

Multiaxiale, thermomechanische Charakterisierung und Modellierung poröser Elastomere

Dissertation

zur Erlangung des Grades

des Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

der Naturwissenschaftlich-Technischen Fakultät

der Universität des Saarlandes

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Henning Seibert

Saarbrücken

2017

Tag des Kolloquiums: 12.06.2017

Dekan: Prof. Dr. Guido Kickelbick

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. Stefan Diebels

Prof. Dr.-Ing. Stefan Hartmann

Vorsitz: Prof. Dr.-Ing. Michael Vielhaber

Akad. Mitarbeiter: Dr. rer. nat. Tilman Sauerwald

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Technische Mechanik an der Universität des Saarlandes unter der Leitung von Prof. Dr.-Ing. Stefan Diebels. Die finanzielle Unterstützung des Projekts erfolgte durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft (Di 430/9-2 und Di 430/26-1).

Mein Dank gilt dabei im speziellen meinem Doktorvater und Hauptberichterstatler Prof. Dr.-Ing. Stefan Diebels, der mich über viele Jahre hinweg unterstützt und gefördert hat. Speziell das geduldige Vertrauen in mich und die daraus resultierenden Freiheiten bei der Entwicklung neuer Methoden trugen unmittelbar zum Gelingen dieser Arbeit bei. Vielen Dank für die vertrauensvolle Zusammenarbeit seit meiner Zeit als studentische Hilfskraft.

Weiterhin möchte ich mich bei Prof. Dr.-Ing. Stefan Hartmann für die bereitwillige Übernahme des Korreferates bedanken.

Bei Prof. Dr.-Ing. Dirk Bähre möchte ich mich für die Möglichkeit zur Nutzung des Lichtmikroskops und bei Dr. Tom Engel für die Durchführung der DSC-Messungen bedanken. Dipl.-Ing. Florian Schäfer danke ich für die Unterstützung bei der Anfertigung weiterführender, lichtmikroskopischer Aufnahmen.

Eine weitere, wichtige Grundlage für erfolgreiches, wissenschaftliches Arbeiten ist der ständige Dialog über gewonnene Erkenntnisse, offene Fragestellungen und zukünftige Strategien. Einen großen Beitrag dazu haben meine Kollegen am Lehrstuhl für Technische Mechanik geleistet, die durch viele fachliche und häufig auch fachfremde Diskussionen die Grundlage für ein angenehmes Arbeitsumfeld gelegt haben. Dr.-Ing. Dr. rer. nat. Anne Jung ist hier in besonderem Maße hervorzuheben, sowohl bei der Diskussion grundlegender Strategien als auch durch zahlreiche Anregungen bei der Verfassung dieses Schriftstücks. Ein weiterer Dank gilt Dr.-Ing. Florian Goldschmidt für die Unterstützung bei numerischen Problemstellungen. Außerdem möchte ich mich bei meinen Bürokollegen Dr.-Ing. Joachim Schmitt und Dr.-Ing. Tobias Scheffer für das ausgesprochen gute

Arbeitsklima bedanken. Gerade mit Tobias Scheffer verbindet mich seit Beginn unseres Studiums eine langjährige fachliche und freundschaftliche Beziehung, die weit über den üblichen Büro- und Laboralltag hinausgeht.

Ebenfalls bedanken möchte ich bei meinen studentischen Hilfskräften und Abschlussarbeitern, die durch die Bearbeitung ihrer Themen einen wesentlichen Beitrag zu dieser Arbeit geleistet haben. Namentlich in chronologischer Reihenfolge sind dabei Christian Melchior, Frederik Scherff und Lennart Friedrich zu nennen.

Ein besonderer Dank gilt allerdings meiner Familie, die mich stets unterstützt und gefördert hat und mir auch in Phasen der Ratlosigkeit immer eine Richtung anbot. Speziell mein Patenkind Mathilda diente mir in der finalen Phase dieser Arbeit als Sonnenschein und erfrischende Abwechslung. Außerdem danke ich Vanessa für die Geduld und den Versuch, einige meiner literarischen Unzulänglichkeiten auszugleichen, obwohl dies einem Kampf gegen Windmühlen gleicht.

Saarbrücken, Januar 2017

Henning Seibert

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der mechanischen Charakterisierung eines EPDM-Moosgummiwerkstoffs (EPDM - Ethylen-Propylen-Dien-Kautschuk), der vornehmlich im Bereich der Dichtungstechnik Anwendung findet. Die speziellen Anforderungen, die sich aus dieser hauptsächlichlichen Nutzungsart ergeben, werden dabei im Rahmen der experimentellen und theoretischen Untersuchungen in besonderem Maße berücksichtigt. Dazu zählen sowohl ratenabhängige und -unabhängige Experimente zur Ermittlung des Kompressionsverhaltens als auch quasi-statische biaxiale Zugversuche. Das temperatur- und ratenabhängige Materialverhalten unter Zugbelastung wird überdies in gesonderten Versuchen berücksichtigt. Gerade im Bezug auf die Strukturkompressibilität des Werkstoffs wird der vollfeldlichen, dreidimensionalen, optischen Dehnungsmessung und ihrer Einbindung in automatisierte Auswertelgorithmen besondere Beachtung zuteil. Aus theoretischer Sicht erfolgt die Modellierung in Form eines Zweiphasenmodells auf Basis der Theorie Poröser Medien. Zur Vereinfachung der Parameteridentifikation werden die finiten Deformationen einerseits in elastische und inelastische Anteile und andererseits in volumetrische und isochore Komponenten aufgeteilt. Außerdem werden erste Untersuchungen zu einem bisher nicht beschriebenen Schädigungsmechanismus im Rahmen der Relaxation vorgestellt. Nach ersten Erkenntnissen handelt es sich hierbei um eine spezielle Eigenart der Materialklasse geschäumter Elastomere.

Die Arbeit wurde finanziell unterstützt von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG (Di 430/9-2 und Di 430/26-1).

Abstract

The present contribution deals with the mechanical characterisation of EPDM foam (EPDM - ethylene propylene diene rubber). This kind of material is mainly used for sealings, because it possesses the suitable properties for this kind of application. Therefore, the experimental and theoretical characterisation of this material focuses on these properties. Rate-dependent as well as quasi-static experiments are performed in order to investigate the compressive behaviour of the material. The hyperelastic material behaviour under tension is determined based on general biaxial tensile tests. The thermoviscoelastic properties in tensile loading conditions are investigated by execution of cyclic uniaxial tensile tests at various temperatures. In the context of automated analysis methods of multiaxial tensile tests, special emphasis is put on three-dimensional full-field strain measurement.

In this work, a two-phase material model based on the theory of porous media is proposed. For simplification, the finite deformations are split into inelastic and elastic parts as well as into volumetric and isochoric parts.

Furthermore, first investigations concerning a so far unknown damage effect are described. It occurs in relaxation experiments and appears to be a unique feature of the general class of foamed elastomers.

The presented work was supported financially by the Deutsche Forschungsgemeinschaft DFG (Di 430/9-2 and Di 430/26-1).

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Stand der Forschung	7
3	Kontinuumsmechanische Grundlagen	17
3.1	Theorie Poröser Medien	17
3.2	Konzept der Volumenanteile	18
3.3	Kinematik	19
3.4	Spannungsmaße	29
3.5	Bilanzgleichungen	31
3.6	Materialtheorie	36
3.6.1	Hyperelastizität	36
3.6.2	Viskoelastizität	38
3.6.3	Invariantendarstellung	42
3.6.4	Darstellung in der Invariantenebene	44
4	Modellstruktur und experimentelle Anlagen	49

4.1	Anforderungen	49
4.1.1	Kompressionsverhalten	51
4.1.2	Mehrachsigkeit	52
4.1.3	Ratenabhängigkeit	54
4.1.4	Temperaturabhängigkeit	56
4.2	Experimentelle Vorgehensweise	57
4.3	Experimentelle Anlagen	58
4.3.1	Optische Dehnungsmessung	59
4.3.2	Hydrostatischer Kompressionsversuch	63
4.3.3	Uniaxialer Zugversuch mit Thermokammer	68
4.3.4	Biaxialer Zugversuch	70
4.4	Diskussion: Modellstruktur und Experimente	76
5	Strukturelle Materialuntersuchungen	77
5.1	Zum Material	78
5.2	Poren und Porenverteilung	79
5.3	Porosität	80
5.4	Isotropie	82
5.5	Glasübergangstemperatur	85
5.6	Diskussion: Strukturelle Untersuchungen	85
6	Materialmodellierung	87

<i>Inhaltsverzeichnis</i>	iii
6.1 Hyperelastisches Teilmodell	88
6.2 Viskoelastisches Teilmodell	92
6.3 Thermomechanische Modifikation	95
6.4 Diskussion: Materialmodellierung	97
7 Versuchsdurchführungen und Experimente	99
7.1 Experimente	101
7.1.1 Vorbehandlung	101
7.1.2 Hydrostatische Kompressionsversuche	104
7.1.3 Zugversuche	109
7.1.4 Zugversuche mit Temperatureinfluss	114
7.2 Experimentelle Auffälligkeiten	116
7.2.1 Temperaturabhängigkeit der Viskosität	116
7.2.2 Materialschädigung	120
7.3 Diskussion: Experimente und Auffälligkeiten	125
8 Parameteridentifikation	127
8.1 Identifikation mit konstitutivem Treiber	128
8.2 Identifikation anhand des Biaxialversuchs	130
8.2.1 Experimenteller Anteil	132
8.2.2 Numerischer (rekursiver) Anteil	134
8.3 Diskussion: Parameteroptimierung	139

9 Ergebnisse und Validierung	141
9.1 Ergebnisse	141
9.1.1 Parameter des hyperelastischen Teilmodells	142
9.1.2 Parameter des viskoelastischen Teilmodells	145
9.1.3 Thermische Modifikation	150
9.2 Validierung	152
9.2.1 Simulationen in COMSOL Multiphysics [®]	152
9.3 Diskussion: Ergebnisse	158
10 Fazit & Ausblick	161
10.1 Fazit	161
10.2 Ausblick	165
Literaturverzeichnis	167
Anhang	185
A Veröffentlichungen & Proceedings	185
B Vorträge	186
C Poster	187

1

Einleitung

Die Relevanz technischer Gummiwerkstoffe steigt seit vielen Jahren merklich an, wenngleich sie sich in der Wahrnehmung noch immer im Hintergrund bewegen. Speziell im Bereich der Automobilindustrie wird der vermarktungswirksame Charakter dieser Werkstoffe deutlich unterschätzt und als geringfügig angesehen. Ursächlich dafür ist im wörtlichen Sinn die Tragfähigkeit entsprechender Bauteile und ihre Unauffälligkeit im Vergleich zu anderen Komponenten. Insbesondere Karosserieteile, wie beispielsweise eine Tankabdeckung, die einen relativ geringen technischen Stellenwert innerhalb eines Fahrzeuges einnehmen, erscheinen im Auge des Kunden hingegen essentiell. Die technische Einschränkung, die ein Mittelklassewagen aufgrund von mangelhaften oder gar fehlenden Türdichtungen erfährt, ist jedoch ungleich höher. Überdies wird auch der prozentuale Anteil verbauter Elastomerkomponenten innerhalb eines Fahrzeuges im Allgemeinen deutlich unterschätzt, was an der schematischen Darstellung nur einiger Dichtsysteme innerhalb eines typischen Fahrzeuges in Abb. 1.1 erkennbar ist.

Gleichzeitig sind zuverlässige Materialkenndaten und -modelle zur numerischen Dimensionierung und Entwicklung von Gummibauteilen mit häufig filigraner Geometrie aufgrund des verhältnismäßig komplexen Materialverhaltens ein Gebiet mit großem Einsparpotential für die entwickelnden Industriezweige. Die zielgerichtete Optimierung entsprechender Bauteile basiert in der industriellen Realität nämlich allzu häufig auf dem Erfahrungsreichtum einzelner Mitarbeiter. Das Know-how der

Firma ist in diesem Fall an die Verfügbarkeit Einzelner geknüpft. Eine entsprechende Überführung erarbeiteten Wissens beispielsweise in Modelle zur Durchführung von Finite-Elemente-Simulationen (FE) ist daher eine lukrative Investition, die unter Umständen die Zukunft eines Unternehmens auf ein stabileres Fundament setzen kann.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit einer solchen Methodik zur Ermittlung der Materialcharakteristik von elastomeren Werkstoffen. Der Schwerpunkt liegt dabei jedoch nicht in der Untersuchung eines gewöhnlichen Elastomers, sondern in der Untersuchung einer strukturellen Sonderform als geschäumter Werkstoff (Moosgummi). Seine Struktur weist die Besonderheit einer materiell inkompressiblen Schaumstruktur mit eingeschlossenen, kompressiblen Luftporen auf. Durch diese Mehrkomponentenstruktur stellt sich makroskopisch ein in Teilen kompressibler Werkstoff ein. Die besondere Form der Strukturkompressibilität ist von besonderem Interesse.

Da das typische Anwendungsgebiet geschäumter Elastomere im Automobilbau in der Dichtungstechnik im Bezug auf Türen, Kofferraumdeckel und Ähnlichem liegt (siehe Abb. 1.1), ergibt sich aus dieser Anwendung ein realistisches Testszenario zur experimentellen Ermittlung der charakteristischen Kenndaten.

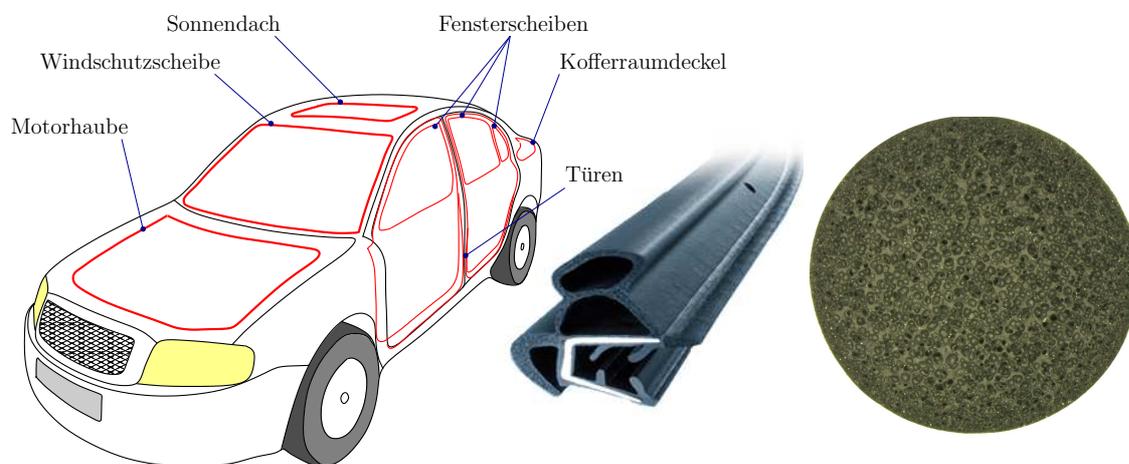


Abbildung 1.1: Dichtungskomponenten im Karosseriebereich eines Kfz; links: schematische Darstellung, rechts: typisches Dichtprofil und Probe, nach Saar-Gummi International GmbH [186]

Wie im Verlauf der Arbeit noch gezeigt wird, basiert das Dichtverhalten einer Profildichtung, wie sie beispielsweise in Abb. 1.1 zu sehen ist, auf einer Kombination aus lokaler Komprimierung und mehrachsiger Deformation. Eine Besonderheit der Herstellungsform zeigt sich an der Stelle durch die Strukturkompressibilität des Werkstoffs, dessen Basismaterial eine EPDM-Mischung (*Ethylen-Propylen-Dien-*

Kautschuk) darstellt. Es handelt sich hierbei um einen synthetischen Kautschuk, der zur Steigerung der Abriebfestigkeit mit Rußpartikeln gefüllt ist.

Bei der Analyse der typischen Einsatzgebiete der vorgestellten Bauteilklasse werden noch weitere Anforderungen an das Material ersichtlich. Neben den generellen Eigenschaften wie Beständigkeit gegenüber Wasser oder Ozon ist gerade im Fall der Motorhaubendichtungen auch eine erhöhte Temperaturstabilität des Profils von Bedeutung. Dabei geht es allerdings nicht ausschließlich um die Zersetzungstemperatur, sondern um die Frage nach der Erfüllung der Primäraufgabe trotz erhöhter Temperatur. Die Dichtwirkung soll demnach nicht nur im Falle des Kaltstarts erhalten bleiben, sondern auch nach längerer Fahrt auf der Autobahn.

Der typische Belastungsmodus beim Schließen einer Tür ist das dynamische Aufbringen einer Deformation, die anschließend über einen gewissen Zeitraum beibehalten bleibt. Aus experimentalmechanischer Sicht stellt das einen klassischen Relaxationsversuch dar, welcher typischerweise Aufschlüsse über das ratenabhängige Verhalten des untersuchten Materials gibt.

In Kombination mit der Kompressibilität des betrachteten Werkstoffs sind in vorangestellten Überlegungen die wesentlichen Säulen einer aussagekräftigen Materialcharakterisierung benannt.

Die nachfolgende Arbeit wird sowohl aus experimenteller, als auch aus theoretischer Sicht auf die genannten Aspekte eingehen und eine Methode hervorbringen, die mit moderatem Aufwand eine Anpassung eines adäquaten Materialmodells bereitstellt. Durch die enge Verknüpfung von theoretischer Modellbildung mit der experimentellen Untersuchungsmethodik wird hierbei eine hohe Effizienz erreicht. Gerade im Bezug auf die kontinuumsmechanische Vorgehensweise bei der Modellerstellung wird ein besonderer Wert auf die Ähnlichkeit des experimentellen Ablaufs gelegt. Das Zusammenspiel zwischen notwendigen Eigenschaften eines sinnvollen Modells, der kontinuumsmechanischen Nachbildung entsprechender Modellanteile und der experimentellen Bereitstellung hinreichender Messdaten ist dabei von besonderer Bedeutung. Auf experimenteller Seite ergeben sich spezielle Anforderungen in Anbetracht sinnvoller Deformationsarten und Auswertemethoden, welche sich aus der Kombination aus mehrachsiger Deformationen und strukturkompressibler Eigenschaften ergeben. Die hauptsächliche Aufgabenstellung besteht dabei aus der Weiterentwicklung experimenteller Anlagen und Methoden, der Anpassung modellspezifischer Einzelheiten und der Erweiterung von Verfahren zur automatisierten Parameteridentifikation. Aufgrund der Vielzahl geometrischer Randbedingungen bezüglich auftretender Belastungsarten wird eine große Anzahl verschiedener Versuchstypen benötigt und verwendet. Zur Realisierung effizienter Optimie-

rungsstrukturen entsteht die Forderung nach Effizienzsteigerung und konstruktiver Weiterentwicklung bestehender Methoden. Die Struktur der Arbeit gliedert sich dabei wie folgt.

Zunächst wird das *Kapitel 2* einen knappen Überblick über geschichtliche Entwicklungen theoretischer und experimenteller Verfahren geben, die für das Verständnis der angestellten Überlegungen von Bedeutung sind. Da es sich aufgrund der Fülle verschiedenster Teilaspekte der Modellbildung hier nur um eine grobe Zusammenfassung handeln soll, wird an dieser Stelle keineswegs der Anspruch auf Vollständigkeit der Darstellungen erhoben. Als Einstiegspunkte für etwaige eigene Nachforschungen eignen sich die genannten Arbeiten aber dennoch.

Das daran anschließende *Kapitel 3* gibt Aufschlüsse über die theoretischen Grundkonzepte der hier verfolgten kontinuumsmechanischen Modellierung. Diese beinhaltet zunächst die grobe Einführung der zugrunde liegenden Theorie Poröser Medien. Die Herleitung der kinematischen Grundzusammenhänge im Rahmen finiter Deformationen wird dabei ebenso vorgestellt, wie die notwendige thermodynamische Ausarbeitung der gängigen Bilanzgleichungen. Daran angeschlossen folgen Grundlagen der Materialtheorie und die schließlich zum Verständnis notwendigen Erkenntnisse zur Beschreibung viskoelastischen Materialverhaltens.

Im Anschluss daran greift *Kapitel 4* erneut die Anforderungen an ein sinnvolles Materialmodell auf und bringt diese in Verbindung mit den verfügbaren experimentellen Konzepten. Außerdem wird an dieser Stelle die enge Verknüpfung zwischen dem theoretischen Aufbau des Modells und der praktischen Bereitstellung experimenteller Daten erläutert.

Die strukturelle Materialuntersuchung in *Kapitel 5* liefert Kennwerte der Moosgummistruktur, die nicht unmittelbar auf das mechanische Verhalten schließen lassen, zumindest aber Rahmenbedingungen für spätere Auswertemethodiken setzen.

Auf Basis der zuvor gewonnenen Erkenntnisse wird in *Kapitel 6* die eigentliche Modellierung des Materials im Kontext der vorgestellten experimentellen Struktur erläutert. Dabei wird eine Unterteilung in Gleichgewichts- und Nichtgleichgewichtsbeschreibung vorgenommen sowie eine nachträgliche Anpassung des temperaturabhängigen Verhaltens dargestellt.

Kapitel 7 gibt Aufschlüsse über die durchgeführten Experimente und die daraus ermittelten Erkenntnisse. Ein bisher nicht beschriebener Schädigungsmechanismus soll an dieser Stelle als experimentelle Besonderheit erläutert werden, wobei eine vollständige Analyse der ermittelten Ergebnisse noch aussteht.

Im *8. Kapitel* werden die jeweiligen Grundkonzepte bei der Parameteridentifikation der durchgeführten Experimente dargestellt. Aufgrund der Kompressibilität des Materials und der damit einhergehenden Schwierigkeit bei der Analyse biaxialer Zugversuche soll dabei auf dieses Verfahren besonderer Fokus gelegt werden.

Das *9. Kapitel* fasst schließlich die identifizierten Materialparameter zusammen und gibt beispielhafte Einblicke in die jeweils gemessenen und simulierten Daten im Rahmen der Identifikation. Als Validierung des erstellten Modells wird eine Probengeometrie in der FE-Software COMSOL Multiphysics® implementiert, die starke Dehnungsinhomogenitäten aufweist. Die Aussagekraft des Modellansatzes wird im Vergleich mit experimentell ermittelten Daten verifiziert.

Kapitel 10 liefert einen zusammenfassenden Überblick über die vorliegende Arbeit und einen Ausblick auf mögliche Folgeuntersuchungen und Projektmöglichkeiten, die auf Basis der hier gewonnenen Erkenntnisse denkbar sind.

2

Stand der Forschung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der experimentellen Untersuchung eines EPDM-Moosgummis mit anschließender Bildung eines kontinuumsmechanischen Simulationsmodells zur Ermöglichung einer Finite-Elemente-Berechnung und der dazugehörigen Anpassung der auftretenden Materialparameter.

Dabei wird sowohl im Rahmen der experimentellen Charakterisierung, als auch im Kontext der Modellbildung auf die speziellen Eigenschaften und die daraus resultierenden typischen Anwendungsgebiete der Werkstoffklasse eingegangen. Allen voran ist in der Automobilindustrie die Erstellung eines aussagekräftigen Simulationsmodells der verwendeten Werkstoffe von hohem Interesse, da sich der seit längerem anhaltende Trend zur Kostenersparnis im Produktions- und Produktentwicklungsprozess perspektivisch eher verschärft als entspannt. Aus diesem Grund ist der Automobilbau wohl als prominentestes Anwendungsgebiet des verwendeten Materials nebst entsprechendem Materialmodell zu erwähnen.

In der Automobilindustrie wird dabei Moosgummi auf EPDM-Basis hauptsächlich als Dichtungswerkstoff verwendet [99, 223], was vor allem durch die außerordentlich gute Beständigkeit gegenüber Wasser und Ozon und die damit einhergehende hohe Alterungsbeständigkeit begründet werden kann. Mit zulässigen Temperaturbereichen von -50°C bis 150°C ist es zudem stabil bei typischen Außentemperaturen in den gemäßigten Breiten, die den größten Absatzmarkt für Automobile beinhalten [44, 185].

Die steigenden Anforderungen an den Werkstoff können auf stetige Weiterentwicklungen in vielfältigen Arbeitsgebieten zurückgeführt werden. So steigt beispielsweise die Temperatur im Motorraum aufgrund von *Downsizing*-Maßnahmen immer weiter an, wodurch auch für die involvierten Dichtungen eine erhöhte Belastung auftritt. Ebenso wirken sich die stetig steigenden Maximalgeschwindigkeiten der Fahrzeuge und die damit einhergehende Geräuschbelastung im Fahrzeuginnenraum auf das geforderte Leistungsspektrum der Dichtprofile aus. Gleichzeitig wächst der Anspruch des Endkunden an das Produkt. Dazu zählen z. B. die Minimierung der Vibrationen aufgrund von Motorschwingungen oder nicht zuletzt auch die steigende Wichtigkeit akustischer Wahrnehmungen beim Schließen einer Tür oder eines Kofferraumdeckels. Diese Erwartungshaltung des Endkunden ist mittlerweile nicht nur im Luxussegment vertreten, sondern auch im Bereich der Nutzfahrzeugindustrie von steigendem Interesse [223]. Generell lässt sich zusammenfassen, dass die Güte der vermeintlich minderwertigen Dichtungskomponenten das Qualitätsempfinden des Gesamtprodukts „Kraftfahrzeug“ deutlich steigern [42, 156].

Einen wichtigen Aspekt bei der Betrachtung des Materialverhaltens geschäumter Elastomere stellt die innere Struktur des Endprodukts dar. Diese wird maßgeblich durch die Prozessparameter während des Aufschäumens beeinflusst und ist immer noch Gegenstand wissenschaftlicher Untersuchungen. Prinzipiell wird das Material bei der Produktion extrudiert und anschließend in einem parallel verlaufenden Aufschäum- und Vernetzungsprozess fertig gestellt. Gerade die Auswahl des Treibmittels, der Temperatur im Vulkanisationsprozess und der Rohstoffmischung sind dabei von großer Bedeutung. Neben Anderen hat sich auf diesem Gebiet speziell die Gruppe um Haberstroh verdient gemacht [68, 69, 70, 71, 124, 126]. Außerdem sind in dem Zusammenhang auch neuere Arbeiten von Hopmann [88], Jacob [98] oder Wang [224] zu nennen.

Die Eigenschaften geschäumter Elastomere werden grundlegend von der Porenstruktur bestimmt. Hierbei wird im Allgemeinen zwischen offen-, geschlossen- und gemischtzelligen Schaumstrukturen unterschieden [64, 130, 156]. Moosgummi ist stets in die Klasse der gemischtzelligen Schäume mit geschlossener Außenhaut einzuordnen. Zellkautschuk beispielsweise weist im Gegensatz dazu exklusiv geschlossene Zellen ohne separate Außenhaut auf. Als Integralschäume werden Strukturen mit einer gerichteten Porengrößenverteilung, etwa zum Rand hin dichter werdend, bezeichnet [83, 114, 202].

Um die hier generell auftretenden und zu modellierenden Materialeffekte zu verstehen, ist es zunächst sinnvoll, die materiellen Bestandteile des vorliegenden Strukturwerkstoffs zu benennen. Er kann im Wesentlichen als Verbundmaterial beste-

hend aus einer EPDM-Bulkmatrix mit eingeschlossenen Luftporen angesehen werden. Durch die Analyse der zu erwartenden, materiellen Effekte auf Basis der beteiligten Einzelkomponenten sind im Rahmen der Modellierung die Betrachtung eines idealen Gases und eines viskoelastischen Elastomers notwendig. Besondere Beachtung aus kontinuumsmechanischer Sicht ist dabei dem Festkörperanteil zu schenken.

Im Allgemeinen zeigt EPDM ausgeprägtes viskoelastisches Verhalten, was einerseits aus der synthetischen Kautschukbasis und andererseits aus der Zugabe von Füllstoffen (hier Ruß) resultiert [185].

Der Charakterisierung und Modellierung von elastomeren Werkstoffen haben sich in den vergangenen Jahrzehnten eine Vielzahl von Wissenschaftlern verschrieben, die auch, abhängig vom jeweils vorliegenden Anwendungsfall, verschiedenste Herangehensweisen entwickelt und etabliert haben. Aufgrund der Fülle der Veröffentlichungen sollen und können nur einige für die vorliegende Arbeit relevante Publikationen genannt werden.

Eine grundlegende Unterscheidung in der Beschreibung von Materialverhalten ist zunächst durch die Skala des untersuchten Körperausschnitts gegeben. So gibt es einerseits Ansätze wie beispielsweise von Gent [61] vorgeschlagen, die die tatsächliche (Mikro-)Struktur des untersuchten Werkstoffs berücksichtigen und somit eine Vorhersage der Vorgänge im Innern der jeweiligen Struktur ermöglichen. Nachteilig wirkt sich bei diesem Vorgehen der zumeist hohe Rechenaufwand bei der Analyse der vorliegenden voll aufgelösten Strukturen aufgrund geringer Elementgrößen aus. Die mikrostrukturelle Betrachtung makroskopischer Bauteile ist somit häufig numerisch ineffizient. Zusätzlich ergibt sich bei der Vorgehensweise die Frage nach der Übertragbarkeit von makroskopisch gemessenen Materialparametern auf mikrostrukturelle Materialeigenschaften. Die Arbeit von Jung et al. [110] beschäftigt sich ausführlich mit der Fragestellung und zeigt signifikante Unterschiede zwischen beiden Skalen auf.

Aus diesem Grund ist es sinnvoll, die Skala der Modellbildung mit derjenigen der tatsächlichen Anwendung des betrachteten Bauteils in Einklang zu bringen, was schließlich auf den grundlegenden Ansatz der phänomenologischen Beschreibung führt. Dazu werden für eine makroskopische Materialbeschreibung nur makroskopisch feststellbare Effekte berücksichtigt, ungeachtet ihrer mikrostrukturellen Herkunft. Erste Arbeiten gehen unter anderem auf Mooney [159] und Rivlin et al. [183] zurück. Treloar [216] hat bereits frühzeitig einen Vergleich zwischen beiden genannten Grundausrichtungen elastischer Modellansätze angestellt und Vor- und Nachteile mikroskopischer und makroskopischer Zugänge gegenübergestellt.

Auf Basis der phänomenologischen Beschreibung beobachtbarer Effekte treten weitere Unterscheidungsmerkmale im Bezug auf die Materialklasse auf. Eine häufig zitierte und anerkannte Einteilung geht auf Haupt [80] zurück und unterscheidet zwischen elastischem, viskoelastischem, plastischem und viskoplastischem Materialverhalten. Im Rahmen dieser Arbeit wird der Schwerpunkt auf die beiden erstgenannten gelegt. Dennoch wurde unter anderem von Kaliske [113], Miehe et al. [155] und Scheffer [188] gezeigt, dass beispielsweise auch plastische Beschreibungsansätze unter gewissen Umständen hilfreich bei der Modellierung viskoelastischen Materialverhaltens sein können. Sowohl die experimentelle, als auch die kontinuumsmechanische Trennung von elastischem, ratenunabhängigem und viskoelastischem, ratenabhängigem Werkstoffverhalten erfordert im Zuge der Charakterisierung besondere Maßnahmen. Auf theoretischer Seite hat sich die Einführung interner Variablen zur Beschreibung inelastischen Materialverhaltens durchgesetzt [80, 141, 144]. Auf Basis der internen Deformationsgrößen kann eine fiktive Zwischenkonfiguration des modellierten Körpers eingeführt werden. Die ursprüngliche Anwendung des genannten Konzepts wurde bei der Gestaltung plastischer Materialmodelle durch Kröner [125] und Lee [129] vorgestellt. Ein Transfer zu einem viskoelastischen Werkstoff wurde in der Folge von Sidoroff [203] vorgeschlagen. Die darin erläuterte Vorgehensweise wurde seitdem vielfach angewendet [105, 143, 152]. Des Weiteren sind bei der Analyse von EPDM nichtlineare Entfestigungseffekte wie der sogenannte Mullins-Effekt [161, 162, 163] oder der Payne-Effekt [55, 175] zu erwarten. Beide Effekte konnten zuvor bereits unter anderem von Diani et al. [37], Flamm et al. [54] oder Moldovan et al. [158] für diesen Materialtyp nachgewiesen werden. Als Mullins-Effekt wird die Entfestigung des Materials nach dem ersten Belastungszyklus verstanden. Je nach Interpretation werden diesem Effekt sowohl reversible, als auch irreversible Charakteristiken zugesprochen. Im Lauf der vorliegenden Arbeit wird er gemäß der Definition von Bueche [21] als komplett irreversibler Effekt angesehen, der lediglich abhängig von der maximalen Dehnung in der Belastungsvorgeschichte der Probe ist. Die Ursache liegt bei dieser Definition im Aufbrechen einzelner physikalischer Bindungen begründet. Als Beispiel für die adäquate kontinuumsmechanische Behandlung des Mullins-Effektes sind beispielsweise die Arbeiten von Lion [132], Diercks [41] oder Govindjee et al. [66] zu nennen.

Die als Payne-Effekt bekannte Amplitudenabhängigkeit der dynamischen Moduln, Speicher- und Verlustmodul, wird folgend nicht genauer betrachtet und soll nur der Vollständigkeit halber genannt werden [180, 227]. Allerdings sollte der Effekt durch den hier verwendeten nichtlinearen Modellierungsansatz bereits im vorge-

stellten Modell enthalten sein [120, 188].

Ein weiterer, wichtiger Parameter bei der Vorhersage des Materialverhaltens ist die Temperatur. Neben der Temperaturabhängigkeit der einzelnen Konstituierenden des Moosgummiwerkstoffs [120, 160, 234] ist auch ein ausgeprägtes temperaturabhängiges Verhalten der Mischung denkbar. Ein etabliertes Verfahren zur Beschreibung des Temperatureinflusses innerhalb der Modellformulierung bei finiten Deformationen wird unter anderem in der Arbeit von Netz & Hartmann [169], in der Dissertation von Höfer [84] und der Habilitation von Lion [132] ausführlich dargestellt. Darin wird der Temperatureinfluss bereits auf der Ebene der thermodynamischen Grundlagen beachtet und kinematisch in Form einer thermisch-mechanischen Aufspaltung des Deformationsgradienten umgesetzt. Die dadurch eingeführte thermisch-mechanische Zwischenkonfiguration entsteht wiederum durch Transfer der Methode gemäß Kröner [125] und Lee [129]. Die Methode ist gerade dann besonders sinnvoll, wenn die Temperatur einem räumlichen bzw. zeitlichen Gradienten unterliegt. Wie Lübbing [142] aber bereits belegt hat, erweitert sich das Randwertproblem dadurch allerdings zu einem gekoppelten Problem mit zusätzlicher Primärvariable, was eine deutliche Steigerung des Rechenaufwands verursacht.

Zur Vereinfachung, unter der Voraussetzung isothermer Randbedingungen, kommt daher häufig das Konzept der thermorheologischen Einfachheit zum Tragen. Details hierzu finden sich beispielsweise bei Haupt [79] oder Lion [132, 133]. Dieses Verfahren reduziert die Temperaturabhängigkeit des Materials auf die viskoelastischen Modellanteile und vernachlässigt den Einfluss auf die Grundelastizität, was beispielsweise in [25, 53, 214, 216] näher beschrieben wurde. Johlitz et al. [104] haben diesbezüglich einen konkreten Ansatz vorgeschlagen, welcher für die vorliegende Arbeit von besonderem Interesse sein wird.

Der geometrische Aspekt der mehrachsigen Deformationen und ihr Einfluss auf das Materialverhalten finden in den letzten Jahren immer häufiger Beachtung. Multiaxiale Experimente erfreuen sich steigender Beliebtheit im Kontext der Charakterisierung eines bestimmten Materialverhaltens. Grund dafür ist die Tatsache, dass der Gültigkeitsbereich eines Materialmodells auch durch die zu Grunde liegenden experimentellen Daten beschränkt wird. Diese Tatsache wurde bereits früh in Arbeiten von Rivlin et al. [183] und Treloar [216] auf Basis geometrischer Interpretationen beschrieben und später auch vielfach experimentell bestätigt [23, 29, 90, 91, 102]. Die geometrische Erklärung und Einordnung spezieller Deformationsmuster wird in den genannten Arbeiten [183, 216] auf die Einordnung der Verformung innerhalb der sogenannten Invariantenebene zurückgeführt, die

sich im Fall der Inkompressibilität durch Auftragung der zweiten Dehnungshauptinvarianten über der Ersten ergibt. Dabei ergibt sich ein fester mathematischer Zusammenhang zwischen den beiden Größen bei Durchführung konventioneller Experimente wie dem einachsigen Zug oder der einfachen Scherung. Es folgt die Erkenntnis, dass Materialmodelle auf Basis uniaxialer Versuche nicht notwendigerweise in der Lage sind, einen multiaxialen Deformationszustand zu beschreiben [1, 4, 103, 145]. Eine wirkliche Verbesserung stellt auch nicht der häufig verwendete Äquibiaxialversuch dar [5, 26, 101, 131, 209, 225], da er den Gültigkeitsbereich des Materialmodells lediglich verschiebt und nicht vergrößert.

Der allgemeine, biaxiale Zugversuch erweist sich hierbei als deutlicher Zugewinn, da er die Erstellung beliebiger Invariantenverhältnisse ermöglicht. Die Modellgültigkeit kann dadurch deutlich erweitert werden [4, 103, 236]. Derzeit beschränkt sich seine Anwendung jedoch meist auf die Charakterisierung von Metallen, wobei hier zunächst das Augenmerk auf die Ausgestaltung der Probengeometrie zu legen ist [13, 36, 74, 229]. Einen Überblick über gängige Geometrietypen geben die Arbeiten von Kuwabara [127] oder Ohtake et al. [171]. Als wichtiger Ansatz ist hier die lokale Verjüngung der Probe in Dickenrichtung im Bereich der biaxialen Deformation weit verbreitet. Dadurch werden im Bereich des biaxial deformierten Arealis höhere Dehnungen erreicht [134]. Die Vorgehensweise ist bei der Charakterisierung von Elastomeren jedoch nur in Sonderfällen umsetzbar.

Mehrachsige Alternativen zu den genannten Zugversuchen sind beispielsweise durch den Nakajima-Test [6, 165, 221] auf Basis von Grenzformänderungsdiagrammen oder durch Indentationsversuche [28, 172, 206] gegeben. Diese Versuchstypen sollen hier jedoch lediglich genannt werden.

Inhomogene Deformationen sind eine typische Besonderheit mehrachsiger Experimente. Infolgedessen zeigt sich häufig eine räumliche Diskrepanz zwischen dem Ort der Verschiebungs- oder Dehnungsmessung und dem Ort der Kraft- oder Spannungsmessung. Eine Parameteranpassung zwischen gemessenen und den simulierten Messkurven stellt sich damit als besondere Herausforderung dar [191]. Das hier angewendete Konzept der inversen Identifikationsmethode nach Huber et al. [92, 93] löst die Problemstellung auf Kosten der Rechenzeit, da hierzu das gesamte Randwertproblem berechnet werden muss. Die gemessenen Kräfte dienen dabei als Randbedingung. Weitere Details zur Anwendung der Methodik werden von Klötzer et al. [119] oder Prates et al. [177, 178] dargestellt.

Aus der inversen Berechnungsmethode ergibt sich ein weiteres Problem. Zur korrekten Durchführung der Parameteranpassung ist der Vergleich zwischen simulierten und gemessenen Testergebnissen nötig. Die experimentelle Erfassung der in-

homogenen Verformung der gesamten Probe muss daher mit Hilfe optischer Messverfahren erfolgen, um eine rückwirkungsfreie Abtastung zu garantieren. Durch Aufbringen zufälliger Muster auf die Probenoberfläche lässt sich die Deformation des Prüflings durch die Deformation des Musters ausdrücken. Geeignete Algorithmen finden sich dabei im Rahmen der digitalen Bildkorrelation (*DIC*). Die stereoskopische Anwendung der genannten Auswertemethodik ermöglicht zusätzlich eine Bestimmung der dreidimensionalen feldlichen Dehnungsinformation. Arbeiten von Sutton et al. [211, 212] liefern einen ausführlichen Überblick über die grundlegenden Konzepte. Weitere typische Anwendungen im Bereich mehrachsiger Deformationsmessung finden sich unter anderem in [30, 173, 194, 195, 209, 211, 230].

Die eigentliche Anpassung des gewählten Materialmodells an die experimentellen Daten geschieht auf Basis numerischer Optimierungsverfahren. Dazu wird eine Zielfunktion, die sich aus der Differenz zwischen numerischer und experimenteller Materialantwort ergibt, definiert und iterativ minimiert [179]. Generell wird dabei zwischen gradientenbasierten und gradientenfreien Verfahren unterschieden, welche sich unter anderem in ihrem Konvergenzverhalten unterscheiden [116]. Konkrete Anwendung finden in dieser Arbeit allerdings nur die gradientenfreien Methoden. Einen Überblick über diverse Optimierungsstrategien liefern die Arbeiten von Rechenberg [179] und Beyer [10]. Beispiele für die Anwendung unterschiedlicher Optimierungsstrategien sind in [24, 72, 116, 167] gegeben. Die prinzipielle Vorgehensweise ähnelt sich dabei in sämtlichen Verfahren. Die hauptsächlichen Unterschiede ergeben sich durch veränderte Strategien bei der Variation der aktuellen Parameter zur Erstellung der nächsten Generation.

Die bisher genannten Punkte bezüglich des Stands der Forschung beziehen sich jeweils auf einzelne Themenbereiche des hier relevanten Gesamtkonzepts und wurden daher auch als Einzeleffekte betrachtet. Die Vielzahl der Veröffentlichungen zu den jeweiligen Themen lässt sich dabei erahnen. Weitaus überschaubarer stellt sich hingegen die Anzahl bei der Kombination der Effekte zu einem Themenkomplex dar. So treten Arbeiten zum Themenbereich inelastischen Materialverhaltens im Zusammenhang mit mehrachsigen Deformationen nur vereinzelt auf [151, 204]. Als Vertreter dieser vereinzelt Forschergruppen ist hier die Arbeitsgruppe um Ihlemann et al. [57, 58, 95, 107, 108] zu nennen. Diese hat sich unter anderem durch das sogenannte MORPH-Modell einen Namen gemacht, dessen Besonderheit in der Beschreibung finiten viskoelastischen Materialverhaltens unter Berücksichtigung von Richtungsabhängigkeiten begründet liegt. Der Modellansatz kombiniert einachsiges, viskoelastisches Verhalten mit dem Konzept repräsentativer Raumrichtungen [95]. Bemerkenswert ist dabei der ursprüngliche experimentelle Datensatz aus le-

diglich uniaxialen Zugversuchen.

Darüber hinaus beschäftigen sich viele Arbeiten hinsichtlich ratenabhängiger und mehrachsiger Betrachtungen häufig nur mit konkreten Deformationsmustern, beispielsweise dynamische Scher- oder Äquibiaxialversuche [60, 106, 117, 187]. Der Richtungsabhängigkeit des Mullins-Effekts wird in der Regel größere Aufmerksamkeit zuteil [8, 41, 97, 106, 111, 154].

Die Strukturkompressibilität des untersuchten Materials stellt einen weiteren, wichtigen Aspekt für eine erfolgreiche Vorhersage des mechanischen Verhaltens geschäumter Elastomere unter dem Gesichtspunkt der Dichtungstechnik dar. Die oben genannten Modellansätze beziehen sich im Wesentlichen auf die Modellierung nahezu inkompressibler Materialien. Die Mehrzahl der etablierten finiten Modelle für Elastomere setzen quasi-inkompressibles Materialverhalten voraus, weshalb sich einige Ansätze gebildet haben, die die Kompressibilität des Werkstoffs durch einen kompressiblen Erweiterungsterm in der freien Energiefunktion beachten. Eine typische Möglichkeit zur Modellierung des inkompressiblen Modellanteils ist im Sonderfall der Hyperelastizität durch Polynomansätze in den Hauptinvarianten der Deformationsgrößen gemäß Gumbrell [67] und Rivlin et al. [182, 183] gegeben. Einen guten Überblick über diverse, hyperelastische Ansätze liefern die Arbeiten von Marckmann et al. [147] oder Beda [7]. Der additive, kompressible Term bezieht in der Regel die dritte Hauptinvariante der jeweiligen Deformationsgröße als Maß für die Volumendehnung ein. Das Vorgehen wurde erstmals im Rahmen des Blatz-Ko-Modells [12] publiziert und stellt eine frühe Form des phänomenologischen Modellansatzes bereit [17, 89]. Das zuvor veröffentlichte Gent-Thomas-Modell [61] basiert hingegen auf der Mikrostruktur eines Fadennetzwerks.

Aufbauend auf der Auswertung des mikrostrukturellen Charakters einer Schaumstruktur haben sich allerdings verschiedene Homogenisierungsverfahren entwickelt. Eine detaillierte Übersicht hierzu ist den Arbeiten von Buryachenko [22], Milton [157] oder Nemat-Nasser [168] gegeben. Als Grundlage für die Erstellung eines Homogenisierungsansatzes auf Basis repräsentativer Volumenelemente (*RVE*) können verschiedenste Randbedingungen eingeführt werden, die aufgrund ihrer Vielfalt nicht alle genannt werden sollen. Aufgrund der thematischen Ähnlichkeit zum hier untersuchten Material sind die Arbeiten von Danielsson et al. [33] und der Gruppe um Lopez-Pamies et al. [135, 136, 137, 138, 139, 140] gesondert zu nennen.

Der Effekt der Strukturkompressibilität wurde bisher nur kurz genannt und muss infolge seiner Wichtigkeit gesondert untersucht werden. Die Besonderheit liegt bei genauerer Betrachtung in der deformationsabhängigen Kompressibilität der Schäume. Durch Erreichen des sogenannten Kompressionspunktes, also gerade derjeni-

gen Deformation, bei der sämtliche Poren vollständig komprimiert sind, wird aus dem strukturkompressiblen Schaum ein nahezu inkompressibler Festkörper. Dieses Materialverhalten ist mit den oben genannten Modellansätzen nicht notwendigerweise abbildbar und muss daher genauer beleuchtet werden. Einen Ausweg bietet die Formulierung eines Materialgesetzes auf Grundlage der Theorie Poröser Medien (*TPM*). Diese basiert auf der Koexistenz verschiedener Einzelphasen innerhalb einer Mischung und wurde insbesondere von de Boer [14, 15, 16], Ehlers [46, 47, 48, 49, 50], Bowen [18, 19, 20] oder Diebels [38, 39, 40] etabliert. Gerade die Arbeit von de Boer [15] liefert einen sehr guten historischen Überblick über die jeweiligen Konzepte. Eine Erweiterung der hyperelastischen Modellansätze auf Basis der *TPM* um inelastische Anteile wurde unter anderem von Mahnkopf [146] und Markert [148] vorgeschlagen.

Eipper [51] hat in seiner Dissertation bereits ein Mehrphasenmodell zur Beschreibung des elastischen Verhaltens fluidgesättigter Festkörper entwickelt, mit dessen Hilfe eine exakte Formulierung der Strukturkompressibilität ermöglicht wird. Koprowski-Theiß et al. [120, 122] ergänzten diese Modellformulierung und erstellten daraus ein Zweiphasenmodell für ein viskoelastisches EPDM-Moosgummi. Die Besonderheit dabei liegt in der erweiternden Formulierung des viskoelastischen Materialverhaltens sowohl im Zug- als auch im Druckbereich. Die vorliegende Arbeit versteht sich ihrerseits als Weiterentwicklung des Modells von Koprowski-Theiß [120], wobei hier zusätzliche Informationen zum thermomechanischen Verhalten des Materials und zur Materialantwort unter mehrachsiger Deformation einfließen.

3

Kontinuumsmechanische Grundlagen

Im folgenden Kapitel werden die erforderlichen Grundlagen für das Verständnis der angestrebten kontinuumsmechanischen Modellierung des untersuchten Materials erläutert. Generell ist die Kontinuumsmechanik dazu in die Bereiche der Kinematik, Bilanzrelationen und Konstitutivgleichungen zu unterteilen. Die Beschreibung der Materialien erfolgt in diesem Kontext im Rahmen kontinuierlich im Raum verteilter Materie auf makroskopischer Ebene. Es werden zunächst isotherme Prozesse mit homogenen Temperaturverteilungen vorausgesetzt. Ziel der hiesigen Betrachtungen ist es, einen konstitutiven Zusammenhang zwischen den materiellen Deformationen und den resultierenden mechanischen Spannungen herzustellen.

3.1 Theorie Poröser Medien

Die kontinuumsmechanische Modellierung des vorliegenden Moosgummiwerkstoffs erfolgt auf Basis der Theorie Poröser Medien (*TPM*). Diese kombiniert die Mischungstheorie nach Truesdell [217], Truesdell & Toupin [219] oder Bowen [18] mit dem Konzept der Volumenanteile, das erstmals von Woltman [228] oder Delesse [35] erwähnt wurde. Da hier lediglich die grundlegenden Konzepte der Theorie Poröser Medien zur Anwendung kommen, soll auf eine detaillierte Einführung der Thema-

tik verzichtet werden. Tiefgreifendere Überlegungen hierzu sind unter anderem de Boer [15], Ehlers [46] oder Diebels [38, 39] zu entnehmen. Grundkonzepte der klassischen Kontinuumsmechanik sind angelehnt an die Ausführungen bei Holzapfel [87] oder Betten [9].

3.2 Konzept der Volumenanteile

Die hier genutzte Theorie Poröser Medien verwendet die Vorstellung der Koexistenz verschiedener Konstituierender φ^α innerhalb einer Mischung φ aus N Konstituierenden,

$$\varphi = \sum_{\alpha=1}^N \varphi^\alpha. \quad (3.1)$$

Das Gesamtvolumen V der Mischung setzt sich zusammen aus den Teilvolumina jeder einzelnen Phase der Mischung V^α ,

$$V = \int_{\mathcal{B}} dv = \sum_{\alpha=1}^N V^\alpha, \quad V^\alpha = \int_{\mathcal{B}} dv^\alpha = \int_{\mathcal{B}} n^\alpha dv. \quad (3.2)$$

Das Partialvolumen V^α innerhalb der Mischung ergibt sich dabei aus der Integration über das gesamte Gebiet \mathcal{B} (vgl. Abb. 3.1) mit dem Volumenanteil n^α der Phase φ^α innerhalb der Mischung φ . Koeffizientenvergleich in Gl. (3.2) liefert den Zusammenhang

$$n^\alpha = \frac{dv^\alpha}{dv}. \quad (3.3)$$

In der vorliegenden Arbeit wird gemäß Gl. (3.2) eine vollständig gesättigte Mischung betrachtet, d. h. der betrachtete Körper wird durch die einzelnen Phasen vollständig ausgefüllt. Dadurch ergibt sich eine alternative Darstellung zu Gl. (3.2)

$$\sum_{\alpha=1}^N n^\alpha = 1. \quad (3.4)$$

Zur Beschreibung der Dichte der jeweiligen Phase innerhalb des Verbundes ist eine Normierung bezüglich des Gesamtvolumens oder des lokalen Volumens der

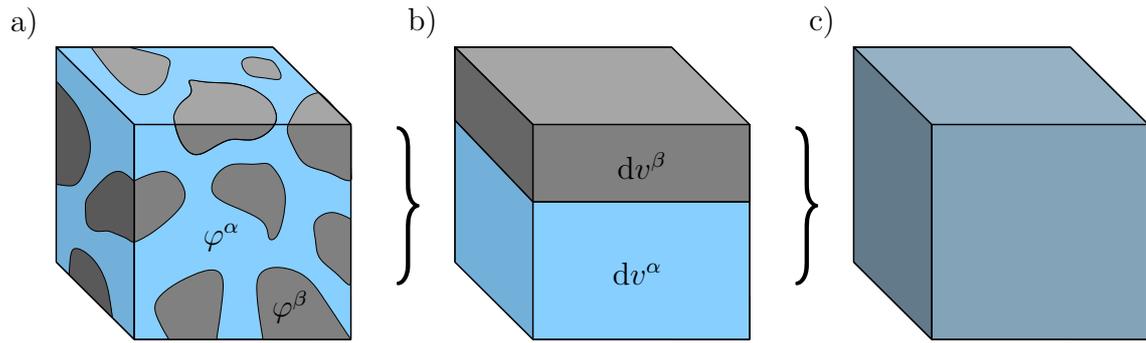


Abbildung 3.1: Homogenisierung mit Hilfe der TPM; a) Repräsentatives Volumenelement, b) integrierte Volumenanteile, c) homogenisiertes Referenzvolumen

betrachteten Konstituierenden möglich. Im Allgemeinen wird zwischen der realen Dichte $\rho^{\alpha R}$ und der Partialdichte ρ^α unterschieden,

$$\rho^{\alpha R} = \frac{dm^\alpha}{dv^\alpha}, \quad \rho^\alpha = \frac{dm^\alpha}{dv} \quad (3.5)$$

Umstellen der Gleichungen (3.5) liefert über einen Vergleich der Koeffizienten den Zusammenhang

$$n^\alpha = \frac{\rho^\alpha}{\rho^{\alpha R}}. \quad (3.6)$$

3.3 Kinematik

Wie im vorangegangenen Abschnitt bereits erwähnt, basiert die hier zu Grunde gelegte Mischungstheorie auf der Vorstellung der Koexistenz verschiedener Konstituierender einer Mischung an einem Raumpunkt. Konkret bedeutet das, dass zu jedem Zeitpunkt t je ein materieller Punkt jeder Konstituierenden an einem Raumpunkt anzutreffen ist. Materielle Punkte, die zu einem Zeitpunkt in einem Raumpunkt zusammenfallen, haben im Allgemeinen einen individuellen Pfad in der Bewegung zurückgelegt.

Die unabhängige Bewegungsfunktion (vgl. Abb. 3.2) einer Konstituierenden kann mit dieser Anschauung über

$$\mathbf{x} = \boldsymbol{\chi}_\alpha(\mathbf{X}_\alpha, t) \quad (3.7)$$

formuliert werden. \mathbf{x} stellt dabei den betrachteten Raumpunkt zum Zeitpunkt t dar.

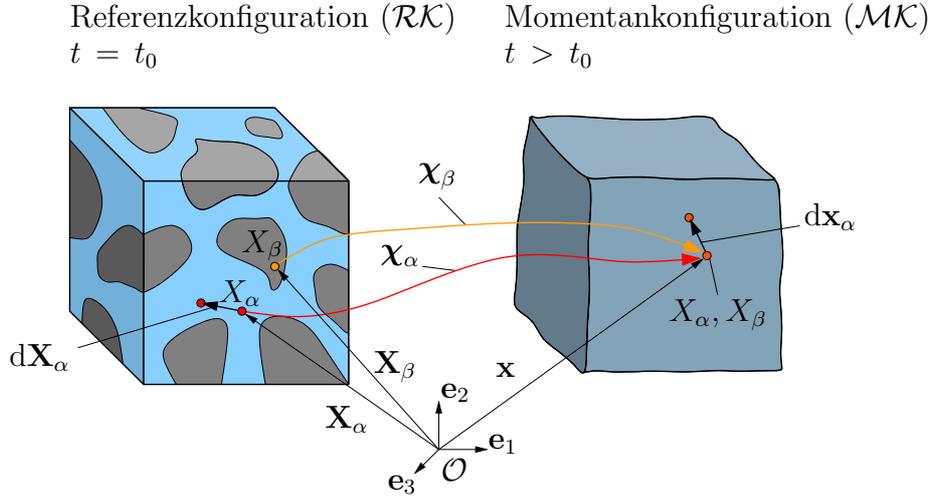


Abbildung 3.2: Bewegungsfunktionen einer Zweiphasenmischung mit Referenzkonfiguration $\mathcal{R}\mathcal{K}$ (links) und Momentankonfiguration $\mathcal{M}\mathcal{K}$ (rechts)

Durch die Forderung der Ein-Eindeutigkeit ergeben sich für die Bewegungsfunktion χ_α zwei weitere notwendige Eigenschaften. Diese sind einerseits durch die Existenz einer inversen Bewegungsfunktion der Art

$$\mathbf{X}_\alpha = \chi_\alpha^{-1}(\mathbf{x}, t) \quad (3.8)$$

und die zugehörige nichtsinguläre Determinante

$$J_\alpha = \det \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}_\alpha} \neq 0 \quad (3.9)$$

gegeben.

Aus der ein-eindeutigen Bewegungsfunktion Gl. (3.7) ergibt sich für jede Konstituierende φ^α ein unabhängiges Geschwindigkeits- und Beschleunigungsfeld

$$\begin{aligned} \mathbf{x}'_\alpha &= \mathbf{x}'_\alpha(\mathbf{X}_\alpha, t) = \frac{\partial \chi_\alpha(\mathbf{X}_\alpha, t)}{\partial t}, \\ \mathbf{x}''_\alpha &= \mathbf{x}''_\alpha(\mathbf{X}_\alpha, t) = \frac{\partial^2 \chi_\alpha(\mathbf{X}_\alpha, t)}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (3.10)$$

jeweils in Lagrangescher (materieller) Darstellung. Aufgrund der Invertierbarkeit der Bewegungsfunktion gemäß Gl. (3.8) lassen sich die Ausdrücke aus Gl. (3.10)

in die Eulersche (räumliche) Darstellung

$$\begin{aligned}\mathbf{v}_\alpha(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{x}'_\alpha(\boldsymbol{\chi}_\alpha^{-1}(\mathbf{x}, t), t), \\ \mathbf{a}_\alpha(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{x}''_\alpha(\boldsymbol{\chi}_\alpha^{-1}(\mathbf{x}, t), t),\end{aligned}\tag{3.11}$$

überführen.

Die notwendigen Ableitungen von Feldgrößen werden im Folgenden analog zur klassischen Kontinuumsmechanik eingeführt. Generell muss an dieser Stelle zwischen den Ableitungen bzw. Größen einzelner Konstituierender und denjenigen der gesamten Mischung unterschieden werden.

Für eine stetige und hinreichend oft differenzierbare, vektorielle Funktion $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$ ist die materielle Zeitableitung definiert als

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\mathbf{f} &= \dot{\mathbf{f}} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \cdot \frac{d\mathbf{x}}{dt} \\ &= \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} + \text{grad } \mathbf{f} \cdot \dot{\mathbf{x}}\end{aligned}\tag{3.12}$$

mit Bezug auf die Schwerpunktsbewegung (Operator $(\bullet)^\cdot$). Sie beschreibt die Änderung einer Feldgröße, die von einem mit Geschwindigkeit $\dot{\mathbf{x}}$ mitbewegten Beobachter detektiert wird. Die darin auftauchende baryzentrische Geschwindigkeit $\dot{\mathbf{x}}$ wird später genauer spezifiziert. Die materielle Zeitableitung bezüglich der Bewegung einer spezifischen Phase φ^α wird analog gebildet und ergibt sich zu

$$\frac{d_\alpha}{dt}\mathbf{f} = \mathbf{f}'_\alpha = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} + \text{grad } \mathbf{f} \cdot \mathbf{x}'_\alpha.\tag{3.13}$$

Darin bezeichnet $\text{grad}(\bullet)$ die Ableitung nach den Koordinaten der Momentankonfiguration (\mathcal{MK}),

$$\text{grad}(\bullet) = \frac{d(\bullet)}{d\mathbf{x}}.\tag{3.14}$$

Für die Einzelphase φ^α ist die Ableitung $\text{Grad}_\alpha(\bullet)$ nach Koordinaten der Referenzkonfiguration (\mathcal{RK}) definiert,

$$\text{Grad}_\alpha(\bullet) = \frac{d(\bullet)}{d\mathbf{X}_\alpha}.\tag{3.15}$$

Im weiteren Verlauf werden die Berechnungen und Herleitungen stellvertretend und o.B.d.A. in Termen der Konstituierenden φ^α dargestellt, die Größen für die gesamte Mischung errechnen sich analog.

Aus den bisher angestellten Überlegungen lassen sich die üblichen Größen der Kon-

tinuumsmechanik herleiten. Ausgangspunkt der Herleitungen ist die Einführung des Deformationsgradienten

$$\mathbf{F}_\alpha = \frac{d\mathbf{X}_\alpha(\mathbf{X}_\alpha, t)}{d\mathbf{X}_\alpha} = \text{Grad}_\alpha \mathbf{x}, \quad (3.16)$$

mit dem materiellen Linienelement $d\mathbf{X}_\alpha$ gemäß Abb. 3.2. Aufgrund der vorher beschriebenen Voraussetzungen bezüglich der Bewegungsfunktion ergibt sich der inverse Deformationsgradient zu

$$\mathbf{F}_\alpha^{-1} = \frac{d\mathbf{X}_\alpha}{d\mathbf{x}} = \text{grad } \mathbf{X}_\alpha. \quad (3.17)$$

Aus der Gl. (3.16) lässt sich eine Transportvorschrift für Linienelemente $d\mathbf{X}_\alpha$ der Referenzkonfiguration in diejenigen der Momentankonfiguration $d\mathbf{x}_\alpha$ formulieren,

$$d\mathbf{x}_\alpha = \mathbf{F}_\alpha \cdot d\mathbf{X}_\alpha. \quad (3.18)$$

Für die entsprechenden Flächen- und Volumenelemente gilt analog

$$\begin{aligned} d\mathbf{a}^\alpha &= (\det \mathbf{F}_\alpha) \mathbf{F}_\alpha^{-T} \cdot d\mathbf{A}^\alpha = J_\alpha \mathbf{F}_\alpha^{-T} \cdot d\mathbf{A}^\alpha, \\ dv^\alpha &= (\det \mathbf{F}_\alpha) dV^\alpha = J_\alpha dV^\alpha, \end{aligned} \quad (3.19)$$

wobei der Term $J_\alpha = \det \mathbf{F}_\alpha$ als Determinante des Deformationsgradienten der Konstituierenden φ^α bezeichnet wird.

In der späteren Modellierung viskoser Effekte werden Aussagen über die vorliegende Dehnrates benötigt. Zur mathematischen Beschreibung dieser Größen lässt sich der räumliche Geschwindigkeitsgradient der Phase φ^α herleiten. Unter Zuhilfenahme des materiellen Geschwindigkeitsgradienten

$$(\mathbf{F}_\alpha)'_\alpha = \text{Grad}_\alpha \mathbf{x}'_\alpha \quad (3.20)$$

und der Definition des räumlichen Geschwindigkeitsgradienten

$$\mathbf{L}_\alpha = \text{grad } \mathbf{x}'_\alpha = \text{grad } \mathbf{v}_\alpha \quad (3.21)$$

ergibt sich der Zusammenhang

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_\alpha &= \frac{\partial \mathbf{x}'_\alpha}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{x}'_\alpha}{\partial \mathbf{X}_\alpha} \cdot \frac{\partial \mathbf{X}_\alpha}{\partial \mathbf{x}} \\ &= (\mathbf{F}_\alpha)'_\alpha \cdot \mathbf{F}_\alpha^{-1}. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Für die praktische Anwendung kann der Geschwindigkeitsgradient additiv in den symmetrischen Deformationsgeschwindigkeitstensor \mathbf{D}_α und den schiefssymmetrischen Wirbeltensor \mathbf{W}_α aufgeteilt werden,

$$\mathbf{L}_\alpha = \mathbf{D}_\alpha + \mathbf{W}_\alpha = \underbrace{\frac{1}{2}(\mathbf{L}_\alpha + \mathbf{L}_\alpha^T)}_{:= \mathbf{D}_\alpha} + \underbrace{\frac{1}{2}(\mathbf{L}_\alpha - \mathbf{L}_\alpha^T)}_{:= \mathbf{W}_\alpha}. \quad (3.23)$$

Im Rahmen der Materialmodellierung ist der Deformationsgradient \mathbf{F}_α nur bedingt geeignet, da auch Starrkörperbewegungen in die Abbildung einfließen. Zur Trennung von Starrkörperbewegung und Deformation wird eine multiplikative Zerlegung des Deformationsgradienten durchgeführt. Die polaren Zerlegungen

$$\mathbf{F}_\alpha = \mathbf{R}_\alpha \cdot \mathbf{U}_\alpha = \mathbf{V}_\alpha \cdot \mathbf{R}_\alpha \quad (3.24)$$

liefern den linken und rechten Strecktensor \mathbf{V}_α und \mathbf{U}_α zusammen mit dem orthogonalen Rotationstensor \mathbf{R}_α . Anschaulich wird dabei eine sequentielle Ausführung von Rotation und Streckung betrachtet.

Da die Berechnung der Tensoren \mathbf{U}_α und \mathbf{V}_α jedoch die Lösung eines Eigenwertproblems bedingt, kommen diese nur theoretisch zum Einsatz. Deutlich leichter zu berechnen sind die Quadrate der beiden Strecktensoren, die aus der Änderung der Länge eines Linienelements ds_α der Momentankonfiguration bzw. eines Linienelements dS_α der Referenzkonfiguration motiviert werden können. Unter Verwendung von Gl. (3.18) ergibt sich

$$\begin{aligned} ds_\alpha^2 &= d\mathbf{x}_\alpha \cdot d\mathbf{x}_\alpha & dS_\alpha^2 &= d\mathbf{X}_\alpha \cdot d\mathbf{X}_\alpha \\ &= (\mathbf{F}_\alpha \cdot d\mathbf{X}_\alpha) \cdot (\mathbf{F}_\alpha \cdot d\mathbf{X}_\alpha) & &= (\mathbf{F}_\alpha^{-1} \cdot d\mathbf{x}_\alpha) \cdot (\mathbf{F}_\alpha^{-1} \cdot d\mathbf{x}_\alpha) \\ &= d\mathbf{X}_\alpha \cdot \underbrace{(\mathbf{F}_\alpha^T \cdot \mathbf{F}_\alpha)}_{:= \mathbf{C}_\alpha} \cdot d\mathbf{X}_\alpha, & &= d\mathbf{x}_\alpha \cdot \underbrace{(\mathbf{F}_\alpha^{-T} \cdot \mathbf{F}_\alpha^{-1})}_{:= \mathbf{B}_\alpha^{-1}} \cdot d\mathbf{x}_\alpha \end{aligned} \quad (3.25)$$

Die resultierenden Größen sind der linke (\mathbf{B}_α) und der rechte (\mathbf{C}_α) Cauchy-Green-Deformationstensor,

$$\mathbf{B}_\alpha = \mathbf{V}_\alpha^2 = \mathbf{F}_\alpha \cdot \mathbf{F}_\alpha^T, \quad \mathbf{C}_\alpha = \mathbf{U}_\alpha^2 = \mathbf{F}_\alpha^T \cdot \mathbf{F}_\alpha. \quad (3.26)$$

Aus den Cauchy-Green-Deformationstensoren \mathbf{B}_α und \mathbf{C}_α ergeben sich weiterhin der Green-Lagrangesche Verzerrungstensor \mathbf{E}_α auf der Referenzkonfiguration und

der Euler-Almansi-Tensor \mathbf{A}_α auf der Momentankonfiguration,

$$\mathbf{E}_\alpha = \frac{1}{2}(\mathbf{C}_\alpha - \mathbf{I}), \quad \mathbf{A}_\alpha = \frac{1}{2}(\mathbf{I} - \mathbf{B}_\alpha^{-1}). \quad (3.27)$$

Ein mathematischer Zusammenhang zwischen diesen beiden Verzerrungstensoren ist über den Vorwärtstransport („*push forward*“) und den Rückwärtstransport („*pull back*“) darstellbar

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_\alpha &= \mathbf{F}_\alpha^T \cdot \mathbf{A}_\alpha \cdot \mathbf{F}_\alpha, & \text{pull back} \\ \mathbf{A}_\alpha &= \mathbf{F}_\alpha^{-T} \cdot \mathbf{E}_\alpha \cdot \mathbf{F}_\alpha^{-1}. & \text{push forward} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Allgemein lassen sich über die beiden Operationen Verzerrungsgrößen der Referenz- und Momentankonfiguration ineinander überführen.

Multiplikative Zerlegung des Deformationsgradienten

Sowohl zur Beschreibung kompressibler Materialien als auch zur allgemeinen Modellbildung bezüglich finiter Viskoelastizität hat sich eine multiplikative Zerlegung des Deformationsgradienten als zweckmäßig erwiesen und ist weit verbreitet [56, 125, 129, 143, 203].

Zunächst findet eine Zerlegung in volumetrische Anteile, gekennzeichnet durch $(\bar{\bullet})$ und isochore Bestandteile, gekennzeichnet durch $(\hat{\bullet})$ statt. Diese Aufteilung wird im späteren Verlauf der Arbeit eine separierte Betrachtung der Deformationszustände unter hydrostatischem Druck und unter mehrachsiger Zugbelastung ermöglichen [51, 56, 120]. Im Kontext der finiten Viskoelastizität, wie sie folgend ebenfalls behandelt werden soll, hat sich die weiterführende Aufteilung des Deformationsgradienten in elastische (ratenunabhängige) und inelastische (ratenabhängige) Anteile bewährt. Das dabei verfolgte Konzept der Einführung einer fiktiven Zwischenkonfiguration geht auf Arbeiten von Kröner [125] und Lee [129] zurück und wurde ursprünglich zur Beschreibung plastischer Materialeffekte entwickelt. Ein Transfer auf die Problemstellungen der Viskoelastizität erfolgte dann beispielsweise bei Sidoroff [203] oder Lubliner [143]. Da ratenabhängiges Verhalten sowohl im Zug- als auch im Druckbereich festgestellt werden kann [120, 121, 122], ist es notwendig, die Zerlegung auf die volumetrischen und isochoren Teildeformationen anzuwenden.

Volumetrisch-isochoerer Split

Zur Separation zweier Modellanteile unter Zug und Druck wird der Deformationsgradient der Phasen φ^α jeweils in volumenerhaltende (isochore) Anteile $\hat{\mathbf{F}}_\alpha$ und volumetrische Anteile $\bar{\mathbf{F}}_\alpha$ zerlegt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit beschränkt sich die folgende Darstellung auf die Konstituierende φ^α , die formelle Übertragbarkeit der Berechnungen auf die Konstituierende φ^β ist gegeben.

Die multiplikative Zerlegung erfolgt gemäß

$$\mathbf{F}_\alpha = \bar{\mathbf{F}}_\alpha \cdot \hat{\mathbf{F}}_\alpha, \quad (3.29)$$

wobei der Anteil $\bar{\mathbf{F}}_\alpha$, der die reine Volumenänderung der Phase φ^α beschreibt, mathematisch durch die Determinante des Deformationsgradienten J_α (3.9) in der Form

$$\bar{\mathbf{F}}_\alpha = J_\alpha^{1/3} \mathbf{I}, \quad (3.30)$$

gegeben ist.

Der isochore Anteil $\hat{\mathbf{F}}_\alpha$ kann aus Gl. (3.29) und Gl. (3.30) berechnet werden,

$$\hat{\mathbf{F}}_\alpha = \bar{\mathbf{F}}_\alpha^{-1} \cdot \mathbf{F}_\alpha = J_\alpha^{-1/3} \mathbf{F}_\alpha. \quad (3.31)$$

Als Basis zur Formulierung der Materialgesetze lassen sich aus diesen Überlegungen wiederum die bereits eingeführten Deformationstensoren ableiten, so zum Beispiel die volumetrischen und deviatorischen Anteile des linken Cauchy-Green Deformationstensors,

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{B}}_\alpha &= \bar{\mathbf{F}}_\alpha \cdot \bar{\mathbf{F}}_\alpha^T = \left(J_\alpha^{1/3} \mathbf{I} \right) \cdot \left(J_\alpha^{1/3} \mathbf{I} \right) = J_\alpha^{2/3} \mathbf{I}, \\ \hat{\mathbf{B}}_\alpha &= \hat{\mathbf{F}}_\alpha \cdot \hat{\mathbf{F}}_\alpha^T = \left(J_\alpha^{-1/3} \mathbf{F}_\alpha \right) \cdot \left(J_\alpha^{-1/3} \mathbf{F}_\alpha^T \right) = J_\alpha^{-2/3} \mathbf{B}_\alpha. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Die multiplikative Zerlegung der Deformation in volumetrische und isochore Anteile führt für stark kompressible Materialien unter Umständen zu unphysikalischen Ergebnissen. Arbeiten von Penn [176] und Eipper [51] weisen bereits auf diese Problematik hin. Im Rahmen der Parameteridentifikation (Kapitel 8) wird dieser Aspekt aufgegriffen und diskutiert.

Elastisch-inelastischer Split

Ähnlich der Vorgehensweise aus dem vorangegangenen Abschnitt ist eine Trennung des elastischen und inelastischen Materialverhaltens zur Modellierung finiter Viskoelastizität hilfreich. Die experimentellen Ergebnisse zeigen auch unter hydrostatischem Druck viskoelastisches Materialverhalten, weshalb der elastisch-inelastische Split sowohl für den isochoren als auch für den volumetrischen Anteil durchgeführt werden muss. Auch hier wird formal auf eine ausführliche Darstellung für die verschiedenen Modellanteile verzichtet und der Split nur für den allgemeinen Deformationsgradienten der Phase φ^α dargestellt. Da, wie in Kapitel 6 zu sehen sein wird, das ideale Gasgesetz zur Modellierung der Gasphase φ^β Anwendung findet, verschwindet der inelastische Anteil in der Gasphase und eine entsprechende Trennung entfällt ohnehin.

Anschaulich entspricht die verwendete Vorgehensweise der Einführung einer fiktiven Zwischenkonfiguration (\mathcal{ZK}). Durch eine gedanklich durchgeführte Entlastung des Materials und die dadurch entstehende Spannungsfreiheit auf der Zwischenkonfiguration kann die resultierende inelastische Deformation in dieser Konfiguration entwickelt werden. Der formale Zugang startet bei der Einführung der Zerlegung des Deformationsgradienten \mathbf{F}_α der Konstituierenden φ^α

$$\mathbf{F}_\alpha = \mathbf{F}_{\alpha_e} \cdot \mathbf{F}_{\alpha_i}, \quad (3.33)$$

mit dem elastischen Anteil \mathbf{F}_{α_e} und dem inelastischen Anteil \mathbf{F}_{α_i} . Der Verzerrungstensor $\mathbf{\Gamma}_\alpha$ der elastisch-inelastischen Zwischenkonfiguration $\mathcal{ZK}^{e,i}$ ergibt sich dann aus dem Vorwärtstransport des Green-Lagrangeschen Verzerrungstensors \mathbf{E}_α ,

$$\mathbf{\Gamma}_\alpha = \mathbf{F}_{\alpha_i}^{-T} \cdot \mathbf{E}_\alpha \cdot \mathbf{F}_{\alpha_i}^{-1}. \quad (3.34)$$

Nach einigen Umformungen ergibt sich daraus die Form

$$\begin{aligned} \mathbf{\Gamma}_\alpha &= \frac{1}{2} \mathbf{F}_{\alpha_i}^{-T} \cdot \left[\mathbf{F}_{\alpha_i}^T \cdot (\mathbf{F}_{\alpha_e}^T \cdot \mathbf{F}_{\alpha_e} - \mathbf{F}_{\alpha_i}^{-T} \cdot \mathbf{F}_{\alpha_i}^{-1}) \cdot \mathbf{F}_{\alpha_i} \right] \cdot \mathbf{F}_{\alpha_i}^{-1} \\ &= \frac{1}{2} \left(\underbrace{\mathbf{F}_{\alpha_e}^T \cdot \mathbf{F}_{\alpha_e}}_{\mathbf{C}_{\alpha_e}} - \underbrace{\mathbf{F}_{\alpha_i}^{-T} \cdot \mathbf{F}_{\alpha_i}^{-1}}_{\mathbf{B}_{\alpha_i}^{-1}} \right), \end{aligned} \quad (3.35)$$

mit dem inelastischen linken Cauchy-Green-Deformationstensor \mathbf{B}_{α_i} und dem elastischen rechten Cauchy-Green-Deformationstensor \mathbf{C}_{α_e} . Analog zu Gl. (3.27) kön-

nen daraus die elastischen und inelastischen Verzerrungen auf der Zwischenkonfiguration angegeben werden

$$\begin{aligned}\mathbf{\Gamma}_\alpha &= \underbrace{\frac{1}{2} (\mathbf{C}_{\alpha_e} - \mathbf{I})}_{\mathbf{\Gamma}_{\alpha_e}} + \underbrace{\frac{1}{2} (\mathbf{I} - \mathbf{B}_{\alpha_i}^{-1})}_{\mathbf{\Gamma}_{\alpha_i}} \\ \mathbf{\Gamma}_\alpha &= \mathbf{\Gamma}_{\alpha_e} + \mathbf{\Gamma}_{\alpha_i}.\end{aligned}\quad (3.36)$$

Der Verzerrungstensor $\mathbf{\Gamma}_\alpha$ der elastisch-inelastischen Zwischenkonfiguration kann demnach als Summe aus einem elastischen Anteil $\mathbf{\Gamma}_{\alpha_e}$ vom Green-Lagrange-Typ und einem inelastischen Anteil $\mathbf{\Gamma}_{\alpha_i}$ vom Almansi-Typ dargestellt werden. Das gleiche Ergebnis kann über den Rückwärtstransport des Almansi-Verzerrungstensors \mathbf{A}_α erreicht werden.

Fasst man die zuvor angestellten Überlegungen graphisch zusammen, so ergibt sich für das Zweiphasenmaterial mit viskoelastischer Festkörperphase φ^α und einer idealen Gasphase φ^β eine Struktur wie in Abb. 3.3 dargestellt. Darin bezeichnen \mathcal{RK}^α und \mathcal{RK}^β die Referenzkonfigurationen der beiden Phasen φ^α und φ^β und \mathcal{MK} die Momentankonfiguration der Mischung. Als fiktive Zwischenkonfigurationen der Phase φ^α sind dargestellt:

- \mathcal{ZK}^1 : volumetrisch-isochore \mathcal{ZK} ,
- \mathcal{ZK}^2 : elastisch-inelastische \mathcal{ZK} des isochoren Anteils,
- \mathcal{ZK}^3 : elastisch-inelastische \mathcal{ZK} des volumetrischen Anteils.

Die Reihenfolge der Zerlegung gemäß Abb. 3.3 ist nach Hartmann [77] für isotrope Materialien beliebig. Die hier vorgestellten Grundlagen gehen grundsätzlich von isotropem Material aus, was in Kapitel 5 experimentell bestätigt wird. Daher wird hier die willkürliche Annahme getroffen, dass die isochoren und volumetrischen Anteile jeweils in elastische und inelastische Anteile aufgeteilt werden können. Mathematisch ergibt sich daraus für den Deformationsgradienten \mathbf{F}_α der Konstituierenden φ^α

$$\mathbf{F}_\alpha = \bar{\mathbf{F}}_{\alpha_e} \cdot \bar{\mathbf{F}}_{\alpha_i} \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\alpha_e} \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\alpha_i}.\quad (3.37)$$

Verzerrungsgeschwindigkeitstensoren

Die bisher hergeleitete Kinematik erlaubt lediglich die Beschreibung von quasi-statischem Materialverhalten. Zur Erweiterung des Modells im Hinblick auf raten-

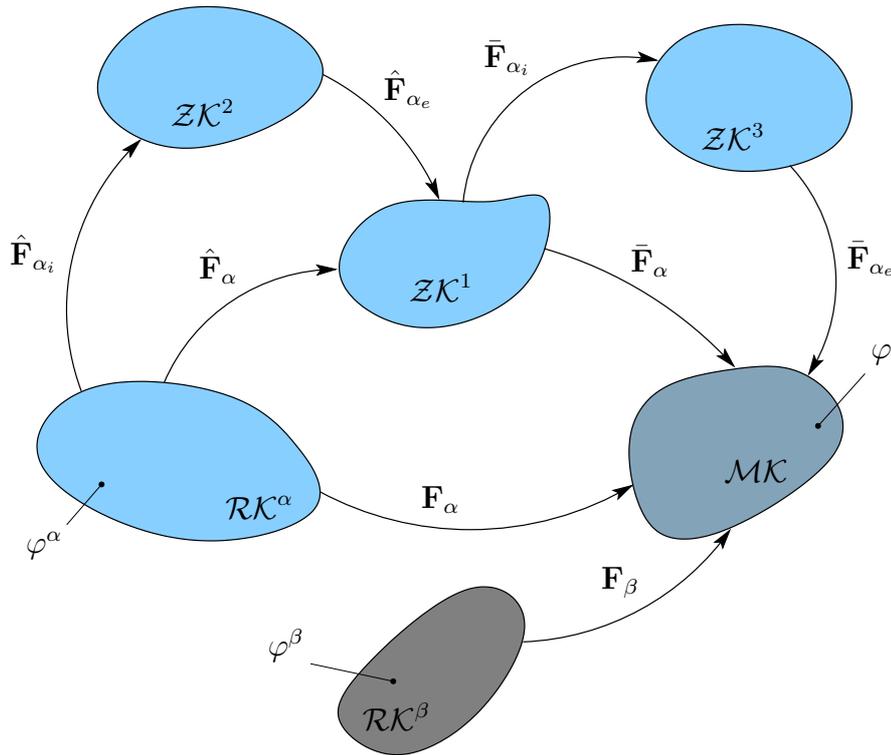


Abbildung 3.3: Kinematik des Modellansatzes der Zweiphasenmischung; Referenzkonfigurationen $\mathcal{R}\mathcal{K}$, Zwischenkonfigurationen $\mathcal{Z}\mathcal{K}$, Momentankonfiguration $\mathcal{M}\mathcal{K}$

abhängiges Verhalten müssen Beziehungen zwischen den zeitlichen Ableitungen der Verzerrungstensoren, also den Verzerrungsgeschwindigkeitstensoren, hergeleitet werden. Auch an dieser Stelle soll auf die ausführliche Darstellung für jede Phase und Konfiguration verzichtet und nur die jeweiligen Terme für die Konstituierende φ^α hergeleitet werden.

Ausgangspunkt der Betrachtung ist die zeitliche Änderung des Green-Lagrange-Verzerrungstensors \mathbf{E}_α im Bezug auf die Konstituierende φ^α ,

$$(\mathbf{E}_\alpha)'_\alpha = \left[\frac{1}{2} (\mathbf{C}_\alpha - \mathbf{I}) \right]'_\alpha = \mathbf{F}_\alpha^T \cdot \mathbf{D}_\alpha \cdot \mathbf{F}_\alpha. \quad (3.38)$$

Dies ist gleichbedeutend mit dem Rückwärtstransport des Deformationsgeschwindigkeitstensors \mathbf{D}_α nach Gl. (3.23). Mit der Umkehrung von Gl. (3.38) kann der Zusammenhang zwischen dem Deformationsgeschwindigkeitstensor und der zeitli-

chen Änderung des Almansi-Tensors berechnet werden. Über die Umformungen

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_\alpha &= \mathbf{F}_\alpha^{-T} \cdot (\mathbf{E}_\alpha)_\alpha' \cdot \mathbf{F}_\alpha^{-1} \\ &= (\mathbf{A}_\alpha)_\alpha' + ((\mathbf{F}_\alpha)_\alpha' \cdot \mathbf{F}_\alpha^{-1})^T \cdot \mathbf{A}_\alpha + \mathbf{A}_\alpha \cdot (\mathbf{F}_\alpha)_\alpha' \cdot \mathbf{F}_\alpha^{-1} \end{aligned} \quad (3.39)$$

kann schließlich die Oldroyd-Ableitung oder obere Lie-Ableitung des Almansi-Tensors angegeben werden,

$$(\mathbf{A}_\alpha)_\alpha^\Delta = (\mathbf{A}_\alpha)_\alpha' + \mathbf{L}_\alpha^T \cdot \mathbf{A}_\alpha + \mathbf{A}_\alpha \cdot \mathbf{L}_\alpha = \mathbf{D}_\alpha. \quad (3.40)$$

Die Oldroyd-Ableitung

$$(\bullet)_\alpha^\Delta = (\bullet)_\alpha' + \mathbf{L}_\alpha^T \cdot (\bullet) + (\bullet) \cdot \mathbf{L}_\alpha \quad (3.41)$$

repräsentiert eine objektive Zeitableitung des Tensors (\bullet) .

Die Übertragung der dargestellten Operationen auf den verwendeten Modellansatz wird in Abb. 3.4 zusammenfassend dargestellt.

3.4 Spannungsmaße

Zur vollständigen Beschreibung und Charakterisierung des Materialverhaltens sind neben den kinematischen Beziehungen, wie sie im Abschnitt 3.3 erläutert wurden, auch die im Laufe der Deformation auftretenden Kräfte von essentieller Bedeutung. Im Inneren des beschriebenen Materials können Kräfte auf die Fläche, auf die sie wirken, bezogen werden. Daraus ergeben sich Spannungsmaße, die sich zur Beschreibung des Materialverhaltens etabliert haben. Da die detaillierten Herleitungen der einzelnen Spannungsmaße bereits vielfach diskutiert und dokumentiert wurden, werden an dieser Stelle nur die Resultate angegeben [80, 87].

In der Momentankonfiguration ergibt sich der Cauchy-Spannungstensor \mathbf{T}^α mit Bezug auf die tatsächliche Querschnittsfläche. Ausgangspunkt ist das Cauchy-Theorem

$$\mathbf{t}^\alpha = \mathbf{T}^\alpha \cdot \mathbf{n}, \quad (3.42)$$

das die Cauchy-Spannung \mathbf{T}^α als lineare Abbildung zwischen einer Schnittflächennormalen \mathbf{n} und dem zugehörigen Oberflächenspannungsvektor \mathbf{t}^α definiert. Der Oberflächenspannungsvektor beschreibt die Ableitung eines externen Kraftvektors

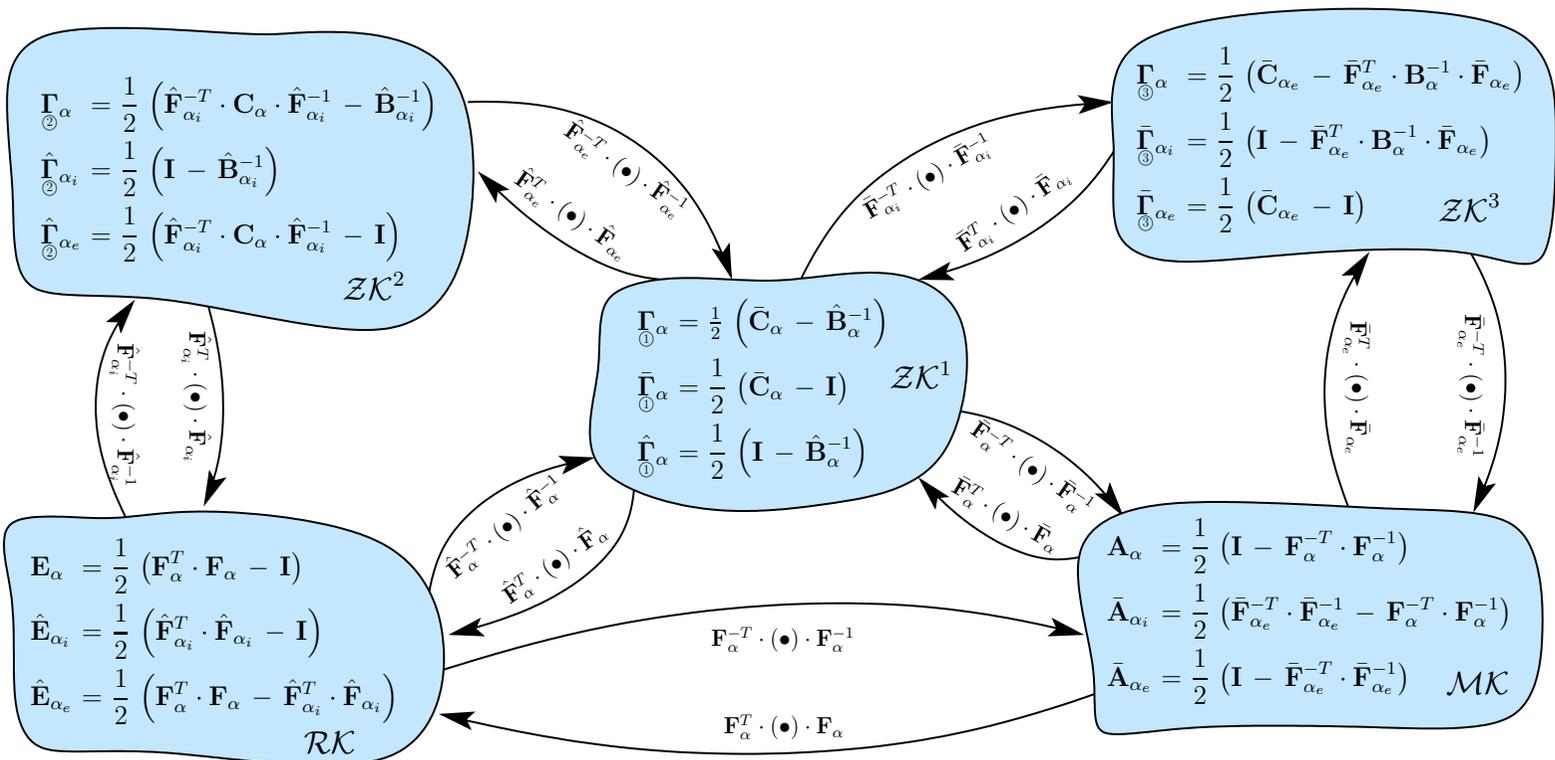


Abbildung 3.4: Transportvorschriften innerhalb der Phase φ^α ; RK : Referenzkonfiguration, ZK^i : Zwischenkonfiguration i , MK : Momentankonfiguration

\mathbf{f}^e nach der betrachteten Schnittfläche a^α ,

$$\mathbf{t}^\alpha = \frac{d\mathbf{f}^e}{da^\alpha}. \quad (3.43)$$

Das Konzept der dualen Variablen nach Haupt & Tsakmakis [82] verlangt nach einer äquivalenten Aussage der Spannungsverhältnisse auf der Referenzkonfiguration. Durch Anwendung einer externen Kraft \mathbf{f}^e auf ein Flächenelement der Referenzkonfiguration lässt sich der 1. Piola-Kirchhoff-Spannungstensor \mathbf{P}^α unter Zuhilfenahme der Nanson-Beziehung (Gl. (3.19)₁) herleiten,

$$\mathbf{P}^\alpha = (\det \mathbf{F}_\alpha) \mathbf{T}^\alpha \cdot \mathbf{F}_\alpha^{-T}. \quad (3.44)$$

Der 1. Piola-Kirchhoff-Spannungstensor bezieht die Kraft der Momentankonfiguration auf die zugehörige Fläche der Referenzkonfiguration, was physikalisch einer Nominalspannung entspricht. Die Eigenschaft eines Zweifeldtensors erschwert jedoch die Anwendung dieses Tensors erheblich, weshalb die Entwicklung einer weiteren Größe ausgehend von \mathbf{P}^α gebräuchlich ist. Der 2. Piola-Kirchhoff-Spannungstensor \mathbf{S}^α ergibt sich unter Zuhilfenahme des Konzepts der dualen Variablen [82] zu

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^\alpha &= \mathbf{F}_\alpha^{-1} \cdot \mathbf{P}^\alpha \\ &= (\det \mathbf{F}_\alpha) \mathbf{F}_\alpha^{-1} \cdot \mathbf{T}^\alpha \cdot \mathbf{F}_\alpha^{-T}. \end{aligned} \quad (3.45)$$

Der 2. Piola-Kirchhoff-Tensor stellt die arbeitskonjugierte Spannung zum Green-Lagrange-Verzerrungstensor \mathbf{E}_α dar. Er bezieht sich ausschließlich auf die Referenzkonfiguration, was eine numerische Implementierung erleichtert, eine physikalische Interpretation jedoch erschwert.

3.5 Bilanzgleichungen

Bilanzgleichungen sind neben den zuvor hergeleiteten kinematischen Zusammenhängen zwischen materiellen Punkten innerhalb eines Körpers im Rahmen einer Bewegung von substantieller Bedeutung für die Modellierung eines Materials und wurden daher schon vielfach diskutiert [16, 52, 217, 219, 226]. Die Bilanzgleichungen bilden Erhaltungssätze zur Verknüpfung der Änderung physikalischer Größen mit den dazu ursächlichen Prozessen wie Zufuhr, Produktion oder Fluss. Durch

Truesdells *Metaphysische Prinzipien* [218] sind axiomatisch eingeführte Eigenschaften gegeben, die das Zusammenspiel der einzelnen Konstituierenden charakterisieren und ein Rahmenwerk für Erhaltungsgrößen in Mehrphasenkontinua bilden.

Demnach muss sich das Verhalten der Mischung φ als mathematische Konsequenz aus dem Verhalten der beteiligten Phasen φ^α ergeben. Die Eigenschaften der Mischung sind durch die Summe der Eigenschaften der Konstituierenden gegeben.

Weiterhin muss es unter Berücksichtigung der Kopplung zwischen den Phasen möglich sein, die Bewegung einer einzelnen Phase losgelöst von der Mischung zu betrachten. Dies erfordert die Einführung bzw. Behandlung von Austauschtermen, die sich in der Summe für die gesamte Mischung auslöschen müssen.

Die dritte Forderung bezieht sich auf die Gleichbehandlung von Konstituierenden und der Mischung bezüglich ihrer Bewegung. Die einzelne Phase φ^α genügt demzufolge dem gleichen Satz an Bewegungsgleichungen wie der gesamte Mehrphasenkörper.

Bei der Erstellung der Bilanzgleichungen kommen in der vorliegenden Arbeit zwei wesentliche Vereinfachungen zum Tragen. Zunächst soll von kinematischer Kopplung zwischen den Konstituierenden ausgegangen werden. Das bedeutet anschaulich die Gleichheit zwischen Schwerpunktgeschwindigkeit der Mischung und den Geschwindigkeiten der Einzelphasen. Als mathematische Konsequenz ergibt sich die Vernachlässigbarkeit von kinetischen Austausch- und Diffusionstermen zwischen den Einzelphasen. Die Beschränkung auf isotherme Prozesse mit homogener Temperaturverteilung wurde bereits in der Einleitung dieses Kapitels angesprochen.

Für eine Betrachtung der Bilanzgleichungen unter Berücksichtigung der Diffusionsprozesse sei auf de Boer [15] oder Diebels [39] verwiesen.

Massenbilanz

Der Ausgangspunkt zur Herleitung der Massenbilanz stellt die Forderung nach Massenkonstanz der Mischung φ dar,

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{B}} \rho \, dv = 0. \quad (3.46)$$

Unter Anwendung des Reynoldsschen Transporttheorems [181] lässt sich daraus die lokale Formulierung der Massenerhaltung herleiten,

$$\dot{\rho} + \rho \operatorname{div} \dot{\mathbf{x}} = 0, \quad \operatorname{div} \dot{\mathbf{x}} = \frac{(\det \mathbf{F}) \cdot}{\det \mathbf{F}}. \quad (3.47)$$

Die zeitliche Integration der lokalen Massenbilanz Gl. (3.47) ergibt schließlich die in der Festkörpermechanik gebräuchliche Formulierung

$$\rho = \rho_0 (\det \mathbf{F})^{-1}, \quad (3.48)$$

mit der Ausgangsdichte ρ_0 und der aktuellen Dichte ρ .

Erneute Anwendung dieser Vorgehensweise für die Konstituierende φ^α liefert unter Vernachlässigung eines Massenaustauschs die zu Gl. (3.47) und Gl. (3.48) analogen lokalen Formen

$$(\rho^\alpha)'_\alpha + \rho^\alpha \operatorname{div} \mathbf{x}'_\alpha = 0, \quad \rho^\alpha = \rho_0^\alpha (\det \mathbf{F}_\alpha)^{-1}. \quad (3.49)$$

Impulsbilanz

Die lokale Formulierung der Impulsbilanz basiert auf dem zweiten Newtonschen Axiom, welches die zeitliche Änderung des Impulses als Folge der auf den Körper wirkenden Fern- und Nahwirkungskräfte interpretiert. Für die Mischung φ ergibt sich unter Verwendung der Massenbilanz (Gl. (3.47)) und des Cauchyschen Fundamentaltheorems

$$\mathbf{t} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} \quad (3.50)$$

die Form

$$\rho \ddot{\mathbf{x}} = \operatorname{div} \mathbf{T} + \rho \mathbf{b}. \quad (3.51)$$

Darin bezeichnet \mathbf{T} den Cauchy-Spannungstensor der Mischung. Die entsprechende analoge Vorgehensweise für die Phase φ^α unter der erneuten Vernachlässigung des Massen- und Impulsaustauschs liefert

$$\rho^\alpha \mathbf{x}''_\alpha = \operatorname{div} \mathbf{T}^\alpha + \rho^\alpha \mathbf{b}^\alpha + \hat{\mathbf{p}}^\alpha, \quad (3.52)$$

mit dem Impulsaustausch $\hat{\mathbf{p}}^\alpha$ und der Cauchyschen Partialspannung \mathbf{T}^α .

Der Vergleich der Koeffizienten zwischen der Bilanz der Mischung (Gl. (3.51)) und der Einzelphase (Gl. (3.52)) unter der Voraussetzung der kinematischen Kopplung liefert schließlich die Zusammenhänge

$$\rho \dot{\mathbf{x}} = \sum_{\alpha} \rho^{\alpha} \mathbf{x}'_{\alpha}, \quad \mathbf{T} = \sum_{\alpha} \mathbf{T}^{\alpha}, \quad \rho \mathbf{b} = \sum_{\alpha} \rho^{\alpha} \mathbf{b}^{\alpha}, \quad \mathbf{0} = \sum_{\alpha} \hat{\mathbf{p}}^{\alpha}. \quad (3.53)$$

Drallbilanz

Aus der Bilanzierung der Dralländerung eines Körpers durch die an ihm wirkenden Momente kann sowohl für die Mischung φ als auch für die Konstituierende φ^α die Forderung nach Symmetrie des Cauchy-Spannungstensors \mathbf{T} bzw. \mathbf{T}^α abgeleitet werden,

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}^T, \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{T}^\alpha = (\mathbf{T}^\alpha)^T. \quad (3.54)$$

Energiebilanz

Ausgangspunkt für die Bilanzierung der inneren Energie ist der erste Hauptsatz der Thermodynamik, der eine Beziehung zwischen der inneren und der kinetischen Energie eines Systems, dem Wärmetransport und einem Energieaustausch mit anderen Konstituierenden herstellt. Er bezieht die Änderung der Energie eines Körpers auf die an ihm verrichtete mechanische und thermische Leistung. Unter Vernachlässigung des Massen- und Energieaustauschs zwischen den Konstituierenden sowie unter Annahme isothermer Prozesse ergibt sich die vereinfachte lokale Formulierung

$$\rho^{\alpha} (\varepsilon^{\alpha})'_{\alpha} + \rho^{\alpha} \mathbf{x}'_{\alpha} \cdot \mathbf{x}''_{\alpha} = \mathbf{x}'_{\alpha} \cdot (\rho^{\alpha} \mathbf{b}^{\alpha} + \operatorname{div} \mathbf{T}^{\alpha}) + \mathbf{T}^{\alpha} : \mathbf{L}_{\alpha}. \quad (3.55)$$

Darin beschreibt ε^α die spezifische innere Energie. Aus Gründen der Übersichtlichkeit soll der Zusatz „spezifisch“ in der Folge ignoriert werden.

Einsetzen der Impulsbilanz Gl. (3.52) in Gl. (3.55) und Anwendung der Identität

$$\mathbf{T}^{\alpha} : \mathbf{L}_{\alpha} = (\mathbf{T}^{\alpha} : \mathbf{D}_{\alpha}) + \underbrace{(\mathbf{T}^{\alpha} : \mathbf{W}_{\alpha})}_{=0} \quad (3.56)$$

liefert schließlich die Energiebilanz der Phase φ^α

$$\rho^\alpha (\varepsilon^\alpha)'_\alpha = (\mathbf{T}^\alpha : \mathbf{D}_\alpha) - \hat{\mathbf{p}}^\alpha \cdot \mathbf{x}'_\alpha. \quad (3.57)$$

Entropiebilanz

Die Bilanzierung der Entropie für die Phase φ^α bzw. die Mischung φ weist einen grundlegenden Unterschied zu den zuvor vorgestellten Relationen auf. Während diese nämlich zur konkreten Berechnung der Entwicklung einer physikalischen Größe genutzt werden, legt die Entropiebilanz lediglich die Prozessrichtung fest. Ausgehend vom zweiten Hauptsatz der Thermodynamik muss ein physikalischer Prozess stets mit einer Entropieerhöhung einhergehen. Mathematisch lässt sich die Entropiebilanz für die Mischung in lokaler Form als

$$\sum_\alpha \left[\rho^\alpha (\eta^\alpha)'_\alpha - \frac{1}{\Theta^\alpha} \rho^\alpha r^\alpha + \operatorname{div} \left(\frac{1}{\Theta^\alpha} \mathbf{q}^\alpha \right) \right] = \sum_\alpha \hat{\eta}^\alpha \quad (3.58)$$

angeben, mit der materiellen Zeitableitung der spezifischen Entropie η^α , dem Wärmefluss \mathbf{q}^α und der Wärmestrahlung r^α , wobei $\hat{\eta}^\alpha$ als Entropieproduktion eingeführt wird. Abkürzend kann die Forderung des zweiten Hauptsatzes in die Form

$$\sum_\alpha \hat{\eta}^\alpha = \hat{\eta} \geq 0 \quad (3.59)$$

gebracht werden. Darin bezeichnet $\hat{\eta}$ die spezifische Entropieproduktion der Mischung. Nutzbar wird die Ungleichung jedoch erst durch die Einführung der Legendre-Transformation der freien Helmholtz-Energie ψ^α der Phase φ^α in Anteile freier Energie ε^α und Entropie η^α ,

$$\psi^\alpha = \varepsilon^\alpha - \Theta^\alpha \eta^\alpha, \quad (3.60)$$

mit der konstanten Temperatur $\Theta^\alpha > 0$ (isotherme Prozesse). Durch Auflösen der Transformation Gl. (3.60) nach η^α und zeitlicher Ableitung bezüglich der Phase φ^α ergibt sich

$$(\eta^\alpha)'_\alpha = \frac{(\varepsilon^\alpha)'_\alpha}{\Theta^\alpha} - \frac{(\psi^\alpha)'_\alpha}{\Theta^\alpha}. \quad (3.61)$$

Einsetzen von Gl. (3.61) in die Entropiebilanz Gl. (3.58) unter Einbeziehung der Energiebilanz Gl. (3.57) liefert schließlich die Clausius-Planck-Ungleichung

$$\sum_{\alpha} [\mathbf{T}^{\alpha} : \mathbf{D}_{\alpha} - \rho^{\alpha} (\psi^{\alpha})'_{\alpha}] = \sum_{\alpha} \Theta^{\alpha} \hat{\eta}^{\alpha} \geq 0. \quad (3.62)$$

3.6 Materialtheorie

Die Entwicklung konstitutiver Gleichungen im Rahmen der Materialtheorie stellt eine Konkretisierung der bisher allgemeingültig gehaltenen Beziehungen der Kinetik und Bilanzgleichungen dar. Sie dienen zur Verknüpfung wirkender Kräfte mit den zugehörigen Deformationen unter Berücksichtigung der konkreten Materialeigenschaften. Auch in den folgenden Überlegungen wird von einer kinematischen Kopplung ausgegangen. Es finden demnach keine Diffusionsprozesse statt, was einen grundlegenden Widerspruch zur gemischtzelligen Porenstruktur darstellt. Die Betrachtung des konkreten Materials in Kapitel 5 wird jedoch zeigen, dass es sich hierbei um eine zulässige Näherung handelt.

3.6.1 Hyperelastizität

Im vorangegangenen Abschnitt wurde die Clausius-Planck-Ungleichung ausgehend von der Entropiebilanz hergeleitet, vgl. Gl. (3.62). Diese wurde in der allgemeinen aufsummierten Form für die Mischung dargestellt. Im Folgenden soll nun die Beschreibung der Konstituierenden für den konkret vorliegenden Fall einer materiell inkompressiblen Festkörperphase φ^S und einer kompressiblen Gasphase φ^G eingeschränkt werden. In der Literatur wird die konkrete Kombination häufig als *Hybrides Modell des Typs 2* beschrieben [15, 39]. Aus der verallgemeinerten Clausius-Planck-Ungleichung folgt dann für den vorliegenden Fall

$$\mathbf{T}^G : \mathbf{D}_G + \mathbf{T}^S : \mathbf{D}_S - \rho^G (\psi^G)'_G - \rho^S (\psi^S)'_S \geq 0, \quad (3.63)$$

mit den Partialspannungen \mathbf{T}^G und \mathbf{T}^S .

Die Festlegung der Prozessvariablen geschieht im Hinblick auf die konstitutive Trennung der Konstituierenden. Zunächst sollen quasi-statische Prozesse (im Gleichgewicht) angenommen werden, was durch den Index $(\bullet)_{eq}$ gekennzeichnet

wird. Als Prozessvariablen \mathcal{S}^{eq} werden im vorliegenden Fall der linke Cauchy-Green-Deformationstensor der Festkörperphase \mathbf{B}_S und die effektive Gasdichte des Porengases ρ^{GR} verwendet,

$$\mathcal{S}^{eq} = \{\mathbf{B}_S, \rho^{GR}\}. \quad (3.64)$$

Die freien Helmholtz-Energiefunktionen für die beiden Konstituierenden ergeben sich gemäß

$$\psi_{eq}^S = \psi_{eq}^S(\mathbf{B}_S), \quad \text{bzw.} \quad \psi_{eq}^G = \psi_{eq}^G(\rho^{GR}). \quad (3.65)$$

Die in Gl. (3.63) benötigten materiellen Zeitableitungen der freien Helmholtz-Energie ergeben sich nach einigen Rechenschritten zu

$$\begin{aligned} \rho^S (\psi_{eq}^S)'_S &= 2\rho^S \left(\frac{\partial \psi_{eq}^S}{\partial \mathbf{B}_S} \cdot \mathbf{B}_S \right) : \mathbf{D}_S, \\ \rho^G (\psi_{eq}^G)'_G &= -\rho^G \frac{\partial \psi_{eq}^G}{\partial \rho^{GR}} \left[\frac{1}{1 - n^S} (\rho^G \mathbf{L}_G : \mathbf{I} + n^S \rho^{GR} \mathbf{L}_S : \mathbf{I}) \right]. \end{aligned} \quad (3.66)$$

Einsetzen in die Clausius-Planck-Ungleichung (3.63) liefert dann schließlich

$$\begin{aligned} 0 &\leq \left(\mathbf{T}_{eq}^S - 2\rho^S \mathbf{B}_S \cdot \frac{\partial \psi_{eq}^S}{\partial \mathbf{B}_S} + n^S (\rho^{GR})^2 \frac{\partial \psi_{eq}^G}{\partial \rho^{GR}} \mathbf{I} \right) : \mathbf{D}_S \\ &+ \left(\mathbf{T}_{eq}^G + \frac{\partial \psi_{eq}^G}{\partial \rho^{GR}} n^G (\rho^{GR})^2 \mathbf{I} \right) : \mathbf{D}_G. \end{aligned} \quad (3.67)$$

Diese Form der Entropieungleichung muss unabhängig von der Deformationsgeschwindigkeit stets erfüllt sein, was gemäß der Argumentation von Coleman & Noll [31] nur dann garantiert werden kann, wenn beide Klammerausdrücke unabhängig voneinander identisch Null werden. Daher ergibt sich für die Partialspannungen \mathbf{T}_{eq}^S und \mathbf{T}_{eq}^G in Festkörper- und Gasphase

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{eq}^S &= 2\rho^S \mathbf{B}_S \cdot \frac{\partial \psi_{eq}^S}{\partial \mathbf{B}_S} - n^S (\rho^{GR})^2 \frac{\partial \psi_{eq}^G}{\partial \rho^{GR}} \mathbf{I}, \\ \mathbf{T}_{eq}^G &= -n^G (\rho^{GR})^2 \frac{\partial \psi_{eq}^G}{\partial \rho^{GR}} \mathbf{I}, \end{aligned} \quad (3.68)$$

mit dem darin vorkommenden effektiven Gasdruck p^{GR} gemäß dem Konzept der effektiven Spannungen [213]

$$p^{GR} = (\rho^{GR})^2 \frac{\partial \psi_{eq}^G}{\partial \rho^{GR}}. \quad (3.69)$$

Unter Einbeziehung der Sättigungsbedingung (Gl. (3.4)) lässt sich der Spannungs-Dehnungs-Zusammenhang der Mischung als die Summe der Partialspannungen darstellen, was zur Formulierung

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{eq} &= \mathbf{T}_{eq}^S + \mathbf{T}_{eq}^G = 2\rho^S \mathbf{B}_S \cdot \frac{\partial \psi_{eq}^S}{\partial \mathbf{B}_S} - (n^G + n^S) p^{GR} \mathbf{I} \\ &= 2\rho^S \mathbf{B}_S \cdot \frac{\partial \psi_{eq}^S}{\partial \mathbf{B}_S} - p^{GR} \mathbf{I} \end{aligned} \quad (3.70)$$

führt.

3.6.2 Viskoelastizität

Als Weiterentwicklung des zuvor dargestellten hyperelastischen Teilmaterialmodells zur Beschreibung von Rateneffekten sollen folgend die entsprechenden Erweiterungen zur Generierung eines viskoelastischen Materialmodells erläutert werden. Die Vorgehensweise ähnelt dabei zunächst derjenigen im Fall der Hyperelastizität. Der Begriff der Viskoelastizität wird zuvor anhand eines anschaulichen rheologischen Modells eingeführt. Ein etablierter Ansatz ist die Parallelschaltung einer Feder mit einer hinreichenden Anzahl an Maxwell-Elementen (vgl. Abb. 3.5). Die Maxwell-Elemente wiederum bestehen aus der Serienschaltung einer Feder der Steifigkeit μ^j und eines Dämpfers der Viskosität η^j .

Die anschauliche Betrachtung dieses Ersatzmodells gibt die Eigenschaften des angestrebten kontinuumsmechanischen Materialmodells wieder. Darin enthalten ist einerseits die Gleichgewichtsfeder der Steifigkeit μ^{eq} , die auch Grundelastizität genannt wird und gänzlich unabhängig von der Belastungsgeschwindigkeit ist. Andererseits besteht das Ersatzmodell aus einer Reihe von Maxwell-Elementen, deren Ratenabhängigkeit durch den Einfluss der enthaltenen Viskositäten zu erklären ist. Für sehr langsame, quasi-statische Belastung liefern die Dämpfer keine Reaktionskraft und folgen der Bewegung. In diesem Fall wird das Materialverhalten rein durch die Grundelastizität bestimmt. Die Durchführung des im Abschnitt

3.3 erläuterten elastisch-inelastischen Splits erlaubt die Aufteilung der im Material auftretenden Spannungen in die ratenabhängigen, viskosen Anteile und die ratenunabhängigen, hyperelastischen Anteile, die im vorherigen Abschnitt bereits hergeleitet wurden.

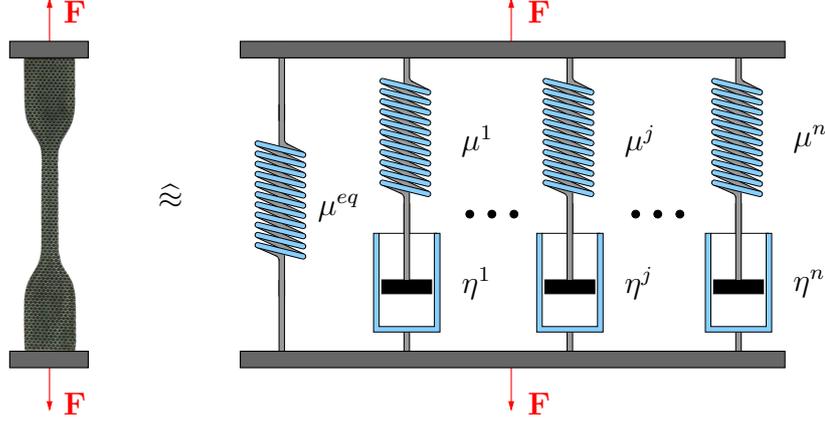


Abbildung 3.5: Rheologisches Ersatzmodell der Viskoelastizität

Die freie Helmholtz-Energie des elastischen Modellanteils wird im Folgenden mit dem Index $(\bullet)_{eq}$ bezeichnet und beschreibt den Gleichgewichtsanteil, die inelastischen Anteile werden mit $(\bullet)_{neq}$ gekennzeichnet.

Ausgehend von der elastisch-inelastischen Aufteilung der Deformation in Gl. (3.33) und den daraus resultierenden Cauchy-Greenschen Deformationstensenoren in jedem Maxwell-Element

$$\mathbf{C}_{\alpha_i}^j = (\mathbf{F}_{\alpha_i}^j)^T \cdot \mathbf{F}_{\alpha_i}^j \quad \text{und} \quad \mathbf{B}_{\alpha_e}^j = \mathbf{F}_{\alpha_e}^j \cdot (\mathbf{F}_{\alpha_e}^j)^T, \quad (3.71)$$

sollen die Prozessparameter \mathcal{S} , die Primärvariablen des Materialmodells, um den elastischen linken Cauchy-Greenschen Deformationstensor $\mathbf{B}_{\mathcal{S}_e}^j$ der Festkörpermatrix ergänzt werden,

$$\mathcal{S} = \mathcal{S}^{eq} \cup \mathcal{S}^{neq} = \{\rho^{GR}, \mathbf{B}_{\mathcal{S}}, \mathbf{B}_{\mathcal{S}_e}^j\}. \quad (3.72)$$

Details hierzu finden sich beispielsweise in [120]. Eine entsprechende mathematische Einbeziehung dieser Erweiterung ist über eine Ergänzung der freien Helmholtz-Energie möglich,

$$\psi = \psi_{eq} + \psi_{neq} = \psi_{eq}^G + \psi_{eq}^S + \underbrace{\psi_{neq}^G}_{=0} + \psi_{neq}^S. \quad (3.73)$$

Da die viskosen Effekte in erster Näherung rein auf die Anwesenheit der viskoelastischen Festkörpermatrix zurückzuführen sind, soll der Nichtgleichgewichtsanteil der Gasphase vernachlässigt werden. Die Gültigkeit dieser Annahme wird im Kapitel 5 anhand der Porenstruktur erläutert. Gemäß der Modellvorstellung aus Abbildung 3.5 lässt sich der Nichtgleichgewichtsanteil der freien Energie auf die jeweils genutzte Anzahl der Maxwell-Elemente innerhalb der Parallelschaltung aufteilen. Für n Elemente gilt

$$\psi_{neq}^S = \sum_{j=1}^n \psi_{neq}^{Sj} (\mathbf{B}_{S_e}^j). \quad (3.74)$$

Den vorher angestellten Überlegungen entsprechend, lässt sich die konkrete Clausius-Planck-Ungleichung für das vorliegende hybride Modell in der Form

$$\begin{aligned} & \mathbf{T}_{eq}^G : \mathbf{D}_G + (\mathbf{T}_{eq}^S + \mathbf{T}_{neq}^S) : \mathbf{D}_S \\ & - \rho^G (\psi_{eq}^G)'_G - \rho^S (\psi_{eq}^S)'_S - \rho^S (\psi_{neq}^S)'_S \geq 0 \end{aligned} \quad (3.75)$$

darstellen. Neben den Ableitungen der Gleichgewichtsanteile gemäß Gl. (3.66) sind diejenigen für den Nichtgleichgewichtsanteil gegeben durch

$$\rho^S (\psi_{neq}^S)'_S = \rho^S \sum_{j=1}^n \frac{\partial \psi_{neq}^{Sj}}{\partial \mathbf{B}_{S_e}^j} : (\mathbf{B}_{S_e}^j)'_S. \quad (3.76)$$

Die darin enthaltene materielle Zeitableitung von $\mathbf{B}_{S_e}^j$ kann nach einigen Rechenschritten durch

$$(\mathbf{B}_{S_e}^j)'_S = \mathbf{L}_S \cdot \mathbf{B}_{S_e}^j + \mathbf{B}_{S_e}^j \cdot \mathbf{L}_S^T - 2 \mathbf{F}_{S_e}^j \cdot (\mathbf{\Gamma}_{S_i}^j)_S^\Delta \cdot (\mathbf{F}_{S_e}^j)^T \quad (3.77)$$

ausgedrückt werden.

Aufgrund der Symmetrie des linken elastischen Cauchy-Greenschen Deformationstensors lässt sich Gl. (3.76) zu

$$\begin{aligned} \rho^S (\psi_{neq}^S)'_S = \sum_{j=1}^n \left[2\rho^S \left(\mathbf{B}_{S_e}^j \cdot \frac{\partial \psi_{neq}^{Sj}}{\partial \mathbf{B}_{S_e}^j} \right) : \mathbf{D}_S \right. \\ \left. - 2\rho^S \frac{\partial \psi_{neq}^{Sj}}{\partial \mathbf{B}_{S_e}^j} : \left(\mathbf{F}_{S_e}^j \cdot (\mathbf{\Gamma}_{S_i}^j)_S^\Delta \cdot (\mathbf{F}_{S_e}^j)^T \right) \right] \end{aligned} \quad (3.78)$$

umformen. Die komplette Clausius-Planck-Ungleichung für das viskoelastische Zweiphasenmodell ergibt sich somit zu

$$\begin{aligned}
& \mathbf{D}_G : \left[\mathbf{T}_{eq}^G + n^G (\rho^{GR})^2 \frac{\partial \psi_{eq}^G}{\partial \rho^{GR}} \mathbf{I} \right] \\
+ & \mathbf{D}_S : \left[\mathbf{T}^S + n^S (\rho^{GR})^2 \frac{\partial \psi_{eq}^G}{\partial \rho^{GR}} \mathbf{I} \right. \\
& \quad \left. - 2J_S^{-1} \rho_0^S \left(\mathbf{B}_S \cdot \frac{\partial \psi_{eq}^S}{\partial \mathbf{B}_S} \right) - 2J_S^{-1} \rho_0^S \sum_{j=1}^n \left(\mathbf{B}_{S_e}^j \cdot \frac{\partial \psi_{neq}^{Sj}}{\partial \mathbf{B}_{S_e}^j} \right) \right] \quad (3.79) \\
+ & 2J_S^{-1} \rho_0^S \sum_{j=1}^n \frac{\partial \psi_{neq}^{Sj}}{\partial \mathbf{B}_{S_e}^j} : \left(\mathbf{F}_{S_e}^j \cdot (\mathbf{\Gamma}_{S_i}^j)_S^\Delta \cdot (\mathbf{F}_{S_e}^j)^T \right) \\
\geq & 0.
\end{aligned}$$

Erneute Anwendung der Argumentation von Coleman & Noll [31] liefert schließlich die die Struktur der Konstitutivgleichungen

$$\begin{aligned}
\mathbf{T}^G &= -n^G (\rho^{GR})^2 \frac{\partial \psi_{eq}^G}{\partial \rho^{GR}} \mathbf{I}, \\
\mathbf{T}^S &= -n^S (\rho^{GR})^2 \frac{\partial \psi_{eq}^G}{\partial \rho^{GR}} \mathbf{I} \quad (3.80) \\
&+ 2J_S^{-1} \rho_0^S \left(\mathbf{B}_S \cdot \frac{\partial \psi_{eq}^S}{\partial \mathbf{B}_S} \right) + 2J_S^{-1} \rho_0^S \sum_{j=1}^n \left(\mathbf{B}_{S_e}^j \cdot \frac{\partial \psi_{neq}^{Sj}}{\partial \mathbf{B}_{S_e}^j} \right)
\end{aligned}$$

und die Dissipationsrestungleichung

$$2J_S^{-1} \rho_0^S \sum_{j=1}^n \frac{\partial \psi_{neq}^{Sj}}{\partial \mathbf{B}_{S_e}^j} : \left(\mathbf{F}_{S_e}^j \cdot (\mathbf{\Gamma}_{S_i}^j)_S^\Delta \cdot (\mathbf{F}_{S_e}^j)^T \right) \geq 0. \quad (3.81)$$

Aus der Dissipationsrestungleichung (3.81) können in einem abschließenden Schritt die Evolutionsgleichungen für die inelastischen Deformationsraten der n Maxwell-Elemente hergeleitet werden. Dazu muss sie zunächst in die Form

$$2J_S^{-1} \rho_0^S \sum_{j=1}^n \left[(\mathbf{F}_{S_e}^j)^T \cdot \frac{\partial \psi_{neq}^{Sj}}{\partial \mathbf{B}_{S_e}^j} \cdot \mathbf{F}_{S_e}^j \right] : (\mathbf{\Gamma}_{S_i}^j)_S^\Delta \geq 0 \quad (3.82)$$

überführt werden.

In Anlehnung an die Arbeiten von Lion [132] oder Sedlan [197] ergibt sich daraus

die Restungleichung des j -ten Maxwell-Elements,

$$\underbrace{2J_S^{-1} \rho_0^S \left[(\mathbf{F}_{S_e}^j)^T \cdot \frac{\partial \psi_{neq}^{Sj}}{\partial \mathbf{B}_{S_e}^j} \cdot \mathbf{F}_{S_e}^j \right]}_{=: \mathbf{Q}^j} : (\mathbf{\Gamma}_{S_i}^j)^\Delta \geq 0. \quad (3.83)$$

Gl. (3.83) ist insbesondere erfüllt, wenn \mathbf{Q}^j und $(\mathbf{\Gamma}_{S_i}^j)^\Delta$ koaxial sind, was für isotrope Materialien über den skalaren Proportionalitätsfaktor η^j realisiert werden kann. Daraus ergibt sich die Berechnungsvorschrift

$$(\mathbf{\Gamma}_{S_i}^j)^\Delta = \frac{1}{\eta^j} 2J_S^{-1} \rho_0^S \left[(\mathbf{F}_{S_e}^j)^T \cdot \frac{\partial \psi_{neq}^{Sj}}{\partial \mathbf{B}_{S_e}^j} \cdot \mathbf{F}_{S_e}^j \right]. \quad (3.84)$$

Verwendung der Identität

$$(\mathbf{\Gamma}_{S_i}^j)^\Delta = (\mathbf{F}_{S_i}^j)^{-T} \cdot (\mathbf{C}_{S_i}^j)' \cdot (\mathbf{F}_{S_i}^j)^{-1} \quad (3.85)$$

und Einsetzen in Gl. (3.84) liefert dann abschließend die n Evolutionsgleichungen für die n inelastischen Deformationsraten

$$(\mathbf{C}_{S_i}^j)' = \frac{1}{\eta^j} 4J_S^{-1} \rho_0^S \left[\mathbf{F}_S^T \cdot \frac{\partial \psi_{neq}^{Sj}}{\partial \mathbf{B}_{S_e}^j} \cdot \mathbf{F}_S \right]. \quad (3.86)$$

Der Proportionalitätsfaktor η^j kann anschaulich als die Viskosität des j -ten Dämpferelements interpretiert werden.

3.6.3 Invariantendarstellung

Die Arbeiten von Marckmann et al. [147] und Beda [7] liefern einen umfassenden Überblick über verschiedene Formen der freien Helmholtz-Energie. Bei isotropem Materialverhalten, wie es in dieser Arbeit angenommen werden kann, hat sich die Formulierung der freien Helmholtz-Energie ψ^S in Abhängigkeit der Hauptinvarianten der Cauchy-Green-Deformationstensors bewährt [11, 183]. Dadurch wird die Skalarwertigkeit der freien Energiefunktion und damit auch die notwendige Objektivität gewährleistet. Da die Hauptinvarianten des linken und rechten Cauchy-Green-Tensors identisch sind, werden nachfolgend alle Größen von \mathbf{B}_S abgeleitet. Außerdem werden die Überlegungen nur für die Festkörpermatrix benötigt, wes-

halb jeweils die Größen der Konstituierenden $(\bullet)_S$ angegeben werden.

Im späteren Verlauf der Arbeit wird ein wesentlicher Schwerpunkt auf die isochoren Deformationstensoren bzw. deren Hauptinvarianten gelegt, weshalb diese in der Folge ebenfalls hergeleitet werden.

Die Berechnung der ersten drei Hauptinvarianten des linken Cauchy-Green-Deformationstensors erfolgt durch Auswertung seines charakteristischen Polynoms

$$\lambda^3 - \mathbf{I}_{\mathbf{B}_S} \lambda^2 + \mathbf{II}_{\mathbf{B}_S} \lambda - \mathbf{III}_{\mathbf{B}_S} = 0, \quad (3.87)$$

welches aus der Lösung des Eigenwertproblems

$$(\mathbf{B}_S - \lambda \mathbf{I}) \cdot \mathbf{v} = 0, \quad \text{bzw.} \quad \det(\mathbf{B}_S - \lambda \mathbf{I}) = 0 \quad (3.88)$$

entsteht. Für den allgemeinen Deformationstensor der Festkörperphase ergibt sich somit

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_S &= \mathbf{F}_S \cdot \mathbf{F}_S^T, \\ \mathbf{I}_{\mathbf{B}_S} &= \text{tr}(\mathbf{B}_S) = \mathbf{B}_S : \mathbf{I}, \\ \mathbf{II}_{\mathbf{B}_S} &= \frac{1}{2} [(\mathbf{B}_S : \mathbf{I})^2 - \mathbf{B}_S^T : \mathbf{B}_S], \\ \mathbf{III}_{\mathbf{B}_S} &= \det(\mathbf{B}_S) = J_S^2. \end{aligned} \quad (3.89)$$

Unter Anwendung der Definition des linken isochoren Cauchy-Green Deformationstensors $\hat{\mathbf{B}}_S = J_S^{-2/3} \mathbf{B}_S$ (Gl. (3.32)₂) und Gl. (3.89) ergeben sich nach einigen Umformungen die Hauptinvarianten des isochoren Deformationsanteils zu der Festkörperphase zu

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{\hat{\mathbf{B}}_S} &= J_S^{-2/3} \mathbf{I}_{\mathbf{B}_S}, \\ \mathbf{II}_{\hat{\mathbf{B}}_S} &= J_S^{-4/3} \mathbf{II}_{\mathbf{B}_S}, \\ \mathbf{III}_{\hat{\mathbf{B}}_S} &= 1. \end{aligned} \quad (3.90)$$

Die Auswertung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung, im Fall der Hyperelastizität also z. B. Gl. (3.70), erfordert jedoch die Ableitung der freien Helmholtz-Energie nach dem jeweiligen Deformationstensor, die dann gemäß der Kettenregel über die Ableitung nach den Invarianten zu berechnen ist. Für das isochore Teilmodell

ergibt sich die Ableitung gemäß

$$\frac{\partial \hat{\psi}^S(\mathbf{I}_{\hat{\mathbf{B}}_S}, \mathbb{I}_{\hat{\mathbf{B}}_S})}{\partial \mathbf{B}_S} = \frac{\partial \hat{\psi}^S}{\partial \mathbf{I}_{\hat{\mathbf{B}}_S}} \underbrace{\frac{\partial \mathbf{I}_{\hat{\mathbf{B}}_S}}{\partial \mathbf{B}_S}}_{\textcircled{1}} + \frac{\partial \hat{\psi}^S}{\partial \mathbb{I}_{\hat{\mathbf{B}}_S}} \underbrace{\frac{\partial \mathbb{I}_{\hat{\mathbf{B}}_S}}{\partial \mathbf{B}_S}}_{\textcircled{2}}. \quad (3.91)$$

Die Ableitungen $\textcircled{1}$ und $\textcircled{2}$ sind gegeben durch

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{I}_{\hat{\mathbf{B}}_S}}{\partial \mathbf{B}_S} &= J_S^{-2/3} \left[\mathbf{I} - \frac{1}{3} \mathbf{B}_S^{-1} \mathbf{I}_{\mathbf{B}_S} \right], \\ \frac{\partial \mathbb{I}_{\hat{\mathbf{B}}_S}}{\partial \mathbf{B}_S} &= J_S^{-4/3} \left[\mathbf{I}_{\mathbf{B}_S} \mathbf{I} - \mathbf{B}_S - \frac{2}{3} \mathbf{B}_S^{-1} \mathbb{I}_{\mathbf{B}_S} \right]. \end{aligned} \quad (3.92)$$

Zur Erstellung des kompressiblen Erweiterungsterms wird in der Folge neben dem isochoren Anteil der freien Energie auch ein volumetrischer Modellteil betrachtet. Diesbezüglich bietet sich die Formulierung von $\bar{\psi}^S$ in Abhängigkeit der dritten Invarianten des linken volumetrischen Cauchy-Green-Deformationstensors $\bar{\mathbf{B}}_S$ an. Aufgrund der geforderten Inkompressibilität des isochoren Anteils muss diese die Bedingung

$$\mathbb{I}_{\bar{\mathbf{B}}_S} = \mathbb{I}_{\mathbf{B}_S} = \det(\mathbf{B}_S) = J_S^2 \quad (3.93)$$

erfüllen. Zur Vereinfachung der physikalischen Interpretation der zusätzlichen internen Variablen wird in Anlehnung an Eipper [51] und Koprowski-Theiß [120] die volumetrische freie Energie als Funktion der Determinante des Deformationsgradienten J_S eingeführt. Die Ableitung nach \mathbf{B}_S ergibt sich damit zu

$$\frac{\partial \bar{\psi}^S(J_S)}{\partial \mathbf{B}_S} = \frac{\partial \bar{\psi}^S}{\partial J_S} \frac{\partial J_S}{\partial \mathbf{B}_S} = \frac{1}{2} J_S \mathbf{B}_S^{-1} \frac{\partial \bar{\psi}^S}{\partial J_S}. \quad (3.94)$$

3.6.4 Darstellung in der Invariantenebene

Zur Motivation der später folgenden Modellstruktur soll zunächst auf das etablierte Konzept der Invariantenebene nach Treloar [216] eingegangen werden. Ursprünglich wurde diese Darstellungsweise für inkompressible Materialien entwickelt. Ein Transfer der Schlussfolgerungen auf kompressible bzw. strukturkompressible Materialien ist logisch möglich, formal aber lediglich auf den isochoren Modellanteil anwendbar. Aus Gründen der Übersichtlichkeit soll auf die Kenntlichmachung der

Festkörperphase verzichtet und lediglich die allgemeine Fassung der Deformationen beschrieben werden.

Generell lassen sich die ersten drei Hauptinvarianten des isochoren linken Cauchy-Green Deformationstensors in diesem Fall in der Koeffizientenschreibweise darstellen als

$$\begin{aligned} \text{I}_{\hat{\mathbf{B}}} &= \hat{\mathbf{B}} : \mathbf{I} = J^{-2/3} B_{ii}, \\ \text{II}_{\hat{\mathbf{B}}} &= \frac{1}{2} \left[\left(\hat{\mathbf{B}} : \mathbf{I} \right)^2 - \hat{\mathbf{B}}^T : \hat{\mathbf{B}} \right] = \frac{J^{-4/3}}{2} \left[(B_{ii})^2 - B_{kl} B_{lk} \right], \\ \text{III}_{\hat{\mathbf{B}}} &= \det \hat{\mathbf{B}} = 1, \end{aligned} \quad (3.95)$$

mit der Determinanten des Deformationsgradienten $J = \sqrt{\det \mathbf{B}}$. Gemäß der Einsteinschen Summenkonvention ist dabei über doppelt vorkommende Indizes zu summieren. Bei Betrachtung eines klassischen uniaxialen Zugversuchs unter Zugrundelegung eines Hauptachsensystems, gekennzeichnet durch den Index $(\bullet)^{UA}$, ergibt sich unter der Annahme von Isotropie das Koeffizientenschema des Deformationsgradienten \mathbf{F}^{UA} und mit Gl. (3.26) das des linken Cauchy-Greenschen Deformationstensors \mathbf{B}^{UA} zu

$$\mathbf{F}^{UA} \hat{=} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{B}^{UA} \hat{=} \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2^2 \end{bmatrix}, \quad J^{UA} = \lambda_1 \lambda_2^2. \quad (3.96)$$

λ_1 stellt darin die Streckung in Zugrichtung dar. Die Verknüpfung von Gl. (3.32)₂ mit Gl. (3.96) liefert den isochoren linke Cauchy-Green Deformationstensor,

$$\hat{\mathbf{B}}^{UA} \hat{=} \begin{bmatrix} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^{4/3} & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^{2/3} & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^{2/3} \end{bmatrix}. \quad (3.97)$$

Die Berechnung der Hauptinvarianten gemäß Gl. (3.95) ergibt schließlich die funktionalen Abhängigkeiten von den jeweiligen Streckungen der Probe (Tabelle 3.1, Spalte ④, Zeilen 1 und 2). Die Einführung der isochoren Streckung der Probe in \mathbf{e}_1 -Richtung gemäß der Vorschrift $\hat{\lambda}_1 = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^{2/3}$ (Tabelle 3.1, Spalte ④, Zeile 3) und Substitution in den beiden konkreten Invarianten liefert schließlich die alter-

native Darstellung gemäß Tabelle 3.1, Spalte ①, Zeilen 4 und 5. Darin wird die kinematische Einschränkung des Versuchstyps ersichtlich. Beide Hauptinvarianten hängen nur von der Größe $\hat{\lambda}_1$ ab und sind damit nicht unabhängig voneinander. Das analoge Vorgehen für den äquibiaxialen Zugversuch liefert die Einträge gemäß Tabelle 3.1, Spalte ③. Der Sonderfall der reinen Scherung ist der Vollständigkeit halber in Spalte ② aufgeführt, stellt jedoch generell einen volumenerhaltenden Versuchstyp dar.

	Uniaxialer Zug ①	Reine Scherung ②	Äquibiaxialer Zug ③
$I_{\hat{\mathbf{B}}} =$	$\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^{4/3} + 2\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^{2/3}$	$3 + \gamma^2$	$2\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_3}\right)^{2/3} + \left(\frac{\lambda_3}{\lambda_1}\right)^{4/3}$
$II_{\hat{\mathbf{B}}} =$	$2\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^{2/3} + \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^{4/3}$	$3 + \gamma^2$	$\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_3}\right)^{4/3} + 2\left(\frac{\lambda_3}{\lambda_1}\right)^{2/3}$
$\hat{\lambda}_1 =$	$\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^{2/3}$		$\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_3}\right)^{1/3}$
$(I_{\hat{\mathbf{B}}})^{subst} =$	$\hat{\lambda}_1^2 + \frac{2}{\hat{\lambda}_1}$	$3 + \gamma^2$	$2\hat{\lambda}_1^2 + \frac{1}{\hat{\lambda}_1^4}$
$(II_{\hat{\mathbf{B}}})^{subst} =$	$2\hat{\lambda}_1 + \frac{1}{\hat{\lambda}_1^2}$	$3 + \gamma^2$	$\hat{\lambda}_1^4 + \frac{2}{\hat{\lambda}_1^2}$

Tabelle 3.1: Hauptinvarianten des isochoren linken Cauchy-Green Deformationstensors $\hat{\mathbf{B}}$ für uniaxialen Zugversuch, reinen Scherversuch und äquibiaxialen Zugversuch und alternative Darstellung mit isochorer Streckung in Längsrichtung

Mit der Auswertung diskreter Dehnungsniveaus für die isochore Längsstreckung $\hat{\lambda}_1$ lassen sich die entsprechenden Kurven $II_{\hat{\mathbf{B}}} = f(I_{\hat{\mathbf{B}}})$ in der Invariantenebene ableiten. Für die drei genannten Standardversuche besteht jeweils eine konkrete mathematische Abhängigkeit zwischen $I_{\hat{\mathbf{B}}}$ und $II_{\hat{\mathbf{B}}}$. Beim uniaxialen Zug werden demnach nur Deformationszustände entlang der Kurve ① in Abb. 3.6 eingenommen, beim äquibiaxialen Zug Zustände entlang der Kurve ③. Die Winkelhalbierende ② ist durch die Kinematik der reinen Scherung charakterisiert.

Durch die Betrachtung des allgemeinen biaxialen Zugversuchs (Index $(\bullet)^{GB}$) hingegen lassen sich der linke Cauchy-Green-Deformationstensor \mathbf{B}^{GB} und mit

$J^{GB} = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$ der zugehörige isochore Anteil $\hat{\mathbf{B}}^{GB}$ herleiten zu

$$\mathbf{B}^{GB} \hat{=} \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^2 \end{bmatrix} \Rightarrow \hat{\mathbf{B}}^{GB} \hat{=} \begin{bmatrix} \frac{\lambda_1^{4/3}}{(\lambda_2 \lambda_3)^{2/3}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\lambda_2^{4/3}}{(\lambda_1 \lambda_3)^{2/3}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\lambda_3^{4/3}}{(\lambda_1 \lambda_2)^{2/3}} \end{bmatrix}, \quad (3.98)$$

was zu den Hauptinvarianten

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{\hat{\mathbf{B}}}^{GB} &= \frac{\lambda_1^{4/3}}{(\lambda_2 \lambda_3)^{2/3}} + \lambda_2^2 + \frac{\lambda_2^{4/3}}{(\lambda_1 \lambda_3)^{2/3}} + \frac{\lambda_3^{4/3}}{(\lambda_1 \lambda_2)^{2/3}}, \\ \mathbf{II}_{\hat{\mathbf{B}}}^{GB} &= \frac{(\lambda_2 \lambda_3)^{2/3}}{\lambda_1^{4/3}} + \frac{(\lambda_1 \lambda_3)^{2/3}}{\lambda_2^{4/3}} + \frac{(\lambda_1 \lambda_2)^{2/3}}{\lambda_3^{4/3}} \end{aligned} \quad (3.99)$$

führt. Durch Elimination der Streckung λ_3 über die isochoren Streckungen

$$\hat{\lambda}_1 = \frac{\lambda_1^{2/3}}{(\lambda_2 \lambda_3)^{1/3}} \quad \text{bzw.} \quad \hat{\lambda}_2 = \frac{\lambda_2^{2/3}}{(\lambda_1 \lambda_3)^{1/3}} \quad (3.100)$$

lässt sich schließlich die äquivalente, substituierte Form zu Tabelle 3.1 (Zeilen 4 und 5) gemäß

$$(\mathbf{I}_{\hat{\mathbf{B}}}^{GB})^{subst} = \hat{\lambda}_1^2 + \hat{\lambda}_2^2 + \frac{1}{\hat{\lambda}_1^2 \hat{\lambda}_2^2}, \quad (3.101)$$

$$(\mathbf{II}_{\hat{\mathbf{B}}}^{GB})^{subst} = \frac{1}{\hat{\lambda}_1^2} + \frac{1}{\hat{\lambda}_2^2} + \hat{\lambda}_1^2 \hat{\lambda}_2^2 \quad (3.102)$$

formulieren. Der wesentliche Unterschied zu den Standardversuchen in Tabelle 3.1 wird durch die Abhängigkeit von zwei Streckungen ersichtlich. Mit Hilfe des allgemeinen biaxialen Zugversuchs ist es daher möglich, die festen kinematischen Zwänge der Standardzugversuche zu verlassen und beliebige Deformationsmuster zu erreichen. Beispielhaft sind sieben Punkte in Abbildung 3.6 eingetragen, die aus den Einzelstreckungen gemäß Tabelle 3.2 resultieren.

Punkt #	1	2	3	4	5	6	7
$\hat{\lambda}_1$	1,20	1,10	1,10	1,05	1,70	1,60	2,00
$\hat{\lambda}_2$	0,95	1,20	1,30	1,50	0,85	1,20	0,80

Tabelle 3.2: Beliebige Deformationszustände in der Invariantenebene charakterisiert durch die unabhängigen isochoren Streckungen $\hat{\lambda}_1$ und $\hat{\lambda}_2$

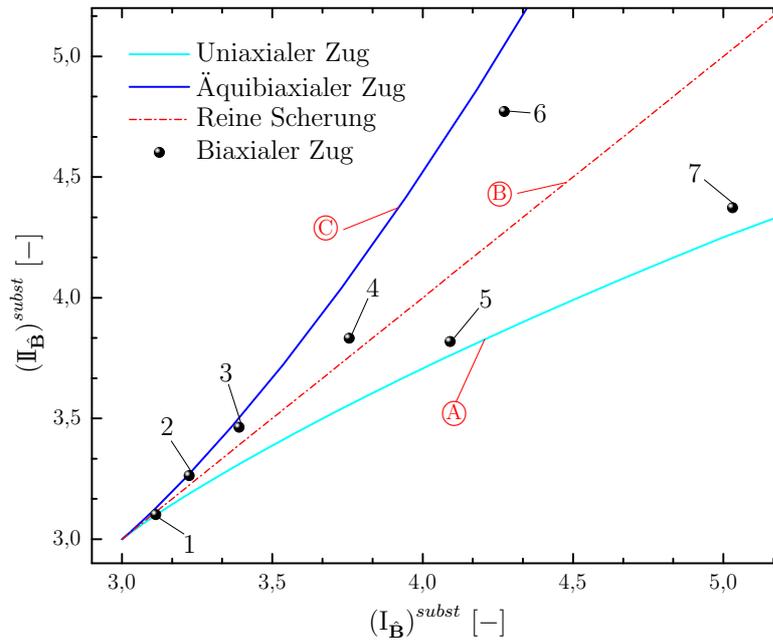


Abbildung 3.6: Deutung der Deformationen gemäß Tabelle 3.2 in der Invariantenebene

Abschließend ist zu erwähnen, dass alle physikalisch möglichen Deformationszustände zu Punkten in der Invariantenebene führen, die von den Kurven des uniaxialen und äquibiaxialen Zugs begrenzt werden [3, 4, 216].

4

Modellstruktur und experimentelle Anlagen

4.1 Anforderungen

Zelluläre Werkstoffe erfreuen sich wachsender Einsatzgebiete. Grund dafür ist unter anderem die Vielzahl an Stellschrauben, die dem Konstrukteur eine Anpassung des Werkstoffs an die individuelle Anforderung der konkret vorliegenden Aufgabe ermöglichen. Als generelle Eigenschaft der Struktur lassen sich die geringe Dichte gegenüber dem jeweiligen Vollmaterial, die hohe Stoßabsorption oder die thermisch und akustisch isolierende Eigenschaft von Polymerschäumen [45, 64, 114, 130, 202] oder anderen Schaumstrukturen [83, 190] nennen. Neben der Auswahl des Matrixmaterials sind auch strukturelle Parameter wie die Porosität, die Porenverteilung oder die Porenstruktur von Bedeutung. So kann die Wärmeleitfähigkeit z. B. durch gezieltes Einbringen geschlossener Poren verringert werden. Dämpfungs- und Schallabsorptionseigenschaften sind ebenfalls über den Festkörperanteil an das gewünschte Materialverhalten anpassbar. Allerdings sind Kopplungen zwischen einzelnen Eigenschaften nicht zu vermeiden, so dass die optimierte Eigenschaft in einer Hinsicht häufig eine Verschlechterung der Eignung in einer anderen Hinsicht nach sich zieht. Dieser Aspekt wird durch den aktuell verstärkt auftretenden Trend der Multifunktionalität von Bauteilen immer wichtiger.

Am Beispiel des Automobils lassen sich potentielle Anwendungsgebiete der unter-

suchten Werkstoffklasse und damit auch typische Anforderungen erläutern. Neben der nahe liegenden Anwendung als Türdichtung sind auch Dichtungen innerhalb des Motorraums vorstellbar. Die schallabsorbierenden bzw. schwingungsdämpfenden Charakteristika werden zum Beispiel in Form der Schallschutzmatte an der Innenseite der Motorhaube genutzt. Ummantelungen von Rohrverbindungen zur thermischen Isolation oder die Anwendung als Dichtring innerhalb einer Rohrverbindung ergänzen das übliche Aufgabenspektrum. Diese kurze Auflistung möglicher Einsatzgebiete gibt bereits einen Überblick über die notwendigen Rahmenbedingungen, die ein adäquates Materialmodell auf Basis geeigneter Experimente beherrschen sollte.

In ihrer Funktion als Dichtkörper bzw. Dichtung muss ein aussagekräftiges mathematisches Modell Informationen über den anliegenden hydrostatischen Druck aufnehmen und bewerten können. Gerade bei der Abdichtung gegenüber druckbelasteten Medien ist die volumetrische Dehnung bzw. Stauchung des Materials von signifikanter Wichtigkeit für die Erfüllung der geforderten Funktion. Im Zuge einer schwellenden Druckbelastung, wie sie beispielsweise aus einer Pumpenförderung resultiert, sind auch zyklische Belastungen unter hydrostatischem Druck von Interesse.

Generell ist die Dichtwirkung am Beispiel des Türdichtprofils stets bedingt durch das besondere Deformationsmuster, welches sich im Material maßgeblich durch das Geometriedesign und die Kontaktstellen zu den Dichtpartnern ergibt. Dieses Deformationsmuster ist geprägt durch die lokale Komprimierung der Dichtung in Kombination mit einer überlagerten, meist mehrdimensionalen Deformation, vgl. Abb. 4.1.

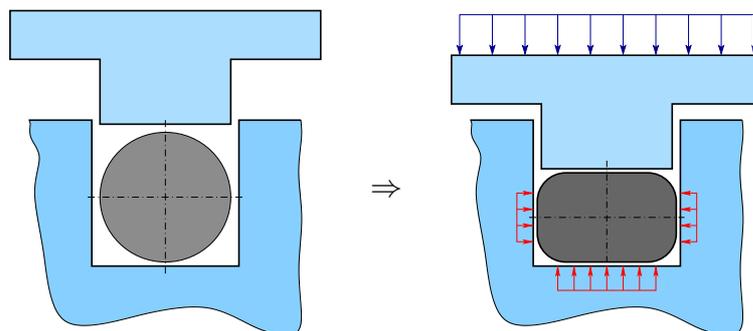


Abbildung 4.1: Dichtwirkung von Profildichtungen aufgrund überlagerter Deformationen

Zu den angedeuteten Deformationen kommt überdies jeweils eine thermische Be-

lastung. Die Temperaturdifferenzen, die durch die Umgebungstemperatur und die Betriebstemperatur des Motors gegeben sind, haben wesentlichen Einfluss auf das viskose Verhalten der betrachteten Bauteile und müssen somit im Rahmen der Modellbildung und experimentellen Charakterisierung beachtet werden.

In diesem Kapitel soll aus Gründen der Übersichtlichkeit auf eine Unterscheidung zwischen den beiden Konstituierenden verzichtet werden und lediglich die makroskopischen Auswirkungen betrachtet werden.

4.1.1 Kompressionsverhalten

Ein wichtiger Aspekt bezüglich des Materialverhaltens des untersuchten, geschäumten Elastomers ist die strukturelle Kompressibilität. Die Stauchung des Materials basiert auf der geometrischen Anordnung der beiden Konstituierenden. Da es sich einerseits um ein kompressibles Gas (Luft) und andererseits um eine materiell inkompressible Festkörperphase (EPDM) handelt, verhält sich die Mischung mit zunehmender Kompression steifer, was sich im Grenzfall der völligen Kompression der Gasphase bis zur nahezu idealen Inkompressibilität steigert. In diesem Fall ergibt sich das Materialverhalten vollkommen durch die inkompressible Festkörperphase, der Volumenanteil der Gasphase verschwindet fast komplett.

Wie sich in der späteren Modellentwicklung zeigen wird, wird eine Trennung von deviatorischen und volumetrischen Deformationsanteilen einen wesentlichen Aspekt in dem verwendeten Modellkonzept darstellen. Daher ist es ebenfalls möglich, den experimentellen Datenpool in diese zwei Teilbereiche zu unterteilen, das Verhalten bei hydrostatischer Kompression und das entsprechende Verhalten unter Zugbelastung. Die Durchführung hydrostatischer Kompressionsversuche ermöglicht zunächst die Anpassung des hyperelastischen Teilmaterialmodells unter hydrostatischem Druck. Die entsprechende freie Helmholtz-Energie ergibt sich in Abhängigkeit von der Determinanten des Deformationsgradienten J zu

$$\psi_{eq} = \bar{\psi}_{eq}(J). \quad (4.1)$$

Da das Kompressionsverhalten, genau wie im Zugbereich, einer gewissen Ratenabhängigkeit unterliegt [120], soll neben den quasi-statischen Untersuchungen bei der Ermittlung der Grundelastizität auch eine zyklisch-dynamische Untersuchung durchgeführt werden.

4.1.2 Mehrachsigkeit

Während die Sinnhaftigkeit der Untersuchung des Kompressionsverhaltens von geschäumten Elastomeren aufgrund typischer Anwendungen auf der Hand liegt, ist die Notwendigkeit multiaxialer Experimente nur bei näherem Hinsehen ersichtlich. Auch an dieser Stelle sollen die ursprünglichen Überlegungen am Sonderfall eines inkompressiblen Modellwerkstoffs angestellt werden. In den späteren Ausführungen wird sich zeigen, dass diese Annahme lediglich eine formale Vereinfachung darstellt und die Aussagen auch für kompressibles Materialverhalten mit reiner Betrachtung des isochoren Deformationsanteils gültig wären. Die latente Mehrachsigkeit kann am Beispiel eines stilisierten Motorlagers aus dem Bereich des Automobilbaus visualisiert werden [200]. Als vereinfachte Geometrie soll eine Konstruktion aus zwei metallischen Traggestellen und dazwischen liegenden inkompressiblen Elastomerpuffern dienen (Abb. 4.2 - links). Im Fall des ruhenden

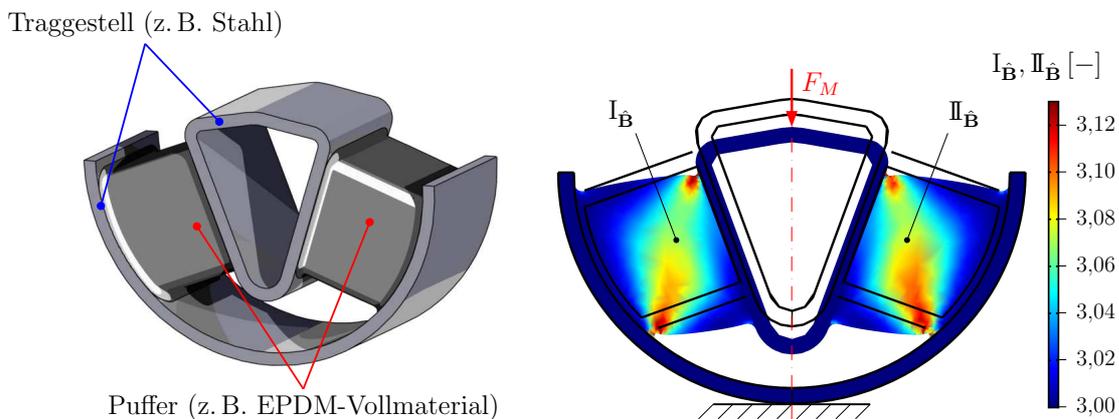


Abbildung 4.2: Beispielbauteil Motorlager; links: vereinfachtes CAD-Modell eines typischen Aufbaus, rechts: Simulation in COMSOL Multiphysics® mit Verlauf $I_{\hat{\mathbf{B}}}$ im linken Puffer und $II_{\hat{\mathbf{B}}}$ im rechten Puffer

Motors soll nur die statische Last des Motorblocks auf das Lager wirken, was dem einfachen Fall einer uniaxialen Belastung entspricht und als wesentliche Reaktion eine Deformation der Elastomerpuffer hervorruft. Das Ergebnis einer entsprechenden Simulation mit COMSOL Multiphysics® ist in Abb. 4.2 - rechts in überhöhter Weise dargestellt. In der Simulation wird ein hyperelastisches Material ohne die genaue Kenntnis inelastischer Effekte verwendet, was zur qualitativen Darstellung ausreichend ist. Im linken Elastomerpuffer ist der räumliche Verlauf der ersten Hauptinvarianten ($I_{\hat{\mathbf{B}}}$) und im rechten Puffer der Verlauf der zweiten Hauptinva-

rianten ($\mathbb{I}_{\hat{\mathbf{B}}}$) von $\hat{\mathbf{B}}$ aufgetragen. Obwohl die Größenordnung beider Invarianten übereinstimmen, zeichnen sich leicht erhöhte Werte von $\mathbb{I}_{\hat{\mathbf{B}}}$ an vielen Positionen ab.

Die punktweise Auswertung der ersten beiden Dehnungshauptinvarianten innerhalb der Puffer liefert die Einordnung der zugehörigen Deformationen in die Invariantenebene gemäß Abb. 4.3. Es wird, trotz der verhältnismäßig kleinen Deformationen bereits ersichtlich, dass der quasi-uniaxiale Belastungszustand, wie er hier angenommen wurde, aufgrund der Bauteilgeometrie zu nahezu jedem Deformationszustand innerhalb des Bauteils führen kann. Tendenziell erscheinen uniaxiale Zustände sogar relativ selten, was die Gültigkeit eines Materialmodells, welches an uniaxialen Daten angepasst wurde, in Frage stellt. Als Kernaussage der an-

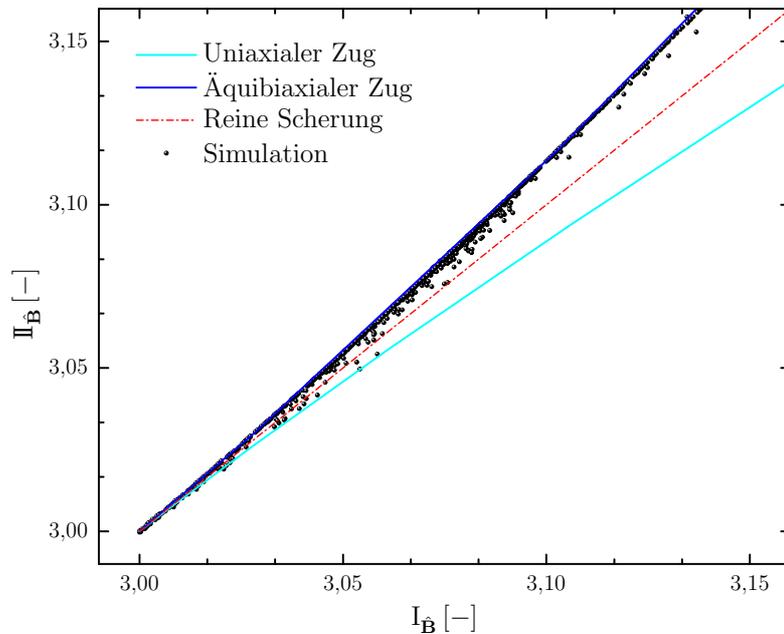


Abbildung 4.3: Einordnung der Pufferdeformationen nach Abb. 4.2 in die Invariantenebene

gestellten Überlegungen lässt sich zusammenfassen, dass die Kinematik des uniaxialen Zuges aufgrund nicht-idealer Bauteilgeometrien nur in Ausnahmefällen anwendungsorientiert ist. In der Regel treten in der Realität Mischformen innerhalb der Invariantenebene auf.

Aus Sicht der kontinuumsmechanischen Modellierung wird der Einfluss der mehrachsigen Deformationen durch den isochoren Anteil der hyperelastischen, freien Helmholtz-Energie berücksichtigt. Die Erweiterung des rein volumetrischen An-

teils liefert die freie Energiefunktion des Gleichgewichtsanteils gemäß

$$\psi_{eq} = \bar{\psi}_{eq}(J) + \hat{\psi}_{eq}(\mathbb{I}_{\hat{\mathbf{B}}}, \mathbb{II}_{\hat{\mathbf{B}}}). \quad (4.2)$$

4.1.3 Ratenabhängigkeit

Ein wichtiger Aspekt in der Modellierung von Elastomeren ist die Betrachtung von inelastischem Materialverhalten, in diesem Fall von Viskoelastizität. Entfestigungseffekte wie der Mullins-Effekt [161, 162, 163] oder der Payne-Effekt [55, 174] sollen im Rahmen der Modellbildung vernachlässigt werden. Für den Bereich der hydrostatischen Kompression wurde die vorhandene Ratenabhängigkeit bereits in die Modellanforderungen aufgenommen. Die Notwendigkeit dieser Formulierung lässt sich ohne Weiteres auf den Zugbereich erweitern. Motivierend kann dazu wieder das zuvor vorgestellte Beispielbauteil des Motorlagers angeführt werden. Die Superposition der statischen Motorlast einerseits und einer dynamischen Schwingung andererseits führt zu einer charakteristischen Belastung. Die Schwingung ist auf die Vibrationen des Motors oder auf den Einfluss des Fahrbelags zurückzuführen. Auch in diesem Fall müssen die geforderten Eigenschaften des Materials sichergestellt werden können. Die Untersuchung des viskoelastischen Materialverhaltens unter mehrachsiger Belastung stellt derzeit aber noch aus verschiedenen Gründen eine besondere Herausforderung dar und soll erst in nachfolgenden Untersuchungen tiefergehende Aufmerksamkeit bekommen. Die besondere Schwierigkeit liegt einerseits in der Auswertung viskoelastischer Effekte bei multiaxialen Deformationen. Zum Zweiten bietet die hier gewählte Methode eine einfache Integration der späteren Untersuchung der Temperaturabhängigkeit des Materials. Dieser Aspekt wird jedoch im folgenden Abschnitt näher beleuchtet.

Ausgangspunkt des angewendeten Verfahrens zur Untersuchung des ratenabhängigen Materialverhaltens ist die Arbeit von Johlitz et al. [103]. Darin wurde ein relativ einfaches, nahezu hyperelastisches Probenmaterial (Silikon) auf Basis biaxialer Zugversuche modelliert und einem Modell, basierend auf uniaxialen Zugversuchen gegenübergestellt. Beide Modellansätze waren dabei in der Lage, ihre originären Experimente numerisch zu reproduzieren. Signifikante Unterschiede traten jedoch bei der Simulation des jeweils anderen Versuchstyps auf. In dieser Bewertung stellte das uniaxial angepasste Modell keine zufriedenstellenden Ergebnisse bereit, während das biaxial angepasste Modell auch Gültigkeit für uniaxiale Experimente bewies. Bei der Durchführung uniaxialer Zugversuche werden nur Deformationszu-

stände angeregt, die mathematisch als Funktion einer Dehnungshauptinvarianten (vgl. Abschnitt 3.6.4) darstellbar sind. Dadurch ist es möglich, den Einfluss der zweiten Hauptinvarianten zu Null zu identifizieren. Aufbauend auf diesen Aussagen liegt die Methode nahe, das hyperelastische Materialmodell auf Grundlage des biaxialen Zugversuchs zu erstellen und das viskose Verhalten nachträglich anhand von uniaxialen Versuchen zu identifizieren. Das Vorgehen der Untersuchung des viskoelastischen Verhaltens unter uniaxialem Zug wurde bereits von Koprowski-Theiß beschrieben [120, 121, 122]. Aufgrund obiger Argumentation ist jedoch davon auszugehen, dass die viskosen Modellanteile einem einfacheren funktionalen Ansatz folgen dürfen. Der Nichtgleichgewichtsanteil des Materialmodells beinhaltet somit lediglich uniaxiale Informationen, wird jedoch mit mehrachsigen Gleichgewichtsspannungen überlagert. Die Neuerung besteht also in der Überlagerung von mehrachsiger Hyperelastizität und uniaxialer Viskoelastizität. Die Kombination der beiden experimentellen Grundlagenversuche liefert die Erweiterung des hyperelastischen Teilmaterialmodells um die Vorhersagbarkeit mehrachsiger Deformationen.

Das ratenabhängige Materialverhalten unter hydrostatischer Belastung wird, wie im quasi-statischen Fall, mit Kompressionstests ermittelt. Daher können beide Anteile der volumetrischen, freien Energiefunktion ähnliche Struktur aufweisen. Im Gegensatz dazu wird der Nichtgleichgewichtsanteil des Materialmodells im Zugversuch nur uniaxial angeregt. Eine eindeutige Identifizierung der Koeffizienten für zwei unabhängige Invarianten ist daher sehr unwahrscheinlich. Die freie Helmholtz-Energie kann demnach im Vergleich zum quasi-statischen Fall vereinfacht werden. In Summe ergibt sich ψ zu

$$\psi = \bar{\psi}_{eq}(J) + \hat{\psi}_{eq}(\mathbf{I}_{\hat{\mathbf{B}}}, \mathbf{II}_{\hat{\mathbf{B}}}) + \bar{\psi}_{neq}(J) + \hat{\psi}_{neq}(\mathbf{I}_{\hat{\mathbf{B}}}). \quad (4.3)$$

Die Reihenfolge der Summanden in Gl. (4.3) ist dabei so gewählt, dass Kopplungen zwischen den Parametern bzw. den zugehörigen Experimenten nur von links nach rechts auftreten. Die Parameter des Energieanteils $\bar{\psi}_{eq}(J)$ beispielsweise spielen eine Rolle bei der Bestimmung der darauf folgenden Summanden. Für die umgekehrte Reihenfolge gilt das nicht.

4.1.4 Temperaturabhängigkeit

Auch die letzte große Anforderung an das Material kann über das bereits beschriebene Motorlager (Abb. 4.2) begründet werden. Gerade im Automobilbau sind elastomere Bauteile häufig einem breiten Temperaturspektrum ausgesetzt. Zwischen dem Kaltstart an einem Wintermorgen und der endgültigen Betriebstemperatur liegen nicht selten Temperaturdifferenzen von 140°C vor (−20°C bis 120°C). Die Hauptbelastung wird weniger durch die extremalen Temperaturen, als vielmehr durch die verhältnismäßig schnellen Temperatursprünge begründet. Gerade im Bereich des Motorraums werden bei neuen, immer leistungsfähigeren Motoren auch die thermischen Belastungen stetig gesteigert. Grund dafür sind kompaktere Bauformen, höhere Leistungsdichten und nicht zuletzt die Abdichtung des Motorraums aus Gründen der Schallisolierung. Letzteres bewirkt gleichermaßen eine thermische Isolierung des Motorraums. Die Temperaturdifferenz zwischen Ruhe- und Lastphase wird, dem aktuellen Trend folgend, also künftig noch weiter ansteigen. In der Folge dieser Argumentation kann die schallabsorbierende Wirkung von Dichtprofilen an der Motorhaube aber auch in direkten Zusammenhang zu der aktuellen Betriebstemperatur im Motorraum gesetzt werden, was die Sinnhaftigkeit einer entsprechenden Untersuchung nochmals unterstreicht. Der Ansatz, der hier bezüglich der Modellierung Verwendung findet, wurde beispielsweise von Johlitz et al. [104] beschrieben. Seine Gültigkeit ist auf isotherme Prozesse mit homogener Temperaturverteilung beschränkt. Dabei wird das untersuchte Material in der Nähe der Raumtemperatur charakterisiert und vollständig, inklusive Parameteridentifikation modelliert. Der Temperatureinfluss kann dabei im Rahmen der Modellbildung vernachlässigt werden. Anschließend werden die bereits ermittelten Materialparameter in temperaturabhängige Größen überführt und mit einem entsprechenden mathematischen Ansatz ausgedrückt. Die hier und bei Johlitz et al. [104] verwendete Ansatzfunktion geht dabei auf Arbeiten von Ferry [53] zurück und folgt einem Arrhenius-Ansatz in der Form

$$p(\Theta) = p^{\Theta_0} \cdot \exp \left[b \left(1 - \frac{\Theta}{\Theta_0} \right) \right]. \quad (4.4)$$

Darin beschreibt Θ die aktuelle Temperatur, Θ_0 die Raumtemperatur und p^{Θ_0} den Parameterwert, der bei Raumtemperatur identifiziert wurde. Die genaue Vorstellung der Methode erfolgt in Kapitel 6. Als kurze Anmerkung sei aber an dieser Stelle bereits erwähnt, dass die Temperaturabhängigkeit des hyperelastischen Teilmodells aufgrund des deutlich geringeren Einflusses gegenüber dem inelasti-

schen Anteil vernachlässigt wird und somit nur die viskosen Parameter angepasst werden müssen. Der praktische Vorteil besteht in der Beschränkung der Versuche bei verschiedenen Temperaturen auf die uniaxialen zyklischen Versuche. Aus der genannten Prozedur ergibt sich eine fiktive Erweiterung der freien Helmholtz-Energie gemäß Gl. (4.3) durch

$$\psi = \bar{\psi}_{eq}(J) + \hat{\psi}_{eq}(\mathbf{I}_{\hat{\mathbf{B}}}, \mathbf{II}_{\hat{\mathbf{B}}}) + \bar{\psi}_{neq}(J, \Theta) + \hat{\psi}_{neq}(\mathbf{I}_{\hat{\mathbf{B}}}, \Theta). \quad (4.5)$$

Aufgrund der Vernachlässigung der thermischen Effekte im Rahmen der kontinuumsmechanischen Betrachtung dient diese Fassung lediglich dem Verständnis der Vorgehensweise.

4.2 Experimentelle Vorgehensweise

In den vorangegangenen Abschnitten wurden die technischen Anforderungen an ein adäquates Materialmodell anhand von Herausforderungen an das Material im Rahmen realistischer Anwendungsbereiche dargestellt. Der Konsens zwischen den Anforderungen und den gegebenen Möglichkeiten liefert eine Strategie, die ein Zusammenspiel zwischen dem theoretischen, kontinuumsmechanischen Ansatz und den experimentell realisierbaren Messergebnissen gewährleistet. So wird der zuvor vorgestellte volumetrisch-isochores Split durch die Trennung von hydrostatischen Druck- und allgemeinen Zugversuchen experimentell umgesetzt, wobei hier aufgrund von Kopplungen auf die Einhaltung der Reihenfolge gemäß Gl. (4.3) geachtet werden muss. Dabei gilt es jedoch zu beachten, dass die hydrostatischen Versuche sowohl für das hyperelastische, als auch für das ratenabhängige (volumetrische) Teilmodell genutzt werden können. Im Fall der Zugversuche muss jedoch aufgrund der komplexen Auswertung eine weitere Aufteilung in uni- und biaxiale Experimente durchgeführt werden. Das hyperelastische Teilmodell wird daher mit Hilfe biaxialer Zugversuche angepasst und additiv durch Nichtgleichgewichtsanteile aus zyklischen, uniaxialen Zugversuchen ergänzt. Um eine anschließende Modifikation der ermittelten Materialparameter mit Blick auf ihre Temperaturabhängigkeit zu ermöglichen, müssen die dynamischen Versuche bei verschiedenen Temperaturen durchgeführt werden. Grafisch zusammengefasst lässt sich die experimentelle Strategie wie in Abb. 4.4 gezeigt in die kontinuumsmechanische Modellstruktur integrieren. Zunächst werden quasi-statische Kompressions- (①)

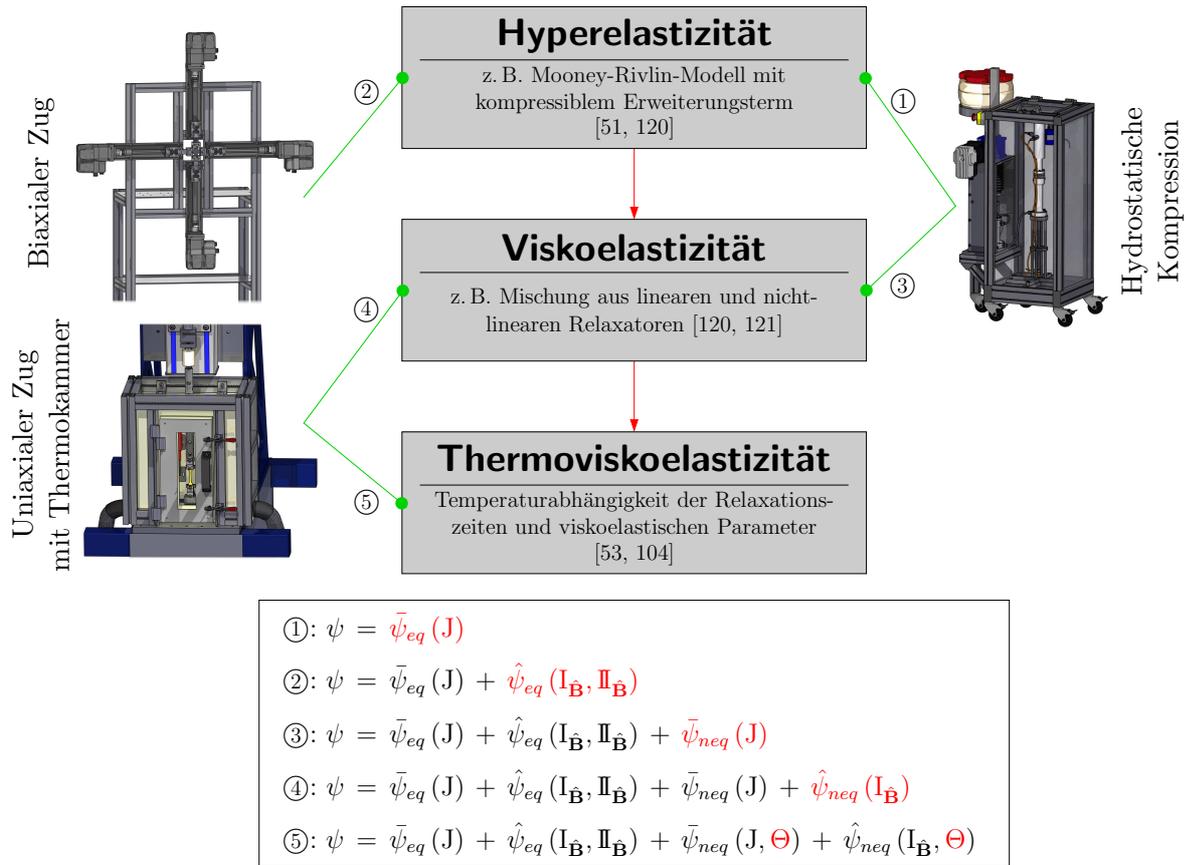


Abbildung 4.4: Experimentelle Vorgehensweise zur Modellentwicklung mit den zugrundeliegten Versuchsständen und den jeweils angesprochenen Teilen der freien Helmholtz-Energie (rot)

und Biaxialzugversuche (②) durchgeführt und zur Anpassung des hyperelastischen Teilmaterialmodells unter Druck und Zug verwendet. Die zyklischen Kompressionsversuche (③) und zyklischen, uniaxialen Zugversuche bei Raumtemperatur (④) kalibrieren anschließend das ratenabhängige Teilmodell. Die Modifikation des inelastischen Modellanteils bezüglich seiner Temperaturabhängigkeit erfolgt anhand zyklischer, uniaxialer Zugversuche unter variierter Temperatur (⑤).

4.3 Experimentelle Anlagen

Wie in Abschnitt 4.1 bereits angedeutet, sieht die verwendete Charakterisierungsstrategie eine Nutzung verschiedener experimenteller Methoden und Setups vor. Dazu zählen neben dem gängigen einachsigen Zugversuch mit der Ergänzung um

eine Thermokammer ein hydrostatischer Kompressionsversuch und ein biaxialer Zugversuchsstand. Außerdem kommt eine erweiterte optische, dreidimensionale feldliche Dehnungsmessung zur Anwendung, die eine Auswertung biaxialer Experimente an kompressiblen Werkstoffen ermöglicht. Da diese Methode für das Grundverständnis der nachfolgenden Überlegungen notwendig ist, soll sie zunächst kurz erläutert werden. Anschließend folgen Übersichten über die weiteren genutzten Versuchsstände und die entsprechenden Methoden.

4.3.1 Optische Dehnungsmessung

Digitale Bildkorrelation (DIC)

Das verwendete Verfahren der digitalen Bildkorrelation (*Digital Image Correlation* - *DIC*) basiert auf Korrelationsalgorithmen aus dem Bereich der Signalverarbeitung [115, 212]. Dort werden diese Verfahren ursprünglich zur Quantifizierung der Ähnlichkeit zweier Signale genutzt und können damit in abgewandelter Form zur Wiedererkennung von Mustern eingesetzt werden. Die verwendete Methode weist als zusätzliche Besonderheit nicht nur die Erkennung von Mustern auf, sondern kann über die Ähnlichkeit zweier Eingangssignale auch die Entwicklung zwischen zwei Signalzuständen ermitteln. Im Fall der optischen Deformationsmessung wird dazu ein stochastisches Muster auf einem Prüfkörper zu unterschiedlichen Zeitpunkten mit seiner ursprünglichen Form verglichen. Die Veränderung des Musters kann dabei genau klassifiziert werden, wenn es sich bei dem Ursprungsmuster um eine zufällige Punktwolke handelt. Durch die Deformation variieren die Abstände zwischen den einzelnen Punkten, die Ähnlichkeit zur Referenzlage ist aber dennoch gegeben und numerisch feststellbar. Da die Methoden der DIC in dieser Arbeit nur über eine kommerziell erhältliche Software genutzt werden, soll an dieser Stelle für Details auf die einschlägige Literatur verwiesen werden [211, 212].

In dieser Arbeit kommt die Software *ISTRA 4D*[®] von Dantec Dynamics [34] zur Anwendung. Eine vereinfachte Darstellung der Funktionsweise kann der Abb. 4.5 entnommen werden. Ein zufällig auf die Probenoberfläche aufgebracht Punktmuster (*speckle pattern*) wird, wie in Abb. 4.5 gezeigt, in verschiedenen Deformationsphasen aufgezeichnet. Zunächst wird das Referenzbild in kleinere Teilausschnitte zerlegt. Ein solches Teilbild ist beispielsweise durch den roten Rahmen in der Referenzkonfiguration in Abb. 4.5 angedeutet. Dieser Teilausschnitt (*subset*)

wird in den nachfolgenden Aufnahmen erneut gesucht. Hierbei genügt es, eine der Referenzkonfiguration ähnliche Struktur, welche beispielsweise durch Streckung, Rotation oder Verschiebung entsteht, zu finden. Die Transformation, die das Subset zwischen den Konfigurationen erfährt, dient zusammen mit seiner Verschiebung als Maß für die Oberflächen deformation an der gesuchten Stelle.

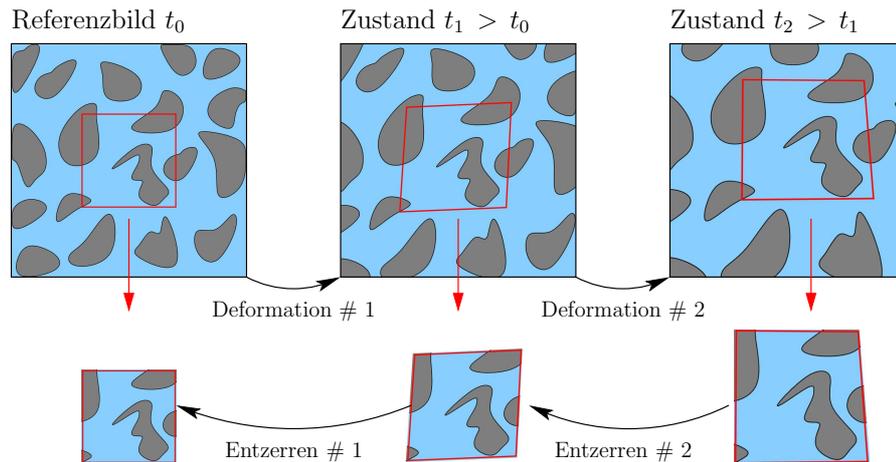


Abbildung 4.5: Funktionsweise der digitalen Bildkorrelation (*DIC*); Referenzzustand und zwei Momentankonfigurationen

Ausgehend von den Grundlagen des Verfahrens können die Anforderungen an das zu korrelierende Muster abgeleitet werden. Reguläre Strukturen sind für die eindeutige Wiedererkennung des Musters ungeeignet, da hier häufig periodische Wiederholungen einzelner Teilelemente auftreten und somit eine eindeutige Zuordnung der ursprünglichen Lage des Teilmusters ausgeschlossen oder zumindest erschwert wird. Das Besprühen der betrachteten Oberfläche mit handelsüblichem Lackspray hat sich aus diesem Grund als zweckmäßig erwiesen, da dadurch in der Regel eine stochastische Verteilung von Einzelpunkten entsteht. Die Feinheit des Musters richtet sich allerdings nach den Prozessparametern, wie dem Arbeitsabstand der Kameras, der verwendeten Lackfarbe oder der Beleuchtung.

Alternative Methoden zur Aufbringung eines geeigneten Musters sind durch Aufbrennen von Tonerpulver oder Kontakt- bzw. UV-Lithographie gegeben [196, 200, 211]. Da das Aufsprühen von Lack aber sowohl eine kostengünstige und einfache Methode darstellt, als auch verträglich mit dem verwendeten Probenmaterial ist, wird diese Methode verwendet. Das Aufbrennen von Tonerpulver hingegen hätte eine Zerstörung, zumindest aber eine Beeinflussung des Probenmaterials zur Folge.

Erweiterte Digitale 3D-Bildkorrelation

Die Methode der digitalen Bildkorrelation spielt in aktuellen experimentellen Arbeiten im Bereich der Materialcharakterisierung eine immer wichtigere Rolle [27, 164, 220]. Eine Methode, die dabei insbesondere auf dem Vormarsch ist, ist die Kombination von Korrelationsalgorithmen und der Bildaufnahme mit Hilfe stereoskopischer Kamerasysteme. Dieses Verfahren bietet gerade im Bereich der Messung komplexer Probengeometrien erhebliche Vorteile [2]. Durch die Möglichkeit dreidimensionaler Messungen werden auch sogenannte *out-of-plane*-Bewegungen, also Bewegungen senkrecht zur eigentlichen Bildebene erfasst. Grundlage des Verfahrens ist die stereoskopische Betrachtung einer Szene aus zwei verschiedenen Blickwinkeln und anschließender Superposition zu einer dreidimensionalen Struktur. Das Prinzip arbeitet analog zum menschlichen Augenpaar, welches einen räumlichen Eindruck von der Umgebung mittels Triangulation ermöglicht. Neben der Erfüllung bestimmter geometrischer Randbedingungen, wie der Anordnung der Kameras unter einem problemangepassten Winkel, müssen auch die optischen Parameter des Systems vollständig bekannt sein. In der verwendeten Software *ISTRA 4D*[®] wird dies technisch durch die Kalibrierung mit Hilfe definierter Kalibrierplatten umgesetzt. Diese speziell strukturierte Glasplatte wird dazu in unterschiedlichen Ausrichtungen aus zwei verschiedenen Perspektiven aufgezeichnet. Die Rücktransformation der Abbildung auf das Koordinatensystem der Kalibrierplatte liefert schließlich die jeweilige Position und Ausrichtung der Kameras und damit auch die Orientierung der Kameras zueinander. Details zum Verfahren wurden unter anderem von Scheffer [188] vorgestellt.

Nach der Bestimmung der Hardwareparameter für das Kamerasystem kann schließlich die Durchführung der Experimente erfolgen. Abb. 4.6 verdeutlicht allerdings ein essentielles Problem bei der dreidimensionalen Messung mit einem gewöhnlichen stereoskopischen Kamerasystem. Darin sind eine ideal (links) und eine real (rechts) eingespannte Zugprobe erkennbar.

Beide Proben sind in der dargestellten Konfiguration aus ihrer gestrichelt gezeichneten Ausgangslage (Ausgangsdicke d_0) gestreckt und deformiert. Die Betrachtung der Probe von nur einer Seite ermöglicht zwar die Berechnung der Oberflächenbewegung dieser Seite, die Änderung der Dicke wird jedoch nur durch die zusätzliche Annahme der identischen Deformation beider Probenseiten approximierbar. Im Fall idealer Verhältnisse, also optimal planarer Einspannung, ideal paralleler Oberflächen und exakt bekannter Probendicke ist die Annahme der Symmetrie generell zulässig. Allerdings ist es nahezu unmöglich, sämtliche Voraussetzungen für diese

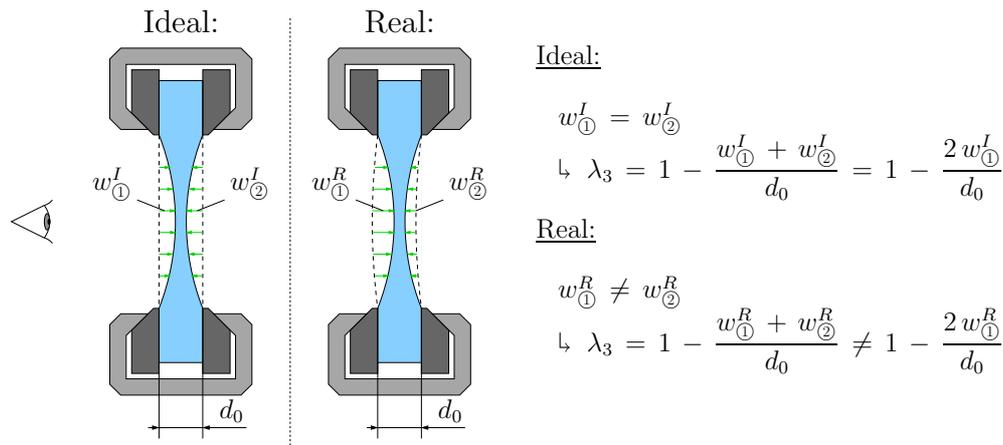


Abbildung 4.6: Notwendigkeit der erweiterten 3D-Bildkorrelation durch Vergleich idealer (links) und realer (rechts) Einspannsituation bei Betrachtung aus einer Richtung

Approximation zu erfüllen, da die Fixierung einer Probe in einer Klemmvorrichtung immer eine gewisse Deformation zur Folge hat. Starrkörperbewegungen der Probe können daher nicht von den Deformationen unterschieden werden. Bei der Analyse kompressibler Werkstoffe, wie dem hier verwendeten zellulären EPDM, ist es demnach in Abwesenheit einer Inkompressibilitätsnebenbedingung zwingend erforderlich, beide Probenoberflächen zu betrachten, um auf die Dickenänderung zu schließen. Die Umsetzung dieser Idee erfolgt, wie in Abb. 4.7 dargestellt, durch die zusätzliche Nutzung eines zweiten, gegenüberliegend positionierten stereoskopischen Kamerasystems. Die Abbildung gibt Aufschluss über die beiden Kamera-paare ① und ②, die jeweils eine Seite der Biaxialprobe beobachten sowie über die einzelnen Sichtbereiche $\textcircled{\alpha}$ und $\textcircled{\beta}$ des Kamerapaars ①.

Die grundlegende Funktionsweise der Stereoskopie wird bei genauerer Betrachtung des Koordinatensystems deutlich. Während die z -Koordinate in Abbildung 4.7 $\textcircled{\alpha}$ korrekt dargestellt wird, wird in $\textcircled{\beta}$ nur das spiegelverkehrte Abbild erkennbar. Aus den analogen Informationen über die räumliche Anordnung des Systems lässt sich dann mit Hilfe der bekannten Kalibrierdaten eine dreidimensionale Struktur errechnen. Die identische Durchführung der Methode für das Kamerapaar ② liefert die korrespondierende Aussage der gegenüberliegenden Probenoberfläche. Die letzte Hürde zur vollständigen Ermittlung der dreidimensionalen Dehnungs-information ist die Kalibrierung beider Kamerasysteme auf das selbe Koordinatensystem. Ein wesentlicher Vorteil der Software *ISTRA 4D*[®] gegenüber anderen vergleichbaren Systemen ist das Vorhandensein einer automatisierten Routine zur Ermittlung des gemeinsamen Koordinatensystems der Kamera-paare. Diese Mög-

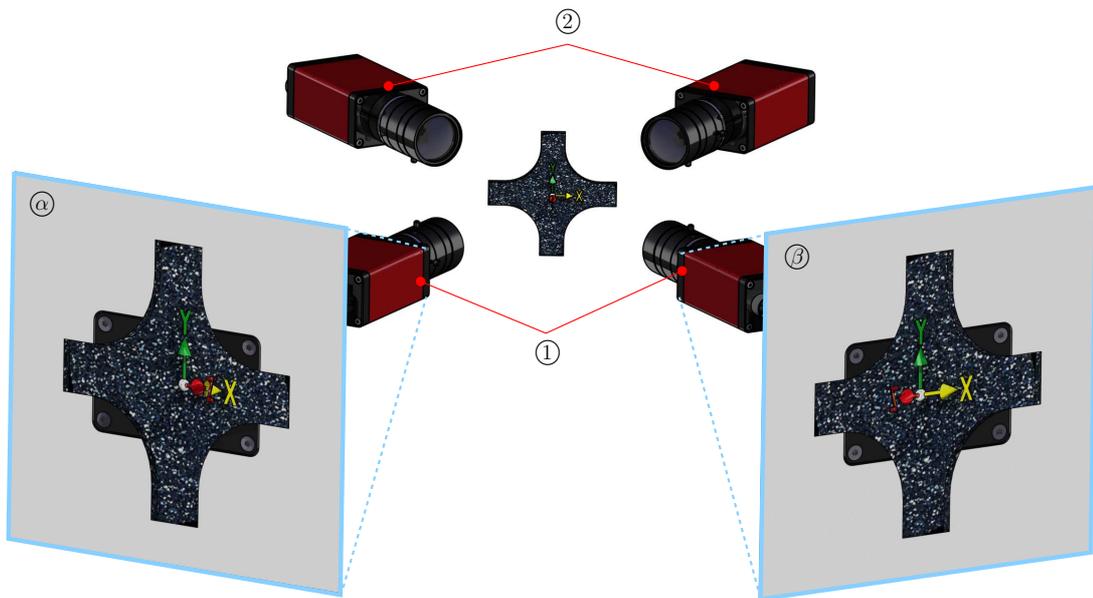


Abbildung 4.7: Erweiterte 3D-Bildkorrelation: zwei stereoskopische Kamerasysteme mit zugehörigen Bildausschnitten

lichkeit wird häufig nur über Umwege zur Verfügung gestellt. Technisch wird die Kalibrierung über eine doppelseitige, hochgenau vermessene Glaskalibrierplatte gelöst. Dabei kann die Kalibrierung gleichzeitig für zwei oder mehr Kamerapaaare durchgeführt und diese in der Folge auf einen gemeinsamen Koordinatenursprung eingemessen werden. Der Mehraufwand gegenüber der Kalibrierung eines Kamerapaaars ist vernachlässigbar. Da es sich bei beiden Methoden jeweils um eine dreidimensionale Auswertung handelt, wird zur begrifflichen Abgrenzung künftig von 3D-Bildkorrelation im Falle der einfachen Stereoskopie und von erweiterter 3D- oder 360°-3D-Bildkorrelation im Fall der Stereoskopie mit mehreren Kamerasystemen die Rede sein.

4.3.2 Hydrostatischer Kompressionsversuch

Ein wichtiger Bestandteil der Charakterisierung kompressibler Dichtwerkstoffe ist die Untersuchung des Materialverhaltens unter hydrostatischer Kompression. Der dazu genutzte Versuchsaufbau wurde bereits in früheren Arbeiten verwendet und beschrieben, weshalb an dieser Stelle nur noch die wichtigsten Merkmale genannt werden sollen, detailliertere Darstellungen sind [120, 121, 122, 198, 199, 201] zu entnehmen.

Herzstück der Anlage ist ein Druckwandler mit fest adaptierter Probenkammer der Firma Hähnchen Hydraulik GmbH & Co. KG [73]. Der Druckübersetzer wird kolbenseitig von einem Antriebszylinder gespeist, welcher seinerseits über einen Schrittmotor mit Kugelumlaufspindel verfahren wird, vgl. Abb. 4.8.

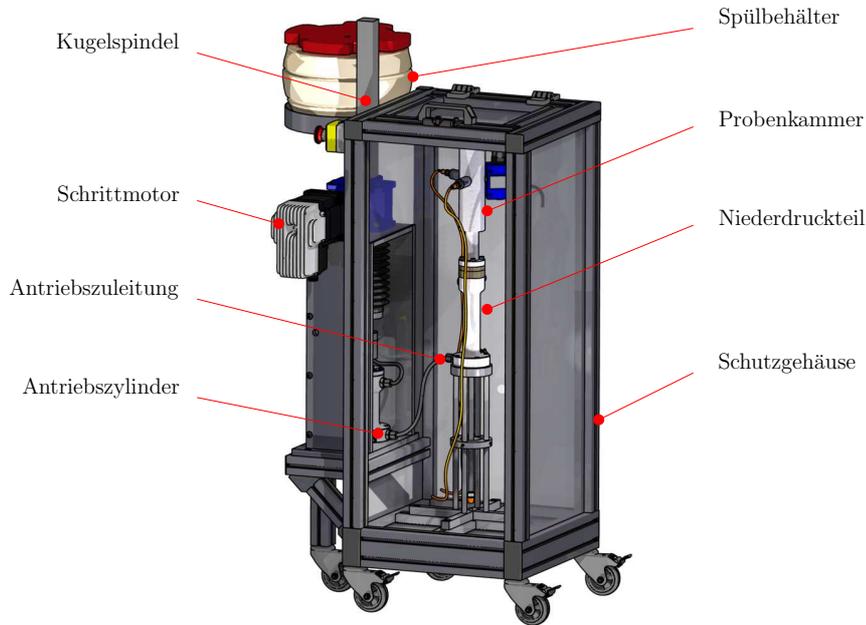


Abbildung 4.8: Gesamtaufbau hydrostatischer Kompressionsversuch

Durch das Übersetzungsverhältnis des Druckwandlers (Abb. 4.9), welches durch das Wirkflächenverhältnis zwischen Kolben- und Kolbenstange gegeben ist, stellt sich in diesem Fall eine Druckerhöhung um den Faktor $\mathcal{R}_{DV} \approx 10$ ein. Damit kann ein deutlich erhöhter Prüfdruck bei gleichbleibender Antriebsdimensionierung erreicht werden.

Als Hydraulikfluid wird auf Wasser mit einem zugegebenen Korrosionsschutz (Hydransafe HFA-S5, Fa. Total) zurück gegriffen. Grund dafür ist einerseits die leichte Verfügbarkeit und der verhältnismäßig unkomplizierte Umgang mit der Mischung. Andererseits weist Wasser im Vergleich zu üblichen Hydraulikflüssigkeiten wie Ölen etc. eine wesentlich geringere Löslichkeit von Luft auf [128, 150, 198, 199]. Dementsprechend ist das zu erwartende Luftvolumen, welches in der Kompressionskammer aufgrund des Hydraulikfluids vorhanden ist, bei Wasser wesentlich geringer als bei Öl. Dadurch wird das reale Druckmedium ähnlicher zu der idealisiert angenommenen inkompressiblen Modellvorstellung.

Generell lässt sich die Nachgiebigkeit der Probenkammer als die Summe aus vier wesentlichen Bestandteilen beschreiben. Das Kammervolumen V_{PK} setzt sich aus

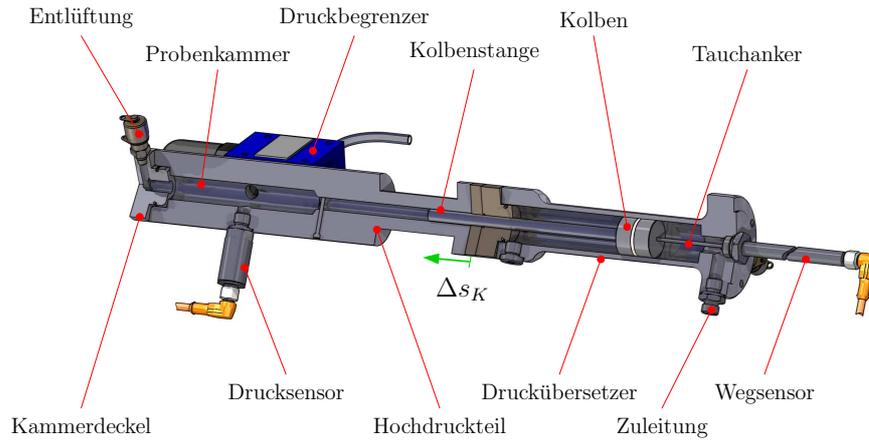


Abbildung 4.9: Schnittansicht Hochdruckteil mit Druckübersetzer und Prüfkammer

dem Fluidvolumen V_{Fl} und dem Probenvolumen V_P zusammen. Durch Einpressen des Druckverstärkerkolbens in die ansonsten verschlossene Probenkammer reduziert sich das Volumen, das von Wasser und Probe eingenommen werden kann, um das aktuelle Kolbenvolumen $V_K = A_K \cdot s_K$ mit der Kolbenstangenquerschnittsfläche A_K und dem eingepressten Kolbenweg s_K . Die Betrachtung der differentiellen Größen (Volumenänderungen) führt schließlich auf den summierten Zusammenhang

$$\Delta V_{PK} = \Delta V_{Fl} + \Delta V_P + \Delta V_K. \quad (4.6)$$

Unter der Annahme einer sehr steifen Kammerwandung und eines quasi-inkompressiblen Fluides können die Änderungen des Kammer- und des Fluidvolumens in Gl. (4.6) vernachlässigt werden, es folgt

$$\underbrace{\Delta V_{PK}}_{\approx 0} = \underbrace{\Delta V_{Fl}}_{\approx 0} + \Delta V_P + A_K \Delta s_K. \quad (4.7)$$

Dadurch ist das verdrängte Volumen durch die Kolbenbewegung Δs_K unmittelbar auf die Volumenänderung der Probe übertragbar. Es gilt im Idealfall

$$\Delta V_P = -A_K \Delta s_K = V_P - V_P^0, \quad (4.8)$$

mit dem initialen Probenvolumen V_P^0 und dem aktuellen Probenvolumen V_P . Der Kolbenhub Δs_K wird über einen induktiven Wegsensor und einen am Kolben fixierten Tauchanker gemessen, vgl. Abb. 4.9. Der Kammerdruck wird einem Drucksensor in der Probenkammer entnommen.

Da die Vernachlässigung der Aufweitung des Kammergehäuses ΔV_{PK} und der

Kompressibilität des Wassers jedoch nur Näherungen darstellen, müssen die durchgeführten Experimente nachträglich kalibriert werden. Dazu wird das System wie im zugehörigen Experiment befüllt, wobei die Probe durch einen Kalibrierkörper gleichen Volumens (z. B. aus Edelstahl) ersetzt wird. Dadurch kann gewährleistet werden, dass exakt die gleiche Volumenänderung auf das Fluid und die Kammer zurückfällt, wie innerhalb eines Experiments mit Probe unter einem gewissen Druck. Diesem Vorgehen liegt die Annahme des hydrostatischen Drucks als Triebfeder für die entsprechende Deformation zugrunde. Sämtliche Imperfektionen des Versuchsaufbaus lassen sich summiert in Abhängigkeit des Kammerdrucks p_K darstellen. Demnach kann der Kolbenhub während eines Kalibrierversuchs und während des Experiments als Funktion des Kammerdrucks formuliert werden. Der kalibrierte Kolbenhub \bar{s}_K zu einem korrespondierenden Kammerdruck p_K^* kann dann entsprechend über die Beziehung

$$\bar{s}_K(p_K^*) = s_K^{mess}(p_K^*) - s_K^{kal}(p_K^*) \quad (4.9)$$

errechnet werden. Die Kalibriermethode ist in Abb. 4.10 schematisch anhand von realen Messdaten dargestellt. Darin bezeichnet s_K^{mess} den Kolbenhub des Experiments in Rohform und s_K^{kal} den interpolierten Kolbenhub der Kalibriermessung. Die markierten Werte gelten beispielhaft für den Kammerdruck $p_K^* = 7,5$ MPa. Eine wichtige Voraussetzung für die Gültigkeit des Verfahrens ist die Vernachlässigbarkeit der ratenabhängigen Nachgiebigkeit der Kammer. Diese wurde allerdings bereits in früheren Arbeiten nachgewiesen [120, 198]. Dadurch ist es möglich, neben den quasi-statischen Experimenten zur Bestimmung der Grundelastizität im Druckbereich auch zyklische Versuche unter Einbeziehung der Ratenabhängigkeit des Materials durchzuführen. Im Anschluss an die Kalibrierung jedes Experiments erfolgt die eigentliche Auswertung der Versuche.

Auswertung der Kompressionsversuche

Bei der Auswertung der Experimente offenbart sich der Vorteil des hydrostatischen Deformationszustandes im Falle isotropen Materialverhaltens, wie es in der Folge noch nachgewiesen wird. Aus der gleichmäßigen Druckbeaufschlagung in allen drei Raumrichtungen resultiert ein äquitriaxialer Deformationszustand der Probe. Ausgehend von der isotropen Streckung $\bar{\lambda}$ ergibt sich das aktuelle Probenvolumen

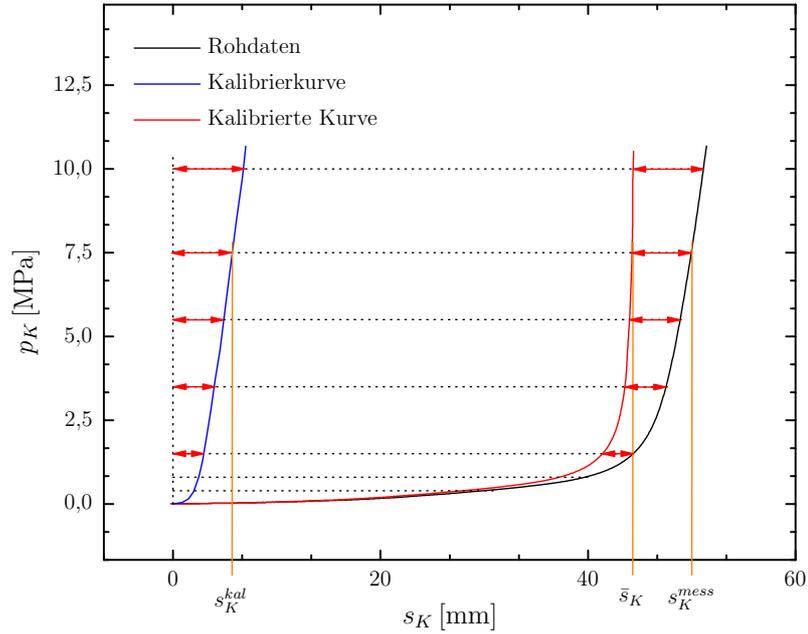


Abbildung 4.10: Messdatenkalibrierung beim hydrostatischen Kompressionsversuch (Schema)

zu

$$V_P = \bar{\lambda}^3 \cdot V_P^0, \quad (4.10)$$

wobei das aktuelle Probenvolumen gemäß Gl. (4.8) über den Kolbenhub s_K in der Form

$$V_P = \bar{\lambda}^3 \cdot V_P^0 = V_P^0 - A_K s_K \quad (4.11)$$

dargestellt werden kann. Daraus lässt sich schließlich die isotrope Streckung $\bar{\lambda}$ berechnen

$$\bar{\lambda} = \sqrt[3]{1 - \frac{A_K}{V_P^0} s_K} = \sqrt[3]{\frac{V_P}{V_P^0}}. \quad (4.12)$$

Die zugehörige Cauchy-Spannung T_{ii} entspricht dann dem gemessenen (negativen) Kammerdruck p_K .

4.3.3 Uniaxialer Zugversuch mit Thermokammer

Bei der Beurteilung der Temperaturabhängigkeit des Materialverhaltens kommt ein gewöhnlicher uniaxialer Zugversuch an genormten Zugstäben der Form 5A aus DIN 527-2 [43] zum Einsatz. Der am Lehrstuhl konzeptionierte zugehörige Versuchsstand [118] wurde zusätzlich um eine Temperiereinheit, bestehend aus einem kommerziell erhältlichen Laborkryostaten vom Typ *Julabo LH85* [109] und einer eigens entworfenen Thermokammer [63], ergänzt. Ohne an dieser Stelle genauer auf den eigentlichen Zugversuchsstand einzugehen, soll die Grundidee vom Aufbau der Temperiereinheit erklärt werden. Details zur Teileauslegung sind [63] zu entnehmen.

Beim Laborkryostaten *Julabo LH85* handelt es sich um ein hochdynamisches Temperiersystem für Arbeitstemperaturen im Bereich von -80°C bis $+250^{\circ}\text{C}$ [109]. Eine Temperierflüssigkeit wirkt als Wärmeüberträger, die im Innern des Kryostaten aufgeheizt bzw. abgekühlt und über externe Anschlüsse in einen Arbeitskreislauf gepumpt wird. Die Temperaturregelung kann sowohl über einen externen Außenfühler als auch über die interne Fluidtemperatur erfolgen. Da es sich um ein kommerzielles Produkt handelt, sind Einzelheiten dazu dem Datenblatt [109] zu entnehmen.

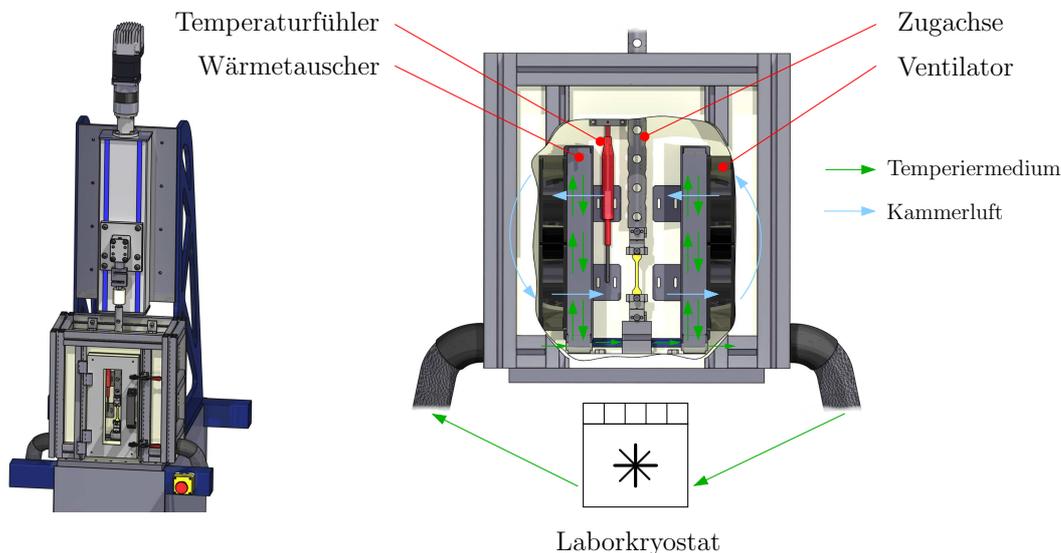


Abbildung 4.11: Uniaxialer Zugversuch mit Thermokammer; links: Gesamtansicht, rechts: Detailansicht mit Schnitt durch die Thermokammer

Der speziellere Teil der Anlage ist durch die Thermokammer gegeben. Diese besteht aus zwei Wärmetauschern mit angeschlossenen Ventilatoren. Die Radiatoren

werden mit dem Temperiermedium durchspült während die Ventilatoren für eine Durchflutung der Kühlrippen mit Luft sorgen, vgl. Abb. 4.11 - rechts. Durch antiparallele Anordnung der gegenüberliegenden Lüfter wird eine Luftzirkulation innerhalb des Kammergehäuses erzeugt, die ein vierfaches Passieren der Luft durch die Kühlrippen während einer Wirbelbewegung ermöglicht. Dies erhöht die Effizienz der Anlage und stellt einen nahezu geschlossenen Wirbel her, welcher den Austausch von Luft mit der Umgebung begrenzt. Das umschließende Kammergehäuse aus Wärmeschutzplatten auf Glasfaserbasis sorgt zusätzlich für minimale thermische Interaktion mit der Umgebungsluft. Das Einbringen der Zugproben in den Prüfraum erfolgt über eine Klapptür mit integriertem Sichtfenster aus hochisolierendem Glas. Dadurch wird zumindest eine optische Dehnungsmessung in 2D durchführbar. Wie sich später jedoch zeigen wird, dient diese Möglichkeit lediglich zu Kontrollzwecken. Die eigentliche Dehnungsinformation der Probe wird mit Hilfe einer Maschinenwegkalibrierung ermittelt und folgt den Zusammenhängen

$$\begin{aligned}\lambda_1 &\approx 1 + 2,2 \cdot 10^{-2} \frac{1}{\text{mm}} u_M + 5,6 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{mm}^2} u_M^2 - 2,4 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}^3} u_M^3, \\ \lambda_2 &\approx 1 - 7,6 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{mm}} u_M + 7,9 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{mm}^2} u_M^2 - 3,7 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{mm}^3} u_M^3,\end{aligned}\quad (4.13)$$

unter der Wahl kubischer Ansatzfunktionen mit dem gemessenen Maschinenweg u_M . Die resultierenden Funktionsverläufe gemäß Gl. (4.13) sind zusammen mit den zugehörigen Messdaten in Abb. 4.12 aufgetragen.

Die Probenaufnahme ist mit einem Schnellspannsystem versehen, was bereits außerhalb der Probenkammer an der Probe angebracht und nur noch in die entsprechende Aufnahme im Prüfraum eingeschoben wird. Dadurch wird eine minimale Öffnungsdauer der Kammer bei Probenwechsel garantiert und somit eine minimale Temperaturschwankung durch den Einbau des Prüfkörpers verursacht.

Die Verwendung der externen Temperaturregelung, also der Messung der tatsächlich vorherrschenden Kammertemperatur zur Reglerückführung ermöglicht eine Regelabweichung von $\pm 0,05^\circ\text{C}$ um den Sollwert. Diese Genauigkeit wird mit üblichen kommerziell erhältlichen Gesamtlösungen nur unter besonderen Umständen erreicht, da solche Anlagen im Allgemeinen bei der Charakterisierung von metallischen Werkstoffen eingesetzt werden. Dort wird häufig größerer Wert auf die Bandbreite, als auf die resultierende Regelgenauigkeit gelegt. Bei der Untersuchung von Polymeren macht jedoch eine Variation der Temperatur um nur wenige Kelvin durchaus einen erheblichen Unterschied aus.

Weitere Details zum Versuchsstand und der Auswertung der Ergebnisse sind unter anderem in [63, 201] zu finden.

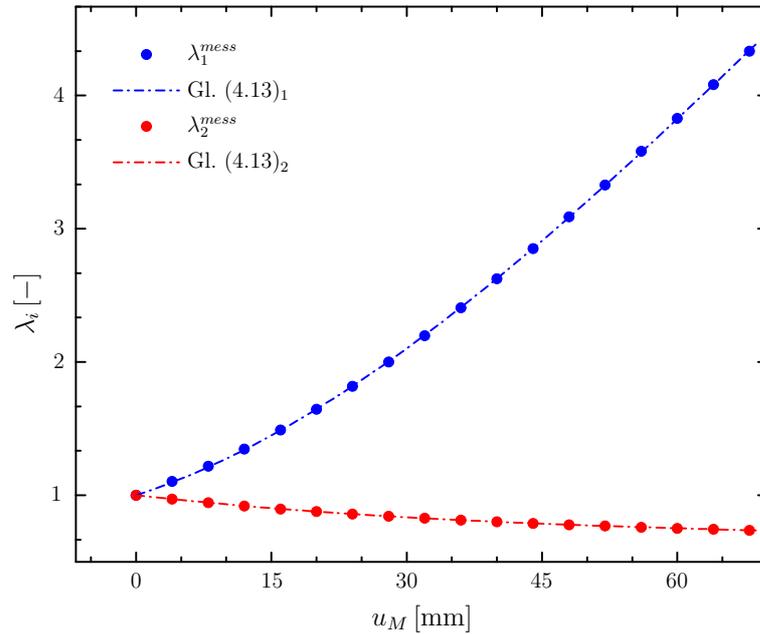


Abbildung 4.12: Maschinenwegkalibrierung mit kubischen Ansatzfunktionen beim uniaxialen Zugversuch

4.3.4 Biaxialer Zugversuch

Das Grundkonzept der experimentellen Vorgehensweise, wie sie im Abschnitt 4.2 vorgestellt wurde, sieht die Ermittlung des hyperelastischen Materialverhaltens unter allgemeinem biaxialem Zug vor. Die ursprüngliche Version des verwendeten Versuchsstandes wurde bereits in [103, 207, 208] vorgestellt. Die stetigen Weiterentwicklungen der Steuerungs- und Auswertekonzepte mündeten schließlich in den hier beschriebenen Aufbau.

Die zentrale Baugruppe der Anlage besteht aus vier identischen Linearachsen, die von Schrittmotoren angetrieben werden. Die vier Linearachsen sind, wie in Abb. 4.13 dargestellt, kreuzweise angeordnet, wobei die jeweils antiparallel gegenüberliegenden Achsen gegenläufig angesteuert werden.

Die beschriebene Anordnung bewirkt die Stationarität des Mittelpunktes zwischen den Laufwagen der Achsen und damit ein ebenfalls stationäres Probenzentrum. Ein weiterer Vorteil liegt in der Verdopplung der Achsengeschwindigkeit und des Achsenhubes. Die Probenaufnahmen sind auf die Abmaße eines Zugstabes nach DIN EN ISO 527-2 [43] ausgelegt und werden an den Laufwagen der Linearachsen montiert, vgl. Abb. 4.14. Zur Messung der Reaktionskraft ist je ein S-Bügel-Kraftsensor

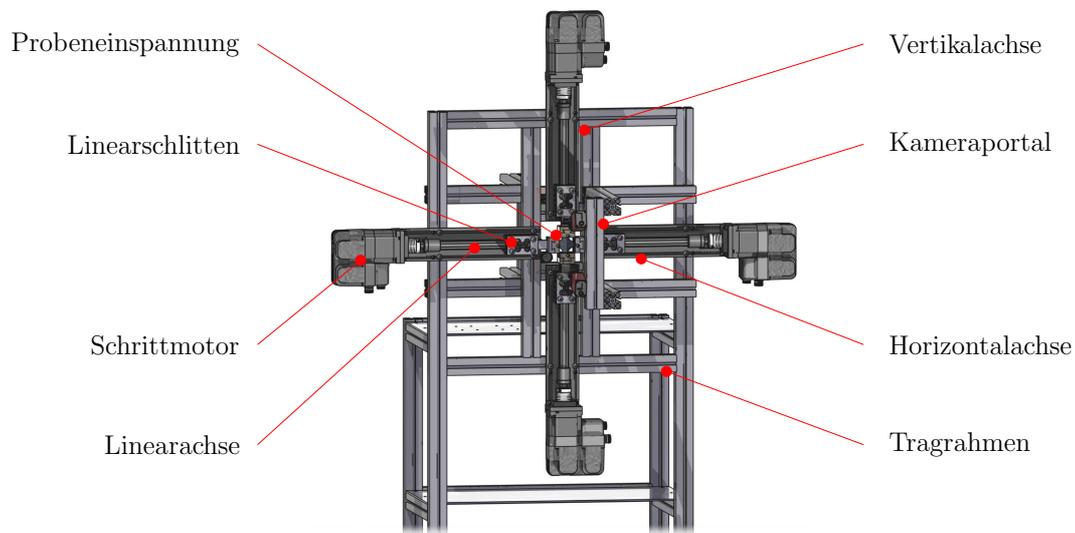


Abbildung 4.13: Gesamtaufbau des biaxialen Zugversuchs

pro Achse zwischen Linearschlitten und Probeneinspannung angebracht. Zur Anbringung des erweiterten 3D-Kamerasystems (Abschnitt 4.3.1) ist außerdem jeweils ein Kamerapaar an einem Portal über der Vorder- und Rückseite der Probe vorgesehen.

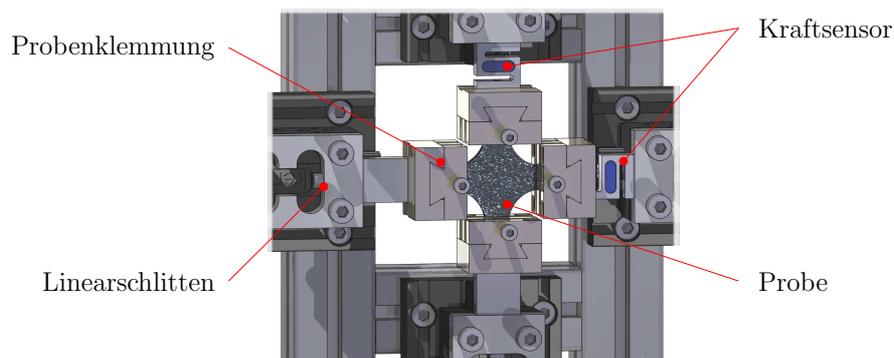


Abbildung 4.14: Biaxialer Zugversuch - Detailansicht Probenklemmung

Weitere Details zur Bauteilauslegung des Versuchsstandes können den ursprünglichen Arbeiten [103, 207, 208] entnommen werden. Nähere Informationen zur Durchführung der Experimente und Einrichtung der Anlage, sowie der Auswertung der Versuche, der in dieser Arbeit besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden soll, folgen in Kapitel 7.

Probengeometrie

Bei der Durchführung biaxialer Zugversuche ist die Frage nach der untersuchten Probengeometrie von großer Bedeutung. Ausgehend von der in [103] vorgeschlagenen kreuzweisen Überlagerung zweier Zugstäbe nach DIN EN ISO 527-2 [43] findet hier eine optimierte Variante Anwendung. Diese Optimierung wurde im Rahmen einer experimentellen Studie an den vorliegenden Versuchsstand angepasst. Dabei sind die Probenklemmungen, die maximal aufbringbaren Kräfte, die verwendeten Kameras samt Objektiven und nicht zuletzt die genutzte Auswertesoftware maßgeblich für eine Optimierung der Probengeometrie. Das verwendete Kriterium für die Beurteilung der Eignung einer Probenform beinhaltet im Wesentlichen zwei Aspekte. Grob vereinfacht handelt es sich um die Größe des biaxial deformierten Bereichs innerhalb der Probe und die maximale Probenbeanspruchung, die notwendig ist, um eine gewisse mehrachsige Dehnung auf das Material aufzubringen. Als zu maximierendes Gütekriterium wird das Qualitätsmaß $Q^{(0,1)}$ genutzt [200],

$$Q^{(0,1)} = \frac{\eta^{(0,1)}}{100 \cdot \sigma_{\Gamma}^c}. \quad (4.14)$$

Die darin auftretenden Größen des skalierten Wirkungsgrades $\eta^{(0,1)}$ und der Abweichung σ_{Γ}^c werden in der Folge erläutert.

Die zu Grunde liegenden Experimente werden als äquibiaxialer Zugversuch ausgeführt, wodurch sich im Zentrum der Probe idealerweise ein äquibiaxialer Deformationszustand einstellt. Der skalierte Wirkungsgrad $\eta^{(0,1)}$ bildet das Verhältnis zwischen der äquibiaxialen Dehnung der Probe im Zentrum und der maximalen Dehnung auf der Probenoberfläche. Zur besseren Vergleichbarkeit wird derjenige Deformationszustand herangezogen, der eine Zentraldehnung $\varepsilon^c = 0,1$ aufweist. Für $\eta^{(0,1)}$ gilt demnach

$$\eta^{(0,1)} = \frac{\varepsilon^c}{\varepsilon^{max}} = \frac{0,1}{\varepsilon^{max}}. \quad (4.15)$$

Der zweite, maßgebliche Anteil des Gütemaßes beinhaltet die Abweichungsfunktion $\Gamma(x,y)$, die die Abweichung des betrachteten Deformationszustandes in einem Punkt der Probenoberfläche vom ideal äquibiaxialen Zustand beschreibt,

$$\Gamma(x,y) = |\varepsilon_{xx}(x,y) - \varepsilon_{yy}(x,y)|. \quad (4.16)$$

Die Auswertung dieser Funktion über eine Symmetrieachse der Probe (hier x -Achse), ergibt einen quasi-parabolischen Verlauf gemäß Abb. 4.15 mit einem Minimum im Zentrum der Probe, also im Kreuzungspunkt x^c . Zur Verringerung der Rauschanfälligkeit der späteren Auswertung mittels DIC ist ein möglichst weitreichender, homogener Deformationsbereich im Zentrum der Probe von Vorteil. Dieser Bereich erlaubt die Mittelwertbildung bei der Auswertung der Dehnungen im Zentralfeld und vermindert somit das Risiko von Ausreißern. Die verwendete Auswertesoftware und der zugehörige Bildausschnitt legen die minimale Größe eines solchen Bereiches fest. Abb. 4.15 zeigt die Kurvenverläufe der Abweichungsfunktionen $\Gamma(x, y^{sym})$ für die ursprüngliche Probengeometrie nach [103] und die experimentell optimierte Fassung gemäß [153, 200].

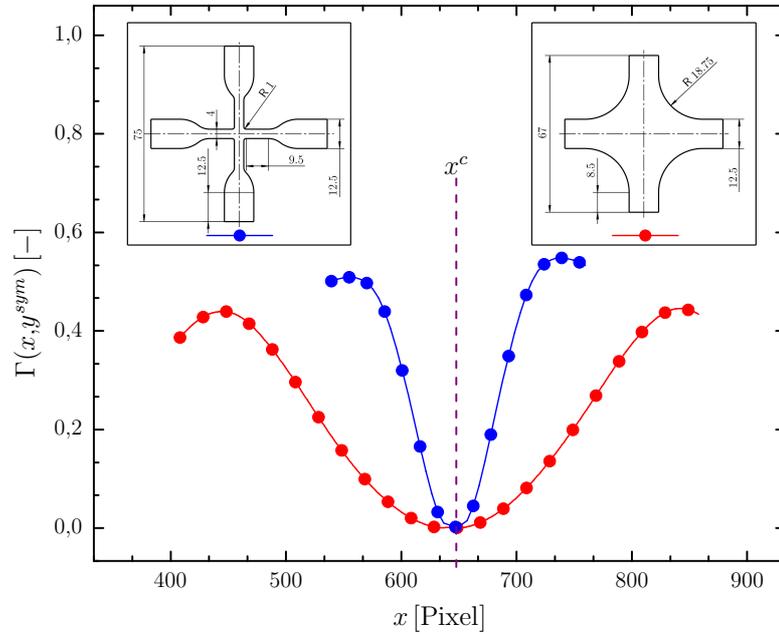


Abbildung 4.15: Abweichungsfunktion $\Gamma(x, y^{sym})$ über horizontale Symmetrieachse für die ursprüngliche Probe nach Johlitz et. al [103] (links) und der resultierenden Probe nach [200] (rechts)

Die Bildung des Mittelwertes der Abweichungsfunktion $\Gamma(x^c, y^{sym})$ in dem Zentralbereich entlang der Symmetrieachse in vertikaler Richtung ermöglicht schließlich die Berechnung der Standardabweichung σ_{Γ}^c über

$$\sigma_{\Gamma}^c = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\Gamma(x_i, y^{sym}) - \bar{\Gamma}^c]^2}, \quad (4.17)$$

mit dem berechneten Mittelwert der Abweichungsfunktion $\bar{\Gamma}^c = \bar{\Gamma}(x^c, y^{sym})$ und der Anzahl N der Messpunkte innerhalb des Mittelungsbereichs.

In Abb. 4.16 ist die physikalische Interpretation von σ_{Γ}^c im Intervall $[x_-^c, x_+^c]$ der exemplarischen Proben dargestellt.

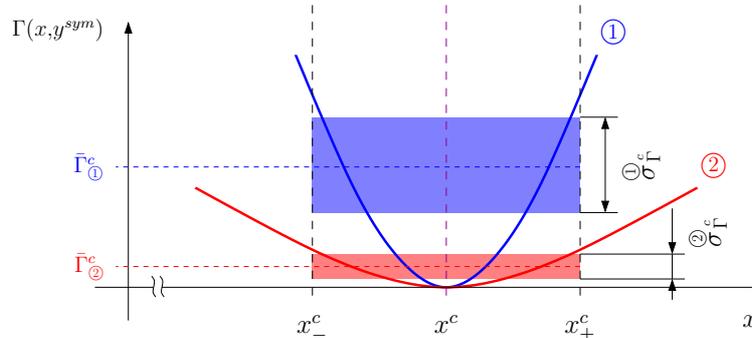


Abbildung 4.16: Physikalische Interpretation des Gütekriteriums σ_{Γ}^c für die Proben nach Abb. 4.15; blau: ursprüngliche Geometrie, rot: optimierte Geometrie

Die Intervallgrenzen sind gegeben durch

$$\begin{aligned} x_-^c &= x^c - \frac{(N-1)}{2}, \\ x_+^c &= x^c + \frac{(N-1)}{2}. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Eine numerische Überprüfung der vorgestellten experimentellen Optimierung bestätigte die resultierende Probengeometrie [192].

Versuchssteuerung

Durch eine Umstrukturierung des ursprünglichen Steuerungskonzeptes wurde der Versuchsstand seit der Grundkonzeptionierung [103] wesentlich weiterentwickelt. Die Schwierigkeit in der Steuerung multiaxialer Experimente liegt hauptsächlich in der flexiblen Strukturierung der Verfahrensmethoden, da der Vorteil des allgemeinen biaxialen Zugversuchs gerade in der großen Bandbreite verschiedener, erreichbarer Deformationsmuster liegt und einzelne Positionen in der Invariantenebene (Abb. 3.6) nicht a priori ausgeschlossen werden sollen. Die Erstellung einer derart flexiblen und dennoch einfach handhabbaren Programmstruktur stellt eine besondere Herausforderung an die Steuerung dar. Die Programmierung erfolgt in *National Instruments LabVIEW*[®] [166]. Die Flexibilisierung der Versuchsabläufe wird

durch einen parallel ausgeführten Methodeneditor erreicht. Dieser unterteilt ein beliebiges Prüfprojekt in eine sequentielle Abfolge von Einzelbefehlen und Kommandos. Zur Generierung einer Prüfmethode werden Funktionen aus einem Pool von Basismodulen in die gewünschte Reihenfolge gebracht und so zu einer Prüfvorschrift zusammengefasst. Da die Methoden als Textdatei abgespeichert werden können, ist es möglich, einzelne Versuchsabläufe reproduzierbar durchzuführen. Die Entwicklung von Prüfabläufen kann so grundsätzlich in zwei Hauptgruppen von Steuerbefehlen unterteilt werden, nämlich in Fahrmethoden und Datenoperationen. Letztere beinhalten unter anderem die Aufzeichnung von Messdaten bei einer gewissen Samplingrate und demnach auch die Änderung der Samplingrate zur Komprimierung der gespeicherten Messdaten, was speziell bei längeren Haltezeiten eine effiziente Aufzeichnung ermöglicht. Weitere Grundaufgaben im Bereich der Datenoperationen sind beispielsweise die Anfertigung von Bildaufnahmen an einer definierten Stelle im Ablauf mit der Speicherung der zugehörigen Kraftmessdaten. Außerdem sind Befehle wie der Nullpunktsabgleich der Messkräfte oder der Maschinenposition vor dem Start der Methode in dieser Gruppe enthalten. Als Fahrmethoden stehen neben der einfachen, relativen Rampe in einer Achse, also die Positionierung eines Linearschlittens relativ zu seiner aktuellen Position, auch Zyklen veränderlicher Anzahl, Amplitude und Geschwindigkeit oder die Stufe als relative Rampe mit anschließender Haltezeit zu Verfügung. Durch den sequentiellen Aufbau ist es demnach beispielsweise möglich, in einer Achse einen zyklischen Versuch und in der anderen einen Stufenversuch vorzugeben. Die vorhandene Wiederholungsfunktion lässt überdies die Möglichkeit zu, eine beliebige Anzahl an Einzelschritten beliebig häufig zu wiederholen, wodurch z. B. ein Treppenversuch durch eine N -fach wiederholte Stufe erstellt werden kann. Die Methodenbausteine lassen sich noch beliebig erweitern, ohne die Programmstruktur anpassen zu müssen.

Nach der Erstellung und Speicherung eines solchen Prüfablaufs wird er als Textdatei in die Steuersoftware geladen und dort als Prüfmethode interpretiert. Neben der Programmierung des Versuchsschemas mit dem Methodeneditor besteht natürlich zusätzlich die Option einer Bewegung nach Bedarf, beispielsweise zu Positionierungszwecken oder Ähnlichem. Weiterführende Details zum Versuchsstand sind den Arbeiten [103, 200, 201, 207, 208] zu entnehmen.

4.4 Diskussion: Modellstruktur und Experimente

Das vorangegangene Kapitel befasst sich mit der Identifikation der zur Modellierung sinnvollen materiellen Effekte und mit deren experimenteller Charakterisierung.

- Die Betrachtung der typischen Aufgabengebiete zellulärer Werkstoffe in ihrer Funktion als Dicht-, Dämpfungs- oder Isolierwerkstoff fördert wichtige materielle Aspekte zu Tage. Dazu gehören neben der Abbildung multiaxialer Deformationen auch die strukturelle Kompressibilität sowohl unter quasi-statischen als auch unter dynamischen Belastungsbedingungen. Zusätzlich unterliegen übliche Baugruppen aus geschäumten Elastomeren häufig einer schwankenden Umgebungstemperatur, was zusätzlichen Einfluss auf die Materialcharakteristik und somit auf ein adäquates Materialmodell hat.
- Die kontinuumsmechanische Behandlung eines geeigneten Materialmodells stellt eine spezifische Modellstruktur her. Die analoge Behandlung experimenteller Grundlagen ermöglicht eine enge Verknüpfung zwischen den Einzelbausteinen des kontinuumsmechanischen Modells und der zugehörigen experimentellen Charakterisierung. Die sequentielle Durchführung hydrostatischer Kompressionsversuche, quasi-statischer biaxialer Zugversuche und dynamischer uniaxialer Zugversuche orientiert sich stark an der Modellbildung. Die nachträgliche Ergänzung der dynamischen Zugversuche um die Variation der Umgebungstemperatur vervollständigt schließlich die experimentelle Prozedur.
- Im abschließenden Abschnitt dieses Kapitels werden die genutzten experimentellen Anlagen vorgestellt und erläutert. Neben dem generellen Aufbau und der Ansteuerung der verwendeten Versuchsstände werden auch die speziellen experimentellen Methoden beschrieben, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelt wurden. Dazu zählt unter anderem die automatisierte Kalibrierung des hydrostatischen Kompressionstests, welcher bereits in einer früheren Arbeit des Autors [198, 199] entwickelt wurde. Ein weiterer Aspekt betrifft die Neugestaltung und Flexibilisierung der Steuerungssoftware des biaxialen Zugversuchs sowie die experimentelle und numerische Optimierung der Probengeometrie für den Versuchstyp.

5

Strukturelle Materialuntersuchungen

Im Rahmen der mechanischen Charakterisierung und Modellbildung ist es hilfreich, möglichst viele Informationen über das Material vor der eigentlichen Modellentstehung zusammenzutragen. Dieses Kapitel beinhaltet daher die grundlegenden Eigenschaften der untersuchten Probenmaterials. Dazu erfolgt zunächst die Charakterisierung der vorhandenen Geometrien und Produktformen, sowie die Verdeutlichung der Unterschiede zwischen diesen. Anschließend werden die strukturellen Parameter wie Porenstruktur und -verteilung betrachtet.

Des Weiteren ist im Kontext der thermomechanischen Modellbildung eine Einordnung thermischer Parameter wie der Glasübergangstemperatur ebenso von Belang wie eine etwaige Isotropie, die durch spezifische Herstellungsverfahren oder -mechanismen induziert wird.

Diese Informationen liefern zwar im Rahmen einer phänomenologischen Modellierung keinen unmittelbaren Mehrwert, allerdings sind sie hilfreich für die Auswahl geeigneter Experimente und Auswertemethoden.

5.1 Zum Material

Bei dem hier untersuchten EPDM-Moosgummi handelt es sich um ein kommerziell erhältliches Produkt. Laut Herstellerangaben wird es durch seine gemischtzellige Schaumstruktur charakterisiert, es beinhaltet demnach sowohl geschlossene als auch offene Luftporen. Die Porosität ist in einem Bereich von 40 – 60 % angegeben, was einem Raumbgewicht von ca. 550 kg/m^3 entspricht. Generelle Eigenschaften von EPDM sowie typische Anwendungsgebiete sind [185] zu entnehmen. Das Probenmaterial wird in verschiedenen Geometrien angeboten, wobei hier drei Varianten genauer untersucht werden sollen. Die vorliegenden Geometrien sind Membranen zweier verschiedener Stärken sowie eine zylindrische Schnur (Rundschnur), vgl. Abb. 5.1 - links.

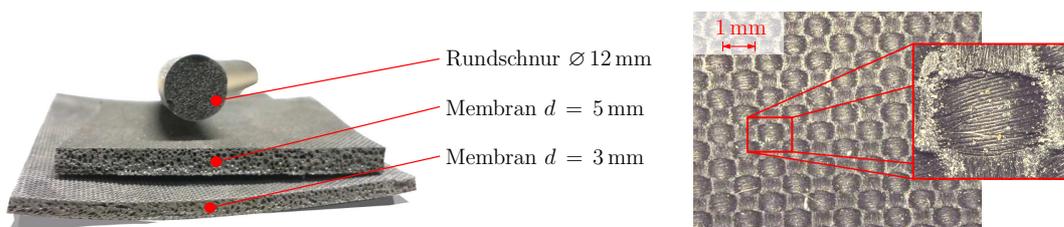


Abbildung 5.1: Moosgummi Rohmaterial; links: grundsätzlich vorhandene Geometrien (Zylindrische Schnur und Membranen mit zwei Stärken), rechts: strukturierte Außenhaut bei Membranen

Ein Produkttyp des Werkstoffs liegt als Rundschnur mit einem Durchmesser $\varnothing 12 \text{ mm}$ vor. Zur Abgrenzung der offenen Poren des Materials gegenüber dem umgebenden Medium ist es mit einer dünnen Außenhaut versehen, die laut Hersteller eine Dichtigkeit gegenüber Gasen bereitstellt.

Die zweite Variante des Probenmaterials liegt in Form von Membranen in zwei verschiedenen Stärken vor. Anhand dieser Proben sollen eventuell auftretende Skaleneffekte innerhalb der technisch relevanten Größenordnungen sichtbar gemacht und verifiziert werden. Auch hier wird die poröse Struktur durch eine Außenhaut gegenüber der Umgebung abgeschirmt, wodurch ein Durchtritt des in Kontakt stehenden Mediums durch die Membran verhindert wird. Genaue Untersuchungen unter dem Lichtmikroskop zeigen jedoch eine deutlich dickere Hautschicht der Membranen im Vergleich zum Schnurmaterial, siehe Abb. 5.2. Ein weiterer Unterschied ist durch die Struktur der Außenhaut gegeben. Während das zylindrische Probenmaterial eine vorwiegend glatte Oberfläche aufweist, ist die Membranhaut grob strukturiert, vgl. Abb. 5.1 - rechts. Der Einfluss dieser Texturierung wird im Abschnitt 5.4 noch genauer thematisiert.

5.2 Poren und Porenverteilung

Zur strukturellen Charakterisierung wurden lichtmikroskopische Aufnahmen von Probenschnitten angefertigt. Die Schnitte wurden dazu in verschiedenen Ebenen der Membran- und Zylinderproben sowie in verschiedenen Orientierungen angelegt, woraus sich eine augenscheinlich hohe Homogenität der Materialstruktur ableiten lässt. Auch die unterschiedlichen Membranstärken zeigen in dieser Hinsicht ähnliche Ergebnisse. Die Porendurchmesser variieren wie in Abb. 5.2 dargestellt hauptsächlich im Bereich von $150\ \mu\text{m}$ bis $700\ \mu\text{m}$. Ein leichter Größenzuwachs der Poren vom Rand bis zur Mitte hin ist zwar feststellbar, allerdings ist der Unterschied dahingehend zwischen den beiden Membranstärken marginal. Eine deutliche Abweichung diesbezüglich ist hingegen zwischen den Zylinder- und Membranproben erkennbar. Sowohl deutliche Differenzen im Hinblick auf die Porengröße als auch auf deren Verteilung lassen erhebliche Unterschiede in den zu erwartenden mechanischen Eigenschaften vermuten. Während die Membranen wenige große Poren zeigen, sind bei den Zylinderproben viele kleine Poren erkennbar.

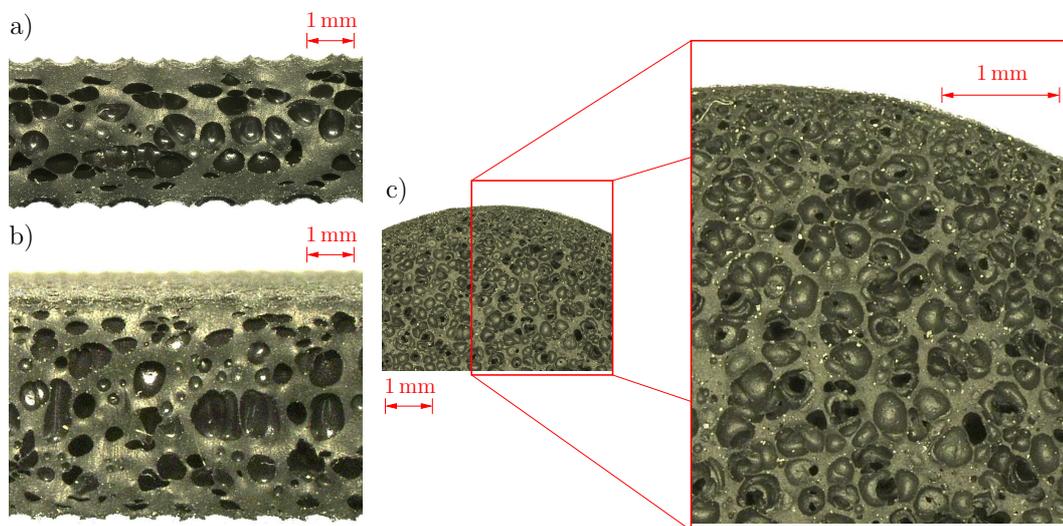


Abbildung 5.2: Lichtmikroskopieaufnahmen; a) Membran $d = 3\ \text{mm}$, b) Membran $d = 5\ \text{mm}$, c) Rundschnur $\varnothing 12\ \text{mm}$; Hautdicke bei Membranproben ca. $300\ \mu\text{m}$, bei Zylinderproben ca. $100\ \mu\text{m}$

Bei genauerer optischer Untersuchung des Probenmaterials wird außerdem das quantitative Verhältnis zwischen geschlossenen und offenen Poren innerhalb der porösen Struktur erkennbar. Dabei fällt zunächst auf, dass der Anteil offener Poren bei den Membranproben wesentlich niedriger liegt, als bei den Zylinderpro-

ben. In der kontinuumsmechanischen Modellierung des Membranmaterials können daher auf die Beachtung von Wechselwirkungen zwischen den Konstituierenden verzichtet und entsprechende Diffusionsterme vernachlässigt werden.

5.3 Porosität

Ein wesentliches Merkmal geschäumter Elastomere ist die Porosität, also das Verhältnis zwischen dem Volumen der eingeschlossenen Poren und dem der gesamten Struktur. Dieses Verhältnis liefert eine wesentliche Information über das zu erwartende Materialverhalten aufgrund der Existenz des Kompressionspunktes, vgl. Kapitel 6. Der folgende Abschnitt soll Aufschlüsse über die initialen Volumenanteile von Porenluft n_0^G und Festkörpermatrix n_0^S liefern. Dazu werden zwei Verfahren angewendet. Grund hierfür ist einerseits die Validierung des hydrostatischen Kompressionsversuchs und andererseits eine Grobabschätzung des ursprünglichen Luftvolumens. Darüber hinaus werden diese Untersuchungen deutliche Unterschiede zwischen der Rundschnur und den Membranproben offenbaren.

Als einfache und zuverlässige Methode zur Bestimmung der Porosität des Materials dient die Linienmethode nach [170, 184, 222], die bereits im 19. Jahrhundert entwickelt wurde und noch immer eine gute Näherungslösung mit einfachen Mitteln darstellt. Das Verfahren basiert auf optischen Aufnahmen des Mehrphasensystems, weshalb erneut die lichtmikroskopischen Aufnahmen verschiedener Schnitte und Schnittorientierungen zur Anwendung kommen.

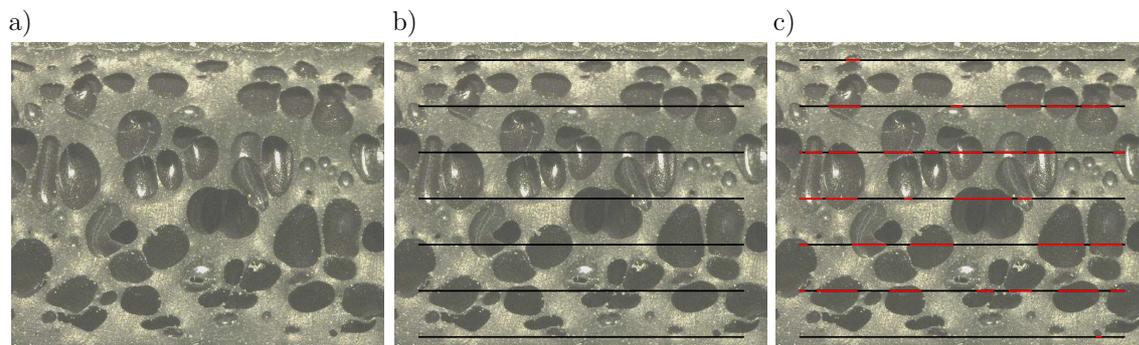


Abbildung 5.3: Anwendung der Linienmethode zur Porositätsmessung; a) Schnittdarstellung, b) äquidistante Linien, c) Überdeckung von Poren (L^G - rot) [184]

Gemäß Abb. 5.3 werden äquidistante Linien auf die Schnittdarstellung aufgetragen

und diejenigen Bereiche der Linien, die dabei eine Pore überdecken separat gekennzeichnet. In den folgenden Darstellungen bezeichnet der Index $(\bullet)^G$ die Gasphase, $(\bullet)^S$ die Festkörperphase und $(\bullet)^\varphi$ die gesamte Mischung. Die Länge der Linien-segmente innerhalb der Poren im Verhältnis zur Gesamtlänge aller Linien ergibt das Längenverhältnis

$$L_L = \frac{L^G}{L^\varphi}. \quad (5.1)$$

Die Bestimmung des Volumenanteils berechnet sich dann aus der Annahme

$$L_L = \frac{L^G}{L^\varphi} = \frac{V^G}{V^\varphi} = V_V, \quad (5.2)$$

mit dem Volumenanteil V_V der Poren in der Mischung [170], welcher gerade dem initialen Volumenanteil n_0^G des Porengases gemäß Gl. (3.3) entspricht, $V_V = n_0^G$. Der gemessene Volumenanteil auf Basis der Linienmethode ist in Tabelle 5.1 dargestellt.

Material	Linienmethode $n_0^G = V_V$	Kompressionsversuch $n_0^G (= 1 - n_0^S)$
Rundschnur $\varnothing 12$ mm	0,60	0,63
Membran $d = 3$ mm	0,46	0,41
Membran $d = 5$ mm	0,49	0,43

Tabelle 5.1: Gemessene Porositäten der verschiedenen Probenarten; Vergleich zwischen Linienmethode nach Abb. 5.3 und experimenteller Feststellung des Kompressionspunktes (Abb. 5.4)

Auffällig dabei ist der deutliche Unterschied zwischen der Rundschnur- und den Membranproben, wohingegen die Membranproben untereinander keine wesentliche Abweichung aufzeigen. Die weiterführende Untersuchung der Porosität mit Hilfe des hydrostatischen Druckversuchs gemäß Abschnitt 4.3.2 bestätigt schließlich diese große Differenz, vgl. Abb. 5.4. In Tabelle 5.1 sind den, mit der grafischen Methode abgeschätzten Werten auch die Ergebnisse aus den Kompressionsversuchen gegenübergestellt. Sie beruhen auf der Volumendehnung der Proben im Bereich des asymptotischen Druckanstiegs am Kompressionspunkt. Dort ist das Restprobenvolumen nur durch das Matrixmaterial bestimmt, die Porenluft ist nahezu vollständig komprimiert.

Eine stimmige Materialcharakterisierung sowohl im Druck- als auch im Zugbereich ist aufgrund der genannten Unterschiede lediglich unter Verwendung einer der vorgestellten Probengeometrien möglich. Die starken, strukturellen Unterschiede der

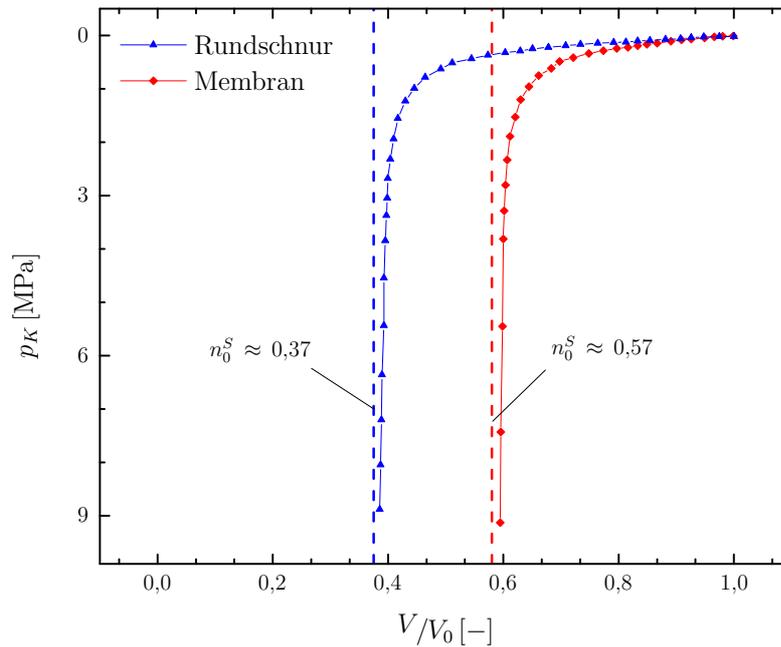


Abbildung 5.4: Vergleich der Kompressionspunkte für zylindrische Probe und Membranprobe $d = 5$ mm im hydrostatischen Kompressionsversuch (Kammerdruck p_K über Volumendehnung V/V_0)

beiden Probenarten werden auch zu deutlichen Abweichungen beim zu erwartenden Materialverhalten führen, weshalb auf die Verwendung des Membranmaterials als alleinige Materialgeometrie zurückgegriffen wird. Die leichten Abweichungen zwischen den beiden Membranstärken sind zu vernachlässigen.

5.4 Isotropie

Der Modellansatz, wie er in Kapitel 6 beschrieben wird, lässt eine Richtungsabhängigkeit des Materials aufgrund der Modellstruktur nicht zu, weshalb die Isotropie des Materials als notwendige Eigenschaft vorausgesetzt werden muss. Da die Auswertung der lichtmikroskopischen Aufnahmen eine durchaus homogene Porenstruktur erkennen lässt, ist eine etwaig auftretende Richtungsabhängigkeit mechanischer Eigenschaften auf die geschlossene Außenhaut zurückzuführen. Zusätzlich weist die Außenhaut eine Makrostrukturierung in Form eines Wabenmusters auf, was als Begründung für weitere Richtungssensitivitäten dienen kann. Die Überprüfung der Einflüsse der beiden genannten Faktoren lässt sich auf unterschiedliche

Weise durchführen.

Der Einfluss der Außenhaut wird anhand eines einfachen, uniaxialen Zugversuchs untersucht. Mit Hilfe der erweiterten, dreidimensionalen Dehnungsmessung (Abschnitt 4.3.1) lassen sich die Hauptstreckungen in allen drei Raumrichtungen während eines Zugversuchs ermitteln. Die Traversenbewegung Δu_M beträgt pro Zeitschritt τ einen Millimeter. Die Zugrichtung ist die \mathbf{e}_1 -Richtung, vgl. Abb. 5.5 - links.

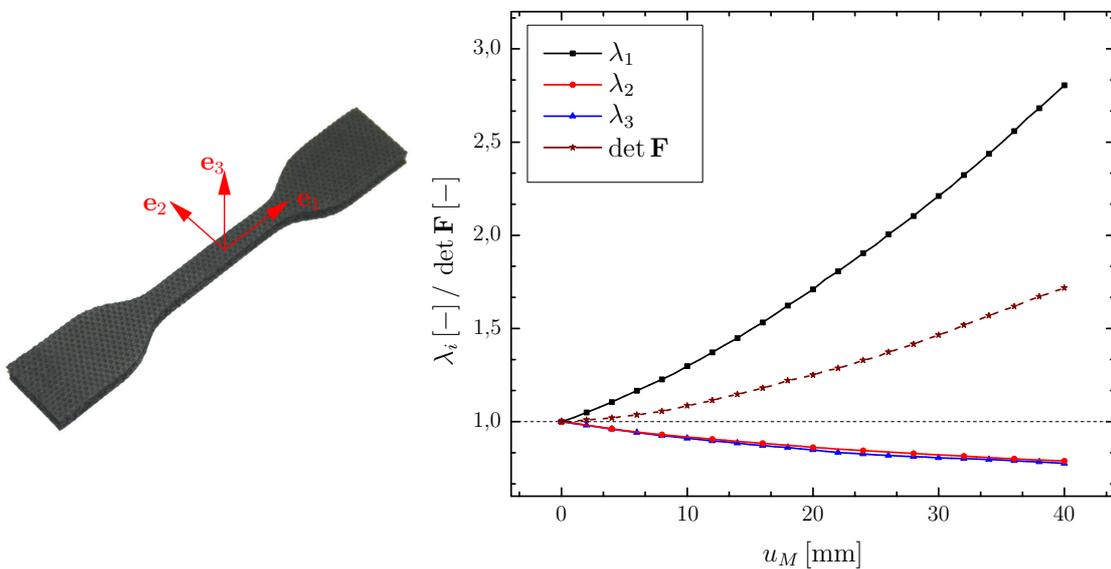


Abbildung 5.5: Überprüfung der Isotropie an Membran $d = 3$ mm im uniaxialen Zugversuch - Einfluss der strukturierten Außenhaut; links: Probengeometrie mit Koordinatensystem, rechts: Hauptstreckungen über Maschinenweg

Die entsprechende Auswertung dieses Versuchsablaufs charakterisiert die Auswirkung der Außenhaut als vernachlässigbar gering, obwohl sie ca. 5 – 10% der Membrandicke ausmacht. Dies wird anhand der genauen Betrachtung der geometrischen Ausgangslage klar. Die Außenkontur der Probe entlang der Schnittfläche, also parallel zur \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_3 -Ebene, ist frei von geschlossenen Strukturen. Im Gegensatz dazu wird die Probenoberfläche (parallel zur \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 -Ebene) durch die geschlossene Außenhaut begrenzt. Dennoch kann ein nahezu identisches Materialverhalten in den beiden Richtungen festgestellt werden, es folgt

$$\lambda_2^{UA} \approx \lambda_3^{UA}, \quad (5.3)$$

vgl. Abb. 5.5 - rechts. Damit ist eine Erweiterung der Maschinenkalibrierung beim uniaxialen Zugversuch nach Gl. (4.13) um die Streckung in \mathbf{e}_3 -Richtung zulässig,

$$\begin{aligned} \lambda_3 &\approx 1 + 2,2 \cdot 10^{-2} \frac{1}{\text{mm}} u_M + 5,6 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{mm}^2} u_M^2 - 2,4 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}^3} u_M^3, \\ &\approx \lambda_2. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Identische Ergebnisse können auch für Membranproben der Stärke $d = 5 \text{ mm}$ abgeleitet werden.

Der zweite Schritt befasst sich mit der Oberflächenstruktur der Außenhaut im Speziellen. Als geeignetes Experiment zur Evaluierung einer daraus folgenden Richtungsabhängigkeit in der Membran selbst (\mathbf{e}_1 - bzw. \mathbf{e}_2 -Richtung gemäß Abb. 5.6 - links) erweist sich der Biaxialversuch, genauer spezifiziert der Äquibiaxialversuch. Der Vergleich der Reaktionskräfte in beide Zugrichtungen unter verschiedenen Orientierungen der Probe liefert äußerst geringe Unterschiede. In Abb. 5.6 - rechts sind die Messkurven für zwei um 30° verdrehte Proben aufgetragen.

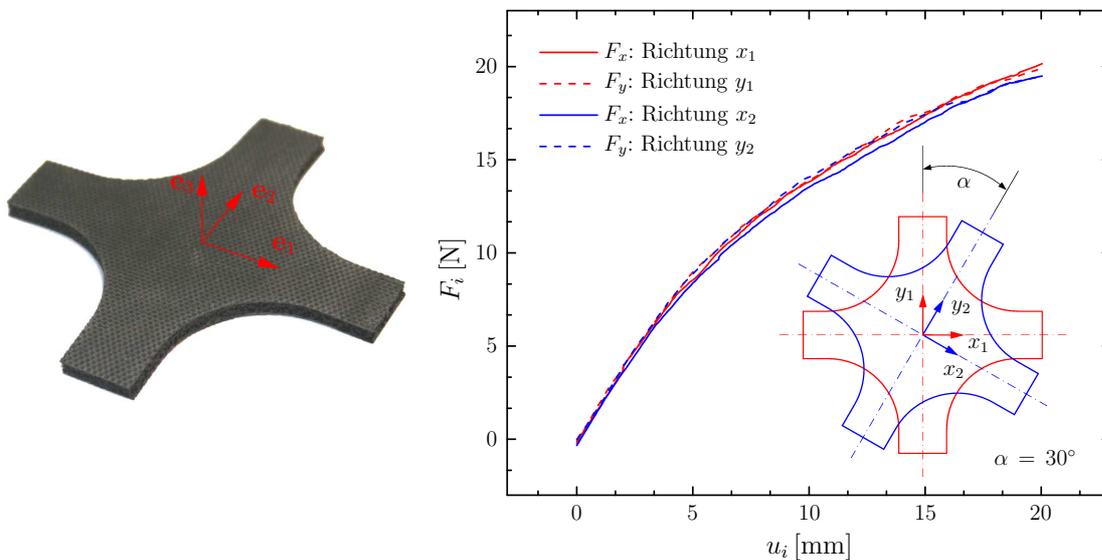


Abbildung 5.6: Überprüfung der Isotropie an Membran $d = 3 \text{ mm}$ im äquibiaxialen Zugversuch; links: Probengeometrie mit Koordinatensystem, rechts: Reaktionskräfte über Maschinenweg - Vergleich zweier zueinander rotierter Proben

Die vorangegangenen Überlegungen validieren die Modellannahme der Isotropie in ausreichendem Maße, weshalb in später folgenden Betrachtungen auch vereinfachende experimentelle Auswertungen umgesetzt werden können.

5.5 Glasübergangstemperatur

Im Rahmen der angestrebten thermomechanischen Materialcharakterisierung ist die Festlegung eines gültigen Temperaturbereichs für das Modell von großer Bedeutung. Dazu werden einerseits eine Abschätzung der typischen Temperaturen innerhalb des Produktlebenszyklus genutzt, andererseits generelle Materialeigenschaften, wie die Glasübergangstemperatur.

Als Vertreter einer typischen Anwendung soll folgend von Dichtkomponenten im Kfz-Motorraum ausgegangen werden. Die dort herrschenden Temperaturen befinden sich in unseren Breiten im Bereich zwischen -20°C und 120°C , vgl. Abschnitt 4.1.4.

Zur Ermittlung der Glasübergangstemperatur des geschäumten Materials wurde eine DSC-Messung (*Differential Scanning Calorimetry* [85]) durchgeführt. Die Auswertung stellt sich bei diesem Materialtyp jedoch als schwierig heraus. Die Messkurven bilden zwar die charakteristischen Peakwerte aus, der Bereich des Glasübergangs erstreckt sich jedoch über ein recht verschwommenes Temperaturfeld um ca. -40°C (-55°C bis -35°C), wodurch eine belastbare Aussage erschwert wird.

Da im vorliegenden Fall nur ein grobes Temperaturintervall ermittelt werden soll, wird auf den laut Hersteller maximalen Anwendungstemperaturbereich zurückgegriffen und auf alternative Messmethoden wie die Dynamisch-Mechanische-Analyse (DM[T]A) oder Dilatometrie verzichtet. Auf Basis der Herstellerangaben ergibt sich eine Spanne von -40°C bis 120°C , was die experimentell ermittelte Glasübergangstemperatur unterhalb von -40°C als plausibel erscheinen lässt.

Die experimentelle Untersuchung beschränkt sich in der vorliegenden Arbeit auf Temperaturen von -5°C bis 80°C , was oberhalb der Glasübergangstemperatur und somit im entropieelastischen Bereich liegt. Von ausgeprägtem viskoelastischem Verhalten muss daher ausgegangen werden.

5.6 Diskussion: Strukturelle Untersuchungen

Dieses Kapitel gibt Aufschlüsse über generelle Eigenschaften des verwendeten Probenmaterials.

- Das Material liegt in zwei Erscheinungsformen vor. Die zylindrische Schnur sollte zur Erstellung von Kompressionsprüfkörpern dienen, die Membran als Rohmaterial für Zugproben. Lichtmikroskopische Untersuchungen weisen allerdings auf deutliche Unterschiede zwischen den Grundformen hin, weshalb eine genauere Kenntnis über die innere Struktur unerlässlich ist.
- Die genaue Vermessung der Porengrößen und die Betrachtung ihrer Verteilung unter dem Lichtmikroskop ergeben zwar eine recht hohe Homogenität innerhalb der Geometrietypen, allerdings zeigen sich deutliche Unterschiede zwischen zylindrischen Proben und Membranproben.
- Auch im Hinblick auf die Porosität wird diese Unterscheidung ersichtlich. Während die Porosität der Membran im Bereich der unteren Toleranzgrenze der Herstellerangabe liegt, ergibt sich für die Rundschnur eine Porosität nahe der oberen Toleranzgrenze. Die experimentelle Charakterisierung des Volumenanteils erfolgte zum einen optisch durch statistische Auswertung von Probenschnitten und zum anderen mechanisch durch den hydrostatischen Kompressionsversuch. Beide Verfahren liefern ähnliche Ergebnisse, weshalb im späteren Verlauf der experimentellen Untersuchungen auf die zylindrischen Proben verzichtet wird und lediglich die Membranproben zur Materialcharakterisierung genutzt werden.
- Die Isotropie des Materials wurde mit zwei Verfahren überprüft. Einerseits kamen uniaxiale Zugversuche mit optischer Auswertung der Transversaldehnungen zum Einsatz, andererseits äquibiaxiale Zugversuche mit zueinander verdrehten Proben. Die Feststellung der Isotropie kann durch die ermittelte Gleichheit der Transversaldehnungen im ersten Fall und die Gleichheit der Reaktionskräfte in unterschiedlichen Raumrichtungen im zweiten Fall begründet werden.
- Zur Ermittlung der Glasübergangstemperatur des geschäumten Elastomers wurden *DSC*-Messungen an Membran- und zylindrischen Proben durchgeführt. Die Auswertung der Messkurven war allerdings mit einer gewissen Unsicherheit verbunden. Die ungefähr ermittelte Glasübergangstemperatur dieser Tests liegt bei $T_g \approx -40^\circ\text{C}$. Herstellerangaben zum zulässigen Temperaturbereich des Materials stützen diesen Zahlenwert.

6

Materialmodellierung

Im Rahmen der kontinuumsmechanischen Grundlagen wurde der allgemeine Spannungs-Dehnungs-Zusammenhang (Gl. (3.80)) aus der Clausius-Planck-Ungleichung (Gl. (3.75)) hergeleitet. Unter Zuhilfenahme der Argumentation von Coleman & Noll [31] lässt sich die Gesamtspannung aus den Partialspannungen zusammenfügen, wobei diejenigen der Festkörperphase wiederum in Gleichgewichts- und Nichtgleichgewichtsanteile unterschieden werden können. Bei der Gasphase kann von rein elastischem Verhalten ausgegangen werden, weshalb eine weitere Unterteilung entfällt. In diesem Kapitel soll zunächst auf das hyperelastische und anschließend auf das viskoelastische Teilmaterialmodell eingegangen werden. Die Temperaturabhängigkeit wird anschließend durch Modifikation der bereits identifizierten Parameter des Nichtgleichgewichtsanteils einbezogen. Dieses Kapitel wird daher in drei Abschnitte unterteilt, wobei die Herleitung des hyperelastischen Modellteils und die anschließende Parametermodifikation detailliert beschrieben werden, da sich dort die hauptsächliche Neuerung des Modellansatzes verbirgt. Die Erstellung des viskoelastischen Modellanteils wurde bereits ausführlich von Koprowski-Theiß [120] erläutert und soll daher nur zusammengefasst präsentiert werden.

6.1 Hyperelastisches Teilmodell

Im Sinne der vollständigen Auswertbarkeit der Gl. (3.70) wird eine geeignete Formulierung der freien Helmholtz-Energie benötigt. Die Gesamtspannung des hyperelastischen Modellanteils reduziert sich unter der ausschließlichen Betrachtung der Gleichgewichtsanteile zu

$$\mathbf{T} = \underbrace{2\rho^S \mathbf{B}_S \frac{\partial \psi_{eq}^S}{\partial \mathbf{B}_S}}_{\mathbf{T}^S} - \underbrace{(\rho^{GR})^2 \frac{\partial \psi^G}{\partial \rho^{GR}} \mathbf{I}}_{\mathbf{T}^G}. \quad (6.1)$$

Der Index $(\bullet)^S$ beschreibt gemäß Kapitel 3 Größen der Festkörperphase und $(\bullet)^G$ Größen der Gasphase. Die Variable ρ^{GR} kennzeichnet die reale Gasdichte.

Wie bereits von Koprowski-Theiß diskutiert [120, 121, 122], kann die freie Energie der Gasphase ψ^G über das unparametrisierte ideale Gasgesetz ausgedrückt werden, wobei hier eine reine Abhängigkeit vom aktuellen Volumen zu Grunde gelegt ist,

$$\psi^G = p_0 \left(\frac{J_S - 1}{J_S - n_0^S} \right) \frac{1}{\rho^{GR}}. \quad (6.2)$$

Der Parameter p_0 beschreibt den Atmosphärendruck. Somit ergibt sich der Spannungsanteil aus der Gasphase zu

$$\mathbf{T}^G = p_0 \left(\frac{J_S - 1}{J_S - n_0^S} \right) \mathbf{I}, \quad (6.3)$$

was physikalisch als der auftretende Porendruck interpretiert werden kann.

Aufwändiger ist die Formulierung der Partialspannung für die Festkörperphase, da sie aufgrund der Modellkonstruktion in einen isochoren und einen volumetrischen Anteil zerlegt wird. Die Auftrennung ist additiv, wodurch sich eine formale Zusammensetzung der freien Energie gemäß

$$\psi^S(\mathbf{B}_S) = \hat{\psi}^S(\mathbf{I}_{\mathbf{B}_S}, \mathbb{I}_{\mathbf{B}_S}) + \bar{\psi}^S(J_S) \quad (6.4)$$

ergibt. Arbeiten von Penn [176] oder Eipper [51] weisen bezüglich dieser additiven Aufteilung der freien Helmholtz-Energie auf Schwierigkeiten hin, wodurch eine generelle Gültigkeit für stark kompressible Materialien angezweifelt wird. Durch besondere Aufmerksamkeit bei der Parameteridentifikation kann die Problematik

eingegrenzt werden (Kap. 8).

Es ist üblich und aufgrund der physikalischen Interpretierbarkeit sinnvoll, den volumetrischen Term als Funktion der Determinanten des Deformationsgradienten J_S auszuwerten und nicht als Funktion der dritten volumetrischen Hauptinvarianten, vgl. Gl. (3.93). Die Vorgehensweise wurde bereits in [51, 120, 205] erfolgreich angewendet.

Entsprechend Gl. (3.70) wird für den weiteren Verlauf die Ableitung nach der Prozessvariablen \mathbf{B}_S benötigt. Gemäß den Gleichungen Gl. (3.91) und Gl. (3.94) errechnet sich die vollständige, abgeleitete freie Energie zu

$$\rho_0^S \frac{\partial \psi^S(\mathbf{I}_{\mathbf{B}_S}, \mathbb{I}_{\mathbf{B}_S}, J_S)}{\partial \mathbf{B}_S} = \rho_0^S \frac{\partial \hat{\psi}^S}{\partial \mathbf{I}_{\mathbf{B}_S}} \frac{\partial \mathbf{I}_{\mathbf{B}_S}}{\partial \mathbf{B}_S} + \rho_0^S \frac{\partial \hat{\psi}^S}{\partial \mathbb{I}_{\mathbf{B}_S}} \frac{\partial \mathbb{I}_{\mathbf{B}_S}}{\partial \mathbf{B}_S} + \rho_0^S \frac{\partial \bar{\psi}^S}{\partial J_S} \frac{\partial J_S}{\partial \mathbf{B}_S}. \quad (6.5)$$

Der Arbeit von Eipper [51] ist auch die Formulierung des volumetrischen Anteils der freien Energiefunktion entnommen. Dieser Ansatz sorgt für einen asymptotisch gegen Unendlich strebenden Druck im Fall der vollständigen Komprimierung der Gasphase. Im Unterschied zu herkömmlichen kompressiblen Ansätzen tritt der somit erreichte Kompressionspunkt bereits bei einem endlichen Restvolumen des Volumenelements auf, das nur noch durch die Festkörpermatrix charakterisiert ist. Die gewichtete freie Energie nach Eipper [51] ist gegeben durch

$$\rho_0^S \bar{\psi}^S = \frac{\Lambda^S \left[J_S^\gamma - 1 - \gamma \ln \frac{J_S - n_0^S}{1 - n_0^S} + \gamma n_0^S \frac{J_S - n_0^S}{1 - n_0^S} \right]}{\gamma \left(\gamma - 1 + \frac{1}{(1 - n_0^S)^2} \right)}. \quad (6.6)$$

mit der Lamé-Konstanten Λ^S und dem dimensionslosen Parameter γ mit der notwendigen Eigenschaft $\gamma \geq 1$. Eine physikalische Interpretation des dimensionslosen Parameters fällt jedoch schwer, wenngleich er für die Sicherstellung der Konvexität der freien Energiefunktion notwendig ist [51]. Die Ableitung von Gl. (6.6) nach \mathbf{B}_S , wie sie in Gl. (6.5) benötigt wird, kann unter Verwendung von Gl. (3.94) geschrieben werden als

$$\rho_0^S \frac{\partial \bar{\psi}^S}{\partial J_S} \frac{\partial J_S}{\partial \mathbf{B}_S} = \frac{1}{2} J_S \mathbf{B}_S^{-1} \frac{\Lambda^S \left[J_S^{\gamma-1} - \frac{1}{J_S - n_0^S} + \frac{n_0^S}{1 - n_0^S} \right]}{\left(\gamma - 1 + \frac{1}{(1 - n_0^S)^2} \right)}. \quad (6.7)$$

Die wesentliche Neuerung gegenüber dem Modellansatz von Koprowski-Theiß [120] ist durch die Wahl der isochoren freien Helmholtz-Energie der Festkörperphase ge-

geben. Im Gegensatz zu den einachsigen Zugversuchen und den daraus resultierenden Materialparametern des hyperelastischen Modellanteils in [120] soll hier gemäß Kapitel 4 ein Materialmodell erarbeitet werden, das in der Lage ist, mehrachsige Deformationszustände zu beschreiben. Bei der Herleitung der kontinuumsmechanischen Grundlagen in Kapitel 3 wurde daher auf die Notwendigkeit der Beachtung einer weiterführenden Deformationsinformation hingewiesen. Dies bedingt unmittelbar die Durchführung multiaxialer Experimente, wie es bereits in [103] dargelegt wurde. Im Fall des uniaxialen Zuges ist es nämlich aufgrund des fest vorgegebenen mathematischen Zusammenhangs zwischen erster und zweiter Hauptinvarianten $I_{\hat{\mathbf{B}}_S}$ und $II_{\hat{\mathbf{B}}_S}$ möglich, das resultierende Materialmodell auf die Abhängigkeit von einer Hauptinvarianten zu reduzieren. Der ursprünglich mehrachsige Charakter des Materialmodells wird dadurch aufgelöst. Mathematisch kann dieser Umstand durch den Übergang von einem Mooney-Rivlin-Modellansatz [183] zu einem Neo-Hooke-Ansatz [215] beschrieben werden.

Wiederum ausgehend von der detaillierten Ausformulierung der freien Helmholtz-Energie (Gl. (6.4)) dient das gewählte Mooney-Rivlin-Materialmodell als die einfachste Variante der Abhängigkeit von den ersten beiden Dehnungshauptinvarianten. Es kann laut [159, 182] in der Form

$$\rho_0^S \hat{\psi}^S = \rho_0^S \hat{\psi}^S (I_{\hat{\mathbf{B}}_S}, II_{\hat{\mathbf{B}}_S}) \quad (6.8)$$

$$= c_{10} (I_{\hat{\mathbf{B}}_S} - 3) + c_{01} (II_{\hat{\mathbf{B}}_S} - 3) \quad (6.9)$$

geschrieben werden und stellt damit ein spezielles Glied aus der allgemeinen Potenzreihenentwicklung gemäß [183] dar,

$$\rho_0^S \hat{\psi}^S = \sum_{i=0, j=0}^{\infty} c_{ij} (I_{\hat{\mathbf{B}}_S} - 3)^i (II_{\hat{\mathbf{B}}_S} - 3)^j, \quad c_{00} = 0. \quad (6.10)$$

Komplexere Materialmodelle höherer Ordnung auf Basis dieser Reihenentwicklung sind beispielsweise in [11, 100] dargestellt. Eine Verbesserung des klassischen Mooney-Rivlin-Ansatzes ist hierbei durch eine Erweiterung um Terme 2. und 3. Ordnung gegeben. Die entstehende Formulierung ist als Mischung aus einem Yeoh-Modell [231, 232, 233] und einem Mooney-Rivlin-Modell zu deuten und wurde erstmals von Biderman [11] genannt und wird daher in der Folge als Biderman-Modell bezeichnet. Diese Erweiterung stellt die Möglichkeit bereit, den für gefüllte Elastomere charakteristischen S-Schlag im Spannungs-Dehnungs-Zusammenhang abzubilden. Dies wird durch die deformationsabhängige Steifigkeit realisiert. Die so erweiterte freie Energiefunktion des hyperelastischen isochoren Teilmodells ergibt

sich zu

$$\rho_0^S \hat{\psi}^S = c_{10} (\mathbf{I}_{\hat{\mathbf{B}}_S} - 3) + c_{20} (\mathbf{I}_{\hat{\mathbf{B}}_S} - 3)^2 + c_{30} (\mathbf{I}_{\hat{\mathbf{B}}_S} - 3)^3 + c_{01} (\mathbb{I}_{\hat{\mathbf{B}}_S} - 3). \quad (6.11)$$

Die erneute Auswertung des Ausdrucks in Gl. (6.11) gemäß Gl. (6.5) und Einsetzen der Terme aus Gl. (3.92) liefert

$$\begin{aligned} \rho_0^S \frac{\partial \hat{\psi}^S}{\partial \mathbf{B}_S} &= J_S^{-2/3} c_{10} \left(\mathbf{I} - \frac{1}{3} \mathbf{I}_{\mathbf{B}_S} \mathbf{B}_S^{-1} \right) \\ &+ J_S^{-2/3} 2 c_{20} \left(J_S^{-2/3} \mathbf{I}_{\mathbf{B}_S} - 3 \right) \left(\mathbf{I} - \frac{1}{3} \mathbf{I}_{\mathbf{B}_S} \mathbf{B}_S^{-1} \right) \\ &+ J_S^{-2/3} 3 c_{30} \left(J_S^{-2/3} \mathbf{I}_{\mathbf{B}_S} - 3 \right)^2 \left(\mathbf{I} - \frac{1}{3} \mathbf{I}_{\mathbf{B}_S} \mathbf{B}_S^{-1} \right) \\ &+ c_{01} J_S^{-4/3} \left(\mathbf{I}_{\mathbf{B}_S} \mathbf{I} - \mathbf{B}_S - \frac{2}{3} \mathbb{I}_{\mathbf{B}_S} \mathbf{B}_S^{-1} \right). \end{aligned} \quad (6.12)$$

Durch Zusammenfügen der drei hyperelastischen Modellansätze aus Gl. (6.3), Gl. (6.7) und Gl. (6.12) und Einsetzen in den Ausdruck der Gleichgewichtsspannung gemäß Gl. (3.70) ergibt sich schließlich die hyperelastische Spannungs-Dehnungs-Beziehung zu

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{eq} &= p_0 \left(\frac{J_S - 1}{J_S - n_0^S} \right) \mathbf{I} \\ &+ 2 J_S^{-5/3} c_{10} \left(\mathbf{B}_S - \frac{1}{3} \mathbf{I}_{\mathbf{B}_S} \mathbf{I} \right) \\ &+ 4 J_S^{-5/3} c_{20} \left(J_S^{-2/3} \mathbf{I}_{\mathbf{B}_S} - 3 \right) \left(\mathbf{B}_S - \frac{1}{3} \mathbf{I}_{\mathbf{B}_S} \mathbf{I} \right) \\ &+ 6 J_S^{-5/3} c_{30} \left(J_S^{-2/3} \mathbf{I}_{\mathbf{B}_S} - 3 \right)^2 \left(\mathbf{B}_S - \frac{1}{3} \mathbf{I}_{\mathbf{B}_S} \mathbf{I} \right) \\ &+ 2 J_S^{-2} c_{01} \left(\mathbf{I}_{\mathbf{B}_S} \mathbf{B}_S - \mathbf{B}_S^2 - \frac{2}{3} \mathbb{I}_{\mathbf{B}_S} \mathbf{I} \right) \\ &+ \frac{\Lambda^S \left[J_S^{\gamma-1} - \frac{1}{J_S - n_0^S} + \frac{n_0^S}{1 - n_0^S} \right]}{\left(\gamma - 1 + \frac{1}{(1 - n_0^S)^2} \right)} \mathbf{I}. \end{aligned} \quad (6.13)$$

6.2 Viskoelastisches Teilmodell

Der vorherige Abschnitt behandelte die Erstellung eines hyperelastischen Modellanteils, welcher zur Berechnung der mechanischen Spannungen aufgrund quasi-statischer Deformationen dient. In der Realität werden allerdings praktisch keine derartigen Deformationen erkennbar, da immer eine endliche Prozessgeschwindigkeit vorliegt, wodurch die Spannungsantwort selbst bei geringer Ratenabhängigkeit des Materials vom Gleichgewichtsanteil abweicht. Diese Abweichung kann in Form eines superponierten Teilmodells mit expliziter Deformationsratenabhängigkeit abgebildet werden. In Rahmen dieser Arbeit soll nur ein grober Überblick über die angestellten Überlegungen gegeben werden, da der Ansatz bereits detailliert von Koprowski-Theiß [120] beschrieben wurde.

Startpunkt der Herleitung ist die Wahl einer geeigneten freien Helmholtz-Energie für das jeweilige Maxwell-Element gemäß Abb. 3.5, wie sie bereits im Fall der Hyperelastizität verwendet wurde. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit soll dabei vom j -ten Element der Reihe ausgegangen werden. Die Überprüfung der Anforderungen an ein entsprechendes Modell kann durch Betrachtung der experimentellen Modellstruktur erfolgen, vgl. Kapitel 4. Im Fall des Kompressionsverhaltens wurde bereits erwähnt, dass sowohl quasi-statische als auch dynamische Experimente mit dem vorgestellten hydrostatischen Druckversuch durchgeführt werden können. Daher liegt es nahe, die identische Ansatzfunktion für die Modellierung des hyper- und viskoelastischen Teilmodells im Druckbereich zu wählen. Unter Verwendung des Vorschlags von Eipper [51], den Modellparameter γ aus Gl. (6.6) auf den konstanten Wert 1 zu setzen, folgt für die volumetrische, freie Energiefunktion in Abhängigkeit der Determinante des elastischen Deformationsgradienten $J_{S_e}^j$ des j -ten Maxwell-Elements der Zusammenhang

$$\rho_0^S \bar{\psi}_{neq}^{Sj}(J_{S_e}^j) = \Lambda^j (1 - n_0^S)^2 \left[\frac{J_{S_e}^j - 1}{1 - n_0^S} - \ln \left(\frac{J_{S_e}^j - n_0^S}{1 - n_0^S} \right) \right]. \quad (6.14)$$

Die Ermittlung des Spannung-Dehnungs-Zusammenhangs gemäß Gl. (3.80) unter Berücksichtigung zeitabhängiger Effekte erfordert die Ableitung von Gl. (6.14) nach dem elastischen, linken Cauchy-Green-Deformationstensor $\mathbf{B}_{S_e}^j$. Mit dem Transfer von Gl. (3.94) auf den vorliegenden Fall ergibt sich schließlich

$$\rho_0^S \frac{\partial \bar{\psi}_{neq}^{Sj}}{\partial \mathbf{B}_{S_e}^j} = \frac{1}{2} J_{S_e}^j \Lambda^j (1 - n_0^S)^2 \left[\frac{1}{1 - n_0^S} - \frac{1}{J_{S_e}^j - n_0^S} \right] (\mathbf{B}_{S_e}^j)^{-1}. \quad (6.15)$$

Für den Zugbereich stellt sich eine analoge Behandlung jedoch als nicht zweckmäßig dar, da die Identifikation an uniaxialen Zugversuchen durchgeführt wird und die Anpassung eines Mooney-Rivlin-Modells mit uniaxialen Experimenten gemäß Johlitz et al. [103] nicht notwendigerweise zu einem zufriedenstellenden Ergebnis führt. Ein einfacherer Ansatz des Neo-Hooke-Typs ist daher aufgrund der vorliegenden experimentellen Ausstattung ausreichend und liefert die freie Helmholtz-Energie des isochoren Nichtgleichgewichtsanteils,

$$\rho_0^S \hat{\psi}_{neq}^{Sj}(\mathbf{I}_{\mathbf{B}_{S_e}^j}) = \frac{1}{2} \mu^j \left(\mathbf{I}_{\mathbf{B}_{S_e}^j} - 3 \right). \quad (6.16)$$

Analog zum volumetrischen Anteil wird die Ableitung von Gl. (6.16) nach $\mathbf{B}_{S_e}^j$ zur Ermittlung des isochoren Nichtgleichgewichtsanteils der Spannung des j -ten Elements benötigt, die durch

$$\rho_0^S \frac{\partial \hat{\psi}_{neq}^{Sj}}{\partial \mathbf{I}_{\mathbf{B}_{S_e}^j}} = \frac{1}{2} \mu^j (J_{S_e}^j)^{-2/3} \left[\mathbf{I} - \frac{1}{3} (\mathbf{B}_{S_e}^j)^{-1} \mathbf{I}_{\mathbf{B}_{S_e}^j} \right] \quad (6.17)$$

gegeben ist.

Zusammengefasst liefern die Gleichungen (6.15) und (6.17) nach Einsetzen in die inelastischen Partialspannungen aus Gl. (3.80)₂ die mechanische Spannung des j -ten Elements gemäß

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{neq}^j &= 2 J_S^{-1} \left[\mu^j (J_{S_e}^j)^{-2/3} \left(\mathbf{B}_{S_e}^j - \frac{1}{3} \mathbf{I}_{\mathbf{B}_{S_e}^j} \mathbf{I} \right) \right] \\ &+ 2 J_S^{-1} \left[J_{S_e}^j \Lambda^j (1 - n_0^S)^2 \left(\frac{1}{1 - n_0^S} - \frac{1}{J_{S_e}^j - n_0^S} \right) \right] \mathbf{I}. \end{aligned} \quad (6.18)$$

Wie in den kontinuumsmechanischen Grundlagen bereits erläutert, wird die Entwicklung der elastischen Größen in Gl. (6.18) über die Auswertung der Dissipationsrestungleichung hinreichend bestimmt und gemäß Gl. (3.86) berechnet. Einsetzen der abgeleiteten Energiefunktionen Gl. (6.15) und Gl. (6.17) in die Evolutionsgleichung liefert schließlich die Differentialgleichung

$$\begin{aligned} (\mathbf{C}_{S_i}^j)'_S &= 2 \frac{\mu^j}{\hat{\eta}^j} J_S^{-1} (J_{S_e}^j)^{-2/3} \left(\mathbf{C}_S - \frac{1}{3} \mathbf{C}_{S_i}^j \mathbf{I}_{\mathbf{B}_{S_e}^j} \right) \\ &+ 2 \frac{\Lambda^j}{\hat{\eta}^j} J_S^{-1} J_{S_e}^j (1 - n_0^S)^2 \left(\frac{1}{1 - n_0^S} - \frac{1}{J_{S_e}^j - n_0^S} \right) \mathbf{C}_{S_i}^j, \end{aligned} \quad (6.19)$$

deren numerische Auswertung den jeweiligen Deformationszustand des entsprechenden Maxwell-Elements ergibt. In Gl. (6.19) wird mit $\hat{\eta}^j$ und $\bar{\eta}^j$ zwischen isochoren und volumetrischen Viskositäten unterschieden, was eine getrennte Identifikation ermöglicht. Da das Verhalten dabei auf die Kombination aus einem kompressiblen Gas und einer inkompressiblen Festkörperphase zusammengesetzt ist, gilt die Stokessche Annahme [94] hier nicht. Das bedeutet konkret, dass die Volumenviskositäten beider Sonderfälle als nicht vernachlässigbar angesehen werden können und einen kombinierten Beitrag in der Mischung leisten.

Bei näherer Betrachtung offenbart die Evolutionsgleichung (Gl. (6.19)) den Quotienten aus dem Schubmodul μ^j bzw. der Lamé-Konstanten Λ^j und den zugehörigen Viskositäten $\hat{\eta}^j$ bzw. $\bar{\eta}^j$. In reziproker Darstellung sind dadurch die Relaxationszeiten $\hat{\tau}^j$ und $\bar{\tau}^j$ des betreffenden Maxwell-Elements gegeben, vgl. Gl. (6.21)₁.

Das untersuchte Material zeigt jedoch eine ausgeprägte Nichtlinearität im ratenabhängigen Verhalten. Eine deutliche Erhöhung der Prozessgeschwindigkeit hat nur eine relativ geringe Veränderung der Nichtgleichgewichtsspannung zur Folge. In [120, 121, 188] wurde als Lösung dieses Problems die Einführung nichtlinearer Relaxationszeitfunktionen vorgeschlagen. Diese beinhalten eine explizite Abhängigkeit von der Dehngeschwindigkeit, im Speziellen von der Frobenius-Norm des Deformationsgeschwindigkeitstensors \mathbf{D}_S ,

$$\|\mathbf{D}_S\| = \sqrt{(D_S)_{ij} (D_S)_{ij}}. \quad (6.20)$$

Da zusätzlich zur Dehnratenabhängigkeit noch eine explizite Abhängigkeit von der aktuellen Dehnung für die adäquate Beschreibung des Materialverhaltens notwendig ist, wird genau wie bei Koprowski-Theiß [120, 121] ein weiterer Typ der Relaxationszeitfunktion eingeführt, vgl. Gl. (6.21)₃. Die zusätzliche Abhängigkeit von der Dehnung soll zumindest für einen Teil der Relaxatoren angewendet werden, wodurch die Beschreibung des Payne-Effekts generell ermöglicht wird, jedoch nicht explizit ausgeführt werden soll. Die Zusammenstellung gemäß Gl. (6.21) dient als Überblick über die verwendeten Relaxationszeitfunktionen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird auf eine separate Kennzeichnung als volumetrische ($\bar{\bullet}$) oder

isochore Größe (\bullet) verzichtet,

$$\begin{aligned}
 r_{\textcircled{1}}^j &= \frac{\eta^j}{\mu^j}, \\
 r_{\textcircled{2}}^j &= r_{\textcircled{2}}^{1j} + r_{\textcircled{2}}^{2j} \exp\left(-k_{\textcircled{2}}^j \|\mathbf{D}_S\|\right), \\
 r_{\textcircled{3}}^j &= \left(r_{\textcircled{3}}^{1j} + r_{\textcircled{3}}^{2j} \exp\left(-k_{\textcircled{3}}^j \|\mathbf{D}_S\|\right)\right) \frac{1}{\|\mathbf{C}_S\|}, \\
 r_{\textcircled{4}}^j &= \left(r_{\textcircled{4}}^{1j}\right) \frac{1}{\|\mathbf{C}_S\|} = \frac{\eta^j}{\mu^j} \frac{1}{\|\mathbf{C}_S\|}.
 \end{aligned} \tag{6.21}$$

Eine ähnliche Vorgehensweise zur Erstellung prozessabhängiger Materialfunktionen wurde zuvor bereits von Haupt & Lion [81] vorgeschlagen.

Abschließend ist zu erwähnen, dass die formal korrekte Darstellung der Prozessparameter laut Gl. (3.72) um die Prozessvariable \mathbf{D}_S erweitert werden muss, da sie explizit in den Relaxationszeitfunktionen Gl. (6.21)₂ und Gl. (6.21)₃ enthalten ist. In der Dissertation von Scheffer [188] wurde im Rahmen der Herleitung der thermodynamischen Konsistenz dieser Formulierung jedoch aufgezeigt, dass die Ergänzung des Prozessvariablensatzes um die Deformationsgeschwindigkeit \mathbf{D}_S bei gleicher Auswertung keine Änderung der Resultate der Clausius-Planck-Ungleichung (3.75) nach sich zieht. Aus Gründen der Übersichtlichkeit kann daher auf eine reduzierte Darstellung der Prozessparameter zurückgegriffen werden.

6.3 Thermomechanische Modifikation

In der grundlegenden Herangehensweise zur Entwicklung des Materialmodells wird im Anschluss an die bisher vorgestellten Überlegungen der Einfluss der Temperatur betrachtet. Als Einschränkung werden dabei isotherme Prozesse mit homogenen Temperaturfeldern angenommen. Aus Gründen der Einfachheit soll auf eine klassische thermomechanische Kopplung, wie sie beispielsweise in Arbeiten von Höfer [84] oder Lion [132] behandelt wird, verzichtet und stattdessen nur eine einseitige Kopplung vorausgesetzt werden. Die multiplikative Aufteilung des Deformationsgradienten in mechanische und thermische Anteile entfällt dadurch.

Da sowohl der vorhandene biaxiale Zugversuch, als auch der hydrostatische Druckversuch derzeit noch keine Temperatureinheit aufweisen, kann ohnehin lediglich der Einfluss der Temperatur auf die Parameter des inelastischen Modellanteils unter

einachsigen Zug beobachtet werden.

Die hier genutzte, alternative Methode geht bereits auf Arbeiten von Ferry [53] und spätere Ausführungen von Jöhlitz et al. [104] zurück. Das Materialmodell wird zunächst ohne explizite Temperaturabhängigkeit erstellt und anhand von Experimenten bei Raumtemperatur angepasst. Die Materialparameter des hyperelastischen Anteils können im betrachteten Temperaturbereich als konstant behandelt werden. Die Abbildung der Temperaturabhängigkeit wird daher lediglich durch die Anpassung der Materialparameter des inelastischen Teilmodells realisiert [84]. Als funktionaler Zusammenhang soll ein Arrhenius-Ansatz gemäß Gl. (4.4) verwendet werden, vgl. [53, 104].

Anhand der Evolutionsgleichung des j -ten Maxwell-Elements (Gl. (6.19)) wird allerdings eine Schwierigkeit bei diesem Vorgehen ersichtlich. Die Veränderung des Schubmoduls μ^j wirkt sich unmittelbar auf die Relaxationszeiten aus, welche bei der Auswertung der Evolutionsgleichungen von Belang sind. Die Konsequenz dieser Maßnahme besteht in der Verschiebung des Relaxationsspektrums des Materials, was die Modellierung mit Hilfe einer diskreten Relaxatoranzahl deutlich erschwert. Im Allgemeinen ergibt sich das diskrete Relaxationszeitspektrum aus den charakteristischen Zeiten der zugehörigen Experimente. Eine Verschiebung des Spektrums kommt physikalisch einer Verschiebung des Gültigkeitsbereichs bezüglich der Dehnraten des Modells gleich. Die von Jöhlitz et al. [104] vorgeschlagene Methode umgeht die Problematik durch die identische Variation von Schubmodul μ^j und zugehöriger Viskosität η^j . Dadurch bleiben die Relaxationszeitfunktionen $r_{\textcircled{i}}^j$ und schließlich auch das Relaxationsspektrum konstant. Die explizite Temperaturabhängigkeit der Nichtgleichgewichtsspannung laut Gl. (6.18) wird demzufolge einzig durch die Variation der Steifigkeit der jeweiligen Nichtgleichgewichtsfeder bestimmt. Die formale Darstellung des Ansatzes lautet

$$\begin{aligned}\mu^j(\Theta) &= \mu_{\Theta_0}^j \exp \left[b^j \left(1 - \frac{\Theta}{\Theta_0} \right) \right], \\ \eta^j(\Theta) &= \eta_{\Theta_0}^j \exp \left[b^j \left(1 - \frac{\Theta}{\Theta_0} \right) \right], \\ r^j(\Theta) &= \frac{\eta^j(\Theta)}{\mu^j(\Theta)} = \frac{\eta_{\Theta_0}^j}{\mu_{\Theta_0}^j} = r_{\Theta_0}^j,\end{aligned}\tag{6.22}$$

mit der aktuellen Temperatur Θ , der Referenztemperatur Θ_0 (Raumtemperatur) und den ursprünglich angepassten Größen ohne Temperaturabhängigkeit (Index $(\bullet)_{\Theta_0}$). Einsetzen des Ausdrucks Gl. (6.22)₁ in die Formulierung der inelastischen

Partialspannung des j -ten Maxwell-Elements nach Gl. (6.18) liefert abschließend

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{neq}^j(\Theta) = & 2 J_S^{-1} \left[\left(\mu_{\Theta_0}^j (J_{S_e}^j)^{-2/3} \left(\mathbf{B}_{S_e}^j - \frac{1}{3} I_{\mathbf{B}_{S_e}^j} \mathbf{I} \right) \right) \right. \\ & \left. + \left(J_{S_e}^j \Lambda_{\Theta_0}^j (1 - n_0^S)^2 \left(\frac{1}{1 - n_0^S} - \frac{1}{J_{S_e}^j - n_0^S} \right) \right) \mathbf{I} \right] \exp \left[b^j \left(1 - \frac{\Theta}{\Theta_0} \right) \right]. \end{aligned} \quad (6.23)$$

Die zugehörige Evolutionsgleichung, Gl. (6.19), für den jeweiligen Relaxator bleibt aufgrund von Gl. (6.22)₃ unverändert. Durch die Annahme eines idealen Gasgesetzes für die Porenluft und die Vernachlässigung von Gasströmungen im Rahmen der Modellbildung treten in Gl. (6.23) lediglich Anteile aus der Festkörperphase auf.

6.4 Diskussion: Materialmodellierung

In diesem Kapitel wurde die kontinuumsmechanische Modellierung des untersuchten Moosgummiwerkstoffs auf Basis der Theorie Poröser Medien vorgestellt, die eine Beachtung der Strukturkompressibilität des Materials ermöglicht. Durch eine multiplikative Trennung der Deformationen in elastische und inelastische Anteile lassen sich die resultierenden mechanischen Spannungen additiv zerlegen.

- Der hyperelastische Anteil des Materialmodells setzt sich aus einem idealen Gasgesetz für die vorhandene Porenluft und einem hyperelastischen Biderman-Modell [11] für die Festkörperphase zusammen. Die Anwendung des Biderman-Modells ist durch die Betrachtung mehrachsiger Deformationen notwendig, da so der Einfluss der zweiten Dehnungshauptinvarianten beachtet werden kann.
- Das überlagerte, viskoelastische Teilmaterialmodell beinhaltet lediglich den Anteil der Festkörperphase, weil der als idealisiert angenommenen Porenluft keine viskosen Effekte zugesprochen werden. Da sich die experimentelle Charakterisierung der dynamischen Belastungen auf den hydrostatischen Kompressionsversuch und den uniaxialen Zugversuch beschränkt, genügt im isochoren Anteil des Modells eine Abhängigkeit von der ersten Invarianten.

Neben der klassischen, konstanten Relaxationszeit werden weitere, nichtlineare Relaxationszeitfunktionen angenommen. Diese sind abhängig von der Dehnung, der Dehnrage oder beidem.

- Der Einfluss der Temperatur wird auf den inelastischen Anteil der Materialparameter beschränkt. Die nachträgliche Anpassung der temperaturabhängigen Steifigkeitsfunktionen wird um eine identische Anpassung der Viskositäten ergänzt. Durch diese Vorgehensweise wird die Konstanz der Relaxationszeitfunktionen gewährleistet.
- Die wesentlichen Neuerungen des vorgestellten Modells gegenüber dem Modellvorschlag von Koprowski-Theiß [120] lassen sich in zwei Aspekten zusammenfassen. Der Einfluss quasi-statischer, mehrachsiger Deformationen auf das Materialverhalten wird durch die Erweiterung der freien Helmholtz-Energie um die zweite Hauptinvariante von \mathbf{B}_S modelliert. Durch die temperaturabhängige Modifikation der Parameter des viskoelastischen Teilmodells werden die Auswirkungen der Umgebungstemperatur auf das dynamische Materialverhalten dargestellt.

7

Versuchsdurchführungen und Experimente

Bei der Vorstellung der verwendeten experimentellen Anlagen in Kapitel 4 wurden nur die technischen Aspekte der Versuche beleuchtet. Die Rahmenbedingungen für die Durchführung der jeweiligen Experimente sollen folgend kurz erläutert werden, wobei hier nur beispielhaft einige Messkurven dargestellt werden sollen. Weitere Messkurven sind dem Kapitel 9 zu entnehmen. In diesem Zusammenhang schließt das Kapitel mit der Vorstellung der Besonderheiten im vorliegenden Materialverhalten und einem ersten Interpretationsansatz der beobachteten Effekte. Zu Beginn werden die durchgeführten Experimente beschrieben.

Allerdings werden zunächst nur diejenigen Experimente angesprochen, die später auch tatsächlich Einzug in die Parameteridentifikation halten. Wie die Abb. 1.1 erkennbar, stellt die Anwendung als Dichtwerkstoff im Automobilbau eine Vielzahl unterschiedlicher Anforderungen an das Material. Der zu erwartende Temperaturbereich einer Komponente in der Nähe des Motorraums ist sicherlich höher als der eines vergleichbaren Bauteils an der Kofferraumklappe. Weiterhin sind die maximalen Deformationen und auch die maximalen Deformationsraten von der spezifischen Verwendung abhängig. Aufgrund der Fülle an verschiedenen Einflussfaktoren ist das hier resultierende Modell eine beispielhafte Anpassung an gewisse Belastungsumstände. Daraus ergibt sich ein gewisser Gültigkeitsbereich, der je nach Arbeitspunkt verschoben werden kann. Limitierende Größe hierbei ist nicht etwa der experimentelle Aufwand, sondern die Anzahl der im Modell enthaltenen

Maxwell-Elemente, vgl. Kapitel 6. Die Beschränkung auf einen bestimmten Dehnratenbereich wirkt sich unmittelbar positiv auf die Simulationskosten aus. Daher ist es sinnvoll, ein Basismodell zu entwerfen und bei Bedarf zu erweitern, was unter anderem durch weiterführende Experimente und die entsprechende Parameteranpassung durchgeführt werden kann.

Ein Merkmal, das bei der Betrachtung von rußgefülltem EPDM häufig auftritt, sind ausgeprägte Relaxationszeiten [120, 188]. Das Abklingen der viskosen Spannungen nach einer Belastung ist auch nach 24 Stunden noch nicht vollständig abgeschlossen (Abb. 7.1). Zur Ermittlung der Grundelastizität, wie sie als fester

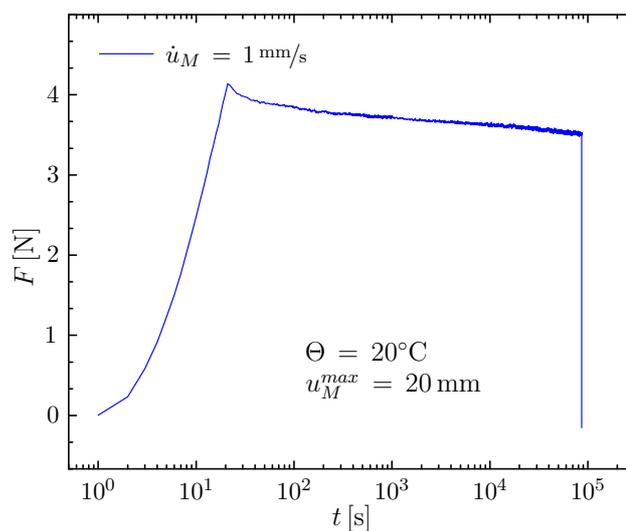


Abbildung 7.1: Relaxation im uniaxialen Zug, zeitlicher Verlauf der Reaktionskraft F , Haltezeit 24 h

Bestandteil in das Materialmodell (Kapitel 6) einfließt, müssen entsprechende Relaxationsexperimente aus praktischen Gründen abgekürzt werden [188]. Generell kann durch Verringerung der Deformationsgeschwindigkeit auch eine anschließende Haltezeit verringert werden. Eine alternative Methode zum schnelleren Erreichen der Grundelastizität wurde von Scheffer et al. [189] oder Sedlan [197] vorgestellt, hier jedoch nicht verwendet.

7.1 Experimente

7.1.1 Vorbehandlung

In der hier verwendeten Methode zur Modellierung des Materialverhaltens eines porösen Elastomers werden Entfestigungseffekte wie der Mullins-Effekt oder der Payne-Effekt vernachlässigt. Diese beiden Spezialfälle in der Materialcharakteristik bei (gefüllten) Elastomeren können hierbei allerdings auf unterschiedliche Weise behandelt werden. Arbeiten von Koprowski-Theiß [120] oder Scheffer [188] haben diesbezüglich den Beweis geführt, dass zumindest der Payne-Effekt bei der Modellierung der Viskositäten mit nichtlinearen Relaxationszeitfunktionen bereits durch das Modell abgebildet werden kann, ohne diesem eine besondere Aufmerksamkeit zu schenken. Anders verhält es sich beim Mullins-Effekt. Seine Modellierung erfordert zusätzlich die Formulierung einer Variable, die die Belastungshistorie des Materials widerspiegelt [112]. Auf einen solchen Ansatz soll hier jedoch verzichtet werden. Bei Bedarf ist eine nachträgliche Ergänzung des Modells im Rahmen einer Schädigungsformulierung um einen entsprechenden Term möglich.

Zur Kompensation dieser theoretischen Vernachlässigung muss das Material auf einen stabilen und reproduzierbaren Ausgangszustand gebracht werden. Dieser wird durch die zyklische Belastung jeder unbelasteten Probe auf ein bestimmtes Niveau erreicht. Aus geometrischen Gründen beschränkt sich die Vorkonditionierung jedoch auf die Ausprägung des später durchgeführten Experiments. Die Zugproben werden demnach im Zugbereich vorkonditioniert und die Kompressionsproben unter hydrostatischem Druck.

Das Vorkonditionierungsniveau liegt bei allen Versuchstypen bei höheren maximalen Dehnungen und Dehnraten als in den späteren Versuchen. Der Zeitpunkt des stabilen Ausgangszustandes muss allerdings aufgrund der großen Relaxationszeiten definiert werden. In Abb. 7.2 - oben ist eine Vorkonditionierung an einer uniaxialen Zugprobe für die erste Belastung und eine Wiederholung nach einer Woche dargestellt. Abbildung 7.2 - unten zeigt lediglich den ersten Belastungszyklus einer unbelasteten Probe als Referenz und die entsprechenden Wiederholungen nach einem Tag, einer Woche und vier Wochen. Aufgrund der geringen Differenz zwischen den Kurven nach einer und vier Wochen kann die Erholung der Probe nach einer Woche als abgeschlossen angesehen werden.

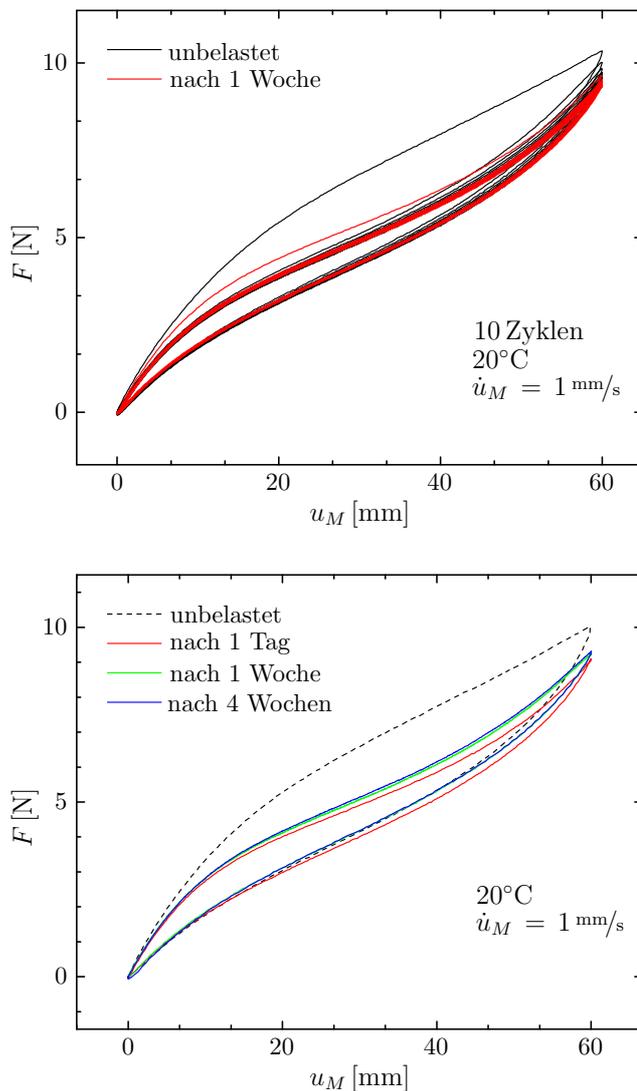


Abbildung 7.2: Vorkonditionierung beim uniaxialen Zug, Reaktionskraft F über Maschinenweg u_M für zuvor unbelastete Referenz und Wiederholungsversuche; oben: 10 Zyklen - nach 1 Woche, unten: 1. Zyklus nach 1 Tag, 1 Woche und 4 Wochen

Die Vorkonditionierung beim biaxialen Zugversuch besteht ebenfalls aus zehn Zyklen pro Achse, allerdings werden diese in fünf quasi-uniaxiale Wiederholungen und fünf äquibiaxiale Wiederholungen unterteilt. Dadurch kann eine Vorkonditionierung in den Grenzbereichen der Invariantenebene (Abb. 3.6) garantiert werden. Der zeitliche Ablauf einer Vorkonditionierung beim Biaxialversuch ist in Abb. 7.3 - oben dargestellt. Die Auftragung der Reaktionskraft über den Maschinenweg in y -Richtung (Abb. 7.3 - unten) ergibt einen ähnlichen Verlauf wie zuvor beim uniaxialen Zug. Die Auftragung zeigt im Bereich höherer, äquibiaxialer Dehnungen

eine Ablösung der Kurve des ersten äquibiaxialen Zyklus von den weiter folgenden Zyklen. Daraus lässt sich der Einfluss der höheren Dehnungen in den Probenarmen erkennen. Durch die Querkontraktion im Zentrum der Probe aufgrund der Dehnung in x -Richtung erhöht sich in den Randbereichen der Probe die uniaxiale Dehnung in y -Richtung. Die maximale Dehnung in der Belastungshistorie der Probe wird dadurch leicht erhöht und es zeigt sich erneut die Ausprägung des Mullins-Effekts.

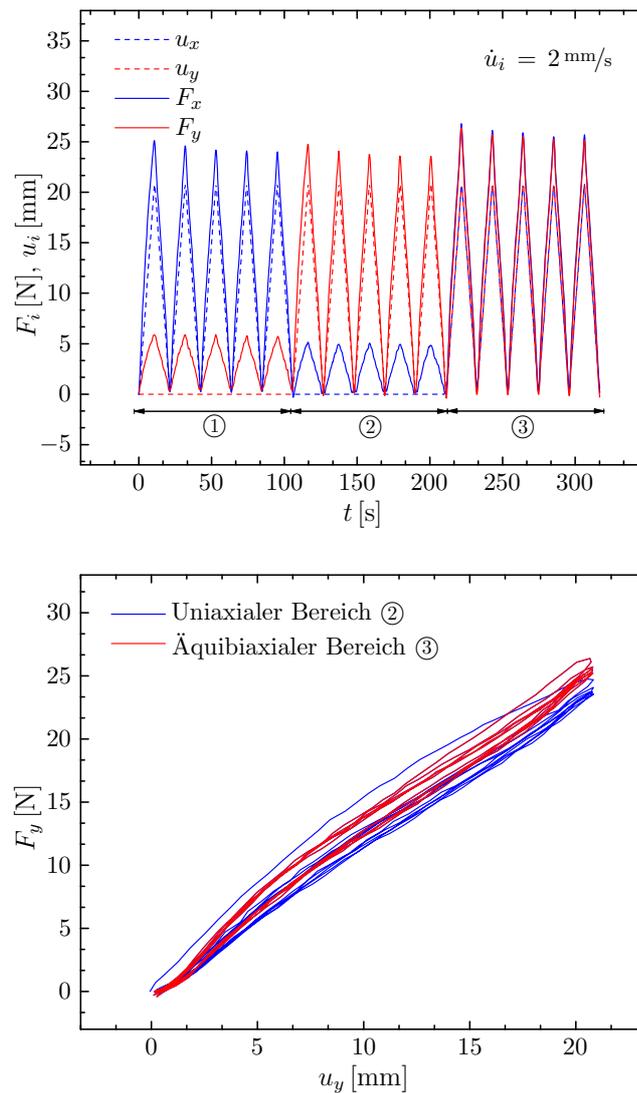


Abbildung 7.3: Vorkonditionierung beim biaxialen Zug an zuvor unbelasteter Probe; oben: zeitlicher Verlauf Reaktionskraft F_i bzw. Maschinenweg u_i , unten: Reaktionskraft F_y über Maschinenweg u_y für 5 uniaxiale und 5 äquibiaxiale Teilzyklen

Während der Unterschied zwischen unbelasteter und vorkonditionierter Probe beim Zugversuch deutlich zu erkennen ist (Abb. 7.2), weist der Druckversuch nur eine relativ geringe Abhängigkeit von der Vorbehandlung auf (Abb. 7.4). Zur Vereinheitlichung der Experimente werden die Druckproben ebenfalls zyklisch vorkonditioniert. Der Maximaldruck der zyklischen Belastung beträgt dabei $p_{max} = 12,5 \text{ MPa}$. Die Darstellung zeigt das gemessene Rohsignal des Kammerdrucks p_K über dem gemessenen Kolbenhub s_K ohne die Durchführung einer Kalibrierung.

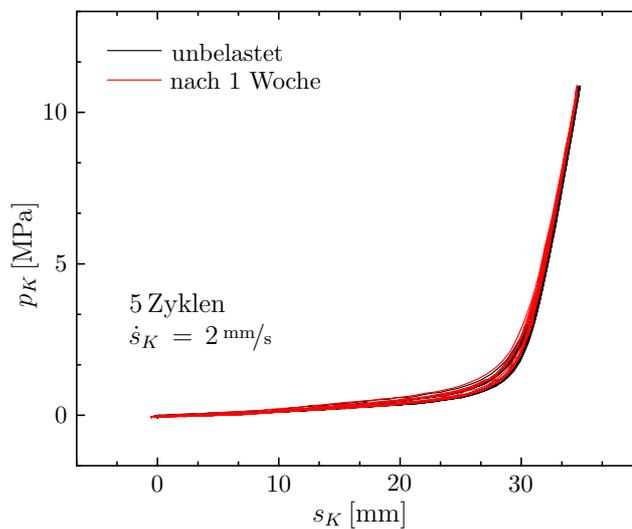


Abbildung 7.4: Vorkonditionierung beim hydrostatischen Druck, Kammerdruck p_K über Kolbenhub s_K für unbelastete Referenz und Wiederholung nach einer Woche

7.1.2 Hydrostatische Kompressionsversuche

Die Parameteridentifikation unter hydrostatischem Druck erfolgt passend zur Modellstruktur in zwei Stufen. Dabei werden zunächst die Anpassungen des statischen Modellanteils vorgenommen und anschließend um die dynamischen Anteile erweitert. Die zugehörigen Experimente werden in der Folge kurz beschrieben. Trotz der geringen intrinsischen Ratenabhängigkeit des Versuchsstandes selbst, werden die zugehörigen Kalibrierkurven für jeden Versuchstyp separat ausgewertet.

Quasi-statische Kompressionsversuche

Die statischen Kompressionsversuche werden in Form eines Treppenversuchs ausgeführt. Dieser Versuchstyp stellt eine Hintereinanderausführung einzelner Relaxationsversuche auf ansteigenden Dehnungsniveaus dar. Der Vorteil dieses Versuchstyps gegenüber den einzelnen Relaxationsexperimenten ist durch die reduzierte Versuchsanzahl gegeben. Nachteilig wirkt sich hingegen die verhältnismäßig lange Versuchsdauer aus. Die sensible Reaktion des Materials auf Temperaturänderungen wurde in diesem Zusammenhang bereits in anderen Arbeiten erwähnt [120, 198]. Mit steigender Versuchsdauer muss daher auch gesteigerte Aufmerksamkeit auf die klimatischen Bedingungen im Umfeld des Versuchs gelegt werden, gerade im Hinblick auf die fehlende Möglichkeit zur Temperierung beim hier vorgestellten hydrostatischen Kompressionsversuch. Daher muss ein Kompromiss zwischen den Parametern Kolbengeschwindigkeit, Stufenanzahl und Haltezeit gefunden werden. Als Kompromisslösung werden die Versuche bei einer sehr niedrigen Kolbengeschwindigkeit ($\dot{s}_K = 0,01 \text{ mm/s} \rightarrow \dot{J}_S \approx 10^{-5} 1/s$) mit relativ geringer Haltezeit gefahren ($t_h = 600 \text{ s}$). Abbildung 7.5 zeigt dabei zunächst den zeitlichen Verlauf des Kammerdrucks in einem Treppenversuch. Der quasi-stationäre Kammerdruck am Ende jeder Relaxationsstufe (gekennzeichnet mit Stern) wird als Stützstelle für die Grundelastizität exportiert.

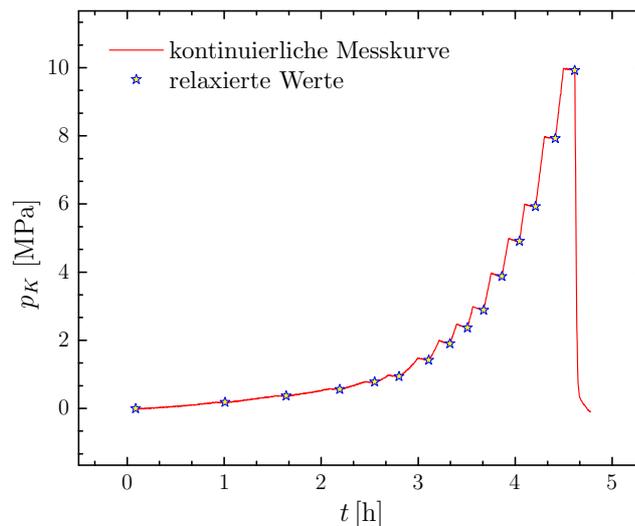


Abbildung 7.5: Treppenversuch bei hydrostatischer Kompression zur Ermittlung der Grundelastizität (quasi-statisch): zeitlicher Verlauf des Kammerdrucks p_K

Nach der Kalibrierung des Kolbenhubs gemäß Gl. (4.9) und Auswertung der Volumendehnung nach Gl. (4.12) ergibt sich schließlich die Grundelastizitätskurve im Druckbereich wie in Abb. 7.6 dargestellt. Darin wird der Kammerdruck p_K über der Volumendehnung V/v_0 aufgetragen.

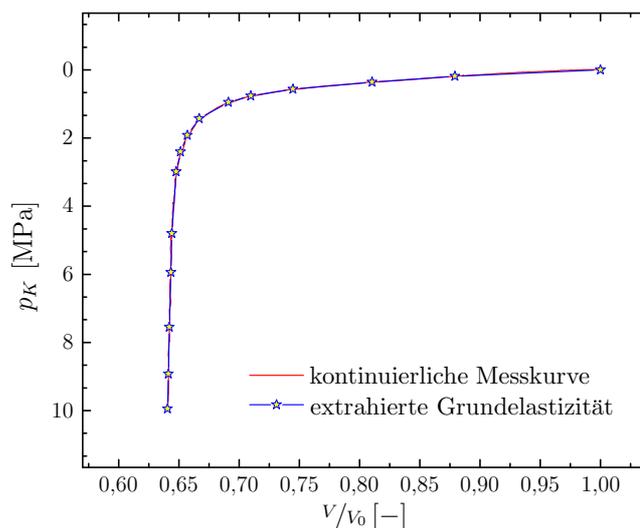


Abbildung 7.6: Treppenversuch bei hydrostatischer Kompression zur Ermittlung der Grundelastizität (quasi-statisch): Kammerdruck p_K über Volumendehnung V/v_0 nach Kalibrierung und Auswertung

Dynamische Kompressionsversuche

Die Experimente zur Auswertung des Dehnrateneinflusses auf das Kompressionsverhalten des Moosgummis unterliegen einer gewissen experimentellen Besonderheit. Die durchgeführten zyklischen Experimente lassen sich nicht ohne Weiteres in die Kategorien kraft- oder weggesteuerte Versuche einordnen und stellen diesbezüglich eine Mischform dar. In der Belastungsphase eines jeden Zyklus liegt eine Wegsteuerung mit Anpassung der Kolbengeschwindigkeit vor. Der Endpunkt der Belastungsrampe wird hingegen kraftgesteuert, genauer gesagt druckgesteuert erreicht. Daher tritt bei jedem Zyklus der identische Maximaldruck p_K^{max} auf, wohingegen der maximale Kolbenhub variieren kann. Die Abbildung 7.7 zeigt einen Vergleich zweier Messungen für unterschiedliche Belastungsgeschwindigkeiten.

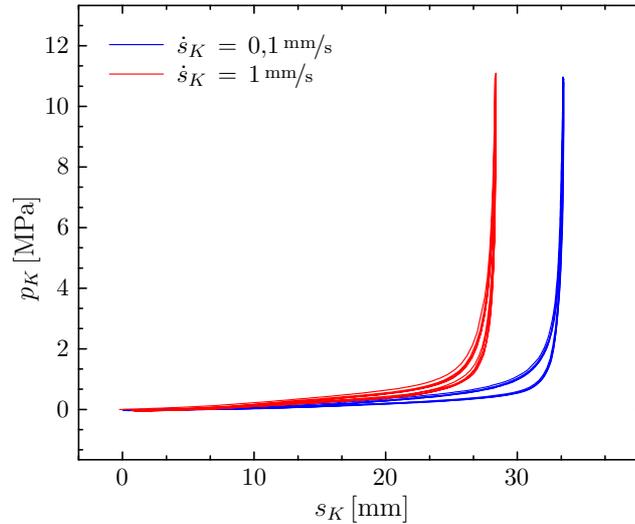


Abbildung 7.7: Zyklische Belastung unter hydrostatischem Druck für zwei Kolbengeschwindigkeiten \dot{s}_K , Kammerdruck p_K über Kolbenhub s_K mit scheinbarer Verschiebung des Kompressionspunktes

Die Kurven weisen bei gleichem Maximaldruck eine signifikante Differenz zwischen den Kolbenhüben auf. Die daraus resultierende, scheinbare Verschiebung des Kompressionspunktes ist an den Belastungspfaden zweier Relaxationsexperimente unter hydrostatischem Druck bei verschiedenen Kolbengeschwindigkeiten erklärbar (Abb.7.8 - oben). Die Auftragung der zugehörigen Relaxationskurven zeigt den Ursprung des Phänomens (Abb. 7.8 - unten). Durch die inelastische Überspannung im Druckbereich wird der Maximaldruck bereits früher, also bei niedrigeren Volumendehnungen erreicht, woraus auch ein niedrigerer asymptotischer Grundelastizitätswert an dieser Stufe resultiert. Die Differenz zwischen den asymptotischen Grundelastizitäten an beiden Stufen δp_{eq} beschreibt dabei näherungsweise die inelastische Überspannung bei der höheren Belastungsrate. Die Entlastungsrampe wird danach wieder weggesteuert absolviert, wobei der Umkehrpunkt wiederum durch den Nulldurchgang des gemessenen Relativdrucks gegeben ist. Da eine Temperierung der Kompressionskammer derzeit nur prototypisch umgesetzt und erprobt wurde, treten als variierende Parameter nur die Kolbengeschwindigkeit und der Maximaldruck auf. Als Kolbengeschwindigkeiten im Belastungspfad werden $0,1 \text{ mm/s}$ und 1 mm/s genutzt. Zur Vermeidung von Haftreibeffekten zwischen Kolben und Zylinderwand werden sämtliche Entlastungspfade mit einer Kolbengeschwindigkeit 1 mm/s durchlaufen. Für die zeitliche Auftragung von Messkurven sei auf Kapitel 9 (Abb. 9.4 und 9.5) verwiesen.

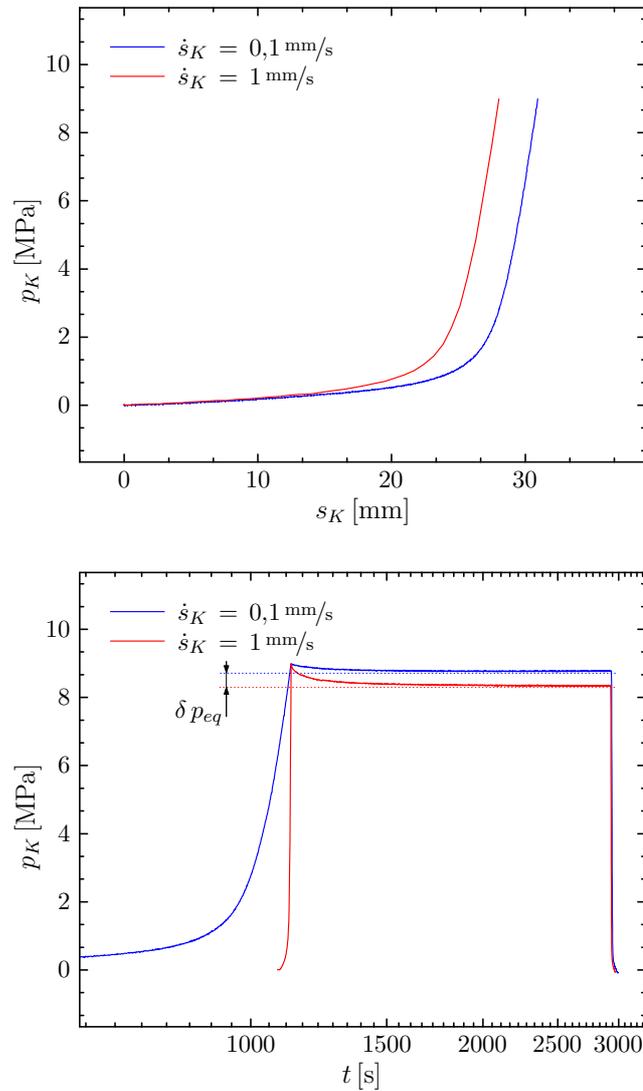


Abbildung 7.8: Relaxationsexperiment unter hydrostatischem Druck für zwei Kolbengeschwindigkeiten \dot{s}_K ; oben: Kammerdruck p_K über Kolbenhub s_K für Belastungspfad der Relaxationsversuche, unten: zugehöriger zeitlicher Verlauf des Kammerdrucks p_K über gesamte Dauer des Relaxationsexperiments

7.1.3 Zugversuche

Quasi-statische, biaxiale Zugversuche

Der experimentelle Ablauf der Biaxialversuche ist eine Weiterentwicklung der Methode, die bereits von Johlitz et al. [103] vorgeschlagen wurde. Die verwendete Probengeometrie wurde im Rahmen einer experimentellen [153, 200] und einer numerischen Optimierung [192] an die vorliegende Apparatur angepasst. Die Grundform basiert dabei auf der kreuzförmigen Überlagerung zweier Zugstäbe nach DIN EN ISO 527-2 [43] mit entsprechender Anpassung des Kreuzungsbereichs. Durch Vorreckung in einer Richtung und anschließendes Nachziehen der zweiten Achse bis zum gleichen Dehnungsniveau entsteht ein Dehnungsmuster, das zunächst durch einen nahezu uniaxialen Deformationszustand charakterisiert wird und einen anschließenden Übergang hin zu einem äquibiaxialen Zustand beschreibt. Die Hintereinanderausführung solcher Pendelbewegungen mit intermittierenden uni- und äquibiaxialen Streckungen (Abb. 7.9) ergibt schließlich eine Deformationscharakteristik im Probenzentrum, wie sie in Abb. 7.10 in der Invariantenebene abgebildet werden kann.

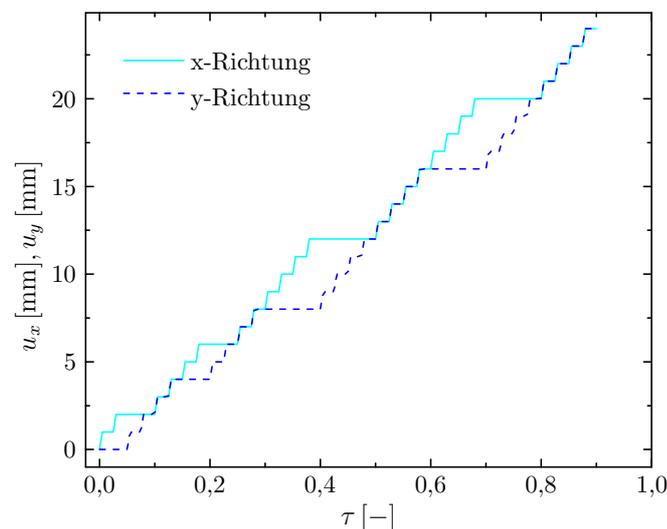


Abbildung 7.9: Pendelversuch zur Ermittlung der Grundelastizität unter biaxialer Deformation, Maschinenwege u_i über Zeitparameter τ mit Haltezeit nach jeder Stufe

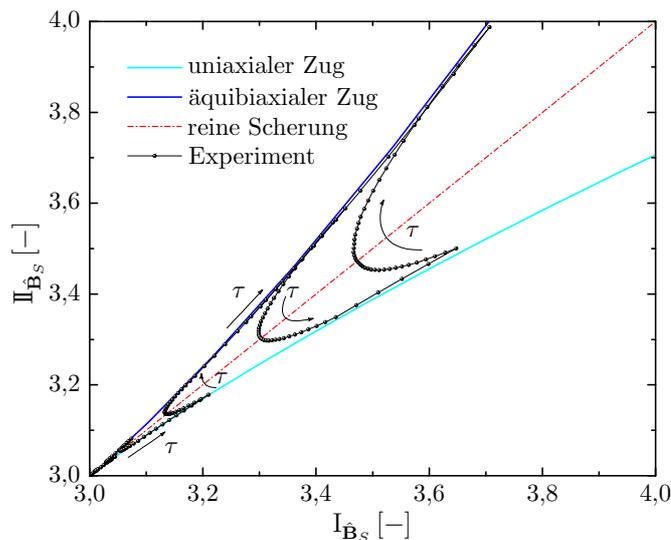


Abbildung 7.10: Pendelversuch zur Ermittlung der Grundelastizität unter biaxialer Deformation gemäß Abb. 7.9, Deformationscharakteristik des Probenzentrums in der Invariantenebene - Verlauf entlang Zeitparameter τ

Die Auswertung der Dehnung erfolgt feldlich über DIC, vgl. Abschnitt 4.3.1. Der Zeitparameter τ gibt dabei die zeitliche Abfolge des Experiments an, wobei das Versuchsende bei $\tau = 1$ erreicht ist.

Diese Form des Experiments wird in der Folge aufgrund des Erscheinungsbildes innerhalb der Invariantenebene Pendelversuch genannt [200, 201]. Die besondere Eignung des Experiments ist durch das breite Spektrum enthaltener Deformationsmoden gegeben. Da der Biaxialversuch hier lediglich zur Anpassung des hyperelastischen Modellanteils verwendet wird, werden die Experimente quasi-statisch in Form von Treppenversuchen ausgeführt, wobei hier eine Maschinengeschwindigkeit $\dot{u}_i = 0,01 \text{ mm/s}$ genutzt wird. Am Ende jeder Stufe werden die Aufnahme eines Fotosatzes initiiert und die korrespondierenden Kraftmesswerte gespeichert. Die resultierenden Messkurven bei der Durchführung der quasi-statischen Experimente sind beispielhaft der Abb. 7.11 zu entnehmen. Sowohl die Verläufe der Maschinenwege als auch die der Reaktionskräfte sind in der kontinuierlichen Darstellung eines Pendelversuchs erkennbar.

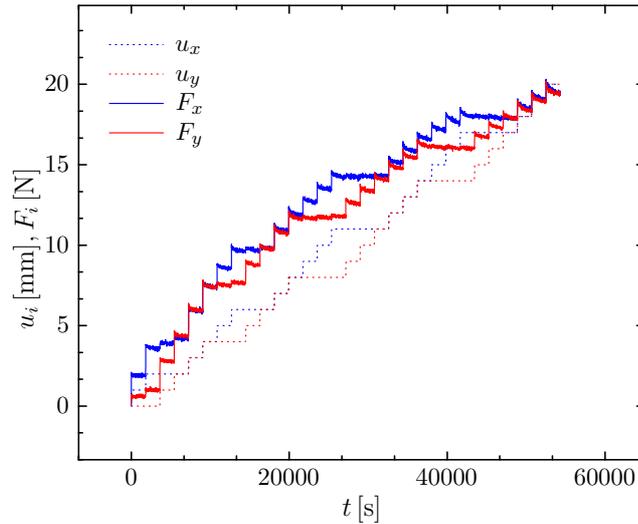


Abbildung 7.11: Biaxialer Zugversuch, Messkurven eines Pendelversuchs nach Abb. 7.10, zeitliche Verläufe der Reaktionskräfte F_i und Maschinenwege u_i zur Ermittlung der Grundelastizität, $\dot{u}_i = 0,01 \text{ mm/s}$

Der Einfluss der biaxialen Dehnung auf die Materialantwort innerhalb eines biaxialen Experiments zeigt sich anhand von Abb. 7.12. Darin ist der Verlauf der gemessenen Kraft in y -Richtung über den Maschinenweg in y -Richtung aufgetragen. Die Kräfte entsprechen den quasi-stationären Werten am Ende der zugehörigen Haltezeit. Die unterschiedlichen Kurven ergeben sich aus einer individuellen Vordeformation in x -Richtung u_x^0 , welche in Schritten von 5 mm gestaffelt ist. Die Referenzkurve $F_x^0 = 0$ stellt den uniaxialen Zug an einer Biaxialprobe dar, wobei die Querrichtung zur y -Achse frei bleibt. Die Sterne kennzeichnen jeweils den äquibiaxialen Deformationszustand jedes Einzelversuchs und die Verbindungslinie entsprechend die theoretische Kraftantwort bei rein äquibiaxialen Zug. Die Mehrinformation des allgemeinen biaxialen Zugversuchs gegenüber dem uniaxialen und äquibiaxialen Zugversuch wird daraus klar ersichtlich.

Die Angabe des maximalen Dehnungsbereichs fällt bei diesem Versuchstyp allerdings schwer, da durch den äußerst inhomogenen Deformationszustand viele verschiedene Dehnungen auftreten. Generell ist der biaxial deformierte Bereich, also das Zentrum der Probe von besonderem Interesse. Die Maximaldehnung in dem Bereich beträgt für das Material $\varepsilon_c^{max} \approx 0,2$ in jede Richtung. Die geringe Mittel-felddehnung ist nur durch Anpassung der Probengeometrie zu erhöhen.

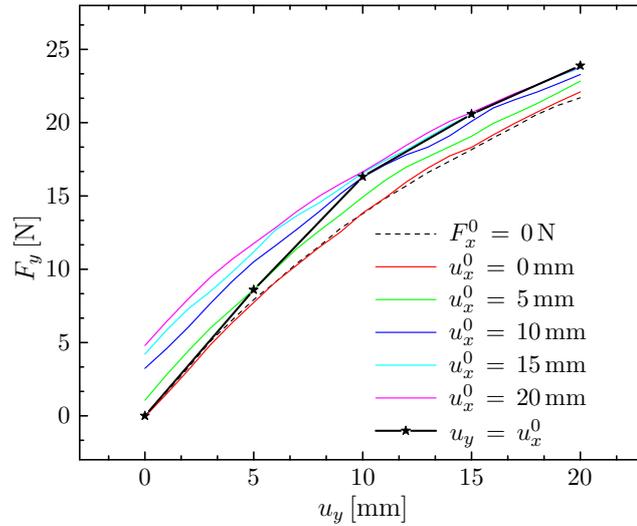


Abbildung 7.12: Einfluss biaxialer Deformation, Reaktionskraft F_y über Maschinenweg u_y für verschiedene Vordeformationen in x -Richtung u_x^0 , Sterne entsprechen Punkten mit äquibiaxialer Deformation, $F_x^0 = 0$ N rein uniaxiale Referenz; $\dot{u}_i = 1$ mm/s

Dynamische, uniaxiale Zugversuche

Der viskose Anteil des Materialmodells wird wie zuvor beschrieben anhand von uniaxialen, zyklischen Experimenten identifiziert. Die Durchführung dieser Experimente erfolgt nach dem klassischen Konzept der Wegsteuerung bei konstanter Maschinengeschwindigkeit. Diese Methode liefert eine nahezu konstante Dehnrates innerhalb der Be- und Entlastungsrampe. Neben der Maschinengeschwindigkeit ($\dot{u}_M = \{0,01; 0,1; 1; 10\}$ mm/s) wird auch der maximale Maschinenweg ($u_M^{max} = \{20; 40; 60\}$ mm) variiert. Die Auswertung der Dehnungen und der zugehörigen Cauchy-Spannungen werden mit Hilfe der Maschinenwegkalibrierung Gl. (4.13) durchgeführt, wobei beide Streckungen senkrecht zur Zugachse identisch berechnet werden (vgl. Abschnitt 5.4). Eine exakte optische Auswertung für jedes Experiment entfällt dadurch. Zur Verminderung des Simulationsaufwands, wie einleitend in diesem Kapitel erwähnt, werden im Rahmen der Parameteridentifikation allerdings sowohl die größte Dehnrates, als auch die größte Maximaldehnung vernachlässigt. Die Ratenabhängigkeit der Materialantwort ist für die maximalen Maschinenwege $u_M^{max} = 20$ mm (Abb. 7.13) und $u_M^{max} = 60$ mm (Abb. 7.14) dargestellt. Durch die Auftragung der Reaktionskraft F über dem Maschinenweg u_M für verschiedene Geschwindigkeiten ergeben sich zwei charakteristische Merkmale.

Einerseits die nichtlineare Abhängigkeit von der Dehnrage und andererseits der ausgeprägte S-Schlag des Materials, welcher sich erst oberhalb von $u_M = 40$ mm äußert.

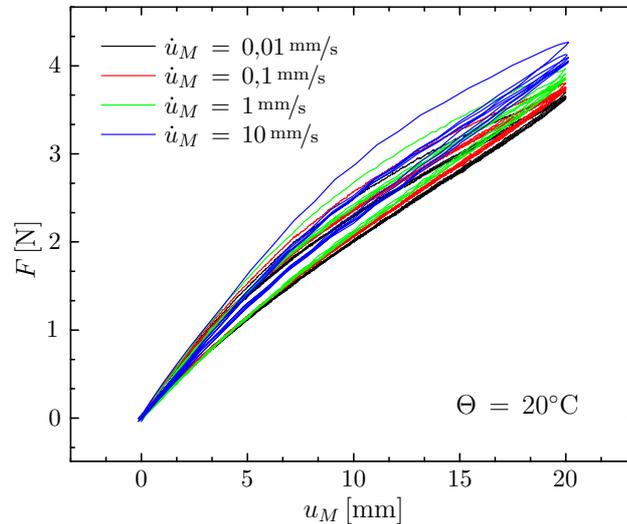


Abbildung 7.13: Zyklische, uniaxiale Zugversuche, Reaktionskraft F über Maschinenweg u_M für vier Maschinengeschwindigkeiten \dot{u}_M bei $\Theta = 20^\circ\text{C}$, $u_M^{max} = 20$ mm

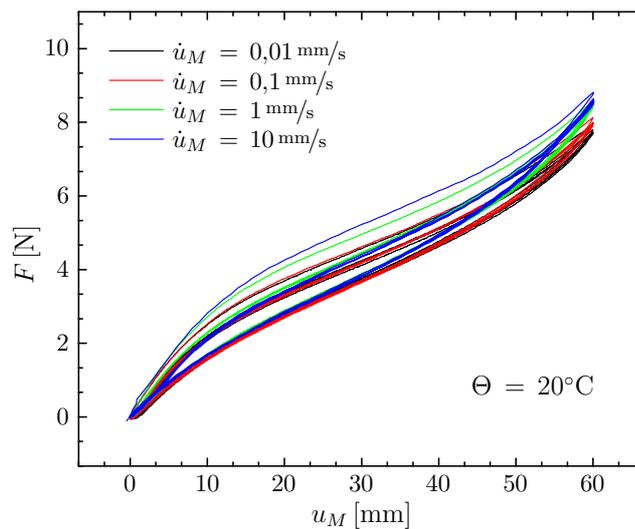


Abbildung 7.14: Zyklische, uniaxiale Zugversuche, Reaktionskraft F über Maschinenweg u_M für vier Maschinengeschwindigkeiten \dot{u}_M bei $\Theta = 20^\circ\text{C}$, $u_M^{max} = 60$ mm

Zur genaueren Untersuchung des Einflusses der Maximaldehnung auf die viskosen Eigenschaften des Materials ist in Abb. 7.15 ein Vergleich zwischen den Messkurven bei identischer Temperatur und Maschinengeschwindigkeit für verschiedene Dehnungsniveaus dargestellt. Hier zeigt sich ebenfalls ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen dem aktuellen Dehnungsniveau und der Fläche innerhalb der Hysteresechleife.

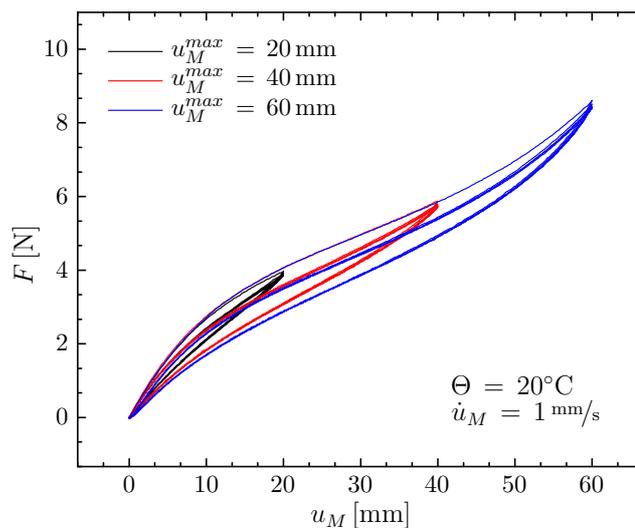


Abbildung 7.15: Zyklische, uniaxiale Zugversuche, Reaktionskraft F über Maschinenweg u_M für drei Maximaldehnungen \dot{u}_M^{max} bei $\Theta = 20^\circ\text{C}$, $\dot{u}_M = 1 \text{ mm/s}$

7.1.4 Zugversuche mit Temperatureinfluss

Zur abschließenden Charakterisierung der Temperaturabhängigkeit des untersuchten geschäumten EPDM werden schließlich einachsige Zugversuche unter verschiedenen Umgebungstemperaturen durchgeführt. Die Experimente sind dabei identisch zu den dynamischen, uniaxialen Zugversuchen aus dem vorherigen Abschnitt. Die einzige Änderung bezieht sich auf die äußere Temperatur, welche zwischen $\Theta^{min} = -5^\circ\text{C}$ und $\Theta^{max} = 80^\circ\text{C}$ variiert wird. Die thermische Ausdehnung konnte in den angestellten Versuchen vernachlässigt werden. Die poröse Struktur kompensiert die thermische Ausdehnung aufgrund des hohen Volumenanteils der Porenluft, die durch offene Poren an den seitlichen Schnittkanten der Proben entweichen kann. Die Kompensation der thermischen Ausdehnung durch die innere Struktur wurde bereits für ein geschäumtes PVC nachgewiesen [45] und scheint eine inhärente

Eigenschaft der Porenstruktur zu sein. Daher kann die Maschinenwegkalibrierung gemäß Gl. (4.13) auch bei variierenden Temperaturen als hinreichend genau angesehen und verwendet werden. Die beispielhafte Darstellung der Messkurven für verschiedene Maschinengeschwindigkeiten bei einer Temperatur $\Theta = -5^\circ\text{C}$ (Abb. 7.16) zeigt dabei eine deutliche Aufweitung der Hystereseschleifen gegenüber dem korrespondierenden Experiment bei $\Theta = 20^\circ\text{C}$ (Abb. 7.13), was dem geringeren Abstand zur Glasübergangstemperatur geschuldet ist.

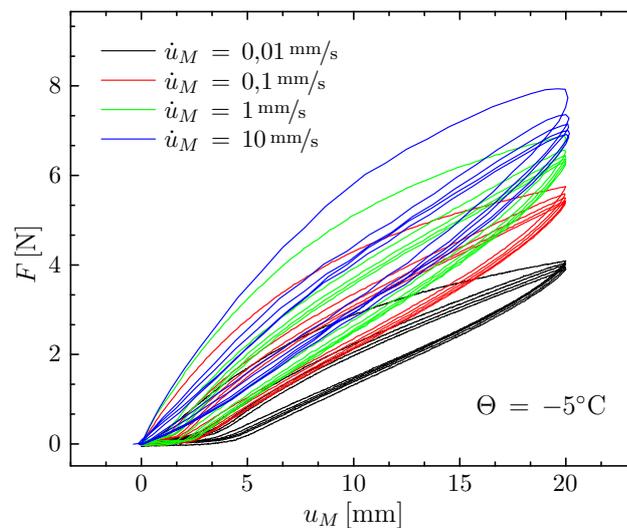


Abbildung 7.16: Zyklische, uniaxiale Zugversuche, Reaktionskraft F über Maschinenweg u_M für vier Maschinengeschwindigkeiten \dot{u}_M bei $\Theta = -5^\circ\text{C}$, $u_M^{\max} = 20\text{ mm}$

Der Vergleich von Messkurven gleicher Maschinengeschwindigkeit und Maximaldehnung bei unterschiedlichen Temperaturen liefert allerdings ein unerwartetes Ergebnis. Die Aufweitung der Hystereseschleifen und somit die Zunahme viskoser Eigenschaften kann nicht nur bei geringeren Temperaturen entdeckt werden, sondern auch bei Steigerung der Umgebungstemperatur (Abb. 7.17).

Daraus resultiert ein Widerspruch zur eigentlichen Annahme eines thermorheologisch einfachen Materials. Die dargestellte Materialeigenschaft wird daher im folgenden Abschnitt einer genaueren Prüfung unterzogen.

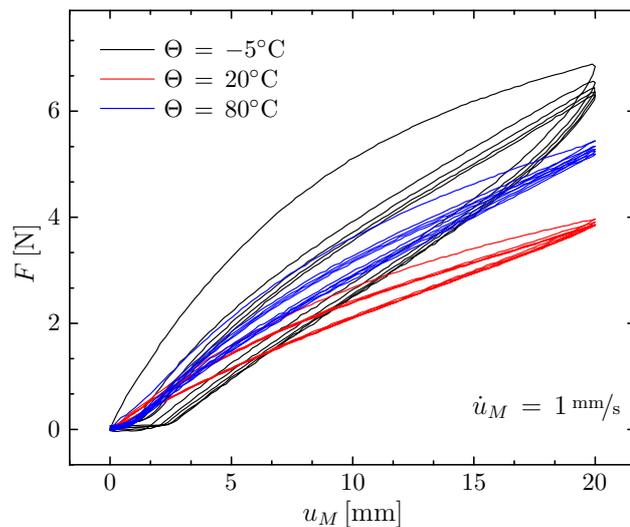


Abbildung 7.17: Zyklische, uniaxiale Zugversuche, Reaktionskraft F über Maschinenweg u_M für verschiedene Temperaturen Θ , $\dot{u}_M = 1 \text{ mm/s}$, $u_M^{max} = 20 \text{ mm}$

7.2 Experimentelle Auffälligkeiten

Die experimentelle Untersuchung des vorliegenden EPDM-Moosgummis deutet auf zwei bemerkenswerte Charakteristiken des Materials hin. Die Besonderheiten beziehen sich dabei einerseits auf die Evolution der Viskositäten bezüglich der Temperatur und auf einen Schädigungsmechanismus, der in der Folge als Relaxationsriss bezeichnet wird und zumindest phänomenologisch eingeführt bzw. vorgestellt werden soll.

7.2.1 Temperaturabhängigkeit der Viskosität

Bei der Auswertung des Temperatureinflusses auf das viskoelastische Verhalten von Polymeren wird häufig auf die Annahme der thermorheologischen Einfachheit des betrachteten Materials verwiesen [79, 132, 133]. Die Annahme gilt als erfüllt, wenn alle Relaxationszeiten des diskreten Spektrums in gleicher Weise auf eine Temperaturänderung reagieren. Demzufolge ergibt sich für die makroskopische Viskosität des Materials ein monotoner Verlauf. Im Rahmen der hier vorgeschlagenen Methode zur Modellierung der temperaturabhängigen Viskositäten (Kapitel 6) mit Hilfe eines monotonen Ansatzes wie der Exponentialfunktion ist das von besonde-

rer Wichtigkeit.

Messungen ergeben für den untersuchten, zellulären Werkstoff allerdings eine davon abweichende Charakteristik. Statt einer monoton abfallenden Viskositätsentwicklung über die Temperatur ergibt sich eine parabolische Abhängigkeit mit einem Minimum im Bereich der Raumtemperatur (Abb. 7.18). Der vorgestellte exponentielle Ansatz für die Viskositäten gemäß Gl. (6.22) ist in diesem Kontext eigentlich nicht geeignet, um das Materialverhalten vollständig beschreiben zu können. Da sich das korrespondierende Vollmaterial jedoch wie gefordert thermorheologisch einfach verhält (Abb. 7.18), wird der Zugang trotzdem verwendet. Eine Veranschaulichung ist auf Basis der Fläche innerhalb der Hysterese des ersten Zyklus im Kraft-Maschinenweg-Diagramm darstellbar. Sie ist als Maß für die Energiedissipation und somit die Viskosität des Materials zu deuten. Durch Normierung der Fläche auf diejenige der Kurve bei $\Theta = 20^\circ\text{C}$ ergibt sich die normierte Fläche \bar{A}^1 zu

$$\bar{A}^1 = \frac{A^1}{A_{20^\circ\text{C}}^1}, \quad (7.1)$$

mit der Hysteresefläche im ersten Zyklus A^1 und der Referenzfläche $A_{20^\circ\text{C}}^1$.

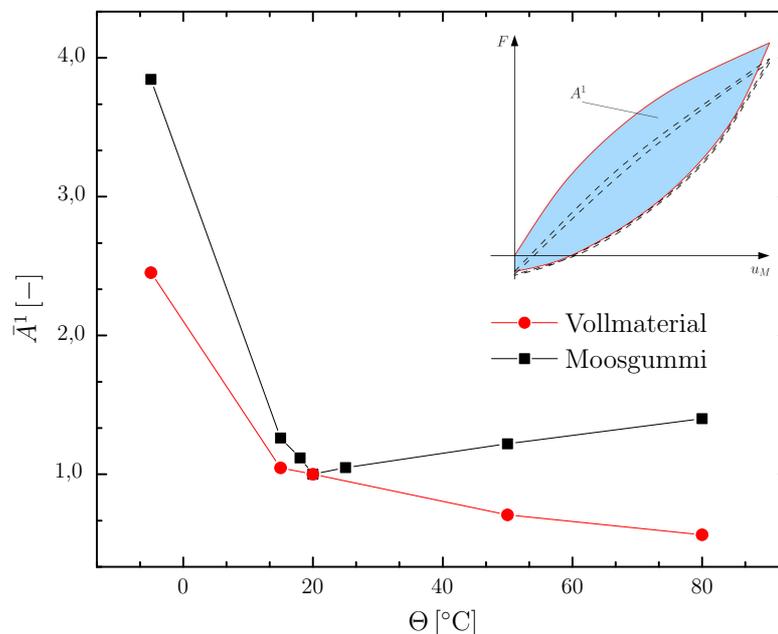


Abbildung 7.18: Normierte Hysteresefläche \bar{A}^1 nach Gl. (7.1) über Temperatur; Moosgummi und korrespondierendes Vollmaterial ($\dot{u}_M = 0,1 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$)

Da das Grundmaterial für beide Ausprägungen identisch ist, liegt der Verdacht nahe, dass die Anomalie aus dem Herstellungsverfahren oder der Struktur des Moosgummis resultiert. Eine thermisch induzierte Nachvernetzung des Materials kommt als Erklärungsansatz für das Phänomen in Betracht. Eine weitere, mögliche Ursache liegt im steigenden Porendruck in geschlossenen Poren bei erhöhter Temperatur begründet. Beide Ansätze sollen folgend genauer untersucht werden. Eine erste, einfache Klassifizierung zur Erklärung der Viskositätszunahme ist durch die Unterscheidung zwischen einem physikalischen, reversiblen Prozess und einem chemischen, irreversiblen Prozess gegeben. Als physikalische Ursache kann beispielsweise der steigende Porendruck und die damit einhergehende Deformation der Luftkanäle im Material genannt werden. In dieser Form kann ein Verbindungskanal zwischen zwei Poren als Austauschroute für Porengas aufgrund von äußerer Deformation interpretiert werden. Benachbarte geschlossene Poren können den Kanal in Folge lokalisierter, thermischer Ausdehnung verengen und somit den Durchfluss der Porenluft erschweren. An den Engstellen tritt somit bei äußerer Belastung eine zusätzliche Dämpfung auf, welche durch anschließende Abkühlung wieder verschwindet und daher einen reversiblen Prozess beschreibt, vgl. Abb. 7.19. Eine einmalig erhitzte und anschließend abgekühlte Probe müsste demnach ähnliche Ergebnisse wie eine nicht thermisch behandelte Probe liefern.

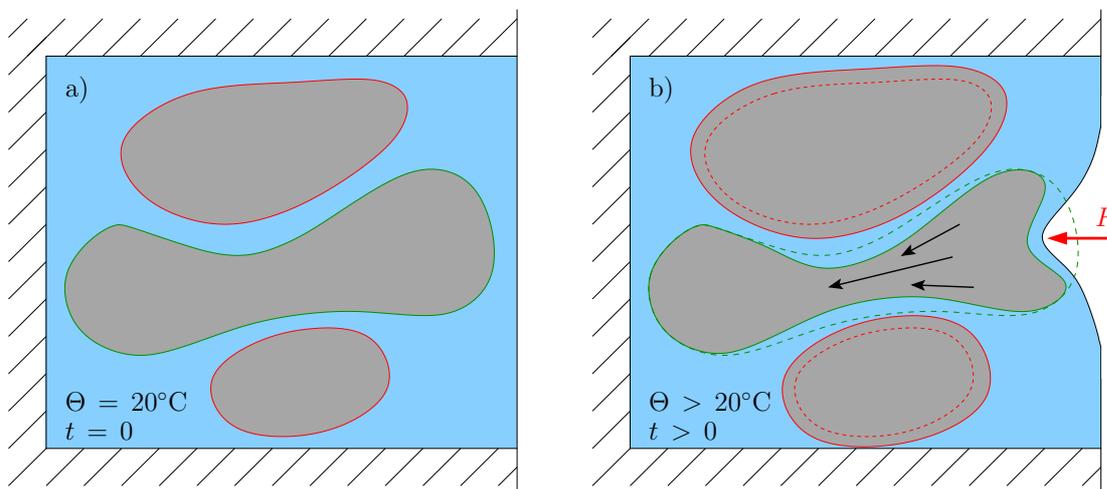


Abbildung 7.19: Schematische Erklärung der Viskositätszunahme durch Strömungswiderstand; links: unbelastete Probe bei Referenztemperatur, rechts: belastete Probe bei erhöhter Temperatur

Im Umkehrschluss kann bei Veränderung einer unter erhöhter Temperatur ausgelagerten Probe gegenüber einer kurzzeitig erwärmten Probe auf einen chemischen Prozess geschlossen werden. Ein klassisches Beispiel hierfür wäre die thermisch ak-

tivierte Nachvernetzung des Matrixmaterials. Genaue Aussagen über den Vernetzungsgrad und die jeweiligen Veränderungen können nur über entsprechende Analysen ermittelt werden und sollen hier jedoch nicht thematisiert werden [96, 210]. Zur Ermittlung erster Erkenntnisse wurden die beschriebenen Experimente bei einer Auslagerungs- und Prüftemperatur von 50°C durchgeführt. Bei dieser Temperatur ist gemäß Abbildung 7.18 bereits eine deutliche Erhöhung der Hysterese-fläche zu erwarten. Als Referenzfläche gemäß Gl. (7.1) dient bei diesem Versuch die Messung einer Probe, die 10 min bei 50°C ausgelagert und direkt im Anschluss zyklisch belastet wurde (Probe #1). Die Proben #2 und #3 wurden eine Stunde ausgelagert. Die Belastung von Probe #2 erfolgte unmittelbar im Anschluss an die Auslagerung wohingegen Probe #3 vor der Prüfung drei Tage bei Raumtemperatur gelagert wurde. Probe #4 wurde 18 Stunden auf 50°C erwärmt und direkt im Anschluss getestet. Eine entsprechende Normierung der gemessenen Flächen auf diejenige der Referenzprobe #1 liefert die Ergebnisse gemäß Tabelle 7.1

Probe #	1	2	3	4
Auslagerungszeit	10 min	1 h	1 h*	18 h
Hysteresefläche \bar{A}^1	1,00	0,99	0,98	0,99

Tabelle 7.1: Einfluss der Auslagerungszeit auf die normierte Hysterese-fläche bei $\Theta = 50^\circ\text{C}$; *Probe mit drei Tagen Lagerzeit zwischen Auslagerung und Prüfung

Die Messdaten deuten nicht auf eine signifikante Nachvernetzung hin, da die Auslagerungsdauer offenbar einen geringen Einfluss hat. Der Anstieg der viskosen Steifigkeiten scheint ersten Untersuchungen zufolge weitgehend reversibel zu sein, was auf einen physikalischen Ursprung hinweist, nicht auf einen chemischen.

Zur Erlangung eines genaueren Verständnisses wird die Notwendigkeit einer eingehenderen Untersuchung deutlich. Daher soll die vorliegende Arbeit lediglich einen Anknüpfungspunkt für künftige Arbeiten auf diesem Gebiet darstellen.

Die eigentliche Anpassung des Materialmodells wird auf den monotonen Bereich für $\Theta \leq 20^\circ\text{C}$ beschränkt und experimentell in den Abstufungen $\Theta = \{-5, 15, 20\}^\circ\text{C}$ umgesetzt. Durch eine entsprechende Wahl des Modellierungsansatzes wäre eine vollständige Anpassung über den gesamten Temperaturbereich generell möglich. Die physikalische Tragfähigkeit einer solchen Beschreibung ist jedoch in Frage zu stellen.

7.2.2 Materialschädigung

Ein weiterer bemerkenswerter Aspekt der experimentellen Charakterisierung des Materials ist durch ein unerwartetes Schädigungsverhalten gegeben. Hier soll lediglich eine erste phänomenologische Beschreibung der Auswirkungen auf das Materialverhalten erfolgen. Zur Erläuterung der Besonderheit des auftretenden Effekts soll in diesem Kontext der klassische Relaxationsversuch unter einachsiger Belastung Anwendung finden (Abb. 7.20). Die Ausführung beinhaltet einen Stufenversuch, welcher aus einer Deformation auf ein gewisses Dehnungsniveau unter Vorgabe einer bestimmten Dehnrates besteht. Im Anschluss an die Deformation tritt eine Haltezeit auf dem konstant bleibenden Dehnungsniveau ein.

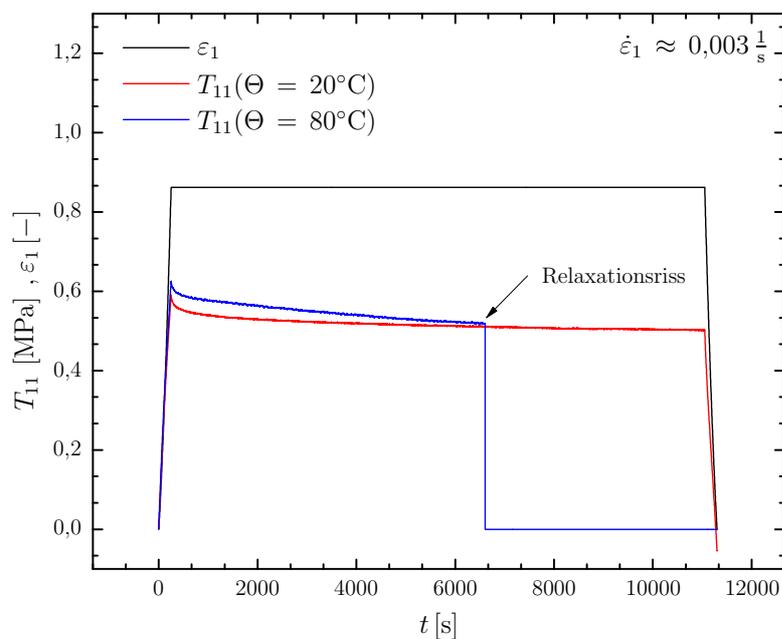


Abbildung 7.20: Relaxationsexperiment an Moosgummi für zwei Temperaturen; Probe bei 80°C reißt während der Relaxation

Die Besonderheit bei der Durchführung dieser Versuche mit dem hier verwendeten Moosgummi offenbart sich in einem häufig auftretenden Riss der Probe innerhalb der Phase konstanter Dehnung (Abb. 7.20 - Relaxationsriss). Bemerkenswert dabei ist, dass die Dauer, nach der der Riss auftritt, von verschiedenen experimentellen Parametern abhängt. Im Rahmen einer ersten Untersuchung wurden daher die Faktoren Dehnrates, Temperatur und maximales Dehnungsniveau auf ihren Einfluss hin überprüft. Weitere Einflussfaktoren können zwar nicht ausgeschlossen,

derzeit aber zumindest vernachlässigt werden. Eine Erweiterung des experimentellen Datensatzes um die beispielhaften Parameter Alterungszustand, Luftfeuchtigkeit, allgemeine Lagerbedingungen oder die jeweilige Belastungsgeschichte sind in einem zukünftigen Schritt zu erstellen.

Da der Relaxationsriss bisher nur beim Moosgummi festgestellt wurde, nicht aber beim korrespondierenden Vollmaterial, lässt sich die Herkunft des Effekts zunächst auf die poröse Struktur zurückführen. Allerdings wurde in [235] ein ähnliches Schädigungsphänomen für ein Polyamid-Vollmaterial nachgewiesen, was die Notwendigkeit detaillierterer Untersuchungen unterstreicht.

Phänomenologische Betrachtung

Generell kann als charakteristisches Maß zur Bewertung des Einflusses eines Parameters auf das Schadensbild die Dauer der Relaxationsphase bis zum Riss dienen. Dazu eignen sich Relaxationsversuche auf einem definierten Dehnungsniveau. Typisches, viskoelastisches Verhalten kann dabei im Fall der Referenztemperatur $\Theta_0 = 20^\circ\text{C}$ gemessen werden. Die Spannung im Material steigt zunächst monoton bis zu einem Maximalwert an, der durch das Erreichen des maximalen Dehnungsniveaus charakterisiert ist, vgl. Abb. 7.20. Anschließendes Konstanthalten dieser Dehnung bei gleichzeitiger Messung der zugehörigen mechanischen Spannung bzw. Reaktionskraft führt im Einklang mit den klassischen Ansätzen der Viskoelastizitätstheorie zu einem gesättigten Abfallen der Cauchy-Spannung T_{11} auf einen asymptotischen Grenzwert, die Gleichgewichtsspannung, vgl. Kapitel 3. Diese stationäre Spannung kann, abhängig vom jeweiligen Material, nach einer spezifischen Haltezeit gemessen werden.

Formal ergibt sich die Versuchscharakteristik auch bei veränderten Versuchsparametern immer wieder, wobei quantitative Unterschiede unmittelbar aus den Versuchsbedingungen resultieren. Klassische Parametervariationen zielen hier beispielsweise auf das maximale Dehnungsniveau ε_1^{max} , die Dehnrates $\dot{\varepsilon}_1$ oder die Umgebungstemperatur Θ ab. Die Besonderheit, die sich für das vorliegende Material und, wie sich später vermuten lässt, sogar den Materialtyp zeigt, liegt im Riss der Probe innerhalb der Entspannungsphase. Die Zerstörung tritt dabei nicht zum Zeitpunkt der höchsten Belastung auf, sondern später in einer Phase geringerer Materialbeanspruchung. Weiterhin lässt sich augenscheinlich ein Zusammenhang zwischen der Dauer vom Erreichen der Maximaldehnung bis zum Auftreten eines Probenrisses und den typischen Einflussfaktoren der Viskoelastizität erkennen. Als

Maß für das Zeitintervall zwischen dem Erreichen der Maximaldehnung im Stufenversuch und der spontanen Zerstörung der Probe wird die Rissdauer t_R eingeführt. Als Vergleichskriterium soll t_R in dieser kurzen Darstellung des Effekts genügen. Wie sich aber bereits in ausgedehnteren Versuchsreihen diesbezüglich gezeigt hat, ist die Größe aufgrund einer großen Streuung in den Experimenten nicht zur Charakterisierung des Effekts geeignet, sehr wohl aber zur phänomenologischen Beschreibung [59].

Experimentelle Abhängigkeiten

Die Darstellung der experimentellen Ergebnisse in diesem Abschnitt basiert jeweils auf der Mittelwertbildung aus drei Versuchen mit gleichen Parametern. Aufgrund der vorher genannten breiten Streuung der experimentellen Ergebnisse ist die Anzahl lediglich für die Erläuterung des Effekts aussagekräftig, eine Charakterisierung im Rahmen einer Modellierung setzt eine deutlich höhere Stichprobenanzahl voraus [59]. Ein wichtiger Aspekt ist die durchgeführte Vorselektion der ausgewerteten Proben, da hier nur diejenigen Proben in die Mittelwertbildung einfließen, die auch tatsächlich einen Riss aufweisen. Die Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines Risses skaliert jedoch ebenfalls mit den Versuchsparametern und müsste daher gleichsam in die Bewertung mit einbezogen werden.

Aus den Messkurven gemäß Abb. 7.21 lassen sich mit den getroffenen Annahmen die jeweils antiproportionalen Zusammenhänge zwischen der Rissdauer t_R und den Größen Dehnrates $\dot{\varepsilon}_1$, Maximaldehnung ε_1^{max} und der Umgebungstemperatur Θ ableiten

$$t_R \sim \left\{ \frac{1}{\dot{\varepsilon}_1}, \frac{1}{\varepsilon_1^{max}}, \frac{1}{\Theta} \right\}. \quad (7.2)$$

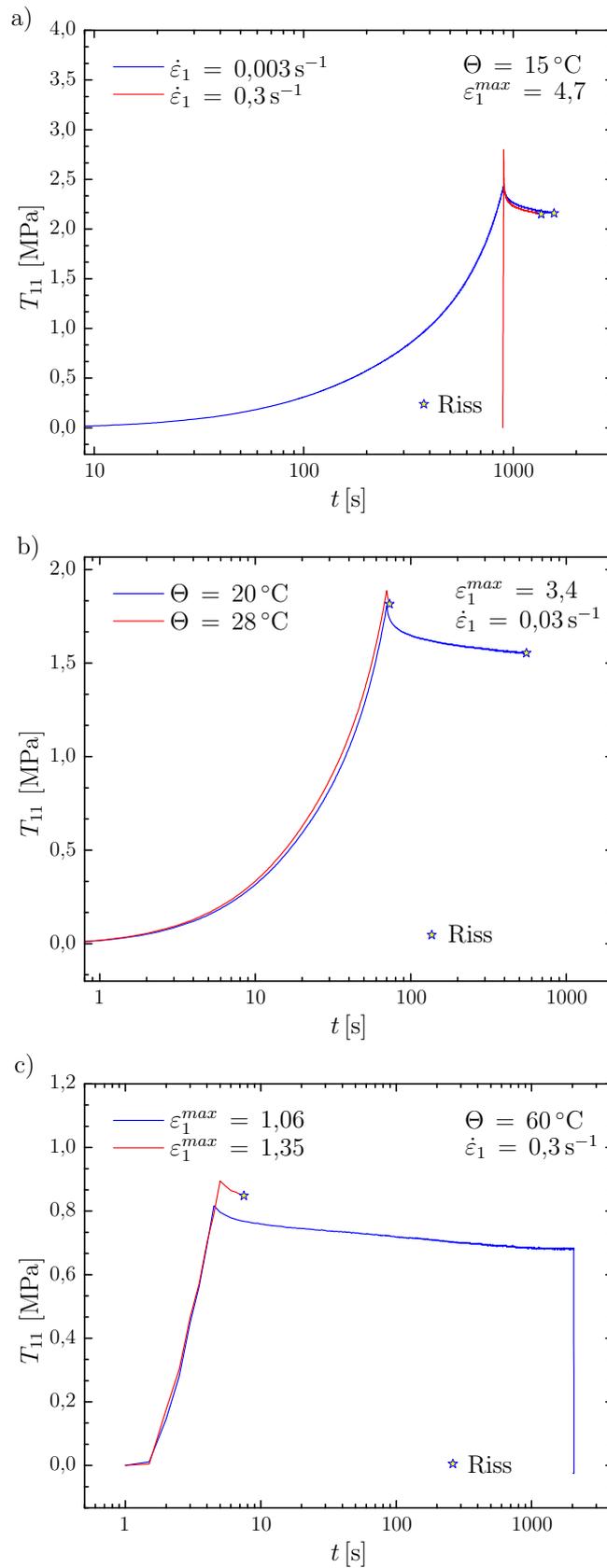


Abbildung 7.21: Relaxationsriss - Rissdauer in Abhängigkeit von: a) Dehnrage, b) Temperatur, c) Maximaldehnung

Die Messkurven resultieren jeweils aus der Variation eines Parameters bei gleichzeitigem Konstanthalten der beiden anderen. Der Probenriss ist durch einen Stern gekennzeichnet. Messkurven ohne Stern bedeuten demnach einen Abbruch des Experiments nach der entsprechenden Haltezeit ohne das Auftreten des Schädigungseffekts.

Während die Analyse der Messungen für die Einflüsse von Temperatur und Maximaldehnung relativ deutliche Ergebnisse liefert, ist die Abhängigkeit von der Dehnrates zwar messbar, jedoch weniger stark ausgeprägt.

Die physikalische Interpretation dieses neuartigen Schädigungsbildes lässt mehrere Zugänge zu. Der Argumentation aus dem vorherigen Abschnitt folgend, könnte es sich hierbei um die direkte Folge von Strömungsprozessen innerhalb der Probe handeln. Durch anfängliche Strömungswiderstände aufgrund von Temperaturerhöhung gemäß Abb. 7.19 ist eine nachträgliche Umverteilung der lokalen Dehnungen denkbar. Dies entspricht dann einem lokalen Kriechprozess, der aufgrund geringer Stegdicken innerhalb der Probe zu erheblichen lokalen Dehnungen führen kann und nach der initialen Schädigung eines einzelnen Steges eine Kettenreaktion mit spontanem Versagen der Struktur hervorruft. Dieser Mechanismus ähnelt dem Erreichen des Plastic-Collapse-Stress bei offenporigen Schäumen unter Druckbelastung [110]. In dem Kontext liegt es weiterhin nahe, einen direkten Zusammenhang zwischen der Zunahme der Viskositäten bei Erhöhung der Temperatur und dem hier auftretenden, neuartigen Schädigungsbild herzustellen. Allerdings ist es, ganz im Gegensatz zum vorherigen Abschnitt, nicht möglich, den Effekt einzig auf den strukturellen Aufbau des geschäumten Elastomers zurückzuführen. Wie in Abb. 7.20 erkennbar, zeigt das Moosgummi bei moderaten Versuchsparametern selbst nach mehreren Stunden der Relaxation keinen Riss. Die Festlegung der maximalen Haltezeit stellt demnach einen wesentlichen Aspekt bei der Untersuchung des Schädigungsmechanismus dar. Eine Versuchsreihe bei Raumtemperatur zeigt jedoch, dass eine Vollmaterialprobe bei einer Dehnung $\varepsilon_1 = 3,4$ nach einem dreimonatigen Relaxationsversuch intakt ist. Die Bewertung dieser Zeiträume unterstützt die These, dass beide genannten experimentellen Besonderheiten des Materials auf die poröse Struktur zurückzuführen sind. Dafür sprechen auch Beobachtungen, die an anderen geschäumten Strukturen gemacht wurden und ähnliche Effekte zeigten. Die Belastbarkeit dieser Aussage wurde anhand von Relaxationstests an anderen porösen Elastomeren beurteilt. Dazu wurde das Relaxationsverhalten verschiedener Elastomer-Blends unter den vorher beschriebenen Bedingungen überprüft, wobei vergleichbare Ergebnisse abgeleitet werden konnten.

Allerdings wurde das generelle Phänomen des Relaxationsrisses auch für ein mas-

sives Polyamid (PA66) nachgewiesen [235]. Die Charakterisierung von Einflussfaktoren wurde dabei jedoch nicht durchgeführt. Daher kann eine endgültige Aussage über identische Ursprünge beider Effekte nicht getroffen werden.

Ebenso wie das ungewöhnliche Temperaturverhalten aus dem Abschnitt zuvor, soll der Schädigungsmechanismus im Rahmen der Materialmodellierung nicht berücksichtigt werden, da auch hier detaillierte Untersuchungen notwendig sind. Dieser Umstand bedingt die Vernachlässigung von Relaxationsexperimenten im Rahmen der Parameteridentifikation. Eine vollständige Erstellung einer Versuchsreihe setzt detaillierte Informationen über die Ursachen und Grundlagen des Relaxationsrisses voraus, was den Rahmen dieser Arbeit übersteigt.

7.3 Diskussion: Experimente und Auffälligkeiten

Das vorangegangene Kapitel beschäftigt sich einerseits mit der Erläuterung der durchgeführten Experimente und andererseits mit einem bisher nicht beschriebenen Schädigungseffekt.

- Die experimentelle Modellstruktur verlangt eine relativ hohe Anzahl verschiedener Experimente an verschiedenen Versuchsständen. Da an diesem Material ein ausgeprägter Mullins-Effekt festgestellt werden kann, dieser jedoch zunächst nicht beachtet werden soll, muss eine Vorkonditionierung zur Herstellung eines stabilen Zustands vorangestellt werden. Als wesentliche Neuerung bei der Bestimmung der Grundelastizität im biaxialen Zugversuch wurde der sogenannte Pendelversuch eingeführt, der die Vielzahl der zuvor benötigten Einzelversuche zu einem Experiment kombiniert. Der Handlungsaufwand des Experimentators wird dadurch minimiert.
- Experimentelle Besonderheiten des Materials sind im Zusammenhang mit seiner Temperaturabhängigkeit gegeben. Die Annahme der thermorheologischen Einfachheit hat sich am geschäumten Material nicht bestätigt, wohingegen das zugehörige Vollmaterial durchaus dieser Annahme genügt. Ein möglicher Erklärungsansatz nach der Durchführung erster Experimente ist durch die Verengung von Porenkanälen aufgrund von Temperaturerhöhung denkbar. Dadurch ist eine Viskositätszunahme bei höherer Temperatur zu erklären.

Eine weitere, festgestellte Besonderheit ist der Auftritt eines Probenrisses innerhalb eines Relaxationsexperiments im uniaxialen Zugversuch. Durch Umverteilung von Dehnungen innerhalb der Stegstrukturen können lokale Deformationen derart überhöht werden, dass eine spontane Zerstörung der Probe innerhalb des konstanten Dehnungsbereichs auftritt. Der Erklärungsansatz über den erhöhten Strömungswiderstand könnte diesen Umstand ebenfalls erklären. Ersten Erkenntnissen nach ist der Effekt von der Temperatur, der Dehnung und in gewissem Maße auch von der Dehnrage abhängig.

Da die genauere Untersuchung des Effekts noch aussteht, eine experimentelle Charakterisierung des Relaxationsverhaltens unter Vernachlässigung des Effekts jedoch schwierig ist, werden zur Parameteroptimierung lediglich zyklische Experimente verwendet. Die Modellierung des Schädigungsbildes liefert einen Anknüpfungspunkt für zukünftige Projektarbeiten.

8

Parameteridentifikation

Dieses Kapitel befasst sich hauptsächlich mit der Vorgehensweise zur Anpassung der Modellparameter an das tatsächlich messbare Materialverhalten. Die grundlegende Struktur diesbezüglich wird bereits durch die Modellkonstruktion und damit verbunden auch durch den experimentellen Ablauf festgelegt. Angelehnt an die Struktur gemäß Abb. 4.4 kann mit Abb. 8.1 eine analoge Darstellung der identifizierten Parameter angegeben werden. Die jeweiligen Parameter des hyperelastischen Teilmodells werden darin durch das Attribut „statisch“ und die ratenabhängigen Modellparameter mit dem Zusatz „dynamisch“ beschrieben. Da die Identifikation weitgehend vergleichbar mit den Ausführungen von Koprowski-Theiß [120] sind, werden die einzelnen Schritte lediglich angeschnitten. Für detailliertere Beschreibungen sei daher auf [120, 121, 122] verwiesen.

Eine Ergänzung der Optimierungsstruktur muss jedoch bezüglich der Reihenfolge vorgenommen werden. Wie bereits von Penn [176] oder Ehlers & Eipper [48, 51] beschrieben, neigen Modelle auf Basis eines volumetrisch-isochoren Splits zu unphysikalischen Ergebnissen im Hinblick auf die resultierende Querkontraktionszahl, welche sich beispielsweise aus den Lamé-Konstanten errechnen lässt. Von Hartmann [76] wurde eine Studie über Modelltypen für kompressible Materialien veröffentlicht, die den multiplikativen Split der Deformation umgehen, beispielsweise Hartmann & Neff [78]. Die genannten Modelle berücksichtigen allerdings nur konventionelle Kompressibilität des Materials, nicht jedoch Strukturkom-

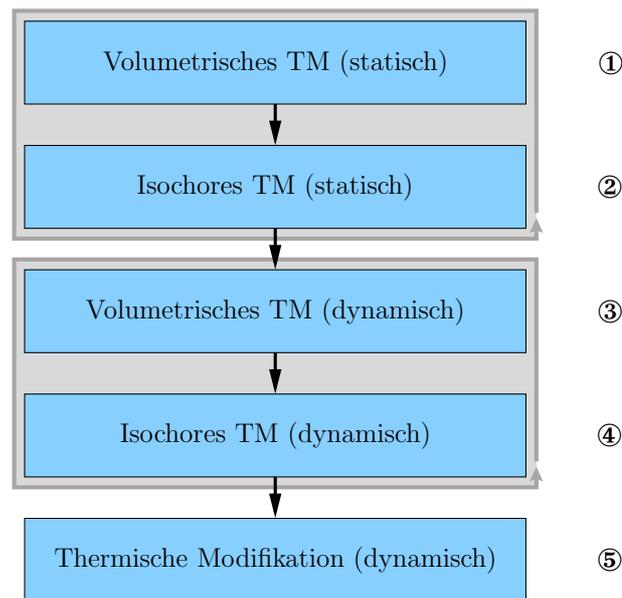


Abbildung 8.1: Modularer Aufbau der Parameteridentifikation in Anlehnung an die experimentelle Vorgehensweise (Abb. 4.4); ①,③-⑤: Auswertung mit konstitutivem Treiber; ②: Auswertung über inverse Berechnung; TM $\hat{=}$ Teilmodell

pressibilität mit ausgeprägtem Kompressionspunkt. Die von Koprowski-Theiß [120] vorgeschlagene Lösung kombiniert die Identifikation des volumetrischen und isochoren Anteils innerhalb eines Berechnungslaufs. Somit ändert sich die Reihenfolge innerhalb der Optimierung gemäß Abb. 8.1 nicht, lediglich die strikte Grenze zwischen beiden Abläufen schwimmt. Die physikalische Tragfähigkeit der entwickelten Parameterkombination sollte dadurch zumindest innerhalb der genannten Deformationsgrenzen gegeben sein. Das Vorgehen wird schließlich für Parameter des inelastischen Modellanteils wiederholt.

8.1 Identifikation mit konstitutivem Treiber

Als Optimierungsstrategie bei der Anpassung der Schritte ① und ③ - ⑤ gemäß Abb. 8.1 werden ähnliche Strukturen genutzt, die sich nicht wesentlich von den Arbeiten von Johlitz [105], Koprowski-Theiß [120] oder Scheffer [188] unterscheiden. Diese Verfahren basieren auf der Auswertung eines konstitutiven Treibers, also der Reduktion des Systems unter Nutzung bekannter Randbedingungen. Un-

ter der Annahme homogener Deformationen werden die Konstitutivgesetze am materiellen Punkt ausgewertet. Bemerkenswert ist bei dem umgesetzten Verfahren die Durchführung der Anpassung. In der verwendeten Anpassungsstruktur werden die Messkurven aus den experimentellen Daten einerseits als Referenz verwendet, andererseits als Datenbasis. Die gemessene Probendehnung stellt direkt die Randbedingung der Simulation dar und kann unmittelbar aus der Messdatei entnommen werden. Dadurch entfällt eine aufwändige Parametrisierung des zeitlichen Dehnungsverlaufs und ermöglicht darüber hinaus eine flexible und schnelle Adaption an weiterführende Versuche und Versuchstypen. Die gemessenen Spannungen werden zur Auswertung der Anpassungsgüte mit den berechneten Daten verglichen.

Beispielhaft soll die Reduktion nun am einfachen Fall des volumetrischen hyperelastischen Teilmodells erläutert werden. Die Identifikation der hydrostatischen Druckversuche bildet sowohl für den hyperelastischen als auch für den viskoelastischen Anteil den Ausgangspunkt, was sich durch das Verschwinden der isochoren Modellanteile sowohl in Gl. (6.13) als auch in Gl. (6.18) bei Auswertung der vorliegenden Deformationen motivieren lässt. Im Umkehrschluss gilt dies nicht für den Zugversuch, wie Abb. 8.3 eindeutig beweist, da sich Zugdeformationen einerseits aus isochoren und andererseits aus volumetrischen Anteilen zusammensetzen.

Da es sich beim Druckversuch um ein Hauptachsensystem handelt und der Kammerdruck in alle Richtungen gleichermaßen wirkt, vereinfacht sich die Spannungs-Dehnungs-Beziehung laut Gl. (6.13) in Koeffizientenschreibweise zu drei identischen skalaren Gleichungen, deren einzige Prozessvariable durch die Determinante J_S des Deformationsgradienten gegeben ist, gemäß

$$T_K = p_0 \left(\frac{J_S - 1}{J_S - n_0^S} \right) + \frac{\Lambda^S \left[J_S^{\gamma-1} - \frac{1 - n_0^S}{J_S - n_0^S} + \frac{n_0^S}{1 - n_0^S} \right]}{\left(\gamma - 1 - \frac{1}{(1 - n_0^S)^2} \right)}. \quad (8.1)$$

Darin tritt mit T_K die Kammerspannung auf, die gerade dem negativen Kammerdruck entspricht. Die Anpassung der Parameter erfolgt durch die unmittelbare Auswertung von Gl. (8.1) und zugehörigen Optimierungsstrategien, wie Genetischen Algorithmen oder der Nelder-Mead-Methode [62, 86, 167, 179]. Im Falle der Anpassung des viskoelastischen Teilmodells müssen zusätzlich zu den Konstitutivgleichungen Gl. (6.18) noch die Evolutionsgleichungen Gl. (6.19) gelöst werden, was numerisch durch ein implizites Euler-Verfahren umgesetzt wird. Detaillierte Darstellungen von Struktur und Implementierung des Verfahrens sind unter ande-

rem bei Goldschmidt [65], Johlitz [105] oder Krämer et al. [123] zu finden.

8.2 Identifikation anhand des Biaxialversuchs

Eine wesentliche Besonderheit bei der hier vorgestellten Methode zur Materialcharakterisierung stellt die Auswertung biaxialer Zugversuche für strukturkompressible Materialien dar. Im Bereich inkompressibler Werkstoffe haben sich unterschiedliche Auswertemethoden etabliert. Dazu zählen die Entwicklung von Probengeometrien, die eine Auswertung durch vereinfachende Annahmen ermöglichen wie bei Johlitz et al. [103], feldlich diskrete Auswertungen an einzelnen Punkten auf der Probenoberfläche wie bei Silberstein et al. [204] oder zweidimensionale, vollfeldliche Dehnungsmessungen wie bei Liu et al. [134]. Eine Vielzahl dieser Methoden basieren auf der Dehnungsmessung in zwei Richtungen auf der Probenoberfläche und der Auswertung einer Inkompressibilitätsnebenbedingung zur rechnerischen Ermittlung der fehlenden Dehnungskomponente. Durch den Wegfall dieser Nebenbedingung im Falle kompressibler Materialien muss die Dehnungsmessung senkrecht zur Probenebene beim biaxialen Zugversuch zusätzlich durchgeführt werden. Die grundlegenden Probleme bei der Auswertung des Versuchstyps liegen in der Diskrepanz zwischen dem Ort der Kraftmessung und dem Ort der Dehnungsmessung. Dieser Umstand bedingt die Notwendigkeit der Lösung eines inversen Randwertproblems [92]. Das Zusammenspiel der genannten Fragestellungen motiviert das gesonderte Augenmerk auf die experimentellen Grundlagen und anschließenden Auswertemethoden bei diesem speziellen Versuchstyp.

Die generelle Struktur der hier beschriebenen Parameteridentifikation beim biaxialen Zugversuch lässt sich gemäß Abb. 8.2 grafisch zusammenfassen. Die einzelnen Bestandteile der Vorgehensweise sollen im Folgenden erläutert werden. Die grafische Darstellung unterstützt die detaillierten Beschreibungen der folgenden Abschnitte.

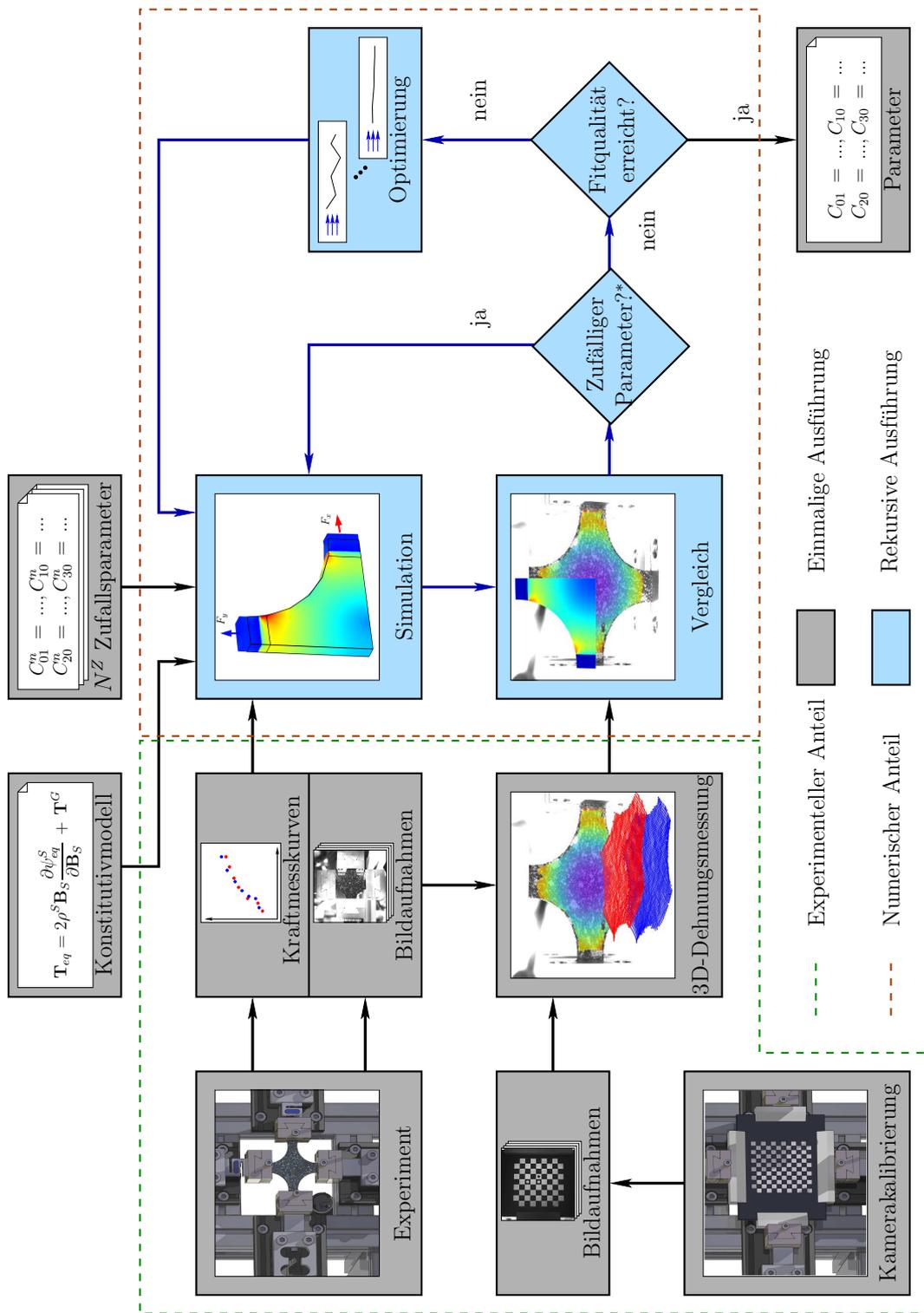


Abbildung 8.2: Ablauf der automatisierten Parameteridentifikation beim Biaxialversuch (*Zufälliger Parameter? $\hat{=}$ Aktueller Parametersatz zufällig gewählt oder nach Optimierung?)

8.2.1 Experimenteller Anteil

Kamerakalibrierung

Gemäß den Erläuterungen zum experimentellen Aufbau und Verfahren wird vor der Durchführung und Auswertung der Biaxialversuche eine Kalibrierung des Vierkamerasystems benötigt, um später eine exakte vollfeldliche Dehnungsmessung am vorliegenden, kompressiblen Material zu gewährleisten. Hierzu wird eine speziell eingemessene Kalibrierplatte aus Glas in verschiedenen räumlichen Orientierungen von allen beteiligten Kameras fotografiert. Das doppelseitig auf die Platte aufgebrachte Schachbrettmuster ermöglicht dabei sowohl eine Erfassung von der Probenvorderseite, als auch von der Probenrückseite aus. Eine ausführlichere Darstellung des Kalibrierverfahrens findet sich in [188, 193]. An dieser Stelle soll lediglich auf die Festlegung des Referenzkoordinatensystems der Kameras eingegangen werden. Die reproduzierbare Definition des Referenzsystems ist für den späteren Ablauf von großer Bedeutung und stellt daher einen wesentlichen Unterschied zu den Ausführungen von Scheffer [188] dar. In der verwendeten Auswertesoftware *ISTRA 4D*[®] wird das Koordinatensystem anhand einer Markierung auf der Kalibrierplattenoberfläche definiert. Dabei ist zu beachten, dass die Festlegung des Nullpunktes anhand der Lage dieses Referenzpunktes im ersten Foto der Kalibrierreihe durchgeführt wird. Um im späteren Verlauf der Identifikation die Reproduzierbarkeit der Referenzlage zu gewährleisten, wird die Kalibrierplatte zu Beginn jeder Kalibriersequenz mit Hilfe speziell angepasster Einspannhilfen im Zentrum der verfahrbaren Achsen des Versuchstandes positioniert. Im Anschluss an die erste Aufnahme kann das Kalibriertarget frei im Bildfeld verschoben und rotiert werden, bei gleichzeitiger Speicherung der zeitlich synchronen Kameraaufnahmen. Die eigentliche Kalibrierung des Kameraaufbaus erfolgt dann als Nachlaufrechnung im Vorfeld der eigentlichen Versuchsauswertung.

Versuchsdurchführung

Im Anschluss an die Kamerakalibrierung folgt die eigentliche Durchführung des jeweiligen Experiments. Die zuvor mit dem zufälligen Muster versehene Biaxialprobe wird dazu mit Hilfe einer Zentrierhilfe in die Apparatur eingesetzt, wodurch der Bezugspunkt der Kalibrierung reproduzierbar in der Probenmitte zu finden ist.

Die Aufzeichnung der Bilddaten erfolgt wie zuvor bereits erläutert stereoskopisch auf der Vorder- und Rückseite der Probe, gemäß Abb. 4.7.

3D-Dehnungsmessung

Die nachträgliche Dehnungsbestimmung auf der Probenoberfläche erfolgt manuell in der Software *ISTRA 4D*[®] [34]. Allerdings können Projektions- und Auswerteparameter zwischen einzelnen Experimenten übergeben werden, sofern keine physikalische Änderung am Kamerasystem vorgenommen wurde. Der Export der Daten zur weiteren Nutzung wird dabei in Form von ASCII-Dateien umgesetzt, wobei auch andere Formate wie beispielsweise das HDF5-Format unterstützt werden [34, 193]. Unter Verwendung des geometrischen Zusammenhangs zwischen Vorder- und Rückseite der Probe, der über das gemeinsame Koordinatensystem zu berechnen ist, kann zusätzlich zur feldlichen Oberflächendehnung die Deformation in Dickenrichtung ausgewertet werden. In Abb. 8.3 ist die Determinante des Deformationsgradienten J_S an sieben diskreten Punkten auf der Probe im Verlauf eines äquibiaxialen Zugversuchs aufgetragen.

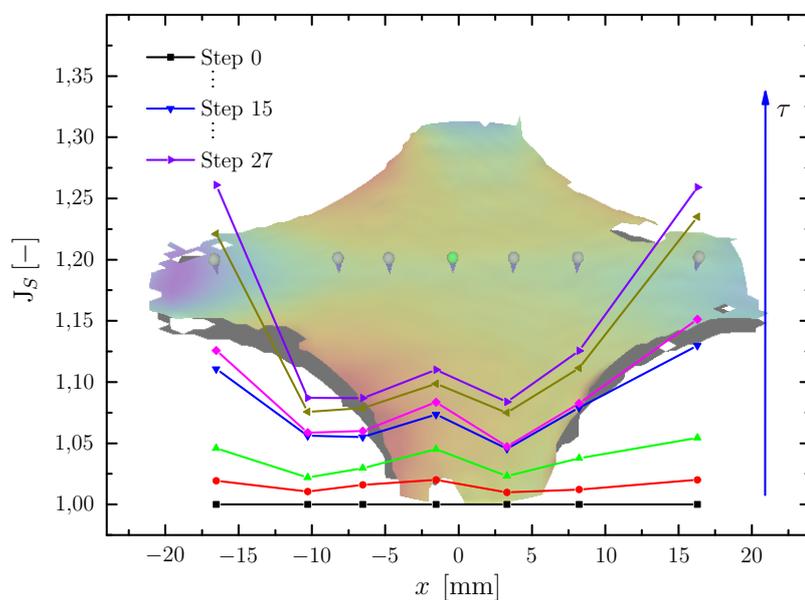


Abbildung 8.3: Volumendehnung J_S beim biaxialen Zugversuch - Auswertung an sieben Punkten (Marker) im Verlauf eines äquibiaxialen Experiments mit Zeitparameter τ

Wie der Zeitparameter τ anzeigt, steigt der Wert der Determinanten des Deformationsgradienten J_S mit zunehmender Schrittzahl an. Daran wird der Einfluss der Strukturkompressibilität auf das Materialverhalten auch im Zugbereich erkennbar, wodurch die Wichtigkeit der Reihenfolge bei der Identifikation der Parameter bestätigt wird, vgl. Abb. 8.1. Während beim hydrostatischen Druckversuch nur volumetrische Deformationen auftreten, finden sich beim biaxialen Zugversuch volumetrische und isochore Dehnungen. Daher ist es sinnvoll, zunächst die Parameter des volumetrischen Modells anhand der Kompressionsversuche zu identifizieren und anschließend die davon abhängigen Parameter des isochoren Teilmodells anzupassen.

8.2.2 Numerischer (rekursiver) Anteil

Simulation

Die eigentliche Parameteridentifikation findet mit Hilfe einer inversen Berechnung statt. Grund hierfür ist die räumliche Trennung zwischen dem Ort der Deformationsmessung und dem der zugehörigen Kraftmessung. Aufgrund der Geometrie ist die Spannungsverteilung im Probenquerschnitt nicht eindeutig feststellbar, wodurch eine gezielte Auswertung über einen konstitutiven Treiber [105, 120, 188] ausgeschlossen ist. Die daher verwendete Methode basiert auf der Finite-Elemente-Simulation der kompletten Biaxialprobe, bzw. aus Symmetriegründen einem Achtel davon. Die hier zum Einsatz kommende Software COMSOL Multiphysics® bietet dabei im Speziellen den Vorteil einer gemeinsamen Schnittstelle mit Matlab®. Unter Verwendung dieser Schnittstelle ist es auf relativ einfache Weise möglich, die Parametersuche strukturiert und geführt durchzuführen bei gleichzeitiger Nutzung der Matlab-internen Toolboxen, wie den Optimierungsalgorithmen [149]. Gerade im Bereich der Optimierung wird dieser Vorteil noch deutlicher zum Vorschein treten.

Die Implementierung des Modells in COMSOL Multiphysics® erfolgt auf Basis der schwachen Formulierung der Impulsbilanz [32]. Die Ansatzfunktionen werden von quadratischer Ordnung gewählt.

Die Struktur der verwendeten inversen Berechnung bedingt die Wahl der experimentell gemessenen Reaktionskräfte als Randbedingung für die Simulation. Zur Steigerung der Effizienz bei der Parametersuche wird zunächst nur ein Teil der ex-

perimentell angefahrenen Stufen in der Simulation berücksichtigt. Mit zunehmender Genauigkeit des ermittelten Simulationsergebnisses kann das Resultat durch Steigerung der berechneten Stufenanzahl verfeinert werden. Im Hinblick auf die Erstellung einer aussagekräftigen Parameterkombination muss allerdings auf eine ausgewogene Auswahl an Deformationszuständen geachtet werden. Das Deformationsspektrum darf durch die Reduktion der Einzelstufen nicht zu sehr geschmälert werden.

Die Bereiche der Probenklemmung werden zur numerischen Stabilisierung des Simulationsmodells gesondert behandelt, vgl. Abb. 8.4 - \mathcal{B}^K . Um eine möglichst realistische Nachbildung der Einspannsituation zu erlangen, werden die geklemmten Bereiche der Probe nicht als Starrkörper angesehen, da dies mit erheblichen numerischen Instabilitäten im Übergangsbereich zwischen den beiden Probenteilen einhergeht.

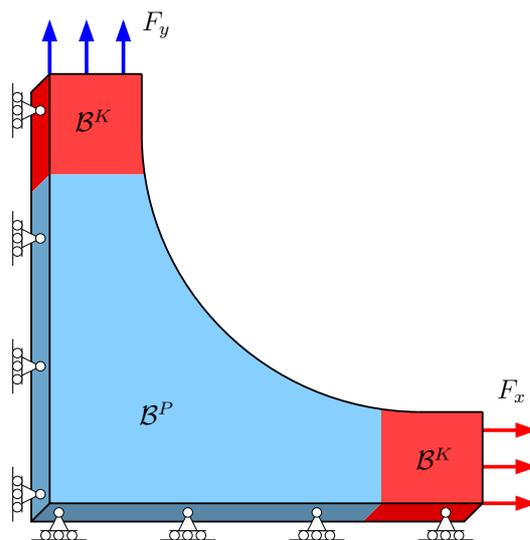


Abbildung 8.4: Modellgeometrie Simulation mit dem Modellbereich \mathcal{B}^P und dem versteiften, aber nicht starren Klemmbereich \mathcal{B}^K

Der hier gewählte Ansatz stellt daher lediglich eine lokale Versteifung der Probe in den Bereichen der Klemmbanken dar. Das zu Grunde liegende Materialmodell bleibt bestehen. Die Parameter im Einspannbereich werden proportional zu den simulierten Probenparametern vergrößert. Dadurch ergibt sich eine gewisse Nachgiebigkeit der Einspannstellen, was dem realen Fall eines leichten Nachrutschens der Probe sehr nahe kommt. Die Details der numerischen Umsetzung sind Scherff [193] zu entnehmen.

Vergleich

Die Güte der mit den gewählten Parametern durchgeführten Simulation muss im nächsten Schritt quantifizierbar gemacht werden. Der punktweise Vergleich zwischen den experimentell gemessenen Deformationen und den in der Simulation ermittelten kommt zum Einsatz. Als Größen der Zielfunktion werden in diesem Fall die ersten beiden isochoren Hauptinvarianten gemäß Gl. (3.90) verwendet, da sie unmittelbar als Variablen des gewählten Materialmodells auftreten und somit einen direkten Einfluss auf das Simulationsergebnis widerspiegeln. Auch andere Größen wie die Hauptdehnungen oder andere Dehnungsmaße sind möglich und softwaretechnisch umgesetzt [193].

Generell liegt die vollfeldliche Dehnungsinformation aus den experimentellen Untersuchungen vor und kann verwendet werden. Eine Reduktion der zu vergleichenden Daten erweist sich jedoch gerade zu Beginn der Optimierung als durchaus sinnvoll, um eine grobe Annäherung an die optimalen Parameter zu gewährleisten. Mit steigender Parametergüte ist es möglich, sukzessive mehr Stützstellen für den punktweisen Vergleich zwischen Experiment und Simulation heranzuziehen. Ein wichtiger Aspekt bei der Wahl der Stützstellen ist jedoch durch die Forderung nach einer ausgewogenen Rasterverteilung gegeben. Um die vielfältig auftretenden Deformationszustände beim biaxialen Zugversuch in die Bewertung der Parameterkombination einfließen zu lassen, ist die Verteilung der Stützstellen auf der Probenoberfläche nach einer sinnvollen Strategie zu wählen. Da beispielsweise die Bewertung des Modells lediglich an Orten vornehmlich uniaxialer Deformationen keine wesentliche Mehrinformation gegenüber den einachsigen Zugversuchen liefert, ist auf die richtige Wahl der Rasterpunkte zu achten. Eine Schwierigkeit bei der Erfüllung dieser Vorgabe liegt in der Auswertung der Biaxialversuche begründet. Obgleich die vollfeldliche Messung einer kontinuierlichen Auswertung ähnelt, basiert sie auf der Korrelation diskreter Bildabschnitte zu verschiedenen Zeitpunkten innerhalb des Versuchs. Die Kombination aus der Größe des korrelierten Bildsegments und der Schrittweite bei der Generierung des nächsten Bildausschnitts liefert eine gerasterte Information, die nur an den diskreten Stützstellen exportiert werden kann. Ungenauigkeiten in der Einspannung oder unvollständige Feldinformationen, die aufgrund von Lichtreflexen oder unzureichenden Musterstellen entstehen, können in diesem Kontext zu Instabilitäten in der Auswertung führen. Diese können innerhalb der Auswertung durch flächige Interpolation der gesuchten Größe an der Probenoberfläche umgangen werden. Eine solche Interpolation für die Gesamtverschiebung u_{total} ist in Abb. 8.5 dargestellt. Dabei sind sowohl die

fehlerhaften Rohdaten durch eine Punktwolke, als auch die interpolierten Daten abgebildet. Zur Verdeutlichung wurde in der Darstellung ein konstanter Offset zu den Rohdaten addiert. Die Punkte liegen als Stützpunkte der Interpolation innerhalb der interpolierten Fläche. Gerade in der Ansicht von oben (Abb. 8.5 - rechts) ist der Bereich am oberen Arm rechts zu beachten, der trotz fehlender Messdaten sinnvoll interpoliert wird.

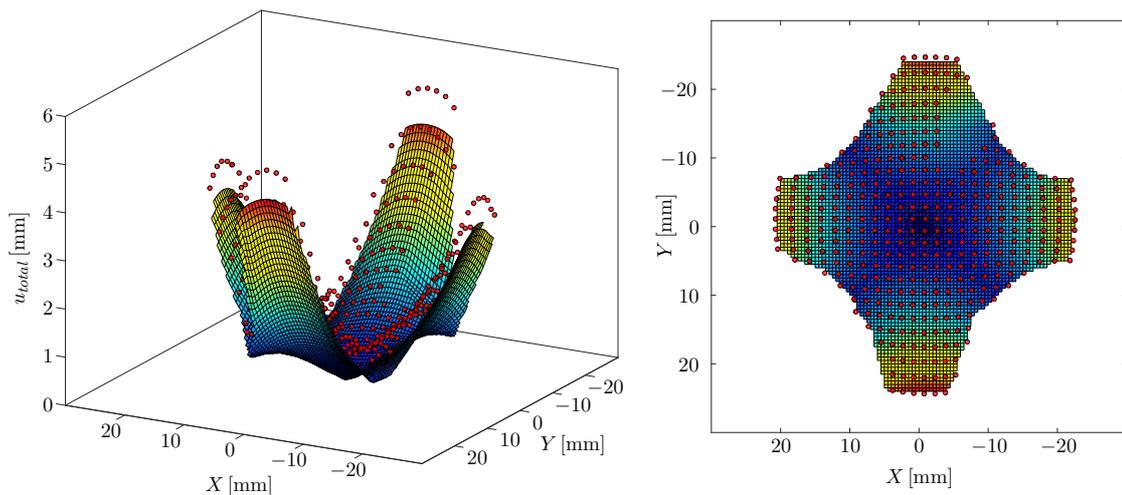


Abbildung 8.5: Messdateninterpolation Biaxialprobe für Gesamtverschiebung u_{total} - Messdaten: Punktwolke, Interpolation: Fläche; links: isometrische Ansicht, rechts: Ansicht von oben

Wird zudem die zweifache Symmetrie der Probe genutzt um Fehlstellen aus den Daten anderer Quadranten zu füllen, wird eine nahezu garantierte Auswertbarkeit der Proben innerhalb einer Viertelprobe, wie in Abb. 8.4, erreicht.

Parameteroptimierung

Ein essentieller Aspekt bei der Anpassung der Materialparameter stellt die verwendete Optimierungsstrategie bei der Erstellung der Parametersätze dar. Durch die Wahl der Kombination aus der FE-Software COMSOL Multiphysics® und Matlab® stehen in diesem Kontext bereits vielfältige Optimierungsmethoden zur Verfügung. Der Fokus der Darstellung soll allerdings weniger auf die Optimierungsalgorithmen selbst, als vielmehr auf die Anwendung der vorhandenen Programmstrukturen gelegt werden. Das hier Anwendung findende Verfahren der Optimierung ist detailliert in [193] dargestellt und lässt generell einen gewissen Spielraum bei der Wahl der Einzelmethoden zu. Die Flexibilität innerhalb des Rahmenwerks

ist gerade bei der Untersuchung verschiedener Materialtypen von großer Bedeutung für den Erfolg der Parameterfindung. Bei dem hier charakterisierten Material hat sich die Verwendung des *fminsearch*-Algorithmus als besonders zielführend erwiesen. Dieser basiert auf dem Nelder-Mead-Simplex-Verfahren aus dem Jahr 1965 [167].

Eine zusätzliche Möglichkeit der zielgerichteten Optimierung besteht innerhalb der automatisierten Auswertung in der Kombination unterschiedlicher Optimierungsalgorithmen. So ist es beispielsweise bei Stagnation der Minimierungsaufgabe möglich, durch veränderte Suchstrategien aus einem lokalen Minimum der Zielfunktion zu entfliehen und neue Bereiche des Lösungsraumes zu erschließen. Da dies aber das manuelle Eingreifen des Benutzers erfordert und nur schwer als adaptives Verfahren umgesetzt werden kann, muss die Abhängigkeit des Optimierungsergebnisses von der Wahl der Startparameter auf anderem Wege abgeschwächt werden. Die Neigung vieler Optimierungsalgorithmen, ein lokales Minimum in der Nähe des Startparametersatzes zu ermitteln wurde bereits vielfach beschrieben und dokumentiert [24, 72]. Zur Bereitstellung einer allgemeingültigeren Struktur bei der Anpassung der Parameter bietet sich daher zunächst eine separierte Startparameterstudie an. Dazu wird der gesamte Lösungsraum, also sowohl numerisch als auch physikalisch sinnvolle Parametersätze, durch zufällig ausgewählte Parametersätze abgerastert. Zufällig erstellte Parametersätze werden durch den Index $(\bullet)^Z$ gekennzeichnet. Die Anzahl N^Z der zufällig erzeugten Parametersätze kann dabei abhängig vom Simulationsaufwand des vorliegenden Problems variiert werden. Nach Auswertung der N^Z Simulationen können die jeweils erreichten Zielfunktionswerte nach der Güte geordnet werden. Aus den N^Z zufällig gewählten Parametersätzen werden im Anschluss die M^Z besten Parametersätze ausgewählt und als Startparameter für M^Z parallel ausgeführte Parameteridentifikationen verwendet. Bei vollständiger Diversität der M^Z Startparametersätze ergeben sich demnach ebenso viele optimierte Kennwertkombinationen, die ebenfalls wieder anhand ihrer Güte sortiert werden können.

Wenn es sich dabei wie hier um eine additiv zusammengestellte freie Energiefunktion handelt, ist es überdies möglich, die Parameter blockweise, also geordnet nach Funktionsgruppen, zu bestimmen. Gerade im Falle eines Materialmodells mit vielen Parametern ist dies zur strukturierten Parametersuche empfehlenswert [193]. Allerdings wird auf diese Weise der Einfluss der zufällig erzeugten Startparameter verringert, da einzelne Kombinationen aufgrund der kontinuierlichen Selektion ausgeschlossen werden können.

8.3 Diskussion: Parameteroptimierung

Das vorgestellte Kapitel erläutert die im Rahmen der Modellanpassung verwendete Optimierungsstrategien.

- Der bisher beschriebenen Modellstruktur folgend, werden die Parameter der kontinuumsmechanisch und experimentell begründeten Modellanteile separiert identifiziert. Die Optimierung orientiert sich daher an der experimentellen Vorgehensweise und unterscheidet zwischen volumetrischen und isochoren sowie elastischen und inelastischen Modellanteilen. Die Simulationen in den automatisierten Parameteranpassungen basieren auf dem Import gemessener Deformationen und können somit einfach um weitere Experimente ergänzt werden.
- Die Anpassung der statischen Parameter des Biaxialversuchs stellt in diesem Zusammenhang eine größere Neuentwicklung dar und wird daher ausführlicher beschrieben. Die Kompressibilität des untersuchten Werkstoffs ist diesbezüglich ein wesentlicher Aspekt und eine besondere Herausforderung. Neben der dreidimensionalen Dehnungsmessung und dem automatisierten Import in das Optimierungsrahmenwerk nimmt die feldliche Messdateninterpolation eine wichtige Rolle ein, da so Fehlstellen in der gemessenen Dehnungsinformation ausgeglichen werden können. Die Stabilität des Optimierungsverfahrens wird dadurch deutlich erhöht.

Eine weitere Neuerung ist durch die Festlegung der initialen Parameter gegeben. Entgegen der gängigen Vorgehensweise mit einem einzelnen Startparametersatz werden die besten Parametersätze aus einer definierten Anzahl zufällig erzeugter Parameterkombinationen als Startwerte parallelisierter Optimierungen genutzt. Die Neigung, in lokalen Minima oder Minima im Bereich des Startwertes zu stagnieren, kann somit abgeschwächt werden.

Die zusätzliche Staffelung der Parameteroptimierung bei zusammengesetzten Modellansätzen ermöglicht überdies eine weitere Effizienzsteigerung, kann allerdings auch Parameterkombinationen ausschließen. Daher ist diese Möglichkeit als optionale Variante implementiert. Weitere Modifikationen an der Vorgehensweise sind aufgrund der flexiblen Programmierung jederzeit möglich.

9

Ergebnisse und Validierung

9.1 Ergebnisse

Die Durchführung der in Kapitel 8 beschriebenen Parameteridentifikation liefert einen Parametersatz, der für die korrespondierenden Experimente die optimale Anpassung bietet. Ein bedeutender Vorteil des gestaffelten Identifikationsprozesses nach Abb. 8.1 ist die Vererbung der in einer Stufe identifizierten Parameter in die nächste Hierarchieebene. Im Umkehrschluss wirken sich die Parameter aus der folgenden Stufe nicht nachteilig auf die Anpassung in den unteren Hierarchieebenen aus. So ist beispielsweise das hyperelastische Teilmodell im Druckbereich ein fester Bestandteil der viskoelastischen Modellantwort im Zugbereich.

Dennoch muss der interpolierende Charakter des vorgeschlagenen und angepassten Modells im Laufe dieses Kapitels überprüft werden. Im Detail beinhaltet das den Nachweis, dass nicht nur diejenigen Experimente, die zur Optimierung verwendet wurden, im Einklang mit dem resultierenden Modellparametersatz sein müssen, sondern auch Experimente mit davon abweichenden Versuchsparametern.

9.1.1 Parameter des hyperelastischen Teilmodells

Die Anpassung der Modellparameter beginnt, wie in Abb. 8.1 dargestellt, mit den hyperelastischen Modellanteilen. Aufgrund der Trennbarkeit der volumetrischen und isochoren Deformationen werden hierbei zunächst die Komponenten des Druckbereichs und anschließend die gestaltändernden Teile betrachtet. Gemäß Gl. (6.13) werden demnach erst die in Gl. (9.1) blau gefärbten Parameter ausgewertet. Für die Gleichgewichtsspannung folgt

$$\begin{aligned}
 \mathbf{T}_{eq} = & p_0 \left(\frac{J_S - 1}{J_S - n_0^S} \right) \mathbf{I} + \frac{\Lambda^S \left[J_S^{\gamma-1} - \frac{1}{J_S - n_0^S} + \frac{n_0^S}{1 - n_0^S} \right]}{\left(\gamma - 1 + \frac{1}{(1 - n_0^S)^2} \right)} \mathbf{I} \\
 & + 2 J_S^{-5/3} c_{10} \left(\mathbf{B}_S - \frac{1}{3} \mathbb{I}_{\mathbf{B}_S} \mathbf{I} \right) \\
 & + 4 J_S^{-5/3} c_{20} \left(J_S^{-2/3} \mathbb{I}_{\mathbf{B}_S} - 3 \right) \left(\mathbf{B}_S - \frac{1}{3} \mathbb{I}_{\mathbf{B}_S} \mathbf{I} \right) \\
 & + 6 J_S^{-5/3} c_{30} \left(J_S^{-2/3} \mathbb{I}_{\mathbf{B}_S} - 3 \right)^2 \left(\mathbf{B}_S - \frac{1}{3} \mathbb{I}_{\mathbf{B}_S} \mathbf{I} \right) \\
 & + 2 J_S^{-2} c_{01} \left(\mathbb{I}_{\mathbf{B}_S} \mathbf{B}_S - \mathbf{B}_S^2 - \frac{2}{3} \mathbb{I}_{\mathbf{B}_S} \mathbf{I} \right).
 \end{aligned} \tag{9.1}$$

Die identifizierten Parameter sind Tabelle 9.1 zu entnehmen.

Hydrost. Druck			Biaxialer Zug [MPa]			
n_0^S	Λ^S	γ	c_{10}	c_{20}	c_{30}	c_{01}
0,633	0,25 MPa	5	0,158	-0,09	0,018	0,095

Tabelle 9.1: Identifizierte Parameter des hyperelastischen Teilmodells

Im Fall des hydrostatischen Kompressionsversuchs lässt sich mit den gewonnenen Daten eine resultierende Grundelastizitätskurve im Vergleich zur zugehörigen Messkurve aufzeichnen. Dabei wird der isotrope Kammerdruck

$$p_K = -T_K = -\frac{1}{3} T_{ii} \tag{9.2}$$

über der Determinanten des Deformationsgradienten J_S aufgetragen, vgl. Abb. 9.1. Der Vergleich der simulierten und gemessenen Kurve zeigt eine gute Übereinstimmung. Auch der steile Anstieg des Drucks in der Nähe des Kompressionspunktes bei $n_0^S = 0,633$ wird sehr gut abgebildet.

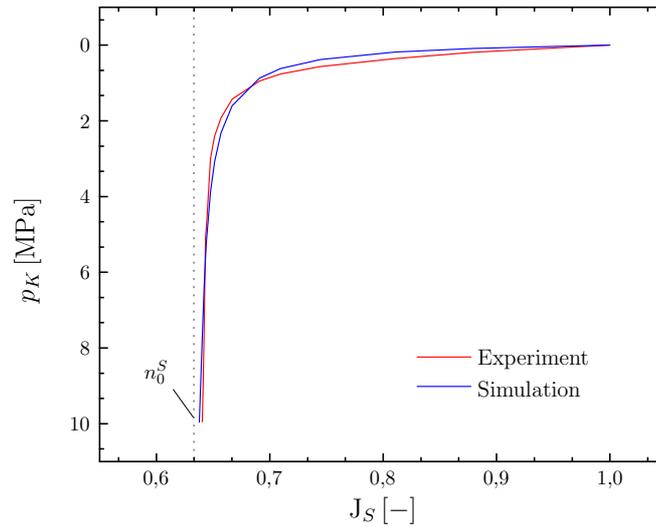


Abbildung 9.1: Grundelastizität bei hydrostatischer Kompression, Kammerdruck p_K über Determinante des Deformationsgradienten J_S , Kompressionspunkt bei n_0^S ; Vergleich zwischen Experiment und Simulation

Eine ähnlich anschauliche Abbildung für den biaxialen Zugversuch stellt sich dabei als schwieriger heraus, da hierzu eine übersichtliche Darstellung eines inhomogenen Deformationszustandes benötigt wird. Eine Möglichkeit, die Leistungsfähigkeit des Modells unter biaxialem Zug zu überprüfen, basiert auf dem punktuellen Vergleich, der bereits bei der Identifikationsmethode des biaxialen Zugversuchs zum Einsatz kommt. In der quasi-statischen Simulation werden die Krafterandbedingungen entsprechend den Messdaten aufgebracht. Der rein visuelle Vergleich der ersten und zweiten Hauptdehnung auf der simulierten Viertelprobe (Abb. 9.2, jeweils 2. Quadrant) mit dem gemessenen Ergebnis eignet sich nicht zur quantitativen Bewertung des Simulationsergebnisses. Die Auftragung der Dehnung in y -Richtung über der aufbrachten Kraft in y -Richtung an einem speziellen Punkt (schwarzes Quadrat) liefert die Kurve gemäß Abb. 9.3 und zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation. Lediglich für höhere Lasten weichen die Kurven deutlicher voneinander ab. In der schematischen Darstellung der Probe sind neben der ausgewerteten Stützstelle (schwarzes Quadrat) noch die insgesamt verwendeten Stützstellen auf der Probe markiert (rote Punkte).

In Tabelle 9.1 wird ersichtlich, dass der Parameter c_{20} aus dem isochoren Anteil

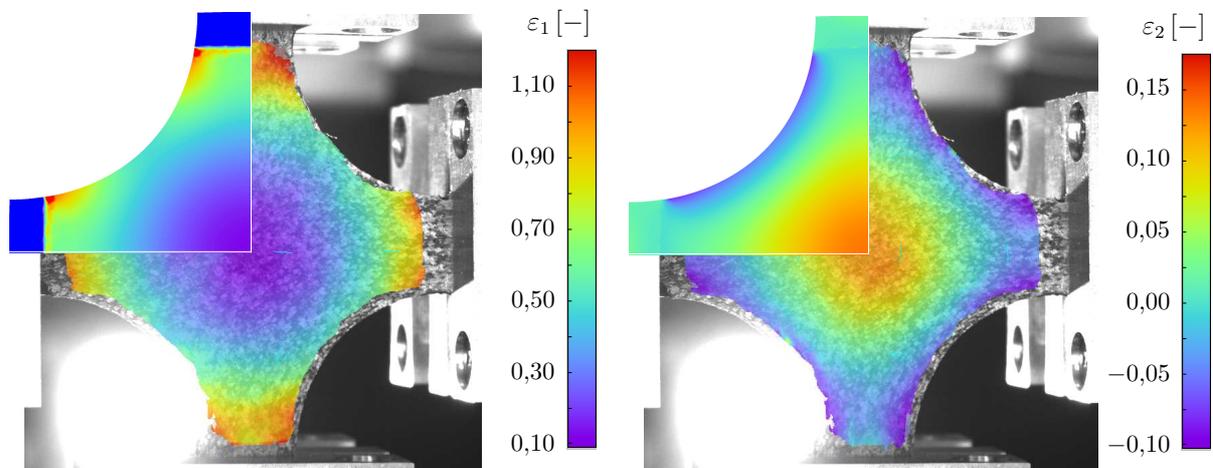


Abbildung 9.2: Biaxialer Zugversuch - Grundelastizität: visueller Vergleich zwischen Experiment und Simulation (2. Quadrant) in äquibiaxialem Deformationszustand; links: erste Hauptdehnung ε_1 , rechts: zweite Hauptdehnung ε_2

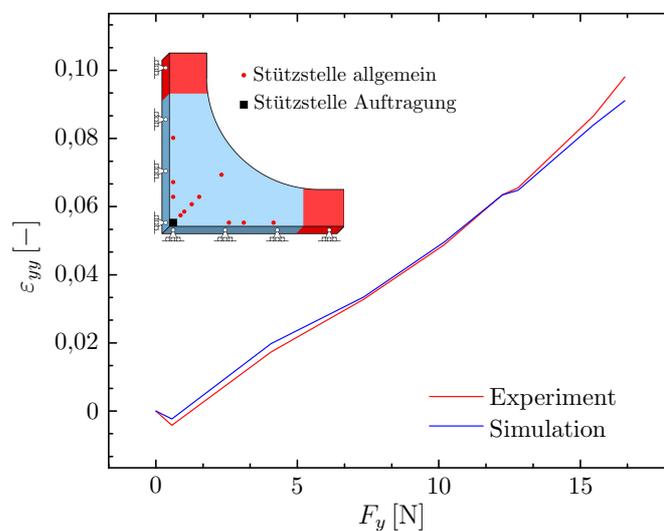


Abbildung 9.3: Biaxialer Zugversuch - Grundelastizität: Dehnung in y -Richtung ε_{yy} über Kraft in y -Richtung F_y ; Auswertung an zentraler Stützstelle auf Probe (schwarzes Quadrat); rote Punkte: für Identifikation verwendete Stützstellen

der hyperelastischen Materialantwort negativ identifiziert wurde. Dies entspricht auch der gängigen Praxis [232], wengleich Hartmann in seinem Übersichtsartikel [75] die Formulierung ausschließlich positiver Materialparameter innerhalb der

Polynomreihendarstellungen gemäß Gl. (6.10) empfiehlt. Der Umstand, dass diese Identifikation hier trotzdem genutzt wird, kann anschaulich anhand von Gl. (6.11) motiviert werden. Die Betrachtung lediglich derjenigen Koeffizienten der ersten Hauptinvarianten $I_{\mathbf{B}_S}$ zeigt, dass die positiven Terme c_{10} und c_{30} gegenüber dem negativen Term dominieren. Der zusätzliche Parameter für die zweite Hauptinvariante erfüllt die Forderung nach positiven Materialparametern ohnehin.

9.1.2 Parameter des viskoelastischen Teilmodells

Der Argumentation aus dem vorangegangenen Abschnitt folgend werden auch die Parameter des inelastischen Teilmodells sequentiell bestimmt. Auch hier werden zunächst die volumetrischen Anteile anhand hydrostatischer Kompressionsversuche und anschließend die Parameter des isochoren Anteils auf Basis der uniaxialen Zugversuche ermittelt. Der anschließende erneute Optimierungsdurchlauf anhand beider Experimente soll die Identifikation unphysikalischer Parameter vermeiden. Die Wahl von vier Maxwell-Elementen hat sich als zielführend erwiesen, wobei hier jeweils ein Element des Typs 1 bzw. 2 und zwei Elemente des Typs 3 gemäß Gl. (6.21)₁, Gl. (6.21)₂ und Gl. (6.21)₃ genutzt werden. Unter Beachtung der Tatsache, dass die Kolbengeschwindigkeit $\dot{s}_K = 0,1 \text{ mm/s}$ beim Kompressionsversuch und die Maschinengeschwindigkeit $\dot{u}_M = 1 \text{ mm/s}$ beim uniaxialen Zugversuch ähnliche Dehnraten hervorrufen, ergeben sich somit vier Maxwell-Elemente für vier Dekaden in der Dehnrates. Die resultierenden Modellparameter sind in Tabelle 9.2 dokumentiert, wobei die grau hinterlegten Parameter als vernachlässigbar identifiziert wurden. Der Index $(\bullet)_{\Theta_0}$ im Fall der isochoren Steifigkeiten deutet auf die Gültigkeit bei der Referenztemperatur $\Theta_0 = 20^\circ\text{C}$ hin.

MWE #1		MWE #2		MWE #3		MWE #4	
Typ	①	Typ	②	Typ	③	Typ	③
$\mu_{\Theta_0}^1$		$\mu_{\Theta_0}^2$	0,31 MPa	$\mu_{\Theta_0}^3$		$\mu_{\Theta_0}^4$	$2,8 \cdot 10^{-3}$ MPa
$\hat{r}_{\textcircled{1}}^1$		$\hat{r}_{\textcircled{2}}^{1^2}$	0,035 s	$\hat{r}_{\textcircled{3}}^{1^3}$		$\hat{r}_{\textcircled{3}}^{1^4}$	0,035 s
		$\hat{r}_{\textcircled{2}}^{2^2}$	215,73 s	$\hat{r}_{\textcircled{3}}^{2^3}$		$\hat{r}_{\textcircled{3}}^{2^4}$	245 s
		$\hat{k}_{\textcircled{2}}^2$	1326,65 s	$\hat{k}_{\textcircled{3}}^3$		$\hat{k}_{\textcircled{3}}^4$	938 s
$\Lambda_{\Theta_0}^1$	0,056 MPa	$\Lambda_{\Theta_0}^2$		$\Lambda_{\Theta_0}^3$	210,13 MPa	$\Lambda_{\Theta_0}^4$	43,8 MPa
$\bar{r}_{\textcircled{1}}^1$	22596 s	$\bar{r}_{\textcircled{2}}^{1^2}$		$\bar{r}_{\textcircled{3}}^{1^3}$	0,14 s	$\bar{r}_{\textcircled{3}}^{1^4}$	
		$\bar{r}_{\textcircled{2}}^{2^2}$		$\bar{r}_{\textcircled{3}}^{2^3}$	0,026 s	$\bar{r}_{\textcircled{3}}^{2^4}$	1,96 s
		$\bar{k}_{\textcircled{2}}^2$		$\bar{k}_{\textcircled{3}}^3$	116,69 s	$\bar{k}_{\textcircled{3}}^4$	627 s

Tabelle 9.2: Identifizierte Parameter des viskoelastischen Teilmodells; MWE $\hat{=}$ Maxwell-Element

Dem Identifikationsschema gemäß Abb. 8.1 folgend werden zunächst die Identifikationsexperimente unter hydrostatischem Druck dargestellt. Im zeitlichen Verlauf ergibt sich für die geringere Rate (Abb. 9.4) eine augenscheinlich bessere Anpassung als für die höhere Rate (Abb. 9.5).

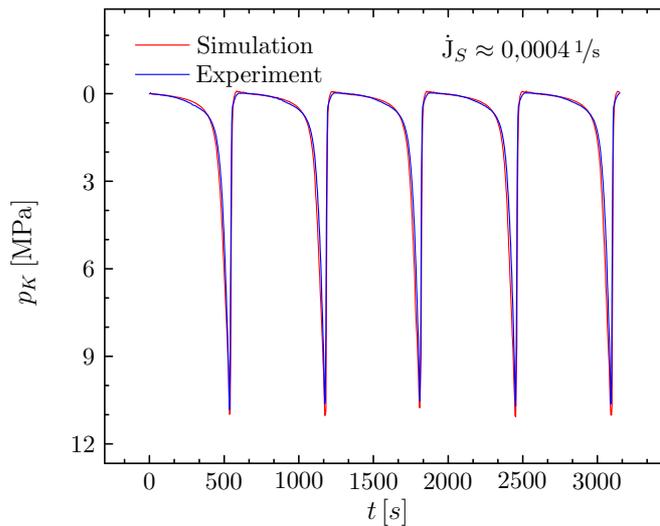


Abbildung 9.4: Viskoelastizität unter hydrostatischem Druck, zeitlicher Verlauf des Kammerdrucks p_K : Vergleich Simulation und Experiment für $\dot{J}_S \approx 0,0004 1/s$

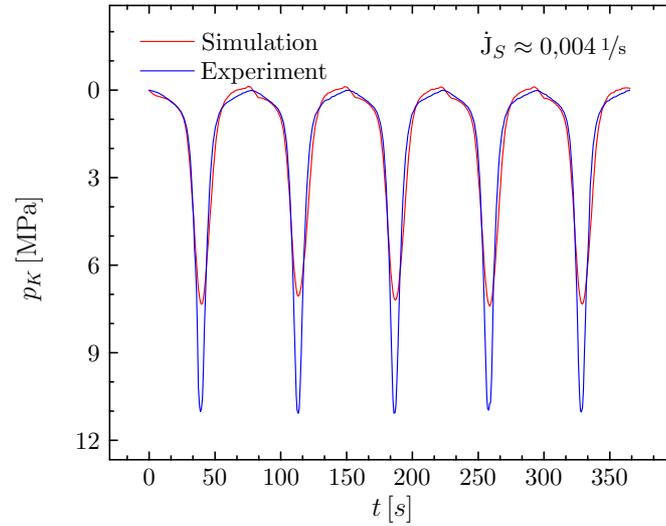


Abbildung 9.5: Viskoelastizität unter hydrostatischem Druck, zeitlicher Verlauf des Kammerdrucks p_K : Vergleich Simulation und Experiment für $\dot{J}_S \approx 0,004 \text{ 1/s}$

Durch die Auftragung des isotropen Kammerdrucks p_K über der Determinanten des Deformationsgradienten kann der Unterschied jedoch relativiert werden (Abb. 9.6). Beide Kurven nähern sich dem Kompressionspunkt und sind dort durch eine vergleichsweise hohe Sensitivität gekennzeichnet. Rundungsfehler innerhalb der Parameter haben hierbei bereits erhebliche Auswirkungen.

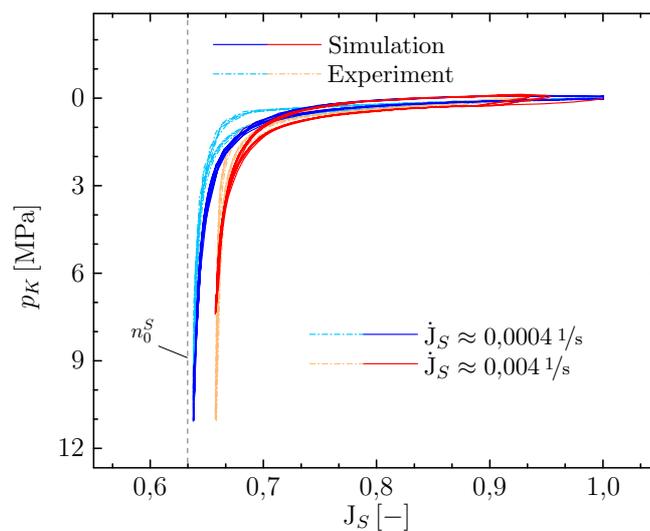


Abbildung 9.6: Viskoelastizität unter hydrostatischem Druck, Kammerdruck p_K über Determinante des Deformationsgradienten J_S (Experimente jeweils gestrichelt, Simulationen Volllinie)

Die scheinbare Verschiebung des Kompressionspunktes der beiden Kurven für die zwei Raten wird jedoch deutlich erkennbar. Im Falle der schnelleren Belastung strebt die Spannung bereits bei geringeren Volumendehnungen gegen Unendlich. Der zugehörige Grundelastizitätswert der Kurve liegt demzufolge deutlich unterhalb der des langsameren Experiments (vgl. Kap. 7).

Die zeitlichen Verläufe der Anpassungsexperimente im uniaxialen Zugversuch sind in Abbildung 9.7 für eine Maximaldehnung $\varepsilon_1^{max} = 1,65$ (oben) und $\varepsilon_1^{max} = 2,6$ (unten) aufgetragen. Die aus biaxialen Zugversuchen ermittelte Grundelastizität weist dabei eine wesentlich niedrigere Maximaldehnung auf. Innerhalb des eigentlichen Gültigkeitsbereichs der multiaxial angepassten Grundelastizität ($\varepsilon_{Biax}^{max} < 0,6$) zeigt das Modell demnach eine sehr gute Übereinstimmung bei der Nachbildung zyklischer Experimente. Aus diesem Grund können die größeren Abweichungen bei der maximalen Dehnung (Abb. 9.7 - unten) in Kauf genommen werden. Bei einer Ergänzung des Modells um weitere Maxwell-Elemente könnte die Qualität der Anpassung in der dargestellten Belastungsart noch deutlich erhöht werden, was jedoch auf Kosten des Rechenaufwands geht. In der dargestellten Fassung wurde der Fokus auf die Anpassung des Maximalwertes der Spannung gelegt. Die Temperatur beträgt in den drei Experimenten 20°C .

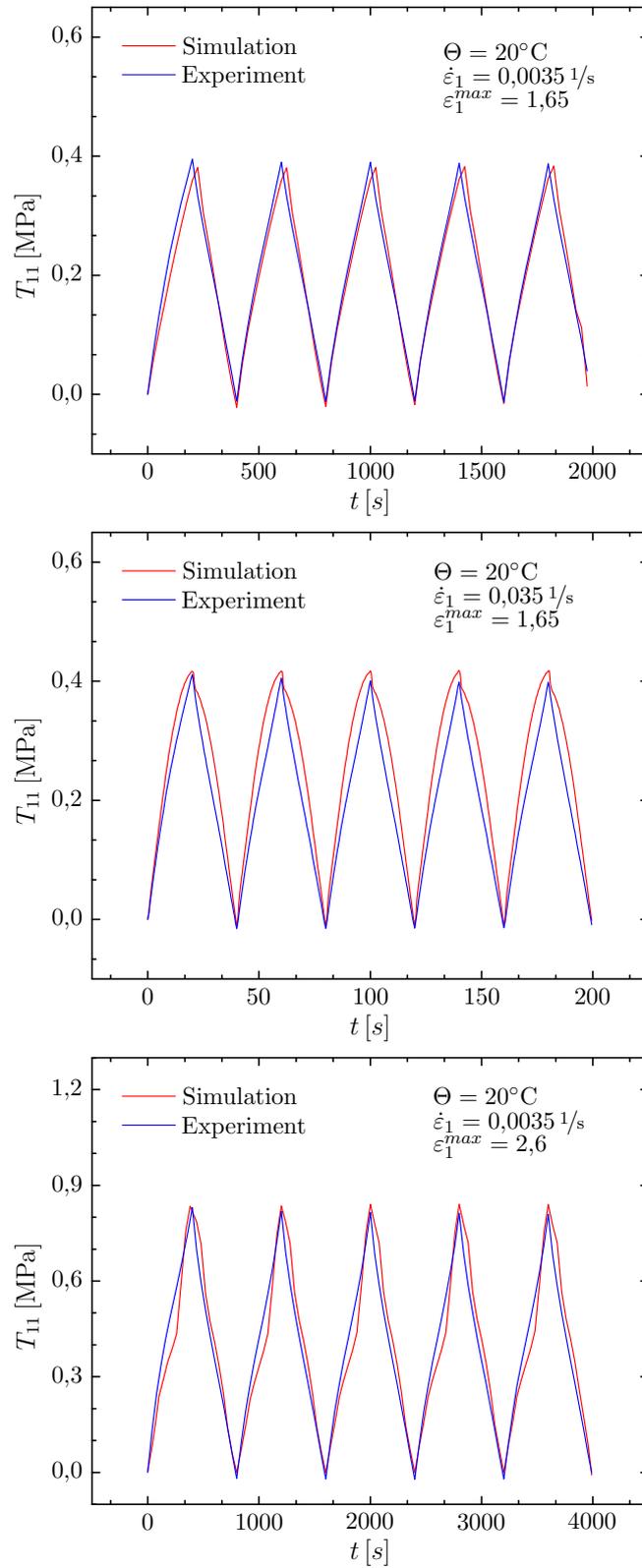


Abbildung 9.7: Viskoelastizität unter uniaxialem Zug, zeitlicher Verlauf der Cauchy-Spannung T_{11} : Vergleich Simulation und Experiment; verschiedene Dehnraten (oben/mittig), verschiedene Maximaldehnungen (oben/unten) bei $\Theta_0 = 20^\circ\text{C}$

9.1.3 Thermische Modifikation

Der abschließende Schritt im Rahmen der Parameteridentifikation ist die thermische Modifikation der Nichtgleichgewichtssteifigkeiten. Die Anpassung erfolgt mit Hilfe zyklischer, uniaxialer Zugversuche bei unterschiedlichen Temperaturen. Dabei ist die Gültigkeit der Anpassung zunächst auf den Temperaturbereich bis $\Theta^{max} = 20^\circ\text{C}$ beschränkt, vgl. Abschnitt 7.2.1. Die zeitlichen Auftragungen in Abb. 9.8 zeigen jeweils die Vergleiche bei einer Maximaldehnung $\varepsilon_1^{max} = 1,65$.

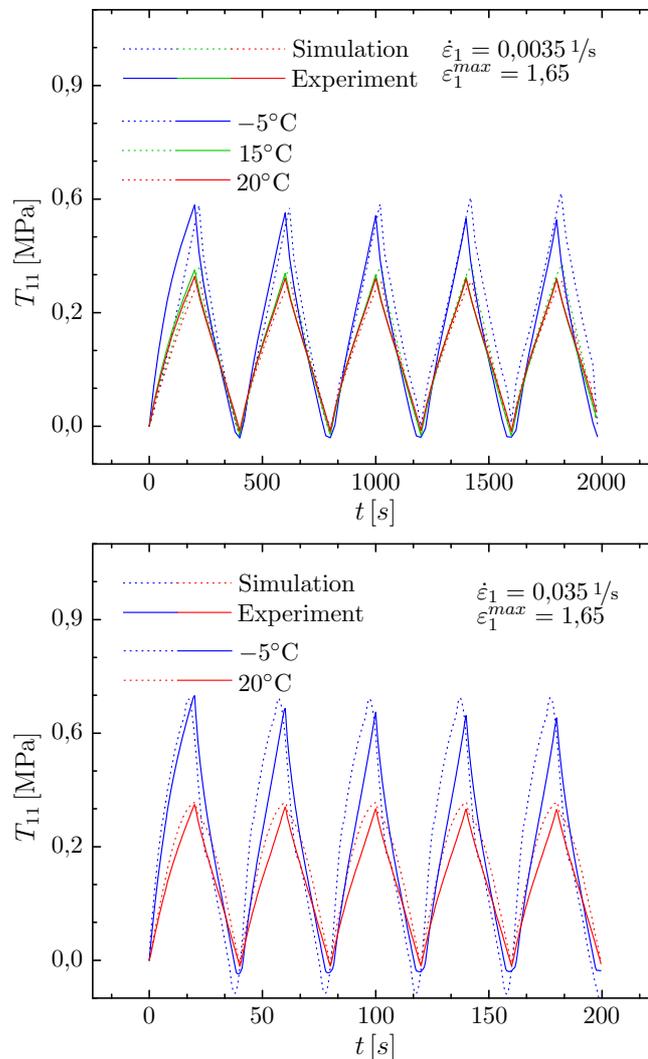


Abbildung 9.8: Einfluss der Temperatur auf das inelastische Materialverhalten bei zyklischen Versuchen bis $\varepsilon_1^{max} = 1,65$: zeitlicher Verlauf der Cauchy-Spannung T_{11} ; oben: $\dot{\varepsilon}_1 = 0,0035 \text{ 1/s}$, unten: $\dot{\varepsilon}_1 = 0,035 \text{ 1/s}$ (Simulationen jeweils gestrichelt, Experiment Volllinie)

Die obere Darstellung vergleicht die Kurven für die Temperaturen $\Theta_i = \{-5; 15; 20\}^\circ\text{C}$ bei einer Dehnrates $\dot{\epsilon}_1 = 0,0035\text{ 1/s}$. Die untere Abbildung beschränkt sich aus Gründen der Übersichtlichkeit auf den Vergleich der beiden extremalen Temperaturen, da die Kurven bei $\Theta = 15^\circ\text{C}$ und $\Theta = 20^\circ\text{C}$ sehr ähnlich sind. Demnach werden auch die Temperaturabhängigkeiten der Parameter des inelastischen Modells gut beschrieben, wodurch das Modell in der Lage ist, die zyklischen Experimente hinreichend abzubilden. Zusammen mit den Parametern $\mu_{\Theta_0}^j$ und $\Lambda_{\Theta_0}^j$ der einzelnen Maxwell-Elemente aus Tabelle 9.2 ergeben sich die temperaturabhängigen Steifigkeitsfunktionen

$$\begin{aligned}\mu^j(\Theta) &= \mu_{\Theta_0}^j \exp \left[b^j \cdot \left(1 - \frac{\Theta}{293\text{ K}} \right) \right], \\ \Lambda^j(\Theta) &= \Lambda_{\Theta_0}^j \exp \left[b^j \cdot \left(1 - \frac{\Theta}{293\text{ K}} \right) \right],\end{aligned}\tag{9.3}$$

mit den angepassten Parametern nach Tabelle 9.3. Die darin auftretenden Übereinstimmungen zwischen den Maxwell-Elementen #1 und #3, bzw. #2 und #4 wurden nicht a priori festgelegt und ergab sich erst im Laufe der Identifikation.

MWE #1		MWE #2		MWE #3		MWE #4	
Typ	①	Typ	②	Typ	③	Typ	④
$\mu_{\Theta_0}^1$		$\mu_{\Theta_0}^2$	0,31 MPa	$\mu_{\Theta_0}^3$		$\mu_{\Theta_0}^4$	$2,8 \cdot 10^{-3}$ MPa
$\Lambda_{\Theta_0}^1$	0,056 MPa	$\Lambda_{\Theta_0}^2$		$\Lambda_{\Theta_0}^3$	210,13 MPa	$\Lambda_{\Theta_0}^4$	43,8 MPa
b^1	32,4	b^2	8,4	b^3	32,4	b^4	8,4

Tabelle 9.3: Identifizierte Parameter der thermischen Modifikation, MWE $\hat{=}$ Maxwell-Element

Die Gültigkeit der Modifikation im Bereich der Kompression kann mit den zur Verfügung stehenden, experimentellen Anlagen nicht überprüft werden. Eine nachträgliche Überprüfung kann im Rahmen weiterer Untersuchungen erfolgen. Im Zuge der Parameteranpassung hat sich eine entsprechende Anpassung jedoch als zweckmäßig erwiesen und ist physikalisch tragfähig, da eine spontane Änderung der Materialeigenschaften beim Wechsel vom Druck- in den Zugbereich nicht zu erwarten ist.

9.2 Validierung

In diesem Abschnitt werden die ermittelten Parameter anhand einer Bauteilsimulation validiert. Da die eigentliche Motivation bei dem hier verwendeten Modellaufbau die realistische Vorhersage mehrachsiger Spannungs- und Deformationszustände ist, wird zur Validierung eine gelochte Membranprobe unter uniaxialem Zug genutzt. Hierzu wird ein Streifen der Breite 12,5 mm aus einer Membran herausgelöst, vorkonditioniert und anschließend mit einem kreisförmigen Ausschnitt definierten Durchmessers versehen. Um möglichst große Unterschiede zwischen den experimentellen Parametern der Identifikationsversuche und der Validierungsexperimente zu gewährleisten wird als Rohmaterial die Membran der Stärke 5 mm gewählt, welche bei der Identifikation lediglich für die Kompressionsversuche verwendet wurde. Die resultierende Probengeometrie ist in Abb. 9.9 - rechts dargestellt.

9.2.1 Simulationen in COMSOL Multiphysics®

Die Implementierung des erstellten und identifizierten Materialmodells erfolgt in COMSOL Multiphysics® 3.5 [32]. Der Aufbau des nichtlinearen Modells geschieht mehrstufig. Zur Implementierung des hyperelastischen Teilmodells wird die schwache Formulierung des Problems genutzt und die entsprechenden Spannungs-Deformationsbeziehungen angepasst. Die quasi-statische Simulation liefert im Vergleich mit einer optisch ausgewerteten Probe bereits ein sehr ähnliches Deformationsmuster. Dies wird durch die zusammengefügte Darstellung in Abb. 9.9 - links ersichtlich. Zusätzlich ergibt die Auftragung der gemessenen Reaktionskraft F_R im Vergleich mit der simulierten Grundelastizität eine gute Übereinstimmung. Die leichte Erhöhung der vorhergesagten Grundelastizität gegenüber dem experimentell ermittelten Verlauf ist einerseits durch den recht hohen Dehnungsbereich im Vergleich zu den Identifikationsexperimenten und andererseits durch idealisiert angenommene Randbedingungen erklärbar. So sind Ungenauigkeiten bei der Herstellung der Proben ebenso eine Fehlerquelle wie Idealisierung der Einspannstellen. Dieser Trend des leichten Überschätzens der Reaktionskraft setzt sich auch in den folgenden Validierungsbeispielen fort, kann aber als Folge der Verwendung des Maschinenweges als Randbedingung erklärt werden.

Die Ähnlichkeit zwischen den Deformationsfeldern auf der Oberfläche der simu-

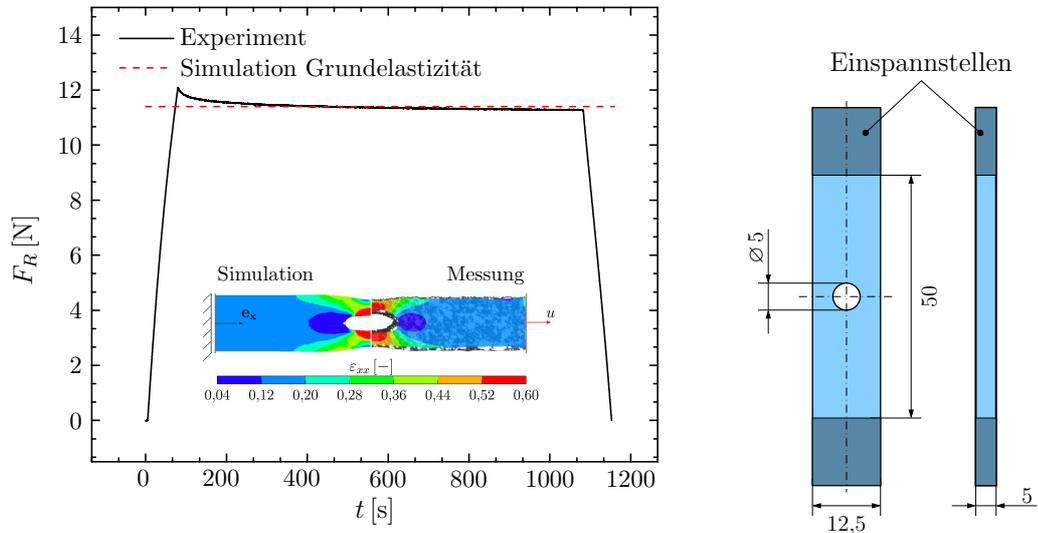


Abbildung 9.9: Validierungsprobe uniaxialer Zug; links: Vergleich Experiment mit simulierter Grundelastizität: zeitlicher Verlauf Reaktionskraft F_R ; links: Messdaten mit simulierter und experimentell gemessener Dehnung ε_{xx} in x -Richtung, rechts: Probengeometrie

lierten und der tatsächlich gemessenen Probe lässt sich aus Abb. 9.9 erahnen. Zur genaueren Darstellung ist die lokale Dehnung ε_{xx} in x -Richtung beispielhaft an drei Punkten der Probenoberfläche (\mathcal{P}_i) über der Zugkraft F_R aufgetragen. Grö-

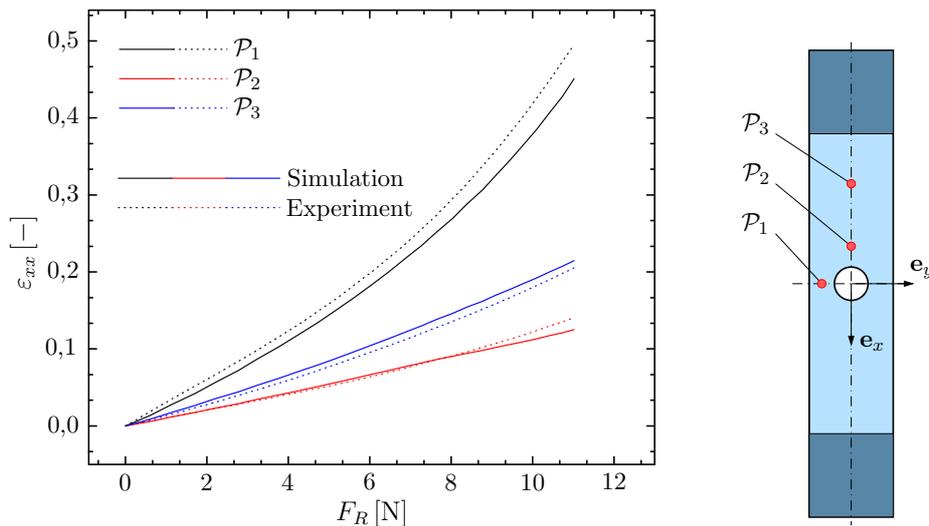


Abbildung 9.10: Validierungsprobe uniaxialer Zug, lokale Deformationen; Vergleich Dehnung ε_{xx} über Zugkraft F_R an drei Punkten auf Probenoberfläche (Koordinaten in mm): $\mathcal{P}_1 = (0|-4)$, $\mathcal{P}_2 = (-6,5|0)$, $\mathcal{P}_3 = (-15|0)$

ßere Abweichungen sind lediglich im Bereich höherer Dehnungen zu erkennen. Die großen Abweichungen zwischen den Punkten zeigt überdies die gewollte Inhomogenität der Probendehnung.

Ein wesentlicher Aspekt des präsentierten Modellansatzes ist jedoch durch die inhärente Ratenabhängigkeit des Materialverhaltens gegeben. Die Implementierung der jeweiligen Evolutionsgleichungen basiert dabei auf der *Allgemeinen Form* des PDE-Modus (*PDE-Mode, General Form*), also der generellen Formulierung eines parametrisierten Differentialgleichungssatzes. Durch Einpassen der jeweiligen Evolutionsgleichungen des hochgradig nichtlinearen, viskoelastischen Materialmodells in das gegebene Koeffizientenschema bietet COMSOL Multiphysics® somit eine elegante Methode zur Implementierung komplexer Modellansätze. Detaillierte Darstellungen zur verwendeten Strategie sind [32, 120] zu entnehmen.

Bei der Zusammensetzung eines entsprechenden Modells mit dieser Vorgehensweise werden die inelastischen rechten Cauchy-Green-Deformationen $C_i^j{}_{(kl)}$ als zusätzliche Freiheitsgrade in das Gleichungssystem eingearbeitet. Da somit sechs zusätzliche Freiheitsgrade pro Maxwell-Element hinzukommen, ist generell auf die Minimierung der Anzahl beteiligter Maxwell-Elemente zu achten.

Die Überprüfung der Eignung des Modellansatzes zur Vorhersage des gemessenen Materialverhaltens kann anhand von Relaxationsexperimenten durchgeführt werden. Als Haltezeit nach dem Erreichen des gewünschten Dehnungsniveaus wird eine Zeit von 1000 s zur Relaxation gewählt.

In Abb. 9.11 - oben wird der Einfluss der Dehnrates auf das Messergebnis und die zugehörige Bauteilsimulation bei gegebener Temperatur $\Theta = 18^\circ\text{C}$ und einer Dehnung $\varepsilon_{xx}^{\mathcal{P}_1} \approx 0,25$ im Punkt \mathcal{P}_1 nach Abb. 9.10 ersichtlich. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind Kurven für den eigentlichen Relaxationsbereich zusätzlich in logarithmischem Maßstab dargestellt (Abb. 9.11 - unten). Die grundsätzliche Eignung des Modellansatzes für das vorliegende Material lässt sich daraus generell erkennen. Allerdings zeigen sich im Anfangsbereich der Relaxation wesentliche Abweichungen, die auf das Fehlen eines verhältnismäßig schnellen Relaxators hinweisen. Bei Betrachtung der Tabelle 9.2 fällt in dem Zusammenhang auf, dass lediglich zwei Relaxatoren des isochoren Teilmodells verschieden von Null identifiziert wurden. Die Identifikation der Materialparameter für schnelle Relaxatoren ist demnach mit zyklischen Experimenten nur bedingt zu leisten. Die Anpassung mit Hilfe von Relaxationsexperimenten bietet dabei beispielsweise die Möglichkeit, den Bereich unmittelbar nach der Belastungsrampe in der Optimierung stärker zu wichten und ihm somit größere Beachtung zu schenken. Aufgrund des besonderen Schädigungsmechanismus, welcher in Kap. 7 beschrieben wurde, werden die entsprechenden Versuche hier jedoch nicht behandelt.

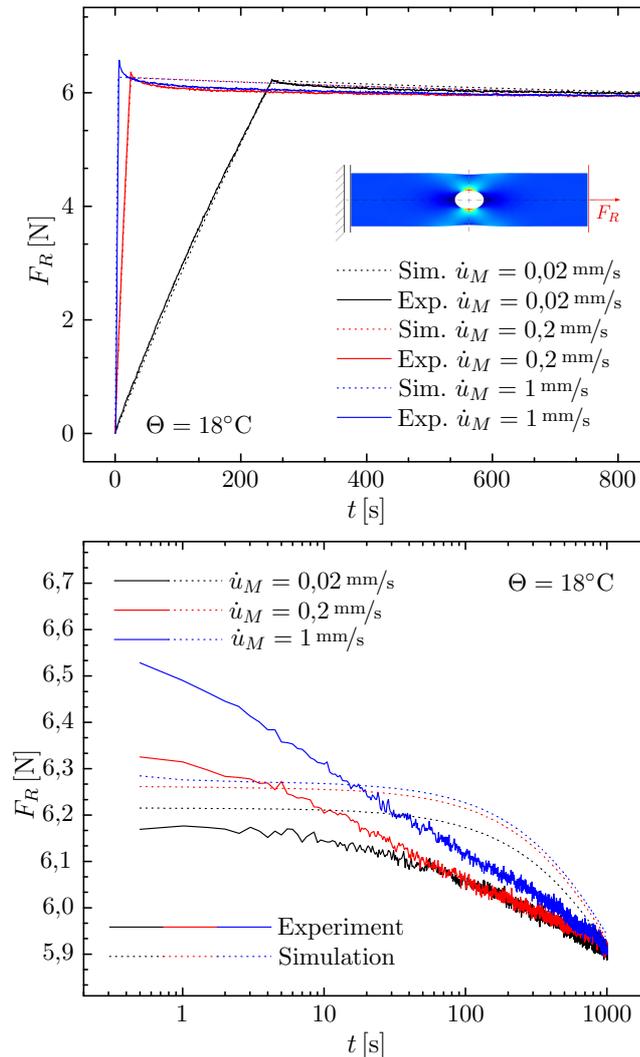


Abbildung 9.11: Relaxationsversuch Beispielprobe - Vergleich zwischen Simulation und Experiment für drei Dehnraten; oben: zeitlicher Verlauf Reaktionskraft F_R - gesamter Versuch, unten: (logarithmischer) zeitlicher Verlauf Reaktionskraft F_R - Relaxationsdauer ; $\varepsilon_{xx}^{P1} \approx 0,25$, $\Theta = 18^\circ\text{C}$

Eine Wiederholung der Experimente bei unterschiedlichen Temperaturen liefert ähnliche Ergebnisse (Abb. 9.12). Das Modell berücksichtigt generell eine Temperaturabhängigkeit innerhalb der inelastischen Materialeffekte. Zur genauen Abbildung des Relaxationsverhaltens fehlen bei diesem Vorgehen experimentelle Daten zur Ermittlung geringer Relaxationszeiten. Die Durchführung von Relaxationsexperimenten stellt dabei eine Möglichkeit dar. Allerdings ist zusätzlich der reduzierte Gültigkeitsbereich der vorgestellten thermischen Modifikation zu beachten. Die Variation der Steifigkeiten der einzelnen Maxwell-Elemente ist auf den Temperaturbereich zwischen -5°C und 20°C limitiert und wird daher auch nur in diesem

Bereich überprüft. Auch dieser Aspekt kann im Rahmen einer weiterführenden thermomechanischen Charakterisierung des Materials ergänzt werden.

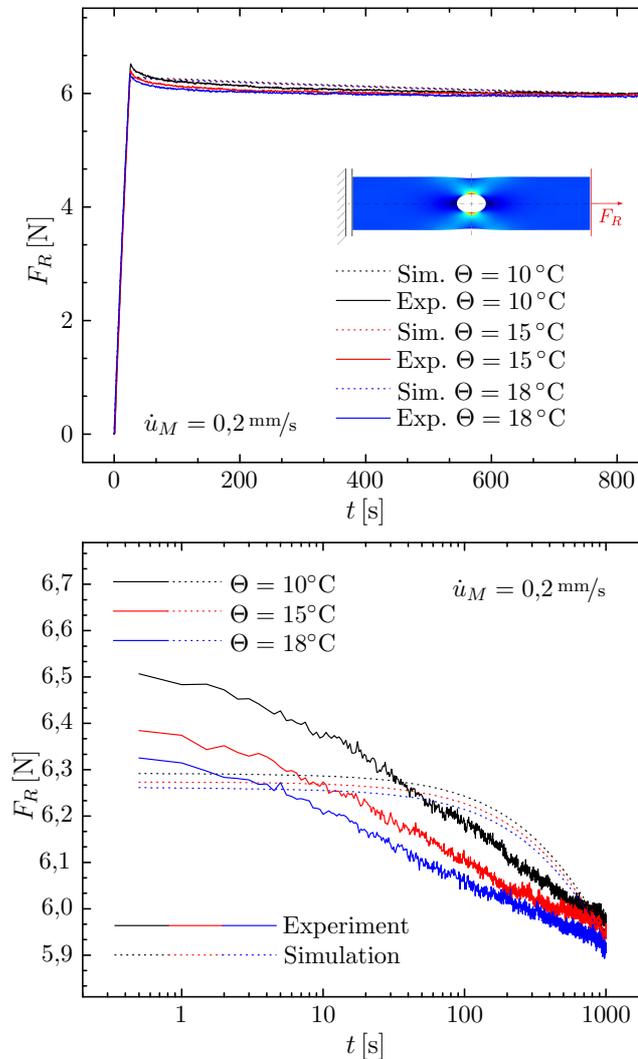


Abbildung 9.12: Relaxationsversuch Beispielprobe - Vergleich zwischen Simulation und Experiment für drei Temperaturen; oben: zeitlicher Verlauf Reaktionskraft F_R - gesamtter Versuch, unten: (logarithmischer) zeitlicher Verlauf Reaktionskraft F_R - Relaxationsdauer ; $\varepsilon_{xx}^{\mathcal{P}_1} \approx 0,25$, $\dot{u}_M = 0,2 \text{ mm/s}$

Die Wirkung der Maximaldehnung auf das viskoelastische Materialverhalten soll schließlich mit Hilfe eines Stufenversuchs veranschaulicht werden. Dieser besteht aus einer Abfolge von Relaxationsexperimenten bei verschiedenen Dehnungsniveaus. Bei diesem Versuchstyp zeigt sich eine relativ gute Übereinstimmung zwischen der experimentellen Messung und der simulierten Referenz (Abb. 9.13), wengleich das Relaxationsverhalten unmittelbar nach der Belastung nur unzureichend abgebildet wird.

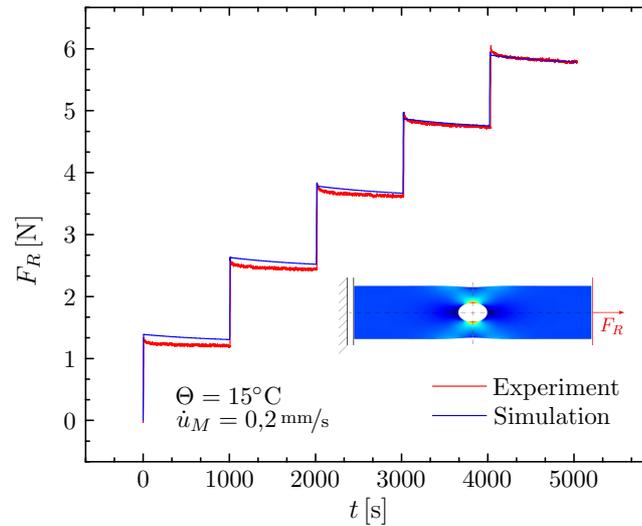


Abbildung 9.13: Relaxationsversuch Beispielprobe - Vergleich zwischen Simulation und Experiment für Treppenversuch mit fünf Dehnungsniveaus, zeitlicher Verlauf der Reaktionskraft F_R ; Schrittweite ca. $\Delta\varepsilon_{xx}^{P1} \approx 0,05$, $\dot{u}_M = 0,2 \text{ mm/s}$, $\Theta = 15^\circ\text{C}$

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die identifizierten Parameter eine gute Abbildung des tatsächlichen Materialverhaltens ermöglichen, wenngleich die Bandbreite der Identifikationsexperimente stark vom tatsächlich geforderten Einsatzbereich des Materials abhängt. Die Steigerung der Anzahl der Maxwell-Elemente führt zu einem erheblichen Anstieg des Berechnungsaufwandes. Es wird jedoch ersichtlich, dass das Relaxationsverhalten bisher nicht ausreichend abgebildet werden kann, da keine derartigen Experimente zur Anpassung genutzt wurden und so schnelle Relaxatoren unzureichend beachtet werden. Die Auslassung der Relaxationsexperimente ist durch den auftretenden Schädigungseffekt laut Kapitel 7 begründet. Genauere Kenntnis über die Ursachen dieses Effekts und seine Einflussfaktoren ermöglicht eine Beachtung innerhalb des Materialmodells. Bei erhöhter Wichtigkeit eines speziellen Materialeffekts im Rahmen einer konkreten Anwendung können entsprechende Versuche ergänzt und berücksichtigt werden. Gegebenenfalls kann im konkreten Fall auf die Abbildung einer anderen Charakteristik verzichtet werden und somit der Simulationsaufwand konstant gehalten werden.

9.3 Diskussion: Ergebnisse

Das vorangegangene Kapitel fasst die identifizierten Materialparameter zusammen und evaluiert die Ergebnisse an einer beispielhaften inhomogenen Probe.

- Gemäß den Modellierungsgrundsätzen aus Kapitel 6 wurde im Rahmen der Parameteranpassung ein finites, viskoelastisches Materialmodell auf Basis der Theorie Poröser Medien erstellt und angepasst. Die Grundelastizität des Materials wird im isochoren Anteil durch ein Biderman-Modell repräsentiert und im volumetrischen Bereich durch einen kompressiblen Erweiterungsterm ergänzt. Die Nutzung des isochoren Modellansatzes ermöglicht die adäquate Beschreibung mehrachsiger Deformationen im Zugbereich und stellt daher eine wesentliche Neuerung gegenüber bisher genannten Ansätzen dar. Die Formulierung der viskoelastischen Modellanteile basiert auf vier zur Grundelastizität parallel geschalteten Maxwell-Elementen. Auch hier tritt die Aufteilung in volumetrische und isochore Anteile auf. Die nachträgliche Ergänzung der Parameterfunktionen des inelastischen Modellanteils um eine explizite Temperaturabhängigkeit erweitert den thermischen Gültigkeitsbereich auf Werte von -5°C bis 20°C . Die Vergrößerung des Temperaturbereichs ist nach genaueren Untersuchungen zur Temperaturabhängigkeit des Werkstoffs gemäß Kapitel 7 möglich. Der Vergleich zwischen simulierten und experimentell gemessenen Kurven der Identifikationsexperimente zeigt eine gute Übereinstimmung.
- Die Validierung der ermittelten Materialparameter erfolgt anhand von uniaxialen Zugversuchen an einer gelochten Probe. Es werden entsprechende Versuchsbedingungen gewählt, die sich von den Identifikationsexperimenten unterscheiden. Die numerische Nachbildung der Experimente und der anschließende Vergleich mit den experimentell gemessenen Daten zeigen jedoch Schwierigkeiten bei der Beschreibung von Relaxationsexperimenten. Gerade im Bereich kurzer Relaxationsdauer wird das Verhalten nur unzureichend abgebildet. Die Maximalkräfte im Zuge der Belastung unterliegen dabei ebenfalls einer deutlichen Abweichung zwischen Simulation und Experiment. Die Ergänzung der Datenbasis bei der Identifikation um Relaxationsexperimente kann in dieser Hinsicht Abhilfe schaffen. Der Versuchstyp wurde aufgrund des besonderen Schadensbildes bei diesem Material innerhalb der Relaxati-

onsphase nicht zur Identifikation genutzt.

Die alleinige Anpassung eines Materialmodells an zyklische Experimente ist demzufolge nicht geeignet, das Relaxationsverhalten innerhalb der Simulation zu beschreiben. Für die zusätzliche Anpassung eines oder mehrerer Maxwell-Elemente mit expliziten Relaxationsversuchen ist genauere Kenntnis über oben genanntes Schadensbild nötig. Diese Untersuchungen können als weiterführende Arbeiten am Material angesehen werden.

10

Fazit & Ausblick

10.1 Fazit

Ziel der vorliegenden Arbeit war die Erstellung eines Materialmodells zur Beschreibung des Materialverhaltens eines geschäumten EPDM-Moosgummis. Die Besonderheit des Werkstoffs ist durch die Komposition eines quasi-inkompressiblen Elastomers und hochkompressibler Porenluft gegeben. Hauptanwendungsgebiete dieser Materialklasse liegen im Bereich der Dichtungstechnik, wodurch sich besondere Anforderungen ergeben. Hierbei kommt den Aspekten Mehrachsigkeit, Verhalten unter Kompression, Viskoelastizität sowie deren Temperaturabhängigkeit großer Wert zu. Bisher vorhandene Modellansätze auf Basis strukturkompressibler Werkstoffe beschränken sich auf die Abbildung einzelner Materialeffekte. Die vollständige und zusammenhängende Beschreibung der genannten Aspekte stellt im Hinblick auf typische Anwendungsgebiete eine deutliche Verbesserung gegenüber zuvor veröffentlichten Modellansätzen dar. Die Vorgehensweise zur Erstellung eines solchen verbesserten und vervollständigten Modells aus mechanischer und experimenteller Sicht bildet den Rahmen der vorliegenden Arbeit.

Die Modellbildung erfolgt auf Basis der Theorie Poröser Medien unter Zuhilfenahme der Aufteilung der Deformationen in volumetrische und isochore Anteile, die ihrerseits wieder in elastische und inelastische Modellanteile unterschieden wer-

den. Als theoretische Einschränkung in der Modellbildung wird die kinematische Kopplung zwischen den Konstituierenden angenommen. Die genutzte Kombination einer inkompressiblen Festkörper- und einer kompressiblen Gasphase wird in der Literatur als *Hybrides Modell des Typs 2* bezeichnet [15]. Die wesentliche Neuerung des vorgeschlagenen Modellansatzes beinhaltet die Beachtung des Einflusses mehrachsiger Deformationen auf Basis einer isochoren Formulierung in den ersten beiden Dehnungshauptinvarianten. Dadurch ergibt sich eine Grundelastizität, die in der Lage ist, Multiaxialität abzubilden und nicht auf Basis uniaxialer Zugversuche zu extrapolieren. Die Formulierung der inelastischen Anteile geht auf ein gewöhnliches Neo-Hooke-Modell mit nichtlinearen Relaxationszeiten zurück und kombiniert damit uniaxiale Viskoelastizität mit multiaxialer Grundelastizität. Eine weitere Neuerung gegenüber vorher beschriebenen Ansätzen ist die Einbeziehung der Temperaturabhängigkeit in das Materialmodell. In erster Näherung wird der geringe Einfluss auf den elastischen Modellanteil vernachlässigt und lediglich eine Anpassung der Parameter des inelastischen Modellanteils vorgenommen. Die gleichförmige, nachträgliche Variation der Steifigkeiten und der zugehörigen Viskositäten der einzelnen Maxwell-Elemente stellt die Konstanz des Relaxationsspektrums sicher und vereinfacht so die Darstellung über eine diskrete Anzahl an Relaxatoren.

Die kontinuumsmechanische Formulierung oben genannter Materialeffekte erfordert eine experimentelle Charakterisierung, die in der Lage ist, das modellierte Materialverhalten in hinreichendem Maße anzuregen. Dementsprechend ergibt sich durch die Fülle an Teilaspekten auch eine Fülle an unterschiedlichen Experimenten. Ein Kernpunkt der vorliegenden Arbeit ist daher die konstruktive und experimentelle Effizienzsteigerung aller zur Materialcharakterisierung genutzten Versuchsstände. Der hydrostatische Kompressionsversuch, der bereits in früheren Arbeiten des Autors entwickelt wurde, findet Anwendung bei der Ermittlung des quasi-statischen und dynamischen Kompressionsverhaltens des Probenmaterials. Mit seiner Hilfe kann eine belastbare Aussage über die Strukturkompressibilität des Modellmaterials getroffen werden. Die vorgeschlagene Ergänzung zuvor veröffentlichter Modelle durch einen mehrachsigen Ansatz zur Abbildung der Hyperelastizität ermöglicht die Vorhersage des Materialverhaltens unter realistischen Deformationsbedingungen, die den überwiegenden Anteil tatsächlich auftretender Belastungszustände ausmachen. Der hier eingeführte, automatisierte Ablauf für die Durchführung und Auswertung der zur Anpassung notwendigen biaxialen Zugversuche kann dabei als mächtiges und effizientes Werkzeug angesehen werden. Zur weiteren Effizienzsteigerung wurde die ursprünglich von Johlitz et al.

[103] vorgestellte Probengeometrie im Rahmen experimenteller und numerischer Optimierungsverfahren weiterentwickelt und an die Problemstellung angepasst. Eine besondere Herausforderung bei der Auswertung der biaxialen Zugversuche stellt sich durch die Kompressibilität des Modellmaterials ein. Die optische Dehnungsmessung über *Digitale Bildkorrelation* kann generell mittels stereoskopischer Anwendung auf dreidimensionale Informationen erweitert werden. Zur Überwindung von Imperfektionen bei der Einspannung der Zugproben müssen diese von zwei Seiten dreidimensional bewertet werden. Die anschließende Transformation der beiden Auswertungen auf ein gemeinsames Koordinatensystem erfordert allerdings die Automatisierung genereller Abläufe bei dem vorgeschlagenen Versuchstyp. Das Vorgehen und die Umsetzung werden aufgrund ihrer Neuartigkeit in dieser Arbeit ausführlich beschrieben.

Die Abhängigkeit des Materials von der Belastungsrate unter Zug wird in uniaxialen, zyklischen Versuchen untersucht. Die Erweiterung des Versuchs um eine Temperierkammer ermöglicht die nachträgliche Wiederholung der Experimente bei unterschiedlichen Temperaturen zur Anpassung der temperaturabhängigen Parameter der inelastischen Modellanteile.

Die Vielzahl an experimentellen Anlagen erfordert im Rahmen einer optimalen Anpassung an die Experimente verschiedene Probengeometrien. Hier wurde bezüglich des Rohmaterials besonderer Wert darauf gelegt, die Proben aus Standardmaterialchargen zu extrahieren. Sonderanfertigungen in der gewünschten Probengeometrie bergen die Gefahr unterschiedlicher Materialcharakteristiken gegenüber Standardgeometrien. Die Verwendung unterschiedlicher Ausgangsgeometrien bei der Materialcharakterisierung erfordert jedoch eine gewisse Vergleichbarkeit zwischen diesen. Durch lichtmikroskopische Untersuchungen und Untersuchungen im hydrostatischen Kompressionsversuch zeigen jedoch deutliche Abweichungen zwischen vorliegendem Membranmaterial (ursprünglich für Zugversuche) und zylindrischen Proben (ursprünglich für Kompressionsversuche). Daher wurden die weiteren Untersuchungen nur an Membranproben durchgeführt. Weitere Tests belegten die Isotropie des Probenmaterials. Die durchgeführten *DSC*-Messungen zur Bestimmung der Glasübergangstemperatur ergaben mit einer gewissen Unsicherheit eine gute Übereinstimmung mit den Herstellerangaben zum maximal zulässigen Anwendungstemperaturbereich.

Neben der Durchführung der Identifikationsexperimente zur Bestimmung der Materialparameter kamen noch weitere Experimente zur Anwendung, die bemerkenswerte Eigenschaften des Materials hervorbrachten. Bei der Durchführung der experimentellen Charakterisierung bei erhöhter Temperatur ergaben sich zwei unge-

wöhnliche Materialcharakteristiken. Eine Besonderheit des geschäumten Materials betrifft die Temperaturabhängigkeit der Viskosität. Das inelastische Verhalten des Kompositmaterials unterliegt einer nicht-monotonen Abhängigkeit bezüglich der Temperatur. Das korrespondierende Vollmaterial hingegen zeigt ein Abklingen viskoser Effekte zu höheren Temperaturen hin. Erste Untersuchungen zur Bestimmung der Herkunft des Verhaltens deuteten auf einen physikalischen, reversiblen Ursprung hin. Steigender Strömungswiderstand innerhalb offener Luftporen kommt als mögliche Erklärung in Betracht, muss jedoch noch weiter untersucht werden. Eine weitere Besonderheit liegt in einem bisher nicht genauer beschriebenen Materialeffekt, der hier als Relaxationsriss bezeichnet wird. Im Detail handelt es sich um die spontane Zerstörung der Probe im uniaxialen Relaxationsexperiment unter Zug. Nach Erreichen des maximalen Dehnungsniveaus mit anschließender Haltezeit klingen die inelastischen, mechanischen Spannungen langsam ab. In dieser Phase des Experiments kann es unter bestimmten Umständen zu einem Riss der Probe kommen. Ersten Ergebnissen zufolge lässt sich die Dauer zwischen Erreichen des konstanten Dehnungsniveaus und dem Riss der Probe durch die Versuchsparameter variieren. Ein Zusammenhang zwischen beiden genannten Effekten ist nicht auszuschließen, wenngleich noch weitere detaillierte Untersuchungen notwendig sind. Eine Nutzung der Relaxationsexperimente innerhalb der Parameteridentifikation erübrigt sich aufgrund der mangelnden Kenntnis über die Ursachen des Schädigungsmechanismus, was die alleinige Nutzung von zyklischen Experimenten zur Parameteridentifikation des inelastischen Modellanteils begründet.

Die Identifikation der Parameter bei quasi-statischen und dynamischen Kompressionsversuchen sowie bei dynamischen uniaxialen Zugversuchen wird anhand eines konstitutiven Treibers durchgeführt. Die Information über die aktuelle Dehnung in die jeweilige Raumrichtung innerhalb des konstitutiven Treibers werden aus den Messdaten der Experimente extrahiert und interpoliert. Eine manuelle Parametrisierung der Deformationen erübrigt sich dadurch. Die Optimierung der Parameter erfolgt mit Hilfe von Optimierungsstrategien wie Genetischen Algorithmen oder dem Nelder-Mead-Simplex-Verfahren. Die Anpassung des Verfahrens auf das konkrete Material ist über einen Parameter innerhalb der Optimierungsstruktur realisierbar. Der Neuentwicklung der Auswertestrategie für den biaxialen Zugversuch kommt in dieser Arbeit ein größerer Stellenwert zu. Die Gesamtstrategie startet bereits im Vorfeld des Experiments mit der Kalibrierung der Kamerasysteme und ist zur Erlangung maximaler Effizienz stark reglementiert. Die gemessenen Reaktionskräfte werden in einer inversen Berechnung als Randbedingung für die Simulation verwendet. Die feldliche Auswertung der gemessenen Dehnungen wird

flächlich interpoliert und als Vergleichsbasis für die Anpassungsgüte des Parametersatzes verwendet. Die zufällige Auswahl von Startparametersätzen ermöglicht die Nutzung eines breiten Lösungsraums und verringert gleichzeitig das Risiko der Stagnation in einem lokalen Minimum. Generell kann die entwickelte Methode zur Materialcharakterisierung bei unterschiedlichsten Materialtypen eingesetzt und automatisiert durchgeführt werden.

Die Validierung der angepassten Parameter erfolgt anhand einer gelochten Zugprobe bei unterschiedlichen Belastungsgeschwindigkeiten und unterschiedlichen Temperaturen. Die gute Übereinstimmung der simulierten mit den gemessenen Daten wird an einigen Versuchen deutlich. Lediglich im Bereich der Relaxation ist eine gewisse Abweichung signifikanten Ausmaßes erkennbar. Da zur Optimierung der inelastischen Parameter nur zyklische Experimente verwendet wurden, ist dies jedoch erklärbar. Bei genauerer Kenntnis über den Relaxationsriss und dessen Triebkräfte kann eine entsprechende Messkampagne durchgeführt und bei der Anpassung berücksichtigt werden. Eine Modellerweiterung um eine sinnvolle Schädigungsvariable ist in diesem Zusammenhang aber unabdingbar. Die Modellanpassung auf diesem Wege ist qualitativ und quantitativ in der Lage, das Materialverhalten abzubilden und trägt grundsätzlich zum Schluss einer großen Lücke innerhalb der bestehenden Modellierungsansätze bei.

10.2 Ausblick

Mit Hilfe des erstellten Modells ist es möglich, das Materialverhalten im Bezug auf Kompressionsverhalten, Mehrachsigkeit, Ratenabhängigkeit und Temperaturabhängigkeit zu beschreiben. Auf der Seite der experimentellen und theoretischen Charakterisierung gibt es jedoch derzeit noch weiteren Untersuchungsbedarf. So sind beispielsweise inelastische Effekte wie der Mullins-Effekt noch nicht implementiert. Eine entsprechende Datenerhebung inklusive zugehöriger Modellerweiterung ist dabei ebenso zu ergänzen wie der Einfluss der Mehrachsigkeit auf das ratenabhängige Materialverhalten. Speziell dafür müssen sowohl die experimentellen als auch die theoretischen Methoden erarbeitet werden. Bisher wurden die Kennwerte des viskoelastischen Teilmodells ausschließlich anhand uniaxialer Experimente angepasst und stellen somit möglicherweise eine Schwachstelle des Modells dar. Eine entsprechende Erweiterung der Methoden bei der Messung ratenabhängigen, mehrachsigen Materialverhaltens ist hierzu unabdingbar.

Auch die thermischen Einflüsse müssen noch genauer untersucht werden. Dies gilt einerseits für den Temperatureinfluss auf das Kompressionsverhalten des struktursensiblen Werkstoffs und verlangt daher nach einer Ergänzung des Kompressionsversuchs um eine Temperiereinheit. Andererseits ist auch die Erweiterung des biaxialen Zugversuchsstandes um eine Thermokammer notwendig. Die besondere Herausforderung liegt dabei in der optischen Auswertung der Versuche. Hier muss eine Möglichkeit zur Observierung der Probe von außerhalb der Thermokammer realisiert werden, was besondere konstruktive Maßnahmen im Hinblick auf ein Vierkammersystem erfordert.

Neben diesen konstruktiven Maßnahmen ist das Phänomen des Relaxationsrisses aus Kapitel 7 näher zu beleuchten. Die Besonderheit des neuartigen Schädigungsbildes liegt im spontanen Riss einer Zugprobe im Laufe eines Relaxationsprozesses bei gleichbleibender Dehnung und einer Spannung unterhalb der Maximalspannung. Die Dauer vom Erreichen des gewünschten Dehnungsniveaus bis zum Versagen der Probe kann über verschiedene experimentelle Parameter beeinflusst werden. Gerade hier könnte ein für die Industrie relevanter Grund für den alterungsbedingten Ausfall von Dichtkomponenten liegen. In Zusammenhang mit dem parabolischen Einfluss der Temperatur auf das inelastische Verhalten des Materials ist hier noch ein breites experimentelles Feld bei der Charakterisierung von Moosgummistrukturen zu bearbeiten. Auch aus theoretischer Sicht ist die Konstruktion entsprechender Modellstrukturen ein interessanter Aspekt mit Perspektive.

Literaturverzeichnis

- [1] AKSENOV, S., A. KOLESNIKOV & A. MIKHAYLOVSKAYA [2016]. ‘Design of a gas forming technology using the material constants obtained by tensile and free bulging testing.’ *Journal of Materials Processing Technology*, **237**, pp. 88–95.
- [2] ANDLER, H. [2010]. *Feldliche, optische dreidimensionale Dehnungsmessung am Beispiel des Bulge-Tests*. Diplomarbeit, Universität des Saarlandes, Saarbrücken, Lehrstuhl für Technische Mechanik.
- [3] BAASER, H., C. HOPMANN & A. SCHOBEL [2013]. ‘Reformulation of strain invariants at incompressibility.’ *Archive of Applied Mechanics*, **83**(2), pp. 273–280.
- [4] BAASER, H. & R. NOLL [2009]. ‘Simulation von Elastomerbauteilen: Materialmodelle und Versuche zur Parameterbestimmung.’
- [5] BAASER, H., A. SCHOBEL, W. MICHAELI & U. MASBERG [2011]. ‘Vergleich von äquibiaxialen Prüfständen zur Kalibrierung von Werkstoffmodellen.’ *KGK. Kautschuk, Gummi, Kunststoffe*, **64**(5), pp. 20–24.
- [6] BARIANI, P., S. BRUSCHI, A. GHIOTTI & A. TURETTA [2008]. ‘Testing formability in the hot stamping of HSS.’ *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, **57**(1), pp. 265–268.
- [7] BEDA, T. [2007]. ‘Modeling hyperelastic behavior of rubber: A novel invariant-based and a review of constitutive models.’ *Journal of Polymer Science Part B: Polymer Physics*, **45**(13), pp. 1713–1732.
- [8] BESDO, D. & J. IHLEMANN [2005]. ‘Directional sensitivity of mullins effect.’ In *Constitutive Models for Rubber IV -Proceedings-*, p. 229. Balkema.
- [9] BETTEN, J. [2001]. *Kontinuumsmechanik*. Springer.
- [10] BEYER, H.-G. [2013]. *The theory of evolution strategies*. Springer Science & Business Media.
- [11] BIDERMAN, V. [1958]. ‘Calculations of rubber parts.’ *Rascheti na prochnost*, p. 40.

- [12] BLATZ, P. J. & W. L. KO [1962]. ‘Application of finite elastic theory to the deformation of rubbery materials.’ *Transactions of the Society of Rheology*, **6**(1), pp. 223–251.
- [13] BOEHLER, J., S. DEMMERLE & S. KOSS [1994]. ‘A new direct biaxial testing machine for anisotropic materials.’ *Experimental Mechanics*, **34**(1), pp. 1–9.
- [14] DE BOER, R. [1995]. ‘Thermodynamics of phase transitions in porous media.’ *Applied Mechanics Reviews*, **48**(10), pp. 613–622.
- [15] DE BOER, R. [2000]. *Theory of porous media: highlights in historical development and current state*. Springer.
- [16] DE BOER, R. & W. EHLERS [1986]. *Theorie der Mehrkomponentenkontinua mit Anwendung auf bodenmechanische Probleme*. Number 40. Universität-Gesamthochschule Essen.
- [17] BOLZON, D. & R. VITALIANI [1993]. ‘The Blatz-Ko material model and homogenization.’ *Archive of Applied Mechanics*, **63**(4-5), pp. 228–241.
- [18] BOWEN, R. M. [1976]. *Theory of mixtures*, volume III of *Continuum Physics*. A. C. Eringen, Academic Press, New York.
- [19] BOWEN, R. M. [1980]. ‘Incompressible porous media models by use of the theory of mixtures.’ *International Journal of Engineering Science*, **18**(9), pp. 1129–1148.
- [20] BOWEN, R. M. [1982]. ‘Compressible porous media models by use of the theory of mixtures.’ *International Journal of Engineering Science*, **20**(6), pp. 697–735.
- [21] BUECHE, F. [1961]. ‘Mullins effect and rubber–filler interaction.’ *Journal of Applied Polymer Science*, **5**(15), pp. 271–281.
- [22] BURYACHENKO, V. [2007]. *Micromechanics of heterogeneous materials*. Springer Science & Business Media.
- [23] ÇAKMAK, U. & Z. MAJOR [2014]. ‘Experimental thermomechanical analysis of elastomers under uni- and biaxial tensile stress state.’ *Experimental Mechanics*, **54**(4), pp. 653–663.
- [24] CARDOZO, N. & S. AANONSEN [2009]. ‘Optimized trishear inverse modeling.’ *Journal of Structural Geology*, **31**(6), pp. 546–560.
- [25] CHADWICK, P. [1974]. ‘Thermo-mechanics of rubberlike materials.’ *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, **276**(1260), pp. 371–403.
- [26] CHARALAMBIDES, M. N., L. WANIGASOORIYA, G. J. WILLIAMS & S. CHAKRABARTI [2002]. ‘Biaxial deformation of dough using the bubble inflation technique. I. experimental.’ *Rheologica Acta*, **41**(6), pp. 532–540.

- [27] CHEN, K., M. SCALES, S. KYRIAKIDES & E. CORONA [2016]. ‘Effects of anisotropy on material hardening and burst in the bulge test.’ *International Journal of Solids and Structures*, **82**, pp. 70–84.
- [28] CHEN, Z., T. SCHEFFER, H. SEIBERT & S. DIEBELS [2013]. ‘Macroindentation of a soft polymer: Identification of hyperelasticity and validation by uni/biaxial tensile tests.’ *Mechanics of Materials*, **64**, pp. 111–127.
- [29] CHEVALIER, L. & Y. MARCO [2002]. ‘Tools for multiaxial validation of behavior laws chosen for modeling hyper-elasticity of rubber-like materials.’ *Polymer Engineering & Science*, **42**(2), pp. 280–298.
- [30] CHU, T., W. RANSON & M. SUTTON [1985]. ‘Applications of digital-image-correlation techniques to experimental mechanics.’ *Experimental Mechanics*, **25**(3), pp. 232–244.
- [31] COLEMAN, B. D. & W. NOLL [1963]. ‘The thermodynamics of elastic materials with heat conduction and viscosity.’ *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, **13**(1), pp. 167–178.
- [32] COMSOL AB [2008]. *COMSOL Multiphysics User’s Guide*. Comsol version 3.5a.
- [33] DANIELSSON, M., D. PARKS & M. BOYCE [2004]. ‘Constitutive modeling of porous hyperelastic materials.’ *Mechanics of Materials*, **36**(4), pp. 347–358.
- [34] DANTEC DYNAMICS [2016]. ‘<http://www.dantecdynamics.com>.’
- [35] DELESSE, M. [1848]. ‘Pour déterminer la composition des roches.’ *Annales des mines*, **13**(4), pp. 379–388.
- [36] DEMMERLE, S. & J. BOEHLER [1993]. ‘Optimal design of biaxial tensile cruciform specimens.’ *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **41**(1), pp. 143–181.
- [37] DIANI, J., M. BRIEU & P. GILORMINI [2006]. ‘Observation and modeling of the anisotropic visco-hyperelastic behavior of a rubberlike material.’ *International Journal of Solids and Structures*, **43**(10), pp. 3044 – 3056.
- [38] DIEBELS, S. [1999]. ‘A micropolar theory of porous media: constitutive modelling.’ *Transport in Porous Media*, **34**(1-3), pp. 193–208.
- [39] DIEBELS, S. [2000]. *Mikropolare Zweiphasenmodelle: Formulierung auf der Basis der Theorie Poröser Medien*. Habilitationsschrift, Institut für Mechanik (Bauwesen), Universität Stuttgart.
- [40] DIEBELS, S. & W. EHLERS [1996]. ‘Dynamic analysis of a fully saturated porous medium accounting for geometrical and material non-linearities.’ *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **39**(1), pp. 81–97.

- [41] DIERCKS, N. [2015]. *The dynamic behaviour of rubber under consideration of the Mullins and the Payne effect: Experiments, Modelling and Simulation*. Dissertation, Universität der Bundeswehr, München.
- [42] DIKMEN, E. & I. BASDOGAN [2008]. ‘Material characteristics of a vehicle door seal and its effect on vehicle vibrations.’ *Vehicle System Dynamics*, **46**(11), pp. 975–990.
- [43] DIN EN ISO 527-2 [Juni 2012]. ‘Kunststoffe - Bestimmung der Zugeigenschaften - Teil 2: Prüfbedingungen für Form- und Extrusionsmassen.’ Beuth Verlag GmbH, Berlin.
- [44] DOMININGHAUS, D.-I. H. [2013]. *Kunststoffe: Eigenschaften und Anwendungen*. Springer-Verlag.
- [45] EAVES, D. [2004]. *Handbook of polymer foams*. Rapra Technology Limited.
- [46] EHLERS, W. [1996]. ‘Grundlegende Konzepte in der Theorie poröser Medien.’ *Technische Mechanik*, **16**, pp. 63–76.
- [47] EHLERS, W. & J. BLUHM [2013]. *Porous media: theory, experiments and numerical applications*. Springer Science & Business Media.
- [48] EHLERS, W. & G. EIPPER [1998]. ‘The simple tension problem at large volumetric strains computed from finite hyperelastic material laws.’ *Acta Mechanica*, **130**(1-2), pp. 17–27.
- [49] EHLERS, W. & G. EIPPER [1999]. ‘Finite Elastic Deformations in Liquid-Saturated and Empty Porous Solids.’ *Transport in Porous Media*, **34**(1-3), pp. 179–191.
- [50] EHLERS, W. & B. MARKERT [2003]. ‘A macroscopic finite strain model for cellular polymers.’ *International Journal of Plasticity*, **19**(7), pp. 961–976.
- [51] EIPPER, G. [1998]. *Theorie und Numerik finiter elastischer Deformationen in fluidgesättigten porösen Festkörpern*. Dissertation, Universität Stuttgart.
- [52] ERINGEN, A. C. & J. D. INGRAM [1965]. ‘A continuum theory of chemically reacting media-I.’ *International Journal of Engineering Science*, **3**(2), pp. 197–212.
- [53] FERRY, J. D. [1980]. *Viscoelastic properties of polymers*. John Wiley & Sons.
- [54] FLAMM, M., T. STEINWEGER, J. SPRECKELS & T. BRUGER [2008]. ‘Mechanical properties of EPDM.’ *Constitutive Models for Rubber V - Proceedings*, p. 233.
- [55] FLETCHER, W. & A. GENT [1954]. ‘Nonlinearity in the dynamic properties of vulcanized rubber compounds.’ *Rubber Chemistry and Technology*, **27**(1), pp. 209–222.

- [56] FLORY, P. [1961]. ‘Thermodynamic relations for high elastic materials.’ *Transactions of the Faraday Society*, **57**, pp. 829–838.
- [57] FREUND, M. & J. IHLEMANN [2010]. ‘Generalization of one-dimensional material models for the finite element method.’ *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, **90**(5), pp. 399–417.
- [58] FREUND, M., H. LORENZ, D. JUHRE, J. IHLEMANN & M. KLÜPPEL [2011]. ‘Finite element implementation of a microstructure-based model for filled elastomers.’ *International Journal of Plasticity*, **27**(6), pp. 902–919.
- [59] FRIEDRICH, L. [2017]. *Untersuchung zum Materialversagen poröser Elastomere während der Relaxation*. Bachelorarbeit, Universität des Saarlandes, Saarbrücken, Lehrstuhl für Technische Mechanik.
- [60] GENT, A. [1960]. ‘Simple rotary dynamic testing machine.’ *British Journal of Applied Physics*, **11**(4), pp. 165.
- [61] GENT, A. & A. G. THOMAS [1959]. ‘The deformation of foamed elastic materials.’ *Journal of Applied Polymer Science*, **1**(1), pp. 107–113.
- [62] GERDES, I., F. KLAWONN & R. KRUSE [2013]. *Evolutionäre Algorithmen: Genetische Algorithmen-Strategien und Optimierungsverfahren-Beispielanwendungen*. Springer-Verlag.
- [63] GERLACH, C. [2011]. *Temperaturgeregelter Materialprüfstand: Konzeption, Konstruktion und Inbetriebnahme*. Studienarbeit, Universität des Saarlandes, Saarbrücken, Lehrstuhl für Technische Mechanik.
- [64] GIBSON, L. J. & M. F. ASHBY [1999]. *Cellular solids: Structure and properties*. Cambridge university press.
- [65] GOLDSCHMIDT, F. [2015]. *Modellierung und Simulation von Klebeverbindungen mit gradierten mechanischen Eigenschaften*. Dissertation, Universität des Saarlandes, Saarbrücken.
- [66] GOVINDJEE, S. & J. SIMO [1991]. ‘A micro-mechanically based continuum damage model for carbon black-filled rubbers incorporating Mullins’ effect.’ *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **39**(1), pp. 87–112.
- [67] GUMBRELL, S., L. MULLINS & R. RIVLIN [1953]. ‘Departures of the elastic behaviour of rubbers in simple extension from the kinetic theory.’ *Transactions of the Faraday Society*, **49**, pp. 1495–1505.
- [68] HABERSTROH, E., T. HAUSER & H. WEHR [2005]. ‘Mit Stickstoff zum Elastomerschaum.’ *Gummi, Fasern, Kunststoffe*, **58**(10), pp. 657–662.
- [69] HABERSTROH, E. & A. KREMERS [2002]. ‘Modellierung der Vernetzung von EPDM-Moosgummiprofilen.’ *Gummi, Fasern, Kunststoffe*, **55**(9), pp. 588–593.

- [70] HABERSTROH, E. & A. KREMERS [2004]. ‘Expansionsverhalten chemisch geschäumter Kautschukmischungen.’ *KGK. Kautschuk, Gummi, Kunststoffe*, **57**(3), pp. 105–108.
- [71] HABERSTROH, E., A. KREMERS & K. EPPING [2005]. ‘Extrusion von physikalisch geschäumten Kautschukprofilen.’ *KGK. Kautschuk, Gummi, Kunststoffe*, **58**(9), pp. 449–454.
- [72] HAN, L. & M. NEUMANN [2006]. ‘Effect of dimensionality on the nelder–mead simplex method.’ *Optimization Methods and Software*, **21**(1), pp. 1–16.
- [73] HÄNCHEN HYDRAULIK GMBH & Co. KG [2016]. ‘<http://www.haenchen.de>.’
- [74] HANNON, A. & P. TIERNAN [2008]. ‘A review of planar biaxial tensile test systems for sheet metal.’ *Journal of materials processing Technology*, **198**(1), pp. 1–13.
- [75] HARTMANN, S. [2001]. ‘Parameter estimation of hyperelasticity relations of generalized polynomial-type with constraint conditions.’ *International Journal of Solids and Structures*, **38**(44), pp. 7999–8018.
- [76] HARTMANN, S. [2010]. ‘The class of Simo & Pister-type hyperelasticity relations.’ *Technical Report Series, TU Clausthal*.
- [77] HARTMANN, S. [2012]. ‘Comparison of the multiplicative decompositions $F=F_\theta F_M$ and $F=F_M F_\theta$ in finite strain thermo-elasticity.’ *Technical Report Series, TU Clausthal*.
- [78] HARTMANN, S. & P. NEFF [2003]. ‘Polyconvexity of generalized polynomial-type hyperelastic strain energy functions for near-incompressibility.’ *International Journal of Solids and Structures*, **40**(11), pp. 2767–2791.
- [79] HAUPT, P. [1977]. ‘Thermorheologisch einfache Stoffe.’ *Viskoelastizität und Plastizität: Thermomechanisch konsistente Materialgleichungen*, pp. 71–84.
- [80] HAUPT, P. [2013]. *Continuum mechanics and theory of materials*. Springer Science & Business Media.
- [81] HAUPT, P. & A. LION [1995]. ‘Experimental identification and mathematical modeling of viscoplastic material behavior.’ *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, **7**(1), pp. 73–96.
- [82] HAUPT, P. & C. TSAKMAKIS [1989]. ‘On the application of dual variables in continuum mechanics.’ *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, **1**(3), pp. 165–196.

- [83] HIRSCHMANN, M. [2007]. *Herstellung und Eigenschaften von spritzgegossenen Magnesium-Integralschäumen*. Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg.
- [84] HÖFER, P. [2009]. *Dynamische Eigenschaften technischer Gummiwerkstoffe-Experimente, thermomechanische Materialmodellierung & Implementierung in die FEM*. Dissertation, Universität der Bundeswehr, München.
- [85] HÖHNE, G., W. HEMMINGER & H.-J. FLAMMERSHEIM [2003]. *Differential Scanning Calorimetry*. Springer Science & Business Media.
- [86] HOLLAND, J. H. [1992]. ‘Genetic algorithms.’ *Scientific American*, **267**(1), pp. 66–72.
- [87] HOLZAPFEL, G. A. [2000]. *Nonlinear solid mechanics*, volume 24. Wiley Chichester.
- [88] HOPMANN, C., F. LEMKE & Q. NGUYEN BINH [2016]. ‘Foaming of EPDM with water as blowing agent in injection molding.’ *Journal of Applied Polymer Science*, **133**(27).
- [89] HORGAN, C. [1996]. ‘Remarks on ellipticity for the generalized Blatz-Ko constitutive model for a compressible nonlinearly elastic solid.’ *Journal of Elasticity*, **42**(2), pp. 165–176.
- [90] HU, J.-J., Y.-C. LIU, G.-W. CHEN, M.-X. WANG & P.-Y. LEE [2013]. ‘Development of fibroblast-seeded collagen gels under planar biaxial mechanical constraints: a biomechanical study.’ *Biomechanics and modeling in mechanobiology*, **12**(5), pp. 849–868.
- [91] HUANG, J., S. SHIAN, Z. SUO & D. R. CLARKE [2013]. ‘Maximizing the energy density of dielectric elastomer generators using equi-biaxial loading.’ *Advanced Functional Materials*, **23**(40), pp. 5056–5061.
- [92] HUBER, N., W. NIX & H. GAO [2002]. ‘Identification of elastic-plastic material parameters from pyramidal indentation of thin films.’ *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, **458**(2023), pp. 1593–1620.
- [93] HUBER, N. & E. TYULYUKOVSKIY [2004]. ‘A new loading history for identification of viscoplastic properties by spherical indentation.’ *Journal of Materials Research*, **19**(01), pp. 101–113.
- [94] HUTTER, K. [2003]. *Fluid-und Thermodynamik: Eine Einführung*, volume 2. Springer-Verlag.
- [95] IHLEMANN, J. [2003]. *Kontinuumsmechanische Nachbildung hochbelasteter technischer Gummiwerkstoffe*. VDI-Verlag.
- [96] ISO 3417 [Dezember 2008]. ‘Rubber - measurement of vulcanization characteristics with the oscillating disc curemeter.’ Beuth Verlag GmbH, Berlin.

- [97] ITSKOV, M., E. HABERSTROH, A. EHRET & M. VÖHRINGER [2006]. ‘Experimental observation of the deformation induced anisotropy of the mullins effect in rubber.’ *KGK. Kautschuk, Gummi, Kunststoffe*, **59**(3), pp. 93–96.
- [98] JACOB, S. & E. JOURDAIN [2013]. ‘Advancements in sponge rubber compound processing using bimodal EPDM.’ *Gummi, Fasern, Kunststoffe*, **66**(10), pp. 686–694.
- [99] JACOB, S. & E. P. JOURDAIN [2011]. ‘Advancements in EPDM sponge compound processing using epdm bimodal polymers.’ *Rubber Chemistry and Technology*, **84**(4), pp. 527–542.
- [100] JAMES, A. G., A. GREEN & G. M. SIMPSON [1975]. ‘Strain energy functions of rubber. I. characterization of gum vulcanizates.’ *Journal of Applied Polymer Science*, **19**(7), pp. 2033–2058.
- [101] JAVORIK, J. & Z. DVORAK [2007]. ‘Equibiaxial test of elastomers.’ *KGK. Kautschuk, Gummi, Kunststoffe*, **60**(11), pp. 608–610.
- [102] JOHANNKNECHT, R. & S. JERRAMS [1999]. ‘The need for equi-biaxial testing to determine elastomeric material properties.’ *Constitutive Models for Rubber*, pp. 73–76.
- [103] JOHLITZ, M. & S. DIEBELS [2011]. ‘Characterisation of a polymer using biaxial tension tests. Part I: Hyperelasticity.’ *Archive of Applied Mechanics*, **81**(10), pp. 1333–1349.
- [104] JOHLITZ, M., S. DIEBELS & W. POSSART [2012]. ‘Investigation of the thermoviscoelastic material behaviour of adhesive bonds close to the glass transition temperature.’ *Archive of Applied Mechanics*, **82**(8), pp. 1089–1102.
- [105] JOHLITZ, M. G. [2008]. *Experimentelle Untersuchung und Modellierung von Maßstabeffekten in Klebungen*. Dissertation, Universität des Saarlandes, Saarbrücken.
- [106] JOHNSON, M. A. & M. F. BEATTY [1995]. ‘The mullins effect in equibiaxial extension and its influence on the inflation of a balloon.’ *International Journal of Engineering Science*, **33**(2), pp. 223–245.
- [107] JUHRE, D., M. DONIGA-CRIVAT & J. IHLEMANN [2011]. ‘The influence of inelasticity on the lifetime of filled elastomers under multiaxial loading conditions.’ *Constitutive Models for Rubber VII - Proceedings*, p. 359.
- [108] JUHRE, D., J. IHLEMANN, T. ALSHUTH & R. KLAUKE [2011]. ‘Some remarks on influence of inelasticity on fatigue life of filled elastomers.’ *Plastics, Rubber and Composites*, **40**(4), pp. 180–184.
- [109] JULABO GMBH [2016]. ‘<http://www.julabo.com>.’

- [110] JUNG, A., M. WOCKER, Z. CHEN & H. SEIBERT [2015]. ‘Microtensile testing of open-cell metal foams-experimental setup, micromechanical properties.’ *Materials & Design*, **88**, pp. 1021–1030.
- [111] KAHRAMAN, H., G. WEINHOLD, E. HABERSTROH & M. ITSKOV [2010]. ‘Experimental and phenomenological description of the anisotropic Mullins effect for carbon black reinforced elastomers.’ *KGK-Kautschuk, Gummi, Kunststoffe*, **63**(3), pp. 64–69.
- [112] KALISKE, M., L. NASDALA & H. ROTHERT [2001]. ‘On damage modelling for elastic and viscoelastic materials at large strain.’ *Computers & Structures*, **79**(22), pp. 2133–2141.
- [113] KALISKE, M. & H. ROTHERT [1998]. ‘Constitutive approach to rate-independent properties of filled elastomers.’ *International Journal of Solids and Structures*, **35**(17), pp. 2057–2071.
- [114] KALWEIT, A., C. PAUL, S. PETERS & R. WALLBAUM [2011]. *Handbuch für technisches Produktdesign: Material und Fertigung, Entscheidungsgrundlagen für Designer und Ingenieure*. Springer-Verlag.
- [115] KAMMEYER, K.-D. & K. KRISTIAN [2013]. *Digitale Signalverarbeitung: Filterung und Spektralanalyse mit MATLAB-Übungen*. Springer-Verlag.
- [116] KELLEY, C. T. [1999]. *Iterative methods for optimization*, volume 18. Siam.
- [117] KLAUKE, R., T. ALSHUTH & J. IHLEMANN [2010]. ‘Lifetime prediction of rubber materials under simple shear load with rotating axes [Lebensdauer vorhersage von technischen Gummiwerkstoffen unter einfacher Scherung mit rotierenden Achsen].’ *KGK. Kautschuk, Gummi, Kunststoffe*, **63**(7-8), pp. 286–290.
- [118] KLEER, M. [2008]. *Konstruktion, Aufbau und Programmierung einer einachsigen, kraftgeregelten Prüfmaschine mit automatischer Kameranachführung*. Studienarbeit, Universität des Saarlandes, Saarbrücken, Lehrstuhl für Technische Mechanik.
- [119] KLÖTZER, D., C. ULLNER, E. TYULYUKOVSKIY & N. HUBER [2006]. ‘Identification of viscoplastic material parameters from spherical indentation data-part II-experimental validation of the method.’ *Journal of Materials Research*, **21**(3), pp. 677–684.
- [120] KOPROWSKI-THEISS, N. [2011]. *Kompressible, viskoelastische Werkstoffe: Experimente, Modellierung und FE-Umsetzung*. Dissertation, Universität des Saarlandes, Saarbrücken.
- [121] KOPROWSKI-THEISS, N., M. JOHLITZ & S. DIEBELS [2011]. ‘Modelling of a cellular rubber with nonlinear viscosity functions.’ *Experimental Mechanics*, **51**(5), pp. 749–765.

- [122] KOPROWSKI-THEISS, N., M. JOHLITZ & S. DIEBELS [2012]. ‘Compressible rubber materials: experiments and simulations.’ *Archive of Applied Mechanics*, pp. 1–16.
- [123] KRÄMER, S., S. ROTHE & S. HARTMANN [2015]. ‘Homogeneous stress-strain states computed by 3d-stress algorithms of fe-codes: application to material parameter identification.’ *Engineering with Computers*, **31**(1), pp. 141.
- [124] KREMERS, A., A. KRUSCHE & E. HABERSTROH [2000]. ‘Analysis of the production of sponge rubber profiles.’ *Macromolecular Materials and Engineering*, **284**(1), pp. 70–75.
- [125] KRÖNER, E. [1961]. ‘Bemerkung zum geometrischen Grundgesetz der allgemeinen Kontinuumstheorie der Versetzungen und Eigenspannungen.’ *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, **7**(1), pp. 78–80.
- [126] KRUSCHE, A. & E. HABERSTROH [2000]. ‘Optimization of the production of EPDM sponge rubber seals for automotive use.’ *Rubber World*, **221**(5), pp. 45–54.
- [127] KUWABARA, T. [2007]. ‘Advances in experiments on metal sheets and tubes in support of constitutive modeling and forming simulations.’ *International Journal of Plasticity*, **23**(3), pp. 385–419.
- [128] LECHNER, K., H.-P. LÜHR & U. C. ZANKE [2001]. ‘Taschenbuch der Wasserwirtschaft.’ *Berlin, Parey Buchverlag*.
- [129] LEE, E. H. [1969]. ‘Elastic-Plastic Deformation at Finite Strains.’ *Journal of Applied Mechanics*, **36**, pp. 1–6.
- [130] LEE, S.-T. & N. S. RAMESH [2004]. *Polymeric foams: mechanisms and materials*. CRC press.
- [131] LI, Y., J. A. NEMES & A. DERDOURI [2001]. ‘Membrane inflation of polymeric materials: Experiments and finite element simulations.’ *Polymer Engineering & Science*, **41**(8), pp. 1399–1412.
- [132] LION, A. [2000]. *Thermomechanik von Elastomeren: Experimente und Materialtheorie*. Habilitationsschrift, Institut für Mechanik, Universität Kassel.
- [133] LION, A. [2007]. *Einführung in die lineare Viskoelastizität*. Universität der Bundeswehr, München, Institut für Mechanik (LRT 4).
- [134] LIU, W., D. GUINES, L. LEOTOING & E. RAGNEAU [2016]. ‘Identification of strain rate-dependent mechanical behaviour of DP600 under in-plane biaxial loadings.’ *Materials Science and Engineering: A*, **676**, pp. 366 – 376.
- [135] LOPEZ-PAMIES, O. [2006]. *On the effective behavior, microstructure evolution, and macroscopic stability of elastomeric composites*. Dissertation, University of Pennsylvania, Philadelphia.

- [136] LOPEZ-PAMIES, O. & P. P. CASTAÑEDA [2004]. ‘Second-order estimates for the macroscopic response and loss of ellipticity in porous rubbers at large deformations.’ *Journal of Elasticity*, **76**(3), pp. 247–287.
- [137] LOPEZ-PAMIES, O. & P. P. CASTAÑEDA [2006]. ‘On the overall behavior, microstructure evolution, and macroscopic stability in reinforced rubbers at large deformations: I-theory.’ *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **54**(4), pp. 807–830.
- [138] LOPEZ-PAMIES, O. & P. P. CASTAÑEDA [2006]. ‘On the overall behavior, microstructure evolution, and macroscopic stability in reinforced rubbers at large deformations: II-application to cylindrical fibers.’ *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **54**(4), pp. 831–863.
- [139] LOPEZ-PAMIES, O. & P. PONTE CASTAÑEDA [2007]. ‘Homogenization-based constitutive models for porous elastomers and implications for macroscopic instabilities: I-analysis.’ *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **55**(8), pp. 1677–1701.
- [140] LOPEZ-PAMIES, O. & P. PONTE CASTAÑEDA [2007]. ‘Homogenization-based constitutive models for porous elastomers and implications for macroscopic instabilities: II-results.’ *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **55**(8), pp. 1702–1728.
- [141] LUBARDA, V. A. [2004]. ‘Constitutive theories based on the multiplicative decomposition of deformation gradient: Thermoelasticity, elastoplasticity, and biomechanics.’ *Applied Mechanics Reviews*, **57**(2), pp. 95–108.
- [142] LÜBBING, C. [1997]. *Zur Stabilität von gestaffelten Finite-Elemente Berechnungen*. Dissertation, Universität Stuttgart.
- [143] LUBLINER, J. [1985]. ‘A model of rubber viscoelasticity.’ *Mechanics Research Communications*, **12**(2), pp. 93–99.
- [144] LUBLINER, J. [2008]. *Plasticity theory*. Courier Corporation.
- [145] LUO, H.-A., H.-M. B. WANG, J.-Y. ZHU & Y.-P. YOU [2010]. ‘Characterization of hyperelastic dielectric elastomer based on biaxial tensile bench.’ *Advanced Materials Research*, **97-101**, pp. 884–888.
- [146] MAHNKOPF, D. [2000]. *Lokalisierung fluidgesättigter poröser Festkörper bei finiten elastoplastischen Deformationen*. Dissertation, Universität Stuttgart.
- [147] MARCKMANN, G. & E. VERRON [2006]. ‘Comparison of hyperelastic models for rubber-like materials.’ *Rubber Chemistry and Technology*, **79**(5), pp. 835–858.
- [148] MARKERT, B. [2005]. *Porous media viscoelasticity with application to polymeric foams*. Dissertation, Universität Stuttgart.

- [149] MATLAB, M. [2016]. ‘The language of technical computing.’ *The MathWorks, Inc.* <http://www.mathworks.com>.
- [150] MATTHIES, H. J. & K. T. RENIUS [2014]. *Einführung in die Ölhydraulik: Für Studium und Praxis*. Springer-Verlag.
- [151] MCGEE, J. & S. NEMAT-NASSER [2001]. ‘Dynamic bi-axial testing of woven composites.’ *Materials Science and Engineering: A*, **317**(1), pp. 135–139.
- [152] MEGGYES, A. [2001]. ‘Multiple decomposition in finite deformation theory.’ *Acta Mechanica*, **146**(3-4), pp. 169–182.
- [153] MELCHIOR, C. [2012]. *Optimierung der Versuchsführung beim Biaxialversuch*. Bachelorarbeit, Universität des Saarlandes, Saarbrücken, Lehrstuhl für Technische Mechanik.
- [154] MERCKEL, Y., M. BRIEU, J. DIANI & J. CAILLARD [2012]. ‘A mullins softening criterion for general loading conditions.’ *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **60**(7), pp. 1257–1264.
- [155] MIEHE, C. & J. KECK [2000]. ‘Superimposed finite elastic–viscoelastic–plastoelastic stress response with damage in filled rubbery polymers. experiments, modelling and algorithmic implementation.’ *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **48**(2), pp. 323–365.
- [156] MILLS, N. [2007]. *Polymer foams handbook: engineering and biomechanics applications and design guide*. Butterworth-Heinemann.
- [157] MILTON, G. W. [2002]. ‘The theory of composites.’ *The Theory of Composites*, UK: Cambridge University Press, p. 748.
- [158] MOLDOVAN, D., R. FECHETE, D. E. DEMCO, E. CULEA, B. BLÜMICH, V. HERRMANN & M. HEINZ [2010]. ‘Heterogeneity of nanofilled epdm elastomers investigated by inverse laplace transform 1h nmr relaxometry and rheometry.’ *Macromolecular Chemistry and Physics*, **211**(14), pp. 1579–1594.
- [159] MOONEY, M. [1940]. ‘A theory of large elastic deformation.’ *Journal of Applied Physics*, **11**(9), pp. 582–592.
- [160] MOY, P., G. RODRIGUEZ & L. GHIORSE [2000]. ‘Dynamic and mechanical characterization of EPDM rubber at low and high temperatures.’ *Advanced Materials & Processes- Revolutionary Materials: Technology and Economics*, pp. 372–380.
- [161] MULLINS, L. [1948]. ‘Effect of stretching on the properties of rubber.’ *Rubber Chemistry and Technology*, **21**(2), pp. 281–300.
- [162] MULLINS, L. [1969]. ‘Softening of rubber by deformation.’ *Rubber Chemistry and Technology*, **42**(1), pp. 339–362.

- [163] MULLINS, L. & N. TOBIN [1965]. ‘Stress softening in rubber vulcanizates. Part I. Use of a strain amplification factor to describe the elastic behavior of filler-reinforced vulcanized rubber.’ *Journal of Applied Polymer Science*, **9**(9), pp. 2993–3009.
- [164] MURIENNE, B. J. & T. D. NGUYEN [2016]. ‘A comparison of 2D and 3D digital image correlation for a membrane under inflation.’ *Optics and Lasers in Engineering*, **77**, pp. 92–99.
- [165] NAKAZIMA, K., T. KIKUMA & T. HASUKA [1968]. ‘Study on the formability of steel sheets.’ *Yawata Technical Report Nr. 284*, pp. 140–141.
- [166] NATIONAL INSTRUMENTS CORPORATION [2016]. ‘<http://www.ni.com>.’
- [167] NELDER, J. A. & R. MEAD [1965]. ‘A simplex method for function minimization.’ *The Computer Journal*, **7**(4), pp. 308–313.
- [168] NEMAT-NASSER, S. & M. HORI [2013]. *Micromechanics: overall properties of heterogeneous materials*, volume 37. Elsevier.
- [169] NETZ, T. & S. HARTMANN [2015]. ‘A monolithic finite element approach using high-order schemes in time and space applied to finite strain thermo-viscoelasticity.’ *Computers & Mathematics with Applications*, **70**(7), pp. 1457 – 1480.
- [170] OHSER, J. & F. MÜCKLICH [2000]. *Statistical analysis of microstructures in materials science*. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim.
- [171] OHTAKE, Y., S. ROKUGAWA & H. MASUMOTO [1999]. ‘Geometry determination of cruciform-type specimen and biaxial tensile test of c/c composites.’ In *Key Engineering Materials*, volume 164, pp. 151–154. Trans Tech Publ.
- [172] OLIVER, W. C. & G. M. PHARR [1992]. ‘An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments.’ *Journal of Materials Research*, **7**(6), pp. 1564–1583.
- [173] PAN, B., K. QIAN, H. XIE & A. ASUNDI [2009]. ‘Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review.’ *Measurement science and technology*, **20**(6).
- [174] PAYNE, A. [1965]. ‘A note on the conductivity and modulus of carbon black-loaded rubbers.’ *Journal of Applied Polymer Science*, **9**(3), pp. 1073–1082.
- [175] PAYNE, A. R. [1962]. ‘The dynamic properties of carbon black-loaded natural rubber vulcanizates. part I.’ *Journal of Applied Polymer Science*, **6**(19), pp. 57–63.
- [176] PENN, R. W. [1970]. ‘Volume changes accompanying the extension of rubber.’ *Transactions of The Society of Rheology (1957-1977)*, **14**(4), pp. 509–517.

- [177] PRATES, P., J. FERNANDES, M. OLIVEIRA & N. SAKHAROVA [2013]. ‘Inverse analysis methodology on metal sheets for constitutive parameters identification.’ *International Journal of Materials Engineering Innovation*, **4**(2), pp. 101–116.
- [178] PRATES, P. A., M. C. OLIVEIRA & J. V. FERNANDES [2016]. ‘Identification of material parameters for thin sheets from single biaxial tensile test using a sequential inverse identification strategy.’ *International Journal of Material Forming*, **9**(4), pp. 547–571.
- [179] RECHENBERG, I. [1994]. ‘Evolutionsstrategie ’94, volume 1 of Werkstatt Bionik und Evolutionstechnik.’ *Frommann Holzboog, Stuttgart*.
- [180] RENDEK, M. [2011]. *Transient effects of filler-reinforced rubber with respect to the Payne effect: experiments, constitutive modelling and FEM implementation*. Dissertation, Universität der Bundeswehr, München.
- [181] REYNOLDS, O., A. W. BRIGHTMORE & W. MOORBY [1903]. *Papers on mechanical and physical subjects*, volume 3. Cambridge university press.
- [182] RIVLIN, R. [1948]. ‘Large elastic deformations of isotropic materials. IV. further developments of the general theory.’ *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, **241**(835), pp. 379–397.
- [183] RIVLIN, R. & D. SAUNDERS [1951]. ‘Large elastic deformations of isotropic materials. VII. Experiments on the deformation of rubber.’ *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, **243**(865), pp. 251–288.
- [184] ROSIWAL, A. [1898]. ‘Ueber geometrische Gesteinsanalysen.’ *Verhandlungen der Kaiserlich-Königlichen Geologischen Reichsanstalt Wien*, pp. 143–175.
- [185] RÖTHEMEYER, F. & F. SOMMER [2013]. *Kautschuktechnologie: Werkstoffverarbeitung-Produkte*. Carl Hanser Verlag GmbH Co KG.
- [186] SAARGUMMI INTERNATIONAL GMBH [2016]. ‘[http://http://www.sgtechnologies.de/](http://www.sgtechnologies.de/).’
- [187] SAINTIER, N., G. CAILLETAUD & R. PIQUES [2006]. ‘Multiaxial fatigue life prediction for a natural rubber.’ *International Journal of Fatigue*, **28**(5), pp. 530–539.
- [188] SCHEFFER, T. [2016]. *Charakterisierung des nichtlinear-viskoelastischen Materialverhaltens gefüllter Elastomere*. Dissertation, Universität des Saarlandes, Saarbrücken.
- [189] SCHEFFER, T., H. SEIBERT & S. DIEBELS [2013]. ‘Optimisation of a pretreatment method to reach the basic elasticity of filled rubber materials.’ *Archive of Applied Mechanics*, **83**(11), pp. 1659–1678.

- [190] SCHEFFLER, M. & P. COLOMBO, editors [2005]. *Cellular Ceramics: Structure, Manufacturing, Properties and Applications*. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim.
- [191] SCHELLENBERG, D., D. JUHRE & J. IHLEMANN [2013]. ‘Identification of inelastic material parameters using component-oriented specimen.’ In *Constitutive Models for Rubber VIII -Proceedings-*, p. 191.
- [192] SCHERFF, M. F. [2013]. *Numerische Optimierung der Probengeometrie für den biaxialen Zugversuch*. Bachelorarbeit, Universität des Saarlandes, Saarbrücken, Lehrstuhl für Technische Mechanik.
- [193] SCHERFF, M. F. [2015]. *Automatisierung der Parameteridentifikation für den biaxialen Zugversuch*. Masterarbeit, Universität des Saarlandes, Saarbrücken, Lehrstuhl für Technische Mechanik.
- [194] SCHMIDT, T., J. TYSON & K. GALANULIS [2003]. ‘Full-field dynamic displacement and strain measurement using advanced 3D image correlation photogrammetry: Part 1.’ *Experimental Techniques*, **27**(3), pp. 47–50.
- [195] SCHMIDT, T., J. TYSON & K. GALANULIS [2003]. ‘Full-field dynamic displacement and strain measurement using advanced 3D image correlation photogrammetry: Part 2.’ *Experimental Techniques*, **27**(4), pp. 22–26.
- [196] SCRIVENS, W., Y. LUO, M. A. SUTTON, S. COLLETTE, M. L. MYRICK, P. MINEY, P. COLAVITA, A. P. REYNOLDS & X. LI [2007]. ‘Development of patterns for digital image correlation measurements at reduced length scales.’ *Experimental Mechanics*, **47**(1), pp. 63–77.
- [197] SEDLAN, K. [2000]. *Inelastisches Materialverhalten von Elastomerwerkstoffen - Experimentelle Untersuchung und Modellbildung*. Dissertation, Universität Kassel.
- [198] SEIBERT, H. [2010]. *Echtzeitfähige Regelung eines hydrostatischen Druckversuchs zur Untersuchung des Kompressionsverhaltens poröser Elastomere*. Diplomarbeit, Universität des Saarlandes, Saarbrücken, Lehrstuhl für Technische Mechanik.
- [199] SEIBERT, H. [2010]. *Konstruktion und Steuerung einer Triaxialzelle zur Untersuchung des Kompressionsverhaltens gefüllter Elastomere*. Studienarbeit, Universität des Saarlandes, Saarbrücken, Lehrstuhl für Technische Mechanik.
- [200] SEIBERT, H., T. SCHEFFER & S. DIEBELS [2014]. ‘Biaxial testing of elastomers - Experimental setup, measurement and experimental optimisation of specimen’s shape.’ *Technische Mechanik*, **34**(2), pp. 72–89.
- [201] SEIBERT, H., T. SCHEFFER & S. DIEBELS [2016]. ‘Thermomechanical characterisation of cellular rubber.’ *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, **28**(5), pp. 1495–1509.

- [202] SHUTOV, F. A. [1986]. ‘Syntactic polymer foams.’ In *Chromatography/Foams/Copolymers*, pp. 63–123. Springer-Verlag.
- [203] SIDOROFF, F. [1974]. ‘Un modèle viscoélastique non linéaire avec configuration intermédiaire.’ *Journal de Mécanique*, **13**(4), pp. 679–713.
- [204] SILBERSTEIN, M. N., P. V. PILLAI & M. C. BOYCE [2011]. ‘Biaxial elastic–viscoplastic behavior of nafion membranes.’ *Polymers*, **52**(2), pp. 529–539.
- [205] SIMO, J. C. & K. S. PISTER [1984]. ‘Remarks on rate constitutive equations for finite deformation problems: computational implications.’ *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **46**(2), pp. 201–215.
- [206] SNEDDON, I. N. [1965]. ‘The relation between load and penetration in the axisymmetric boussinesq problem for a punch of arbitrary profile.’ *International Journal of Engineering Science*, **3**(1), pp. 47–57.
- [207] SPEICHER, K. [2009]. *Konstruktion, Aufbau und Steuerung einer Biaxialanlage*. Studienarbeit, Universität des Saarlandes, Saarbrücken, Lehrstuhl für Technische Mechanik.
- [208] SPEICHER, K. [2010]. *Charakterisierung von Elastomeren mit dem Biaxialversuch*. Diplomarbeit, Universität des Saarlandes, Saarbrücken, Lehrstuhl für Technische Mechanik.
- [209] SRINIVASAN, N., R. VELMURUGAN, R. KUMAR, S. K. SINGH & B. PANT [2016]. ‘Deformation behavior of commercially pure (cp) titanium under equibiaxial tension.’ *Materials Science and Engineering: A*, **674**, pp. 540–551.
- [210] STARK, W., J. DÖRING, J. KELM & S. FRITSCH [2002]. ‘Kontrolle der Kautschukvulkanisation im Werkzeug mit Ultraschall.’ In *ZfP in Anwendung, Entwicklung und Forschung - Jahrestagung 2002*.
- [211] SUTTON, M., S. MCNEILL, J. HELM & Y. CHAO [2000]. *Advances in two-dimensional and three-dimensional computer vision*. Springer-Verlag.
- [212] SUTTON, M., J. ORTEU & H. SCHREIER [2009]. *Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements: Basic Concepts, Theory and Applications*. Springer-Verlag.
- [213] TERZAGHI, K. V. [1936]. ‘The shearing resistance of saturated soils and the angle between the planes of shear.’ In *Proceedings of the 1st international conference on soil mechanics and foundation engineering*, volume 1, pp. 54–56. Harvard University Press Cambridge, MA.
- [214] TOBOLSKY, A. V. [1967]. *Mechanische Eigenschaften und Struktur von Polymeren*. Berliner Union.
- [215] TRELOAR, L. [1943]. ‘The elasticity of a network of long-chain molecules—II.’ *Transactions of the Faraday Society*, **39**, pp. 241–246.

- [216] TRELOAR, L. [1975]. *The physics of rubber elasticity, 3rd edn.* Clarendon. Oxford.
- [217] TRUESDELL, C. [1957]. ‘Sulle basi della termomeccanica.’ *Rendiconti Lincei*, **22**(8), pp. 33–38.
- [218] TRUESDELL, C. [1984]. ‘Thermodynamics of diffusion.’ In *Rational thermodynamics*, pp. 219–236. Springer-Verlag.
- [219] TRUESDELL, C. & R. TOUPIN [1960]. ‘Principles of classical mechanics and field theory.’ *Handbuch der Physik*, **3**(1). Springer-Verlag.
- [220] TUNINETTI, V., G. GILLES, V. PÉRON-LÜHRS & A. HABRAKEN [2012]. ‘Compression test for metal characterization using digital image correlation and inverse modeling.’ *Procedia IUTAM*, **4**, pp. 206–214.
- [221] UTHAISANGSUK, V., U. PRAHL, S. MÜNSTERMANN & W. BLECK [2008]. ‘Experimental and numerical failure criterion for formability prediction in sheet metal forming.’ *Computational materials science*, **43**(1), pp. 43–50.
- [222] VANDER VOORT, G. F. [1984]. *Metallography, principles and practice.* ASM International.
- [223] VROOMEN, G., G. CHOONOO, T. ODENHAMN & M. HATTA [2004]. ‘EPDM-Moosgummi für die Tür- und Fensterdichtungen von Kraftfahrzeugen.’ *Gummi, Fasern, Kunststoffe*, **57**(3), pp. 163–175.
- [224] WANG, B., Z. PENG, Y. ZHANG & Y. ZHANG [2006]. ‘Study on foaming kinetics and preparation of EPDM foams.’ *Plastics, Rubber and Composites*, **35**(9), pp. 360–367.
- [225] WILLIAMS, B. W. & K. P. BOYLE [2016]. ‘Characterization of anisotropic yield surfaces for titanium sheet using hydrostatic bulging with elliptical dies.’ *International Journal of Mechanical Sciences*, **114**, pp. 315 – 329.
- [226] WILMANSKI, K. [1998]. ‘A thermodynamic model of compressible porous materials with the balance equation of porosity.’ *Transport in Porous Media*, **32**(1), pp. 21–47.
- [227] WOLLSCHIED, D. & A. LION [2014]. ‘The benefit of fractional derivatives in modelling the dynamics of filler-reinforced rubber under large strains: a comparison with the maxwell-element approach.’ *Computational Mechanics*, **53**(5), pp. 1015–1031.
- [228] WOLTMAN, R. [1794]. ‘Beytraege zur Hydraulischen Architectur, Volume 3.’ *Johann Christian Dietrich, Göttingen.*
- [229] WU, X.-D., M. WAN & X.-B. ZHOU [2005]. ‘Biaxial tensile testing of cruciform specimen under complex loading.’ *Journal of Materials Processing Technology*, **168**(1), pp. 181–183.

- [230] YAOFENG, S. & J. PANG [2007]. ‘Study of optimal subset size in digital image correlation of speckle pattern images.’ *Optics and Lasers in Engineering*, **45**(9), pp. 967–974.
- [231] YEOH, O. [1990]. ‘Characterization of elastic properties of carbon-black-filled rubber vulcanizates.’ *Rubber Chemistry and Technology*, **63**(5), pp. 792–805.
- [232] YEOH, O. [1993]. ‘Some forms of the strain energy function for rubber.’ *Rubber Chemistry and Technology*, **66**(5), pp. 754–771.
- [233] YEOH, O., P. FLEMING ET AL. [1997]. ‘A new attempt to reconcile the statistical and phenomenological theories of rubber elasticity.’ *Journal of Polymer Science Part B: Polymer Physics*, **35**(12), pp. 1919–1932.
- [234] ZAHARESCU, T., V. MELTZER & R. VILCU [2000]. ‘Thermal properties of EPDM/NR blends.’ *Polymer Degradation and Stability*, **70**(3), pp. 341–345.
- [235] ZHANG, P. [2017]. *Schädigungsverhalten von Elastomeren im Zugversuch*. Masterarbeit, Universität des Saarlandes, Saarbrücken, Lehrstuhl für Technische Mechanik.
- [236] ZOUANI, A., T. BUI-QUOC & M. BERNARD [1999]. ‘Cyclic stress-strain data analysis under biaxial tensile stress state.’ *Experimental Mechanics*, **39**(2), pp. 92–102.

Veröffentlichungen, Proceedings, Vorträge

A Veröffentlichungen & Proceedings

1. T. Scheffer, H. Seibert & S. Diebels [2013]
Optimisation of a pretreatment method to reach the basic elasticity of filled rubber materials
Archive of Applied Mechanics 83 (11), 1659-1678.
2. Z. Chen, T. Scheffer, H. Seibert & S. Diebels [2013]
Macroindentation of a soft polymer: Identification of hyperelasticity and validation by uni/biaxial tensile tests
Mechanics of Materials 64, 111-127.
3. A. Hewer, J. Weickert, H. Seibert, T. Scheffer & S. Diebels [2013]
Lagrangian Strain Tensor Computation with higher order variational models
British Machine Vision Conference BMVC, 1:10.
4. H. Seibert, T. Scheffer & S. Diebels [2013]
Biaxial testing of elastomers - Experimental setup, measurement and experimental optimisation of specimen's shape
Technische Mechanik 34(2): 72-89.
5. A. Jung, M. Wocker, Z. Chen, H. Seibert [2015]
Microtensile testing of open-cell metal foams - Experimental setup, micro-mechanical properties
Materials & Design 88: 1021-1030.

6. S. Diebels, A. Jung, Z. Chen, H. Seibert & T. Scheffer [2015]
Experimentelle Mechanik: Von der Messung zum Materialmodell
GAMM Rundbrief, Heft 2, 10-16.
7. H. Seibert, T. Scheffer & S. Diebels [2016]
Thermomechanical characterisation of cellular rubber
Continuum Mechanics and Thermodynamics 28(5): 1495-1509.

B Vorträge

1. H. Seibert & S. Diebels
Untersuchung des Kompressionsverhaltens geschäumter Elastomere
Workshop Kontinuumsmechanik 2010, Goslar.
2. T. Scheffer, H. Seibert & S. Diebels
Optimisation of a pretreatment method to reach the basic elasticity of filled rubber materials
5th GACM Colloquium on Computational Mechanics 2013, Hamburg.
3. H. Seibert, T. Scheffer & S. Diebels
The biaxial tension test on elastomers - Benefits & experimental optimization of the specimen's shape
5th GACM Colloquium on Computational Mechanics 2013, Hamburg.
4. T. Scheffer, H. Seibert & S. Diebels
Strongly pronounced nonlinear viscoelasticity of incompressible filled rubber material
9th International Conference on Advanced Computational Engineering and Experimenting 2015, München.
5. S. Diebels, T. Scheffer & H. Seibert
Characterization and modelling of the thermomechanical behaviour of foamed rubber
9th International Conference on Advanced Computational Engineering and Experimenting 2015, München.

6. A. Jung, H. Seibert, S. Diebels
Micro-tensile testing of Ni/Al hybrid foams
9th European Solid Mechanics Conference 2015, Leganés-Madrid, Spanien.
7. A. Jung, Z. Chen, H. Seibert, S. Diebels
Multi-scale modeling of Ni/Al hybrid metal foams from atomic to micro scale
The 15th International Conference on Civil, Structural and Environmental
Engineering Computing, 2015, Prag, Tschechische Republik.
8. M. Bauer, S. Diebels, H. Seibert, A. Jung
Geothermiesonde mit hoher Wärmeleitfähigkeit
Workshop Drilling Network Niedersachsen (DNN), 2015, Celle.
9. A. Jung, T. Fila, O. Jiroušek, Z. Chen, H. Seibert, S. Diebels
Micromechanical Characterisation and Modelling of Ni/Al hybrid foams
Workshop Kontinuumsmechanik, 2015, Cuxhaven.

C Poster

1. H. Seibert & S. Diebels
Modellierung multiaxialer Deformationen
1. Doktorandentag UdS, Universität des Saarlandes, 2013, Saarbrücken.