern parallel zur Fließrichtung mit angepassten Wichtungsfaktoren repräsentiert. Die Mikroparameter wurden mithilfe der experimentellen Daten aus den uniaxialen Zugversuchen unterschiedlicher Hauptfaserorientierungen ermittelt. Anhand eines mehrstufigen Optimierungsprozesses wurde ein optimaler Mikroparametersatz für Matrix und Fasermaterial ermittelt. Die dargestellte Modellierung des charakteristischen Verhaltens kurzfaserverstärkter Polymere mithilfe eines Microsphere-Ansatzes bildet die anisotrop versteifende Wirkung der kurzen Glasfasern makroskopisch ab. Neben dem Einfluss des Fasergehalts ist, wie aus den Experimenten resultierend, somit auch in der Modellbildung die dominierende Hauptfaserausrichtung umgesetzt.

Zur Vervollständigung wurde das entwickelte und implementierte Modell mit dem optimierten Mikroparametersatz auf die Belastbarkeit und Anwendbarkeit mithilfe eines Validierungsexperiments untersucht. Ein Torsionsexperiment verursacht einen komplexeren Belastungsfall als Erweiterung zu den uniaxialen Untersuchungen. Die numerischen Ergebnisse des Torsionstests zeigen in Abhängigkeit der beiden wesentlichen Kriterien, sowohl qualitativ als auch quantitativ, sehr gute Ergebnisse. Die Abhängigkeit vom Fasergehalt und der Hauptfaserorientierung ist umgesetzt. Das Modell ist zu einer mikromechanischen Beschreibung anisotropen Werkstoffverhaltens von Mehrkomponentenwerkstoffen geeignet. Weitere Datensätze zur Validierung sind im Rahmen multiaxialer Versuche (Einschub: Der biaxiale Zugversuch, Der Nakajima-Versuch) bereitgestellt. Das vorgestellte Forschungsprojekt beinhaltete die Entwicklung und Konstruktion des Nakajima-Versuchs zur mehraxialen Untersuchung polymerer Verbundwerkstoffe.

In zukünftigen Arbeiten ist die Erweiterung des Modells um eine Ratenabhängigkeit vorstellbar. Ratenabhängige Effekte konnten experimentell ausgemacht

werden, lagen aber nicht im Fokus dieser Arbeit. Zudem stellt die grundlegende Basis des mechanischen Verhaltens des untersuchten Verbundmaterials das einbettende Matrixpolymer dar. Als teilkristalliner Thermoplast ist dessen mechanische Stabilität abhängig von der Einsatztemperatur. Das mikromechanisch entwickelte Materialmodell kann mit einem temperaturabhängigen Term erweitert werden um das Materialverhalten nicht nur bei Raumtemperatur abbilden zu können. Die thermische Erweiterung kann im gezeigten Modell ebenfalls auf der Mikroebene erfolgen und führt durch Kugelprojektion zur Umsetzung der Microsphere-Theorie. Dazu ist die Gesamtheit der dargestellten experimentellen Untersuchungen auf weiteren definierten Temperaturstufen durchzuführen, um den Temperatureinfluss auf das Verhalten des Verbundmaterials quantifizieren zu können. Auch in diesem Fall erfolgt eine Parameteridentifikation mithilfe von Optimierungsprozessen zwischen experimentellen und simulierten Daten. Ein mögliches weiteres Anwendungsgebiet dieser Untersuchungen ist ein Umformverfahren für dünnwandige Bauteile. Kurzfaserverstärkte Thermoplaste können mittels Thermoformprozessen umgeformt oder gefertigt werden [62].

Mit den Daten aus den inhomogenen biaxialen Zugversuchen und den Nakajima-Versuchen liegen zusätzliche Datensätze bereit, um auch weitere kontinuumsmechanische Modelle zur Beschreibung des mechanischen Verhaltens kurzfaserverstärkter Polymere zu validieren und auszuwerten. Mithilfe der Inversen Methode können die Parameter analog zur präsentierten Vorgehensweise bestimmt werden. Die untersuchten mehraxialen Belastungszustände mithilfe optischer Deformationsmessung können ebenso als Validierungsexperimente dienen um die Modelle auf ihre Belastbarkeit zu prüfen.

Die vorliegende Arbeit liefert somit die Resultate zweier Schwerpunkte zum Beitrag der mechanischen Charakterisierung kurzfaserverstärkter Polymere. Zum einen ist eine umfassende experimentelle Charakterisierung des Materialverhaltens anhand uniaxialer Untersuchungen bei Raumtemperatur erfolgt. Damit ist ein breiter experimenteller Datensatz aus uni- und mehraxialen Belastungsexperimenten (Torsion, Biaxialer Zugversuch und Nakajima-Versuch) zur Validierung weiterer mikromechanisch basierter finiter Materialmodelle zur Verfügung gestellt. Zum anderen ist ein neuartiger, auf Basis der Microsphere-Theorie entwickelter, Ansatz zur mikromechanisch motivierten Beschreibung des makroskopisch anisotropen Materialverhaltens kurzfaserverstärkter Polymere vorgestellt und erfolgreich umgesetzt.

Literaturverzeichnis

- [1] ALASTRUÉ, V., M. MARTINEZ, M. DOBLARÉ & A. MENZEL [2009]. ‘Anisotropic micro-sphere-based finite elasticity applied to blood vessel modeling.’ *J. Mech. Phys. Solids*, **57**(1), pp. 178–203.
- [2] ALTENBACH, J. & H. ALTENBACH [1994]. *Einführung in die Kontinuums-Mechanik*. Teubner-Verlag.
- [3] ANDERSEN, P. B., L. HENRIKSEN, M. GAUNAA, C. BAK & T. BUHL [2010]. ‘Deformable trailing edge flaps for modern megawatt wind turbine controllers using strain gauge sensors.’ *Wind Energy: Int. J. Prog. and Appl. Wind Power Convers. Technol.*, **13**(2-3), pp. 193–206.
- [4] ANDRIYANA, A., N. BILLON & L. SILVA [2010]. ‘Mechanical response of a short fiber-reinforced thermoplastic: Experimental investigation and continuum mechanical modeling.’ *Eur. J. Mech. A-Sol.*, **29**(6), pp. 1065 – 1077.
- [5] ARGON, A. S. [1973]. ‘A theory for the low-temperature plastic deformation of glassy polymers.’ *Philos. Mag.*, **28**(4), pp. 839–865.
- [6] BAKSHI, S. R., D. LAHIRI & A. AGARWAL [2010]. ‘Carbon nanotube reinforced metal matrix composites - a review.’ *Int. Mater. Rev.*, **55**(1), pp. 41–64.
- [7] BASF LUDWIGSHAFEN [2014]. ‘Ultradur[®].’
- [8] BATHE, K.-J. [2006]. *Finite element procedures*. Prentice Hall, Pearson Education.
- [9] BAŽANT, P AND OH, BH [1986]. ‘Efficient numerical integration on the surface of a sphere.’ *Z. Angew. Math. Mech.*, **66**(1), pp. 37–49.

- [10] BAY, R. S. & C. L. TUCKER [1992]. ‘Fiber orientation in simple injection moldings. Part I: Theory and numerical methods.’ *Polym. Compos.*, **13**(4), pp. 317–331.
- [11] BAŽANT, Z. [1984]. ‘Microplane model for strain controlled inelastic behaviour, Chapter 3.’ *CS Desai and RH Gallagher eds.*
- [12] BAŽANT, Z. P., M. D. ADLEY, I. CAROL, M. JIRÁSEK, S. A. AKERS, B. ROHANI, J. D. CARGILE & F. C. CANER [2000]. ‘Large-strain generalization of microplane model for concrete and application.’ *J. Eng. Mech.*, **126**(9), pp. 971–980.
- [13] BAŽANT, Z. P., F. C. CANER, I. CAROL, M. D. ADLEY & S. A. AKERS [2000]. ‘Microplane model M4 for concrete. I: Formulation with work-conjugate deviatoric stress.’ *J. Eng. Mech.*, **126**(9), pp. 944–953.
- [14] BAŽANT, Z. P. & B. H. OH [1983]. ‘Microplane model for fracture analysis of concrete structures.’ Technical report, Northwestern Univ. Evanston IL Technol. Inst.
- [15] BEAR, J. [1972]. *Dynamics of fluids in porous media*. Elsevier Verlag, New York.
- [16] BECKER, T., K. SPLITTHOF, T. SIEBERT & P. KLETTING [2006]. ‘Error estimations of 3D digital image correlation measurements.’ *Int. Soc. Opt. Photo.*, **6341**.
- [17] BEGHINI, A., G. CUSATIS & Z. P. BAŽANT [2008]. ‘Spectral Stiffness Microplane Model for Quasibrittle Composite Laminates—Part II: Calibration and Validation.’ *J. Appl. Mech.*, **75**(2), pp. 021010.
- [18] BEHRENS, B.-A., R. ROLFES, M. VUCETIC, J. REINOSO, M. VOGLER & N. GRBIC [2014]. ‘Material modelling of short fiber reinforced thermoplastic for the fea of a clinching test.’ *Procedia CIRP*, **18**, pp. 250–255.
- [19] BERNASCONI, A., P. DAVOLI, A. BASILE & A. FILIPPI [2007]. ‘Effect of fibre orientation on the fatigue behaviour of a short glass fibre reinforced polyamide-6.’ *Int. J. Fatigue*, **29**(2), pp. 199–208.
- [20] BIOLZI, L., L. CASTELLANI & I. PITACCO [1994]. ‘On the mechanical response of short fibre reinforced polymer composites.’ *J. Mater. Sci.*, **29**(9), pp. 2507–2512.

- [21] BLEISTEIN, T., A. JUNG & S. DIEBELS [2019]. ‘A microsphere-based material model for open cell metal foams.’ *Continuum Mech. Therm.*
- [22] BODIG, J. & B. A. JAYNE [1982]. *Mechanics of wood and wood composites*, volume 712. Van Nostrand Reinhold, New York.
- [23] DE BOER, R. & W. EHLERS [1986]. *Theorie der Mehrkomponentenkontinua mit Anwendung auf bodenmechanische Probleme*. Forschungsberichte aus dem Bauwesen. Universität Essen.
- [24] BÖHM, H. J. [1998]. ‘A short introduction to basic aspects of continuum micromechanics.’ *Cdl-fmd Report*, **3**.
- [25] BOTHA, T. R. & P. S. ELS [2015]. ‘Digital image correlation techniques for measuring tyre-road interface parameters, Part 1: Side - slip angle measurement on rough terrain.’ *J. Terramechanics*, **61**, pp. 87–100.
- [26] BOWEN, R. [1976]. ‘Continuous Physics. III, Mixture and EM Field Theories.’ *Academic Press, New York*.
- [27] BROCCA, M. & Z. P. BAZANT [10 2000]. ‘Microplane constitutive model and metal plasticity.’ *Appl. Mech. Rev.*, **53**.
- [28] BROCCA, M., Z. P. BAŽANT & I. M. DANIEL [2001]. ‘Microplane model for stiff foams and finite element analysis of sandwich failure by core indentation.’ *Int. J. Solids Struct.*, **38**(44-45), pp. 8111–8132.
- [29] CADEK, M., J. COLEMAN, V. BARRON, K. HEDICKE & W. BLAU [2002]. ‘Morphological and mechanical properties of carbon-nanotube-reinforced semicrystalline and amorphous polymer composites.’ *Appl. Phys. Lett.*, **81**(27), pp. 5123–5125.
- [30] CAMPOS, H. B., M. C. BUTUC, J. J. GRÁCIO, J. E. ROCHA & J. M. F. DUARTE [2006]. ‘Theoretical and experimental determination of the forming limit diagram for the aisi 304 stainless steel.’ *J. Mater. Process. Tech.*, **179**(1), pp. 56–60.
- [31] CANER, F. C., Z. P. BAŽANT, C. G. HOOVER, A. M. WAAS & K. W. SHAHWAN [2011]. ‘Microplane model for fracturing damage of triaxially braided fiber-polymer composites.’ *J. Eng. Mater. Technol.*, **133**(2), pp. 021024.
- [32] CARDOZO, N. & S. AANONSEN [2009]. ‘Optimized trishear inverse modeling.’ *J. Struct. Geol.*, **31**(6), pp. 546–560.

- [33] CAROL, I., M. JIRÁSEK & Z. BAŽANT [2001]. ‘A thermodynamically consistent approach to microplane theory, Part I: Free energy and consistent microplane stresses.’ *Int. J. Solids Struct.*, **38**(17), pp. 2921–2931.
- [34] CAROL, I., M. JIRÁSEK & Z. P. BAŽANT [2004]. ‘A framework for microplane models at large strain, with application to hyperelasticity.’ *Int. J. Solids Struct.*, **41**(2), pp. 511–557.
- [35] CHABOCHE, J.-L. [1988]. ‘Continuum damage mechanics: Part I — General concepts.’ *J. Appl. Mech.*, **55**(1), pp. 59–64.
- [36] CHE, D., I. SAXENA, P. HAN, P. GUO & K. F. EHMANN [2014]. ‘Machining of carbon fiber reinforced plastics/polymers: a literature review.’ *J. Manuf. Sci. E.-T. Asme.*, **136**(3), pp. 034001.
- [37] CHEN, M., C. WAN, Y. ZHANG & Y. ZHANG [2005]. ‘Fibre orientation and mechanical properties of short glass fibre reinforced PP composites.’ *Polym. Polym. Compos.*, **13**(3), pp. 253–262.
- [38] CHEN, W. & D. HAN [1988]. ‘Plasticity for Structural Engineers.’ *Springer-Verlag New York*.
- [39] CHEN, Z. & S. YAN [2013]. ‘Structural differences between cold-and melt-crystallized poly (trimethylene terephthalate) samples.’ *Appl. Spectrosc.*, **67**(3), pp. 307–313.
- [40] CHRISTENSEN, R. M. [2012]. *Mechanics of composite materials*. Courier Corporation.
- [41] CHRISTMANN, A., P. IENNY, J. QUANTIN, A. CARO-BRETELLE & J. LOPEZ-CUESTA [2011]. ‘Mechanical behaviour at large strain of polycarbonate nanocomposites during uniaxial tensile test.’ *Polymer*, **52**(18), pp. 4033–4044.
- [42] CHU, T., W. RANSON & M. SUTTON [1985]. ‘Applications of digital-image-correlation techniques to experimental mechanics.’ *Exp. Mech.*, **25**(3), pp. 232–244.
- [43] CHUDOBA, R., A. SCHOLZEN & J. HEGGER [2017]. ‘Microplane model with initial and damage-induced anisotropy applied to textile-reinforced concrete.’ *Bauhaus-Universität Weimar*.
- [44] CLYNE, T. & D. HULL [2019]. *An introduction to composite materials*. Cambridge University Press.

- [45] COLEMAN, B. & M. GURTIN [1967]. ‘Thermodynamics with internal state variables.’ *J. Chem. Phys.*, **47**(2), pp. 597–613.
- [46] COOREMAN, S., D. LECOMPTE, H. SOL, J. VANTOMME & D. DEBRUYNE [2008]. ‘Identification of mechanical material behavior through inverse modeling and DIC.’ *P. Soc. Exp. Mech., Inc.*, **65**, pp. 421–433.
- [47] CORDERO, R. R., A. MARTINEZ, J. A. RAYAS & F. LABBE [2010]. ‘Necking progression in tensile specimens monitored in real-time by using fringe projection.’ *Opt. Lasers Eng.*, **48**(12), pp. 1285 – 1290.
- [48] CUSATIS, G., A. BEGHINI & Z. P. BAŽANT [2008]. ‘Spectral stiffness microplane model for quasibrittle composite laminates—Part I: theory.’ *J. Appl. Mech.*, **75**(2), pp. 021009.
- [49] DAL, H., B. CANSIZ & C. MIEHE [2018]. ‘A three-scale compressible microsphere model for hyperelastic materials.’ *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, **116**(6), pp. 412–433.
- [50] DALMAS, F., L. CHAZEAU, C. GAUTHIER, K. MASENELLI-VARLOT, R. DENDIEVEL, J.-Y. CAVAILLE & L. FORRO [2005]. ‘Multiwalled carbon nanotube/polymer nanocomposites: processing and properties.’ *J. Polym. Sci., Part B: Polym. Phys.*, **43**(10), pp. 1186–1197.
- [51] DANDEKAR, C. R. & Y. C. SHIN [2012]. ‘Modeling of machining of composite materials: A review.’ *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, **57**, pp. 102–121.
- [52] DANO, M.-L., G. GENDRON, F. MAILLETTE & B. BISSONNETTE [2006]. ‘Experimental characterization of damage in random short glass fiber reinforced composites.’ *J. Thermoplast. Compos. Mater.*, **19**(1), pp. 79–96.
- [53] DANTEC DYNAMICS [2015]. *Istra4D Manual*.
- [54] DARLINGTON, M. & A. SMITH [1987]. ‘Some features of the injection molding of short fiber reinforced thermoplastics in center sprue-gated cavities.’ *Polym. Compos.*, **8**(1), pp. 16–21.
- [55] DE MONTE, M., E. MOOSBRUGGER, K. JASCHEK & M. QUARESIMIN [2010]. ‘Multiaxial fatigue of a short glass fibre reinforced polyamide 6.6—fatigue and fracture behaviour.’ *Int. J. Fatigue*, **32**(1), pp. 17–28.
- [56] DEB, D. & S. BHATTACHARJEE [2015]. ‘Extended digital image correlation method for analysis of discrete discontinuity.’ *Opt. Lasers Eng.*, **74**, pp. 59–66.

- [57] DELESSE, A. [1862]. *Procédé mécanique pour déterminer la composition des roches*. F. Savy, Paris.
- [58] DIEBELS, S. [1999]. ‘A micropolar theory of porous media: constitutive modelling.’ *Transport in Porous Media*, **34**(1-3), pp. 193–208.
- [59] DIEBELS, S. [2000]. *Mikropolare Zweiphasenmodelle: Formulierung auf der Basis der Theorie Poröser Medien*. Inst. für Mechanik (Bauwesen), Universität Stuttgart.
- [60] DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V. [1996]. *Kunststoffe - Bestimmung der Zugeigenschaften - Teil2: Prüfbedingungen für Form- und Extrusionsmassen DIN EN ISO 527-2*.
- [61] DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V. [2008]. *Metallische Werkstoffe - Bleche und Bänder - Bestimmung der Grenzformänderungskurve - Teil 2: Bestimmung von Grenzformänderungskurven im Labor ISO 12004-2:2008*.
- [62] DUTTA, A AND NIEMEYER, M AND CAKMAK, M [1991]. ‘Thermoforming of advanced thermoplastic composites. I: Single curvature parts.’ *Polym. Compos.*, **12**(4), pp. 257–272.
- [63] EHLERS, W. [1996]. ‘Grundlegende Konzepte in der Theorie Poröser Medien.’ *Techn. Mech.*, **16**(1), pp. 63–76.
- [64] EHLERS, W., P. ELLSIEPEN, P. BLOME, D. MAHNKOPF & B. MARKERT [1999]. ‘Theoretische und numerische Studien zur Lösung von Rand- und Anfangswertproblemen in der Theorie poröser Medien.’ *Abschlußbericht zum DFG-Forschungsvorhaben Eh*, **107**, pp. 6–2.
- [65] ELIAS, H.-G. [2009]. *Makromoleküle, Band 4: Anwendungen von Polymeren*. John Wiley & Sons.
- [66] ELLSIEPEN, P. AND HARTMANN, S. [2001]. ‘Remarks on the interpretation of current non-linear finite element analyses as differential–algebraic equations.’ *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **51**(6), pp. 679–707.
- [67] ESHELBY, J. D. [1957]. ‘The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems.’ *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, **241**(1226), pp. 376–396.
- [68] FLEMMING, M. AND ZIEGMANN, G. AND ROTH, S. [1995]. *Faserverbundbauweisen: Fasern und Matrices*. Springer-Verlag.

- [69] FLEMMING, M. AND ZIEGMANN, G. AND ROTH, S. [1996]. *Faserverbundbauweisen: Halbzeuge und Bauweisen*. Springer-Verlag.
- [70] FREUND H. AND H. LORENZ AND D. JUHRE AND J. IHLEMANN AND M. KLÜPPEL [2011]. ‘Finite element implementation of a microstructure-based model for filled elastomers.’ *Int. J. Plast.*, **27**(6), pp. 902 – 919.
- [71] FU, S.-Y. & B. LAUKE [1996]. ‘Effects of fiber length and fiber orientation distributions on the tensile strength of short-fiber-reinforced polymers.’ *Compos. Sci. Technol.*, **56**(10), pp. 1179–1190.
- [72] GEHRING, F., V. BOUCHART, F. DINZART & P. CHEVRIER [2012]. ‘Microstructure, mechanical behaviour, damage mechanisms of polypropylene/short hemp fibre composites: Experimental investigations.’ *J. Thermoplast. Compos. Mater.*, **31**(22), pp. 1576–1585.
- [73] GEIGER, M. & M. MERKLEIN [2003]. ‘Determination of forming limit diagrams—a new analysis method for characterization of materials’ formability.’ *CIRP Ann.-Manuf. Techn.*, **52**(1), pp. 213–216.
- [74] GIBSON, R. F. [2014]. ‘A review of recent research on nanoindentation of polymer composites and their constituents.’ *Compos. Sci. Technol.*, **105**, pp. 51 – 65.
- [75] GÖKTEPE, S. & C. MIEHE [2005]. ‘A micro-macro approach to rubber-like materials. Part III: The micro-sphere model of anisotropic Mullins-type damage.’ *J. Mech. Phys. Solids*, **53**(10), pp. 2259–2283.
- [76] GOLDSCHMIDT, F. [2015]. *Modellierung und Simulation von Klebeverbindungen mit gradierten mechanischen Eigenschaften*. Dissertation, Universität des Saarlandes.
- [77] GOULET, C. A., C. B. HASELTON, J. MITRANI-REISER, J. L. BECK, G. G. DEIERLEIN, K. A. PORTER & J. P. STEWART [2007]. ‘Evaluation of the seismic performance of a code-conforming reinforced-concrete frame building—from seismic hazard to collapse safety and economic losses.’ *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, **36**(13), pp. 1973–1997.
- [78] GOVINDJEE, S., M. J. ZOLLER & K. HACKL [2019]. ‘A fully-relaxed variationally-consistent framework for inelastic micro-sphere models: Finite viscoelasticity.’ *J. Mech. Phys. Solids*, **127**, pp. 1 – 19.

- [79] GREENHALGH, E., J. ANKERSEN, L. ASP, A. BISMARCK, Q. FONTANA, M. HOULLE, G. KALINKA, A. KUCERNAK, M. MISTRY, S. NGUYEN ET AL. [2015]. ‘Mechanical, electrical and microstructural characterisation of multifunctional structural power composites.’ *J. Compos. Mater.*, **49**(15), pp. 1823–1834.
- [80] GROSS, D., W. HAUGER, J. SCHRÖDER & W. WALL [2009]. *Technische Mechanik 2 - Elastostatik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- [81] GUPTA, M. & K. WANG [1993]. ‘Fiber orientation and mechanical properties of short-fiber-reinforced injection-molded composites: Simulated and experimental results.’ *Polym. Compos.*, **14**(5), pp. 367–382.
- [82] HADDOUT, A. & G. VILLOUTREIX [1994]. ‘An experimental study of fibre orientation in injection moulded short glass fibre-reinforced polypropylene/polyarylamide composites.’ *Composites*, **25**(2), pp. 147–153.
- [83] HAKA, A. [2011]. ‘Flügel aus „Schwarzem Gold“.’ *NTM Zeitschrift für Geschichte der Wissenschaften, Technik und Medizin*, **19**(1), pp. 69.
- [84] HALPIN, J. & J. KARDOS [1972]. ‘Moduli of crystalline polymers employing composite theory.’ *J. Appl. Phys.*, **43**(5), pp. 2235–2241.
- [85] HALPIN, J. C. & J. KARDOS [1976]. ‘The Halpin-Tsai equations: a review.’ *Polym. Eng. Sci.*, **16**(5), pp. 344–352.
- [86] HAN, L. & M. NEUMANN [2006]. ‘Effect of dimensionality on the Nelder–Mead simplex method.’ *Optim. Methods and Software*, **21**(1), pp. 1–16.
- [87] HASEK, V. V. [1978]. ‘Investigation and Theoretical Description of Factors Relevant to the Forming Limit Diagram - 1.’ *Blech Rohre Profile*, **25**(5), pp. 213–219.
- [88] HASHEMI, S. [2013]. ‘Strength of single-and double-gated injection moulded short glass fibre reinforced polycarbonate.’ *J. Thermoplast. Compos. Mater.*, **26**(3), pp. 276–295.
- [89] HASHIN, Z. [1983]. ‘Analysis of composite materials—a survey.’ *J. Appl. Mech.*, **50**(3), pp. 481–505.
- [90] HAUPT, P. [2013]. *Continuum mechanics and theory of materials*. Springer-Verlag.

- [91] HEGLER, R. P., G. MENNIG & C. SCHMAUCH [1987]. ‘Phase separation effects in processing of glass-bead- and glass-fiber-filled thermoplastics by injection molding.’ *Adv. Polym. Tech.*, **7**(1), pp. 3–20.
- [92] HERRERA-FRANCO, P. & A. VALADEZ-GONZALEZ [2005]. ‘A study of the mechanical properties of short natural-fiber reinforced composites.’ *Compos. Part B-Eng.*, **36**(8), pp. 597–608.
- [93] HERZOG, R. O. [1923]. ‘Einige Arbeiten aus dem Kaiser-Wilhelm-Institut für Faserstoffchemie.’ *Naturwissenschaften*, **11**(10), pp. 172–180.
- [94] HILL, R. [1952]. ‘The elastic behaviour of a crystalline aggregate.’ *Proc. Phys. Soc. London, Sect. A*, **65**(5), pp. 349.
- [95] HILL, R. [1963]. ‘Elastic properties of reinforced solids: some theoretical principles.’ *J. Mech. Phys. Solids*, **11**(5), pp. 357–372.
- [96] HILL, R. [1984]. ‘On macroscopic effects of heterogeneity in elastoplastic media at finite strain.’ In *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.*, volume 95, pp. 481–494. Cambridge University Press.
- [97] HOFFMANN, S. [2012]. *Computational homogenization of short fiber reinforced thermoplastic materials*. Dissertation, Technische Universität Kaiserslautern.
- [98] HOLBERY, J. & D. HOUSTON [2006]. ‘Natural-fiber-reinforced polymer composites in automotive applications.’ *JOM*, **58**(11), pp. 80–86.
- [99] HOU, M. [1997]. ‘Stamp forming of continuous glass fibre reinforced polypropylene.’ *Compos. Part A-Appl. S.*, **28**(8), pp. 695–702.
- [100] HULT, J. [1974]. ‘Creep in continua and structures.’ In *Topics in Applied Continuum Mechanics*, pp. 137–155. Springer.
- [101] IBRAHIM, I., F. MOHAMED & E. LAVERNIA [1991]. ‘Particulate reinforced metal matrix composites—a review.’ *J. Mater. Sci.*, **26**(5), pp. 1137–1156.
- [102] IHLEMANN, J. [2008]. ‘Generalization of one-dimensional constitutive models with the concept of representative directions.’ In *Constitutive Models for Rubber - Proceedings*, volume 5, p. 29. Balkema.
- [103] ILANKAMBAN, R. & D. KRAJCIKOVIC [1987]. ‘A constitutive theory for progressively deteriorating brittle solids.’ *Int. J. Solids Struct.*, **23**(11), pp. 1521–1534.

- [104] INSTRON [2015]. *ElectroPuls E10000 Manual*.
- [105] ITO, EIKO AND KOBAYASHI, YASUJI [1980]. ‘Effects of absorbed water on physical properties of polyesters.’ *J. Appl. Polym. Sci.*, **25**(10), pp. 2145–2157.
- [106] JAIN, A. [2019]. ‘Modified Mori-Tanaka methods for damage modelling of short fibre reinforced composites.’ *Proc. ICCM22*.
- [107] JOHLITZ, M. & S. DIEBELS [2011]. ‘Characterisation of a polymer using biaxial tension tests. Part I: Hyperelasticity.’ *Arch Appl. Mech.*, **81**(10), pp. 1333–1349.
- [108] JOHNSON, J., L. PHILLIPS & W. WATT [1965]. ‘The production of carbon fibers.’ *British Patent*, **1**(148), pp. 874.
- [109] JUNG, A., L. BEECH, S. DIEBELS & S. BORDAS [2015]. ‘Open-cell aluminium foams with graded coatings as passively controllable energy absorbers.’ *Mater. Design*, **87**, pp. 36–41.
- [110] JUNG, A., T. GRAMMES & S. DIEBELS [2015]. ‘Micro-structural motivated phenomenological modelling of metal foams: experiments and modelling.’ *Arch Appl. Mech.*, **85**(8), pp. 1147–1160.
- [111] KACHANOV, L. M. [1958]. ‘On creep rupture time.’ *Izv. Acad. Nauk SSSR, Otd. Techn. Nauk*, **8**, pp. 26–31.
- [112] KAISER, J.-M. [2013]. *Beitrag zur mikromechanischen Berechnung kurzfaserverstärkter Kunststoffe-Deformation und Versagen*. Dissertation, Universität des Saarlandes.
- [113] KAMMEYER, K.-D. & K. KROSCHEL [2013]. *Digitale Signalverarbeitung: Filterung und Spektralanalyse mit MATLAB-Übungen*. Springer-Verlag.
- [114] KAUSCH, OSCAR AND OTHERS [1939]. *Handbuch der künstlichen plastischen Massen*. J.F. Lehmann Verlag.
- [115] KEHRER, L., P. PINTER & T. BÖHLKE [2016]. ‘Mean field homogenization and experimental investigation of short and long fiber reinforced polymers.’ *PAMM*, **16**(1), pp. 531–532.
- [116] KELLEY, C. T. [1999]. *Iterative methods for optimization*. SIAM J. Optim.

- [117] KLUSEMANN, B. & B. SVENDSEN [2010]. ‘Homogenization methods for multi-phase elastic composites: Comparisons and benchmarks.’ *Technische Mechanik*, **30**(4), pp. 374–386.
- [118] KOPROWSKI-THEISS, N. [2011]. *Kompressible, viskoelastische Werkstoffe: Experimente, Modellierung und FE-Umsetzung*. Dissertation, Universität des Saarlandes.
- [119] KRAJGINOVIC, D. & J. LEMAITRE [1987]. *Continuum damage mechanics: theory and applications*. Springer-Verlag.
- [120] KU, H., H. WANG, N. PATTARACHAIYAKOOP & M. TRADA [2011]. ‘A review on the tensile properties of natural fiber reinforced polymer composites.’ *Compo. Part B: Eng.*, **42**(4), pp. 856–873.
- [121] KUHL, E., E. RAMM & K. WILLAM [2000]. ‘Failure analysis of elastoplastic material models on different levels of observation.’ *Int. J. Solids Struct.*, **37**(48), pp. 7259 – 7280.
- [122] KUHL, ELLEN [2000]. *Numerische Modelle für kohäsive Reibungsmaterialien*. Dissertation, Universität Stuttgart.
- [123] KUHL, ELLEN AND RAMM, EKKEHARD [1998]. ‘On the linearization of the microplane model.’ *Mech. Cohesive-frict. Mater.: Int. J. Exp. Modell. Comput. of Mater. and Struct.*, **3**(4), pp. 343–364.
- [124] KYRIAKIDES, S. & A. RUFF [1997]. ‘Aspects of the failure and postfailure of fiber composites in compression.’ *J. Compos. Mater.*, **31**(16), pp. 1633–1670.
- [125] LAGARIAS, J. C., J. A. REEDS, M. H. WRIGHT & P. E. WRIGHT [1998]. ‘Convergence properties of the Nelder - Mead simplex method in low dimensions.’ *SIAM J. Optim.*, **9**(1), pp. 112–147.
- [126] LECHNER, M. D., K. GEHRKE, E. H. NORDMEIER & U. GUHR [2003]. *Makromolekulare Chemie*. Springer-Verlag.
- [127] LEES, J. K. [1968]. ‘A study of the tensile strength of short fiber reinforced plastics.’ *Polym. Eng. Sci.*, **8**(3), pp. 195–201.
- [128] LEMAITRE, J. & R. DESMORAT [2005]. *Engineering damage mechanics: ductile, creep, fatigue and brittle failures*. Springer-Verlag.
- [129] LEMAITRE, J. [1996]. *A Course on Damage Mechanics*. Springer-Verlag.

- [130] LEWIS, R. M. & V. TORCZON [1999]. ‘Pattern search algorithms for bound constrained minimization.’ *SIAM J. Optim.*, **9**(4), pp. 1082–1099.
- [131] LIN, G., X.-J. ZHANG, L. LIU, J.-C. ZHANG, Q.-M. CHEN & L.-Q. ZHANG [2004]. ‘Study on microstructure and mechanical properties relationship of short fibers/rubber foam composites.’ *Eur. Polym. J.*, **40**(8), pp. 1733 – 1742.
- [132] LOMOV, S. V., D. IVANOV, T. TRUONG, I. VERPOEST, F. BAUDRY, K. V. BOSCHE & H. XIE [2008]. ‘Experimental methodology of study of damage initiation and development in textile composites in uniaxial tensile test.’ *Compos. Sci. Technol.*, **68**(12), pp. 2340–2349.
- [133] LORENTZ, G. [1947]. ‘Beweis des Gaußschen Integralsatzes.’ *Mathematische Zeitschrift*, **51**(1), pp. 61–81.
- [134] LU, H. & P. D. CARY [2000]. ‘Deformation measurements by digital image correlation: Implementation of a second-order displacement gradient.’ *Exp. Mech.*, **40**(4), pp. 393–400.
- [135] LUCAS, B. D., T. KANADE ET AL. [1981]. ‘An iterative image registration technique with an application to stereo vision.’ *IJCAI*, **81**, pp. 674–679.
- [136] MALLICK, P. K. [2007]. *Fiber-reinforced composites: materials, manufacturing, and design*. CRC press.
- [137] MARKS JR, S. C. & S. N. POPOFF [1988]. ‘Bone cell biology: the regulation of development, structure, and function in the skeleton.’ *Am. J. Anat.*, **183**(1), pp. 1–44.
- [138] MEHRABI, R., M. KADKHODAEI & M. ELAHINIA [2014]. ‘A thermodynamically-consistent microplane model for shape memory alloys.’ *Int. J. Solids Struct.*, **51**(14), pp. 2666–2675.
- [139] MELCHIOR, C. [2012]. *Optimierung der Versuchsführung beim Biaxialversuch*. Bachelorarbeit, Universität des Saarlandes.
- [140] MIEHE, C AND GÖKTEPE, S AND LULEI, F [2004]. ‘A micro-macro approach to rubber-like materials—part I: the non-affine micro-sphere model of rubber elasticity.’ *J. Mech. Phys. Solids*, **52**(11), pp. 2617–2660.
- [141] MILLER, T., E. GRIGUTSCH & K. W. SCHULZE [1947]. *Lehmbaufibel: Darstellung der reinen Lehmbauweisen: mit 55 Abbildungen*. Forschungsgemeinschaften Hochschule Weimar.

- [142] MŁYNYEC, A. & T. UHL [2011]. ‘Modelling and testing of ageing of short fibre reinforced polymer composites.’ *Proc. Inst. Mech. Eng, Part C: J. Mech. Eng. Sci.*, **226**(1), pp. 16–31.
- [143] MORTAZAVIAN, S. & A. FATEMI [2015]. ‘Effects of fiber orientation and anisotropy on tensile strength and elastic modulus of short fiber reinforced polymer composites.’ *Compos. Part B-Eng.*, **72**, pp. 116–129.
- [144] MORTAZAVIAN, S. & A. FATEMI [2015]. ‘Fatigue behavior and modeling of short fiber reinforced polymer composites: A literature review.’ *Int. J. Fatigue*, **70**, pp. 297–321.
- [145] MORTAZAVIAN, S. & A. FATEMI [2016]. ‘Tensile behavior and modeling of short fiber-reinforced polymer composites including temperature and strain rate effects.’ *J. Thermoplast. Compos. Mater.*, **30**(10), pp. 1414–1437.
- [146] MOUHMI, B., A. IMAD, N. BENSEDDIQ, S. BENMEDAKHÈNE & A. MAAZOUZ [2006]. ‘A study of the mechanical behaviour of a glass fibre reinforced polyamide 6,6: Experimental investigation.’ *Polym. Test.*, **25**(4), pp. 544 – 552.
- [147] MÜLLER, R. [2014]. *Elasto-plastische Probleme*. Institutsbeitrag LTM, TU Kaiserslautern.
- [148] MÜLLER, V., M. KABEL, H. ANDRÄ & T. BÖHLKE [2015]. ‘Homogenization of linear elastic properties of short-fiber reinforced composites—a comparison of mean field and voxel-based methods.’ *Int. J. Solids Struct.*, **67**, pp. 56–70.
- [149] MULLINS, L. [1969]. ‘Softening of Rubber by Deformation.’ *Rubber Chem. Technol.*, **42**(42), pp. 339–362.
- [150] MURAKAMI, S. & N. OHNO [1980]. ‘A creep damage tensor for microscopic cavities.’ *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng. Part C*, **46**, pp. 940–946.
- [151] NAKAZIMA, K., T. KIKUMA & K. HASUKA [1968]. ‘Study on the formability of steel sheets.’ *Yawate Tech. Rep., Sept. 1968, -264-, 8517-8530*.
- [152] NAWY, E. G. [2008]. *Concrete construction engineering handbook*. CRC press.
- [153] NELDER, J. A. & R. MEAD [1965]. ‘A simplex method for function minimization.’ *The computer journal*, **7**(4), pp. 308–313.

- [154] NGUYEN, B. N., S. K. BAPANAPALLI, J. D. HOLBERY, M. T. SMITH, V. KUNC, B. J. FRAME, J. H. PHELPS & C. L. TUCKER III [2008]. ‘Fiber length and orientation in long-fiber injection-molded thermoplastics—part i: Modeling of microstructure and elastic properties.’ *J. Compos. Mater.*, **42**(10), pp. 1003–1029.
- [155] OLIVER, W. C. & G. M. PHARR [1992]. ‘An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments.’ *J. Mater. Res.*, **7**(6), pp. 1564–1583.
- [156] OŽBOLT, J. & Z. P. BAŽANT [1992]. ‘Microplane model for cyclic triaxial behavior of concrete.’ *J. Eng. Mech.*, **118**(7), pp. 1365–1386.
- [157] OŽBOLT, J. & R. ELIGEHAUSEN [1995]. ‘Modeling of reinforced concrete by the non-local microplane model.’ *Nucl. Eng. Des.*, **156**(1-2), pp. 249–257.
- [158] OŽBOLT, J., Y. LI & I. KOŽAR [2001]. ‘Microplane model for concrete with relaxed kinematic constraint.’ *Int. J. Solids Struct.*, **38**(16), pp. 2683–2711.
- [159] PAN, B., K. QIAN, H. XIE & A. ASUNDI [2009]. ‘Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review.’ *Meas. Sci. Technol.*, **20**(6), pp. 62001.
- [160] PERCUS, J. [1962]. ‘Approximation methods in classical statistical mechanics.’ *Physical Review Letters*, **8**(11), pp. 462.
- [161] PETERMANN, J., W. KLUGE & H. GLEITER [1979]. ‘Electron microscopic investigation of the molecular mechanism of plastic deformation of polyethylene and isotactic polystyrene crystals.’ *J. Polym. Sci., Part B: Polym. Phys.*, **17**(6), pp. 1043–1051.
- [162] PETERS, S. T., W. D. HUMPHREY & R. F. FORAL [1991]. *Filament winding-Composite structure fabrication*. Covina, CA; Society for the Advancement of Material and Process Engineering.
- [163] PLUMMER, C., P.-E. BOURBAN & J.-A. MÅNSON [2008]. ‘Polymer matrix composites: matrices and processing.’ pp. 7388–7396. Elsevier.
- [164] POHL, G. & M. PFALZ [2010]. ‘Innovative composite-fibre components in architecture.’ In *Textiles, Polymers and Composites for Buildings*, Woodhead Publishing Series in Textiles, pp. 420–470. Elsevier, Woodhead Publishing.

- [165] RECHENBERG, I. [1989]. ‘Evolution strategy: Nature’s way of optimization.’ In *Optimization: Methods and applications, possibilities and limitations*, pp. 106–126. Springer-Verlag.
- [166] RÖSLER, J., H. HARDERS & M. BAEKER [2007]. *Mechanical behaviour of engineering materials: metals, ceramics, polymers, and composites*. Springer-Verlag.
- [167] SAITO, M., S. KUKULA & Y. KATAOKA [1998]. ‘Practical use of the statistically modified laminate model for injection moldings. part 1: method and verification.’ *Polym. Compos.*, **19**(5), pp. 497–505.
- [168] SANTIUSTE, C., J. DÍAZ-ÁLVAREZ, X. SOLDANI & H. MIGUÉLEZ [2014]. ‘Modelling thermal effects in machining of carbon fiber reinforced polymer composites.’ *J. Reinf. Plast. Compos.*, **33**(8), pp. 758–766.
- [169] SATHISHKUMAR, T., S. SATHEESHKUMAR & J. NAVEEN [2014]. ‘Glass fiber-reinforced polymer composites - a review.’ *J. Reinf. Plast. Compos.*, **33**(13), pp. 1258–1275.
- [170] SCHÄFER, M. [2013]. *Numerik im Maschinenbau*. Springer-Verlag.
- [171] SCHEFFER, T. [2016]. *Charakterisierung des nichtlinear-viskoelastischen Materialverhaltens gefüllter Elastomere*. Dissertation, Universität des Saarlandes.
- [172] SCHERFF, M. F. [2015]. *Automatisierung der Parameteridentifikation für den biaxialen Zugversuch*. Masterarbeit, Universität des Saarlandes.
- [173] SCHLADITZ, K., A. BÜTER, M. GODEHARDT, O. WIRJADI, J. FLECKENSTEIN, T. GERSTER, U. HASSLER, K. JASCHEK, M. MAISL, U. MAISL ET AL. [2017]. ‘Non-destructive characterization of fiber orientation in reinforced smc as input for simulation based design.’ *Compos. Struct.*, **160**, pp. 195–203.
- [174] SCHOSSIG, M. [2011]. *Schädigungsmechanismen in faserverstärkten Kunststoffen*. Springer-Verlag.
- [175] SCHWARZL, F. R. [2013]. *Polymermechanik: Struktur und mechanisches Verhalten von Polymeren*. Springer-Verlag.
- [176] SEIBERT, H., T. SCHEFFER & S. DIEBELS [2014]. ‘Biaxial testing of elastomers: Experimental setup, measurement and experimental optimisation of specimen’s shape.’ *Tech. Mech.*, **34**(2), pp. 72–89.

- [177] SHI, H., I. F. VILLEGAS & H. BERSEE [2013]. ‘Strength and failure modes in resistance welded thermoplastic composite joints: Effect of fibre–matrix adhesion and fibre orientation.’ *Compos. Part A-Appl. S.*, **55**, pp. 1 – 10.
- [178] SHOKRIEH, M. M., R. MOSALMANI & M. J. OMIDI [2014]. ‘Strain rate dependent micromechanical modeling of reinforced polymers with carbon nanotubes.’ *J. Compos. Mater.*, **48**(27), pp. 3381–3393.
- [179] SILBERSTEIN, M., P. PILLAI & M. BOYCE [2011]. ‘Biaxial elastic-viscoplastic behavior of Nafion membranes.’ *Polym.*, **52**(2), pp. 529–539.
- [180] SIMO, J. C. & T. J. HUGHES [2006]. *Computational inelasticity*, volume 7. Springer-Verlag.
- [181] SPEICHER, K. [2009]. *Konstruktion, Aufbau und Steuerung einer Biaxialanlage*. Studienarbeit, Universität des Saarlandes.
- [182] SUTTON, M. A., J. J. ORTEU & H. SCHREIER [2009]. *Image correlation for shape, motion and deformation measurements: basic concepts, theory and applications*. Springer-Verlag.
- [183] THOMASON, J. & M. VLUG [1996]. ‘Influence of fibre length and concentration on the properties of glass fibre-reinforced polypropylene: 1. tensile and flexural modulus.’ *Compos. Part A-Appl. S.*, **27**(6), pp. 477 – 484.
- [184] TORCZON, V. [1997]. ‘On the convergence of pattern search algorithms.’ *SIAM J. Optim.*, **7**(1), pp. 1–25.
- [185] TRUESDELL, C. & R. TOUPIN [1960]. *Principles of classical mechanics and field theory*, volume 3. Springer-Verlag.
- [186] VACHER, P., A. HADDAD & R. ARRIEUX [1999]. ‘Determination of the forming limit diagrams using image analysis by the correlation method.’ *CIRP Ann.-Manuf. Techn.*, **48**(1), pp. 227–230.
- [187] VAIDYA, U. & K. CHAWLA [2008]. ‘Processing of fibre reinforced thermoplastic composites.’ *Int. Mater. Rev.*, **53**(4), pp. 185–218.
- [188] VAIDYA, U., K. CHAWLA, K. B. THATTAPARTHASARTHY & A. GOEL [2008]. ‘The process and microstructure modeling of long-fiber thermoplastic composites.’ *JOM*, **60**(4), pp. 43.
- [189] VINCENT, M., E. DEVILERS & J.-F. AGASSANT [1997]. ‘Fibre orientation calculation in injection moulding of reinforced thermoplastics.’ *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **73**(3), pp. 317 – 326.

- [190] VINCENT, M., T. GIROUD, A. CLARKE & C. EBERHARDT [2005]. ‘Description and modeling of fiber orientation in injection molding of fiber reinforced thermoplastics.’ *Polymer*, **46**(17), pp. 6719 – 6725.
- [191] VINSON, JACK R AND SIERAKOWSKI, ROBERT L [2006]. *The behavior of structures composed of composite materials*, volume 105. Springer-Verlag.
- [192] VOGLER, T., S.-Y. HSU & S. KYRIAKIDES [2000]. ‘Composite failure under combined compression and shear.’ *Int. J. Solids Struct.*, **37**(12), pp. 1765–1791.
- [193] VOIGT, W. [1889]. ‘Über die Beziehung zwischen den beiden Elasticitätsconstanten isotroper Körper.’ *Ann. Phys.-Berlin*, **274**(12), pp. 573–587.
- [194] WAFFENSCHMIDT, T., A. MENZEL & E. KUHLE [2012]. ‘Anisotropic density growth of bone — a computational micro-sphere approach.’ *Int. J. Solids Struct.*, **49**(14), pp. 1928–1946.
- [195] WAGNER, M. [2017]. *Lineare und nichtlineare FEM*. Springer.
- [196] WAN, Y., I. STRAUMIT, J. TAKAHASHI & S. V. LOMOV [2016]. ‘Micro-CT analysis of internal geometry of chopped carbon fiber tapes reinforced thermoplastics.’ *Compos. Part A-Appl. S.*, **91**, pp. 211–221.
- [197] WEINER, S. & H. D. WAGNER [1998]. ‘The material bone: structure-mechanical function relations.’ *Annu. Rev. Mater. Sci.*, **28**(1), pp. 271–298.
- [198] WOLTMANN, R. [1792]. *Beiträge zur Hydraulischen Architectur*, volume 2. Dieterich.
- [199] WRIGGERS, P. [2013]. *Nichtlineare Finite-Element-Methoden*. Springer-Verlag.
- [200] WWW.MATHWORKS.COM/HELP/MATLAB/. ‘Mathworks documentation.’
- [201] WWW.MATWEB.COM. ‘MatWeb - material property data.’
- [202] XIAO, X. [2008]. ‘On the measurement of true fracture strain of thermoplastics materials.’ *Polym. Test.*, **27**(3), pp. 284 – 295.
- [203] YOO, S., E. KANDARE, G. MAHENDRARAJAH, M. A. AL-MAADEED & A. A. KHATIBI [2017]. ‘Mechanical and thermal characterisation of multifunctional composites incorporating phase change materials.’ *J. Compos. Mater.*, **51**(18), pp. 2631–2642.

- [204] ZANJANI, N., A. SEXTON & S. KALYANASUNDARAM [2015]. ‘Induced forming modes in a pre-consolidated woven polypropylene composite during stretch forming process at room temperature: I. experimental studies.’ *Compos. Part A-Appl. S.*, **68**, pp. 251 – 263.
- [205] ZANJANI, N. A. & S. KALYANASUNDARAM [2012]. ‘The effect of fiber orientation on the forming behaviour of a self-reinforced polypropylene composite.’ In *Proc. Mech. Nano Micro Macro Compos. Struct. Conf., Torino*.
- [206] ZHOU, T., C. YU, G. KANG & Q. KAN [2019]. ‘A new microplane model for non-proportionally multiaxial deformation of shape memory alloys addressing both the martensite transformation and reorientation.’ *Int. J. Mech. Sci.*, **152**, pp. 63–80.
- [207] ZIENKIEWICZ, O. C., R. L. TAYLOR & J. Z. ZHU [2005]. *The finite element method: its basis and fundamentals*. Elsevier.

Veröffentlichungen, Proceedings, Vorträge

A Veröffentlichungen & Proceedings

- C. Röhrig & S. Diebels [2019]
Multi-scale Simulation of Composite Materials, Springer-Verlag
Chapter: Experimental studies,
DOI: 10.1007/978-3-662-57957-2.
- C. Röhrig, T. Scheffer & S. Diebels [2017]
Mechanical characterization of a short fiber-reinforced polymer at room temperature: Experimental setups evaluated by an optical measurement system
Continuum Mech. Therm., 29(5):1-19, (2017),
DOI: 10.1007/s00161-017-0560-3
- C. Röhrig & S. Diebels [2016]
Characterization of short fiber reinforced polymers
Proc. Appl. Math. Mech., 16:387-388, (2016),
DOI: 10.1002/pamm.201610182.
- C. Röhrig & S. Diebels [2015]
Characterization of short fiber reinforced polymers
Proc. Appl. Math. Mech., 15:349-350, (2015),
DOI: 10.1002/pamm.201510165.

B Vorträge

- S. Diebels & C. Röhrig
Short fiber-reinforced polymers - from experiments to a 3D model
EUROMECH Colloquium 2017, Arpino, Italien
- C. Röhrig & S. Diebels
Characterization of a short fiber-reinforced polymer,
29. International Workshop “Research in Mechanics of Composites” 2016,
Bad Herrenalb
- C. Röhrig & S. Diebels
Characterization of short fiber-reinforced polymers,
87. Jahrestagung der Gesellschaft für angewandte Mathematik und Mechanik
GAMM 2016, Braunschweig.
- C. Röhrig & S. Diebels
Experimentelle mechanische Charakterisierung kurzfaserverstärkter Polyme-
re
Workshop Kontinuumsmechanik 2015, Cuxhaven
- C. Röhrig & S. Diebels
Characterization of short fiber-reinforced polymers,
86. Jahrestagung der Gesellschaft für angewandte Mathematik und Mechanik
GAMM 2015, Lecce.
- weitere 12 Vorträge im Rahmen interner Seminare am Lehrstuhl für Techni-
sche Mechanik, Universität des Saarlandes
- 6 Vorträge auf Projekttreffen des BMBF geförderten Verbundprojekts „Ad-
aptive Approximationsverfahren zur Multiskalensimulation des nichtlinearen
Verhaltens von Kompositen, MuSiKo”, 05M2013-MuSiKo